第２講 物質のレオロジーに進む前に
演習問題（解答）

第一章 「物質の物理を理解するために」について （本文 $2 \sim 18$ p）

演習問題 1

内容を振り返るために、以下に示した文章例の中から適切な記述のものを複数選んでください。

(1) 指数関数と対数関数についての、正しい言葉はどれでしょうか？

- **(a)** 指数関数とは、「底」と呼ばれる正の数の右肩に「指数」と呼ばれる数を載せた数式表現です。
- **(b)** 対数関数とは、指数関数の逆関数になっています。
- **(c)** 対数関数は、指数関数に反比例します。
- **(d)** 片対数グラフは、指数関数の指数を定めるときに便利に使えます。
- **(e)** 指数関数の指数が負の場合（$f(x) = \exp(-x)$）、関数 $f(x)$ は単調増加します。

解答

（正しい選択肢）
(a), (b), (d)
（解説）
指数関数の指数が負の場合がレオロジーでよく使われています。このとき、関数 $f(x)$ は単調減少して 0 に漸近していきますが、決して負にはなりません。

(2) 微積分についての、正しい言葉はどれでしょうか？

- **(a)** 微分は、対象とする関数が注目したい点の周りでどのように振る舞うのかを明らかにします。
- **(b)** 微分とは、「分母である変数の変化」と「分子となっている関数の変化」の関係を全体的に見ます。
- **(c)** 不定積分とは、微分するとその関数 f(x) に一致するような原始関数 F(x) を求める操作です。
- **(d)** 微分で瞬間の描像を取り出し、積分で全体のふるまいを総量として把握できます。
- **(e)** 不定積分により、着目する領域の面積を算出することができます。

解答

（正しい選択肢）
(a), (c), (d)
（解説）
微分とは、注目する点における関数の「局所的な振る舞い」を接線の傾きで表したものであり、「僅かな変化の比」を見ることができます。
微分で瞬間の振る舞いを取り出すことが出来ますし、積分で全体のふるまいを総量として把握することができると理解すればいいでしょう。

(3) 微分方程式についての、正しい言葉はどれでしょうか？

- **(a)** 微分方程式とは、「物理現象や化学現象を、微分の形で記述したもの」です。
- **(b)** 微分方程式は、微分を繰り返すことで解くことができます。
- **(c)** 微分方程式の例として、「放射性物質の崩壊」等の一次反応と呼ばれる化学現象を挙げることができます。

(d) 一次反応の解は、単調増加の振る舞いをします。

(e) 指数関数的な減少において、初期濃度の $1/e$ になる時間を緩和時間と呼びます。

解答

（正しい選択肢）

(a), (c), (e)

（解説）

微分方程式は、微分の逆操作である積分を用いることで解くことができます。

微分方程式の例として一次反応と呼ばれる化学現象があり、その解は指数関数的な減少を表します。

(4)「仕事とエネルギー」についての、正しい言葉はどれでしょうか？

(a) 仕事とは、「質点に力を作用して、移動すること」と一般に定義されています。

(b) 物理量として、「仕事 W は、作用させた力 F と移動した距離 s の積」として定義されます。

(c) 仕事の組立単位は、ニュートンです。

(d) エネルギーは「仕事をする能力」のことであり、仕事とエネルギーの次元は同一です。

(e) 物体や空間（場）は、力学的な仕事を受けることでエネルギーが低い状態となります。

解答

（正しい選択肢）

(a), (b), (d)

（解説）

仕事とは、「質点に力を作用して、移動すること」と一般に定義されていて、その組立単位はジュールです。

物体や空間（場）は、力学的な仕事を受けることでエネルギーが高い状態となります。

(5)「ポテンシャルと摩擦力」についての、正しい言葉はどれでしょうか？

(a) ポテンシャルとは、「任意の基準の状態を定めたうえで、着目する状態にするためにその物体あるいは空間に加えた仕事の量」と定義されます。

(b) ポテンシャルは、「ある状態から基準の状態に戻るまでに系外から加えなくてはいけないエネルギーの量」と考えることもできます。

(c) ポテンシャルは、常に「位置のみの関数として与えられる状態量」ではありません。

(d) ポテンシャルを微分すれば力が、力を積分すればポテンシャルが出る表裏一体の関係です。

(e) 摩擦を考慮した系においては、保存力ではないのでポテンシャルは定義できません。

解答

（正しい選択肢）

(a), (d), (e)

