

# 小区开放对道路通行的影响

## 摘要

本文主要研究小区开放对道路通行的影响的问题，建立了带有发生、吸收点的无限Markov链模型等模型，利用MATLAB、VISSIM等软件，实现了对问题的求解。

在问题一中，我们通过分析法构建了小区开放对周边道路通行影响的综合评价指标体系。运用模糊综合评价法，我们对每个指标进行筛选、定义、量化和等级划分。同时根据大量调查资料和文献，我们确定了九项定量和定性指标的隶属度及权重，采用[0,100]评分标准对道路通行情况进行了科学合理详细的评价。

在问题二中，我们首先针对简单理想化的道路小区建立了带有发生、吸收点的无限Markov链模型，利用MATLAB软件对不同的车流量进行迭代计算，得出了开放小区后的拥挤指数。通过与没有小区的道路（即小区未开放）的拥挤指数进行对比，并作出二维关系图，在得到和我们设想基本一致的关系图后，我们可以基本确定我们所建立模型的正确性。然后我们考虑实际的道路小区，在上述Markov模型的基础上，参考实际情况加入约束进行优化建立了基于Markov链的路网OD模型。通过MATLAB软件计算，并和VISSIM得出的仿真结果进行对比，模型吻合度高。

在问题三中，我们结合建立的车辆模型及小区的类型，对每一种类型的小区进行分析，分别得出了不同车流量对同一路网结构的影响曲线，不同路网结构对同一车流量的影响曲线，结合问题一中建立的评价体系，定量比较了各类型小区开放前后对道路通行的影响。

在问题四中，通过归纳第三步所得数据，我们发现，小区道路规模、结构和周边道路结构对道路交通的改善与否有着密切的联系。根据研究结果，我们从交通通行的角度，主要从小区道路规模、小区道路结构、小区周边道路复杂度和强健程度、小区和周边道路的结合这四个方面，向城市规划和交通管理部门提出关于小区开放的合理化建议。

**关键字:** 开放小区；马尔可夫链模型；OD模型；约束

## 1 问题重述

2016年2月21日，国务院发布《关于进一步加强城市规划建设管理工作的若干意见》，其中第十六条关于推广街区制，原则上不再建设封闭住宅小区，已建成的住宅小区和单位大院要逐步开放等意见，引起了广泛的关注和讨论。除了开放小区可能引发的安保等问题外，议论的焦点之一是：开放小区能否达到优化路网结构，提高道路通行能力，改善交通状况的目的，以及改善效果如何。一种观点认为封闭式小区破坏了城市路网结构，堵塞了城市“毛细血管”，容易造成交通阻塞。小区开放后，路网密度提高，道路面积增加，通行能力自然会有提升。也有人认为这与小区面积、位置、外部及内部道路状况等诸多因素有关，不能一概而论。还有人认为小区开放后，虽然可通行道路增多了，相应地，小区周边主路上进出小区的交叉路口的车辆也会增多，也可能会影响主路的通行速度。

我们的任务是建立数学模型，就小区开放对周边道路通行的影响进行研究，为科学决策提供定量依据，并完成以下分析：

1. 请选取合适的评价指标体系，用以评价小区开放对周边道路通行的影响。
2. 请建立关于车辆通行的数学模型，用以研究小区开放对周边道路通行的影响。
3. 小区开放产生的效果，可能会与小区结构及周边道路结构、车流量有关。请选取或构建不同类型的小区，应用你们建立的模型，定量比较各类型小区开放前后对道路通行的影响。
4. 根据我们的研究结果，从交通通行的角度，向城市规划和交通管理部门提出关于小区开放的合理化建议。

## 2 符号说明

符号	说明
$u_1$	交叉口延误时间
$u_2$	路网连接度
$u_3$	路网密度
$s$	路网饱和度
$q$	路段交通流量
$N$	道路通行能力
$I_R$	路网拥堵指数

Table 1: 符号说明

## 3 基本假设

- 1、所考察的交通情况不受环境、气候等外界因素的影响。
- 2、所研究的道路上没有红绿灯，路障等限制因素。

3、车辆在交叉路口道路的选择只与之前和现在的道路通行情况有关，而不受未来的影响。

## 4 模型建立和求解

### 4.1 问题一的分析与建模

#### 4.1.1 评价指标体系的建立

建立小区开放对周边道路通行影响的综合评价体系，大致可分为理论准备、指标体系初选、指标体系测验（即筛选）、指标体系应用四个环节。

小区开放对周边道路通行的影响主要包括交叉口延误时间、排队长度、行程延误时间、路网系统的效率等等。路网系统的效率可分为路网规模、路网结构和路网运行几个方面评价。对于本课题，我们用路网连接度、路网可达性、路网密度等指标来描述路网规模与路网结构，用路段交通流量、道路通行能力、路网平均饱和度、路网平均行程车速、路网拥堵系数等指标来描述路网运行。接下来，我们将详细研究各评价指标的定义、计算方法、指标获取方法。在参考有关规范和文献的评价标准的基础上，根据小区周边道路交通系统的实际情况确定部分指标的分级标准建议值。

#### 4.1.2 路网连接度

道路交通系统能连接集散点，使城市功能区域与需要这些功能的区域连接起来。一个低效的道路系统，人们出行不便，城市各功能区不能有效连接，城市的疏导功能失去意义，不能正确引导城市土地和经济发展。道路网的连接功能可由路网连接度度量 [6]。

**定义 1** 路网连接度 构成城市道路网的边数与节点数目的比值。即

$$u = \frac{\sum_i m_i}{N} \quad (1)$$

其中， $N$ 为路网总节点数， $M$ 为路网总边数（路段数）， $m_i$ 第 $i$ 节点所邻接的边数。

连接度的物理含义是路网中节点的平均邻接边数，表征了不同网络结构的连通性能、成熟程度和出行便利程度。连接度越高，表明路网断头路越少，成环成网程度越好，反之则表明路网连通性差，其具体评价等级划分见下表。

标准等级	一	二	三	四	五
$u$	$> 3.5$	$[3.2, 3.5)$	$[2.9, 3.2)$	$[2.6, 2.9)$	$[1, 2.6)$

Table 2: 路网连接度等级划分建议值

### 4.1.3 路网可达性

在交通领域中，可达性是评价交通网合理性、运输效率的重要指标，描述了各交通小区之间的可动性指标、在市中心、商业中心等重要集散地的易动性等等。

**定义 2** 路网可达性 构成城市道路网的城市各交通小区间实际距离的平均值。即

$$u = \frac{\sum_{(r,s) \in \Omega} L_{rs}}{n} \quad (2)$$

式中， $L_{rs}$ 为OD对(r,s)的最短实际距离，可用Dijkstra算法得出， $\Omega$ 为对OD的集合n为OD对数。

### 4.1.4 路网密度

**定义 3** 路网密度 建成区内道路长度与建成区面积的比值（道路指有铺装的宽度3.5米以上的城市道路）。

$$u = \frac{\sum_{a \in A} l_a}{S} \quad (3)$$

式中， $l_a$ 为建成区用地内道路a的长度（公里），A为建成区道路集，S为建成区面积（平方公里）

由于不同类型的路网密度需求不同，所以我们对于不同类型的城市采用不同的评价标准。文献[1]给出了四类城市的路网密度评价标准，见下表。

标准等级	一	二	三	四	五
A、B类城市	$\geq 9.5$	[8.0,9.5)	[6.5,8.0)	[5.0,6.5)	[1.0, 5.0)
C类城市	$\geq 8$	[7.0,8.0)	[6.0,7.0)	[5.0,6.0)	[1.0, 5.0)
D类城市	$\geq 7$	[6.0,7.0)	[5.0,6.0)	[4.0,5.0)	[1.0, 4.0)

