Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования

**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Инженерная школа информационных технологий и робототехники
Отделение информационных технологий
Направление подготовки 09.04.04 Программная инженерия

Отчёт по лабораторной работе №3

ОЦЕНКА КАЧЕСТВА РЕГУЛИРОВАНИЯ И АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ ЛИНЕЙНЫХ НЕПРЕРЫВНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

по дисциплине Основы теории управления автономными системами

Выполнил студент гр. 8ПМ4Л	________	________	Сокуров Р.Е.
	Подпись	Дата	Фамилия И.О.
Проверил доцент ОАР	________	________	Хожаев И.В.
	Подпись	Дата	Фамилия И.О.

Томск 2024 г.

Цель

Освоить основные методы оценки качества работы систем автоматического управления и анализа их устойчивости.

Задачи

1) задать на свое усмотрение передаточную функцию неизменяемой части исследуемой системы не ниже второго порядка; получить передаточную функцию замкнутой системы, состоящей из П-регулятора и неизменяемой части;

2) с помощью критерия Гурвица определить критическое значение передаточного коэффициента регулятора;

3) задать три значения коэффициента П-регулятора, приводящие систему в устойчивое, граничное и неустойчивое состояния;

4) для каждого из заданных значений исследовать систему:

– по переходной характеристике;

– по корням характеристического уравнения;

– по критерию Михайлова;

– по критерию Найквиста;

5) оценить качество работы исследуемой системы в устойчивом состоянии:

– определить значения прямых показателей качества;

– определить значения корневых показателей качества;

6) оформить отчет.

Ход работы

1. Задание ПФ неизменяемой части и получение ПФ замкнутой системы

Пусть ПФ неизменяемой части имеет вид $W(s)=\dfrac{1}{10s^3+8s^2+6s+4}$, а ПФ П-Регулятора $W(s)=k$. Составим замкнутую систему с единичной отрицательной обратной связью и рассчитаем итоговую ПФ:

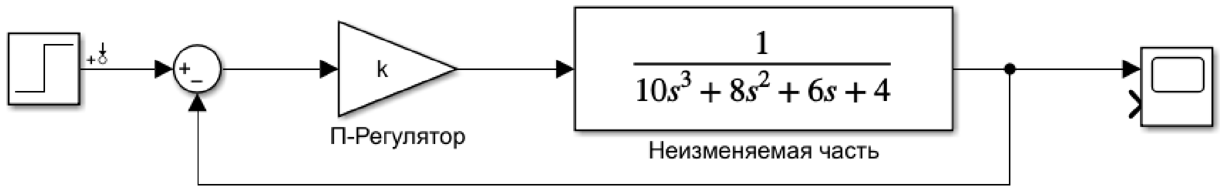


Рисунок 1 – Исследуемая система

Передаточная функция замкнутой части рассчитывается по следующему выражению: $W_{замкн}(s)=\dfrac{W_{разомкн}}{1+W_{разомкн}\cdot W_{oc}}$. В данном случае у нас $W_{разомкн}=\dfrac{k}{10s^3+8s^2+6s+4}$, потому что ПФ двух последовательно соединённых звеньев равна их произведению, а $W_{oc}=1$ потому что в обратной связи нет никаких ПФ. Тогда

$$W_{замкн}(s)=\frac{W_{разомкн}}{1+W_{разомкн}\cdot W_{oc}}=\frac{\dfrac{k}{10s^3+8s^2+6s+4}}{1+\dfrac{k}{10s^3+8s^2+6s+4}}=$$

$$=\frac{k}{10s^3+8s^2+6s+4}\cdot\frac{1}{1+\dfrac{k}{10s^3+8s^2+6s+4}}=$$

$$=\frac{k}{10s^3+8s^2+6s+4}\cdot\frac{1}{\dfrac{10s^3+8s^2+6s+4+k}{10s^3+8s^2+6s+4}}=$$

$$=\frac{k}{\cancel{10s^3+8s^2+6s+4}}\cdot\frac{\cancel{10s^3+8s^2+6s+4}}{10s^3+8s^2+6s+4+k}=\frac{k}{10s^3+8s^2+6s+4+k}$$

Проверим это, подав на осциллограф одновременно замкнутую систему и эквивалентную ПФ:

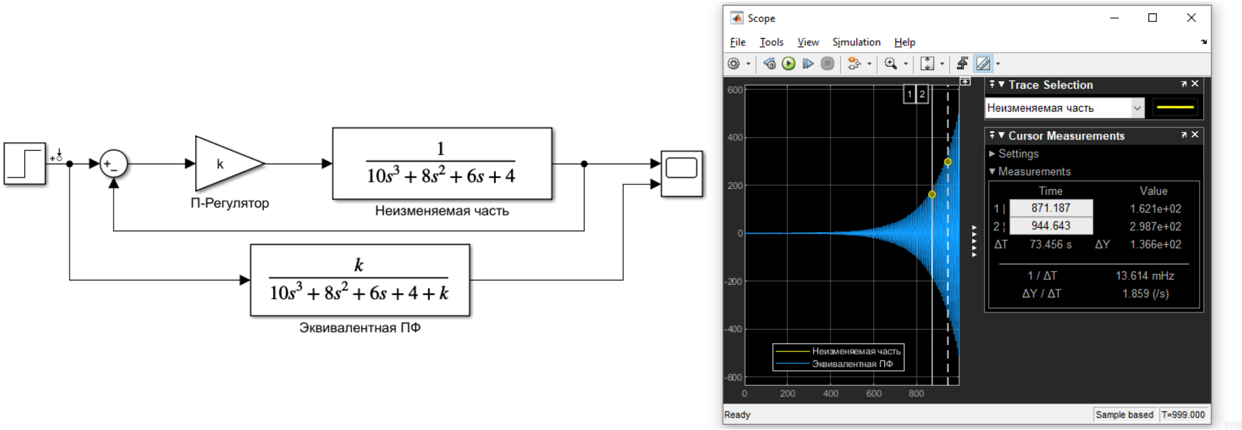


Рисунок 2 – Оценка корректности расчётов

Две линии слились в одну, что говорит о правильности выполнения расчётов.

2. Определение критичного значения передаточного коэффициента регулятора с помощью критерия Гурвица

Согласно критерию Гурвица система третьего порядка устойчива, если все коэффициенты характеристического и главный минор второго порядка положительны. В данном случае, характеристический полином $D(s)=10s^3+8s^2+6s+4+k$ имеет все положительные коэффициенты.

Для определения пограничных значений k приравняем главный минор матрицы к 0:

$$8\cdot 6-10\cdot(4+k)=0$$
$$48-40-10k=0$$
$$10k=8$$
$$k=0.8$$

Также стоит не забывать, что при этом все коэффициенты должны быть положительные, а значит пограничное значение существует также ещё и из выражения:

$$4+k=0$$
$$k=-4$$

Таким образом, система устойчива если $k\in(-4;0.8)$.

3. Задание трёх значений коэффициента П регулятора, приводящие систему в устойчивое, граничное и неустойчивое состояния;

Как было исследовано в прошлом пункте работы, система устойчива если $k \in (-4; 0.8)$. Тогда, для устойчивого состояния зададим $k = 0.1$, для неустойчивого положения, k = 1 для неустойчивого и k = 0.8 для граничного состояния.

3.1 Исследование устойчивой системы

Для анализа системы для начала была построена переходная характеристика:

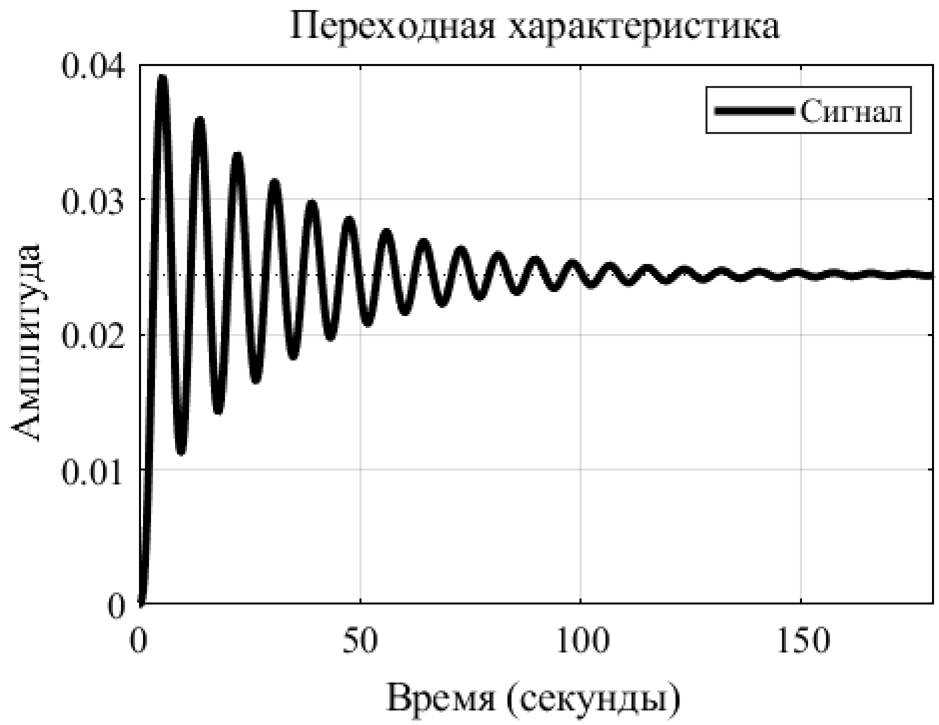


Рисунок 3 – Переходная характеристика устойчивой системы

На переходной характеристике видно, что система сходится к какому-то значению, а значит устойчива.

