

UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA - UDESC

CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS - CCT

RELATÓRIO

Joinville, 2025

SUMÁRIO

1. IDENTIFICAÇÃO DA EQUIPE.....	3
2. IDENTIFICAÇÃO DA TAREFA.....	3
3. EXPLICAÇÃO CONCEITUAL SOBRE A SOLUÇÃO FORNECIDA	3
3.1. Implementação do grafo	3
3.1.1. Definição das Estruturas de Dados	3
3.1.2. Leitura e Normalização dos dados	4
3.1.3. Cálculo das Distâncias Euclidianas e Normalização (DEN)	4
3.1.4. Construção do grafo a partir dos Limiares	5
3.2. Identificação dos componentes conexos.....	6
3.2.1. Análise Busca em Largura	6
3.2.2. Persistência dos Dados em Arquivos CSV	8
3.2.3. Tridimensional e Geração de Histogramas	9
4. INSTRUÇÕES SOBRE A COMPILAÇÃO E EXECUÇÃO.....	12
4.1. Execução no Linux/Ubuntu	12
4.2. Execução no Windows	13
5. RESULTADOS E ANÁLISE	13
6. BIBLIOTECAS UTILIZADAS.....	16
6.1. Linguagem C	16
6.2. Python	16

1. IDENTIFICAÇÃO DA EQUIPE

Sofia Petrykowski Soares e Elane Souza de Oliveira

2. IDENTIFICAÇÃO DA TAREFA

A Teoria dos Grafos é uma área essencial da Ciência da Computação voltada à representação e análise de relações entre entidades, tendo aplicações diretas em redes de comunicação, análise de dados, transporte, biologia computacional e sistemas complexos. Diante deste contexto, este trabalho teve como objetivo aplicar os princípios da Teoria dos Grafos ao implementar, analisar e visualizar grafos em linguagem C e Python, a partir de um conjunto de dados contendo 150 vértices, cada um descrito por quatro atributos numéricos. A conexão entre os vértices foi definida pela Distância Euclidiana Normalizada (DEN), sendo testados diferentes limiares ($L = 0.0, 0.3, 0.5$ e 0.9) para observar o comportamento estrutural do grafo e de seus componentes conexos. Ademais, para a representação computacional do grafo, optou-se pela utilização da matriz de adjacência, por sua clareza e eficiência na manipulação das conexões. Além disso, o programa identifica os componentes conexos do grafo gerado e permite a persistência dos dados em novos arquivos CSV, contendo os *clusters*, as coordenadas e os grafos para cada limiar, além de serem gerados histogramas e grafos 3D para cada limiar em formato PNG. A implementação foi dividida em duas partes principais: o núcleo computacional em C, responsável pela leitura, processamento e construção dos grafos; e o módulo de visualização em Python, voltado à geração de representações tridimensionais e histogramas dos resultados.

3. EXPLICAÇÃO CONCEITUAL SOBRE A SOLUÇÃO FORNECIDA

3.1. Implementação do grafo

3.1.1. Definição das Estruturas de Dados

O primeiro passo consistiu na definição das estruturas que representam os vértices e o grafo, sendo fundamental para representar o grafo e os vértices e manipular os dados do arquivo CSV.

Foi criada a estrutura *DadosVertice* Figura 1, que armazena os quatro atributos numéricos de cada vértice (equivalentes a coordenadas em um espaço 4D) e o identificador do cluster ao qual pertence, determinado após a análise de conectividade.

Figura 1 - Definição da estrutura utilizada.

```
// Estrutura para os dados do vértice
typedef struct {
    double atributos[NUM_ATRIBUTOS]; // Os 4 atributos (X, Y, Z, W)
    int cluster_id; // Para armazenar o ID do componente conexo
    int especie_original;
} DadosVertice;
```

Fonte: Arquivo pessoal.

Cada vértice é tratado como um ponto em um espaço de quatro dimensões, e as relações entre eles são avaliadas com base em distâncias.

