

### 第3講 粘弾性の基礎から少しだけ複雑な事象へ 演習問題（解答）

## 第一章 「粘弾性の基礎」について（本文 2 ～ 13 p）

### 演習問題 1

内容を振り返るために、以下に示した文章例の中から適切な記述のものを複数選んでください。

(1) 「固体と液体の応答」についての、正しい言葉はどれでしょうか？

- (a) 固体のモデルでは応力は加えたひずみに反比例します。
- (b) 液体のモデルでは応力はひずみ速度に比例します。
- (c) 固体でも液体でも、力の釣り合いを考えれば十分です。
- (d) 液体では時間の因子が重要になります。
- (e) 実際の物質では、粘性と弾性を併せ持ったものが多く存在します。

解答

正しい選択肢：(b), (d), (e)

(解説)

- 固体のモデルでは応力は加えた「ひずみ」に比例し、液体は「ひずみ速度」に比例することに注意してください。
- 液体では、力の釣り合いだけでなく時間の因子が重要になります。
- 実際の物質は、両方の性質を兼ね備えた粘弾性体として振る舞うことが多く見られます。

(2) マックスウェルモデルについての、正しい言葉はどれでしょうか？

- (a) 粘弾性体の力学的な応答は、マックスウェルモデルで表すことができます。
- (b) マックスウェルモデルは、バネとダッシュポットが並列に横に並んだモデルです。
- (c) マックスウェルモデルでは、応力はバネとダッシュポットで異なる値となります。
- (d) マックスウェルモデルでは、ひずみがバネとダッシュポットに分割されます。
- (e) バネが応力の弾性的挙動を、ダッシュポットが流動の粘性的挙動を表します。

解答

正しい選択肢：(a), (d), (e)

(解説)

- マックスウェルモデルは、バネとダッシュポットが直列に連結したモデルです。
- このモデルでは、応力がバネとダッシュポットに共通になり、ひずみがそれぞれに分割されます。

(3) 応力緩和についての、正しい言葉はどれでしょうか？

- (a) 応力緩和とは、物質に力を加えて保持し、変形ひずみが減少する過程を測定します。
- (b) マックスウェルモデルは、応力緩和を記述できます。
- (c) 応力緩和とは、粒子が居心地を改善していく過程と考えることができます。
- (d) 粒子が居心地を改善する過程が、バネの弾性的な応答に対応します。

(e) 粒子が居心地を改善する過程に伴い、局所的な応力が消失します。

解答

正しい選択肢：(b), (c), (e)

(解説)

- 応力緩和とは、物質にひずみを加えて「保持」することで応力が減少する過程を測定するものであり、マックスウェルモデルで記述されます。
- 粒子が居心地を改善する過程が粘性ベースの流動であり、これは局所的な応力が消失することに対応します。

(4) 緩和時間についての、正しい言葉はどれでしょうか？

- (a) マックスウェルの方程式は、応力緩和を記述できる微分方程式です。
- (b) 応力緩和現象では、時間が経過すると応力が指数関数的に増加します。
- (c) 緩和時間とは、応力が初期値の半分になる時間です。
- (d) 緩和時間とは粘度と弾性率の比であり、どちらが支配的であるかを表します。
- (e) 緩和時間は弾性率に反比例するので、弾性的であれば短くなります。

解答

正しい選択肢：(a), (d), (e)

(解説)

- 応力緩和は、マックスウェルモデルから導出されるマックスウェルの方程式で記述されます。
- 応力緩和現象では、時間が経過すると応力が指数関数的に減少します。
- その時、緩和時間だけ経過すると応力は  $\frac{1}{e}$  になります。
- 緩和時間とは、固体的な振る舞いを表す弾性率と流動に関わる粘度との比であり、どちらが支配的であるかを表します。
- 固体的な性質が強い物質の緩和時間は短くなります。