（解説）

ポテンシャルは、「ある状態から基準の状態に戻るまでに外に取り出すことのできるエネルギーの量」と考えることができます。そして、力が「保存力」であるときだけ「位置のみの関数として与えられる状態量」となります。

摩擦力は非保存力であるため、摩擦を考慮した系における仕事は経路に依存することになります。

演習問題 2

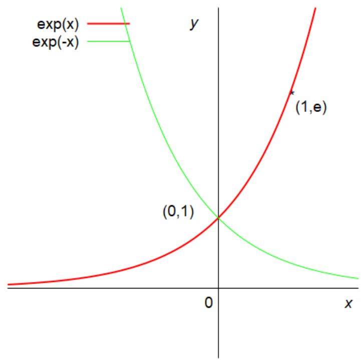
内容を振り返るために、テキストで用いた言葉を使って簡単な穴埋めを行ってください。

(1)「指数関数と対数関数」について、 (a) から (i) までのカッコを埋めてください。

(a) 指数関数の特徴について。

指数関数の特徴

- $\exp(x)$ は、 (a) します。
- $\exp(-x) = \left(\dfrac{1}{e}\right)^x$ は、 (b) です。
- 常に、点 $(0, 1)$ を通る。
- x 軸（$y = 0$）を (c) とする。

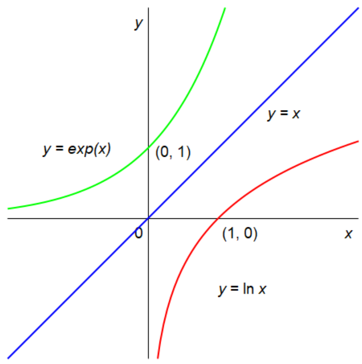


(b) 指数関数と対数関数。

指数関数と対数関数

$$a^x = M \Leftrightarrow x = \log_a M$$

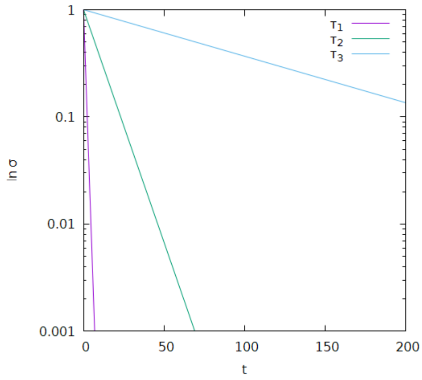
- 指数関数：
  底に (d) を作用させて真数を求める関数
- 対数関数：
  真数は (e) にどんな指数を与えたものかを求める関数
- (f) に関して対称



(c) 片対数グラフについて。

片対数グラフの例

- 指数関数を取り扱う際に、両辺の対数を取ると、
  $\ln y = ax + b$
  - 関数値の $\boxed{\text{(g)}}$ が、
  - 変数の $\boxed{\text{(h)}}$ となる。
  - 指数が $\boxed{\text{(i)}}$ として求まる。



選択肢

1. 底　2. １次関数　3. 漸近線　4. $y = x$　5. 単調減少
6. 指数　7. 単調増加　8. 対数　9. 傾き

解答

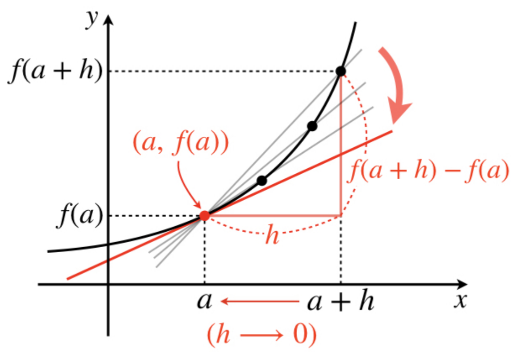
(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(i)
7	5	3	6	1	4	8	2	9

(2) 微積分と微分方程式について、以下の $\boxed{\text{(j)}}$ から $\boxed{\text{(q)}}$ までのカッコを埋めてください。

(a) 微分の直感的理解

微分の直感的説明

- 注目する点近傍での接線の $\boxed{\text{(j)}}$
  - 変数の増分と、
  - $\boxed{\text{(k)}}$ との比をとる。
- 変数の増分を $\boxed{\text{(l)}}$ にする。



