

No Arbitrage 조건을 이용한 Option Price 계산

1) Call/Put option 가격을 두 가지 방법으로 각각 계산하고 서로 비교해 보시오.

Call Option 가격 (원)

| t (만기) | Monte-Carlo | Black-Scholes-Merton |
|--------|-------------|----------------------|
| 1 월 말 | 32.37 | 32.17 |
| 3 월 말 | 61.60 | 61.23 |
| 6 월 말 | 95.08 | 94.55 |
| 9 월 말 | 124.08 | 123.43 |
| 12 월 말 | 150.77 | 150.02 |

Put Option 가격 (원)

| t (만기) | Monte-Carlo | Black-Scholes-Merton |
|--------|-------------|----------------------|
| 1 월 말 | 23.64 | 23.64 |
| 3 월 말 | 36.37 | 36.37 |
| 6 월 말 | 45.42 | 45.42 |
| 9 월 말 | 50.32 | 50.33 |
| 12 월 말 | 53.22 | 53.23 |

첫번째 Monte-Carlo Simulation 방법은 $M=10,000$ 의 Normal random number 을 생성하여 기댓값을 계산하였고, 두번째는 Black-Scholes-Merton 공식을 이용하여 option 가격을 구하였다. Call option 가격은 만기가 어떨든 첫번째 방법에서 높았고 Put option 가격은 두번째 방법에서 높은 값이 나왔다. 전체적으로 시뮬레이션을 이용한 방법과 Black-Scholes 공식을 이용한 방법이 거의 동일하였다.

2) 실제 주가자료(S_t)를 이용하여 2017 년 1 월 2 일에 대해 만기별 실제 수익률을 각각 계산하여 이를 주식의 수익률과 비교해 보고 그 장단점을 설명하시오.

a) Call option 150주 및 Put option 50주

| t (만기) | $150 \cdot c_t$ | $50 \cdot p_t$ | $150 \cdot (S_t - K)^+$ | $50 \cdot (K - S_t)^+$ | 순수입 | 수익률(%) |
|--------|-----------------|----------------|-------------------------|------------------------|--------|--------|
| 1월 말 | 4,825 | 1,182 | 6,212 | 0 | 204 | 3.40 |
| 3월 말 | 9,185 | 1,819 | 20,111 | 0 | 9,107 | 82.76 |
| 6월 말 | 14,183 | 2,271 | 54,845 | 0 | 38,391 | 233.32 |
| 9월 말 | 18,514 | 2,516 | 55,247 | 0 | 34,216 | 162.70 |
| 12월 말 | 22,503 | 2,662 | 66,200 | 0 | 41,035 | 163.07 |

b) Call option 100주 및 Put option 100주

| t (만기) | $150 \cdot c_t$ | $50 \cdot p_t$ | $150 \cdot (S_t - K)^+$ | $50 \cdot (K - S_t)^+$ | 순수입 | 수익률(%) |
|--------|-----------------|----------------|-------------------------|------------------------|--------|--------|
| 1월 말 | 3,217 | 2,365 | 4,141 | 0 | -1,440 | -25.81 |
| 3월 말 | 6,123 | 3,637 | 13,407 | 0 | 3,647 | 37.36 |
| 6월 말 | 9,455 | 4,542 | 36,563 | 0 | 22,566 | 161.21 |
| 9월 말 | 12,343 | 5,033 | 36,831 | 0 | 19,456 | 111.97 |

| | | | | | | |
|-------|--------|-------|--------|---|--------|--------|
| 12월 말 | 15,002 | 5,323 | 44,133 | 0 | 23,808 | 117.14 |
|-------|--------|-------|--------|---|--------|--------|

c) Call option 50주 및 Put option 150주

| t (만기) | 150*ct | 50*pt | 150*(St-K)+ | 50*(K-St)+ | 순수입 | 수익률(%) |
|--------|--------|-------|-------------|------------|--------|--------|
| 1월 말 | 1,608 | 3,547 | 2,071 | 0 | -3,085 | -59.84 |
| 3월 말 | 3,062 | 5,456 | 6,704 | 0 | -1,814 | -21.30 |
| 6월 말 | 4,728 | 6,813 | 18,282 | 0 | 6,741 | 58.41 |
| 9월 말 | 6,171 | 7,549 | 18,416 | 0 | 4,695 | 34.22 |
| 12월 말 | 7,501 | 7,985 | 22,067 | 0 | 6,581 | 42.49 |

d) 각 Portfolio에 대한 만기별 실제 수익률과 주식의 수익률 비교

| t (만기) | Call 150 주 Put 50 주 | Call 100 주 Put 100 주 | Call 50 주 Put 150 주 | 주식의 수익률 |
|--------|------------------------|-------------------------|------------------------|------------|
| 1월 말 | 3.40 | -25.81 | -59.84 | 2.03 |
| 3월 말 | 82.76 | 37.36 | -21.30 | 6.60 |
| 6월 말 | 233.32 | 161.21 | 58.41 | 18.03 |
| 9월 말 | 162.70 | 111.97 | 34.22 | 18.16 |
| 12월 말 | 163.07 | 117.14 | 42.49 | 21.76 |

a, b, c 모두 call option과 put option을 합쳐서 200주를 매입하였다. 매입한 Call option 수가 감소하고 put option 수가 증가할수록 순수입은 줄어들고 수익률 역시 줄어드는 것을 확인할 수 있다. 실제 2017년의 주가 자료를 확인하였을 때 2017년 1월 2일의 주가(S_0) = 2,026.16 이고, 자료를 보았을 때 2017년 한 해 동안 주가지수가 상당히 많이 상승하였음을 알 수 있었다. 위의 표에서 주식의 수익률은 200주를 모두 주식으로 S_0 에 매입하여 각 만기에 주식을 모두 매도한다고 가정할 경우의 수익률이다. t 시점의 주가가 상승할수록 Call option의 경우는 수입이 커지며, Put option의 경우 수입을 얻지 못하지만 손실은 방지할 수 있다. 따라서 같은 크기를 모두 주식으로 매입하는 것보다 Call option의 비율이 높은 포트폴리오가 수익률이 훨씬 더 높았다. 특히 만기가 6월 말인 경우의 포트폴리오 a의 수익률이 약 233%로 가장 높은 것은 해당 시점에 주가가 급상승하였기 때문이다. 반면에 Put option의 경우 모든 만기 t 시점에서 S_t 가 행사가격 K보다 커 행사하지 못하고 수익을 얻지 못하였으므로 매입한 Put option의 비율이 클수록 수익률이 줄어들었다. 만기가 매입시점과 차이가 많이 나지 않는 1월과 3월 말의 경우 그래프를 확인한 결과 주가 변동이 현재 1월 초와 비교해 크지 않았으므로 오히려 손실이 발생하였다.