Table 3: 路网密度等级划分建议值

其中，城市分类为：A类城市-特大型城市；B类城市-大型城市；C类城市-中型城市；D类城市-其余城市。

### 4.1.5 交叉口延误时间

交叉口是提供车流转向的地点，也是车流汇流分流的地点。一般以延误、排队长度等作为信号控制交叉口的交通效益评价指标。延误不仅反映了信号交叉口交通控制、交通设计的合理性，同时也反映了道路使用者的受阻程度和感受到的服务质量，以及能源消耗和环境影响等，所以以交叉口的延误作为主要指标来评价道路通行状况是一种行之有效的方法。

**定义 4** 交叉口延误时间 车辆通过交叉口的实际时间与假定车辆在不受交叉口几何条件、交通条件、控制措施等因素影响情况下按原车速匀速通过交叉口所需时间这两者的差值，记为 $u_1$ 。

本文中采用交叉口平均延误计算方法。平均延误计算表达式为：

$$u = \frac{0.5T(1 - \frac{t_g}{T})}{1 - [\min(1, x) \cdot \frac{t_g}{T}]} \quad (4)$$

式中： $T$ 为信号周期长度， $t_g$ 为有效绿灯时间， $x$ 为道路饱和度。根据统计资料及文献，我们采用如下指标等级：本文选取小区交叉口延误超过60s的路口为严重阻塞路口。

标准等级	一	二	三	四	五
u	[0,11)	[11,20)	[20,40)	[40,60)	> 60

Table 4: 交叉口延误等级划分建议值，单位：s

#### 4.1.6 排队长度

**定义 5** 排队长度 当前周期的排队长度等于分析时段内平均滞留车辆数与当前周期来车造成排队的车辆数之和。记为 $u_2$ 。当前周期来车造成排队的车辆数与来车强度和红灯时间的乘积成正比，与上一周期剩余饱和度成反比。

#### 4.1.7 路段交通流量

借用物理学概念，将交通流近似看作一辆辆汽车组成的连续流体，可以用流量、速度、密度这三个参数描述交通流的基本特性。假设某时刻通过道路指定断面的车辆速度为 $v$ ，通常以 $km/h$ 为单位；某时刻通过指定断面的车辆密度为 $k$ 。于是有

**定义 6** 路段交通流量 设某时刻单位时间内通过道路指定断面的车辆数称为流量，记为 $q_i$ 。

$$q_i = vk$$

#### 4.1.8 道路的通行能力

道路通行能力是度量道路疏导交通能力的指标，它由道路设施、交通服务、环境、气候等诸多条件决定，其数值是相对稳定的。当流量小于通行能力时，车速高，呈自由流状态；随着车辆增加，运行状况恶化，当流量接近通行能力时，车速将近，呈强制流状态，出现交通拥堵。

**定义 7** 道路的通行能力 在理想的道路和交通条件下，以前后两车最小车头间隔连续行驶时，单位时间内通过道路上指定断面的最大车辆数，记作 $pcu$ （辆/h）。

通行能力表示道路的容量，反映服务水平；交通流量表示道路的负荷，反映交通需求。流量和通行能力的比值可以用来表征道路的负荷程度，称饱和度或利用率。根据我国2012版《城市道路工程设计规范》，我们给出的评价建议值如下：

标准等级	一	二	三	四	五
交通流量(辆/h)	$\geq 1000$	[900,1000)	[700,900)	[400,800)	(0,400)
通行能力pcu(辆/h)	$\geq 1400$	[1300,1400)	[1100,1300)	[800,1100)	(0,800)

Table 5: 交通流量与通行能力等级划分建议值

#### 4.1.9 路网饱和度

把城市道路网看成是由时间和空间决定的一种资源，任何交通个体的出行都会占用所使用道路的一定的时间和空间，即消耗一定的时空资源。

时段 $T$ 内，通过某条道路的第 $m$ 种交通方式的交通个数为 $N_m$ ，道路最大能通过的第 $m$ 种交通方式的交通个体数为 $M_m$ 。使用 $\frac{N_m}{M_m}$ 表示交通使用道路资源的效率，即用交通量与实际通行能力 $c_m$ 的比值—饱和度，作为衡量指标。

**定义 8** 路网平均饱和度 平均饱和度为

$$u = \frac{\sum_{a \in A} q_a l_a}{\sum_{a \in A} c_a l_a} \quad (5)$$

式中，在研究时段 $T$ 内， $q_a$ 为道路 $a$ 上某种交通方式的交通量， $c_a$ 为道路 $a$ 的该交通方式的实际通行能力， $l_a$ 为道路 $a$ 的长度， $A$ 为城市路网道路集。

#### 4.1.10 路网拥堵指数

根据道路通行情况，一些城市设置的综合反映道路网畅通或拥堵的概念性指数值，拥堵指数相当于把拥堵情况数字化。拥堵指数是集交通拥堵空间范围、持续时间、严重程度的为一体的综合性数值,能够帮助居民判断出行时间消耗和有关路线的选择。在不考虑车速下降至一定数值时仍保持前行的情况下，假设路段拥堵指数与行程时间比呈线性相关，即在最拥堵时假设车辆停止直至拥堵指数降低。

$$I_i = \begin{cases} 1 - \frac{0.44}{T_i} & T_i > 2.2 \\ \frac{2}{3}(T_i - 1) & 1 \leq T_i \leq 2.2 \\ 0 & T_i < 1 \end{cases} \quad (6)$$

城市交通问题反映的不仅是某个路段的问题，它是整个交通系统各个组成部分综合作用的结果。在对路段进行了合理评价后，引入路网交通拥堵指数评价指标，对整个路网系统的运行状态都能做出相应的评价。

**定义 9** 路网拥堵指数 定义路网拥堵指数为各路段拥堵指数的加权统计平均值。

$$I_R = \frac{\sum_{i=1}^n \alpha_i * I_i}{\sum_{i=1}^n \alpha_i} \quad (7)$$

标准等级	一	二	三	四	五
路网饱和度	< 0.40	[0.40,0.60)	[0.60,0.75)	[0.75,0.9)	> 0.9
路网拥堵指数	[0,0.90)	[0.90,0.95)	[0.95,1.00)	[1.00,1.05)	$\geq 1.05$

Table 6: 路网饱和度拥堵指数等级划分建议值

#### 4.1.11 指标权重的确定

综合评价模型，需要通过数学模型将多个评价指标值 " 合成 " 为一个整体性的综合评价值。选用或构造合适的集结模型（综合评价函数） $y = f(a, x)$ 。求出各被评价对象 $i$ ，的综合评价价值 $y_i$ ，并根据评价价值的大小进行排序和分类。

本文采用模糊综合评价法（FCE），应用模糊数学理论，将一些定义含糊，无法定量或界限不明的因素定量化，进而综合评价有关指标。将各指标值在大量有关学者专家被评定在各等级的频率 [5]，作为指标值的隶属度，从而可以确定各项指标的权重如下：其中，道路系统、交

