

分布定数線路の伝達関数について

愛媛大学工学部

8531037m

祖父江匠真

1 はじめに

分布定数線路の F 行列を用いて, 伝達関数を求めた.

2 分布定数線路の伝達関数の導出

分布定数回路の F 行列

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh \gamma l & Z_0 \sinh \gamma l \\ \frac{\sinh \gamma l}{Z_0} & \cosh \gamma l \end{pmatrix}$$

の F パラメータを, 図 1 で求めた

$$F = \frac{1}{A + \frac{B}{R_2} + R_1 C + \frac{R_1}{R_2} D} \quad (1)$$

に代入することで, 分布定数線路に抵抗 R_1 , 抵抗 R_2 を接続したときの回路における伝達関数 F を求める.

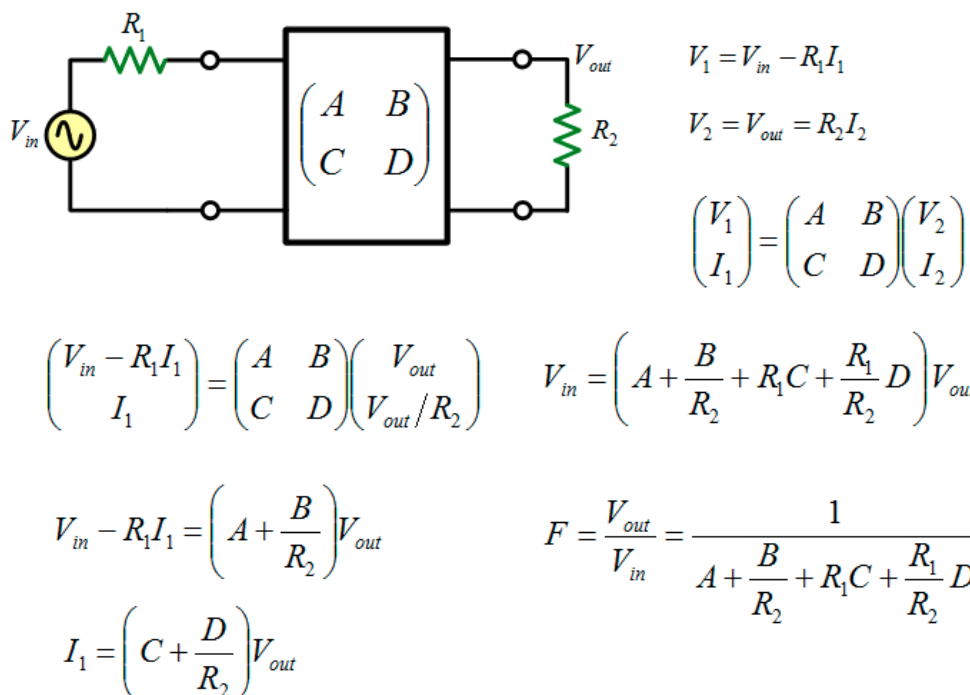


図 1: 伝達関数の導出過程

図 2 の回路図について, 伝達関数を求める.

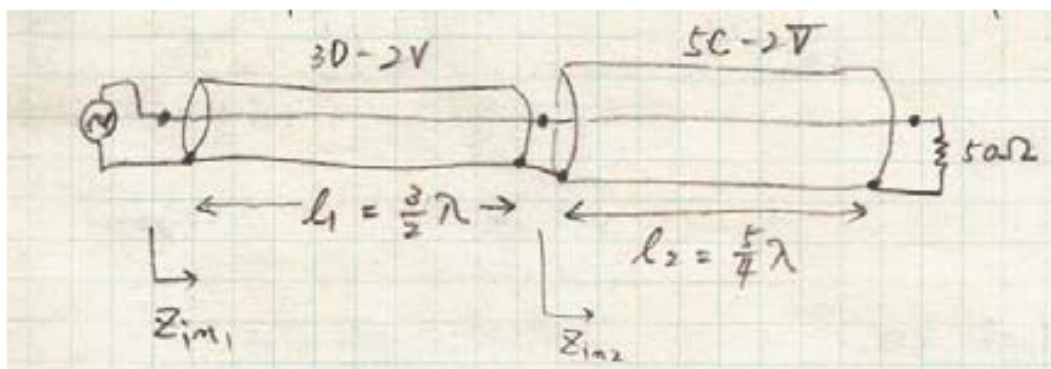


図 2: 回路図

Python で伝達関数を計算するプログラムをソースコード 1 に示す.

