אוניברסיטת בן גוריון

הפקולטה למדעי הטבע

המחלקה לפיזיקה

<u>שם הניסוי</u>

דו״ח מעבדה א׳- צפיפות וחישוב שגיאות

<u>מאת :</u>

סול אמארה

<u>מדריך המעבדה :</u>

נמרוד שרף

08/11/2020

תוכן עניינים

1. מטרות הניסוי:

* להכיר מכשירי מדידה בסיסיים: קליבר, בורג מיקרומטרי, מאזני Triple Beam ומאזניים אנליטיים.

*להכיר את סקלת הנוניוס בקליבר.

*ללמוד להעריך את השגיאות בגדלים נמדדים ובגדלים מחושבים.

2. רקע תיאורטי:

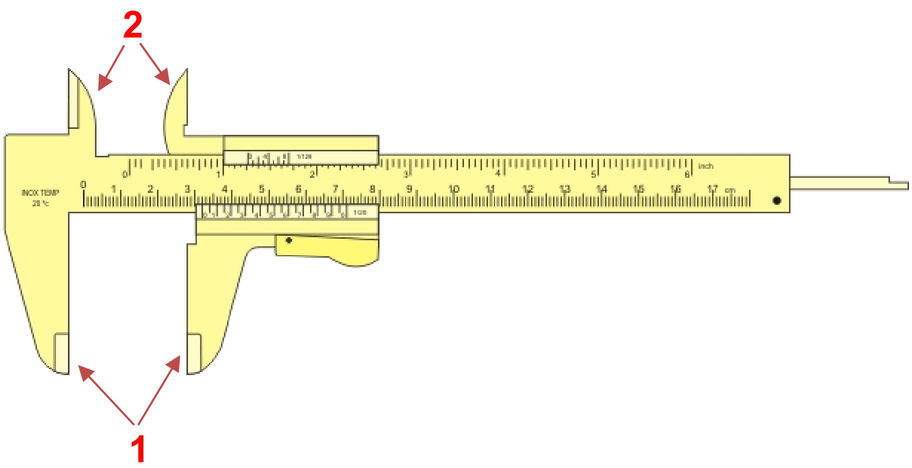
אחת ממטרות המעבדה הינה להכיר את מכשירי המדידה הבסיסים בהם נשתמש ולכן ראשית אפרט לגביהם:

<u>קליבר:</u>

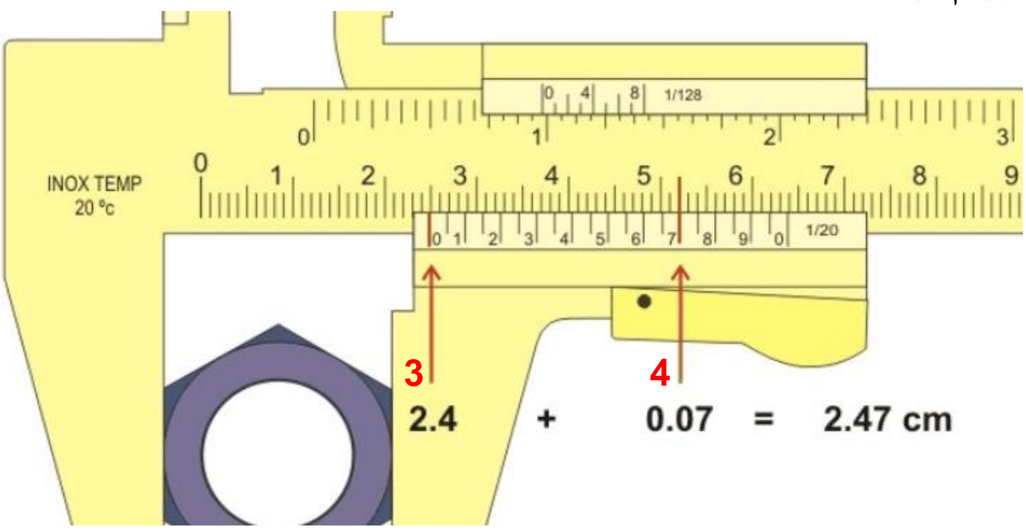
קליבר הינו מכשיר למדידת אורכים, בעל שגיאה של $\pm0.005\ cm$.

במכשיר זה ישנן 2 אופציות למדידה:

1. מדידת אורך באמצעות החלק התחתון: באופציה זו נשתמש למדידת אורכים שונים של גופים כמו קוטר כדור, אורך מוט וכדומה. יתרון מדידה זו היא שגיאת מדידה נמוכה מאשר סרגל רגיל, כך נוכל להגיע לתוצאות מדויקות יותר. נחזיק את הגוף הנמדד בשניים התחתונות של המכשיר, מספר 1 בתמונה, ונקרא את הערכים שמציגים השנתות.
2. מדידת אורך באמצעות החלק העליון: באופציה זו נשתמש כאשר נרצה למדוד קוטר פנימי של גוף, כמו למשל גליל. יתרון המכשיר במדידת אורכים אלו היא הימצאות "שיניים" הנכנסות אל פנים הגוף ולפי מידת פתיחתן ניתן לדעת את האורך הנמדד. מודגם במספר 2 בתמונה.



קריאת השנתות מתבצעת באופן הבא: תחילה נקרא את המספר המופיע בסרגל הגדול שמייצג ס"מ ומ"מ (מספר 3 בתמונה), במיקום בו נמצא ה'0' של הסרגל התחתון. על מנת לדייק את התוצאה בדיוק של $\pm0.005\ cm$, נסתכל על הסרגל הקטן יותר המייצג את מאית המ"מ (מספר 4 בתמונה), ונחפש את המיקום בו שני הסרגלים מצטלבים ולאחר מכן נסכום את שני הערכים שהתקבלו.



בורג מיקרומטרי:

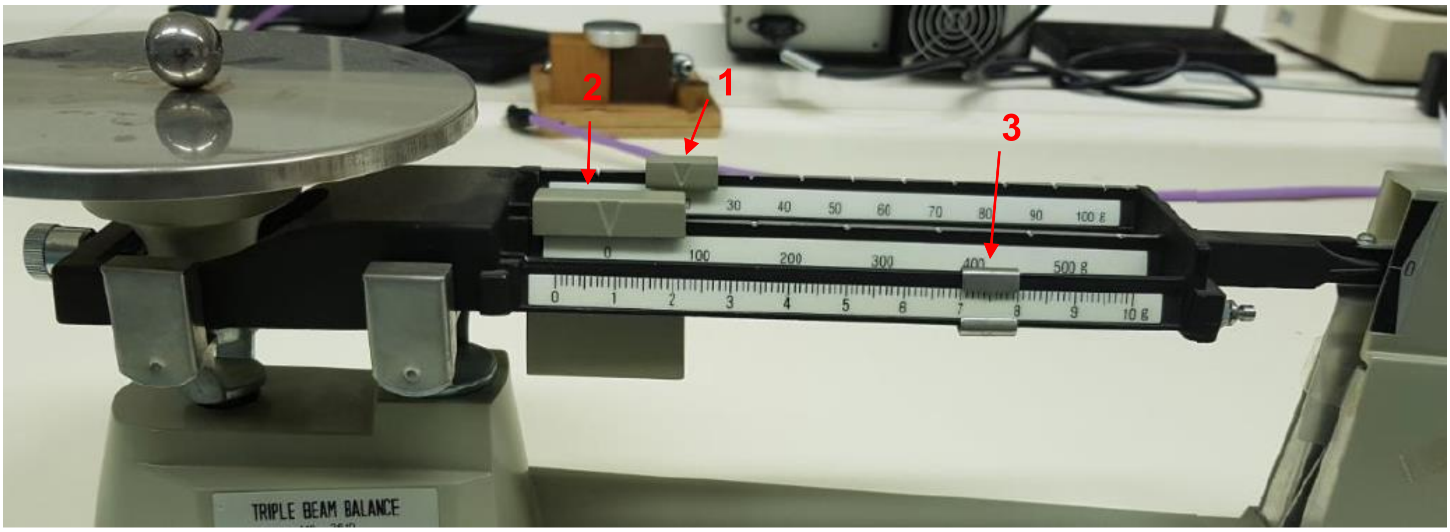
בורג מיקרומטרי הינו מכשיר למדידת אורכים, בעל שגיאה של $\pm 0.001\ cm$ ולכן מכשיר המאפשר להגיע לרמת מדידה המדויקת יותר מהקליבר.
את עקרון פעולתנו נדגים באמצעות התמונה הבאה:

נתבונן במיקום עליו מצביע החץ, ניתן לראות כי קיימות שתי שנתות, מימין ומשמאל. ראשית נסתכל על השנתות מצד שמאל. שנתות אלה מייצגות לנו מ״מ כלומר ניתן להבחין בתמונה כי המספר הוא 0.3 ס״מ. לאחר מכן נסתכל על המספר המוצג בשנתות מימין, שהוא עשירית המ״מ, כלומר אם החץ מצביע על 11 נתרגם זאת ל0.011 ס״מ. נסכום את שני הערכים שקיבלנו ונקבל 0.311 ס״מ, ועוד שגיאת המכשיר.

מכשירים למדידת מסה בהם נשתמש בניסוי:

מאזניים מכניים:

מאזניים מכניים הינם מכשיר למדידת מסה, בעל שגיאה של $\pm 0.1\ gr$.
אופן פעולת המכשיר: נניח את הגוף אותו נרצה למדוד במרכז המאזניים, ונזיז את המשקולות בכל אחד משלושת השנתות עד להגעה למצב מאוזן. נסכום יחד את כל המספרים שקיבלנו כפי שמומחש בדוגמא הבאה: החץ הראשון מצביע על gr20 , החץ השני על gr0 והשלישי על gr7.5 ולכן מסת הגוף היא gr27.5 ועוד שגיאת המכשיר.



מאזניים אנליטיים:

מאזניים אלו הינן מכשיר למדידת מסה, בעל שגיאה של $\pm 0.01\ gr$. אופן פעולת המכשיר הינו פשוט, נניח את הגוף אותו נרצה למדוד על גבי הצלחת ונקרא את המספר שמוצג בצג האלקטרוני.
יתרון מכשיר זה על פני המאזניים המכניים הוא רמת דיוק גבוהה יותר הן בשל אופן המדידה הפשוט והן בשל שגיאת המכשיר הנמוכה.

