____/____/____

Resolução P1 - Simulado :

1. i) $f(x) = \cos(x^2+x+1) - x + 1$ intervalo $= [0, 1]$

1ª iteração → $f(0) = (+)$, $f(0{,}5) = (+)$, $f(1) = (-)$
como $f(0{,}5) \cdot f(1) < 0$ descartamos o zero, novo intervalo $= [0{,}5 ; 1]$

2ª iteração → $f(0{,}5) = (+)$, $f(0{,}75) = (-)$, $f(1) = (-)$
como $f(0{,}5) \cdot f(0{,}75) < 0$ descartamos o 1, novo intervalo $= [0{,}5 ; 0{,}75]$

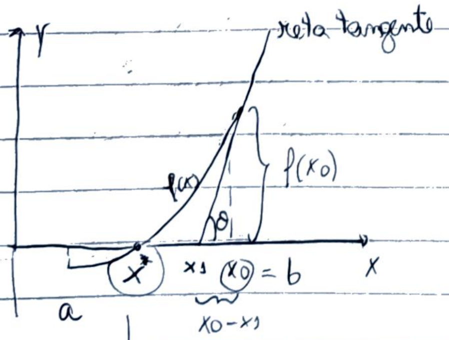
3ª iteração → $f(0{,}5) = (+)$, $f(0{,}625) = (-)$, $f(0{,}75) = (-)$
como $f(0{,}5) \cdot f(0{,}625) < 0$ descartamos o 0,75, novo intervalo $= [0{,}5 ; 0{,}625]$

4ª iteração → $f(0{,}5) = (+)$, $f(0{,}5625) = (+)$, $f(0{,}625) = (-)$
como $f(0{,}5625) \cdot f(0{,}625) < 0$ descartamos o 0,5, novo intervalo $= [0{,}5625 ; 0{,}625]$
valor aproximado para a raiz $\cong \boxed{0{,}6}$ //

ii) nº iterações $> \dfrac{\log \frac{(1-0)}{10^{-5}}}{\log 2} = \dfrac{\log 10^5}{\log 2} = 5 \cdot \dfrac{\log 10}{\log 2} \cong 16{,}60$

logo $n > 16{,}60 \rightarrow \boxed{n = 17}$

2. i) O método de Newton consiste na obtenção da raiz por meio da reta tangente



$\tan \theta = \dfrac{f(x_0)}{x_0 - x_1} = f'(x_0)$

logo $f(x_0) = f'(x_0) \cdot (x_0 - x_1) \Rightarrow$

$x_1 = x_0 - \dfrac{f(x_0)}{f'(x_0)}$ portanto a fórmula geral será:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

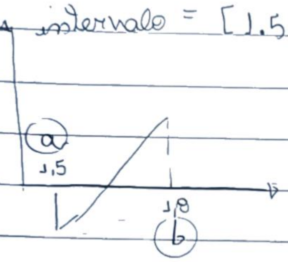
↳ x que queremos aproximar a cada iteração

Como saber qual intervalo será o x_0?

Caso $f(a) \cdot f''(a) < 0$ e $f(b) \cdot f''(b) > 0$ então $x_0 = b$, caso contrário $x_0 = a$

ii) $f(x) = \cos(x^2+x+1) - x + 1$ $\quad f'(x) = -\text{sen}(x^2+x+1) \cdot (2x+1) - 1$

intervalo = $[1.5, 1.8]$ $\quad f''(x) = -\cos(x^2+x+1) \cdot (2x+1)^2 - \text{sen}(x^2+x+1) \cdot 2$



