1. 다음 연립선형방정식을 가우스 소거법과 크래머의 규칙으로 각각 구해보자. (각 0.5점)

$$
\begin{aligned}
&x - y - 2z = 3 \\
&2x - y + z = 5 \\
&-3x + 2y - 5z = 4
\end{aligned}
$$

■ 가우스 소거법

■ 크래머의 규칙

2. 다음 3×3 행렬 A의 역행렬 A^{-1}를 두 가지 방법 (행 연산에 의한 방법, 행렬식을 이용한 방법)으로 각각 구해보자. (각 0.5점)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & 6 & 0 \end{pmatrix}$$

■ 행 연산에 의한 방법

■ 행렬식을 이용한 방법

3. 이차 정사각행렬 A, B에 대하여 $A^2 + A = E$, $AB = 2E$가 성립할 때, B^2을 A와 E로 나타내보자.

4. 다음 방정식의 해를 구해보자.

$$\begin{vmatrix} 1-x & -4 & -2 \\ 2 & 7-x & 4 \\ 4 & 10 & 6+x \end{vmatrix} = 0$$

5. 점 $(1, 0)$, $(0, 1)$을 각각 점 $(2, -3)$, $(-1, 0)$으로 옮기는 선형변환 g가 있다. g에 의해 점 $(2, 3)$이 옮겨지는 점의 좌표가 (x, y)일 때, $x - y$의 값을 구해보자.

6. 세점 O, A, B에 대하여 두 벡터 $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$ 일 때, $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2, \quad |\vec{a}| = 2, \quad |\vec{b}| = 3$을 만족한다. 이 때, 두 선분 OA, OB를 두 변으로 하는 평행사변형의 넓이를 구해보자.

7. 2×1 행렬 A, B에 대하여 선형변환 f가 $f(A+2B) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $f(-2A+B) = \begin{pmatrix} -5 \\ -7 \end{pmatrix}$을 만족할 때, $f(A-2B)$을 구해보자.

8. 두 벡터 $\vec{a} = (9, x+1, -12)$, $\vec{b} = (-8, x, 7)$이 서로 수직일 때, 음수 x의 값을 구해보자.

9. 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$에 대하여 $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 3$이고, 두 벡터 $6\vec{a} + \vec{b}$와 $\vec{a} - \vec{b}$가 서로 수직일 때, $\vec{a} \cdot \vec{b}$의 값을 구해보자.

10. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여 다음을 만족할 때, $a + b + c + d$의 값을 구해보자.

$$\frac{3}{1001} \sum_{n=1}^{2002} A^n = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

e-mail : kimtwan21@dongduk.ac.kr