	道路系统	交通系统	管控系统
	0.333	0.332	0.335
道路系统：	路网连接度	路网可达性	路网密度
	0.302	0.349	0.349
交通系统：	交叉口延误时间	排队长度	路段交通流量
	0.323	0.336	0.341
管控系统：	道路通行能力	路网平均饱和度	路网拥堵指数
	0.296	0.353	0.351

Table 7: 指标层权重表

通系统、管控系统为评价指标体系的准则层，它们分别包含三个子目标层。从表中可看出，三个子系统的重要度相对均匀，道路子系统中，路网可达性、路网密度较为重要。对于交通子系统而言，排队长度、交通流量较为受到重视。管理子系统中，路网饱和度、路网拥堵指数是专家关注的重点。

## 4.2 问题二的求解

### 4.2.1 马尔可夫链

马尔可夫链，因安德烈·马尔可夫（A.A.Markov, 1856—1922）得名，是指数学中具有马尔可夫性质的离散事件随机过程。该过程中，在给定当前知识或信息的情况下，过去（即当前以前的历史状态）对于预测将来（即当前以后的未来状态）是无关的。

#### 马尔可夫过程

设随机过程 $X(t), t \in T$  的状态空间为  $S$ ，如果对于任意的  $n \geq 2$ ，任意的  $t_1 < t_2 < \cdots < t_n \in T$ ，在条件 $X(t_i) = x_i, x_i \in S, i = 1, 2, \cdots, n-1$  下， $X(t_n)$  的条件概率分布函数恰好等于其在条件

$X(t_{n-1}) = x_{n-1}$  下的条件概率分布函数, 即

$$P(X(t_n) \leq x_n | X(t_1) = x_1, X(t_2) = x_2, \dots, X(t_{n-1}) = x_{n-1}) = P(X(t_n) \leq x_n | X(t_{n-1}) = x_{n-1}) \quad (8)$$

则称 $X(t), t \in T$ 具有马尔可夫性, 并称此过程为马尔可夫过程。

#### 马尔可夫链在本题中的应用

虽然在本问题中, 要求处理的车流量是一个连续的变量, 但是因为计算机只能处理离散的数据, 所以我们只能通过大量的离散数据来逼近连续过程, 即马尔可夫链。马尔可夫链是时间和状态都离散的马尔可夫过程, 其马尔可夫性可用条件分布概率来表示, 即对任意的正整数 $n, r$ 和 $0 \leq t_1 < t_2 < \dots < t_r < m; t_i, m, n+m \in T_1$ , 有

$$P(X_{m+n} = a_j | X_{t_1} = a_{i_1}, X_{t_2} = a_{i_2}, \dots, X_{t_r} = a_{i_r}, X_m = a_i) = P(X_{m+n} = a_j | X_m = a_i) \quad (9)$$

其中 $a \in I$ 记上式右端为

$$P_{ij}(m, m+n) = P(X_{m+n} = a_j | X_m = a_i) \quad (10)$$

我们称其为马氏链在时刻 $m$ 处于状态 $a_i$ 条件下, 在时刻 $m+n$ 转移到 $a_j$ 的转移概率。由转移概率组成的矩阵 $P(m, m+n) = (P_{ij}(m, m+n))$ 称为马氏链的转移概率矩阵

#### 多步转移概率的确定和马氏链的遍历性

根据柯尔莫哥洛夫定理 [2], 对于一个马尔可夫链 $X_n, n = 1, 2, \dots$ , 称以 $m$ 步转移概率 $P_{ij}(m)$ 为元素的矩阵 $P(m) = (P_{ij}(m))$ 为马尔可夫链的 $m$ 步转移矩阵。

若对一个固定的状态, 不管链在某一时刻从什么状态出发, 通过长时间的转移, 到达该状态的概率都趋于 $\pi$ , 那么称这个链具有遍历性, 即该链是收敛的。在本题中, 由于有发生点和吸收点, 所以这是一个无限链的问题。对于无限链的遍历性, 通过 [3]中的方法, 发现我们所探讨的模型都不具有遍历性。于是我们引入迭代最大次数的定义 (见问题一) 来处理。

### 4.2.2 模型的建立

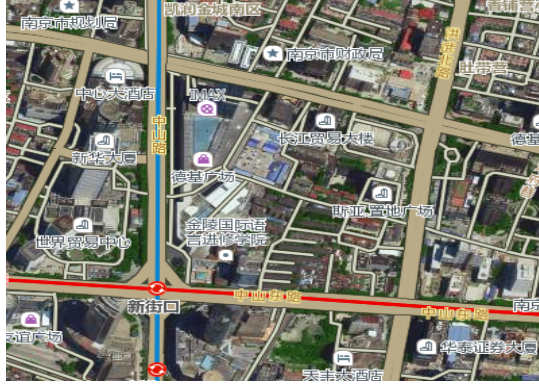
车辆从一个路段 (小区) 转移到另一个路段 (小区) 的概率集合就组成了马尔可夫链。随机游动是指一个质点在直线 (或平面或空间) 上的某个范围内随机地逐步移动。在交通网络中, 车辆在交叉口之间、小区进出口与路段之间的随机移动可以看作是随机游动。考虑一般路网情况, 假定路网有 $r$ 个发生点或吸引点 (小区), 有 $s$ 个路段 (直接与小区相连接), 这些路网元素变量可表示路网的状态, 发生点代表交通产生量, 吸引点代表交通吸引量, 路段表示路段交通量。马尔可夫过程中的转移概率代表机动车在路网元素之间的转向概率, 转移概率矩阵可表达为 [1]

$$P_{(2r+s) \times (2r+s)} = \begin{bmatrix} I_{r \times r} & O_{r \times (r+s)} \\ R_{(r+s) \times r} & Q_{(r+s) \times (r+s)} \end{bmatrix} \quad (11)$$

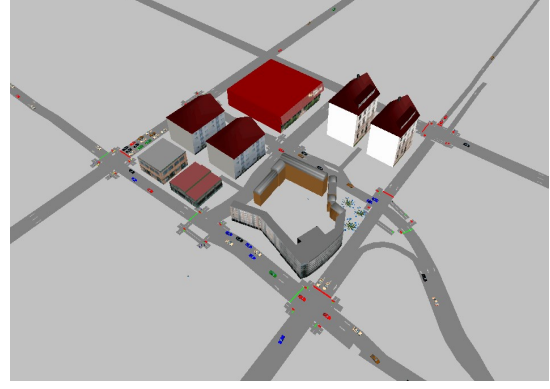
式中: $I$ 表示一个单位阵( $r, r$ );  $O$ 表示空矩阵( $r, r+s$ );  $R$ 表示车辆从发生点或路段向吸引点转移的概率矩阵( $r+s, r$ );  $Q$ 表示车辆在发生点以及路段间转移的概率矩阵( $r+s, r+s$ )。

由于发生点和吸引点之间不存在直接的转移, 也不存在向发生点转移的车辆, 所以 $R_{(r+s) \times r}$ 和 $Q_{(r+s) \times (r+s)}$ 有如下特性:





(a) 实际道路



(b) 车辆小区3D模型

Figure 1: 右图为根据实际的小区及道路（左图）建立的3D模型

$$R_{(r+s) \times r} = \begin{bmatrix} R_{1,r \times r} \\ R_{2,s \times r} \end{bmatrix} Q_{(r+s) \times (r+s)} = \begin{bmatrix} I_{r \times r} & O_{1,r \times s} \\ R_{s \times r} & Q_{2,s \times s} \end{bmatrix} \quad (12)$$

式中： $R_{1,r \times r}$ 为空矩阵； $R_{2,s \times r}$ 为路段到吸引点的转移概率； $O_{1,r \times s}$ 为发生点到路段的转移概率； $O_{2,s \times s}$ 为路段之间的转移概率； $O_{n,ij}$ 为车辆从*i*出发经*n*步转移到*j*的概率，*i,j*代表路段、产生点或吸引点。

对于一个路网来说，设小区数为 $q=m$ ，路段数为 $s=n$ ，以 $r^*$ 表示吸引点， $r$ 表示发生点，则转移概率矩阵可描述为

$$R = \begin{bmatrix} & r_1^* & r_2^* & \cdots & r_m^* \\ r_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ r_m & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ s_1 & s_1 r_1^* & s_1 r_2^* & \cdots & s_1 r_m^* \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ s_n & s_n r_1^* & s_n r_2^* & \cdots & s_n r_m^* \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$Q = \begin{bmatrix} & r_1 & r_2 & \cdots & r_m & s_1 & s_2 & \cdots & s_n \\ r_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & r_1 s_1 & r_1 s_2 & \cdots & r_1 s_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ r_m & 0 & 0 & \cdots & 0 & r_m s_1 & r_m s_2 & \cdots & r_m s_n \\ s_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & s_1 s_1 & s_1 s_2 & \cdots & s_1 s_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ s_n & 0 & 0 & \cdots & 0 & s_n s_1 & s_n s_2 & \cdots & s_n s_n \end{bmatrix} \quad (14)$$

式中： $R$ 为 $(m+n,m)$ 矩阵； $Q$ 为 $(m+n,m+n)$ 矩阵。矩阵中各元素代表小区及路段之间的交通转移概率，可以通过线圈或视频检测器获取。

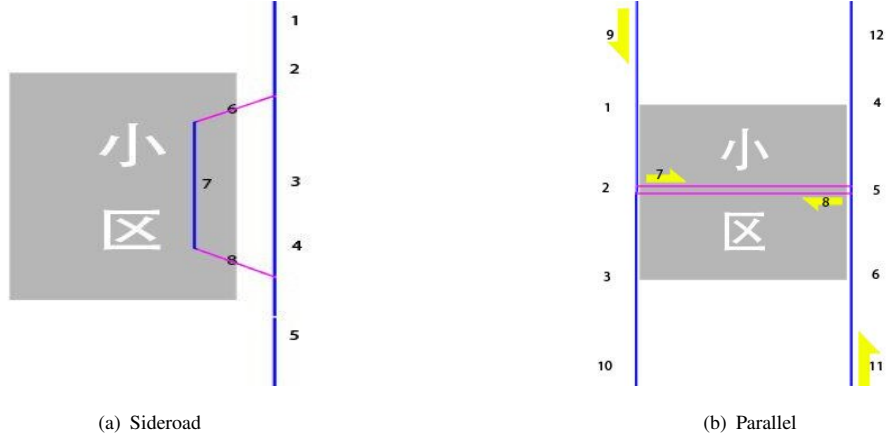


Figure 2: 理想化小区模型图

### 4.2.3 OD估计模型的建立

OD模型是用于预估交通流的一种模型。在我们处理复杂路网，无法对初始状态向量给出定义的时候，运用OD估计模型更加准确地给出初始状态向量。考虑OD的所有转移情况，由切普曼—柯尔莫哥洛夫方程加和得到从发生点产生的车辆经过各个路段的全概率矩阵

$$(Q_{ij})_0 + (Q_{ij})_1 + (Q_{ij})_2 = [I - Q_{ij}]^{-1} \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} I & Q_{ij} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} I_{r \times r} & -Q_{1,r \times s} [I_{s \times s} - Q_{1,s \times s}]^{-1} \\ O & [I_{s \times s} - Q_{1,s \times s}]^{-1} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$[I - Q_{ij}]^{-1}R$ 是 $(r + s, r)$ ，表示从发生点或路段离开的车辆到达吸引点的概率，进一步得

$$(Q_2)_0 + (Q_2)_1 + (Q_2)_2 + \cdots = [I - Q_2]^{-1} \quad (17)$$

$$U_{1 \times r} = V_{1 \times (r+s)} [I - Q_{ij}]^{-1} R_{(r+s) \times r} \quad (18)$$

$$x_{1 \times s} = V_{1 \times (r+s)} Q_{1 \times (r+s)} [I - Q_{2,s \times s}]^{-1} \quad (19)$$