(b) 微分方程式の解き方の例。

一次反応を表す微分方程式

1st step: 方程式の両辺に $\mathrm{d}t$ を掛ける。

$$\frac{1}{N}\mathrm{d}N = \boxed{\text{(m)}}$$

2nd step: 方程式の両辺に積分記号 $\int$ をつける。

$$\int \frac{1}{N}\mathrm{d}N = \boxed{\text{(n)}}$$

3rd step: 両辺の不定積分を計算する。

$$\boxed{\text{(o)}} = -at + C_2$$

4th step: 積分定数を一つ（$C = C_2 - C_1$）にまとめる。

$$\ln N = -at + C$$

5th step: 指数関数に書き直してから、定数項を書き直し（$C' = \exp(C)$）。

$$N = \boxed{\text{(p)}} = \exp(C) \times \exp(-at) = C' \exp(-at)$$

6th step: 初期条件から、

$$N(t=0) = C' \exp(-a * 0) = N_0$$
$$\therefore C' = N_0$$

Final step: 上記の定数項を用いて、濃度は時間の関数として以下となる。

$$N(t) = \boxed{\text{(q)}}$$

選択肢

1. $\exp(-at + C)$　2. $-a\int \mathrm{d}t$　3. 無限小　4. 傾き
5. $\ln N + C_1$　6. $-a\mathrm{d}t$　7. 関数の増分　8 $N_0 \exp(-at)$

解答

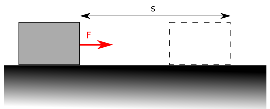
(j)	(k)	(l)	(m)	(n)	(o)	(p)	(q)
4	7	3	6	2	5	1	8

(3) 力学的な物理量について、以下の $\boxed{\text{(r)}}$ から $\boxed{\text{(z)}}$ までのカッコを埋めてください。

(a) 仕事とエネルギーについて

仕事とは

- 質点に力を作用して、移動すること
- 仕事は、(r) F と移動した距離 s の積



仕事
$W = F \times s$

エネルギーとは

- 仕事をする (s) のこと
- 物体や空間（場）は、その状態を変えることによりエネルギーを蓄える。
- 仕事とエネルギーの (t) は同一。

(b) ポテンシャルについて

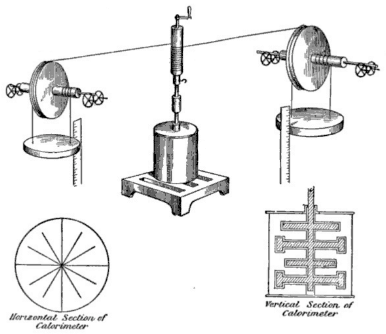
ポテンシャルとは？

- 基準の状態を定めて、
  - 着目する状態にするために、その物体あるいは空間に加えた (u)
- 逆に言えば
  - ある状態から基準の状態に戻るまでに、外に取り出すことのできる (v)
- 力が経路によらない (w) であれば、ポテンシャルが位置のみの関数の状態量となる

(c) 摩擦と熱について

摩擦と熱

- 摩擦力は (x)
- 内部の粒子の摩擦により、
  - 粒子の運動エネルギーが増加し系全体の温度が (y)
  - 非断熱系では、熱エネルギーとして外界に散逸。
- 非保存力も含めれば、系全体のエネルギーは (z)



Joule's Water-Churning Apparatus for Determining the Mechanical Equivalent of Heat.

選択肢

1. 非保存力　2. 次元　3. 上昇　4. 仕事の量　5. 保存力
6. エネルギーの量　7. 能力　8 作用させた力　9. 保存

解答

(r)	(s)	(t)	(u)	(v)	(w)	(x)	(y)	(z)
8	7	2	4	6	5	1	3	9

第二章 「物理化学として物質を見直すと」について （本文 $20 \sim 35$ p）

演習問題 1

内容を振り返るために、以下に示した文章例の中から適切な記述のものを複数選んでください。

(1) 物質の三態についての、正しい言葉はどれでしょうか？

- **(a)** マクロな視点で考えると、気体と液体は流れますが、固体は流れなくて形状を変えません。
- **(b)** 固体は、何らかの粒子が規則的に並んだ「結晶」としてモデル化される場合が多く見受けられます。
- **(c)** 固体の粒子間隔は、一般に液体のそれよりも長くなっています。
- **(d)** 液体をミクロに見ても、内部には一見してわかるような規則的な構造を有しません。
- **(e)** 気体において粒子は自由に運動していますが、その粒子間隔は液体よりも短くなっています。