(5) 一般化マックスウェルモデルについての、正しい言葉はどれでしょうか？

- (a) 実際の物質は、複雑な緩和挙動を示します。
- (b) それぞれの緩和時間ごとに、一つ以上のマックスウェルモデルを対応させることができます。
- (c) 一般化マックスウェルモデルとは、複数のマックスウェルモデルを縦に直列に連結したものです。
- (d) 一般化マックスウェルモデルを用いても単純な緩和挙動しか記述できません。
- (e) 粘弾性的に見た固体とは、長時間放置しても緩和しない応力成分が残存するものと考えられます。

解答

正しい選択肢：(a), (b), (e)

(解説)

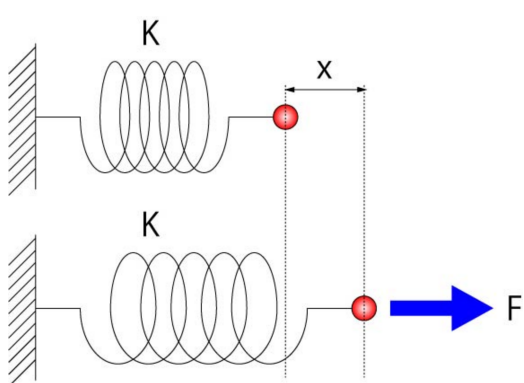
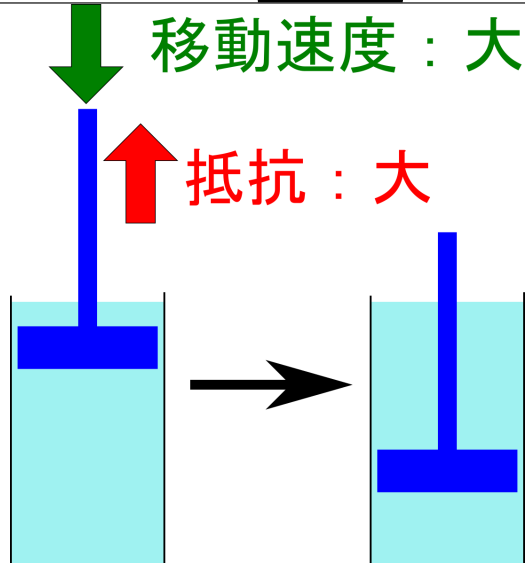
- 実際の物質は、複雑な緩和挙動を示しますから、それを記述するためには複数のマックスウェルモデルが必要です。
- 一般化マックスウェルモデルとは、複数のマックスウェルモデルを並列に連結したものであり、複雑な緩和現象もモデル化できます。

## 演習問題 2

内容を振り返るために、テキストで用いた言葉を使って簡単な穴埋めを行ってください。

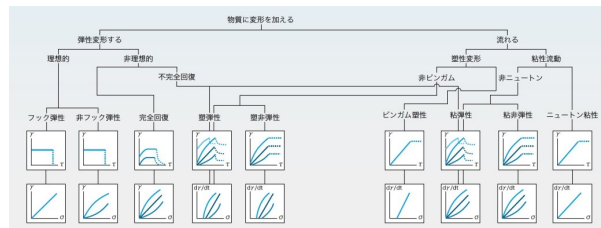
(1) 「粘性と弾性についての再確認」について、 から  までのカッコを埋めてください。

(a) 「固体と液体の応答」について

固体のモデル	液体のモデル
応力は <input type="text" value="(a)"/> に比例	応力は <input type="text" value="(b)"/> に比例
比例定数が <input type="text" value="(c)"/>	比例定数が <input type="text" value="(d)"/>
	
力の <input type="text" value="(e)"/>	<input type="text" value="(f)"/> の因子が重要

(b) 複雑な実事象について

- ビンガム氏の分類によれば、弾性変形という (g) な応答を示すグループと、流れるという (h) な応答を示すグループに分けられています。
- 結局、我々の身の回りにある物質の力学的な応答は、固体と液体と言うように単純に二分されるわけでもなく、(i) と (j) を併せ持ったものが多く存在することがわかります。