$$M_{OD} = V_{r \times (r+s)} [I - Q_{ij}]^{-1} R_{(r+s) \times r} \quad (20)$$

式9表示车辆在各路段之间的转移概率矩阵； $V_{r \times (r+s)}$ 表示发生点的交通产生量； $M_{OD}$ 表示OD矩阵。

## 4.3 问题三的求解

### 4.3.1 小区模型的建立

因为在车流量模型中，转移概率矩阵中的表示车辆在交叉口选择道路的概率反映了小区的规模，所以我们的小区模型只需要表示出不同的小区出口与周边道路连接的构造。

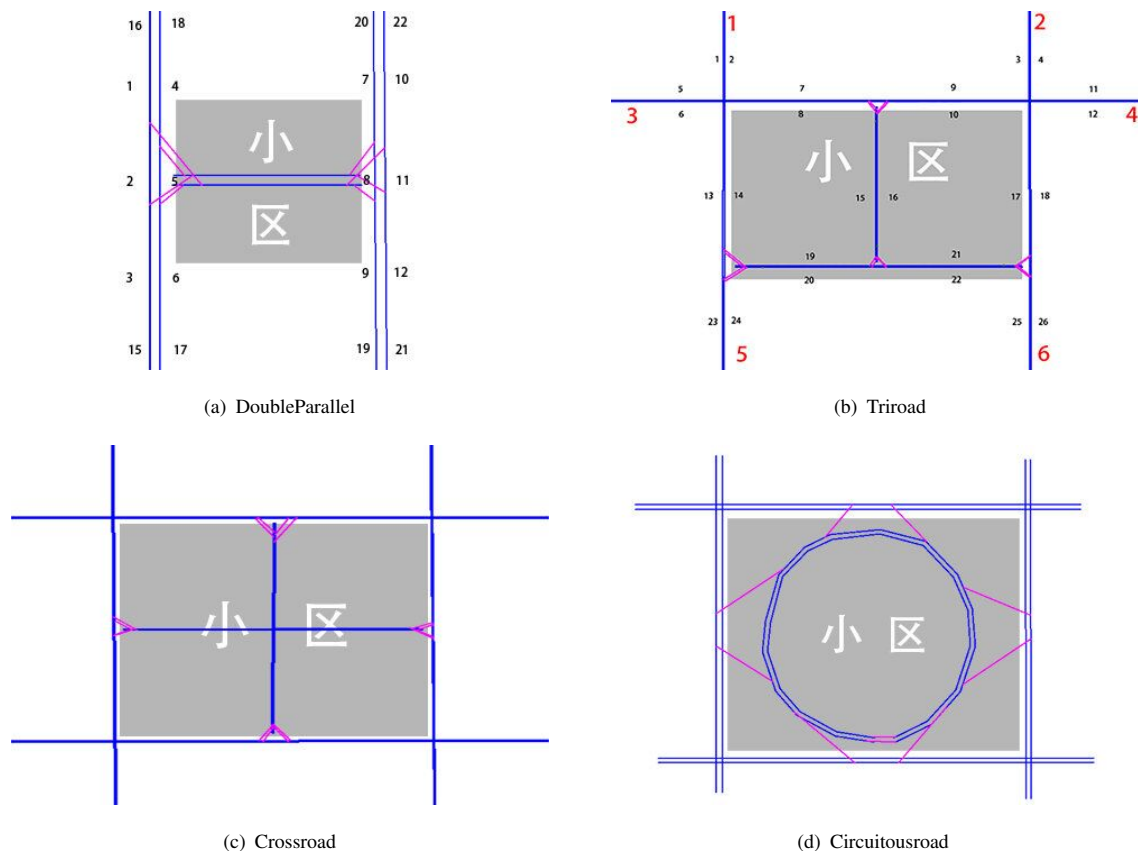


Figure 3: 典型化小区模型图

首先我们先构造了理想化小区的模型，如图2所示。其中图2(a)中的小区位于主路的一侧，开放小区相当于给主路添加了一条辅路。图2(b)中的小区位于两条主路的中间，但是这两条主路都是单行线，行驶方向如图所示。小区内可以双向行驶。我们通过对理想化小区模型的研究可以为之后典型化小区模型的研究提供参考。

当今小区的大小规模及里面的路况各有不同，我们通过参考当地主要小区的构造及周边的路况 [4]，选取了以下几个具有代表性的模型，如图3。从图3(a)到图3(d)小区的路网连接度依次增大。为了模型求解的方便，参考稀疏矩阵的特性，我们对与小区连接的主路进行了如下设定。图3(a)与图3(d)中与小区连接的主路分别是两条往返的单行线。而图3(b)与图3(c)中与小区连接的主路分别是一条往返的双行线。

#### 4.3.2 车辆通行模型的应用与检验

相同开放小区以不同方式接入原有网络和不同的小区以相同的方式接入原有网络，对路网结构和周边道路通行情况的影响程度不同；路网结构相似的小区由于在城市中所处位置不同，接入路网结构的影响程度也不相同。

分析可知，对于小区规模，如果已知小区数 $q$ 、路段数 $s$ 及路程 $l$ ，则可以计算出路网密度、路网连接度。对于转移概率 $p$ 、 $q$ ，可以根据实际情况确定路网饱和度、车程以及拥堵指数等因素得出。发生点 $r$ 的车辆数受排队长度、交叉口延误时间影响，可以由之确定。考虑实际的交通

情况, 当一个路段出现拥挤, 达到该路段所能容纳的最大车辆数时, 势必无法再向该路段加入车辆。通过结合第二问的车辆模型和小区的模型, 易知道, 小区的交叉口是最容易出现拥堵的地方。因而在每次转移矩阵迭代之后, 我们对矩阵中代表交叉口的元素进行判断。若已达到了该路段的饱和度时, 我们将不再对路网加入车辆。

### 4.3.3 模型的求解

在矩阵中, 以平衡元素来代表发生点和吸收点, 而其它普通元素代表路段。最后通过计算主路段上的车辆拥堵指数来衡量小区开放前后对道路通行的影响。

车辆在交叉路口选择道路的概率取决于道路与小区交叉口的延误时间 $u_1$ 、连接度 $u_2$ , 道路与小区形成路网的密度 $u_3$ 。因为我们建立的模型的约束, 使得每个交叉口只有两种选择, 其概率分别为 $p$ 、 $q$ 。很自然的, 有 $p + q = 1$ 的约束。所以有公式21, 其中 $f$ 为经验公式 [5]。

$$\begin{aligned} p &= f(u_1, u_2, u_3) \\ q &= 1 - p \end{aligned} \quad (21)$$

将上述公式运用在小区的交叉口, 有正比关系 $p \propto u_2 \times u_3$

我们用道路加权向量来表示主干路和小区内道路对车流量的影响, 道路加权向量 $a \in R_{1 \times n}$ 与第 $i$ 路程通行能力有关 $N_i, i = 1, 2, \dots, n$  (研究的路网中路段总数为 $n$ ), 根据经验公式 [5]。

$$a = g(N_1, N_2, \dots, N_n) \quad (22)$$

关于马尔可夫链的迭代次数 $n$ 与路段长度 $d$ , 车辆在主干路上的平均车速 $v_1$ , 车辆在小区路上的平均车速 $v_2$ <sup>1</sup>, 研究时段 $t$ <sup>2</sup>, 车流量 $q_i$ 有关, 根据经验公式 [5]。

$$n = f(d, v_1, v_2, t, q_i) \quad (23)$$

### 4.3.4 拥堵指数与路网的关系

在理想化模型 $a, b$ 中, 根据公式22、23, 得出迭代次数 $n$ , 道路加权向量。根据公式21设定交叉口拐弯概率 $p$ , 并设定初始交通流量 $q_i$ , 如表8。在这里我们的交叉口拐弯概率是小于50%, 这是因为我们认为小区的道路没有主干路宽敞, 故而拐向小区的概率小于继续在主干路行驶的概率。

指标	初始交通流量	迭代次数	交叉口拐弯的概率 $p$	道路加权向量
数值	1000	10	0-0.5	$a$

Table 8: 理想化模型中的参数

对两个理想化模型 $a, b$ , 分别进行数值计算和matlab模拟得出理论计算的结果和模型计算的结果。得出的车流量 $q_i$ 与交叉口拐弯概率 $p$ 的关系图如图4。可以看出我们理论计算的结果和我模型计算的结果几乎一致, 可以断言我们建立的模型基本是正确的。

<sup>1</sup>根据道路交通法规, 城市公路限速30km/h, 小区限速5km/h。

<sup>2</sup>对于研究时段的确定, 考虑到需要研究的是道路的拥堵状况, 故而以交通最拥堵的时段为研究时段将会有代表性。以南京的早晚高峰为例, 时长 $t=3h$ 。