Далее, была исследована устойчивость по корням характеристического уравнения. Характеристическое уравнение устойчивой системы: $D(s) = 10s^3 + 8s^2 + 6s + 4.1$. Его корни были получены с помощью MathCad:

$$10s^3 + 8s^2 + 6s + 4.1 = 0 \text{ solve } \rightarrow \begin{pmatrix} -0.73891796252703349144 \\ -0.030541018736483254278 - 0.74426650569403797182i \\ -0.030541018736483254278 + 0.74426650569403797182i \end{pmatrix}$$

Рисунок 4 – Корни характеристического уравнения

Как видно, действительные части всех корней отрицательны, что говорит об устойчивости системы. Далее был построен годограф Михайлова (для замкнутой системы) и получена следующая картина:

$$f(s) := 10s^3 + 8s^2 + 6s + 4.1$$

$$\omega := 0, 0.01 .. 1$$

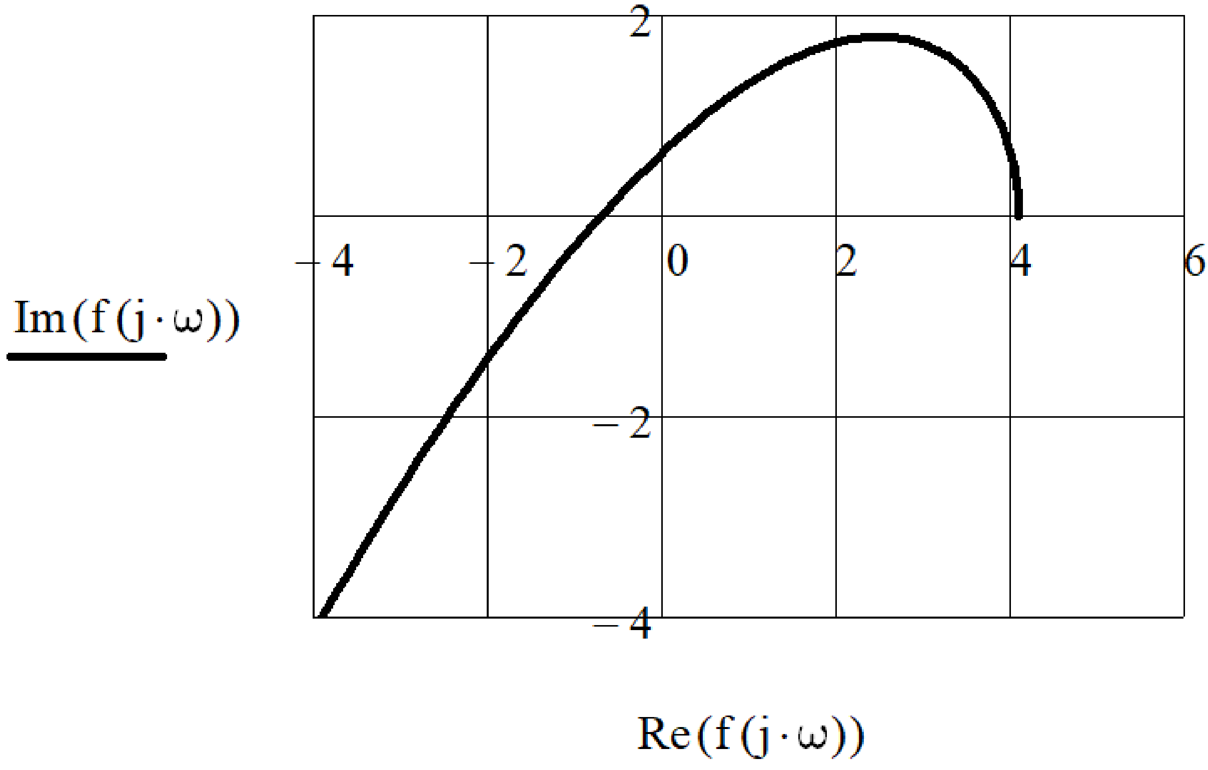


Рисунок 5 – Годограф замкнутой системы

Видно, что линия годографа начинается на действительной положительной оси и огибает начало координат проходя последовательно через 3 квадранта числовой оси, а значит система устойчива. Далее был построен годограф Найквиста (для разомкнутой системы):

