

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования



**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Инженерная школа информационных технологий и робототехники
Отделение информационных технологий
Направление подготовки 09.04.04 Программная инженерия

Отчёт по лабораторной работе №3
ОЦЕНКА КАЧЕСТВА РЕГУЛИРОВАНИЯ И АНАЛИЗ
УСТОЙЧИВОСТИ ЛИНЕЙНЫХ НЕПРЕРЫВНЫХ СИСТЕМ
АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ
по дисциплине Основы теории управления автономными системами

Выполнил студент гр. 8ПМ4Л

Подпись

Дата

Сокуров Р.Е.
Фамилия И.О.

Проверил доцент ОАР

Подпись

Дата

Хожаев И.В.
Фамилия И.О.

Томск 2024 г.

Цель

Освоить основные методы оценки качества работы систем автоматического управления и анализа их устойчивости.

Задачи

1) задать на свое усмотрение передаточную функцию неизменяемой части исследуемой системы не ниже второго порядка; получить передаточную функцию замкнутой системы, состоящей из П-регулятора и неизменяемой части;

2) с помощью критерия Гурвица определить критическое значение передаточного коэффициента регулятора;

3) задать три значения коэффициента П-регулятора, приводящие систему в устойчивое, граничное и неустойчивое состояния;

4) для каждого из заданных значений исследовать систему:

- по переходной характеристике;
- по корням характеристического уравнения;
- по критерию Михайлова;
- по критерию Найквиста;

5) оценить качество работы исследуемой системы в устойчивом состоянии:

- определить значения прямых показателей качества;
- определить значения корневых показателей качества;

6) оформить отчет.

Ход работы

1. Задание ПФ неизменяемой части и получение ПФ замкнутой системы

Пусть ПФ неизменяемой части имеет вид $W(s) = \frac{1}{10s^3 + 8s^2 + 6s + 4}$, а ПФ П-Регулятора $W(s) = k$. Составим замкнутую систему с единичной отрицательной обратной связью и рассчитаем итоговую ПФ:

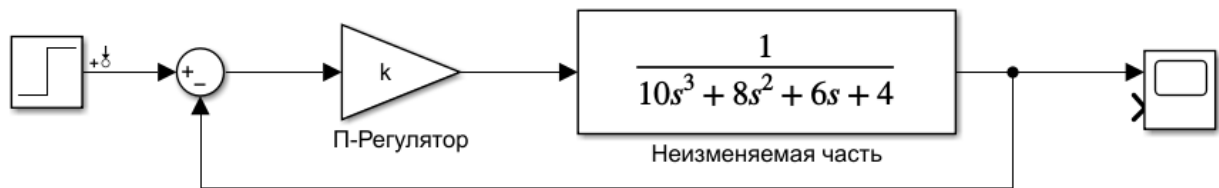


Рисунок 1 – Исследуемая система

Передаточная функция замкнутой части рассчитывается по следующему выражению: $W_{замкн}(s) = \frac{W_{разомкн}}{1 + W_{разомкн} \cdot W_{ос}}$. В данном случае у нас

$W_{разомкн} = \frac{k}{10s^3 + 8s^2 + 6s + 4}$, потому что ПФ двух последовательно соединённых звеньев равна их произведению, а $W_{ос} = 1$ потому что в обратной связи нет никаких ПФ. Тогда

$$\begin{aligned}
 W_{замкн}(s) &= \frac{W_{разомкн}}{1 + W_{разомкн} \cdot W_{ос}} = \frac{\frac{k}{10s^3 + 8s^2 + 6s + 4}}{1 + \frac{k}{10s^3 + 8s^2 + 6s + 4}} = \\
 &= \frac{k}{10s^3 + 8s^2 + 6s + 4} \cdot \frac{1}{1 + \frac{k}{10s^3 + 8s^2 + 6s + 4}} = \\
 &= \frac{k}{10s^3 + 8s^2 + 6s + 4} \cdot \frac{1}{\frac{10s^3 + 8s^2 + 6s + 4 + k}{10s^3 + 8s^2 + 6s + 4}} = \\
 &= \frac{k}{\cancel{10s^3 + 8s^2 + 6s + 4}} \cdot \frac{\cancel{10s^3 + 8s^2 + 6s + 4}}{10s^3 + 8s^2 + 6s + 4 + k} = \frac{k}{10s^3 + 8s^2 + 6s + 4 + k}
 \end{aligned}$$

Проверим это, подав на осциллограф одновременно замкнутую систему и эквивалентную ПФ:

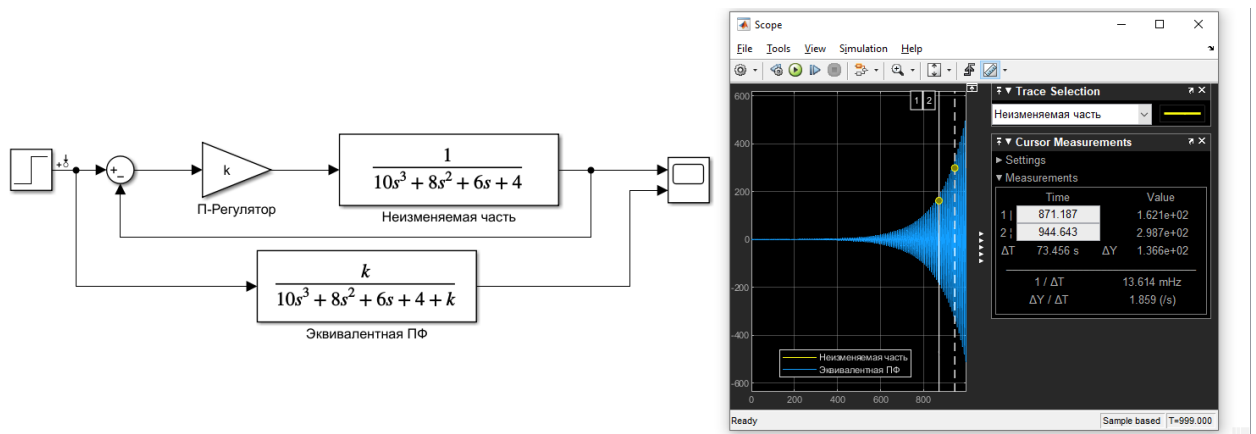


Рисунок 2 – Оценка корректности расчётов

Две линии слились в одну, что говорит о правильности выполнения расчётов.

2. Определение критического значения передаточного коэффициента регулятора с помощью критерия Гурвица

Согласно критерию Гурвица система третьего порядка устойчива, если все коэффициенты характеристического и главный минор второго порядка положительны. В данном случае, характеристический полином $D(s) = 10s^3 + 8s^2 + 6s + 4 + k$ имеет все положительные коэффициенты.

Для определения пограничных значений k приравняем главный минор матрицы к 0:

$$8 \cdot 6 - 10 \cdot (4 + k) = 0$$

$$48 - 40 - 10k = 0$$

$$10k = 8$$

$$k = 0.8$$

Также стоит не забывать, что при этом все коэффициенты должны быть положительными, а значит пограничное значение существует также ещё и из выражения:

$$4 + k = 0$$

$$k = -4$$

Таким образом, система устойчива если $k \in (-4; 0.8)$.

3. Задание трёх значений коэффициента P регулятора, приводящие систему в устойчивое, граничное и неустойчивое состояния;

Как было исследовано в прошлом пункте работы, система устойчива если $k \in (-4; 0.8)$. Тогда, для устойчивого состояния зададим $k = 0.1$, для неустойчивого положения, $k = 1$ для неустойчивого и $k = 0.8$ для граничного состояния.

3.1 Исследование устойчивой системы

Для анализа системы для начала была построена переходная характеристика:

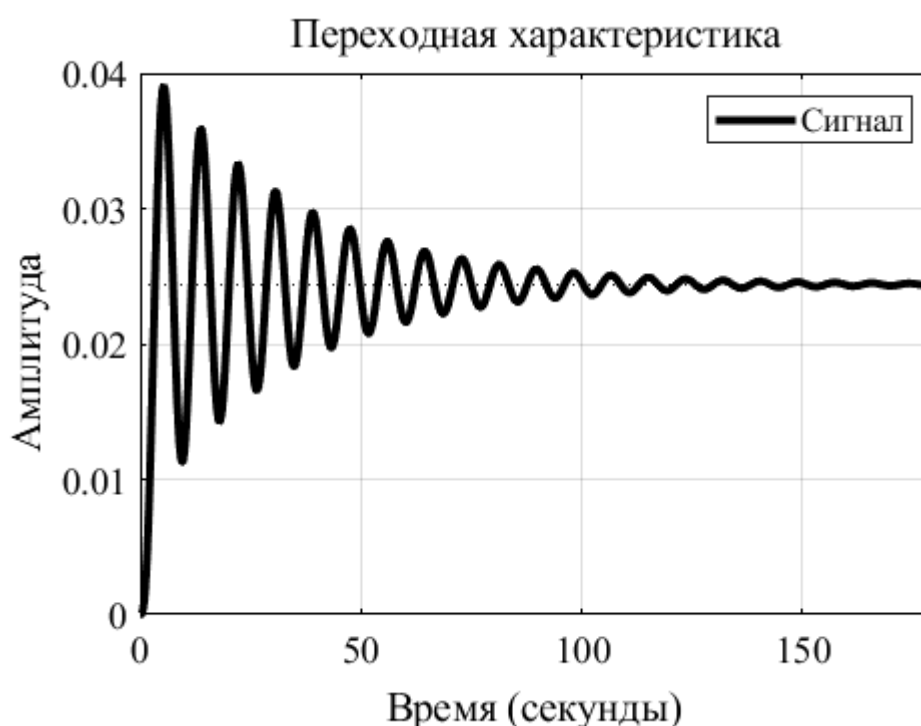


Рисунок 3 – Переходная характеристика устойчивой системы

На переходной характеристике видно, что система сходится к какому-то значению, а значит устойчива.