解答

（正しい選択肢）
(a), (b), (d)
（解説）
固体のモデルである結晶においては一般に粒子間隔が短く、液体では気体の粒子間隔は長くなっています。なお、粒子間隔は密度の逆数です。
液体をミクロに見ても、内部には一見してわかるような規則的な構造を持たないことに注意してください。

(2) 結晶についての、正しい言葉はどれでしょうか？

- **(a)** 固体をミクロに見たとき、内部の粒子間に相互作用が存在すると考えられます。
- **(b)** Lennard-Jones ポテンシャルは、相対的に速く消失する引力と遠くまで働く斥力との差として二体間の相互作用を表します。
- **(c)** ポテンシャルを積分すると働く力が算出できます。
- **(d)** ポテンシャルの極小値において二粒子間の力は 0 となります。
- **(e)** 粒子間の距離が短くなりすぎると斥力が働き、離れすぎると引力が働きますから、その間に安定状態があります。

解答

（正しい選択肢）
(a), (d), (e)
（解説）
Lennard-Jones ポテンシャルは、二体間の相互作用を書き表したポテンシャルです。これは、相対的に速く消失する斥力と遠くまで働く引力との「和」として表されていることに注意してください。このポテンシャルを「微分」すると、二体間に働く力が算出できます。

(3)「固体と液体」についての、正しい言葉はどれでしょうか？

(a) 固体と液体との境目で融解や結晶化が生じるとき、比熱や体積は連続的に変化します。
(b) 固体の融解や液体の結晶化において、物質の内部で粒子のパッキングや運動状態も変化します。
(c) 液体を形成する粒子の相互の位置は、規則的では有りません。
(d) マクロな状態は、ミクロな粒子が熱エネルギーにより自由に動こうとするという状態と居心地のいい位置に留まりたいという状態との２つの状態のせめぎあいで決まります。
(e) 液体では、熱の影響が相対的に小さいので、それぞれの粒子が自由に移動します。

解答

（正しい選択肢）
(b), (c), (d)
（解説）
固体と液体との境目で融解や結晶化が生じるときには比熱や体積に「飛び」が生じます。このとき、物質の内部では粒子のパッキングや運動状態も変化していると考えられています。
マクロな状態はミクロな粒子がどのように運動するかで決まり、これは、熱エネルギーとポテンシャルとの釣り合いで決まります。熱の影響が相対的に大きくてそれぞれの粒子が一箇所に留まらない状態が液体です。

(4) 流れるということについての、正しい言葉はどれでしょうか？
(a) 液体が流れるときには、内部の粒子が瞬間ごとの居心地のいい状態に移動しています。
(b) 固体と呼ばれるものは、いくら長時間待っていても決して流れません。
(c) 液体を速く変形すると固体的に振る舞う場合があります。
(d) 液体を冷却すると、結晶化するとは限らないでガラス状態になることもあります。
(e) ガラス化するときも、一般には体積に飛びが出てきます。

解答

（正しい選択肢）
(a), (c), (d)
（解説）
固体と呼ばれるものであっても、非常に長時間観察していると流れる場合もあります。一方、液体も固体的に振る舞うこともありますから、その境目は曖昧です。
また、ガラス化してもミクロに内部を見た時には液体と見分けが付きませんから、一般に体積の飛びは有りません。

(5) 応力の由来についての、正しい言葉はどれでしょうか？
(a) 固体の応力は、内部のミクロな粒子が安定な位置から変位した結果生じると考えられます。
(b) 固体内部の応力は、直ちに消失します。
(c) 液体を変形させると、局所的に歪んだかごのような状態ができます。
(d) 液体においても、居心地のいい状態からの変位で応力が発生します。
(e) 歪んだ液体で生じた局所的な応力は、流れても消えません。

解答

（正しい選択肢）

(a), (c), (d)

（解説）

固体内部で生じる応力はミクロな粒子の変位によるものであり、外部からの変形が維持されていれば、一般には解消されません。

一方、液体で生じる局所的な応力は、ミクロな粒子の運動によるマクロな流動とともに消失します。

演習問題 2

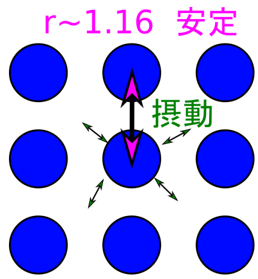
内容を振り返るために、テキストで用いた言葉を使って簡単な穴埋めを行ってください。