Em seguida, para representar o grafo de forma eficiente e simétrica, foi utilizada uma **matriz de adjacência** de tamanho 150×150, sendo uma escolha adequada para conjuntos de dados pequenos e densos, em que o custo de memória é compensado pela simplicidade de acesso.

3.1.2. Leitura e Normalização dos dados

Primeiramente criou-se a função `carregar_dados()`, que é responsável pela leitura do arquivo CSV da base de dados “my_dataset.csv” contendo os 150 vértices. O processo inclui o tratamento de linhas vazias e verificação de formato. A função faz a abertura do arquivo, a leitura (linha por linha) e extrai os dados.

Após a leitura, as coordenadas são normalizadas entre 0 e 1 pela função `normalizar_coordenadas()`, garantindo que todos os atributos possuam a mesma escala. Essa etapa é fundamental para evitar que atributos de maior magnitude dominem o cálculo da distância euclidiana.

A normalização segue a transformação min-max, conforme a Figura 2:

Figura 2 - Equação utiliza.

$$x' = \frac{x - \min(x)}{\max(x) - \min(x)}$$

Fonte: Arquivo pessoal.

3.1.3. Cálculo das Distâncias Euclidianas e Normalização (DEN)

Foi implementado o cálculo da distância euclidiana (DE) entre todos os pares de vértices obtidos. A distância entre dois vértices é obtida pela distância euclidiana no espaço 4D, utilizando a função `calcular_distancia_euclidiana()`, por meio da equação apresenta na Figura 3:

Figura 3 - Equação utilizada.

$$DE(a, b) = \sqrt{(a_1 - b_1)^2 + (a_2 - b_2)^2 + (a_3 - b_3)^2 + (a_4 - b_4)^2}$$

Fonte: Arquivo pessoal.

Essas distâncias são calculadas para todos os pares de vértices, resultando em uma matriz de distâncias simétrica. A função na Figura 4 recebe dois vértices “v1” e “v2” e retorna a distância entre eles como um valor do tipo *double*. Para isso fez-se o uso de funções da biblioteca *math.h*.

Figura 4 - Função para calcular distância euclidiana.

```
double calcular_distancia_euclidiana(DadosVertice v1, DadosVertice v2) {
    double soma_quadrados = 0.0;
    for (int i = 0; i < NUM_ATRIBUTOS; i++) {
        soma_quadrados += pow(v1.atributos[i] - v2.atributos[i], 2);
    }
    return sqrt(soma_quadrados);
}
```

Fonte: Arquivo pessoal.

Em seguida, após o cálculo das distâncias euclidianas (DE), foi implementada a função responsável por calcular a distância euclidiana normalizada, onde as distâncias são normalizadas pela função *normalizar_distancias()*, produzindo a matriz de distâncias normalizadas (DEN), definida pela equação da Figura 5:

Figura 5 - Equação utilizada.

$$DEN_{ij} = \frac{DE_{ij} - DE_{min}}{DE_{max} - DE_{min}}$$

Fonte: Arquivo pessoal.

Onde *DE_min* e *DE_max* representam as menores e maiores distâncias entre quaisquer pares de vértices. Essa transformação permite comparar valores em uma escala padronizada entre 0 e 1.

3.1.4. Construção do grafo a partir dos Limiares

Nesta etapa, houve a criação das arestas entre os vértices com base na DEN. Assim, é possível conectar dois vértices se a DEN entre eles for menor ou igual ao limiar, o que indica uma proximidade espacial significativa entre os pontos, isto é, apenas os pares de vértices com proximidade espacial são conectados. A criação das arestas é feita pela função *construir_grafo()*. Para cada par de vértices, uma aresta é adicionada caso a distância

normalizada $DEN_{ij} \leq L$, onde L é o limiar de conexão. O objetivo é preencher a *matriz_adj* (0/1, simétrica) onde $matriz_adj[i][j] = 1$ se $DEN[i][j] \leq L$, caso contrário 0, ademias o grafo é não-direcionado. A função inicializa *matriz_adj* com zeros (todas as posições) conforme o código da Figura 6:

Figura 6 - Função para construir o gráfico.

```
// Função para construir o grafo (recebe DEN e L)
void construir_grafo(double matriz_den[NUM_VERTICES][NUM_VERTICES],
    int matriz_adj[NUM_VERTICES][NUM_VERTICES], double L) {
    // Inicializa a matriz de adjacências com 0
    for (int i = 0; i < NUM_VERTICES; i++) {
        for (int j = 0; j < NUM_VERTICES; j++) {
            matriz_adj[i][j] = 0;
        }
    }

    // Apenas na parte triangular superior (grafo não-direcionado)
    for (int i = 0; i < NUM_VERTICES; i++) {
        for (int j = i + 1; j < NUM_VERTICES; j++) {
            if (matriz_den[i][j] <= L) {
                matriz_adj[i][j] = 1;
                matriz_adj[j][i] = 1; // Grafo não-direcionado
            }
        }
    }
}
```

Fonte: Arquivo pessoal.

Esse método preenche o grafo na matriz, garantindo que a estrutura resultante represente as relações espaciais entre os vértices do grafo, ou seja, resulta em uma matriz binária. Isso permite as próximas análises, como a identificação de componentes conexos e a visualização tridimensional da estrutura grafo associada ao conjunto de dados. Além disso, a matriz de adjacência resultante é armazenada em arquivos separados no formato *grafo_L_X_adj.csv* para cada limiar.

3.2. Identificação dos componentes conexos

3.2.1. Análise Busca em Largura

A **Busca em Largura (Breadth-First Search - BFS)** é ideal para este tipo de análise por dois motivos principais:

- 1) **Garantia de Descoberta:** O BFS garante que todos os nós acessíveis a partir de um vértice inicial sejam explorados **antes** de se mover para um novo componente não explorado.

- 2) **Identificação e Tamanho:** Adaptamos o BFS para, a partir de um nó ainda não visitado, marcá-lo e todos os seus vizinhos conectados com um novo **ID de Cluster**. Ao mesmo tempo, ele conta o número exato de vértices encontrados durante a busca, fornecendo o **tamanho do componente conexo**.

A identificação dos componentes conexos foi implementada nas funções `bfs_componente_conexos()` e `analizar_componentes_conexos()`. Elas servem para identificar e contar os componentes conexos (clusters) no grafo e depois armazenar o ID do cluster no vetor de dados e o tamanho de cada cluster. O algoritmo percorre a matriz de adjacência marcando vértices visitados e atribuindo um identificador de cluster para cada grupo conexo. O resultado é armazenado no campo `cluster_id` de cada vértice e no vetor `tamanhos_componentes`, que contém o tamanho de cada cluster identificado.

Conforme indicado no código presente na Figura 7, é feita uma bfs (busca em largura) a partir de `vertice_inicial`, marcando vértices visitados no array `visitado`, atribuindo o `cluster_atual` a `dados[v].cluster_id` para todos `v` do componente e retornando o tamanho do componente via ponteiro.

Figura 7 - Função de Busca em Largura

```
// Função de busca em largura (BFS) para encontrar componentes
void bfs_componente_conexos(int matriz_adj[NUM_VERTICES][NUM_VERTICES], int *visitado,
    DadosVertice dados[NUM_VERTICES], int vertice_inicial, int cluster_atual, int *tamanho) {
    int fila[NUM_VERTICES];
    int inicio = 0, fim = 0;
    int contador = 0;

    fila[fim++] = vertice_inicial;
    visitado[vertice_inicial] = 1; // Marca como visitado
    dados[vertice_inicial].cluster_id = cluster_atual; // Define o ID do cluster
    contador++;

    while (inicio < fim) {
        int u = fila[inicio++];

        for (int v = 0; v < NUM_VERTICES; v++) {
            // Verifica se há aresta (u,v) E se v não foi visitado
            if (matriz_adj[u][v] == 1 && visitado[v] == 0) {
                visitado[v] = 1;
                dados[v].cluster_id = cluster_atual;
                fila[fim++] = v;
                contador++;
            }
        }
    }
    *tamanho = contador; // Retorna o tamanho correto
}
```

Fonte: Arquivo pessoal.