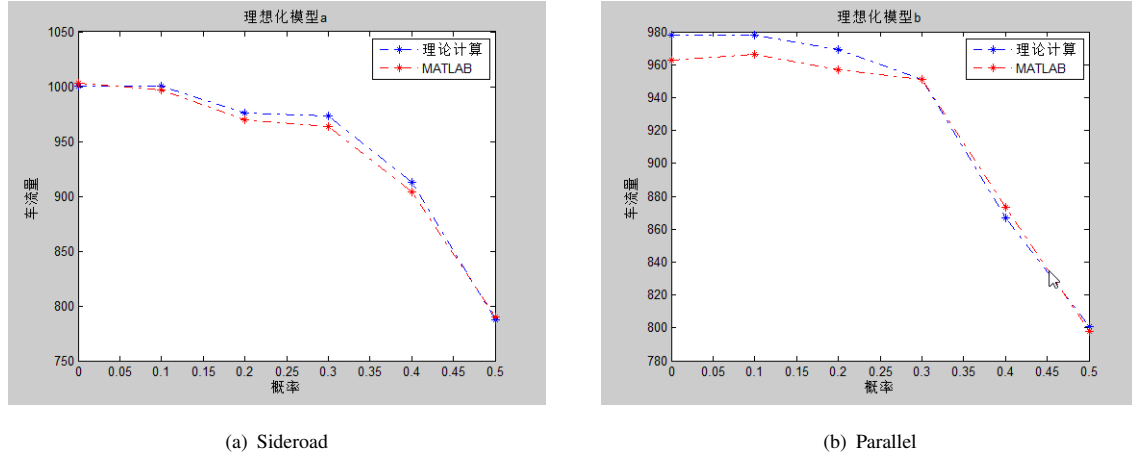


Figure 4: 理想化模型a,b车流量与交叉口拐弯概率的关系

于是我们将我们的模型运用到典型化模型并得出了车流量和交叉口拐弯概率的关系。因为交叉口拐弯概率 $p$ 反映了道路与小区交叉口的延误时间 $u_1$ 、连接度 $u_2$ ，道路与小区形成路网的密度 $u_3$ ，因而间接得出了车流量和路网性质的关系，从而就知道了小区开放与否对道路通行的影响。由图5到图7可以看出不同的路网结构对拐入小区的的概率反应不同。

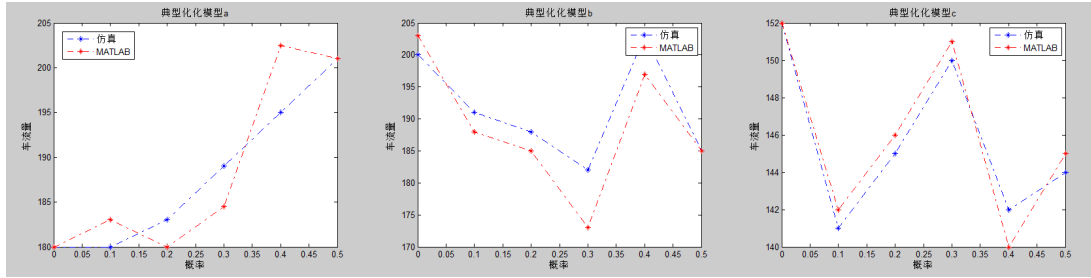


Figure 5: DoubleParallel

Figure 6: Triroad

Figure 7: Crossroad

对于典型化模型a (doubleparallel)，随着拐入小区的概率增大，主路车流量逐渐增加。对于典型化模型b (triroad)，随着拐入小区的概率增大，主干道的车流量首先有所降低，当达到阈值之后，车流量又反弹增加。这说明随着进入小区的车辆数增加，达到了小区道路的最大通行能力。对于典型化模型c (crossroad)，随着拐入小区的概率增大，主干道的车流量先减小后增加又降低，有较大起伏。为了研究这种趋势，我们引用问题一中的拥堵指数，如图8。

通过表9，我们可以看到对于小型小区，只有如典型化模型a (doubleparallel) 适宜开放；对于中型小区，三种典型化模型都不是特别适合开放，但是相对来说，典型化模型的b (triroad) 的开放效果最差不适宜开放，典型化模型a (doubleparallel) 和典型化模型c (crossroad) 可以考虑开放；对于大型小区，典型化模型a (doubleparallel) 开放后对主路拥堵情况的缓解效果好，典型化模型b (triroad) 比典型化模型c (crossroad) 在开放时表现更佳。

可以看到一方面小区的开放减轻了周边交通压力，但同时小区的通行能力有限，所以对于小区的规模和小区与主干路的连接（即对应不同的模型）不能一概而论。

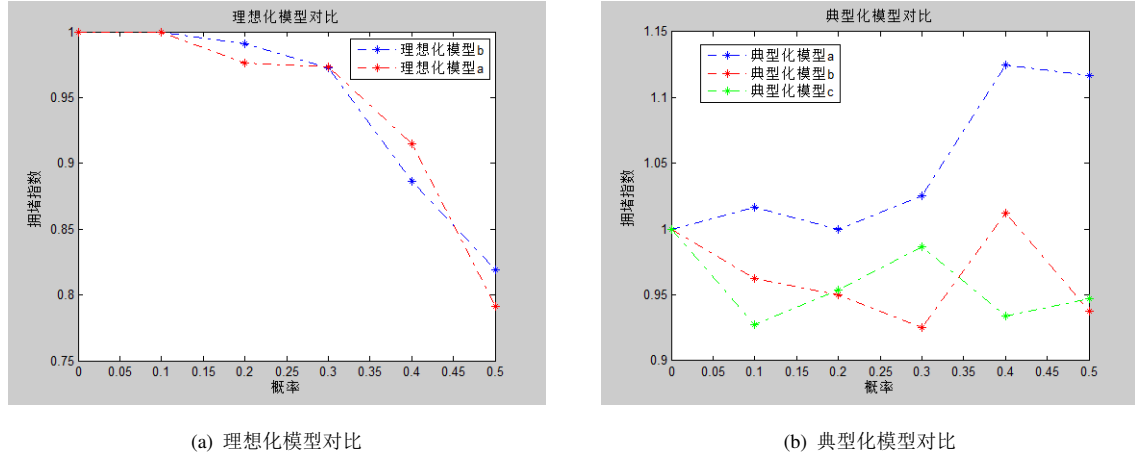


Figure 8: 模型拥堵指数对比

标准等级	一	二	三	四	五
路网拥堵指数	[0,0.90)	[0.90,0.95)	[0.95,1.00)	[1.00,1.05)	$\geq 1.05$
标准等级	一	二	三	四	五
拐入小区概率	(0.4,0.5]	(0.3,0.4]	(0.2,0.3]	(0.1,0.2]	[0,0.1]
小区规模	极大	大	中	小	极小

Table 9: 路网拥堵指数及小区规模等级划分建议值

#### 4.3.5 车流量与路网饱和度的关系

在利用上面的模型进行对车流量与路网饱和度的关系研究之前我们首先将车辆模型运用到理想化的路网模型(a)、(b)。因为是理想化的模型，所以当预设车流量到达阈值时，实验

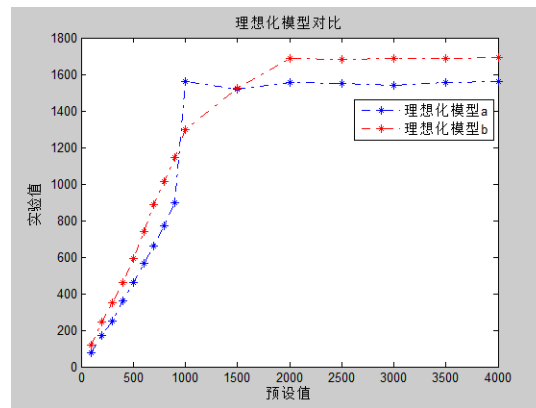


Figure 9: 理想化模型车流量与路网的关系

所测车流量应该直线达到道路通行能力。对照我们模型的实验结果，如图9所示。可以看到对于理想化模型a，当预设车流量达到1000时，实验测得的数据迅速上升到道路通行能力1600左右；对于理想化模型b，当预设车流量达到2000时，实验测得的数据达到饱和，即道路的通行