Далее, была исследована устойчивость по корням характеристического уравнения. Характеристическое уравнение устойчивой системы: $D(s) = 10s^3 + 8s^2 + 6s + 4.1$. Его корни были получены с помощью MathCad:

$$10s^3 + 8s^2 + 6s + 4.1 = 0 \text{ solve} \rightarrow \begin{pmatrix} -0.73891796252703349144 \\ -0.030541018736483254278 - 0.74426650569403797182i \\ -0.030541018736483254278 + 0.74426650569403797182i \end{pmatrix}$$

Рисунок 4 – Корни характеристического уравнения

Как видно, действительные части всех корней отрицательны, что говорит об устойчивости системы. Далее был построен годограф Михайлова (для замкнутой системы) и получена следующая картина:

$$f(s) := 10s^3 + 8s^2 + 6s + 4.1$$

$$\omega := 0, 0.01 \dots 1$$

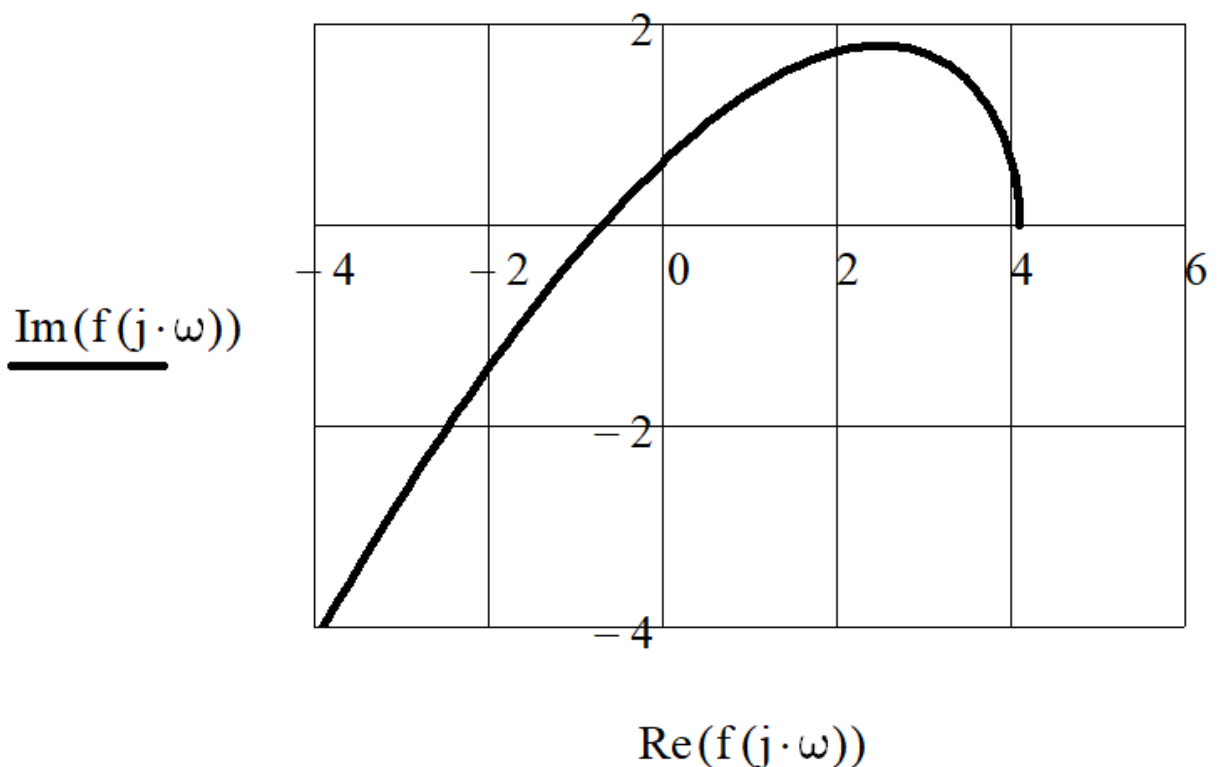


Рисунок 5 – Годограф замкнутой системы

Видно, что линия годографа начинается на действительной положительной оси и огибает начало координат проходя последовательно через 3 квадранта числовой оси, а значит система устойчива. Далее был построен годограф Найквиста (для разомкнутой системы):

