

Dupla: Délia Soares e Elane Souza

$$10^{\circ}) f(x) = \ln(x^2 + 3x - 1/2) - 2\ln(x^2) - 2$$

intervalo = [1,5, 2]

1ª iteração

$$a = 1,5 \rightarrow f(a) = -1,7236$$

$$m = 1,75 \rightarrow f(m) = -0,1023$$

$$b = 2 \rightarrow f(b) = 1,7649$$

6ª iteração

$$a = 1,75 \rightarrow f(a) = \ominus$$

$$m = 1,7578 \rightarrow f(m) = \ominus$$

$$b = 1,7656 \rightarrow f(b) = \oplus$$

como $f(m), f(b) < 0$ descartamos \ominus

2ª iteração

$$a = 1,75 \rightarrow f(a) = \ominus$$

$$m = 1,875 \rightarrow f(m) = \oplus$$

$$b = 2 \rightarrow f(b) = \oplus$$

7ª iteração

$$a = 1,7578 \rightarrow f(a) = \ominus$$

$$m = 1,7617 \rightarrow f(m) = \ominus$$

$$b = 1,7656 \rightarrow f(b) = \oplus$$

3ª iteração

$$a = 1,75 \rightarrow f(a) = \ominus$$

$$m = 1,8125 \rightarrow f(m) = \oplus$$

$$b = 1,875 \rightarrow f(b) = \oplus$$

8ª iteração

$$a = 1,7617 \rightarrow f(a) = \ominus$$

$$m = 1,76365 \rightarrow f(m) = \oplus$$

$$b = 1,7656 \rightarrow f(b) = \oplus$$

4ª iteração

$$a = 1,75 \rightarrow f(a) = \ominus$$

$$m = 1,78125 \rightarrow f(m) = \oplus$$

$$b = 1,8125 \rightarrow f(b) = \oplus$$

9ª iteração

$$a = 1,7617 \rightarrow f(a) = \ominus$$

$$m = 1,762675 \rightarrow f(m) = \ominus$$

$$b = 1,76365 \rightarrow f(b) = \oplus$$

5ª iteração

$$a = 1,75 \rightarrow f(a) = \ominus$$

$$m = 1,7656 \rightarrow f(m) = \oplus$$

$$b = 1,78125 \rightarrow f(b) = \oplus$$

10ª iteração

$$a = 1,762675$$

$$m = 1,7631625$$

$$b = 1,76365$$

Logo a raiz aproximada

no intervalo é $\approx [1,763]$

Isso fica escondido entre

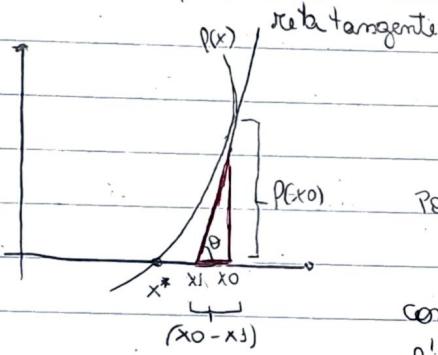
entre 0 e 1 na 4ª casa

i) para o intervalo $[1, 2]$

$$\text{nº iterações} > \frac{\log(2-1)/10^{-5}}{\log 2} = \frac{\log 10^5}{\log 2} = \frac{5 \cdot \log 10}{\log 2} \approx 16,60$$

Logo: $n > 16,60 \rightarrow n = 17$ iterações!

2.º) Esse método parte da ideia de que em um ponto próximo à raiz de uma função, a reta tangente à curva corta o eixo x em um valor mais próximo:



x_0 é o valor base para começar a iterar

x_1 é o ponto obtido por meio da tangente

x^* é a aproximação de raiz que queremos

$$\text{Por definição } \tan \theta = \frac{CO}{CA} = \frac{f(x_0)}{(x_0 - x_1)}$$

como $f'(x_0) = \tan \theta$: então:

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0)}{(x_0 - x_1)} \therefore f'(x_0) \cdot (x_0 - x_1) = f(x_0)$$

$$\therefore (x_0 - x_1) = \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \therefore x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)} \quad \begin{array}{l} \text{aplicando esta ideia} \\ \text{para todos os casos} \end{array}$$

obtemos a fórmula:

General: $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$

$$ii) f(x) = \ln(x^2 + 3x - 1/2) - 2 \sin(x^2) - 2$$

$$f'(x) = \frac{(4x+6)}{(2x^2+6x-1)} - 4x \cdot (\cos(x^2))$$

$$\bullet x_0 = 2,5 \rightarrow f(x_0) = 0,65035$$

$$\bullet x_1 = 2,5 - \frac{0,65035}{-0,3007} = 2,569255 \rightarrow f(x_1) = 0,000190$$

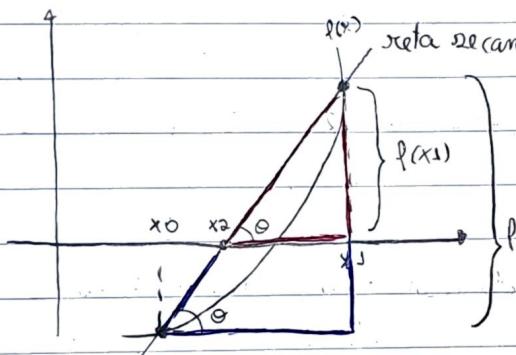
$$x_2 = 2,569255 - \underline{0,00019} = 2,569275$$

$$-0,1727$$

$$f(x_2) = 0,00000609$$

↳ precisão de 4 dígitos atrasados, logo $x \approx 2,569275$

3.º) O método das secantes se assemelha ao de Newton, porém evita a necessidade de usar a derivada da função:



Trazemos a secante do intervalo $[x_0, x_1]$, que intercepta os 2 pontos e $f(x_1) - f(x_0)$ com isso obtemos um número mais próximo da raiz, x_2 .

• Triângulo menor = • Triângulo maior =

$$\tan \theta = \frac{f(x_1)}{x_1 - x_2}$$

$$\tan \theta = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$$

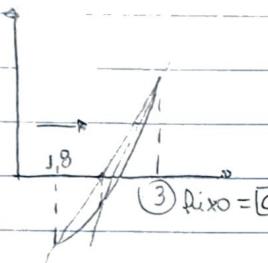
Igualando as expressões por semelhança de triângulos obtém-se:

$$\frac{f(x_1)}{x_1 - x_2} = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} \quad \therefore x_1 - x_2 = \frac{f(x_1) \cdot (x_1 - x_0)}{f(x_1) - f(x_0)}$$

$\therefore x_2 = x_1 - \frac{f(x_1) \cdot (x_1 - x_0)}{f(x_1) - f(x_0)}$ aplicando essa análise para todos os casos obtemos a fórmula geral:

$$x_{n+2} = x_n - \frac{f(x_{n+1}) \cdot (x_{n+1} - x_n)}{f(x_{n+1}) - f(x_n)}$$

ii) intervalo = [2,8,3]



fórmula equivalente da dedução:

$$x_{k+1} = c, f(x_k) - x_k, f(c)$$

$$f(x_k) - f(c)$$

③ $f(x_0) = \boxed{c}$

$f(2,8) = -1,2435$

$f(3) = 0,0379$

$$x_1 = \frac{3 \cdot (-1,2435) - 2,8 \cdot (0,0379)}{-1,2435 - (0,0379)} = 2,994075 \rightarrow f(x_1) = (-0,0301)$$

$$x_2 = \frac{3 \cdot (-0,0301) - 2,9940 \cdot (0,0379)}{-0,0301 - 0,0379} = 2,996654 \rightarrow f(x_2) = -0,00015$$