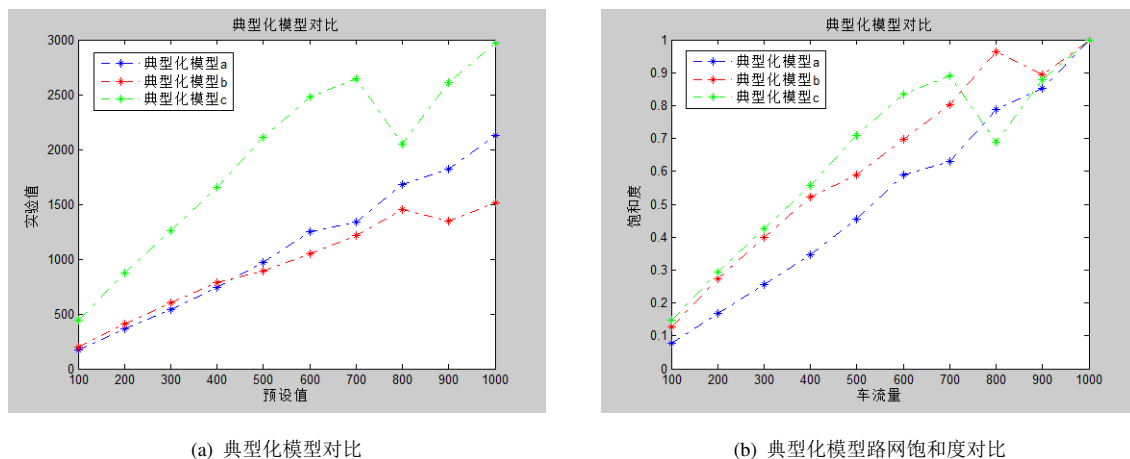


Figure 10: 典型化模型车流量与路网的关系

能力1700左右。虽然达到饱和的速度没有理想化模型a快，但是也是陡峭的。综合这两个理想化模型的结果，我们可以判断我们模型的准确性。

将我们的模型运用的典型模型得到如图10(a)所示结果，结合表10。可以看到随着车流量的增加，对于三种模型来说，实验测得的车流量基本上呈线性的增加。在同一车流量的情况下，典型化模型a(sideroad)最不容易达到饱和，典型化模型b(triroad)次之，典型化模型c(crossroad)最差。但是，当车流量较大时，典型化模型c(crossroad)呈现出一种改善的状况。

标准等级	一	二	三	四	五
路网饱和度	< 0.40	[0.40,0.60)	[0.60,0.75)	[0.75,0.9)	> 0.9

Table 10: 路网饱和度等级划分建议值

## 5 模型的评价及改进

### 5.1 模型的评价

本文针对小区开放对道路通行的影响，建立了如下模型

#### 5.1.1 带有发生、吸收点的无限Markov链模型

在此模型中，通过转移矩阵反映路网的状况，定义了城市规模、小区规模、拥堵指数，并对其加以分级，通过研究它们之间的关系，定量分析了小区开放对道路通行的影响。

#### 5.1.2 OD估计模型

OD模型是用于预估交通流的一种模型。在处理复杂路网，我们很难对初始状态向量给出设定。运用OD估计模型可以更加准确地给出初始状态向量，使得对路网的研究更有代表性。

## 5.2 模型的创意与特色

1、本模型在节点处（即交叉路口）加了约束，当代表节点的矩阵元素达到一定数量（即该路段拥堵指数到达一定阈值）时，将会控制发生点增加的元素（即进入的车辆数），这样就很好地模拟了真实的道路情况。

2、本模型采用道路加权向量对小区道路的特征进行表征，模拟了小区道路对车辆通行的约束上。

3、模型研究了交叉口延误时间、排队长度、路网连接度、路网密度、路段交通流量、道路的通行能力、路网饱和度、路网平均车程、路网拥堵指数等9个参数，并使用综合评价体系，将一些定义含糊，无法定量或界限不明的因素定量化，进而综合评价有关指标。

## 5.3 模型的不足

1、建立的模型虽然有较广的适用范围，但由于将道路高度数化，将小区的道路和城市道路视为同一性质，对道路以外的因素考量较为不足，如小区中车辆的产生与吸收、小区行人的活动、小区的路况复杂性对驾驶的影响等等。

2、因为我们将路段离散化，用离散过程逼近一个连续过程，所以无法衡量连续性指标，包括车辆平均行驶时间、车辆平均延误时间等等。

3、由于现代科学技术的发展，驾驶员可利用GPS等导航工具根据道路和小区道路的拥堵指数对路径进行选择；同时由于驾驶员的认知局限性，不可能每个驾驶员都自动选择最佳路径，而是存在一定概率做出不明智的选择，也即在统计规律上，驾驶员的转移概率矩阵是拥堵指数和概率指数的函数，而我们的模型建立在驾驶人不能获得路况信息前提下，转移概率矩阵恒定，可能与实际情况产生偏差。

4、复杂路况下矩阵元素随着小区数、路段数和交叉路口数增加，转移矩阵将以平方关系扩大，一方面对矩阵元素的确定困难，另一方面对计算机的运算能力要求很高。

## 5.4 模型的改进

1、针对不足1，可以对道路加权向量 $a$ 进行修正：

$$a = g(N_1, N_2, \dots, N_n) + m \quad (24)$$

其中向量 $m \in R_{1 \times n}$ 为一个噪声扰动小量。

2、针对不足2，可以仿照道路加权向量的方法，将延误时间对路网的影响通过时间加权向量表示出来。利用这一方法，既可以考虑延误时间对路网的作用，同时也突出了延误时间的影响。

3、针对不足3，结合图论知识，利用Dijkstra、模拟退火、蚁群等算法对道路的最优路径进行计算，同时结合统计上的驾驶员行为，得出更精确的转移概率矩阵。

4、针对不足4，观察道路结构，对路段进行合并以减小元素数；结合（3）中的算法对转移矩阵的元素进行估计，带入软件进行模拟，结合模拟结果对元素值进行微调，以得到最佳的结果。



## 6 对城市规划和交通管理部门的建议

从我们的研究结果看来，我们应从道路交通系统的各个方面考虑小区开放的利弊，针对不同类型的小区，应采用不同的开放程度和道路结构、运行、管理策略。

### 6.1 小区开放的优缺点

**优点：**

1、从交通通行角度来看，小区的开放能够加大道路网密度，分流车辆，缓解交通拥堵，减少占地资源，方便停车。

2、合理的小区结构可降低路网的脆弱性，特别是当小区与路网规模相同时，与原路网结构相似小区网络对路网脆弱性降低明显 [7]。

**缺点：**

1、小区道路与城市道路对接需要较大的缓冲区，车辆行为复杂，容易产生让行、等待等对路网产生负面影响的情况。

2、由于小区处于检测盲区，考虑到小区道路的复杂性，驾驶员无法很好判断小区内部道路拥堵情况，盲目进入小区造成拥堵，间接弱化了道路的通行能力。

### 6.2 开放小区选择原则

根据我国目前城市交通现状和上述小区交通通行问题，为使小区交通开放带来更多社会效益，应遵循下四点原则：

1、小区的几何形状、规模和功能便于交通开放。

2、小区的道路结构能与路网形成拓扑结构。我们的上述报告表明，当小区的道路结构较为单一、道路承载度大时，开放小区可以有效缓解道路的交通压力。在一定条件下，增大小区的开放度，提高驾驶员的转移意愿，可以提高缓解的效果；当小区的道路趋于复杂时，如“田”字形、“井”字形等，在不同的开放程度下对交通情况的改为非线性，需要结合具体的情况讨论。