$k := 0.1$

$$f(s) := \frac{k}{\left(10s^3 + 8s^2 + 6s + 4\right)}$$

$\omega := 0, 0.001 .. 3$

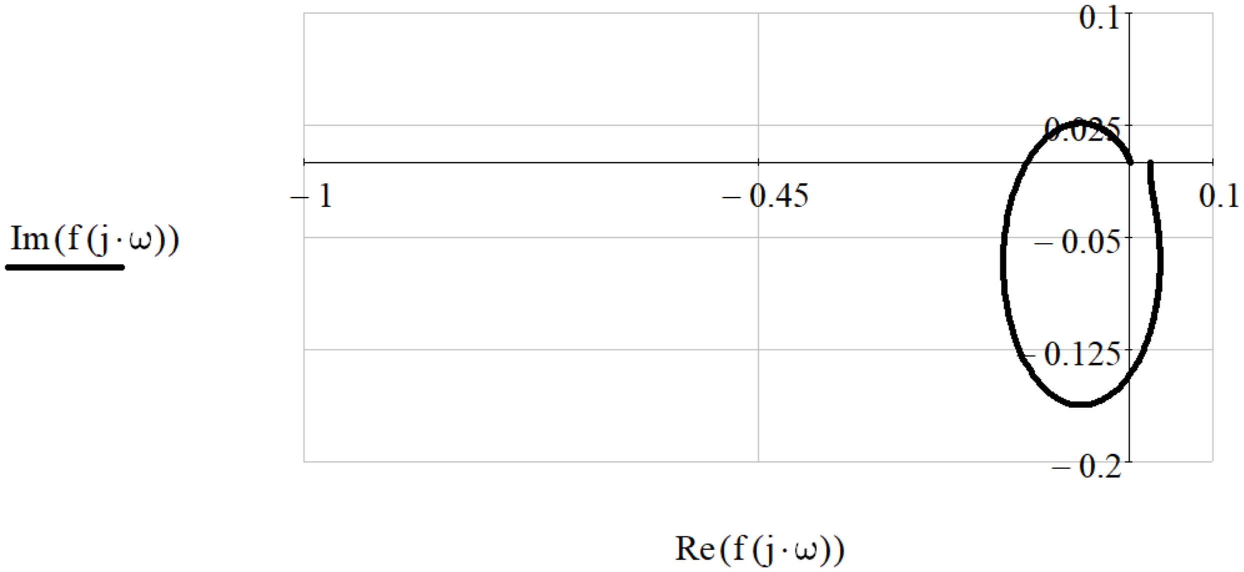


Рисунок 6 – Годограф разомкнутой системы

Видно, что линия годографа не охватывает точку $(-1;0i)$, а значит система устойчива.

3.2 Исследование системы на границе устойчивости

Для анализа системы для начала была построена переходная характеристика:

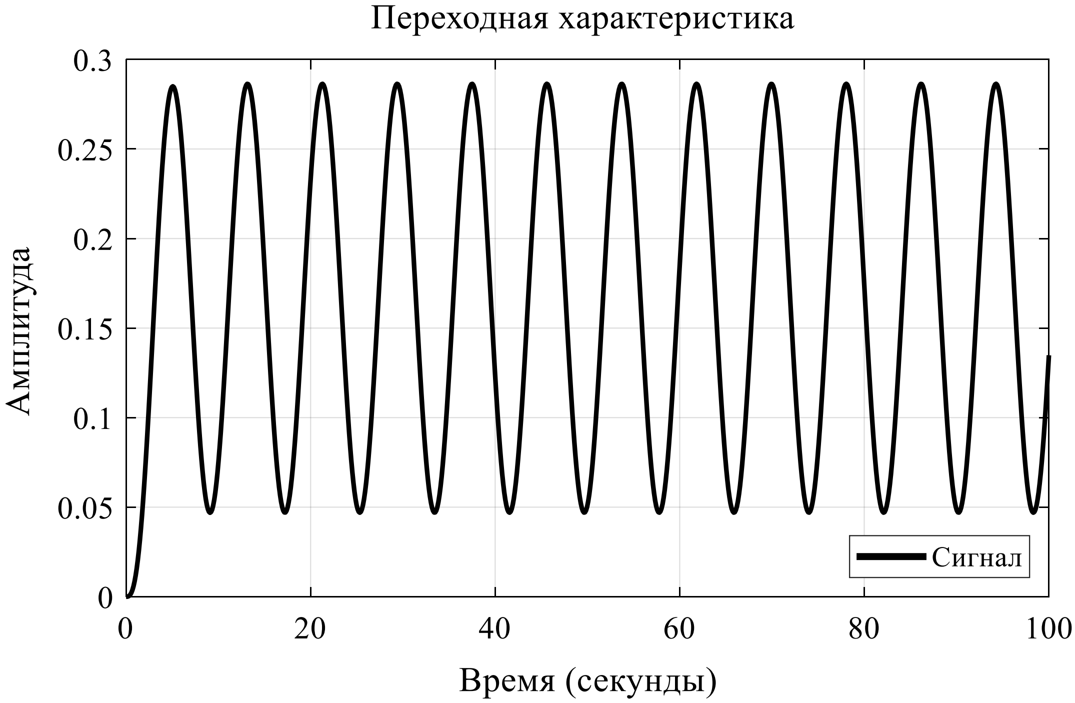


Рисунок 7 – Переходная характеристика системы на границе устойчивости

На переходной характеристике видно, что система находится в автоколебаниях, а значит на границе устойчивости.

Далее, была исследована устойчивость по корням характеристического уравнения. Характеристическое уравнение имеет следующий вид: $D(s)=10s^3+8s^2+6s+4.8$. Его корни были получены с помощью MathCad:

$$10s^3+8s^2+6s+4.8=0 \text{ solve } \rightarrow \begin{pmatrix} -0.8 \\ -0.77459666924148337704i \\ 0.77459666924148337704i \end{pmatrix}$$