כאשר אנו מודדים ערך כלשהו יכול להיות כי הוא איננו תואם את הערך המציאותי ועל כן נצטרך להעריך את השוני ביניהם. לאחר שנסיים את מדידות הגופים נרצה לחשב את השגיאה ולהבין את סוגי השגיאות השונות על מנת לדעת להעריך את הערך הנמדד בצורה הנכונה ביותר.
קיימות שני סוגי שגיאות עיקריות- שגיטה שיטתית ושגיאה אקראית. ההבדל העיקרי ביניהם הוא ששגיאה שיטתית חוזרת לכל אורך המדידות בצורה זהה, כמו למשל שעון שממהר בשעה. נוכל לדעת להחסיר מכל הערכים את השעה ולקבל את הערך המדויק והנכון. לעומת זאת, שגיאה אקראית משתנה בין מדידה למדידה ונובעת משינויים שאינם ניתנים למדידה מדויקת. נפרט על שתי השגיאות:

שגיאה שיטתית:

שגיאה זו היא שגיאה שאינה משתנה בין מדידה למדידה, מסיטה את התוצאות ומשנה אותן ויכולה לנבוע מאי דיוק של המכשירים, מאופן ביצוע הניסוי של האדם או מגורמים נוספים המשפיעים על התוצאות שאינם נלקחו בחשבון. כמו כן, שגיאה זו ניתנת להערכה בצורה מדויקת על ידי החסרה בין התוצאות שנמדדו, וכך נוכל לדעת את ההפרשים בין הערכים האמיתיים. בשל כך, כאשר יודעים את גודל השגיאה השיטתית וכיוון שהיא קבועה בין כל התוצאות ניתן לשנות את כל הערכים שנמדדו בהתאם לשגיאה וכך להגיע לתוצאה הנכונה. נחזור לדוגמא של השעון שממהר בשעה, כיוון שבכל המדידות השגיאה הינה שעה, אין צורך לבצע את המדידות שוב אלא נוכל להחסיר מכולן את השגיאה וכך לקבל את תוצאות השעה המדויקת שנמדדה.

שגיאה אקראית:

שגיאה אקראית הינה שגיאה שמשנה את תוצאות הניסוי באופן אקראי ואינו קבוע, ולכן קשה יותר להערכה וחישוב. קיימים שני סוגים של שגיאות אלה:
1. <u>שגיאת מכשיר:</u> שגיאת מכשיר מתייחס לערך הנמוך ביותר שמכשיר המדידה יכול למדוד. נשתמש לדוגמא במאזניים האנליטיים בהם הצג האלקטרוני מראה מספר עד כדי דיוק של 0.01gr. אם במידה והערך הנמדד הינו 33.80gr , אין ביכולתנו לדעת האם ערך המסה האמיתי הינו 33.801gr או 33.804gr כיוון שמכשיר המדידה אינו מסוגל להעריך טווח זה. בשל כך, תמיד ניקח בחשבון את שגיאת מכשיר המדידה ונצרף אותה לתוצאה הנמדדת.
2. <u>שגיאה סטטיסטית:</u> כאשר נבצע מדידות מסוימות של ערך נמדד, נוכל לקבל תוצאה שונה בין המדידות, וככל שנבצע יותר מדידות נוכל לחשב את הערך בצורה מדויקת יותר.

את החישוב נעשה באמצעות הנוסחאות (1),(2), המופיעות בטבלת הנוסחאות למטה. ראשית נרצה לחשב את הממוצע בין כל המדידות השונות (נוסחא 1), באמצעותו נחשב את סטיית התקן (נוסחא 2), ערך המייצג כמה התוצאות שונות מהממוצע הכללי, ובאמצעותן נחשב את השגיאה הסטטיסטית על ידי הנוסחא: $\frac{\sigma}{\sqrt{N}}$.

לאחר שנחשב את כל השגיאות הנ״ל, נשתמש בנוסחא (3) להערכת השגיאה הכוללת של התוצאה הנמדדת.

יתר על כן, קיימים מצבים בהם נרצה לדעת מהי השגיאה של ערך המחושב ואיננו נמדד בצורה ישירה. לדוגמא, אם נמדוד את אורך מקצוע של קובייה ונרצה לדעת מהי השגיאה בנפח. לשם כך, נשתמש בנוסחא (4) המחשבת את ערך שגיאה זו.

לסיכום, באמצעות הכרת סוגי השגיאות השונות נוכל להעריך באופן מדויק את השוני בין תוצאות הניסוי לבין הערכים האמיתיים. יכולת זו חשובה כיוון שהיא נותנת לנו את האפשרות להגיע לתוצאות מדויקות ונכונות, היכולות להשפיע רבות על מסקנות הניסוי.

כמו כן, מעבדה זו עוסקת בחישוב צפיפות חומרים.
כל חומר עשוי מיחידות קטנות יותר הנקראות חלקיקים, וככל שקיימים יותר חלקיקים ליחידת נפח נוכל להגיד שהחומר צפוף יותר. נדגים זאת על ידי כיתה בגודל 1מ״ר, הקיים בה תלמיד אחד, לעומת כיתה בגודל זהה המכניסים בה 100 תלמידים. השוני מתאר את צפיפות הכיתה, והוא זהה בבסיסו להבנת משמעות המושג צפיפות החומר. כמו כן, לכל חומר בטבע יש צפיפות קבועה משלו בתנאים האידיאליים ועל ידי חישובה נוכל לדעת להסיק מאיזה חומר עשוי החפץ הנמדד.
צפיפות החומר עלולה להשתנות מגורמים כמו טמ״פ, אך במעבדה זו נעסוק בתנאים אידיאלים למשל טמ״פ החדר בהם הצפיפות קבועה.
חישוב צפיפות החומר הוא מסה ליחידת נפח, כפי שמוצג בנוסחא (7).
במעבדה זו נחשב את צפיפות חומר על ידי חישוב נפח הגופים ומדידת המסה שלהם, וכך נוכל להסיק לגבי כל חפץ שנמדד מאיזה חומר הוא עשוי. את צפיפות החומרים בהם נשתמש ניתן לראות בטבלה (1).

<u>טבלה מספר 1- ערך צפיפות ספרותיים, לקוח מתדריך המעבדה:</u>

החומר	פלדה	פליז	אלומיניום	עץ
הצפיפות $[\frac{gr}{cm^3}]$	7.87	8.4	2.72	0.79

ריכוז הנוסחאות בהן נשתמש במעבדה זו:

$(1)\ \bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$	חישוב ממוצע
$(2)\ \sigma \approx S_N = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2}$	חישוב סטיית התקן
$(3)\ \Delta x = \sqrt{{\Delta_m}^2 + \frac{\sigma^2}{N}}$	הערכת שגיאה המדידה
$(4)\ \Delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\Delta y\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\Delta z\right)^2}$	הערכת השגיאה בגדלים בלתי תלויים
$(5)\ \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$	שגיאה סטטיסטית
$(6)\ \frac{\Delta x}{x}$	שגיאה יחסית
$(7)\ \rho = \frac{m}{V}$	צפיפות
$(8)\ V = A \cdot B \cdot H$	נפח תיבה
$(9)\ V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{1}{6}\pi d^3$	נפח כדור
$(10)\ V = \pi R^2 L = \frac{1}{4}\pi d^2 L$	נפח גליל מלא
$(11)\ V = \pi(R^2 - r^2)H = \frac{1}{4}\pi(D^2 - d^2)H$	נפח גליל חלול
$(12)\ \frac{\lvert \bar{x} - x\rvert}{\bar{x}}$	סטייה יחסית x-הערך שהתקבל $\bar{x}$ -הערך הספרותי

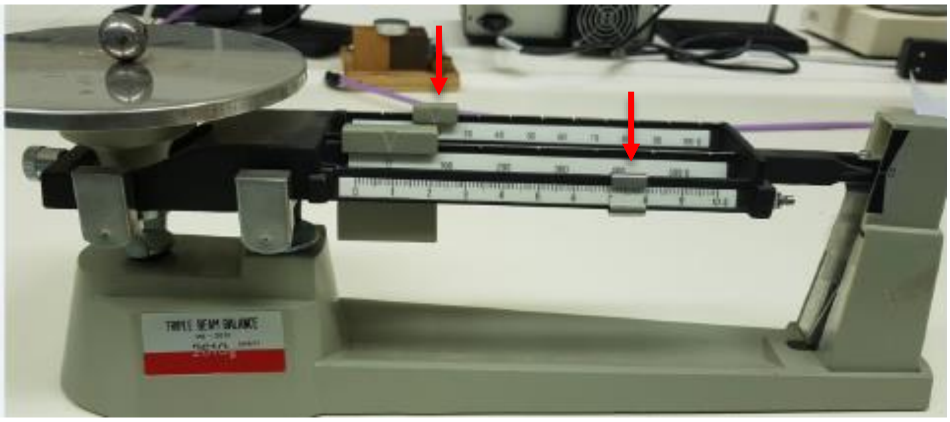
3. ניסוי: חישוב צפיפות המסה של כדור

3.1. מהלך הניסוי

בניסוי זה נמדוד את הקוטר והמסה של הכדור ונשתמש בתוצאות אלה על מנת לחשב את הצפיפות ולהסיק מכך מהו החומר ממנו עשוי הכדור.

את הקוטר של הכדור נמדוד באמצעות קליבר בעל שגיאה של $\pm 0.005\ cm$. נניח את הכדור בשיניים הנמצאות בחלקו התחתון של הקליבר, בין החלק הנייד לנייח, ונרשום את התוצאות המוצגות בשנתות התחתונות, כפי שמוצג בתמונה והוסבר ברקע התיאורטי.

לאחר מכן, נניח את הכדור במרכז מאזניים מכנים על מנת למדוד את המסה שלו. שגיאת המכשיר היא $\pm 0.1gr$. לאחר שהנחנו את הכדור במרכז המאזניים, נזיז את המשקולות המסומנות בתמונה עד לקבלת מצב מאוזן, ונרשום את הערך המוצג בשנתות.



3.2. תוצאות הניסוי:

קוטר הכדור כפי שנמדד בניסוי הינו $D = 1.900 \pm 0.005\ cm$,

ומסת הכדור הינה $m = 27.5 \pm 0.1gr$.