(1)「固体と液体」について、$\boxed{\text{(a)}}$ から $\boxed{\text{(i)}}$ までのカッコを埋めてください。

(a) 粒子多体系での相互作用について

多体系での相互作用

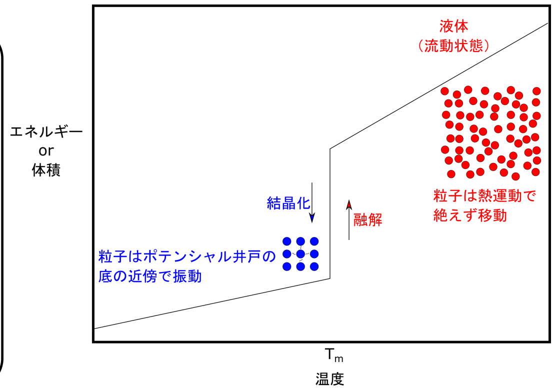
- 多体の $\boxed{\text{(a)}}$ を簡略化して、
- $\boxed{\text{(b)}}$ の相互作用に基づくとすれば、
- 多体の粒子が $\boxed{\text{(c)}}$ の近傍で摂動



(b) 固体と液体の相転移について

固体と液体の相転移

- マクロに見れば
  - 融解、結晶時に、
  - $\boxed{\text{(d)}}$ に「飛び」
- ミクロに考えると、
  - 内部の $\boxed{\text{(e)}}$ が変化
  - $\boxed{\text{(f)}}$ も変化



(c) 固体と液体の違いとは

ミクロに考えた固体と液体の違い

ミクロな状態での２つのせめぎあい

- 粒子は $\boxed{\text{(g)}}$ で揺らされる。
- $\boxed{\text{(h)}}$ のいい位置に留まりたい。

その結果として、

- 固体：相対的に揺動小
  - ポテンシャル井戸の底近傍で振動
  - 内部構造を形成。
- 液体：熱揺動が大きい
  - 多くの粒子が相互作用
  - 構造が $\boxed{\text{(i)}}$

選択肢

1. 熱エネルギー	2. 相互作用	3. 居心地	4. 運動状態	5. 不定
6. 二体間	7. 比熱や体積	8. パッキング	9. 安定状態	

解答

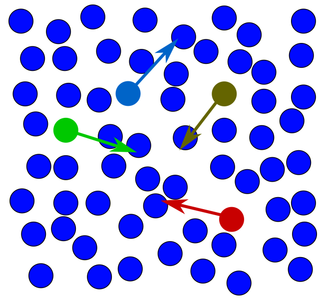
(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(h)	(i)
2	6	9	7	8	4	1	3	5

(2)「流れるということ」について、(j) から (r) までのカッコを埋めてください。

(a) ミクロに見た流動のイメージ

ミクロな流動のイメージ

- マクロな変形を与える。
  - ミクロに粒子の相互位置が変化
  - 相互のポテンシャルのために、(j) 粒子が発生。
  - 粒子の移動のバランスが変化
  - 居心地のいい位置へと (k)
- マクロな変形に従うように、粒子の位置が (l) 。



(b) 固体と液体の境目は？

(m) では固体的に

- 流動するとは、
  - 隙間に粒子が移動
  - (n) に他の粒子が移動
- 粒子が動くより速く変形しようとすると？
  - 速い速度で水を変形（高所から飛び込み）
  - 液体が固体的な挙動

