학번 : ________________ 이름 : ________________

1. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$, $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 이

$$A = (pA + qE)^{-1}$$

를 만족하도록 상수 p, q의 값을 정할 때, $p - q$의 값을 구해보자. [2점] 1

① 1

② 3

③ -1

④ 5

⑤ -2

2.아래 변환이 선형변환일 때, 변환 f에 의하여 점 $(2, -1)$이 옮겨지는 점의 좌표가 (m, n)일 때, $m - n$의 값을 구해보자. [2점] 4

$$f : \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} ax + by + a - 2 \\ 3x - ay + b + 3 \end{pmatrix}$$

① 2

② 1

③ 0

④ -1

⑤ -2

3. $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 1 & b \end{pmatrix}$ 이고, $B^{-1}AB = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 일 때, $a+b$의 값을 구해보자. (단, B^{-1}는 B의 역행렬이다.) [2점] 3

① 3

② 2

③ 1

④ 0

⑤ -1

4. 행렬 $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ 이고, $B = A + A^2 + A^3 + A^4 + A^5$ 일 때, 행렬 B의 모든 원소의 합을 구해보자. [2점] 5

① 2

② 1

③ 0

④ -1

⑤ -2

5.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$

의 역행렬을 $A^{-1} = (a_{ij})_{3\times 3}$ 이라 할 때, a_{32}의 값을 구해보자. [2점] 1

① 0

② -1

③ 1

④ 2

⑤ -2

6. 3차원 공간의 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$는 서로 평행하지 않는다. 이 때, $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$와 수직이 아닌 벡터를 골라보자. [2점] 3

① $\vec{a}$

② $\vec{b}$

③ $\vec{a} + \vec{c}$

④ $3\vec{a} + 2\vec{b}$

⑤ $\vec{a} - 4\vec{b}$

7. 두 행렬 A, B가 역행렬을 가지는 이차 정사각행렬일 때, 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르세요. (A^{-1}는 A의 역행렬이다.) [3점] 2

- **A** : $A^{-1}(A+B)B^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$
- **B** : $(B^{-1}AB)^{10} = B^{-1}A^{10}B$
- **C** : $(B^{-1}AB)^{-1} = BA^{-1}B^{-1}$

① A

② A, B

③ B, C

④ A, B, C

⑤ A, C

8. $f(x) = 2x-1$이고, 함수 $g(x)$는 모든 함수 $h(x)$에 대하여 $(h \circ g \circ f)(x) = h(x)$를 만족시킨다. 이 때 $g(5)$의 값을 구해보자. [2점] 1

① 3

② 2

③ 1

④ -2

⑤ -3

9. 점 $(1, 0)$, $(0, 1)$을 각각 점 $(2, -3)$, $(-1, 0)$으로 옮기는 선형변환 g가 있다. g에 의해 점 $(2, 3)$이 옮겨지는 점의 좌표가 (x, y)일 때, $x - y$의 값을 구해보자. [2점] 3

① -4

② 2

③ 7

④ 3

⑤ -5

10. 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$에 대하여 $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 3$이고, 두 벡터 $6\vec{a} + \vec{b}$와 $\vec{a} - \vec{b}$가 서로 수직일 때, $\vec{a} \cdot \vec{b}$의 값은? [2점] 4

① 0

② -0.2

③ 0.3

④ -0.6

⑤ -0.4

11. 행렬 $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$ 으로 나타내어지는 선형변환에 의해 직선 $x + 2y - 2 = 0$위의 모든 점이 점 (a, b)로 옮겨진다. 이 때, $-a + b$의 값은? [2점] 4

① -2

② 4

③ 0

④ 1

⑤ -3

12. 두 이차정사각 행렬 A, B에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 골라보자. (E는 단위행렬, 0은 영행렬이다.) [3점] 5

- **A** : $AB = BA$이면, $A^2B = BA^2$이다.
- **B** : $A^2 = B^2$이면, $A = B$ 또는 $A = -B$이다.
- **C** : $AB = 0$일 때, $B \neq 0$이면 A의 역행렬은 존재하지 않는다.
- **D** : $A^3 + A^2 + A + E = 0$이면, A는 역행렬을 갖는다.

① A, D

② C, D

③ A, B, C

④ B, C, D

⑤ A, C, D

13. 다음 중 옳은 것을 골라보자. [3점] 5

- **A** : 함수 $f : R \longrightarrow R$은 모든 실수 x에 대해서 $f(x) = 2x + 1$은 전단사 함수이다.
- **B** : 함수 $f : Q \longrightarrow Q$은 모든 실수 x에 대해서 $f(x) = 2x + 1$은 전단사 함수이다.
- **C** : 함수 $f : Z \longrightarrow Z$은 모든 실수 x에 대해서 $f(x) = 2x + 1$은 단사이지만 전사가 아니다.
- **D** : 함수 $f : N \longrightarrow N$은 모든 실수 x에 대해서 $f(x) = 2x + 1$은 단사이지만 전사가 아니다.

① A, B

② C, D

③ A, B, C

④ A, B, D

⑤ A, B, C, D

14. 두 벡터 $A = 2i + 4j - 3k$, $B = i - j$ 일 때, $A \times B$의 값을 구해보자. [2점] 2

① $6i - 3j + 3k$

② $-3i - 3j - 6k$

③ $6i + 3j - 3k$

④ $3i - 6k$

⑤ $-3i - 6j + 3k$

15. 집합 $X = \{1, 2, 3\}$에 대하여 함수 $f : X \longrightarrow X$가 전단사함수이고,

$$f(1) = 2, \quad (f \circ f)(3) = 3$$

을 만족시킬 때, $f(2) - f^{-1}(2)$의 값을 구해보자. [2점] 2

① 1

② 0

③ 4

④ -2

⑤ -1

16. $f : R \longrightarrow R$에서 정의되는 함수 $f(x)$와 이의 역함수를 $g(x)$라 하자. 아래의 함수

$$y = 0.25f(0.5x + 1) + 0.5$$

의 역함수를 $h(x)$라 할 때, $h(x) = 2g(ax - 2) + b$가 성립한다. $a + b$의 값은? [2점] 1

① 2

② 1

③ 0

④ -1

⑤ -2

e-mail : kimtwan21@dongduk.ac.kr