- $f(1{,}5) = (-)$, $f''(1{,}5) = (+)$ logo $f(a) \cdot f''(a) < 0$
- $f(1{,}8) = (+)$, $f''(1{,}8) = (-)$ logo $f(b) \cdot f''(b) < 0$

como a segunda condição não foi satisfeita

$x_0 = a$

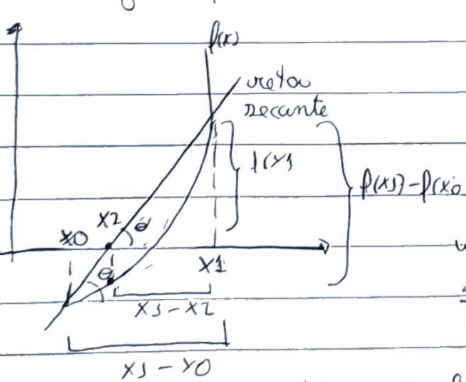
logo

$$x_1 = 1{,}5 - \frac{f(1{,}5)}{f'(1{,}5)} = 1{,}5 - \frac{(-0{,}4623)}{2{,}9971} = 1{,}6542$$

$$x_2 = 1{,}6542 - \frac{f(x_1)}{f''(x_1)} = 1{,}6542 - \frac{(-0{,}0268)}{2{,}3549} = 1{,}6655$$

$$x_3 = 1{,}6655 - \frac{(-0{,}0008)}{2{,}2359} = 1{,}6658 \;//$$

3.i) O método das secantes se assemelha ao de newton porém substitui a tangente pela secante



triângulo menor: $\tan\theta = \dfrac{f(x_1)}{x_1 - x_2}$

triângulo maior: $\tan\theta = \dfrac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$

utilizando semelhança de triângulos:

$$\frac{f(x_1)}{x_1 - x_2} = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{(x_1 - x_0)} \Rightarrow f(x_1) \cdot (x_1 - x_0) = (f(x_1) - f(x_0)) \cdot (x_1 - x_2)$$

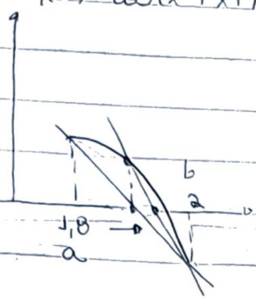
$$x_1 - x_2 = \frac{f(x_1) \cdot (x_1 - x_0)}{f(x_1) - f(x_0)} \rightarrow x_2 = x_1 - \frac{f(x_1) \cdot (x_1 - x_0)}{f(x_1) - f(x_0)}$$

logo a fórmula geral é:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n) \cdot (x_n - x_{n-1})}{f(x_n) - f(x_{n-1})}$$

$f(x) = \cos(x^2 + x + 1) - x + 1$

3. ii)



$b = c \;,\; a = x_0$

$x_{k+1} = \dfrac{c \cdot f(x_k) - x_k \cdot f(c)}{f(x_k) - f(c)}$ (fórmula equivalente da dedução)

$f(1{,}8) = 0{,}1705 \qquad f(2) = -0{,}2460$

$x_1 = \dfrac{2 \cdot (0{,}1705) - 1{,}8 \cdot (-0{,}2460)}{0{,}1705 + 0{,}2460} = 1{,}8818 \rightarrow f(x_1) = 0{,}1084$

$x_2 = \dfrac{2 \cdot (0{,}1084) - 1{,}8818 \cdot (-0{,}2460)}{0{,}1084 + 0{,}2460} = 1{,}9179 \rightarrow f(x_2) = 0{,}0334$

$x_3 = \dfrac{2 \cdot (0{,}0334) - 1{,}9179 \cdot (-0{,}2460)}{0{,}0334 + 0{,}2460} = 1{,}9277 \rightarrow f(x_3) = 0{,}0080$

$x_4 = \dfrac{2 \cdot (0{,}0080) - 1{,}9277(-0{,}2460)}{0{,}0080 + 0{,}2460} = 1{,}9299 \rightarrow f(x_4) = 0{,}0019$

$x_5 = \dfrac{2 \cdot (0{,}0019) - 1{,}9299(-0{,}2460)}{0{,}0019 + 0{,}2460} \cong 1{,}9304$ //

4.