Depois disso, passa pela função `analizar_componentes_conexos` percorrendo todos os vértices e, para cada vértice não visitado, chama `bfs_componente_conexos` e armazena o tamanho do componente no vetor `tamanhos_componentes`, depois retorna o número total de clusters (componentes conexos). Essa etapa é fundamental para compreender a estrutura do grafo, indicando o número de agrupamentos e sua distribuição de tamanhos para cada limiar L .

3.2.2. Persistência dos Dados em Arquivos CSV

Após a construção do grafo, os resultados do processamento são persistidos em arquivos CSV, permitindo análises externas e integração com o módulo Python. Os arquivos gerados incluem:

- `grafo/grafo_L_X_adj.csv` – matriz de adjacência do grafo;
- `coordenadas/coord_L_X.csv` – atributos normalizados e identificador de cluster;
- `clusters/clusters_L_X.csv` – tamanhos dos componentes conexos.

Sendo dessa forma separados em diferentes funções conforme a Figura 8. Essa separação modular facilita a importação dos dados em Python e outras ferramentas de análise.

Figura 8 - Cabeçalho das funções para salvar dados.

```
void salvar_coordenadas_vertices(DadosVertice dados[NUM_VERTICES], const char* nome_arquivo);
void salvar_tamanhos_clusters(int *tamanhos, int num_clusters, const char* nome_arquivo);
void salvar_matriz_adj(int matriz_adj[NUM_VERTICES][NUM_VERTICES], const char* nome_arquivo);
```


Fonte: Arquivo pessoal.

3.2.3. Tridimensional e Geração de Histogramas

O código em Python foi desenvolvido com o objetivo de realizar análises e visualizações tridimensionais de grafos gerados a partir de matrizes de adjacência, bem como a representação gráfica da distribuição dos componentes conexos (clusters). O programa utiliza bibliotecas científicas e gráficas da linguagem Python, como NumPy, Matplotlib e NetworkX, para manipulação de dados, geração de grafos e criação de representações visuais que auxiliam na compreensão da estrutura de agrupamentos formados em diferentes limiares (thresholds) de conexão.

1) O código faz uso das seguintes bibliotecas:

- a) **matplotlib**: utilizada para geração de gráficos e visualizações tridimensionais.
- b) **numpy**: empregada para manipulação de matrizes e vetores numéricos.
- c) **networkx**: responsável pela criação e manipulação de grafos a partir de matrizes de adjacência.
- d) **random**: usada para gerar cores dinâmicas e aleatórias para os clusters.
- e) **mpl_toolkits.mplot3d**: módulo específico para permitir a criação de gráficos em três dimensões.

Figura 9 – Bibliotecas utilizadas em Python.

```

1  import matplotlib as mpl
2  # Use 'Agg' para ambientes sem display ou 'TkAgg' se for local
3  mpl.use('TkAgg')
4
5  import numpy as np
6  import matplotlib.pyplot as plt
7  from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
8  import networkx as nx
9  import pandas as pd
10 import random # Importar para cores dinâmicas

```

Fonte: Arquivo pessoal.

2) O programa está dividido em três partes principais:

- a) **Definição de Funções Auxiliares** – responsáveis por gerar cores, plotar os grafos 3D e construir histogramas;

- b) **Processamento Principal (Bloco if __name__ == "__main__":)** – responsável por carregar os arquivos, executar as funções e salvar as figuras;
- c) **Saída de Resultados** – geração e salvamento automático de gráficos e histogramas em diretórios específicos.

