מעבדה במכשור

הנדסה ביורפואית

מגישים :

סול אמארה

דן טורצקי

תאריך :

07.11.2022

תוכן עניינים:

1 תשובות לשאלות הכנה:

שאלה 1:

1.1. תהליך דגימה אידאלי – דגימה אידאלית הינה מכפלה של האות ברכבת הלמים בזמן:

$$\delta_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT)$$

כאשר T הינו המרווח הזמני בין הדגימות, כלומר $f = \frac{1}{T}$ הינו קצב הדגימה.

מכפלה של אות ברכבת הלמים עם T מסוים נותן את האות דגום כל T שניות.

תהליך דגימה מעשית – בפועל, לא ניתן לייצר מעשית רכבת הלמים, אך ניתן לקרב הלם באמצעות חלון בעל רוחב התלוי בחומרה הנתונה לנו (או כל פונקציה אחרת שניתן לממשה בצורה מעשית וגם ניתן לקרב אותה גבולית לדלתא). כמו כן, באופן מעשי לא נוכל לדגום אין סוף דגימות. הביטוי המתמטי של דוגם עבור דגימה בגודל $N+1$ הינו:

$$\pi_T(t) = G \cdot \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}} \pi\left(\frac{t - nT}{\alpha}\right)$$

כאשר $\pi(t)$ הינה פונקציית חלון, T הוא מרווח הדגימה, G הוא קבוע אמפי' ו – α גורם המשפיע על רוחב החלון.

התמרת פורייה ישירה של האות $x[n]$:

$$X^f(\theta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\theta n}$$

התמרת פורייה הפוכה:

$$x[n] = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X^f(\theta)e^{j\theta n}d\theta$$

[1]

.1.2

התמרת פורייה בדידה DFT:

$$X^d[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} \quad , \quad 0 \le k \le N-1$$

נראה את הקשר בין התמרת DFT באורך N להתמרת $DTFT$ של האות:

אם נכפיל את האות $x[n]$ בחלון בדיד באורך N ונבצע עליו התמרה נקבל:

$$X_N^f(\theta) = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j\theta n}$$

כעת, אם נדגום את ההתמרה בתדרים: $0 \le k \le N-1 \ , \ \theta = \frac{2\pi}{N}k$, נקבל:

$$X_N^f(\theta)|_{\theta=\frac{2\pi}{N}k} = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j\frac{2\pi}{N}kn}$$

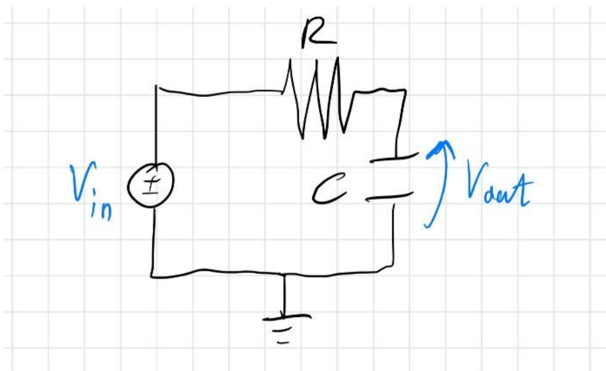
וזו התמרת DFT באורך N של האות. אם כך, הקשר בין ההתמרות הינו שהתמרת DFT באורך N הינה דגימה של התמרת $DTFT$ של אות המוכפל בחלון באורך N בתדרים: $0 \le k \le N-1 \ , \ \theta = \frac{2\pi}{N}k$.[1]