#### 選択肢

- 粘性
- 粘度
- ひずみ
- 固体的
- 弾性率
- 弾性
- ひずみ速度
- 釣り合い
- 液体的
- 時間

#### 解答

(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(i)	(j)
3	7	5	2	8	10	4	9	6	1

(2) 「粘弾性のモデル化」について、(k) から (s) までのカッコを埋めてください。

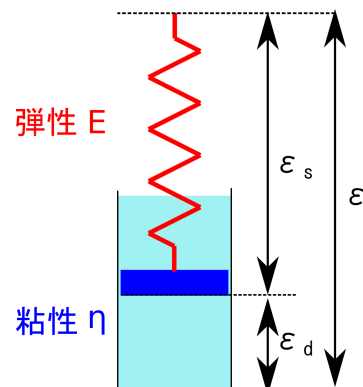
(a) マックスウェルモデルとは

マックスウェルモデルの数式

- (k) モデル  

$$\sigma_s(t) = E\varepsilon_s(t)$$
- (l) モデル  

$$\sigma_d(t) = \eta \frac{d}{dt} \varepsilon_d(t)$$
- (m) に連結だから、
  - － 応力は (n)
  - － ひずみは (o)

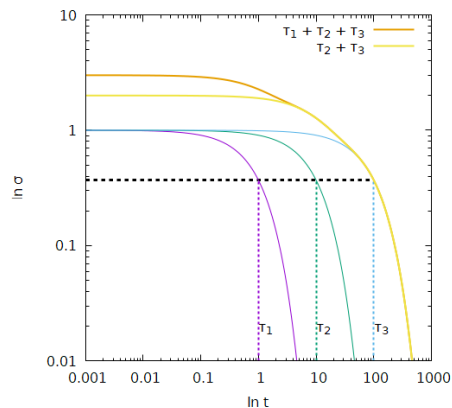
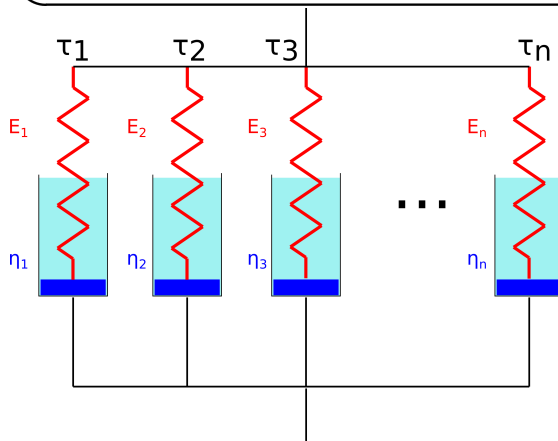


$$\begin{cases} \sigma = \sigma_s = \sigma_d \\ \varepsilon = \varepsilon_s + \varepsilon_d \end{cases}$$

(b) 一般化マックスウェルモデルでの緩和

### 一般化マックスウェルモデルの緩和挙動

- 個々のマックスウェルモデルの (p) の (q) の形で記述され、
- 仮に緩和強度が同一とすると、右図のように単純な和となり、
- (r) に従って、緩和時間の (s) ものから順次緩和していく。



### 選択肢

- 緩和挙動
- 弾性
- 時間
- 短い
- 共通
- それぞれの和
- 粘性
- 和
- 直列

### 解答

(k)	(l)	(m)	(n)	(o)	(p)	(q)	(r)	(s)
2	7	9	5	6	1	8	3	4

## 演習問題 3

説明文中の言葉を使って数行程度の簡単な記述で構いませんので、以下の自由記述問題を考えてみてください。

- (1) この章では、レオロジーの主たる対象である粘性と弾性を併せ持った粘弾性性質について、マックスウェルモデルという弾性を表すバネと粘性を表すダッシュポットを直列に連結したモデルを用いて、変形時に物質中で生じた応力が緩和するというイメージの説明を行いました。
- 文中の言葉をそのまま使って結構ですから、ご自分なりの「粘弾性体が緩和するとはどういう現象なのか」ということを書いてみてください。