3) Função `get_cores_dinamicas(num_cores)`

- a) Esta função gera um conjunto de cores aleatórias no formato hexadecimal.
- b) É utilizada para diferenciar visualmente os clusters no gráfico 3D.
- c) A quantidade de cores geradas corresponde ao número de grupos (clusters) detectados no grafo.

Figura 10 - Função `get_cores_dinamicas`

```

15 def get_cores_dinamicas(num_cores):
16     """Gera um dicionário de cores aleatórias para os clusters."""
17     return [
18         '#%06X' % random.randint(0, 0xFFFFFF)
19         for _ in range(num_cores)
20     ]
21

```

Fonte: Arquivo pessoal.

4) Função `plot_grafo_3d_cluster(...)`

- a) Responsável por gerar o gráfico tridimensional do grafo, onde cada vértice é colorido conforme o cluster ao qual pertence.
- b) Etapas da função:
 - i) Converte a matriz de adjacência (`matriz_adjacencias`) em um grafo utilizando a função `nx.from_numpy_array()`;
 - ii) Cria uma figura 3D com `matplotlib`;
 - iii) Atribui cores dinâmicas aos clusters e plota os vértices (pontos) conforme suas coordenadas tridimensionais;
 - iv) Desenha as arestas do grafo com baixa opacidade, para manter a clareza visual;
 - v) Adiciona rótulos, título, legenda e perspectiva;
 - vi) Salva o grafo em arquivo `.png` no diretório `../img/grafos3D/`.
- c) O resultado é uma visualização tridimensional que permite analisar a distribuição espacial dos clusters conforme o limiar de conexão utilizado.

5) Função `gerar_histograma(tamanhos_componentes, L)`

- a) Esta função produz o histograma da distribuição dos tamanhos dos componentes conexos.
- b) Cada barra do gráfico representa o número de componentes (clusters) que possuem um determinado tamanho (número de vértices).
- c) Etapas principais:
 - i) Define intervalos (bins) inteiros para o histograma;
 - ii) Plota os dados com rótulos e grades para melhor legibilidade;
 - iii) Salva o histograma no diretório `../img/histogramas/` com o nome que inclui o limiar `L`.
- d) O gráfico permite identificar a variação no tamanho e na quantidade de componentes à medida que o limiar de adjacência muda.

6) Bloco Principal de Execução

- a) O código principal define uma lista de limiares (`L`) — valores que controlam a formação de arestas entre vértices.
- b) Para cada limiar, as seguintes etapas são executadas:
 - i) Carregamento da matriz de adjacência:
 - (1) Arquivos nomeados no formato `grafo_L_X_adj.csv` são lidos com `numpy.genfromtxt`.
 - (2) Caso não sejam encontrados, o programa exibe uma mensagem de erro e passa para o próximo limiar.
 - ii) Leitura das coordenadas e IDs de cluster:
 - (1) Os arquivos `coord_L_X.csv` contêm as coordenadas normalizadas dos vértices (`X`, `Y`, `Z`) e o identificador do cluster.
 - (2) Apenas as três primeiras colunas são utilizadas para o gráfico 3D.
 - iii) Geração do grafo 3D:
 - (1) Chama-se a função `plot_grafo_3d_cluster()`, que salva a imagem no diretório definido.
 - iv) Geração do histograma de clusters:
 - (1) Os tamanhos de cada cluster são lidos de `clusters_L_X.csv`.
 - (2) Se o arquivo existir, é chamado `gerar_histograma()` para criar a figura correspondente.

- c) Essas etapas se repetem para cada valor de L , permitindo observar como a estrutura do grafo e a quantidade de clusters mudam conforme o grau de conectividade aumenta.

7) Saídas Geradas

- a) O programa gera duas categorias principais de resultados gráficos:
- i) Gráficos 3D dos Grafos (/img/grafos3D/): Representações tridimensionais com cores distintas para cada cluster.
 - ii) Histogramas dos Componentes Conexos (/img/histogramas/): Diagramas de barras que mostram a distribuição de tamanhos dos clusters para cada limiar de conexão.