.1.3 דגימה אידאלית הינה ע"י מכפלה עם רכבת הלמים בזמן. כיוון שהתמרה של רכבת הלמים בזמן הינה רכבת הלמים בתדר, הפעולה במישור התדר הינה קונבולוציה עם רכבת הלמים. אם כך, נקבל כי במישור התדר הדגימה הינה סכמה של שכפולים מוזזים בתדר הדגימה של התמרת פורייה של האות. כאשר שכפולים אלה חופפים הדבר יכול לגרום לקיפול של תדרים מאזור אחד לאזור אחר, דבר המעוות את האות. העיוות במישור התדר כמובן גורם לעיוות במישור הזמן כך שלא בהכרח נוכל לשחזר את האות המקורי או לעבדו. תופעה זו נקראת $Aliasing$. אליאסינג של אותות חסומים בתדר יכול להתרחש אם דוגמים בתדר הקטן מתדר נייקוויסט (פעמיים התדר המקסימלי של האות). באופן מעשי, אותות הינם חסומים בזמן ולכן אינם חסומים בתדר ולפיכך, אם לא נבצע פעולה מקדימה יתרחש אליאסינג (אולי פרט למקרים פרטיים מסוימים). בצורה מעשית, אותות חסומים בזמן ואינם חסומי תדר, אך במקרים רבים החל מתדר מסוים המידע התדרי זניח, כך שאם נדגום בקצב מספיק מהיר השגיאה שהקיפול ייצור תהיה קטנה. גישה זו לא תמיד פרקטית היות וכדי להקטין את השגיאה מספיק צריך לדגום בקצב גבוהה וזו פעולה יקרה. גישה אחרת הינה כזו המאפשרת למנוע אליאסינג במקום להקטין את השגיאה שלו. גישה זו

הינה שימוש ב - $AAF - anti\ aliasing\ filter$. מסנן זה הוא לרוב מסנן אנלוגי מסוג LPF , הקוטם את סרט האות כך שיתקבל אות חסום תדר וכך ניתן לדגום אותו ללא אליאסינג, כאשר הפעולה באה על חשבון איבוד מידע בתדרים גבוהים. כיוון שבאופן מעשי לא ניתן להשתמש ב - LPF אידאלי, דרוש לבחור LPF מעשי, שיבחר על פי דרישות מסוימות כמו ניחות של תדרים מסוימים באמפ׳ מסוימת. ככל שננסה לקרב את המסנן למסנן אידאלי כך המסנן נהיה מורכב ו\או יקר יותר.[1]

1.4. כאשר דוגמים אות שאינו חסום בתדר, יש לבחור קריטריונים עבור מסנן ה - AAF. במסנן מעשיים הקריטריון יהיה לרוב ניחות מסוים עבור תדר מסוים. במקרים רבים תדר זה נקרא תדר הקטעון והוא נבחר להיות התדר בו יש ניחות של $3dB-$ ביחס לאמפ׳ המקסימלית של האות. תדר הדגימה לרוב יבחר עפ״י תדר קטעון זה, כלומר האליאסינג יהיה קיפול של תדרים הגבוהים מתדר הקטעון לתוך האות, כלומר תדר הדגימה יהיה פעמיים תדר הקטעון. עבור אותות שאינם חסומי תדר אם לא ניישם את מסנן ה - AAF לפני הדגימה, נקבל אליאסינג ולכן לא ניתן לממש עבור אותות כאלה AAF דיגיטלי (כלומר לאחר הדגימה), ולכן ניישמו בעזרת מסנן חומרתי.[1]

1.5. ניתן ליישם מסנן AAF באמצעות מעגל RC טורי, כאשר נמדוד את המתח הנופל על הקבל:



איור 1 – מעגל RC טורי

פונקציית התמסורת של מעגל זה:

$$H_c(\omega) = \frac{\bar{V}_c(\omega)}{\bar{V}_{in}(\omega)} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + Rj\omega C}$$

נשים לב לגבולות:

$$|H_c(\omega)|_{\omega\to\infty} = 0$$

$$|H_c(\omega)|_{\omega\to 0} = 1$$

כלומר, זהו מסנן LPF ועל כן מהווה AAF.

