Identities and Inverses

- Identities (항등원)

어떤 값(a)과 연산($\square$)가 있을 때, 이 값에 연산을 진행한 결과가 원래의 값과 동일하게 만드는 값

$a \square e = a$

$\square$: e는 $\square$에 대한 identity이다.

- Inverses (역원)

어떤 값(a)과 연산($\square$)가 있을 때, 이 값에 연산을 진행한 결과 identity가 되게 만드는 값

$a \square x = \boxed{e}$

$\square$: x는 $\square$에 대한 Inverse

Additive Identities (덧셈에 대한 항등원)

양변에 $-a$를 더함

$a+e=a \longrightarrow (a+e)-a = a-a$

$\longrightarrow (e+a)-a=0$ by Commutativity

$\longrightarrow e+(a-a)=0$ by Associativity

$\longrightarrow e=0$

0은 임의의 a의 additive identity 또는 덧셈에 대한 항등원

ex.1) $2+0=2$ 0은 2에 대한

ex.2) $-2+0=-2$ 0은 -2에 대한 additive identity

ex.3) $\pi+0=\pi$ 0은 π에 대한

Additive Inverse (덧셈에 대한 역원)

앞에서 구했을때 0.

$a+x=e \longrightarrow a+x=0$ by additive identity

결과가 Identity가 나오면 Inverse.

$\longrightarrow (a+x)-a=0-a$ 추가

$\longrightarrow (x+a)-a=-a$ by commutativity

$\longrightarrow x+(a-a)=-a$ by associativity

$\longrightarrow x=-a$

$-a$는 임의의 a에 대한 additive inverse

ex.1) $2+x=-2$ -2는 2의

ex.2) $-2+x=2$ 2는 -2의 additive inverse

ex.3) $\pi+x=-\pi$ $-\pi$는 π의

Multiplicative Identities (곱셈에 대한 항등원)

$a\cdot e=a \rightarrow (a\cdot e)\cdot a^{-1} = a\cdot a^{-1}$ ($\frac{1}{a}$)

$\longrightarrow (e\cdot a)\cdot a^{-1}=1$ by commutativity

$\longrightarrow e\cdot(a\cdot a^{-1})=1$ by associativity

$\longrightarrow e=1$

1은 임의의 a의 multiplicative identites

ex.1) $2\cdot 1=2$ 1은 2의

ex.2) $-2\cdot 1=-2$ 1은 -2의 multiplicative identity

ex.3) $\pi\cdot 1=\pi$ 1은 π의

Multiplicative Inverse (곱셈에 대한 역원)

$a\cdot x=e \longrightarrow a\cdot x=1$ by multiplicative identity

$\longrightarrow (a\cdot x)\cdot\frac{1}{a} = 1\cdot\frac{1}{a},\ a\neq 0$

$\longrightarrow (x\cdot a)\cdot\frac{1}{a} = \frac{1}{a}$ by Commutativity

$\longrightarrow x\cdot(a\cdot\frac{1}{a}) = \frac{1}{a}$ by associativity

$\longrightarrow x=\frac{1}{a}$ $\frac{1}{a}$은 a^{-1}로 표현가능

a^{-1}은 임의의 a의 multiplicative inverse

ex.1) $2\cdot x=1 \longrightarrow x=\frac{1}{2}=2^{-1}$

$\longrightarrow$ $\frac{1}{2}$은 2의 multiplicative inverse

ex.2) $-2\cdot x=1 \longrightarrow x=-\frac{1}{2}=(-2)^{-1}$

$\longrightarrow$ $-\frac{1}{2}$은 -2의 multiplicative inverse

ex.3) $\pi\cdot x=1 \longrightarrow x=\frac{1}{\pi}$

$\longrightarrow$ $\frac{1}{\pi}$은 π의 multiplicative inverse

* inverse는 존재하지 않을수도 있음!!

$0\cdot 1=0$ 즉, 0은 inverse를 가지고 있지 않음.

inverse가 존재하지 않는 값도 존재한다.

Additive/Multiplicative Identities/Inverses

	Identity	Inverse
Addition	0	$-a$
Multiplication	1	$\frac{1}{a}$ 단 여기서 $a\neq 0$

덧셈에 대해서 identity 값은 0, inverse 값은 $-a$

곱셈에 대해서 identity 값은 1, inverse 값은 $\frac{1}{a}$ 또는 a^{-1}

TITLE DATE