長時間では (o) に

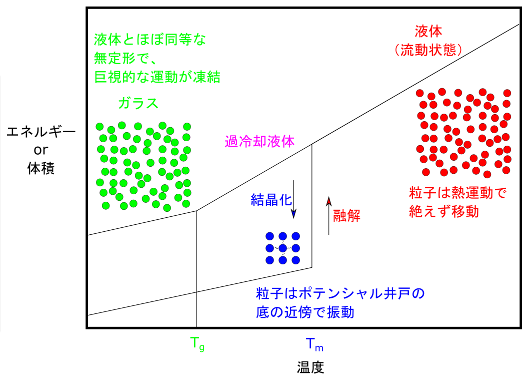
- 長時間では氷河も流れる

- コールタールも漏斗から流れ落ちる

(c) ガラス状態について

ガラス状態

- 液体からの冷却で、
- 常に (p) するとは限らない。
  - 非晶体: (q)
  - 流れない
  - 例えば、(r) 等



選択肢

1. 窓ガラス　2. 再配置　3. 液体的　4. 最適化　5. 速い変形
6. アモルファス　7. 結晶化　8. 居心地が悪い　9. 空いた場所

解答

(j)	(k)	(l)	(m)	(n)	(o)	(p)	(q)	(r)
8	2	4	5	9	3	7	6	1

(3)「応力の起源」について、 (s) から (z) までのカッコを埋めてください。

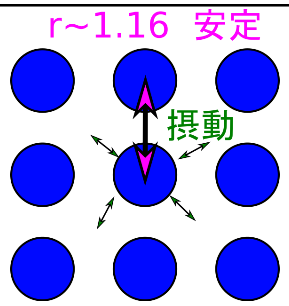
(a) 結晶の応力の起源について

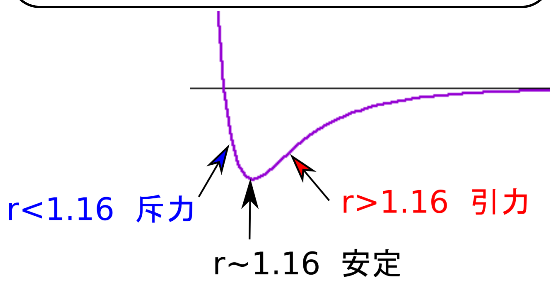
マクロな変形の付与により

- 固体内部でもミクロに変形
- マクロと相似に変形と単純化
- 粒子間で (s) から変位

ミクロに安定な位置から変位

- 局所的には二体間で考えると、
  - 接近した場合は、 ⇔ 斥力
  - 離反した場合は、 ⇔ 引力
- その (t) として、マクロな応力が発生





(b) 固体と液体の違い

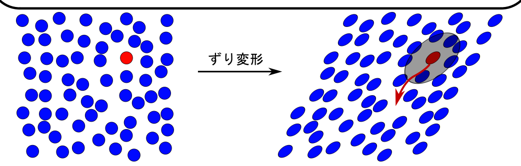
固体と液体の違い

- 固体では
  - 単純な固体は一様に変形すると考えて、
  - 生じる応力が一様で (u)
- 液体の場合
  - 変形を止めれば、応力も (v) すると考える。
  - このとき、液体内部では、
    - 粒子同士の相互作用が増加
    - 粒子が (w) すれば、増加分が消失

(c) 液体の応力について

マクロな変形

- マクロにせん断変形を付与
  - ミクロにも粒子近傍が変形
- 一粒子に着目すると、
  - ポテンシャル場が変化
  - 局所的に「 (x) 」



ミクロな応力から流動へ

- 「歪んだかご」の結果、
  - 粒子の (y) が悪化
  - 局所的な応力が発現
  - 積分値としてマクロな応力
- 「歪んだかご」からの脱出
  - ミクロな応力が消失
- マクロにも (z)
  - マクロな応力も消失

選択肢

1. 移動　2. 居心地　3. 消失　4. 積分値　5. 持続的
6. 流動　7. 歪んだかご　8. 安定位置

解答

(s)	(t)	(u)	(v)	(w)	(x)	(y)	(z)
8	4	5	3	1	7	2	6

演習問題 3

説明文中の言葉を使って数行程度の簡単な記述で構いませんので、以下の自由記述問題を考えてみてください。

(1) この章では、物理化学として物質を見直すという観点で、固体と液体の違いについてミクロなイメージの説明を行いました。
レオロジーという学問においては、流れるということが最も重要な現象となりますので、文中の言葉をそのまま使って結構ですから、ご自分なりの「流れるとはどういう現象なのか」ということを書いてみてください。

解答例

流れるという現象は、マクロに与えた変形等の刺激に対して、液体がその形を変えることによって、与えられた刺激をなかったことにしていく過程と考えることができます。
この現象をミクロに見ると、物質の内部ではもともと粒子はあらゆる方向（等方的：どの方向も平等）に移動しており、これは拡散現象と呼ばれます。マクロな変形により異方的（特定の方向にエコヒイキ）に粒子の居心地が悪くなった際に、それを改善するためにミクロな物質の移動が生じていると考えることが出来ます。