4. INSTRUÇÕES SOBRE A COMPILAÇÃO E EXECUÇÃO

O projeto foi desenvolvido utilizando a IDE Visual Studio Code, com suporte à linguagem C configurado para ambos os sistemas operacionais Windows e Linux (Ubuntu). O trabalho possui duas etapas de execução: a compilação e execução do código C, seguida pela execução do script Python para visualização.

4.1. Execução no Linux/Ubuntu

Pré-requisitos: Certifique-se de que o **GCC** (GNU Compiler Collection) e o **Python 3** estejam instalados. É de suma importância que você esteja com o Prompt de Comando ou o Terminal aberto na pasta “**src**”.

1) Organização dos Arquivos

- a) Certifique-se de que `main.c` e `my_dataset.csv` estão na pasta “`src`”.

2) Compilação do Código C

- a) Use o GCC para compilar os arquivos C, incluindo a biblioteca matemática (`-lm`):
- i) `gcc main.c -o programa_grafo -lm`

3) Execução do Programa C

- a) Execute o arquivo binário gerado. Ele processará os 4 valores de L e salvará todos os arquivos CSV necessários.
- i) `./programa_grafo`

4) Execução do Script Python

- a) Baixe as bibliotecas necessárias:

- i) `python3 install numpy matplotlib networkx pandas`
- b) Execute o script Python para gerar as visualizações e histogramas a partir dos arquivos CSV criados:
 - i) `python3 visualizar_grafo.py`

4.2. Execução no Windows

Pré-requisitos: Certifique-se de que o **GCC** (GNU Compiler Collection) e o **Python 3** estejam instalados. É de suma importância que você esteja com o Prompt de Comando ou o Terminal aberto na pasta “**src**”.

1) Compilação do Código C

- a) Abra o Prompt de Comando ou o Terminal na pasta “**src**” e use o mesmo comando de compilação:
 - i) `gcc main.c -o programa_grafo -lm`

2) Execução do Programa C

- a) Execute o binário gerado:
 - i) `./programa_grafo`

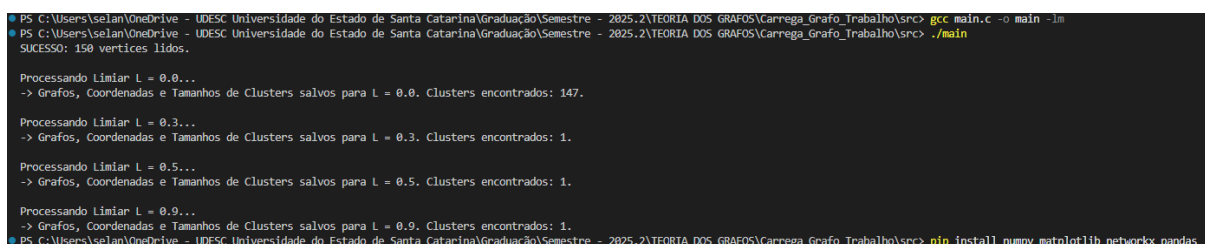
3) Execução do Script Python

- a) Baixe as bibliotecas necessárias:
 - i) `pip install numpy matplotlib networkx pandas`
- b) Execute o script Python.
 - i) `python visualizar_grafo.py`

5. RESULTADOS E ANÁLISE

A Figura 11 mostra o processo de compilação e execução do programa principal em C. Bem como, na Figura 12 temos a compilação do programa `visualizar_grafo.py`.