$$k := 0.1$$

$$f(s) := \frac{k}{(10s^3 + 8s^2 + 6s + 4)}$$

$$\omega := 0, 0.001 \dots 3$$

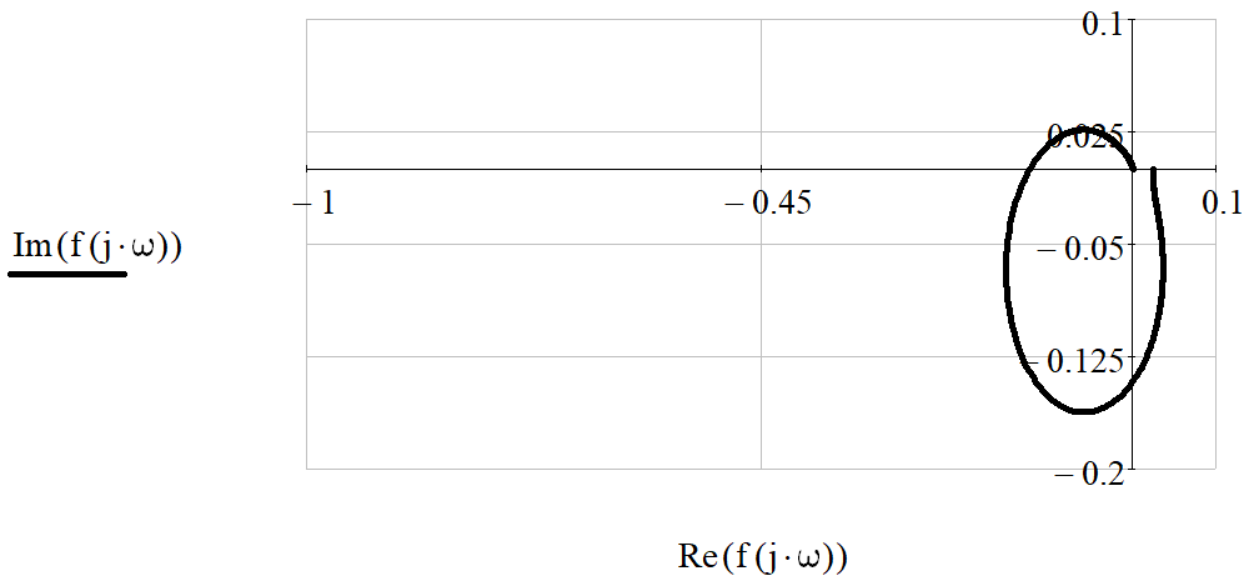


Рисунок 6 – Годограф разомкнутой системы

Видно, что линия годографа не охватывает точку $(-1; 0i)$, а значит система устойчива.

3.2 Исследование системы на границе устойчивости

Для анализа системы для начала была построена переходная характеристика:

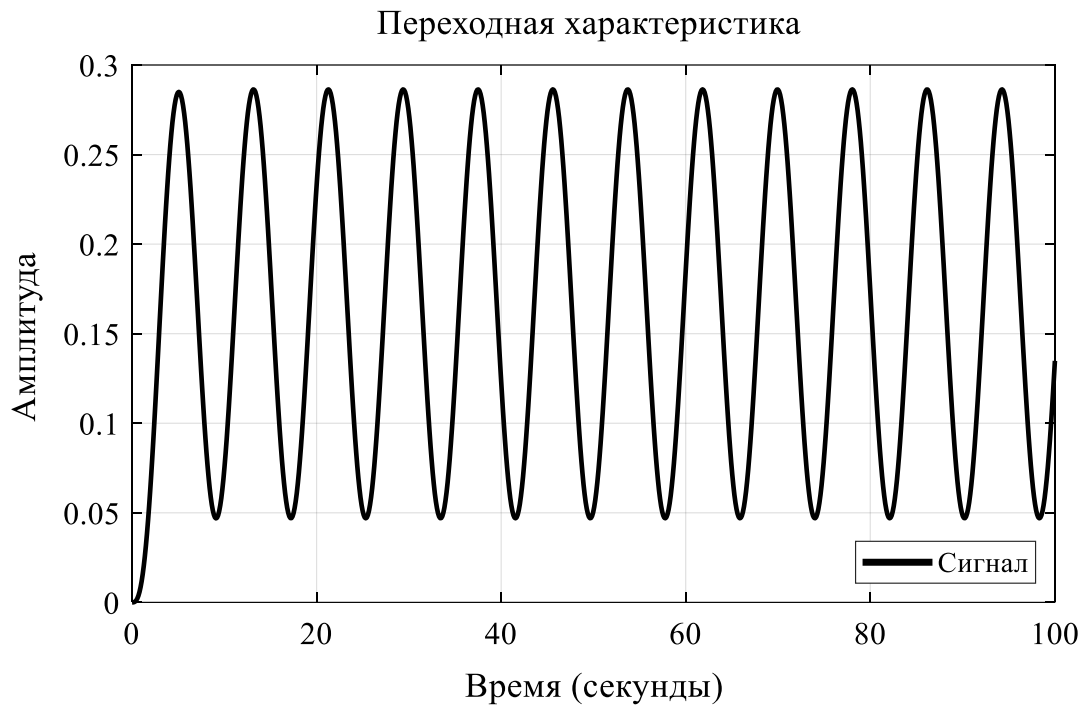


Рисунок 7 – Переходная характеристика системы на границе устойчивости

На переходной характеристике видно, что система находится в автоколебаниях, а значит на границе устойчивости.

Далее, была исследована устойчивость по корням характеристического уравнения. Характеристическое уравнение имеет следующий вид:

$D(s) = 10s^3 + 8s^2 + 6s + 4.8$. Его корни были получены с помощью MathCad:

$$10s^3 + 8s^2 + 6s + 4.8 = 0 \text{ solve} \rightarrow \begin{pmatrix} -0.8 \\ -0.77459666924148337704i \\ 0.77459666924148337704i \end{pmatrix}$$

Рисунок 8 – Корни характеристического уравнения

Как видно, действительные части двух корней равны нулю, что говорит о том, что система находится в пограничном состоянии. Далее был построен годограф Михайлова (для замкнутой системы) и получена следующая картина:

$$f(s) := 10s^3 + 8s^2 + 6s + 4.8$$

$$\omega := 0, 0.01 \dots 1$$

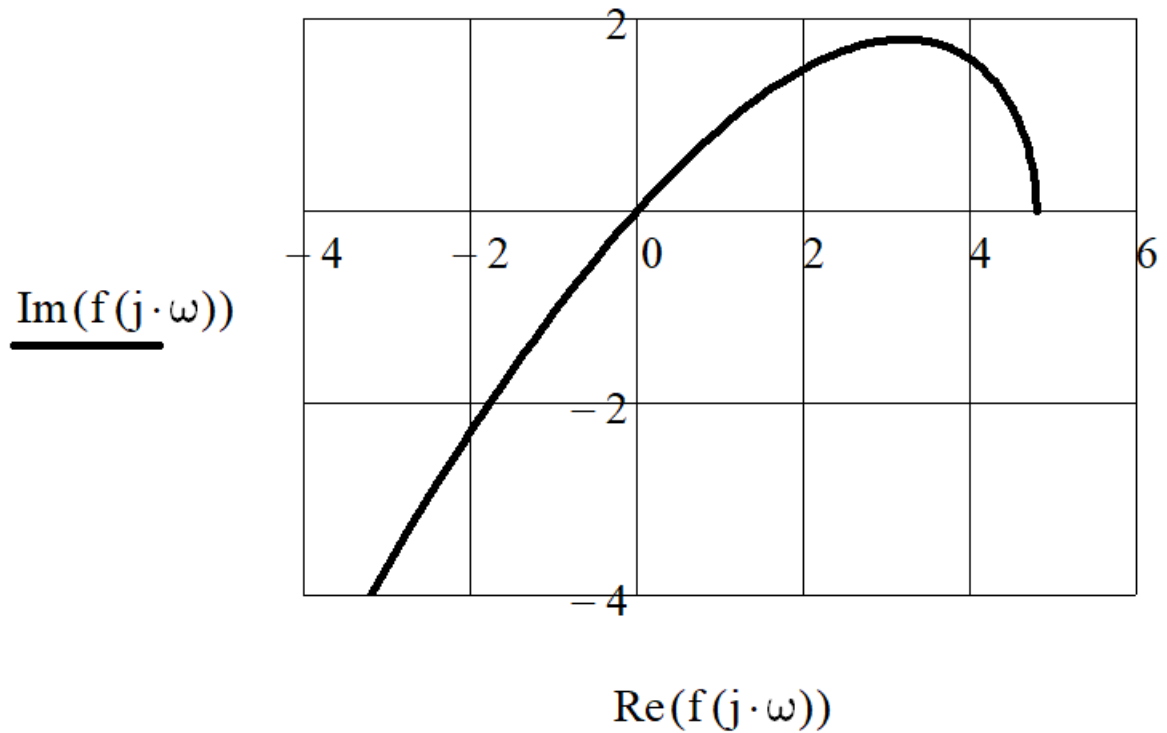


Рисунок 9 – Годограф замкнутой системы

Видно, что линия годографа начинается на действительной положительной оси и проходит через начало координат а значит система находится на границе устойчивости. Далее был построен годограф Найквиста (для разомкнутой системы):