3.3. עיבוד התוצאות:

נחשב את רדיוס הכדור :

$$R = \frac{1}{2}D = \frac{1}{2} \cdot 1.900 = 0.950\ cm$$

נשתמש בנוסחאות (9), (4) לחישוב נפח הכדור והשגיאה בנפח :

$$V = \frac{1}{6}\pi d^3 = \frac{1}{6}\pi \cdot 1.900^3 = 3.591\ cm^3$$

$$\Delta V = \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial d}\Delta d\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{6}\pi \cdot 3d^2\Delta d\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{6}\pi \cdot 3 \cdot 1.900^2 \cdot 0.005\right)^2} = 0.028\ \ cm^3$$

הנפח הינו $\boldsymbol{V = 3.59 \pm 0.03\ cm^3}$

נשתמש בנוסחאות (7), (4) לחישוב הצפיפות והשגיאה בצפיפות :

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{27.5}{3.59} = 7.66\ \frac{gr}{cm^3}$$

$$\Delta\rho = \sqrt{\left(\frac{\partial\rho}{\partial m}\Delta m\right)^2 + \left(\frac{\partial\rho}{\partial V}\Delta V\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{V}\Delta m\right)^2 + \left(\frac{-m}{V^2}\Delta V\right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{1}{3.59} \cdot 0.1\right)^2 + \left(\frac{-27.5}{3.59^2} \cdot 0.03\right)^2} = 0.069\ \frac{gr}{cm^3}$$

הצפיפות הינה $\boldsymbol{\rho = 7.66 \pm 0.07\ \frac{gr}{cm^3}}$

3.4. דיון בתוצאות ומסקנות:

נציג את התוצאות הסופיות:

$$V = 3.59 \pm 0.03\ cm^3$$

$$\rho = 7.66 \pm 0.07\ \frac{gr}{cm^3}$$

נחשב את השגיאה היחסית בצפיפות, בקוטר ובמסה לפי נוסחא (6):

צפיפות $[\frac{gr}{cm^3}]$	$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{0.07}{7.66} = 0.009$ **השגיאה היחסית בצפיפות היא 0.009.**
קוטר $[cm]$	$\frac{\Delta D}{D} = \frac{0.005}{1.900} = 0.0026$ **השגיאה היחסית בקוטר היא 0.003.**
מסה $[gr]$	$\frac{\Delta m}{m} = \frac{0.1}{27.5} = 0.0036$ **השגיאה היחסית במסה היא 0.004.**

מחישובי השגיאות היחסיות עולה כי ערך השגיאה הגבוה ביותר הינו השגיאה היחסית בצפיפות ומכך ניתן להסיק כי הוא הגורם העיקרי לשגיאה בצפיפות.

על פי הנתון בתדריך המעבדה וכפי שמוצג בטבלה (1) ברקע התיאורטי, צפיפות של פלדה הינה $\mathbf{7.87}\ \frac{gr}{cm^3}$, ומכך נסיק כי הכדור עשוי מפלדה.

נחשב את הסטייה היחסית בין הערך שקיבלנו לערך התאורטי באמצעות נוסחא (12):

$$\frac{|\bar{x} - x|}{\bar{x}} = \frac{|7.87 - 7.66|}{7.87} = 0.0267$$

$$0.0267 \cdot 100 = 2.67\%$$

מחישובים אלה ניתן לראות כי קיבלנו סטייה של $\mathbf{3\%}$, ומסטייה נמוכה זו ניתן להסיק כי הערך שקיבלנו קרוב לערך הספרותי ולכן תוצאות הניסוי מהימנות ומאפשרות לבצע בדיקה של סוג החומר על ידי מדידת מסה וקוטר.

לעומת זאת, ניתן לראות כי הצפיפות שחישבנו הינה $\rho = 7.66 \pm 0.07\ \frac{gr}{cm^3}$, אך הערך הספרותי לא נמצא בטווח זה. מכאן ניתן להסיק כי למרות שאחוז הסטייה היחסית קטן, תוצאות הניסוי אינן מדויקות לחלוטין. השוני בין התוצאות יכול לנבוע משגיאת מכשיר או שגיאות סטטיסטיות, כמו למשל ייצוב שאינו מדויק המושפע משגיאת אדם במדידת מסת הכדור. על מנת להגיע לתוצאות מדויקות יותר ניתן להשתמש לדוגמא במכשירים בעלי שגיאה נמוכה יותר או מדידת המסה על ידי מכשיר עם צג אלקטרוני ושגיאה דומה.

4. ניסוי: חישוב צפיפות המסה של מוט גלילי דק

4.1. מהלך הניסוי:

בניסוי זה נמדוד את הקוטר, האורך והמסה של מוט גלילי ונשתמש בתוצאות אלה על מנת לחשב את הצפיפות ולהסיק מכך מהו החומר ממנו הוא עשוי.

את הקוטר והאורך של המוט נמדוד באמצעות קליבר בעל שגיאה של $\pm 0.005\ cm$.
על מנת למדוד את אורך המוט נניח אותו במצב אופקי בשיניים התחתונות של הקליבר כפי שמוצג בתמונה ונרשום את התוצאה המוצגת בשנתות התחתונות.

לאחר מכן, נניח את המוט בצורה אנכית ונמדוד את קוטרו.

כדי למדוד את המסה של המוט הגלילי, נניח אותו על מאזניים אנליטים בעלי שגיאה של $0.01gr$. נניח את הגליל על גבי המאזניים ונרשום את התוצאה המוצגת בצג האלקטרוני.

כמו כן, נבצע מדידה נוספת לקוטר המוט על ידי בורג מיקרומטרי בעל שגיאה של $\pm0.001\ cm$.
נניח את המוט הגלילי ולאחר מכן נרשום את התוצאה המוצגת בשנתות כפי שניתן לראות בתמונה והוסבר ברקע התיאורטי.

4.2. תוצאות הניסוי:

אורך המוט כפי שנמדד בניסוי הינו $H = 5.975 \pm 0.005\ cm$,
קוטר המוט לפי הקליבר הינו $D1 = 0.315 \pm 0.005\ cm$,
קוטר המוט לפי הבורג המיקרומטרי הינו $D2 = 0.311 \pm 0.001\ cm$,
ומסת המוט הינה $m = 3.95 \pm 0.01 gr$.

4.3. עיבוד התוצאות:

נשתמש בנוסחאות (10), (4) על מנת לחשב את נפח המוט והשגיאה בנפח באמצעות שימוש בקוטר הנמדד על ידי הקליבר:

$$V1 = \frac{1}{4}\pi \cdot D1^2 \cdot H = \frac{1}{4}\pi \cdot 0.315^2 \cdot 5.975 = 0.466\ cm^3$$

$$\Delta V = \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial D}\Delta D\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial H}\Delta H\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{4}\pi \cdot 2D \cdot H \cdot \Delta D\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\pi \cdot D^2 \cdot \Delta H\right)^2}$$

$$\Delta V1 = \sqrt{\left(\frac{1}{4}\pi \cdot 2 \cdot 0.315 \cdot 5.975 \cdot 0.005\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\pi \cdot 0.315^2 \cdot 0.005\right)^2} = 0.0148\ \ cm^3$$

הנפח הינו $\boldsymbol{V1 = 0.47 \pm 0.01\ cm^3}$

נשתמש בנוסחאות (7), (4) לחישוב הצפיפות והשגיאה בצפיפות:

$$\rho 1 = \frac{m}{V1} = \frac{3.95}{0.47} = 8.404\ \frac{gr}{cm^3}$$

$$\Delta \rho = \sqrt{\left(\frac{\partial \rho}{\partial m}\Delta m\right)^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial V}\Delta V\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{V}\Delta m\right)^2 + \left(\frac{-m}{V^2}\Delta V\right)^2}$$

$$\Delta \rho 1 = \sqrt{\left(\frac{1}{0.47} \cdot 0.01\right)^2 + \left(\frac{-3.95}{0.47^2} \cdot 0.01\right)^2} = 0.18\ \frac{gr}{cm^3}$$

הצפיפות הינה $\boldsymbol{\rho 1 = 8.4\ \pm 0.2\ \frac{gr}{cm^3}}$

נחזור על חישובים אלו, ונשתמש בנוסחאות (10), (4) על מנת לחשב את נפח המוט והשגיאה בנפח באמצעות שימוש בקוטר הנמדד על ידי הבורג המיקרומטרי:

$$V2 = \frac{1}{4}\pi \cdot D1^2 \cdot H = \frac{1}{4}\pi \cdot 0.311^2 \cdot 5.975 = 0.45388\ cm^3$$

$$\Delta V = \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial D}\Delta D\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial H}\Delta H\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{4}\pi \cdot 2D \cdot H \cdot \Delta D\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\pi \cdot D^2 \cdot \Delta H\right)^2}$$

$$\Delta V2 = \sqrt{\left(\frac{1}{4}\pi \cdot 2 \cdot 0.311 \cdot 5.975 \cdot 0.001\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\pi \cdot 0.311^2 \cdot 0.005\right)^2} = 0.003\ \ cm^3$$

הנפח הינו $\boldsymbol{V2 = 0.454 \pm 0.003\ cm^3}$

נשתמש בנוסחאות (7), (4) לחישוב הצפיפות והשגיאה בצפיפות:

$$\rho 2=\frac{m}{V2}=\frac{3.95}{0.454}=8.70044\ \frac{gr}{cm^3}$$

$$\Delta\rho=\sqrt{\left(\frac{\partial\rho}{\partial m}\Delta m\right)^2+\left(\frac{\partial\rho}{\partial V}\Delta V\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{1}{V}\Delta m\right)^2+\left(\frac{-m}{V^2}\Delta V\right)^2}$$

$$\Delta\rho 2=\sqrt{\left(\frac{1}{0.454}\cdot 0.01\right)^2+\left(\frac{-3.95}{0.454^2}\cdot 0.003\right)^2}=0.06157\frac{gr}{cm^3}$$

הצפיפות הינה $\boldsymbol{\rho 2=8.70\ \pm 0.06\ \frac{gr}{cm^3}}$

4.4. דיון בתוצאות ומסקנות:

נציג את התוצאות הסופיות:

התוצאות שחושבו על ידי המדידות בקליבר-

$$V1=0.47\pm 0.01\ \ cm^3$$

$$\rho 1=8.4\pm 0.2\ \frac{gr}{cm^3}$$

התוצאות שחושבו על ידי המדידות בבורג המיקרומטרי:

$$V2=0.454\pm 0.003\ \ cm^3$$

$$\rho 2=8.70\pm 0.06\ \frac{gr}{cm^3}$$

נחשב את השגיאה היחסית בצפיפות, בקוטר ובמסה לפי נוסחא (6):

עבור המדידות על ידי הקליבר:

צפיפות $[\frac{gr}{cm^3}]$	$\frac{\Delta\rho}{\rho}=\frac{0.2}{8.4}=0.0238$ **השגיאה היחסית בצפיפות היא 0.02**
קוטר $[cm]$	$\frac{\Delta D}{D}=\frac{0.005}{0.315}=0.0158$ **השגיאה היחסית בקוטר היא 0.02.**
מסה $[gr]$	$\frac{\Delta m}{m}=\frac{0.01}{3.95}=0.00253$ **השגיאה היחסית במסה היא 0.003.**

עבור המדידות על ידי הבורג המיקרומטרי :

צפיפות $[\frac{gr}{cm^3}]$	$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{0.06}{8.70} = 0.006897$ **השגיאה היחסית בצפיפות היא 0.007.**
קוטר $[cm]$	$\frac{\Delta D}{D} = \frac{0.001}{0.311} = 0.0032$ **השגיאה היחסית בקוטר היא 0.003.**
מסה $[gr]$	$\frac{\Delta m}{m} = \frac{0.01}{3.95} = 0.00253$ **השגיאה היחסית במסה היא 0.003.**

מחישובי השגיאות היחסיות עולה כי ערך השגיאה הגבוה ביותר הינו השגיאה היחסית במסה ומכך ניתן להסיק כי הוא הגורם העיקרי לשגיאה בצפיפות.
על מנת להגיע לתוצאה מדויקת יותר של הצפיפות, כלומר שגיאה נמוכה יותר, ניתן לבצע את הניסוי עם מאזניים בעלי שגיאה נמוכה יותר ולראות כיצד זה משפיע על השגיאה בצפיפות.