Figura 11 - Compilação do arquivo `main.c`.



```

PS C:\Users\selan\OneDrive - UDESC Universidade do Estado de Santa Catarina\Graduação\Semestre - 2025.2\TEORIA DOS GRAFOS\Carrega_Grafo_Trabalho\src> gcc main.c -o main -lm
PS C:\Users\selan\OneDrive - UDESC Universidade do Estado de Santa Catarina\Graduação\Semestre - 2025.2\TEORIA DOS GRAFOS\Carrega_Grafo_Trabalho\src> ./main
SUCESSO: 150 vertices lidos.

Processando Limiar L = 0.0...
-> Grafos, Coordenadas e Tamanhos de Clusters salvos para L = 0.0. Clusters encontrados: 147.

Processando Limiar L = 0.3...
-> Grafos, Coordenadas e Tamanhos de Clusters salvos para L = 0.3. Clusters encontrados: 1.

Processando Limiar L = 0.5...
-> Grafos, Coordenadas e Tamanhos de Clusters salvos para L = 0.5. Clusters encontrados: 1.

Processando Limiar L = 0.9...
-> Grafos, Coordenadas e Tamanhos de Clusters salvos para L = 0.9. Clusters encontrados: 1.
PS C:\Users\selan\OneDrive - UDESC Universidade do Estado de Santa Catarina\Graduação\Semestre - 2025.2\TEORIA DOS GRAFOS\Carrega_Grafo_Trabalho\src> pip install numpy matplotlib networkx pandas

```

Fonte: Arquivo pessoal.

Figura 12 - Compilação do `visualizar_grafo.py`.

```

PS C:\Users\selan\OneDrive - UDESC Universidade do Estado de Santa Catarina\Graduação\Semestre - 2025.2\TEORIA DOS GRAFOS\Carrega_Grafo_Trabalho\src> python visualizar_grafo.py
Grafo 3D salvo em ../img/grafos3D/grafos_L_0.0.png
Histograma salvo em ../img/histogramas/histograma_clusters_L_0.0.png
Grafo 3D salvo em ../img/grafos3D/grafos_L_0.3.png
Histograma salvo em ../img/histogramas/histograma_clusters_L_0.3.png
Grafo 3D salvo em ../img/grafos3D/grafos_L_0.5.png
Histograma salvo em ../img/histogramas/histograma_clusters_L_0.5.png
Grafo 3D salvo em ../img/grafos3D/grafos_L_0.9.png
Histograma salvo em ../img/histogramas/histograma_clusters_L_0.9.png
PS C:\Users\selan\OneDrive - UDESC Universidade do Estado de Santa Catarina\Graduação\Semestre - 2025.2\TEORIA DOS GRAFOS\Carrega_Grafo_Trabalho\src>

```

Fonte: Arquivo pessoal.

Por meio da Figura 11 e Figura 12, é possível acompanhar as etapas realizadas, desde o carregamento dos vértices, o cálculo das distâncias euclidianas e normalizadas (e os respectivos pares de vértices), até a construção do grafo com base no limiar estabelecido e a geração dos arquivos.

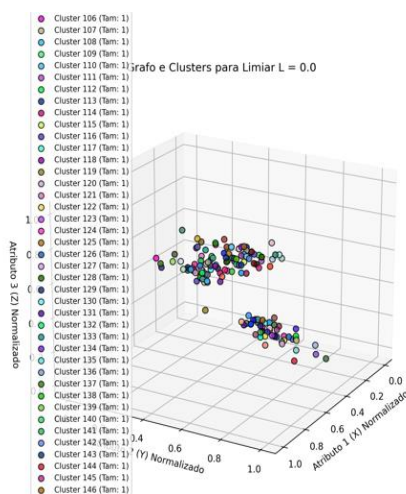
A geração do grafo com base no limiar de 0.0 resultou em 147 componentes conexos, enquanto a partir do Limiar 0.3 obteve-se um grande componente conexo de tamanho 150 e quanto maior o limiar maior o número de arestas entre os vértices. A menor distância euclidiana normalizada ($DEN = 0,000000$) identifica pares de vértices altamente semelhantes, enquanto a maior ($DEN = 1,000000$) reflete a grande variação espacial presente nos dados. Além disso, a utilização da matriz de adjacência mostrou-se eficiente para representar e manipular as conexões entre vértices.