T	1,3	3,7	6,1
F	4,5	5,6	3,1

$$\overset{A}{\begin{bmatrix} \; \end{bmatrix}} \cdot \overset{X}{\begin{bmatrix} \; \end{bmatrix}} = \overset{Y}{\begin{bmatrix} \; \end{bmatrix}}$$

base monomial $= \{1, t, t^2, t^3, \dots t^n\}$

$P(t) = a_0 + a_1 \cdot t + a_2 t^2$

$$\begin{cases} a_0 + a_1(1{,}3) + a_2(1{,}3)^2 = 4{,}5 & \text{(I)} \\ a_0 + a_1(3{,}7) + a_2(3{,}7)^2 = 5{,}6 & \text{(II)} \\ a_0 + a_1(6{,}1) + a_2(6{,}1)^2 = 3{,}1 & \text{(III)} \end{cases}$$

(II) − (I) $= 2{,}4a_1 + 12a_2 = 1{,}1$ (IV)

(III) − (I) $= 4{,}8a_1 + 35{,}52\,a_2 = -1{,}4$ (V)

(V) − 2.(IV) $= 11{,}52a_2 = -3{,}6$

$\boxed{a_2 = -0{,}3125}$

Substituindo nas outras $\boxed{a_1 = 2{,}020}$ $\boxed{a_0 = 2{,}4021}$

Logo $\boxed{P(t) = 2{,}4021 + 2{,}020t - 0{,}3125t^2}$

5.

	x_0	x_1	x_2	x_3
T	1,2	2,3	3,5	4,7
F	4,0	5,1	3,5	2,3

$P_3(t) = L_0 . f(x_0) + L_1 . f(x_1) + L_2 . f(x_2) + L_3 . f(x_3)$

$$L_0 = \frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)(x_0-x_3)} = \frac{(x-2,3)(x-3,5)(x-4,7)}{(-1,1).(-2,3).(-3,5)} = \frac{(x-2,3)(x-3,5)(x-4,7)}{-8,855}$$

$$L_1 = \frac{(x-x_0)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)(x_1-x_3)} = \frac{(x-1,2)(x-3,5)(x-4,7)}{(1,1).(-1,2)(-2,4)} = \frac{(x-1,2)(x-3,5)(x-4,7)}{3,168}$$

$$L_2 = \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_3)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)(x_2-x_3)} = \frac{(x-1,2)(x-2,3)(x-4,7)}{(2,3).(1,2).(-1,2)} = \frac{(x-1,2)(x-2,3)(x-4,7)}{-3,312}$$

$$L_3 = \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)}{(x_3-x_0)(x_3-x_1)(x_3-x_2)} = \frac{(x-1,2)(x-2,3)(x-3,5)}{(3,5).(2,4).(1,2)} = \frac{(x-1,2)(x-2,3)(x-3,5)}{10,08}$$

$P_3(t) = 4 . L_0 + 5,1 . L_1 + 3,5 . L_2 + 2,3 . L_3$ → agora é só simplificar...

6.

x_i	f(x)	Δ1	Δ2	Δ3	Δ4	Δ5
0	0,5403 (x_1-x_0)					
		0,9225 (x_2-x_0)				
0,2	0,7248		-0,0575 (x_3-x_0)			
		0,8995		1,6833 (x_4-x_0)		
0,4	0,9047		-1,0675		-4,802	
		0,4725		-2,1583		5,3932
0,6	0,9992		-2,3625		0,5912	
		-0,4725		-1,6853		
0,8	0,9047		-3,3737			
		-1,822				
1	0,5403					

logo $P_5(t) = 0,5403 + (x) \cdot 0,0225 + (x) \cdot (x-0,2) \cdot (-0,0575) +$
$(x)(x-0,2)(x-0,4) \cdot (1,6833) + (x)(x-0,2)(x-0,4)(x-0,6) \cdot (-4,802)$
$+ (x)(x-0,2)(x-0,4)(x-0,6) \cdot (x-0,8) \cdot (5,3032)$

ii) não farei