על פי הנתון בתדריך המעבדה וכפי שמוצג בטבלה (1) ברקע התיאורטי, צפיפות של פליז הינה $\mathbf{8.4}\ \frac{\mathbf{gr}}{\mathbf{cm^3}}$, ומכך נסיק כי הגליל עשוי מפליז.
נחשב את הסטייה היחסית בין הערך שקיבלנו בכל אחד מהחישובים לערך התאורטי באמצעות נוסחא (12) :

$$\frac{|\bar{x} - x|}{\bar{x}} = \frac{|8.4 - 8.4|}{8.4} = 0$$

$$\frac{|\bar{x} - x|}{\bar{x}} = \frac{|8.4 - 8.7|}{8.4} = 0.036$$

$$0.036 \cdot 100 = 3.6\%$$

מחישובים אלה ניתן לראות כי אין סטייה בחישובים שבוצעו על ידי התוצאות שנמדדו בקליבר, כלומר הצפיפות שקיבלנו זהה לצפיפות הספרותית, ואילו בחישובים שבוצעו על ידי התוצאות שנמדדו בבורג המיקרומטרי קיבלנו סטייה של $\mathbf{4\%}$.
ניתן לשים לב, כי השגיאה בצפיפות שהתקבלה על ידי המדידות של הבורג המיקרומטרי ± 0.06, נמוכה מאשר השגיאה שהתקבלה על ידי המדידות של הקליבר ± 0.2, ואילו הסטייה היחסית מהערך הספרותי מראה יחס שונה. כלומר, הצפיפות שחושבה מהקליבר יותר מדויקת מהשנייה וזאת בניגוד לציפיות שכאשר קיימת שגיאת מכשיר מדידה נמוכה יותר נצפה לקבלת תוצאה מדויקת יותר. ניתן לשער ולהסביר כי אי הדיוק בחישובים שבוצעו על ידי הבורג המיקרומטרי נובע משגיאות שיטתיות כמו גורמים סביבתיים נוספים לדוגמא אי הידוק המכשיר בצורה המיטבית או קריאת השנתות בצורה שאינה מדויקת לחלוטין.

5. ניסוי: חישוב הצפיפות של גליל חלול

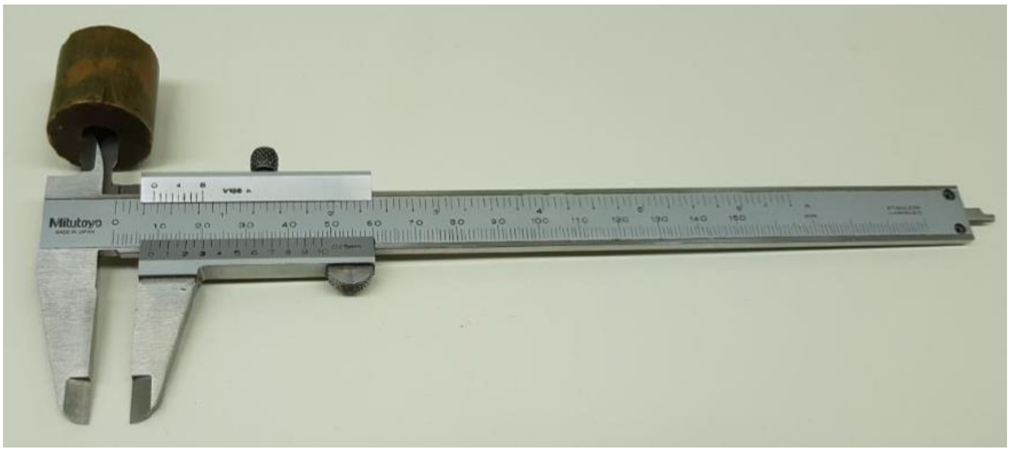
5.1. מהלך הניסוי:

בניסוי זה נמדוד את הקוטר הפנימי והחיצוני, האורך והמסה של מוט גלילי חלול. בדומה לניסויים הקודמים, נשתמש בתוצאות אלה על מנת לחשב את הצפיפות ולהסיק מכך מהו החומר ממנו הוא עשוי.

את הקוטר הפנימי והחיצוני והאורך של המוט נמדוד באמצעות קליבר בעל שגיאה של $\pm 0.005\ cm$.

על מנת למדוד את אורך המוט נניח אותו במצב אופקי בשיניים התחתונות של הקליבר ונרשום את התוצאה המוצגת בשנתות התחתונות.

בשונה מהמדידות של הקוטר החיצוני, על מנת למדוד את הקוטר הפנימי נשתמש בחלקו העליון של הקליבר כפי שמודגם בתמונה, כך שהשיניים העליונות נמצאות בתוך החלק החלול של הגליל וכעת נסתכל על השנתות העליוניות.



לאחר מכן, נמדוד את הגובה של הגליל באמצעות חלקו התחתון של הקליבר, כאשר כעת נניח את הגליל בצורה אופקית כפי שהודגם בניסוי 4.

את מסת הגליל נמדוד באמצעות מאזניים מכנים, שגיאת המכשיר היא $\pm 0.1gr$. לאחר שהנחנו את הגליל במרכז המאזניים, נזיז את המשקולות בהתאם למשקלו של הגליל עד לקבלת מצב מאוזן, ונרשום את הערך המוצג בשנתות.

5.2. תוצאות הניסוי:

קוטר פנימי של הגליל $d = 0.800 \pm 0.005\ cm$,

קוטר חיצוני של הגליל $D = 2.500 \pm 0.005\ cm$,

גובה הגליל $H = 2.520 \pm 0.005\ cm$,

ומסת הגליל הינה $m = 96.2 \pm 0.1gr$.

5.3. עיבוד התוצאות:

נשתמש בנוסחאות (11), (4) על מנת לחשב את נפח המוט והשגיאה בנפח באמצעות שימוש בקוטר הנמדד על ידי הקליבר:

$$V = \frac{1}{4}\pi \cdot (D^2 - d^2) \cdot H = \frac{1}{4}\pi \cdot (2.500^2 - 0.800^2) \cdot 2.520 = 11.1033\ cm^3$$

$$\Delta V = \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial D}\Delta D\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial d}\Delta d\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial H}\Delta H\right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{1}{2}\pi \cdot D \cdot H \cdot \Delta D\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\pi \cdot d \cdot H \cdot \Delta d\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\pi \cdot (D^2 - d^2) \cdot \Delta H\right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{1}{2}\pi \cdot 2.500 \cdot 2.520 \cdot 0.005\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\pi \cdot 0.800 \cdot 2.520 \cdot 0.005\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\pi \cdot (2.500^2 - 0.800^2) \cdot 0.005\right)^2}$$

$$= \sqrt{0.0024483 + 0.002507 + 0.0048534} = 0.099\ cm^3$$

הנפח הינו $V = 11.1 \pm 0.1\ cm^3$

נשתמש בנוסחאות (7), (4) לחישוב הצפיפות והשגיאה בצפיפות:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{96.2}{11.1} = 8.666\ \frac{gr}{cm^3}$$

$$\Delta\rho = \sqrt{\left(\frac{\partial \rho}{\partial m}\Delta m\right)^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial V}\Delta V\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{V}\Delta m\right)^2 + \left(\frac{-m}{V^2}\Delta V\right)^2}$$

$$\Delta\rho = \sqrt{\left(\frac{1}{11.1} \cdot 0.1\right)^2 + \left(\frac{-96.2}{11.1^2} \cdot 0.1\right)^2} = 0.0786\ \frac{gr}{cm^3}$$

הצפיפות הינה $\rho = 8.67 \pm 0.08\ \frac{gr}{cm^3}$

5.4. דיון בתוצאות ומסקנות:

נציג את התוצאות הסופיות:

$$V = 11.1 \pm 0.1\ cm^3$$

$$\rho = 8.67 \pm 0.08\ \frac{gr}{cm^3}$$

על פי הנתון בתדריך המעבדה וכפי שמוצג בטבלה (1) ברקע התיאורטי, צפיפות של פליז הינה $\mathbf{8.4}\ \frac{\mathbf{gr}}{\mathbf{cm^3}}$, ומכך נסיק כי הגליל עשוי מפליז.

נחשב את הסטייה היחסית בין הערך שקיבלנו לערך התאורטי באמצעות נוסחא (12):

$$\frac{|\bar{x} - x|}{\bar{x}} = \frac{|8.4 - 8.6|}{8.4} = 0.032$$

$$0.032 \cdot 100 = 3.2\%$$

מחישובים אלה ניתן לראות כי קיבלנו סטייה של **3%**, ומסטייה נמוכה זו ניתן להסיק כי הערך שקיבלנו קרוב לערך הספרותי ולכן תוצאות הניסוי מהימנות ומאפשרות לבצע בדיקה של סוג החומר על ידי מדידת מסה וקוטר.

לעומת זאת, ניתן לראות כי הצפיפות שחישבנו הינה $\rho = 8.67 \pm 0.08\ \frac{gr}{cm^3}$, אך הערך הספרותי לא נמצא בטווח זה. מכאן ניתן להסיק כי למרות שאחוז הסטייה היחסית קטן, תוצאות הניסוי אינן מדויקות לחלוטין. מחישובי השגיאות היחסיות ניתן לראות כי השגיאה בקוטר הפנימי של הגליל היא 0.006 וגדולה יחסית לתוצאות המדידות האחרות. בשל כך, ניתן לשער כי אם היינו מבצעים את מדידת הקוטר הפנימי באמצעות מכשיר בעל שגיאה נמוכה מזו של הקליבר, היינו יכולים לקבל תוצאות מדויקות יותר של הקוטר ובשל כך תוצאה מדויקת וקרובה יותר לערך הספרותי של הצפיפות.

6. ניסוי: חישוב צפיפות המסה של גלילים בעלי נפח ומשקל שווה

6.1. מהלך הניסוי:

בניסוי זה נבדוק שני גלילים, האחד קצר בעל שטח פנים גדול ואילו השני ארוך בעל שטח פנים קטן. נרצה לבדוק את השפעת הגדלים האלה ולהשוות בין התוצאות המתקבלות בשני הגלילים השונים.