3、路网结构存在问题，或路网不能满足需求。当路网结构不完善，同时周围支路密度低时，开放的收益高；小区沿线交通压力大时，小区开放后将对路网饱和度有正面影响。根据前文，小区的道路数越多，道路结构越复杂，路网饱和度越高，允许的车流量上限越高。

4、小区和路网结合良好。当小区出入交通对道路干扰大时，如有干道道路狭窄等情况，应结合具体情况综合分析，决定是否开放小区。

### 6.3 小区开放合理化建议

**对城市规划部门：**

1、加大大型小区和小型小区的开放程度（开放时间、开放大门数等），选择性开放中型小区。大型规模小区越来越多，而占地大的小区将城市道路阻隔，开放小区可以使道路发挥应有作用；小型小区的道路结构比较简单，也可有效改善道路情况。中型小区由于模型不同，需要结合具体情况分析。

2、对已经开放的小区，加大简单结构的小区开放程度，控制复杂结构的小区开放程度；对小区的路段选择性开放，开放平直的道路，对于弯路等装饰型道路禁止车辆通行。根据模型，简单结构小区有良好的导流能力，而复杂小区对不同的开放程度很敏感，需要选择合适的开放程度以最大化对路网的优化程度；对未来的小区设计，也在考虑宜居的情况下，结构简单或典型。

3、在路网不够强健的地方，如在道路车流量超过承载能力的区域、支流较少的干道区域等，加大小区的开放程度。

4、良好结合小区道路和路网。设置缓冲区等，减少小区车辆对道路车辆的冲击；公交社区对于居住在城市中心区的大型居住小区，可以引进公交，构建公交社区，减少公交车在城市道路上的停车次数，同时减少其对其它车辆的干扰。

#### 对交通管理部门：

1、小区内交通量大或路面较窄的道路设置单向交通。单向交通减少了对向行车的可能冲突，同时减少了潜在的交通隐患。

2、小区内道路禁止各类货车通行，分担交通量较大的道路禁止出租车和大型客车通行，以减少道路的交通量。

3、在小区与道路接口部分设置监督岗，根据小区车辆情况合理调度车辆出入比例，引导小区车辆与道路车辆的平滑对接。

## 参考文献

- [1] 杨晓光等，城市道路网络OD估计模型及算法研究，上海，2011
- [2] 盛骤、谢世千、潘承毅，概率论与数理统计，杭州，2001，第319页到329页
- [3] 吴庆平等，双无限随机环境中马氏链的不变测度与遍历性，长沙，2008-06
- [4] <http://map.baidu.com/>,2016-9-10
- [5] 胡文婷等，城市道路交通系统效率指标体系与多方式路网优化设计，南京，2015-05
- [6] 姜启源、谢金星、叶俊，数学模型，北京，2011-12
- [7] 詹斌,蔡瑞东,胡远程,曹梦鑫，基于城市道路网络脆弱性的小区开放策略研究，武汉，2016-07:98-101.

## 附录1 源代码

## 附录1.1 理想化模型

```

1  %The parameter of the road grid
2  %The probability and the weight parameter are got from
3  %the parameter of the communities and the road
4  p=1/3;q=1-p;%p is the probability of turning , q is the
   probability of
5      %going straight in the main road
6  n=8;          %n is the number of point
7  a=zeros(n);   %a is the weight martix
8  for m=1:n
9      a(m,m)=1;
10 end
11
12
13 %The function
14 t=zeros(n); %t is the transmission martix ,n is the number
   of points
15 t(1,2)=1;t(2,6)=p;t(2,3)=q;
16 t(3,4)=1;t(4,5)=1;
17 t(6,7)=1;t(7,8)=1;
18 t(8,5)=1;
19 t(5,5)=1;t(1,2)=1;%supplent points
20
21
22
23
24 i=zeros(1,n); %i is the initial martix
25 for m=1:n
26     i(1,m)=20;
27 end
28
29 f=i*t*a;%the first manupitulation

```

```

30 f(1,1)=1;f(1,5)=0;
31 for k=2:150      %the number is the number of iteration
32     if (f(1,2)+f(1,5))>(i(1,2)+i(1,5))
33         f=f*t;      %f is the final martix
34         f(1,1)=1;f(1,5)=0;
35     else
36         f=f*t;      %f is the final martix
37         f(1,1)=1;f(1,5)=0;
38     end
39 end
40
41 all=0;
42 for j=1:n
43     all=all+f(1,j);%the first is row, the second is column
44 end

```

## 附录1.2 典型化模型

```

1 %The parameter of the road grid
2 %The probability and the weight parameter are got from
3 %the parameter of the communities and the road
4 p1=1/3;q1=1-p1;%p1 is the probability of turning, q1 is the
   probability of
5     %going straight in the main road
6 p2=1/3;q2=1-p2;%p2 is the probability of turning right, q2
   is the probability
7     % of turning left in the subroad
8 a=zeros(22); %a is the weight martix
9 for m=1:22
10     a(m,m)=1;
11 end
12 a(13,13)=1.2;a(14,14)=1.2;
13
14 %The function
15 t=zeros(22); %t is the transmission martix

```

```

16 t(1,2)=1;t(2,14)=q1;t(2,3)=p1;
17 t(3,15)=1;t(4,18)=1;
18 t(5,14)=p1;t(5,4)=q1;
19 t(6,5)=1;t(7,8)=1;
20 t(8,13)=p1;t(8,9)=q1;
21 t(9,19)=1;t(10,22)=1;
22 t(11,13)=p1;t(11,10)=q1;t(12,11)=1;
23 t(13,5)=p2;t(13,2)=q2;
24 t(14,8)=p2;t(14,11)=q2;
25 t(15,15)=1;t(16,16)=1;t(17,1)=1;t(18,18)=1;%supplent points
26 t(19,19)=1;t(20,12)=1;t(21,7)=1;t(22,22)=1;
27
28 i=zeros(1,22); %i is the initial martix
29 for m=1:12
30     i(1,m)=20;
31 end
32
33 f=i*t*a;%the first manupitulation
34 f(1,16)=1;f(1,17)=1;f(1,20)=1;f(1,21)=1;f(1,15)=0;f(1,18)
    =0;f(1,19)=0;f(1,22)=0;
35 for k=2:150
36     if (f(1,8)+f(1,11))>(i(1,8)+i(1,11)) || (f(1,2)+f(1,5))
        >(i(1,2)+i(1,5))
37         f=f*t; %f is the final martix
38         f(1,16)=0;f(1,17)=0;f(1,20)=0;f(1,21)=0;f(1,15)=0;f
            (1,18)=0;f(1,19)=0;f(1,22)=0;
39     else
40         f=f*t; %f is the final martix
41         f(1,16)=1;f(1,17)=1;f(1,20)=1;f(1,21)=1;f(1,15)=0;f
            (1,18)=0;f(1,19)=0;f(1,22)=0;
42     end
43 end
44
45 all=0;

```

```
46 for j=1:12  
47     all=all+f(1,j);%the first is row, the second is column  
48 end
```