No.
Date. / /

Resolução Simulado P2 - ANN

1. Determine o spline cúbico do tipo clamped com derivadas $x=1$ e $x=4$ dados por 1 e 0 respectivamente

x	1 ($f'(1)=1$)	2	3	4 ($f'(4)=0$)
f	1,8	2,6	4,5	5,7

$n=4$ → 4.3 equações (12)

$i=4-1=3$

$P_1 = a_1x^3 + b_1x^2 + c_1x + d_1$

$P_2 = a_2x^3 + b_2x^2 + c_2x + d_2$

$P_3 = a_3x^3 + b_3x^2 + c_3x + d_3$

12 eqs

1. Condições de interpolação: $2(n-1) = 2.3 = 6$

2 condições suavidade: $2(n-2) = 2.2 = 4$ → 10 + 2 (extremos)

(eq1) $a_1(1)^3 + b_1(1)^2 + c_1(1) + d_1 = 1{,}8 \rightarrow \boxed{a_1 + b_1 + c_1 + d_1 = 1{,}8}$

(eq2) $a_1(2)^3 + b_1(2)^2 + c_1(2) + d_1 = 2{,}6 \rightarrow \boxed{8a_1 + 4b_1 + 2c_1 + d_1 = 2{,}6}$

(eq3) $a_2(2)^3 + b_2(2)^2 + c_2(2) + d_2 = 2{,}6 \rightarrow \boxed{8a_2 + 4b_2 + 2c_2 + d_2 = 2{,}6}$

(eq4) $a_2(3)^3 + b_2(3)^2 + c_2(3) + d_2 = 4{,}5 \rightarrow \boxed{27a_2 + 9b_2 + 3c_2 + d_2 = 4{,}5}$

(eq5) $a_3(3)^3 + b_3(3)^2 + c_3(3) + d_3 = 4{,}5 \rightarrow \boxed{27a_3 + 9b_3 + 3c_3 + d_3 = 4{,}5}$

(eq6) $a_3(4)^3 + b_3(4)^2 + c_3(4) + d_3 = 5{,}7 \rightarrow \boxed{64a_3 + 16b_3 + 4c_3 = 5{,}7}$

Primeiras derivadas (começa em x_2): $P_1 = 3a_1x^2 + 2b_1x + c_1$

(eq7) $3a_1(2)^2 + 2b_1(2) + c_1 = 3a_2(2)^2 + 2b_2(2) + c_1$

$12a_1 + 4b_1 + c_1 = 12a_2 + 4b_2 + c_2 \rightarrow \boxed{12a_1 + 4b_1 + c_1 - 12a_2 - 4b_2 - c_2 = 0}$

(eq8) $3a_2(3)^2 + 2b_2(3) + c_2 = 3a_3(3)^2 + 2b_3(3) + c_3$

$\boxed{27a_2 + 6b_2 + c_2 - 27a_3 - 6b_3 - c_3 = 0}$

Segundas derivadas: $P_1 = 6a_1x + 2b_1$

(eq9) $6a_1(2) + 2b_1 = 6a_2(2) + 2b_2$

$\boxed{12a_1 + 2b_1 - 12a_2 - 2b_2 = 0}$

(eq10) ~~$6a_2(3) + 2b_2$~~ $= 6a_3(3) + 2b_3$

$\boxed{18a_2 + 2b_2 - 18a_3 - 2b_3 = 0}$

Controle

R-format	lw	sw	beq

No.

Date. / /

Equações extremos: dp_1 com inclinação 1, $x=1$

dp_3 com inclinação 0, $x=4$

(eq.11) $3a_1(1)^2 + 2b_1(1) + c_1 = 1 \rightarrow \boxed{3a_1 + 2b_1 + c_1 = 1}$

(eq.12) $3a_3(4)^2 + 2b_3(4) + c_3 = 0 \rightarrow \boxed{48a_3 + 8b_3 + c_3 = 0}$

//

2. Mínimos quadrados p/ ajustar a f(x) $f(x) = ae^x + bx$. Calcule r² e o coef. de determinação $y = ae^x + bx$

p/ a → $\Phi_1(x) = e^x$

p/ b → $\Phi_2(x) = x$

x	1	2	3	4	5
y	6,7	12,6	21,2	38,9	62,1

- $F(a,b) = (ae^1 + b(1) - 6{,}7)^2 + (ae^2 + b(2) - 12{,}6)^2 + (ae^3 + b(3) - 21{,}2)^2 + (ae^4 + b(4) - 38{,}9)^2 + (ae^5 + b(5) - 62{,}1)^2$