#### 解答例

一般に、我々の身の回りの材料の多くは、粘性と弾性を併せ持った粘弾性という性質を有している。このような物質に、マクロなひずみという刺激を与えた場合、粘性的な挙動として時間経過に伴い不可逆な変形が生じ、初期に生じていた応力が減少することが知られている。

このように、初期に与えた状態が次第に失われていく挙動を、緩和現象と呼ぶことができる。

## 第二章 「複雑な事象について」 について （本文 15 ～ 25 p）

### 演習問題 1

内容を振り返るために、以下に示した文章例の中から適切な記述のものを複数選んでください。

(1) 「ニュートン流動」についての、正しい言葉はどれでしょうか？

- (a) セン断応力は、せん断速度に比例します。
- (b) セン断応力はせん断速度には依存しなくて、一定値となります。
- (c) 粘度が一定である場合、速く変形すれば、生じる応力は大きくなります。
- (d) ニュートン流体では粘度が一定だから、せん断速度によらずにせん断応力も常に一定となります。
- (e) ニュートン流体では、せん断速度が変化しても粘度は一定の値となります。

解答

正しい選択肢：(a), (c), (e)

(解説)

- ニュートン流動では、せん断応力はせん断速度に比例して、その比例定数が粘度となります。
- 逆に言えば、粘度が一定となるような流動特性を示すものがニュートン流動です。

(2) 流動を表す、「水面に板を浮かべたモデル」についての、正しい言葉はどれでしょうか？

- (a) 液体は常に流動するので、板に接している部分でも流れが生じています。
- (b) 「固体と接している液体は、その相対的な移動速度が同じ」になります。
- (c) 移動する板と接している液体の層は板と同じ速度で移動します。
- (d) 水底に接している水も常に流れています。
- (e) セン断速度と速度勾配は、時間の逆数という同じ単位となっています。

解答

正しい選択肢：(b), (c), (e)

(解説)

- 「水面に板を浮かべたモデル」では、板と接している水は板と同じ速度で移動し、水底では止まっています。
- このとき、流体中の仮想的な面の間では、粒子の相互作用に起因するせん断応力が発生しています。
- その結果として、ニュートン流体の場合、水の内部では速度勾配は一定となっています。
- また、速度勾配の単位はせん断速度と同じものであり、その単位は  $[1/s]$  となっています。

(3) ニュートン流体をミクロな粒子モデルで考えたときの、正しい言葉はどれでしょうか？

- (a) ミクロな粒子モデルで考えるときに、粒子同士には相互作用は働いていないと考えます。



- (b) 粒子モデルでのかごからの脱出速度は、粒子同士の相互作用に起因しているので（一定温度では）変化しません。
- (c) 流体中の仮想的な面の間では、応力は発生しません。
- (d) 流体中の仮想的な面の間では、粒子の相互作用に起因するせん断応力が発生しています。
- (e) ニュートン流体では、流体を構成する粒子間の相互作用は一定であると考えられます。

解答

正しい選択肢：(b), (d), (e)

(解説)

- ミクロな粒子モデルでは、粒子同士には互いに相互作用が働いていて、その大きさは温度に依存すると考えます。
- メゾスケールで仮想的な層を考えた場合、その面の間ではせん断応力が発生すると考え、その由来は粒子間の相互作用と考えます。

(4) 非ニュートン流体についての、正しい言葉はどれでしょうか？

- (a) どのような液体であっても、せん断条件を考慮することなく、常に単純に粘度という考え方を適用することができます。
- (b) 実際の液体では、測り方によって粘度の序列は変化する場合があります。
- (c) 液体とは、どのような測定方法であっても常に流れると考えることができます。
- (d) 非ニュートン流体では、せん断速度とせん断応力との関係が線形ではありません。
- (e) 非ニュートン流体では、変形状態（せん断速度や加える力が変化）に依存して粘度が変化します。

解答

正しい選択肢：(b), (d), (e)

(解説)

