

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA UDEAC - JOINVILLE				
1	2	3	4	5

Dupla: Delfia Soares e Elaine Sampa

1o i)  $f(x) = \ln(x^2 + 3x - 1/2) - 2\sin(x^2) - 2$

intervalo =  $[1,5, 2]$

1ª iteração

$a = 1,5 \rightarrow f(a) = -1,7236$

$m = 1,75 \rightarrow f(m) = -0,1023$

$b = 2 \rightarrow f(b) = 1,7649$

como  $f(m) \cdot f(b) < 0$   
descartamos  $a$

2ª iteração

$a = 1,75 \rightarrow f(a) = (-)$

$m = 1,875 \rightarrow f(m) = (+)$

$b = 2 \rightarrow f(b) = (+)$

6ª iteração

$a = 1,75 \rightarrow f(a) = (-)$

$m = 1,7578 \rightarrow f(m) = (-)$

$b = 1,7656 \rightarrow f(b) = (+)$

7ª iteração

$a = 1,7578 \rightarrow f(a) = (-)$

$m = 1,7617 \rightarrow f(m) = (-)$

$b = 1,7656 \rightarrow f(b) = (+)$

3ª iteração

$a = 1,75 \rightarrow f(a) = (-)$

$m = 1,8125 \rightarrow f(m) = (+)$

$b = 1,875 \rightarrow f(b) = (+)$

8ª iteração

$a = 1,7617 \rightarrow f(a) = (-)$

$m = 1,76365 \rightarrow f(m) = (+)$

$b = 1,7656 \rightarrow f(b) = (+)$

4ª iteração

$a = 1,75 \rightarrow f(a) = (-)$

$m = 1,78125 \rightarrow f(m) = (+)$

$b = 1,8125 \rightarrow f(b) = (+)$

9ª iteração

$a = 1,7617 \rightarrow f(a) = (-)$

$m = 1,762675 \rightarrow f(m) = (-)$

$b = 1,76365 \rightarrow f(b) = (+)$

5ª iteração

$a = 1,75 \rightarrow f(a) = (-)$

$m = 1,7656 \rightarrow f(m) = (+)$

$b = 1,78125 \rightarrow f(b) = (+)$

10ª iteração

$a = 1,762675$

$m = 1,7631625$

$b = 1,76365$

Logo a raiz aproximada

no intervalo é  $\approx 1,763$

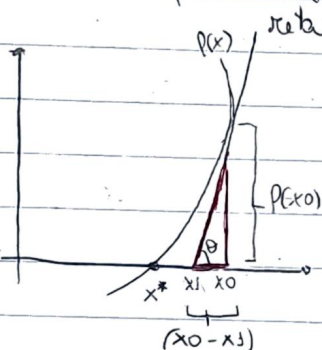
ou ele fica oscilando entre  
entre 0 e 1 na 4ª casa

ii) para o intervalo  $[1, 2]$

$$n^{\circ} \text{ iterações} > \frac{\log(2-1)/10^{-5}}{\log 2} = \frac{\log 10^5}{\log 2} = \frac{5 \cdot \log 10}{\log 2} \approx 16,60$$

Logo  $n > 16,60 \rightarrow n = 17 \text{ iterações!}$

2.º) Esse método parte da ideia de que em um ponto próximo à raiz de uma função, a reta tangente à curva corta o eixo  $x$  em um valor mais próximo:



- $x_0$  é o valor base para começar a iterar
- $x_1$  é o ponto obtido por meio da tangente
- $x^*$  é a aproximação de raiz que queremos

Por definição  $\tan \theta = \frac{CO}{CA} = \frac{f(x_0)}{(x_0 - x_1)}$

como  $f'(x_0) = \tan \theta$  então:

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0)}{(x_0 - x_1)} \quad \therefore f'(x_0) \cdot (x_0 - x_1) = f(x_0)$$

$$\therefore (x_0 - x_1) = \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \quad \therefore x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

aplicando esta ideia para todos os casos obtemos a fórmula:

Geral:  $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$

ii)  $f(x) = \ln(x^2 + 3x - 1/2) - 2 \sin(x^2) - 2$   
 $f'(x) = \frac{(4x+6)}{(2x^2+6x-1)} - 4x \cdot (\cos(x^2))$

•  $x_0 = 2,5 \rightarrow f(x_0) = 0,65035$

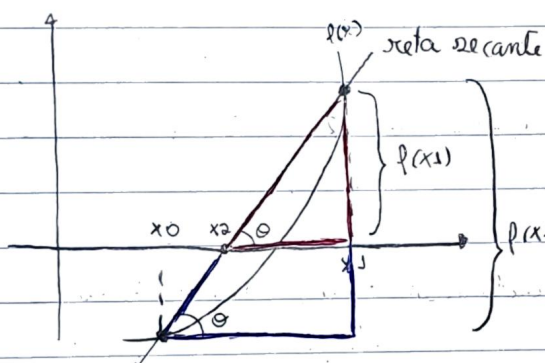
•  $x_1 = 2,5 - \frac{(0,65035)}{-0,3007} = 2,569255 \rightarrow f(x_1) = 0,000190$

$$x_2 = 2,569255 - \frac{(0,00009)}{-9,1727} = 2,569275$$

$$f(x_2) = 0,00000699$$

Lo precisao de 4 digitos atingida, logo  $x \approx 2,569275$

3.º) O método das secantes se assemelha ao de Newton, porém evita a necessidade de usar a derivada da função:



Traçamos a secante do intervalo  $[x_0, x_1]$ , que intercepta os 2 pontos e com isso obtemos um número mais próximo da raiz,  $x_2$ .

• Triângulo menor =

$$\tan \theta = \frac{f(x_1)}{x_1 - x_2}$$

• Triângulo maior =

$$\tan \theta = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$$

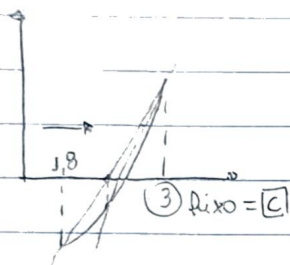
Iguando as expressões por semelhança de triângulos obtemos:

$$\frac{f(x_1)}{x_1 - x_2} = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} \quad \therefore \quad x_1 - x_2 = \frac{f(x_1) \cdot (x_1 - x_0)}{f(x_1) - f(x_0)}$$

$$\therefore x_2 = x_1 - \frac{f(x_1) \cdot (x_1 - x_0)}{f(x_1) - f(x_0)} \quad \text{aplicando essa análise para todos os casos obtemos a fórmula geral:}$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_{n+1}) \cdot (x_{n+1} - x_n)}{f(x_{n+1}) - f(x_n)}$$

ii) intervalo =  $[2,8, 3]$



fórmula equivalente da dedução:

$$x_{k+1} = \frac{C \cdot f(x_k) - x_k \cdot f(C)}{f(x_k) - f(C)}$$

$f(2,8) = -1,2435$        $f(3) = 0,0379$

$$x_1 = \frac{3 \cdot (-1,2435) - 2,8 \cdot (0,0379)}{-1,2435 - (0,0379)} = 2,994075 \rightarrow f(x_1) = (-0,0301)$$

$$x_2 = \frac{3 \cdot (-0,0301) - 2,9940 \cdot (0,0379)}{-0,0301 - 0,0379} = 2,996654 \rightarrow f(x_2) = -0,00015$$

Como a precisão de 4 dígitos foi atingida,  $\boxed{\bar{x} \approx 2,996654}$

4.	T	1,1	2,7	3,1
	F	2,5	5,7	3,4

$$P(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$$

base monomial =  $[1, t, t^2, \dots, t^n]$

$$\begin{bmatrix} \end{bmatrix}_A \cdot \begin{bmatrix} \end{bmatrix}_x = \begin{bmatrix} \end{bmatrix}_y$$