$$k := 0.8$$

$$f(s) := \frac{k}{(10s^3 + 8s^2 + 6s + 4)}$$

$$\omega := 0, 0.001 \dots 3$$

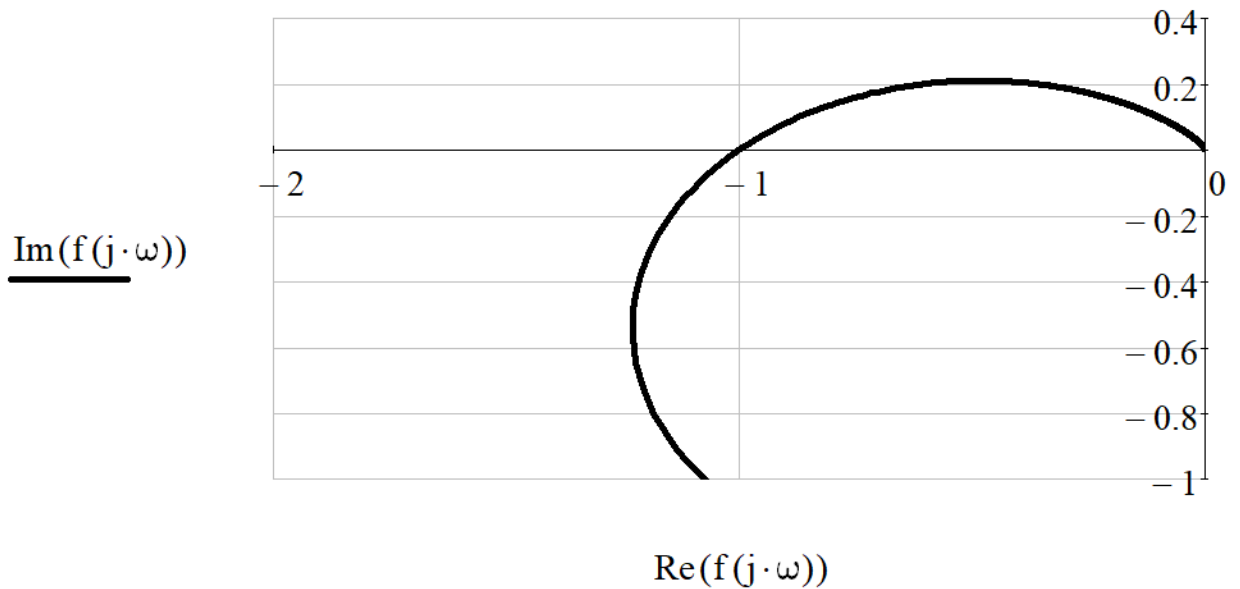


Рисунок 10 – Годограф разомкнутой системы

Видно, что линия годографа проходит через точку $(-1; 0i)$, а значит система на границе устойчивости.

3.3 Исследование неустойчивой системы

Для анализа системы для начала была построена переходная характеристика:

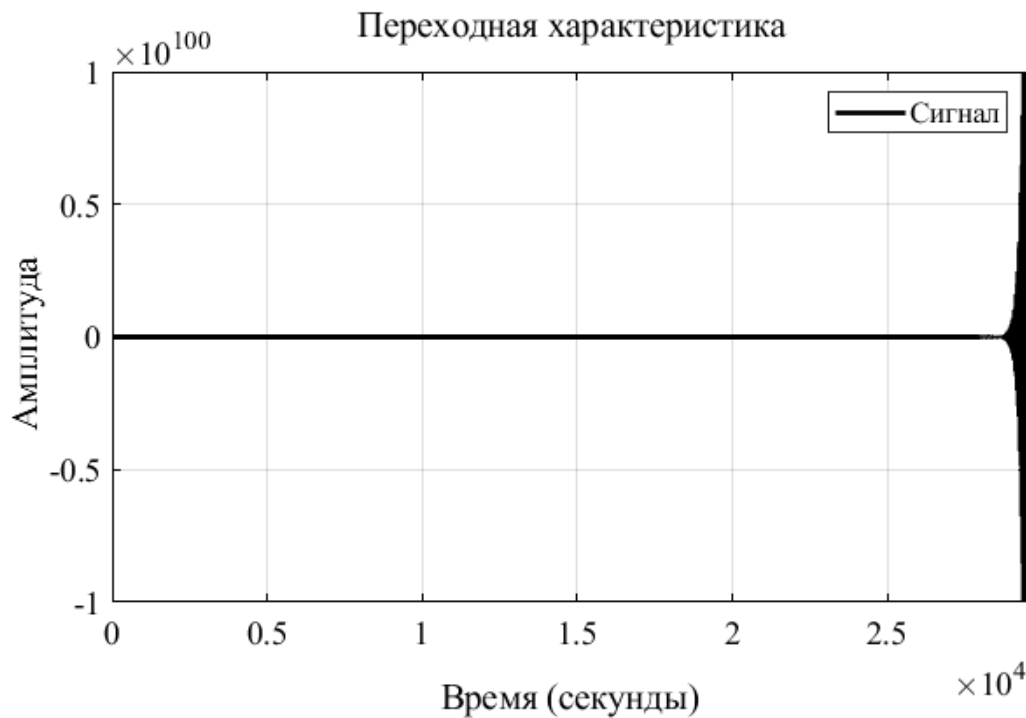


Рисунок 11 – Переходная характеристика неустойчивой системы

На переходной характеристике видно, что система находится в автоколебаниях, а значит на границе устойчивости.

Далее, была исследована устойчивость по корням характеристического уравнения. Характеристическое уравнение имеет следующий вид: $D(s) = 10s^3 + 8s^2 + 6s + 5$. Его корни были получены с помощью MathCad:

$$10s^3 + 8s^2 + 6s + 4.9 = 0 \text{ solve } \rightarrow \begin{pmatrix} -0.80798189865940729307 \\ 0.0039909493297036465326 + 0.77873827564669159545i \\ 0.0039909493297036465326 - 0.77873827564669159545i \end{pmatrix}$$

Рисунок 12 – Корни характеристического уравнения

Как видно, действительные части двух корней положительны, что говорит о неустойчивости системы. Далее был построен годограф Михайлова (для замкнутой системы) и получена следующая картина:

$$f(s) := 10s^3 + 8s^2 + 6s + 5$$

$$\omega := 0, 0.01 \dots 1$$

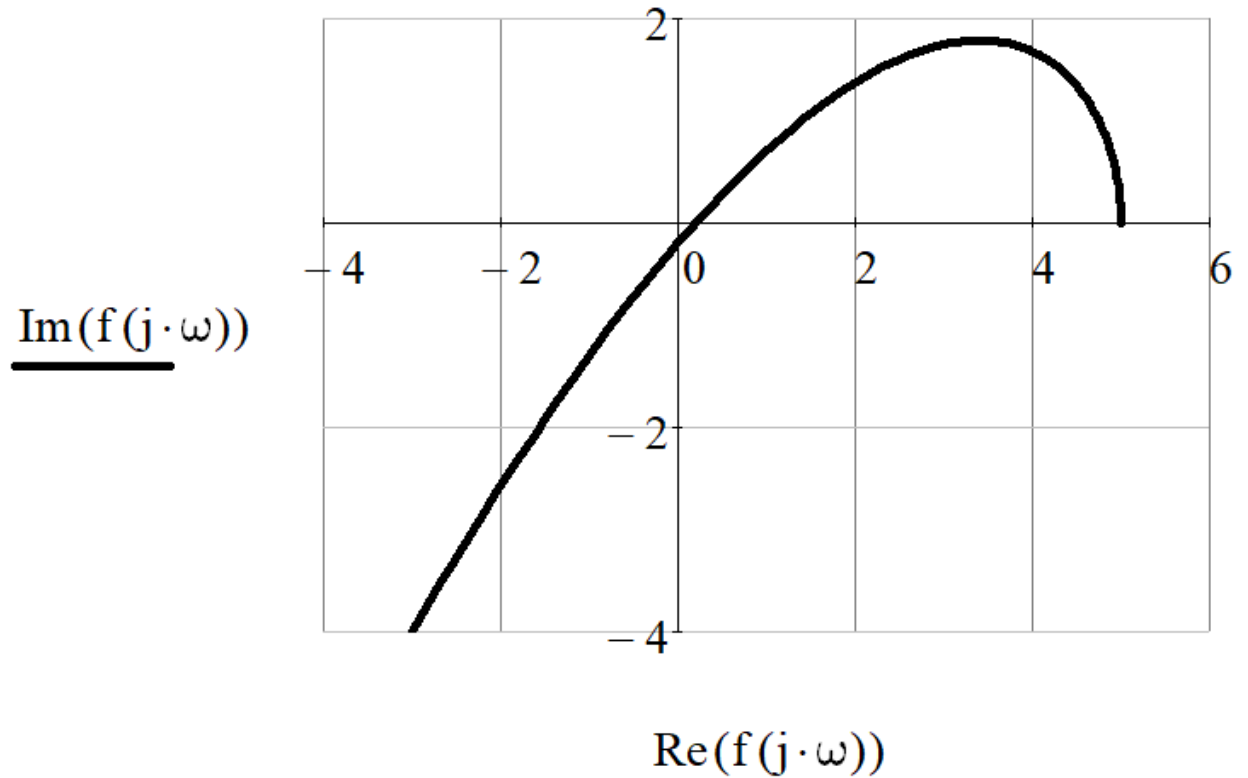


Рисунок 13 – Годограф замкнутой системы

Видно, что линия годографа начинается на действительной положительной оси и не проходят во второй квадрант числовой оси, а значит система неустойчива. Далее был построен годограф Найквиста (для разомкнутой системы):