את הקוטר והאורך של הגלילים נמדוד באמצעות קליבר בעל שגיאה של $\pm 0.005\ cm$.
על מנת למדוד את קוטרי הגלילים נניח אותם במצב אנכי בחלקו התחתון של הקליבר כפי שמוצג בשתי התמונות העליונות.
על מנת למדוד את אורכי הגלילים נניח אותם במצב אופקי בחלקו התחתון של הקליבר כפי שמוצג בשתי התמונות התחתונות.
את הערכים בכל ארבעת המדידות נרשום במדויק.

כמו כן, נמדוד את המסות של הגלילים באמצעות מאזניים אנליטים עם שגיאה $\pm 0.01gr$. נניח את הגלילים (כל פעם אחד בנפרד) על גבי המאזניים ונרשום את התוצאה המוצגת בצג האלקטרוני.

6.2. תוצאות הניסוי:

<u>גליל 1:</u>

גובה $H1 = 4.000 \pm 0.005\ cm$,

קוטר $D1 = 2.000 \pm 0.005\ cm$,

מסה $m1 = 33.80 \pm 0.01gr$.

<u>גליל 2:</u>

גובה $H2 = 1.000 \pm 0.005\ cm$,

קוטר $D2 = 4.000 \pm 0.005\ cm$,

מסה $m2 = 33.95 \pm 0.01gr$.

6.3. עיבוד התוצאות:

גליל 1:

נשתמש בנוסחאות (10), (4) על מנת לחשב את נפח המוט והשגיאה בנפח:

$$V1=\frac{1}{4}\pi\cdot D1^2\cdot H=\frac{1}{4}\pi\cdot 2.000^2\cdot 4.000=12.56664\ cm^3$$

$$\Delta V=\sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial D}\Delta D\right)^2+\left(\frac{\partial V}{\partial H}\Delta H\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{1}{4}\pi\cdot 2D\cdot H\cdot\Delta D\right)^2+\left(\frac{1}{4}\pi\cdot D^2\cdot\Delta H\right)^2}$$

$$\Delta V1=\sqrt{\left(\frac{1}{4}\pi\cdot 2\cdot 2.000\cdot 4.000\cdot 0.005\right)^2+\left(\frac{1}{4}\pi\cdot 2.000^2\cdot 0.005\right)^2}=0.0648\ \ cm^3$$

הנפח הינו $\boldsymbol{V1=12.57\pm 0.06\ cm^3}$

נשתמש בנוסחאות (7), (4) לחישוב הצפיפות והשגיאה בצפיפות:

$$\rho 1=\frac{m}{V1}=\frac{33.80}{12.57}=\ 2.6889\frac{gr}{cm^3}$$

$$\Delta\rho=\sqrt{\left(\frac{\partial\rho}{\partial m}\Delta m\right)^2+\left(\frac{\partial\rho}{\partial V}\Delta V\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{1}{V}\Delta m\right)^2+\left(\frac{-m}{V^2}\Delta V\right)^2}$$

$$\Delta\rho 1=\sqrt{\left(\frac{1}{12.57}\cdot 0.01\right)^2+\left(\frac{-33.80}{12.57^2}\cdot 0.06\right)^2}=0.01286\frac{gr}{cm^3}$$

הצפיפות הינה $\boldsymbol{\rho 1=2.69\ \pm 0.01\ \frac{gr}{cm^3}}$

גליל 2:

נחזור על חישובים אלו ונשתמש בנוסחאות (10), (4) על מנת לחשב את נפח המוט והשגיאה בנפח של הגליל השני:

$$V2=\frac{1}{4}\pi\cdot D1^2\cdot H=\frac{1}{4}\pi\cdot 4.000^2\cdot 1.000=12.56664\ cm^3$$

$$\Delta V=\sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial D}\Delta D\right)^2+\left(\frac{\partial V}{\partial H}\Delta H\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{1}{4}\pi\cdot 2D\cdot H\cdot\Delta D\right)^2+\left(\frac{1}{4}\pi\cdot D^2\cdot\Delta H\right)^2}$$

$$\Delta V2=\sqrt{\left(\frac{1}{4}\pi\cdot 2\cdot 4.000\cdot 1.000\cdot 0.005\right)^2+\left(\frac{1}{4}\pi\cdot 4.000^2\cdot 0.005\right)^2}=0.07\ \ cm^3$$

הנפח הינו $\boldsymbol{V2=12.57\pm 0.07\ cm^3}$

נשתמש בנוסחאות (7), (4) לחישוב הצפיפות והשגיאה בצפיפות:

$$\rho 2=\frac{m}{V2}=\frac{33.95}{12.57}=2.7009\,\frac{gr}{cm^3}$$

$$\Delta\rho=\sqrt{\left(\frac{\partial\rho}{\partial m}\Delta m\right)^2+\left(\frac{\partial\rho}{\partial V}\Delta V\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{1}{V}\Delta m\right)^2+\left(\frac{-m}{V^2}\Delta V\right)^2}$$

$$\Delta\rho 2=\sqrt{\left(\frac{1}{12.57}\cdot 0.01\right)^2+\left(\frac{-33.95}{12.57^2}\cdot 0.07\right)^2}=0.189\,\frac{gr}{cm^3}$$

הצפיפות הינה $\boldsymbol{\rho 2=2.7\ \pm 0.2\ \frac{gr}{cm^3}}$

6.4. דיון בתוצאות ומסקנות:

נציג את התוצאות הסופיות:

<u>גליל 1:</u>

$$V1=12.57\pm 0.06\ cm^3$$

$$\rho 1=2.69\pm 0.01\ \frac{gr}{cm^3}$$

<u>גליל 2:</u>

$$V2=12.57\pm 0.07\ cm^3$$

$$\rho 2=2.7\pm 0.2\ \frac{gr}{cm^3}$$

מחישובי השגיאות ניתן לראות כי השגיאה בנפח גליל 2 גבוהה מאשר נפח גליל 1 אך בשני הגלילים הנפחים זהים. מכך ניתן להסיק שהחישוב שלנו תואם את הנתון כי נפחי הגלילים זהה. כמו כן, ניתן לראות כי המסה שנמדדה בשני הגלילים שונה לעומת הנתון בתדריך ובשל כך נצפה לתוצאות שונות בחישובי הצפיפות של הגופים.

על פי הנתון בתדריך המעבדה וכפי שמוצג בטבלה (1) ברקע התיאורטי, צפיפות של אלומיניום הינה $\boldsymbol{2.72\ \frac{gr}{cm^3}}$, ומכך נסיק כי שני הגלילים עשויים מאלומיניום.
נחשב את הסטייה היחסית בין הערך שקיבלנו לערך התאורטי באמצעות נוסחא (12):

$$\frac{|\,\bar{x}-x|}{\bar{x}}=\frac{|\,2.72-2.69|}{2.72}=0.011$$

$$0.011\cdot 100=1.1\%$$

$$\frac{|\,\bar{x}-x|}{\bar{x}}=\frac{|\,2.72-2.7|}{2.72}=0.00735$$

$$0.00735\cdot 100=0.735\%$$

מחישובים אלה ניתן לראות כי קיבלנו בגליל הראשון סטייה של 1%, ובגליל השני סטייה של 0.7% מכך ניתן להסיק כי תוצאת הגליל השני מדויקת וקרובה יותר לערך הספרותי. כמו כן, בשני הגלילים קיבלנו אחוז סטייה נמוך וניתן להסיק כי שני הגלילים הם מאלומיניום.
ניתן לשער כי השוני בדיוק החישובים עלול לנבוע מכך שהמסות הנמדדות שונות למרות ששני הגלילים בעלי מסה זהה על פי תדריך המעבדה, ושינויים אלו יכולים להשפיע על דיוק התוצאות. בשל כך, נוכל להסיק כי הייתה שגיאת מכשיר או שגיאה שיטטית במדידת המסה הנמדדת בגליל הראשון שכן אחוז הסטייה שלה גבוה יותר.

כמו כן, ניתן לראות כי צפיפות הגליל השני הינה $\rho = 2.72 \pm 0.2\ \frac{gr}{cm^3}$, והערך הספרותי נמצא בטווח זה. בדומה לתוצאות הניסויים הקודמים, ניתן להסיק כי אין קשר ישר בין שגיאת צפיפות נמוכה לבין דיוק התוצאות כיוון שהשגיאה בצפיפות גליל 2 גבוהה מהשגיאה בגליל 1, ואילו הסטייה בגליל הראשון גבוהה מהשני וגם הערך הספרותי אינו נמצא בטווח שלה.

7. ניסוי: חישוב צפיפות המסה של קוביות בעלי נפח שווה ומשקל שונה

7.1. מהלך הניסוי:

בניסוי זה נבדוק קוביית מתכת וקוביית עץ. את אורכי המקצועות נמדוד באמצעות קליבר בעל שגיאה של $\pm 0.005\ cm$.

על מנת למדוד את אורכי המקצועות נניח את הקובייה במצב אנכי בחלקו התחתון של הקליבר.

את מסת הקוביות נמדוד באמצעות מאזניים מכנים, שגיאת המכשיר היא $\pm 0.1gr$. נניח את הקובייה במרכז המאזניים, נזיז את המשקולות בהתאם למשקל הקובייה עד לקבלת מצב מאוזן, ונרשום את הערך המוצג בשנתות.

את מדידות האורך והמסה של קוביית העץ נבצע 5 פעמים ונרשום את הנתונים הנמדדים בכל אחת מהחזרות.

7.2. תוצאות הניסוי:

קוביית מתכת:

אורך מקצוע $a = 3.100 \pm 0.005\ cm$,

מסה $m = 76.9 \pm 0.1gr$.

קוביית עץ:

	חזרה 1	חזרה 2	חזרה 3	חזרה 4	חזרה 5
אורך מקצוע (b) בס"מ עם שגיאה של $\pm 0.005\ cm$	3.075	3.050	3.085	3.100	3.055
מסה (M) בגרמים עם שגיאה של $\pm 0.1gr$	20.0	20.0	19.9	20.0	19.9

7.3. עיבוד התוצאות:

קוביית המתכת:

נשתמש בנוסחאות (8), (4) על מנת לחשב את נפח קוביית המתכת והשגיאה בנפח:

$$V = a \cdot a \cdot a = 3.100^3 = 29.791\ cm^3$$

$$\Delta V = \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial a}\Delta a\right)^2} = \sqrt{(3 \cdot a^2 \cdot \Delta a)^2} = 0.144\ cm^3$$

הנפח הינו $\boldsymbol{V = 29.8 \pm 0.1\ cm^3}$

נשתמש בנוסחאות (7), (4) לחישוב הצפיפות והשגיאה בצפיפות:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{76.9}{29.8} = 2.5805\frac{gr}{cm^3}$$

$$\Delta\rho = \sqrt{\left(\frac{\partial\rho}{\partial m}\Delta m\right)^2 + \left(\frac{\partial\rho}{\partial V}\Delta V\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{V}\Delta m\right)^2 + \left(\frac{-m}{V^2}\Delta V\right)^2}$$

$$\Delta\rho = \sqrt{\left(\frac{1}{29.8}\cdot 0.1\right)^2 + \left(\frac{-76.9}{29.8^2}\cdot 0.1\right)^2} = 0.009287\ \frac{gr}{cm^3}$$

הצפיפות הינה $\boldsymbol{\rho = 2.581\ \pm 0.009\ \frac{gr}{cm^3}}$

קוביית העץ:

ראשית עלינו למצוא את הערכת השגיאה של המסה והאורך. לשם כך נשתמש בנוסחאות (3),(2),(1):

$$\Delta_m = 0.005\ cm$$

	אורך (b) בס"מ
ממוצע	$\frac{1}{5}\cdot(3.075 + 3.050 + 3.085 + 3.100 + 3.055) = 3.073\ cm$
סטיית תקן	$\sqrt{\frac{1}{5-1}((3.075 - 3.073)^2 + (3.050 - 3.073)^2 + (3.085 - 3.073)^2) + (3.100 - 3.073)^2 + (3.055 - 3.073)^2} = 0.022$
שגיאה	$\Delta b = \sqrt{0.005^2 + \frac{0.022^2}{5}} = 0.011$

האורך של הקוביה הוא $3.07 \pm 0.01\ cm$.