ソースコード 1: 伝達関数の計算

```

1 import numpy as np
2
3 def calculateTheta(cableLength, alpha):
4     """

```

```

5     伝搬定数 と同軸ケーブルの長さ  $l$  の積を求める
6     """
7     beta = 2 * np.pi
8     gamma = alpha + beta * 1j
9     return gamma * cableLength
10
11
12 def createFMatrixForDcc(Z0, theta):
13     """
14     分布定数回路の  $F$  行列を求める
15     """
16     return np.array(
17         [
18             [np.cosh(theta), Z0 * np.sinh(theta)],
19             [np.sinh(theta) / Z0, np.cosh(theta)],
20         ]
21     )
22
23
24 def calculateInputImpedanceByFMatrix(
25     Z0,
26     Zr,
27     cableLength,
28     alpha=0,
29 ):
30     """
31     受電端に抵抗を接続した分布定数回路の入力インピーダンスを求める
32     """
33     theta = calculateTheta(cableLength, alpha)
34
35     # 分布定数回路の  $F$  行列
36     f_matrix_dcc = createFMatrixForDcc(Z0, theta)
37
38     # 受電端の  $Z_r$  の  $F$  行列
39     f_matrix_Zr = np.array(
40         [
41             [1, 0],
42             [1 / Zr, 1],
43         ]
44     )
45
46     # 受信端に  $Z_r$  を接続した場合の  $f$  行列
47     f_matrix = np.dot(f_matrix_dcc, f_matrix_Zr)
48
49     return abs(f_matrix[0, 0] / f_matrix[1, 0])
50
51
52 def createTransferFunction(Z0, Zr, cableLength, alpha=0):
53     """
54     受電端に抵抗を接続した分布定数回路の伝達関数を求める
55     """
56     R1 = 0 # 入力側の抵抗は 0 で考える
57     R2 = Zr
58
59     theta = calculateTheta(cableLength, alpha)
60     f_matrix_dcc = createFMatrixForDcc(Z0, theta)
61

```

```

62     # F パラメータを取り出す
63     A = f_matrix_dcc[0][0]
64     B = f_matrix_dcc[0][1]
65     C = f_matrix_dcc[1][0]
66     D = f_matrix_dcc[1][1]
67
68     # 伝達関数
69     return 1 / (A + B / R2 + R1 * C + (R1 / R2) * D)
70
71
72     # 5C-2V
73     l2 = 5 / 4
74     Z02 = 75 # 同軸ケーブルのインピーダンス
75     alpha2 = 7.6
76     Zr = 50 # 受端のインピーダンス
77
78     # 3D-2V
79     l1 = 3 / 2
80     Z01 = 50 # 同軸ケーブルのインピーダンス
81     alpha1 = 13
82
83     # 5C-2V + Zr の回路の入力インピーダンスを求める
84     Zin2 = calculateInputImpedanceByFMatrix(Z02, Zr, l2, alpha2)
85
86     # 伝達関数を求める
87     transferFunc2 = createTransferFunction(Z02, Zr, l2, alpha2)
88     transferFunc1 = createTransferFunction(
89         Z01, Zin2, l1, alpha1
90     ) # 5C-2V + Zr の回路の入力インピーダンスを受電端側の抵抗とする

```

3 おわりに

今回は分布定数線路の F 行列から伝達関数を求めた. 次回は求めた伝達関数を用いて減衰の確認を行う.

参考文献

- [1] 株式会社マクニカ, "縦続行列-半導体事業-マクニカ", <https://www.macnica.co.jp/business/semiconductor/articles/basic/127625>, 参照 November 24, 2021.