$$k := 1$$

$$f(s) := \frac{k}{(10s^3 + 8s^2 + 6s + 4)}$$

$$\omega := 0, 0.001 \dots 3$$

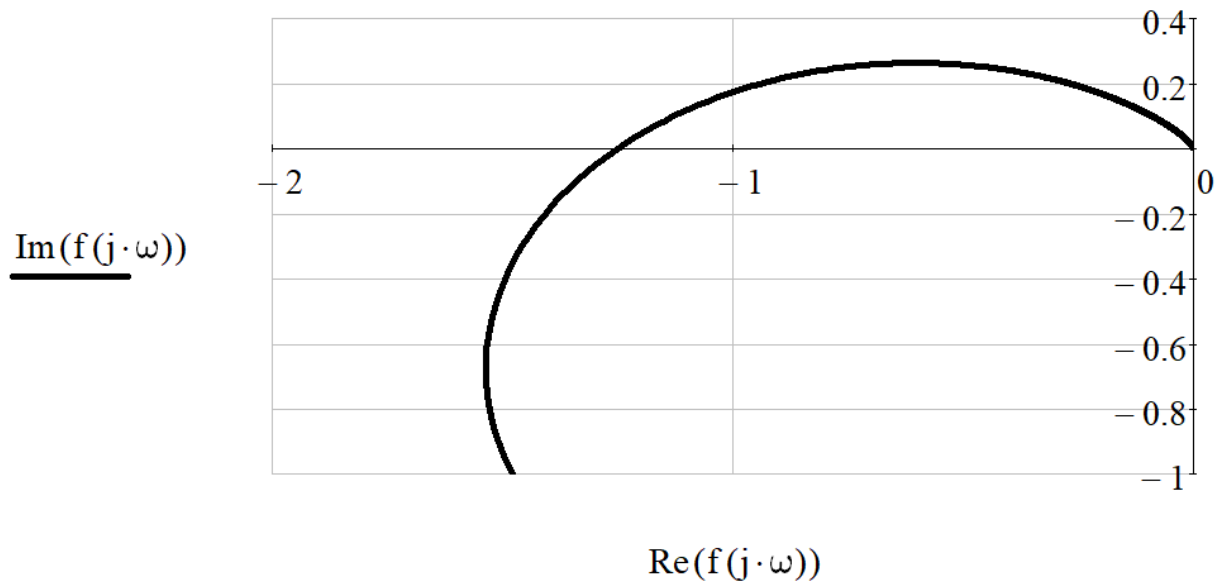


Рисунок 14 – Годограф разомкнутой системы

Видно, что линия годографа охватывает точку $(-1; 0i)$, а значит система неустойчива.

4. Оценка качества работы исследуемой системы в устойчивом состоянии

Для анализа была построена переходная характеристика устойчивого звена из пункта 3.1, она представлена в приложении А. Список прямых показателей качества:

- Тип переходного процесса: колебательный;
- Установившееся значение переходной характеристики: 0.244;
- Статистическая ошибка регулирования: $\varepsilon = 1 - 0.244 = 0.756$;
- Время переходного процесса: 85.9 секунд;
- Перерегулирование 60.1%;
- Время нарастания переходной характеристики: 3.35 секунд;

- Время достижения максимального значения: 5.36 секунд;
- Количество полных колебаний: 10;
- Период колебаний: 8.431 секунды;
- Циклическая частота: 0,75 рад/с;
- Степень затухания: $\kappa = \frac{0.3907 - 0.3595}{0.3907} \approx 0.08$.

Корневые показатели качества были определены на рисунке 4 в пункте

3.1. Степень устойчивости $\eta \approx 0.03$, степень колебательности

$$\mu = \frac{0.74}{0.03} \approx 24,66.$$

Заключение

В ходе данной лабораторной работы была исследована устойчивость системы, состоящей из П регулятора, колебательного объекта управления и единичной отрицательной обратной связи. Были получены значения настраиваемого параметра П-регулятора при которых система устойчива, на грани устойчивости и неустойчива. Для каждой из этих систем были построены годографы Михайлова и Найквиста, переходная характеристика, а также проведён анализ устойчивости по корням характеристического уравнения. В конце работы были рассчитаны прямые и корневые показатели качества устойчивой системы.