$\Delta_m = 0.1\ gr$

	מסה (M) בגרמים
ממוצע	$\frac{1}{5} \cdot (20.0 + 20.0 + 19.9 + 20.0 + 19.9) = 19.96\ gr$
סטיית תקן	$\sqrt{\frac{1}{5-1}((20.0-19.96)^2 + (20.0-\ 19.96)^2 + (19.9-\ 19.96)^2) + (20.0-\ 19.96)^2 + (19.9-\ 19.96)^2} =$ $= 0.055$
שגיאה	$\Delta M = \sqrt{0.1^2 + \frac{0.055^2}{5}} = 0.103$

המסה של הקובייה היא $20.0 \pm 0.1\ gr$.

נשתמש בנוסחאות (8), (4) על מנת לחשב את נפח קוביית העץ והשגיאה בנפח :

$$V = b \cdot b \cdot b = 3.07^3 = 28.9344\ cm^3$$

$$\Delta V = \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial b}\Delta b\right)^2} = \sqrt{(3 \cdot b^2 \cdot \Delta b)^2} = 0.283\ cm^3$$

הנפח הינו $\boldsymbol{V = 28.9 \pm 0.3\ cm^3}$

נשתמש בנוסחאות (7), (4) לחישוב הצפיפות והשגיאה בצפיפות :

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{20.0}{28.9} = 0.69204\ \frac{gr}{cm^3}$$

$$\Delta\rho = \sqrt{\left(\frac{\partial \rho}{\partial m}\Delta m\right)^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial V}\Delta V\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{V}\Delta m\right)^2 + \left(\frac{-m}{V^2}\Delta V\right)^2}$$

$$\Delta\rho = \sqrt{\left(\frac{1}{28.9} \cdot 0.1\right)^2 + \left(\frac{-20.0}{28.9^2} \cdot 0.3\right)^2} = 0.00797\ \frac{gr}{cm^3}$$

הצפיפות הינה $\boldsymbol{\rho = 0.692\ \pm 0.008\ \frac{gr}{cm^3}}$

7.4. דיון בתוצאות ומסקנות:

נציג את התוצאות הסופיות :

קוביית מתכת :

$$V1 = 29.8 \pm 0.1\ cm^3$$

$$\rho1 = 2.58 \pm 0.009\ \frac{gr}{cm^3}$$

קוביית עץ :

$$V2 = 28.9 \pm 0.3\ cm^3$$

$$\rho2 = 0.692 \pm 0.008\ \frac{gr}{cm^3}$$

מחישובי הנפחים ובדומה לנתון בתדריך המעבדה כי הגלילים בעלי נפח שווה, ניתן לראות כי טווח הנפחים הוא זהה כלומר חישוב הנפח שלנו הינו מדויק. כמו כן, ניתן לראות כי השגיאה בנפח שהתקבלה בקוביית העץ גבוהה מהשגיאה בקוביית המתכת וזאת למרות שבקוביית העץ התבצעו 5 חזרות של מדידות.

על פי הנתון בתדריך המעבדה וכפי שמוצג בטבלה (1) ברקע התיאורטי, צפיפות של אלומיניום הינה $\mathbf{2.72}\ \frac{gr}{cm^3}$, וצפיפות של עץ הינה $\mathbf{0.79}\ \frac{gr}{cm^3}$.
נחשב את הסטייה היחסית בין הערך שקיבלנו לערך התאורטי בשני הקוביות באמצעות נוסחא (12) :

$$\frac{|\ \bar{x} - x|}{\bar{x}} = \frac{|\ 2.72 - 2.58|}{2.72} = 0.388$$

$$0.388 \cdot 100 = 3.8\%$$

$$\frac{|\ \bar{x} - x|}{\bar{x}} = \frac{|\ 0.79 - 0.692|}{0.79} = 0.124$$

$$0.124 \cdot 100 = 12.4\%$$

מחישובים אלה ניתן לראות כי קיבלנו בקוביית המתכת סטייה של $\mathbf{4\%}$, ובקוביית העץ סטייה של $\mathbf{12\%}$. נשים לב כי ערך השגיאה היחסית שהתקבל בקוביית העץ גבוהה בהרבה מהערך שהתקבל בקוביית המתכת, למרות שעל הניסוי בקוביית העץ חזרנו 5 פעמים. בנוסף לכך, השגיאה בנפח קוביית העץ גבוהה מהשגיאה בנפח קוביית המתכת, ולכן ניתן לשער שזה גרם לסטייה יחסית גבוהה יותר. על מנת לדייק את תוצאות צפיפות העץ, נוכל להשתמש במכשיר מדידת אורך ומכשיר למדידת מסה בעלי שגיאות נמוכות יותר. עם זאת, לא ניתן להסיק מניסוי זה כי מספר חזרות מזיק לדיוק תוצאות הניסוי כיוון שקיימים גורמים נוספים המשפיעים על התוצאות כמו שגיאות מדידה ושגיאות המכשירים בהם השתמשנו.

8. ניסוי: מציאת צפיפות אלומיניום באמצעות גרף

8.1. מהלך הניסוי:

בניסוי זה נמדוד באמצעות קליבר בעל שגיאה של $\pm 0.005\ cm$ את הקוטר והגובה של 6 גלילי אלומיניום שונים. בדומה לניסויים הקודמים, על מנת למדוד את אורך הגליל נניח אותו בחלקו התחתון של הקליבר בצורה אופקית, וכדי למדוד את הקוטר נניח אותו בצורה אנכית. נחזור על פעולה זו עבור כל אחד מהגלילים השונים ונרשום את הנתונים בטבלה.
לאחר מכן, נמדוד את המסה של כל אחד מהגופים באמצעות מאזניים אנליטים עם שגיאה $\pm 0.01 gr$. נניח את הגלילים (כל פעם אחד בנפרד) על גבי המאזניים ונרשום את התוצאה המוצגת בצג האלקטרוני במקום המתאים בטבלה.

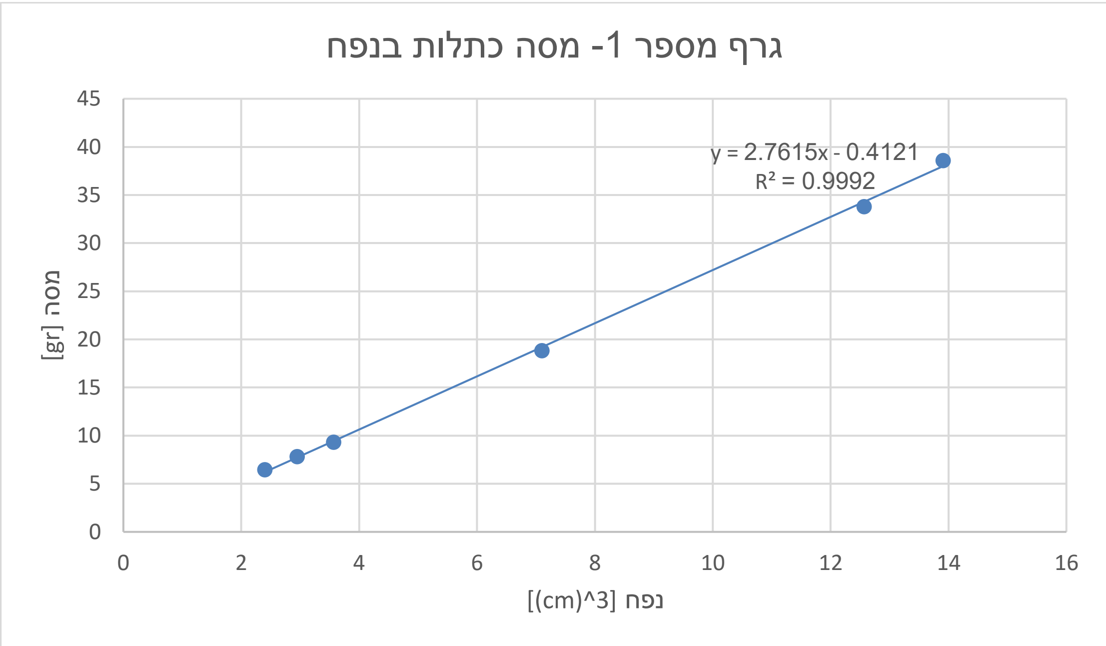
8.2. תוצאות הניסוי:

מספר גליל	מסה בגרמים $\pm 0.01\ gr$	קוטר בסנטימטרים $\pm 0.005\ cm$	גובה בסנטימטרים $\pm 0.005\ cm$
1	7.84	1.500	1.670
2	9.33	1.500	2.020
3	6.48	1.000	3.060
4	18.85	1.500	4.020
5	33.81	2.000	4.000
6	38.58	1.350	9.715

8.3. עיבוד התוצאות:

נחשב את נפח כל אחד מהגופים באמצעות נוסחא(10) :

מספר גליל	נפח הגליל $V=\pi R^2L=\frac{1}{4}\pi d^2L$
1	$V=\frac{1}{4}\pi d^2L=\frac{1}{4}\pi\cdot 1.500^2\cdot 1.670=2.95\ cm^3$
2	$V=\frac{1}{4}\pi d^2L=\frac{1}{4}\pi\cdot 1.500^2\cdot 2.020=3.57\ cm^3$
3	$V=\frac{1}{4}\pi d^2L=\frac{1}{4}\pi\cdot 1.000^2\cdot 3.060=2.40\ cm^3$
4	$V=\frac{1}{4}\pi d^2L=\frac{1}{4}\pi\cdot 1.500^2\cdot 4.020=7.10\ cm^3$
5	$V=\frac{1}{4}\pi d^2L=\frac{1}{4}\pi\cdot 2.000^2\cdot 4.000=12.57cm^3$
6	$V=\frac{1}{4}\pi d^2L=\frac{1}{4}\pi\cdot 1.350^2\cdot 9.715=13.91\ cm^3$