Рисунок 8 – Корни характеристического уравнения

Как видно, действительные части двух корней равны нулю, что говорит о том, что система находится в пограничном состоянии. Далее был построен годограф Михайлова (для замкнутой системы) и получена следующая картина:

$$f(s) := 10s^3 + 8s^2 + 6s + 4.8$$

$$\omega := 0, 0.01 .. 1$$

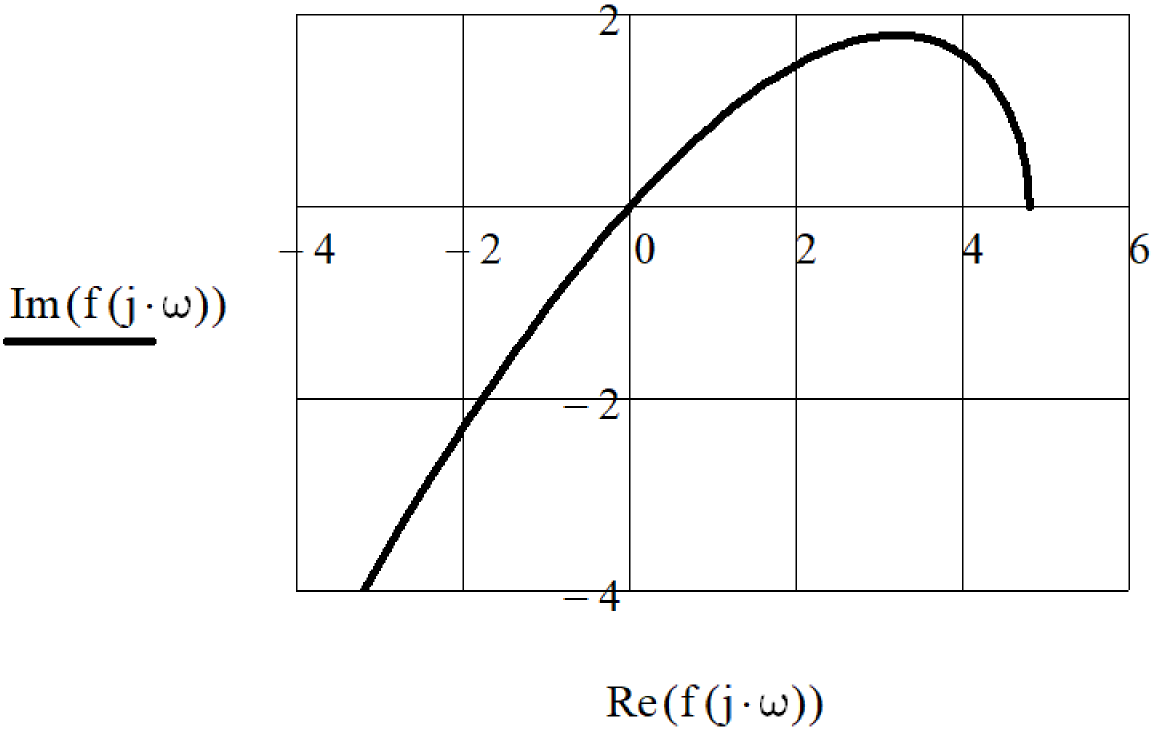


Рисунок 9 – Годограф замкнутой системы

Видно, что линия годографа начинается на действительной положительной оси и проходит через начало координат а значит система находится на границе устойчивости. Далее был построен годограф Найквиста (для разомкнутой системы):

$k := 0.8$

$$f(s) := \frac{k}{(10s^3 + 8s^2 + 6s + 4)}$$

$\omega := 0, 0.001 .. 3$

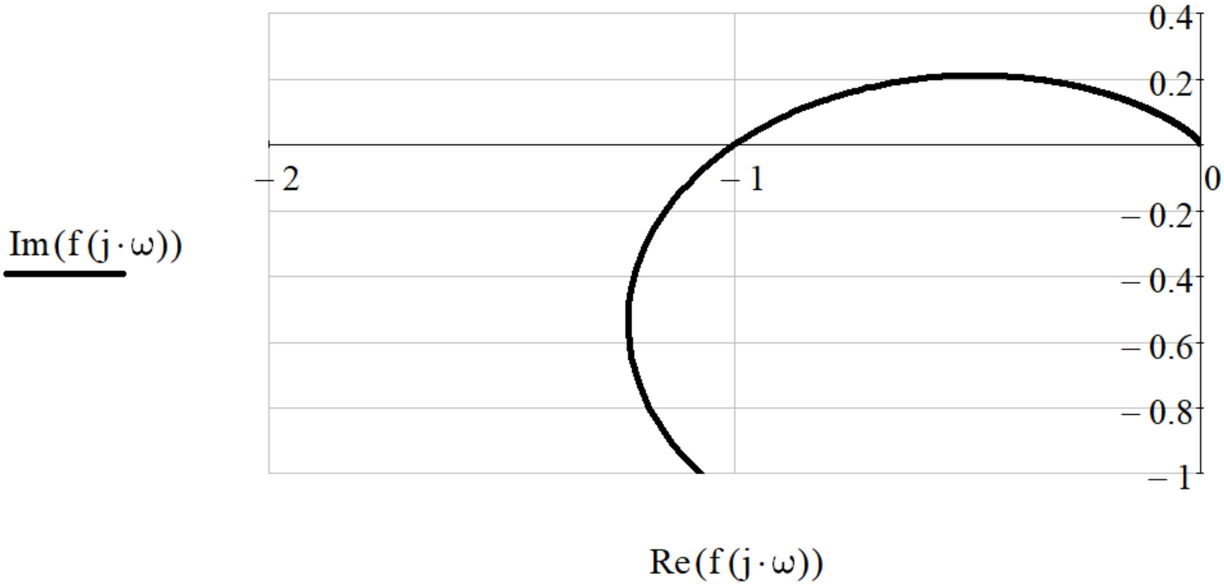


Рисунок 10 – Годограф разомкнутой системы

Видно, что линия годографа проходит через точку $(-1;0i)$, а значит система на границе устойчивости.