Como a precisão de 4 dígitos foi alcançada, $\boxed{x \approx 2,996654}$

4.	T	1,1	2,7	3,1	bases monomiais = $\{1, t, t^2, \dots, t^n\}$
F		2,5	5,7	3,4	$\boxed{[] \cdot [] = []}$

$$P(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$$

$$\textcircled{I} \quad a_0 + 1,1a_1 + (1,1)^2 a_2 = 2,5$$

$$\textcircled{II} + \textcircled{I} = 1,6a_1 + 6,08a_2 = 3,2 \quad \textcircled{IV}$$

$$\textcircled{II} \quad a_0 + 2,7a_1 + (2,7)^2 a_2 = 5,7$$

$$\textcircled{III} - \textcircled{I} = 2a_1 + 8,4a_2 = 0,9 \quad \textcircled{V}$$

$$\textcircled{III} \quad a_0 + 3,1a_1 + (3,1)^2 a_2 = 3,4$$

$$\text{com } 2 \cdot \textcircled{IV} - 1,6 \cdot \textcircled{V} = -1,28a_2 = 4,06$$

substituindo nas outras equações

$$2a_1 + (8,4) \cdot (-3,875) = 0,9 \rightarrow \boxed{a_1 = 16,725}$$

$$\boxed{a_2 = -3,875}$$

$$\bullet a_0 + 1,1 \cdot (16,725) + (1,1)^2 \cdot (-3,875) = 2,5 \rightarrow \boxed{a_0 = -11,20875}$$

Logo $P(t) = -11,20875 + 16,725t - 3,875t^2$

1	2	3	4	5

Definição e Ela

Continuação:

5o. $T \mid 1,7 \quad 2,9 \quad 3,8 \quad 4,1$
 $F \mid 4,0 \quad 6,1 \quad 3,5 \quad 2,3$

$P(t) = f(x_0).L_0 + f(x_1).L_1 + f(x_2).L_2 + f(x_3).L_3$

$L_0 = \frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)(x_0-x_3)} = \frac{(x-2,9)(x-3,8)(x-4,1)}{-6,048}$

$L_1 = \frac{(x-x_0)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)(x_1-x_3)} = \frac{(x-1,7)(x-3,8)(x-4,1)}{1,296}$

$L_2 = \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_3)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)(x_2-x_3)} = \frac{(x-1,7)(x-2,9)(x-4,1)}{-0,1567}$

$L_3 = \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)}{(x_3-x_0)(x_3-x_1)(x_3-x_2)} = \frac{(x-1,7)(x-2,9)(x-3,8)}{0,864}$

$P(t) = 4,0.L_0 + (6,1).L_1 + (3,5).L_2 + (2,3).L_3$

$P(t) = 0,5346x^3 - 6,6927x^2 + 23,18920x - 16,8807$

6o.º)

x^0	$f(x_i)$	$\Delta 1$	$\Delta 2$	$\Delta 3$	$\Delta 4$	$\Delta 5$
$x_0 = 0$	-0,8415	0,763	1,38	0,2625	-1,4531	-0,8073
$x_1 = 0,2$	-0,6889	1,315	1,5375	-0,19	-2,2604	
$x_2 = 0,4$	-0,4259	1,03	0,9975	-2,7083		
$x_3 = 0,6$	-0,1399	2,320	-0,6275			
$x_4 = 0,8$	0,4259	2,078				
$x_5 = 1$	0,8415					

$P_5(t) = d_0 + d_1(t-t_0) + d_2(t-t_0)(t-t_1) + d_3(t-t_0)(t-t_1)(t-t_2) + d_4(t-t_0)(t-t_1)(t-t_2)(t-t_3) + d_5(t-t_0)(t-t_1)(t-t_2)(t-t_3)(t-t_4)$

$$P_5(t) = -0,8415 + 0,763(t) + 1,38(-t)(t-0,2) + \\ 0,2625 \cdot (t) \cdot (t-0,2) \cdot (t-0,4) - 1,4531 \cdot (t) \cdot (t-0,2) \cdot (t-0,4) \cdot (t-0,6) \\ - 0,8073 \cdot (t) \cdot (t-0,2) \cdot (t-0,4) \cdot (t-0,6) \cdot (-t-0,8)$$

$$\text{i)} f'(x) = (2x+1) \cdot \cos(x^2+x+1)$$

$$f'(0,5) = 1,93827323$$

$$f'(0,5) = 1,937824843$$

$$\text{iii)} \int_0^1 f(t) dt \approx \int_0^1 P_5(t) dt = -0,1403570933$$