8.4. דיון בתוצאות ומסקנות:

ניתוח נתוני הגרף:

SUMMARY OUTPUT

Regression Statistics	
Multiple R	0.999596077
R Square	0.999192316
Adjusted R Square	0.998990396
Standard Error	0.444251126
Observations	6

ANOVA

	df	SS	MS	F	Significance F
Regression	1	976.6184471	976.6184471	4948.434763	2.44698E-07
Residual	4	0.789436251	0.197359063		
Total	5	977.4078833			

	Coefficients	Standard Error	t Stat	P-value	Lower 95%	Upper 95%	Lower 95.0%	Upper 95.0%
Intercept	-0.412105068	0.331983023	-1.241343802	0.282300361	-1.333837706	0.509627571	-1.333837706	0.509627571
X Variable 1	2.761473657	0.039256085	70.34511186	2.44698E-07	2.652481293	2.87046602	2.652481293	2.87046602

על פי נתוני גרף מספר 1, $y = 2.7615x - 0.4121$ ונוסחא מספר (7):

$$\rho = \frac{m}{V} \quad , \quad m = \rho \cdot V$$

ממשוואה זו ניתן לראות כי בגרף של מסה כתלות בנפח, שיפוע הגרף מייצג את ערך הצפיפות.
מניתוח הנתונים ניתן לראות כי השגיאה בצפיפות הינה 0.039256 ולכן בהתחשב בספרות משמעותיות נסיק כי הצפיפות של הגוף הינה:

$$\boldsymbol{\rho = 2.76 \pm 0.04\ \frac{gr}{cm^3}}$$

על פי הנתון כי הגופים עשויים מאלומיניום, וכפי שמוצג בטבלה (1) ברקע התיאורטי, צפיפות של אלומיניום הינה $\boldsymbol{2.72\ \frac{gr}{cm^3}}$.

נחשב את הסטייה היחסית בין הערך שקיבלנו ובין הערך הספרותי לפי נוסחא (12):

$$\frac{|\bar{x} - x|}{\bar{x}} = \frac{|2.72 - 2.76|}{2.72} = 0.015$$

$$0.0.15 \cdot 100 = 1.5\%$$

מחישובים אלה ניתן לראות כי קיבלנו סטייה של 2%, וסטייה נמוכה זו מייצגת את מהימנות ודיוק התוצאות. כמו כן, נסתכל על R^2 ערך שקרבתו ל1 מייצג את טיב ההתאמה ומידת הדיוק.
נשים לב כי $R^2 = 0.9992$ ומכך ניתן להסיק גם כי תוצאות הניסוי הינן מדויקות.

בניגוד לכך, בהשוואה לניסוים 6 בו השתמשנו גם בשני גלילי אלומיניום, קיבלנו כי אחוז הסטייה בניסוי זה הוא הגבוהה ביותר. בשל כך, ניתן להסיק כי קיימת עדיפות על חישוב הצפיפות והשגיאה באמצעות הנוסחאות כיוון שהן שומרות על דיוק רב יותר מאשר הוצאת הערך על ידי שיפוע הגרף. כמו כן, ניתן לשער כי קיימים גורמים נוספים שהשפיעו על תוצאות אלו כמו שגיאות סטטיסטיות הנובעות משינויים שלא נלקחו בחשבון כדוגמת שינוי בטמפ' החדר בשני הניסויים, גורם בעל קשר ישיר בשינוי הצפיפות.

9. סיכום ומסקנות כלליות:

נציג את תוצאות הניסויים בטבלה הבאה:

ניסוי	הצפיפות $\pm$ השגיאה	השוואה עם הערך התאורטי
3- חישוב צפיפות המסה של כדור	$\rho = 7.66 \pm 0.07\ \frac{gr}{cm^3}$	פלדה $\rho = 7.87 \frac{gr}{cm^3}$ סטייה של 3%
4- חישוב צפיפות המסה של מוט גלילי דק	$\rho1 = 8.4 \pm 0.2\ \frac{gr}{cm^3}$ $\rho2 = 8.70 \pm 0.06\ \frac{gr}{cm^3}$	פליז $\rho = 8.4 \frac{gr}{cm^3}$ גליל 1- סטייה של 0% גליל 2- סטייה של 4%
5- חישוב הצפיפות של גליל חלול	$\rho = 8.67 \pm 0.08\ \frac{gr}{cm^3}$	פלדה $\rho = 8.4 \frac{gr}{cm^3}$ סטייה של 3%
6- חישוב צפיפות המסה של גלילים בעלי נפח ומשקל שווה	$\rho1 = 2.69 \pm 0.01\ \frac{gr}{cm^3}$ $\rho2 = 2.7 \pm 0.2\ \frac{gr}{cm^3}$	אלומיניום $\rho = 2.72 \frac{gr}{cm^3}$ גליל 1-סטייה של 1% גליל 2- סטייה של 0.7%
7- חישוב צפיפות המסה של קוביות בעלי נפח שווה ומשקל שונה (קוביית מתכת וקוביית עץ)	מתכת $\rho = 2.58 \pm 0.009\ \frac{gr}{cm^3}$ עץ $\rho = 0.692 \pm 0.008\ \frac{gr}{cm^3}$	אלומיניום $\rho = 2.72 \frac{gr}{cm^3}$ סטייה של 4% עץ $\rho = 0.79 \frac{gr}{cm^3}$ סטייה של 12%
8- מציאת צפיפות אלומיניום באמצעות גרף	$\rho = 2.76 \pm 0.04\ \frac{gr}{cm^3}$	אלומיניום $\rho = 2.72 \frac{gr}{cm^3}$ סטייה של 2%

בניסוי זה למדתי להשתמש בכלים חדשים הנמצאים במעבדה למדידת אורכים שונים ומסה של גופים. כמו כן, למדתי על סוגי השגיאות השונות ולדעת לחשב אותן על מנת להגיע לתוצאות מדויקות ככל שניתן.
בהשוואת התוצאות שהתקבלו, ניתן להסיק כי מרבית התוצאות הינן מדויקות ותואמות את הערכים הספרותיים, כיוון שהשגיאות היחסיות בטווח נמוך של $5\% - 0\%$.
בהתאם לרקע התאורטי, שערנו כי ככל שנבצע יותר חזרות השגיאה הסטטיסטית תרד וכך גם השגיאה היחסית של הצפיפות עם הערך הספרותי. עם זאת, בניסוי 7 בו מדדנו את הגדלים של קוביית העץ וחזרנו על הפעולה במשך 5 פעמים, קיבלנו את סטיית התקן הגבוהה ביותר- 12%. מכך למדתי כי לא תמיד תוצאות הניסוי תואמות את הצפיות שלנו, וכי קיימים גורמים נוספים העלולים להשפיע על התוצאות כמו טמ״פ החדר שאותם לא לקחנו בחשבון. נסיק מכך כי יש לוודא ככל שניתן כי הגורמים החיצוניים זהים בין הניסויים השונים, על מנת להגיע לתוצאות מדויקות המאפשרות קבלת מסקנות מהימנה.
כמו כן, מטבלת סיכום התוצאות ניתן לראות כי הערכים הנמוכים ביותר של סטית התקן נמדדו בניסויים 8,6,4 ואלו הניסויים היחידים בהם השתמשנו במאזניים אנליטיות. בשל כך, ניתן להסיק כי קיימת עדיפות למדידת המסה במאזניים אלה. זאת בהתאם לרקע התאורטי, כיוון שניתן לראות שמאזניים אלה בעלות שגיאה נמוכה מהמאזניים המכניים וגם אופן מדידת המסה באמצעותן פשוטה לעומת המאזניים המכניים בהם יש להזיז את המשקולות ולהגיע לאיזון. בשל כך נסיק כי קיימת עדיפות להשתמש במאזניים אנליטיות על פני המאזניים המכניים.

יתר על כן, למדנו בניסוי 8 להוציא את הנתונים מתוך גרף של ערכי מסה ונפח שנמדדו וחושבו. ראינו כי בהשוואה לניסוי 6 בו בדקנו את צפיפותם של גופים מאלומיניום גם, קיבלנו בניסוי 8 סטייה מעט גבוהה יותר. גם כאן ניתן להסיק כי קיימים גורמים נוספים העלולים להשפיע על התוצאות, וככל שנבצע יותר חזרות של הניסוי נוכל להגיע לתוצאות יותר מדויקות ולסטייה נמוכה יותר.

10. ביבליוגרפיה

1. תדריך מעבדה – אוניברסיטת בן גוריון

11. נספחים

שאלות הכנה- מעבדה 1, צפיפות וחישוב שגיאות

1. **עיין בתדריך בנושא חישוב שגיאות ורשום את הנוסחה לחישוב השגיאה בנפח גליל חלול כאשר ישנן שגיאות במדידת הרדיוס החיצוני, הפנימי וגובה הגליל.העזר בשיטת הנגזרות החלקיות.**

פתרון :

$$V = \pi(R^2 - r^2)H$$

$$\Delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\Delta y\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\Delta z\right)^2}$$

נשתמש בנוסחא (11) לחישוב נפח גליל חלול, ובעזרתה נגזור ונציב בנוסחא (4). כאן השגיאות במשתנים x,y,z מייצגות את השגיאות במדידת הרדיוס החיצוני, הפנימי וגובה הגליל.

$$\Delta V = \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial R}\Delta R\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial r}\Delta r\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial H}\Delta H\right)^2} =$$

$$= \sqrt{(\boldsymbol{\pi \cdot 2R \cdot H \cdot \Delta R})^2 + (\boldsymbol{\pi \cdot -2r \cdot H \cdot \Delta r})^2 + (\boldsymbol{\pi(R^2 - r^2) \cdot \Delta H})^2}$$

2. **הראה שהשגיאה היחסית בנפח כדור גדולה פי 3 מהשגיאה היחסית ברדיוס(השגיאה היחסית מוגדרת כשגיאת המדידה חלקי ערך המדידה.)**

פתרון :

נשתמש בנוסחאות (4) ו(9) על מנת לחשב את השגיאה בנפח הכדור. כמו כן, על פי נוסחא (9) ניתן לראות כי המשתנה היחיד המשפיע על השגיאה של נפח הכדור הינו הרדיוס.