3.3 Исследование неустойчивой системы

Для анализа системы для начала была построена переходная характеристика:

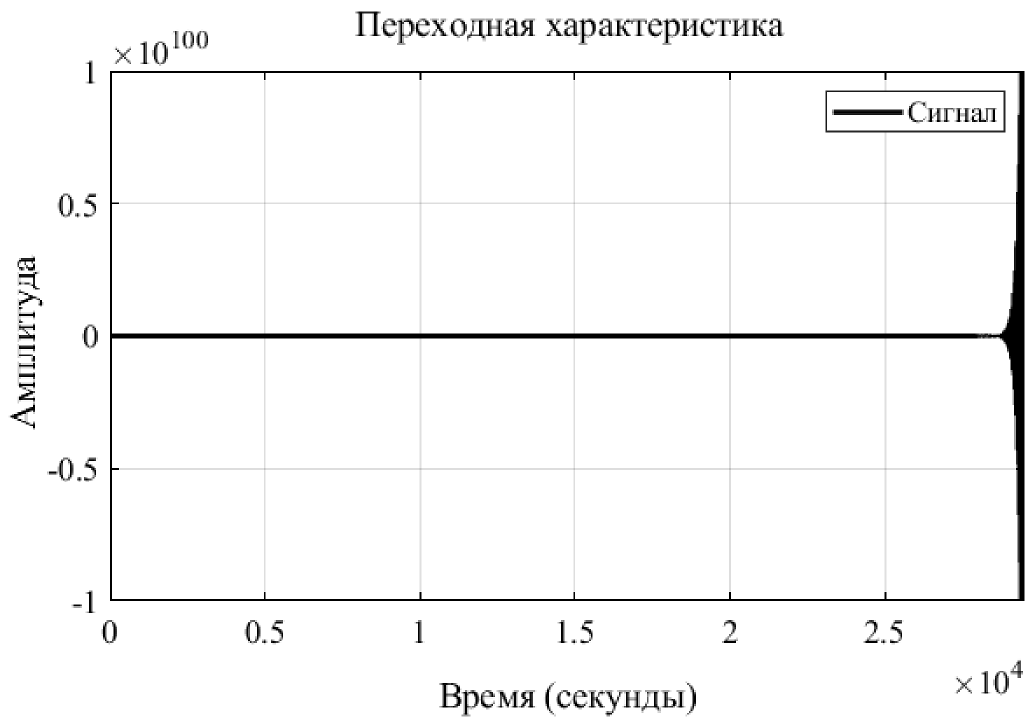


Рисунок 11 – Переходная характеристика неустойчивой системы

На переходной характеристике видно, что система находится в автоколебаниях, а значит на границе устойчивости.

Далее, была исследована устойчивость по корням характеристического уравнения. Характеристическое уравнение имеет следующий вид: $D(s) = 10s^3 + 8s^2 + 6s + 5$. Его корни были получены с помощью MathCad:

$$10s^3 + 8s^2 + 6s + 4.9 = 0 \text{ solve } \rightarrow \begin{pmatrix} -0.80798189865940729307 \\ 0.003990949329703646532 6 + 0.77873827564669159545i \\ 0.0039909493297036465326 - 0.77873827564669159545i \end{pmatrix}$$

Рисунок 12 – Корни характеристического уравнения

Как видно, действительные части двух корней положительны, что говорит о неустойчивости системы. Далее был построен годограф Михайлова (для замкнутой системы) и получена следующая картина:

$$f(s) := 10s^3 + 8s^2 + 6s + 5$$

$$\omega := 0, 0.01 .. 1$$

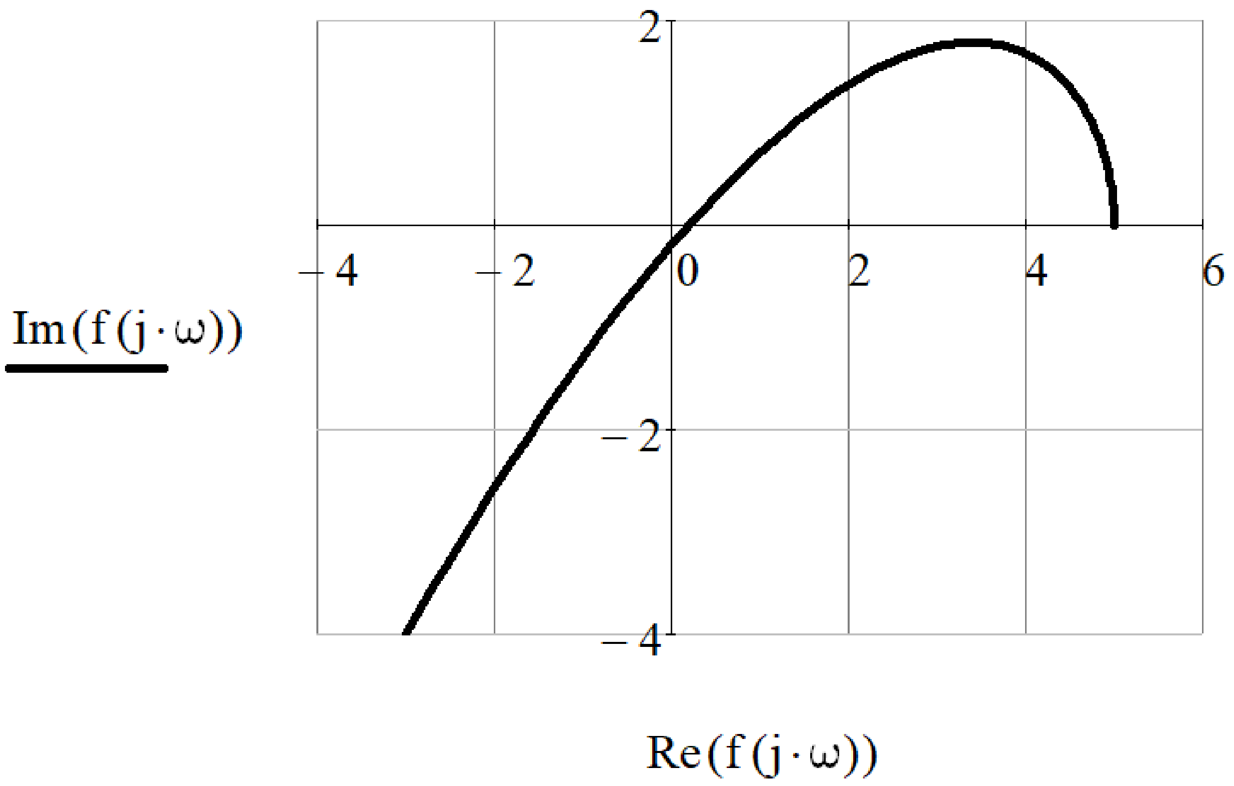


Рисунок 13 – Годограф замкнутой системы

Видно, что линия годографа начинается на действительной положительной оси и не проходят во второй квадрант числовой оси, а значит система неустойчива. Далее был построен годограф Найквиста (для разомкнутой системы):

$k := 1$

$$f(s) := \frac{k}{\left(10s^3 + 8s^2 + 6s + 4\right)}$$

$\omega := 0, 0.001 .. 3$

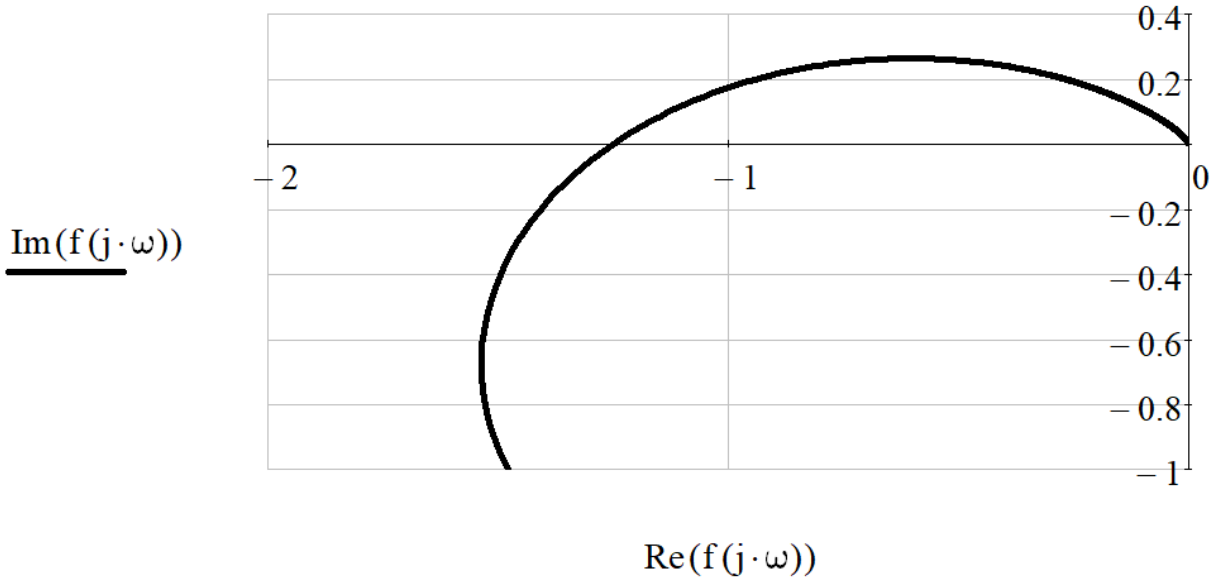


Рисунок 14 – Годограф разомкнутой системы

Видно, что линия годографа охватывает точку $(-1;0i)$, а значит система неустойчива.

