Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»
КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №1

Студент Соколов Ефим
Группа ИУ7-63Б
Дисциплина Моделирование

Преподаватель: ________ Градов В.М.
подпись, дата Фамилия, И.О.

Оценка ________________

Москва — 2021 г.

Цель работы

Целью данной лабораторной работы является анализ и сравнение численных методов (методов Эйлера и Рунге-Кутта 2-ого порядка) и приближенного аналитического метода Пикара для решения задачи Коши ОДУ.

Задача Коши

Задача Коши определяется следующей системой:

$$\begin{cases} u'(x) = f(x, u) \\ u(\varepsilon) = \eta \end{cases}$$

Решение данной задачи можно получить с помощью приближенных аналитических или численных методов.

Метод Пикара

i-ое приближение рассчитывается по следующей формуле:

$$y^{(i)}(x) = \eta + \int_0^x f(t, y^{(i-1)}(t))dt$$

В данной лабораторной работе

$$\begin{cases} u'(x) = u^2 + x^2 \\ u(0) = 0 \end{cases}$$

Вычислим первые 4 приближения метода Пикара:

$$y^{(1)}(x) = 0 + \int_0^x t^2 dt = \frac{x^3}{3}$$

$$y^{(2)}(x) = 0 + \int_0^x y^{(1)}dt = y^{(1)}[\frac{x^4}{21} + 1]$$

$$y^{(3)}(x) = 0 + \int_0^x y^{(2)}dt = y^{(1)}[\frac{x^{12}}{19845} + \frac{2x^8}{693}] + y^{(2)}$$

$$y^{(4)}(x) = 0 + \int_0^x y^{(3)}dt = y^{(1)}[\frac{x^{28}}{36625634325} + \frac{4x^2}{1113959385} + \frac{662x^{20}}{3479404005} + \\ + \frac{82x^{16}}{12442815} + \frac{4x^{12}}{31185}] + y^{(3)}$$

Метод Эйлера

Порядок точности метода: $O(h)$.

$$y_{n+1} = y_n + h * f(x_n, y_n)$$

Метод Рунге-Кутта 2-ого порядка

Порядок точности метода: $O(h^2)$.

$$y_{n+1} = y_n + h * [(1 - \alpha)k_1 + \alpha k_2],$$

где $\alpha = \overline{0, 0.5}$, $k_1 = f(x_n, y_n)$, $k_2 = f(x_n + \frac{h}{2\alpha}, y_n + \frac{h}{2\alpha}k_1)$

Листинги кода

На листингах 1-3 реализованных методов на языке Python 3.

```
def picard_1(x):
    """Picard's method (1st approximation)"""
    return x ** 3 / 3

```

```python

def picard_2(x):
    """Picard's method (2nd approximation)"""
    return picard_1(x) * ((x ** 4) * (1 / 21) + 1)


def picard_3(x):
    """Picard's method (3rd approximation)"""
    return picard_1(x) * ((x ** 12) * (1 / 19845) + 2 * (x ** 8) * (1 / 693)) + picard_2(x)


def picard_4(x):
    """Picard's method (4th approximation)"""
    return picard_1(x) * ((x ** 28) * (1 / 36_625_634_325) + 4 * (x ** 24) * (1 / 1_113_959_385) + 662 * (x ** 20) * (1 / 3_479_404_005) + \
    82 * (x ** 16) * (1 / 12_442_815) + 4 * (x ** 12) * (1 / 31185)) + picard_3(x)
```

Листинг 1: Методы Пикара

```python
def euler_method(x_n, y_n, h):
    """Euler's method (explicit scheme)"""
    return y_n + h * f(x_n, y_n)
```

Листинг 2: Метод Эйлера

```python
def runge_kutta_method(x_n, y_n, h):
    """Runge-Kutta method (2nd order)"""

    alpha = 1  # alpha=1 or alpha=1/2
    k1 = f(x_n, y_n)
    k2 = f(x_n + h / (2 * alpha), y_n + h / (2 * alpha) * k1)
    return y_n + h * ((1 - alpha) * k1 + alpha * k2)
```

Листинг 3: Методы Рунге-Кутта второго порядка