A análise comparativa entre os limiares evidencia a influência direta de **L** na conectividade do grafo:

- 1) **L = 0.0**: ausência quase total de arestas; o grafo contém 147 componentes isolados.
- 2) **L >= 0.3**: ocorre a unificação de todos os vértices em um único componente conexo dominante.

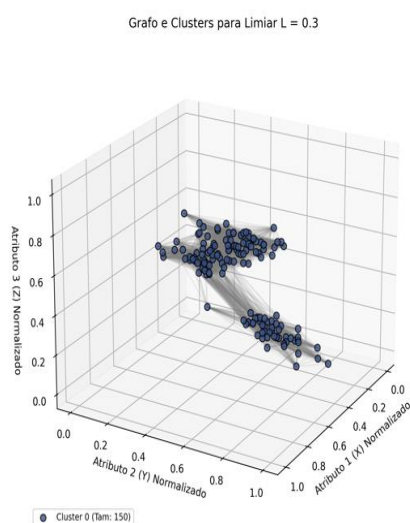
A seguir, conforme a Figura 13 e Figura 14, temos a visualização tridimensional dos grafos gerados a partir dos dados do arquivo CSV. Ela permitem ter uma ideia mais clara de como os vértices estão conectados no espaço, facilitando a compreensão da estrutura do grafo de forma visual e intuitiva.

Figura 13 – Grafo e Clusters para $L = 0.0$.



Fonte: Arquivo pessoal.

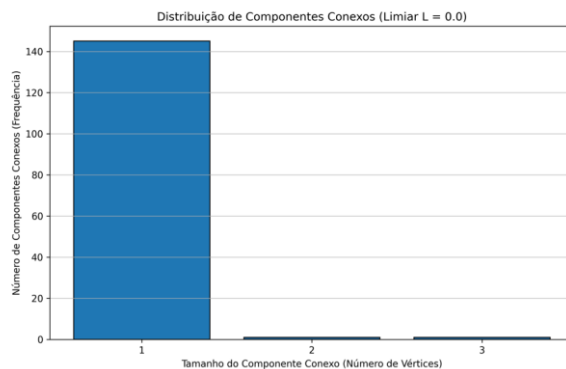
Figura 14 - Grafo e Clusters para $L = 0.3$.



Fonte: Arquivo pessoal.

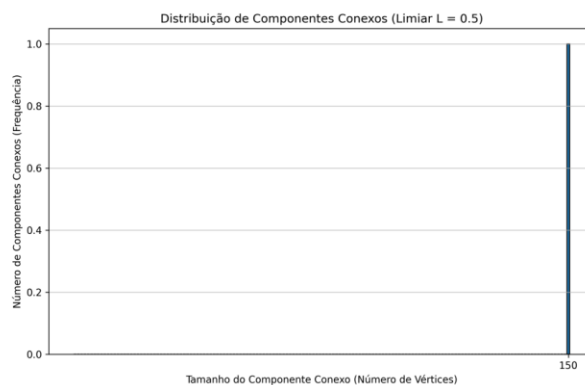
Os histogramas abaixo, conforme Figura 15 e Figura 16, mostram graficamente o crescimento do tamanho dos clusters à medida que o limiar aumenta, enquanto os grafos 3D destacam a formação visual dos grupos.

Figura 15 – Histograma com $L = 0.0$.



Fonte: Arquivo pessoal.

Figura 16 – Histograma com $L = 0.3$.



Fonte: Arquivo pessoal.

Esse comportamento confirma a **consistência da normalização e da BFS**, e evidencia como a densidade do grafo é controlada pelo valor de L .

6. BIBLIOTECAS UTILIZADAS

6.1. Linguagem C

- 1) <stdio.h>
- 2) <stdlib.h>
- 3) <string.h>
- 4) <math.h>

6.2. Python

- 1) matplotlib
- 2) networkx
- 3) numpy
- 4) pandas

5) `mpl_toolkits.mplot3d`