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$\Delta V = \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial R} \cdot \Delta R\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{4}{3}\pi \cdot 3R^2 \cdot \Delta R\right)^2} = \sqrt{(4\pi \cdot R^2 \cdot \Delta R)^2} = 4\pi \cdot R^2 \cdot \Delta R$$

השגיאה היחסית מוגדרת כשגיאת המדידה חלקי ערך המדידה, נציב את הערכים שקיבלנו בנוסחא (6) ולכן נקבל :

שגיאה יחסית בנפח :

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{4\pi \cdot R^2 \cdot \Delta R}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3\Delta R}{R}$$

השגיאה היחסית ברדיוס על פי ההגדרה הינה $\frac{\Delta R}{R}$, ולכן קיבלנו כי השגיאה היחסית בנפח כדור גדולה פי 3 מהשגיאה היחסית ברדיוס.

3. סטודנט מעוניין לחשב את הצפיפות של קובית עץ ואת השגיאה. לשם כך הוא מודד 3 פעמים באופן בלתי תלוי את האורך הרוחב והגובה של הקוביה.

המדידה התבצעה בסרגל עם שגיאה של $\pm 0.01\ cm$ להלן התוצאות שקיבל ביחידות ס"מ:

A אורך (ס"מ)	B רוחב (ס"מ)	H גובה (ס"מ)
4.05	3.95	4.15
3.95	4.1	3.9
4.0	3.95	3.95

מה השגיאה בצפיפות הקוביה? כאשר מסת הקוביה נמדדה והממוצע שלה הוא 50.56 גרם והשגיאה 0.01 גרם. מהי השגיאה היחסית בצפיפות?

פתרון :

על מנת לחשב את השגיאה בצפיפות הקובייה תחילה נחשב את השגיאה באורך ברוחב ובגובה באמצעות נוסחאות (1), (2), (3) :

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$$

$$\sigma \approx S_N = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2}$$

$$\Delta x = \sqrt{{\Delta_m}^2 + \frac{\sigma^2}{N}}$$

$$\Delta_m = \pm 0.01\ cm$$

	Aאורך (ס"מ)
ממוצע	$\frac{1}{3}\cdot(4.05+3.95+4.00)=4.00\ cm$
סטיית תקן	$\sqrt{\frac{1}{3-1}((4.05-\ 4.00)^2+(3.95-\ 4.00)^2+(4.00-\ 4.00)^2)}=0.05$
שגיאה	$\Delta A=\sqrt{0.01^2+\frac{0.05^2}{3}}=0.03$

	B רוחב (ס"מ)
ממוצע	$\frac{1}{3}\cdot(3.95+4.10+3.95)=4.00\ cm$
סטיית תקן	$\sqrt{\frac{1}{3-1}((3.95-\ 4.00)^2+(4.10-\ 4.00)^2+(3.95-\ 4.00)^2)}=0.09$
שגיאה	$\Delta B=\sqrt{0.01^2+\frac{0.09^2}{3}}=0.05$

	גובה(ס"מ)H
ממוצע	$\frac{1}{3} \cdot (4.15 + 3.90 + 3.95) = 4.00\ cm$
סטיית תקן	$\sqrt{\frac{1}{3-1}((4.15 - 4.00)^2 + (3.90 - 4.00)^2 + (3.95 - 4.00)^2) = 0.13}$
שגיאה	$\Delta H = \sqrt{0.01^2 + \frac{0.13^2}{3} = 0.08}$

באמצעותם נחשב את השגיאה בנפח באמצעות נוסחא (4) ו(8) :

$$V = A \cdot B \cdot H$$

$$\Delta V = \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial A}\Delta A\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial B}\Delta B\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial H}\Delta H\right)^2}$$

$$= \sqrt{(B \cdot H \cdot \Delta A)^2 + (A \cdot H \cdot \Delta B)^2 + (A \cdot B \cdot \Delta H)^2}$$

$$= \sqrt{(4.00 \cdot 4.00 \cdot 0.03)^2 + (4.00 \cdot 4.00 \cdot 0.05)^2 + (4.00 \cdot 4.00 \cdot 0.08)^2} = 1.6$$

$$\Delta V = \pm 2$$

חישוב הנפחים עבור כל מדידה לפי נוסחא (8) :

$$V1 = 4.05 \cdot 3.95 \cdot 4.15 = 66.4\ cm^3$$

$$V2 = 3.95 \cdot 4.10 \cdot 3.90 = 63.2\ cm^3$$

$$V3 = 4.00 \cdot 3.95 \cdot 3.95 = 62.4\ cm^3$$

כעת נחשב את הממוצע לפי נוסחא (1) :

$$\bar{v} = \frac{1}{3} \cdot (66.4 + 63.2 + 62.4) = 64\ cm^3$$

כמו כן, לפי נוסחא (7), (4)נחשב את השגיאה בצפיפות הקוביה :

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$\Delta\rho = \sqrt{\left(\frac{\partial \rho}{\partial m}\Delta m\right)^2 + \left(\frac{\partial \rho}{\partial V}\Delta V\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{V}\Delta m\right)^2 + \left(\frac{-m}{V^2}\Delta V\right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{1}{64}\cdot 0.01\right)^2 + \left(\frac{-50.56}{64^2}\cdot 2\right)^2} = 0.0247$$

השגיאה בצפיפות הקובייה היא 0.02.

את השגיאה היחסית נחשב כיחס בין שגיאת המדידה לערך המדידה כאשר ערך המדידה מחושב לפי נוסחא (7) :

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{50.56}{64} = 0.79$$

מכאן **שהשגיאה היחסית היא** $\mathbf{\frac{0.02}{0.79} = 0.03}$.

4. נתון כדור בעל קוטר $\boldsymbol{d = 10 \pm 0.1cm}$ העשוי מפליז
(צפיפות: $\boldsymbol{\rho = 8.4 \pm 0.5\ \frac{gr}{cm^3}}$) חשב את מסת הכדור והשגיאה בחישוב?

<u>פתרון :</u>
ידוע כי $2R=d$ לפי נוסחאות (9) ו(4) נחשב את השגיאה בנפח

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{1}{6}\pi d^3 = \frac{1}{6}\pi\cdot 10^3 = 523.6\ cm^3$$

$$\Delta V = \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial d}\cdot \Delta d\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{6}\pi\cdot 3d^2\cdot \Delta d\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{6}\pi\cdot 3\cdot 10^2\cdot 0.1\right)^2} = 5\pi = 15.7$$

$$\boldsymbol{V = 524 \pm 16\ gr}$$

נשתמש בנוסחאות (7), (4) :

$$m = \rho\cdot V = 8.4\cdot 524 = 4401.6\ gr$$

$$\Delta m = \sqrt{\left(\frac{\partial m}{\partial V}\Delta V\right)^2 + \left(\frac{\partial m}{\partial \rho}\Delta\rho\right)^2} = \sqrt{(\rho\cdot\Delta V)^2 + (V\cdot\Delta\rho)^2}$$

$$= \sqrt{(8.4\cdot 16)^2 + (524\cdot 0.5)^2} = 294.46$$

$$\boldsymbol{m = 4401 \pm 294\ gr}$$

5. סטודנט מדד אורך של חפץ מסוים וקיבל את התוצאות הבאות ביחידות ס"מ:

11.2	**11.7**	**11.4**	**11.0**	**11.8**

בהנחה שאין תלות בין המדידות ודיוק המכשיר הוא 0.1 ס"מ. מה השגיאה הכוללת של החפץ הנמדד?

<u>פתרון</u>: נשתמש בנוסחאות (1), (2), (3):

ממוצע	$\frac{1}{5}\cdot(11.2+11.7+11.4+11.0+11.8)=11.4\ cm$
סטיית תקן	$\sqrt{\frac{1}{5-1}((11.2-11.4)^2+(11.7-11.4)^2+(11.4-11.4)^2+(11.0-11.4)^2+(11.8-11.4)^2)}=0.3$
שגיאה	$\sqrt{0.1^2+\frac{0.3^2}{5}}=0.167$

השגיאה היא ± 0.2

6. נתונה נוסחא: $C=2\cdot k\cdot a\cdot e^{\frac{-b}{2}}$ כאשר a,b,k גדלים נמדדים בלתי תלויים וחסרי יחידות. אם נמדדו הערכים הבאים:

$$\boldsymbol{a=10.0\pm 0.5 \qquad b=1.0\pm 0.2 \qquad k=0.9\pm 0.1}$$

מה תהיה השגיאה בC?

<u>פתרון</u>:
נשתמש בנוסחא (4):

$$\Delta C=\sqrt{\left(\frac{\partial C}{\partial k}\Delta k\right)^2+\left(\frac{\partial C}{\partial a}\Delta a\right)^2+\left(\frac{\partial C}{\partial b}\Delta b\right)^2}$$

$$=\sqrt{\left(2\cdot a\cdot e^{\frac{-b}{2}}\cdot\Delta k\right)^2+\left(2\cdot k\cdot e^{\frac{-b}{2}}\cdot\Delta a\right)^2+\left(2\cdot k\cdot a\cdot e^{\frac{-b}{2}}\cdot\frac{-1}{2}\cdot\Delta b\right)^2}=$$

$$=\sqrt{\left(2\cdot 10.0\cdot e^{\frac{-1.0}{2}}\cdot 0.1\right)^2+\left(2\cdot 0.9\cdot e^{\frac{-1.0}{2}}\cdot 0.5\right)^2+\left(2\cdot 0.9\cdot 10.0\cdot e^{\frac{-1.0}{2}}\cdot\frac{-1}{2}\cdot 0.2\right)^2}$$

$$=\sqrt{1.5+0.3+1.2}=1.7$$

השגיאה בC היא ± 2

7. נתונה נוסחא: $C = k^2 \cdot a \cdot e^{-0.1 \cdot b}$ כאשר a,b,k גדלים נמדדים חסרי יחידות. בהנחה כי a ו b הם גדלים תלויים אך שנהם בלתי תלויים בגודל k. אם נמדדו הערכים הבאים:

$$\boldsymbol{a = 10.0 \pm 0.5 \qquad b = 1.0 \pm 0.2 \qquad k = 0.9 \pm 0.1}$$

מה תהיה השגיאה בC?

<u>פתרון:</u>
נשתמש בנוסחא (4) ונשים לב כי a,b הם גדלים תלויים:

$$\Delta C = \sqrt{\left(\frac{\partial C}{\partial k}\Delta k\right)^2 + \left(\left|\frac{\partial C}{\partial a}\Delta a\right| + \left|\frac{\partial C}{\partial b}\Delta b\right|\right)^2}$$

$$= \sqrt{(2 \cdot k \cdot a \cdot e^{-0.1 \cdot b}\Delta k)^2 + (|k^2 \cdot e^{-0.1 \cdot b}\Delta a| + |k^2 \cdot a \cdot e^{-0.1 \cdot b} \cdot -0.1 \cdot \Delta b|)^2} =$$

$$= \sqrt{(1.6287)^2 + (0.3665 + 0.1466)^2} = 1.7$$

השגיאה ב$\boldsymbol{C}$ היא ± 2