- ニュートン流体では、せん断応力はせん断速度に常に比例すると考えられますが、実際の液体ではそうならない場合も多く見られます。
- それらを非ニュートン流体と呼び、せん断速度と応力が比例するわけではないので、単純に粘度を定義することは出来ません。
- 非ニュートン流体では、変形条件に応じて流れ方が変化します。
- また、降伏値を有するような物質は、少しだけ変形しても流れません。

(5) 身の回りの実際の液体についての、正しい言葉はどれでしょうか？

- (a) ひずみ速度を増加させた場合に、粘度が増加するような現象をシア・シニングと呼びます。
- (b) チクソトロピック流体と分類されるものは、ひずみ速度を増加させると粘度が低下します。
- (c) シア・シックニングとは、ひずみ速度を増加させたときに粘度が上昇する現象のことを指します。
- (d) シア・シックニングとは、高いひずみ速度において内部構造が崩壊して粘度が低下する現象と考えられます。
- (e) 塗料の液垂れ防止には、シア・シニング現象を上手に利用することが必要となります。

## 解答

正しい選択肢：(b), (c), (e)

(解説)

- 身の周りの実際の液体は、非ニュートン性を示す場合が多く、ひずみ速度が変化すると流れ方も変化します。
- このような性質を上手に使うことで、液垂れ防止等の特性を付与できます。

## 演習問題 2

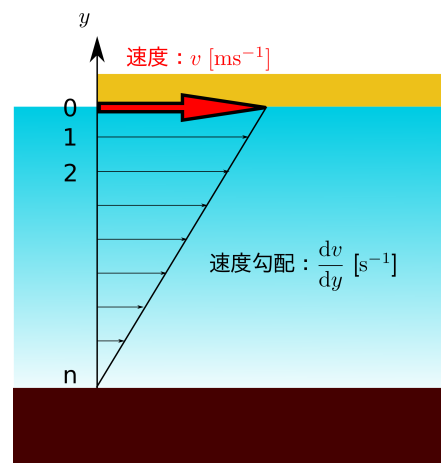
内容を振り返るために、テキストで用いた言葉を使って簡単な穴埋めを行ってください。

(1) 「流動を表すモデル」について、 から  までのカッコを埋めてください。

(a) 「流動を表すモデル」について

水面に板を浮かべたモデル

- 水深方向に  $n+1$  層に分割
  - － 水面の板との境目を 0
  - － 水底との境目を  $n$
- 液体の内部では、
  - － 水深に応じて流れる速度の分布
  - － 最も単純な状態：速度勾配が一定



注意すべきポイント

- 固体と接している液体は、その相対的な  が同じ。
  - － 移動する板と接している層 0 は板と同じ速度  $v$  で流れ、
  - － 地面に接している層  $n$  は  。
- 評価の対象である液体の内部では、
  - － 水深に応じて、流れる速度の  が生じる。
- 液体の流れる速度は、
  - － 水深  $y$  の関数として  $v(y)$
  - －  と呼ばれ、その単位は [ $\text{s}^{-1}$ ]

(b) ニュートン流体について

### ニュートン流体の特徴

- 「流動を表すモデル」において、速度勾配が (e) となっている。
- 速度勾配に従って、各層ごとに (f) が発生
  - その値は、局所的なせん断速度に比例して (g) 。
  - 逆に言えば、(h) によらずに (i) が一定。

### 選択肢

1. 分布    2. せん断応力    3. 流れない    4. 速度勾配    5. 粘度  
6. 一定    7. 変化    8. せん断速度    9. 移動速度