Ⓘ  $a_0 + 1,1a_1 + (1,1)^2 a_2 = 2,5$

Ⓜ  $4 \cdot \text{Ⓘ} = 4a_0 + 4,4a_1 + 4,84a_2 = 10$

Ⓜ  $a_0 + 2,7a_1 + (2,7)^2 a_2 = 5,7$

Ⓜ  $\text{Ⓜ} - \text{Ⓘ} = 2a_1 + 8,4a_2 = 0,9$

Ⓜ  $a_0 + 3,1a_1 + (3,1)^2 a_2 = 3,4$

com 2. Ⓜ - 1,6 Ⓜ =  $-1,28a_2 = 4,06$

$\boxed{a_2 = -3,875}$

substituindo nas outras equações

$\bullet 2a_1 + (8,4) \cdot (-3,875) = 0,9 \rightarrow \boxed{a_1 = 16,725}$

$\bullet a_0 + 1,1(16,725) + (1,1)^2(-3,875) = 2,5 \rightarrow \boxed{a_0 = -11,20875}$

Logo  $\boxed{P(t) = -11,20875 + 16,725t - 3,875t^2}$

Defina e Elabore  
Continuação:

DEPARTAMENTO DE INFORMATICA				
UNESC - JORNAL				
1	2	3	4	5

5.	T	1,7	2,9	3,8	4,1
	F	4,0	6,1	3,5	2,3

$$P(t) = f(x_0) \cdot L_0 + f(x_1) \cdot L_1 + f(x_2) \cdot L_2 + f(x_3) \cdot L_3$$

$$L_0 = \frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)(x_0-x_3)} = \frac{(x-1,7)(x-2,9)(x-4,1)}{-6,048}$$

$$L_1 = \frac{(x-x_0)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)(x_1-x_3)} = \frac{(x-1,7)(x-2,9)(x-4,1)}{1,296}$$

$$L_2 = \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_3)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)(x_2-x_3)} = \frac{(x-1,7)(x-2,9)(x-4,1)}{-0,1567}$$

$$L_3 = \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)}{(x_3-x_0)(x_3-x_1)(x_3-x_2)} = \frac{(x-1,7)(x-2,9)(x-3,8)}{0,864}$$

$$P(t) = 4 \cdot L_0 + (6,1) \cdot L_1 + (3,5) \cdot L_2 + (2,3) \cdot L_3$$

$$P(t) = 0,5346x^3 - 6,6997x^2 + 23,8920x - 10,8807$$

6.9)

$x_i$	$f(x_i)$	$\Delta^1$	$\Delta^2$	$\Delta^3$	$\Delta^4$	$\Delta^5$
$x_0 = 0$	-0,8415	0,763	1,38	0,2625	-1,4531	-0,8073
$x_1 = 0,2$	-0,6889	1,315	1,5375	-0,19	-2,2604	
$x_2 = 0,4$	-0,4259	1,93	0,9975	-2,7083		
$x_3 = 0,6$	-0,10399	2,320	-0,6275			
$x_4 = 0,8$	0,4259	2,078				
$x_5 = 1$	0,8415					

$$P_5(t) = d_0 + d_1(t-t_0) + d_2(t-t_0)(t-t_1) + d_3(t-t_0)(t-t_1)(t-t_2) + d_4(t-t_0)(t-t_1)(t-t_2)(t-t_3) + d_5(t-t_0)(t-t_1)(t-t_2)(t-t_3)(t-t_4)$$

$$P_5(t) = -0,8415 + 0,763(t) + 1,38(t)(t-0,2) + \\ 0,2625 \cdot (t) \cdot (t-0,2) \cdot (t-0,4) - 1,4531 \cdot (t)(t-0,2)(t-0,4)(t-0,6) \\ - 0,8073 \cdot (t)(t-0,2)(t-0,4)(t-0,6)(t-0,8)$$

$$ii) f'(x) = (2x+1) \cdot \cos(x^2+x+1)$$

$$P'(0,5) = 1,93827323$$

$$f'(0,5) = 1,937824843$$

$$iii) \int_0^1 f(t) dt \approx \int_0^1 P_5(t) dt = -0,1493570933$$