- $\frac{\partial F}{\partial B} = 2(ae^1 + b - 6{,}7) + 4(ae^2 + 2b - 12{,}6) + 6(ae^3 + 3b - 21{,}2) + 8(ae^4 + 4b - 38{,}9) + 10(ae^5 + 5b - 62{,}1) = 0$

$\boxed{2ae + 110b + 4ae^2 + 6ae^3 + 8ae^4 + 10ae^5 - 1273{,}2 = 0}$

- $\frac{\partial F}{\partial A} = 2(ae + b - 6{,}7).e + 2(ae^2 + 2b - 12{,}6).e^2 + 2(ae^3 + 3b - 21{,}2).e^3 + 2(ae^4 + 4b - 38{,}9)e^4 + 2(ae^5 + 5b - 62{,}1).e^5 = 0$

$2ae^2 + 2be - 13{,}4e + 2ae^4 + 4be^2 - 25{,}2e^2 + 2ae^6 + 6be^3 - 42{,}4e^3 + 2ae^8 + 8be^4 - 77{,}8e^4 + 2ae^{10} + 10be^5 - 124{,}2e^5 = 0 \quad : 2e$

$\boxed{ae + b - 6{,}7 + ae^3 + 2be - 12{,}6e + ae^5 + 3be^2 - 21{,}2e^2 + ae^7 + 4be^3 - 38{,}9e^3 + ae^9 + 5be^4 - 62{,}1e^4 = 0}$

Só resolver o sistema de equações ...

No.

Date. / /

3. Use o método dos gradientes descendentes. Faça 3 iterações. $\alpha = 0{,}1$

x	1	2	3	4
y	2,3	5,4	8,1	17,2

$m = 4$

$$\theta_0^{(J+1)} = \theta_0^{(J)} - \alpha \cdot \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} (\hat{y}^i - y^i)$$

$$\theta_1^{(J+1)} = \theta_1^{J} - \alpha \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} [(\hat{y}^i - y^i) \cdot x^i]$$

Iteração 1 ($J=0$ e $J=1$) onde $\hat{y}^i = \theta_0^{(J)} + \theta_1^{(J)} x^i$

Valores iniciais $\theta_0^{(0)} = 0{,}0$ e $\theta_1^{(0)} = 0{,}0$

como $\hat{y}^i = 0 + 0 \cdot x^i = 1$ p/ todos os pontos:

$\sum (\hat{y}^i - y^i) = (0 - 2{,}3) + (0 - 5{,}4) + (0 - 8{,}1) + (0 - 17{,}2) = -33$

$\sum (\hat{y}^i - y^i) \cdot x^i = (-2{,}3) \cdot 1 + (-5{,}4) \cdot 2 + (-8{,}1) \cdot 3 + (-17{,}2) \cdot 4 = -106{,}2$

logo $\theta_0^{(1)} = 0 - 0{,}1 \cdot \frac{1}{4} \cdot (-33) = 0{,}8250$ $E_0 = \theta_0^{(1)} - \theta_0^{0} = \boxed{0{,}8250}$

$\theta_1^{(1)} = 0 - 0{,}1 \cdot \frac{1}{4} \cdot (-106{,}2) = 2{,}6550$ $E_1 = \theta_1^{1} - \theta_1^{0} = \boxed{2{,}6550}$

Iteração 2 ($J=1$ e $J=2$)

valores iniciais $\theta_0^{1} = 0{,}825$ e $\theta_1^{1} = 2{,}655$

$\sum (\hat{y}^i - y^i) = (0{,}825 + 2{,}655(1) - 2{,}3) + (0{,}825 + 2{,}655(2) - 5{,}4)$
$+ (0{,}825 + 2{,}655(3) - 8{,}1) + (0{,}825 + 2{,}655(4) - 17{,}2) = -3{,}15$

$\sum (\hat{y}^i - y^i) \cdot x^i$ = mesmo de antes mas multiplicado por x^i

$= 1{,}18 + 1{,}47 + 2{,}07 - 23{,}02 = -18{,}3$

logo $\theta_0^{2} = 0{,}825 - 0{,}1 \cdot \frac{1}{4} \cdot (-3{,}15) = \boxed{0{,}90375}$ $E_0 = 0{,}62375$

$\theta_1^{2} = 2{,}655 - 0{,}1 \cdot \frac{1}{4} \cdot (-18{,}3) = \boxed{3{,}1125}$ $E_1 = 0{,}4575$

$\theta^{(2)} = (\theta_0^{(2)}, \theta_1^{(2)})^T = [0{,}90375, 31{,}125]$ //