4. Оценка качества работы исследуемой системы в устойчивом состоянии

Для анализа была построена переходная характеристика устойчивого звена из пункта 3.1, она представлена в приложении А. Список прямых показателей качества:

- Тип переходного процесса: колебательный;
- Установившееся значение переходной характеристики: 0.244;
- Статистическая ошибка регулирования: $\varepsilon = 1 - 0.244 = 0.756$;
- Время переходного процесса: 85.9 секунд;
- Перерегулирование 60.1%;
- Время нарастания переходной характеристики: 3.35 секунд;

- Время достижения максимального значения: 5.36 секунд;
- Количество полных колебаний: 10;
- Период колебаний: 8.431 секунды;
- Циклическая частота: $0{,}75$ рад/с;
- Степень затухания: $\kappa = \dfrac{0.3907 - 0.3595}{0.3907} \approx 0.08$.

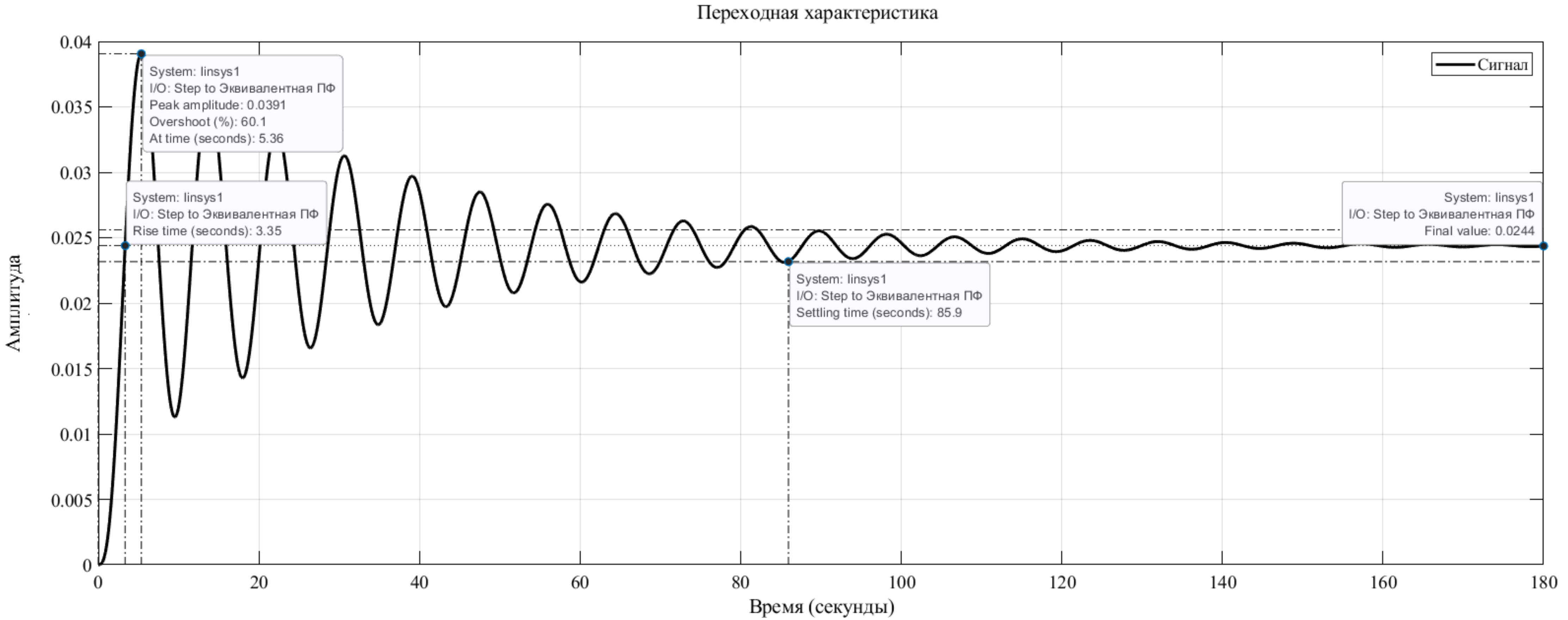
Корневые показатели качества были определены на рисунке 4 в пункте 3.1. Степень устойчивости $\eta \approx 0.03$, степень колебательности $\mu = \dfrac{0.74}{0.03} \approx 24{,}66$.

Заключение

В ходе данной лабораторной работы была исследована устойчивость системы, состоящей из П регулятора, колебательного объекта управления и единичной отрицательной обратной связи. Были получены значения настраиваемого параметра П-регулятора при которых система устойчива, на грани устойчивости и неустойчива. Для каждой из этих систем были построены годографы Михайлова и Найквиста, переходная характеристика, а также проведён анализ устойчивости по корням характеристического уравнения. В конце работы были рассчитаны прямые и корневые показатели качества устойчивой системы.

Приложение А

Переходная характеристика оцениваемой системы


Переходная характеристика
System: linsys1
I/O: Step to Эквивалентная ПФ
Peak amplitude: 0.0391
Overshoot (%): 60.1
At time (seconds): 5.36
System: linsys1
I/O: Step to Эквивалентная ПФ
Rise time (seconds): 3.35
System: linsys1
I/O: Step to Эквивалентная ПФ
Settling time (seconds): 85.9
System: linsys1
I/O: Step to Эквивалентная ПФ
Final value: 0.0244
Сигнал
Амплитуда
Время (секунды)
0
0.005
0.01
0.015
0.02
0.025
0.03
0.035
0.04
0
20
40
60
80
100
120
140
160
180