### 解答

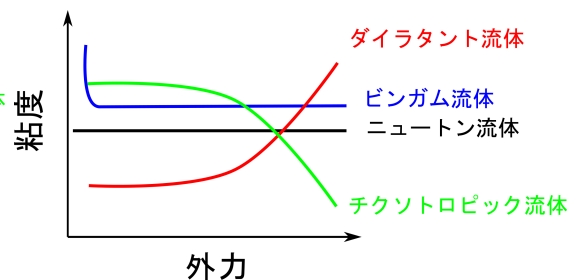
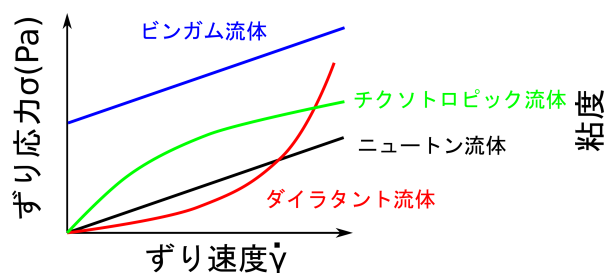
(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(i)
9	3	1	8	6	2	7	4	5

(2) 「非ニュートン流体」について、(j) から (s) までのカッコを埋めてください。

(a) 非ニュートン流体とは

### 非ニュートン流体とは？

- 簡単に言えば、ニュートン流動と異なる流動特性を示すものを指します。
  - せん断応力が (j) ではない。
  - 変形状態（せん断速度や加える力が変化）に依存して、(k) が変化する。
- その原因は多数あるが、基本的に内部に (l) を有する物質で生じる。



(b) 非ニュートン流体の発現理由

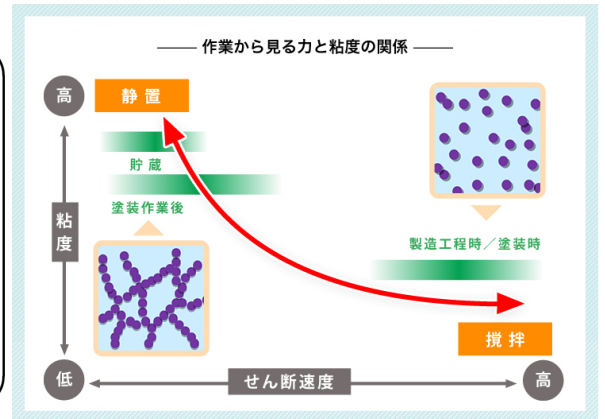
- 系の挙動を支配する特徴的な時間とは？
  - 物質の (m) に由来する特徴的な時間が存在し、
  - これは、内部構造が (n) 、再構築するための特徴的な時間と考える。
- 外部からの (o) に関わる時間（変形に関与する時間）との関係
  - 物質中の内部構造が持つ特徴的な時間よりも短い時間（速い速度）で変形すると、

- 内部構造が (p) するため巨視的な粘度が変化し、非ニュートン性が発現する。

(c) シア・シニング（チクソトロピー流体）について

シア・シニングの挙動

- (q) では内部構造が形成されて高粘度。
- 高せん断速度が付与されると、
  - 内部構造が崩壊し粘度が (r)
- せん断速度の低下により粘度が、 (s) 。



選択肢

- 内部構造
- 粘度
- 構造
- 低下
- 再上昇
- 静置状態
- 崩壊
- 変形
- 線形
- 変化

解答

(j)	(k)	(l)	(m)	(n)	(o)	(p)	(q)	(r)	(s)
9	2	3	1	10	8	7	6	4	5

### 演習問題 3

説明文中の言葉を使って数行程度の簡単な記述で構いませんので、以下の自由記述問題を考えてみてください。

- この章では、実際の我々の身の回りにある少しだけ複雑な事象についての説明を行うために、まず、最もシンプルなニュートン流体の流動を表すモデルを振り返りました。そして、非ニュートン流体という複雑な流れ方がなぜ生じるのかということを、ニュートン流動との相違という形で説明しました。

ご自身の興味のある非ニュートン流動について、文中の言葉をそのまま使って結構ですから、簡単に書いてみてください。

解答例

私は、この議論では余り詳細に立ち入っていないシア・シックニングに興味を持っています。一般に、ダイラタンシーと呼ばれる現象です。

この現象は、別に、水の上を走って渡れるというようなお遊び的なものだけではなく、普段は柔軟で衝撃を付与したときだけ衝撃吸収しながら防御できる防弾チョッキのような応用も提案されています。このような新規機能を設計できたらと望んでいます。