1.6. תדר קטעון מוגדר להיות התדר בו האמפ' של האות הינה $\frac{1}{\sqrt{2}}$ מהאמפ' המקסימלית. כלומר, עבור תמסורת המעגל שקיבלנו:

$$|H_c(\omega_c)| = \frac{1}{\sqrt{1+(R\omega_c C)^2}} \underset{demand}{=} \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\to 1+(R\omega_c C)^2 = 2 \to (R\omega_c C)^2 = 1$$

$$\omega_c = \frac{1}{RC}$$

אם כך, על פי הדרישה:

$$2\pi f_c = \frac{1}{RC} \to RC = \frac{1}{2\pi f_c} = \frac{1}{1100\pi}$$

נבחר $C = 1\mu F$. אם כך:

$$R\cdot 1\cdot 10^{-6} = \frac{1}{1100\pi}$$

$$\to R = 289.37\Omega$$

שאלה 2:

2.1 משחזר הינו רכיב שמטרתו הינה הפיכת אות דגום לאות רציף ונרצה שתוצאת המשחזר תהיה קרוב ככל הניתן לאות הרצי, המקורי שנדגם. על פי משפט הדגימה, ניתן לשחזר אות בשלמותו מתוך הדגימות אם התמרת הפורייה שלו מוגבלת סרט (מתאפסת עבור $|\omega| < \omega_m$) בתנאי שמתקיים $T < \frac{\pi}{\omega_m}$. על מנת לא לפגוע בשחזור נרצה משחזר בעל גליות קטנה ככל האפשר והנחתה מקסימלית בתדר קטעון. כלומר, אמפליטודה הקרובה ל1 בתחום המעבר ולאפס בתחום הקטעון (מושפע כמובן מהגליות).[1]

2.2 נוסחת האינטרפולציה לשחזור אידאלי הינה:

$$x_a(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT) sinc\left(\frac{t-nT}{T}\right)$$

אם נסמן את האות הדגום $x_p(t)$ ואת אות המשוחזר $x_r(t)$ ניתן לרשום $x_a(t) = x_p(t) * h_a(t)$ ולכן בתחום התדר נקבל:

$$X_a(\omega) = X_p(\omega) \cdot H_a(\omega)$$

כאשר אלה הן התמרות הפורייה של האותות. מכאן עולה כי $H_r(\omega)$ הינה התמרת פורייה של פונקציית סינק ולכן היא מלבן סימטרי סביב אפס.[1]

2.3 המשחזר האידאלי איננו סיבתי ומשכו אינסופי ולכן הוא לא משחזר מעשי. על מנת לשחזר את האות נשתמש בנוסחת האינטרפולציה:

$$x_a(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT) h_r(t-nT) \ , NT \le t < (N+1)T$$

כאשר $h_r(t)$ הינו גרעין אינטרפולציה סיבתי. דוגמאות לגרעינים הינם כאלה מסדר ראשון או שני אבל אלה לא נותנים שחזור מדויק לאות המקורי. [1]

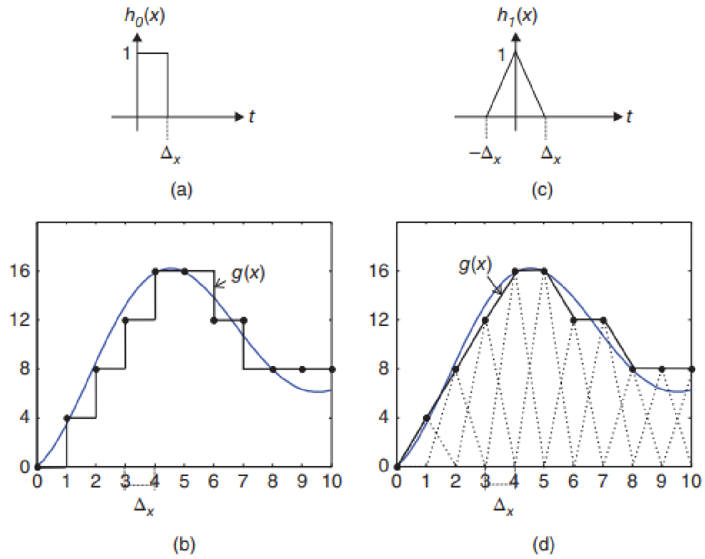
2.4 משחזר מסדר אפס:

$$h_{ZOH}(t) = \begin{matrix} 1 & 0 \le t < T \\ 0 & else \end{matrix}, \quad H_{ZOH}(\omega) = Tsinc\left(\frac{\omega T}{2\pi}\right) e^{-\frac{j\omega T}{2}}$$

משחזר מסדר ראשון:

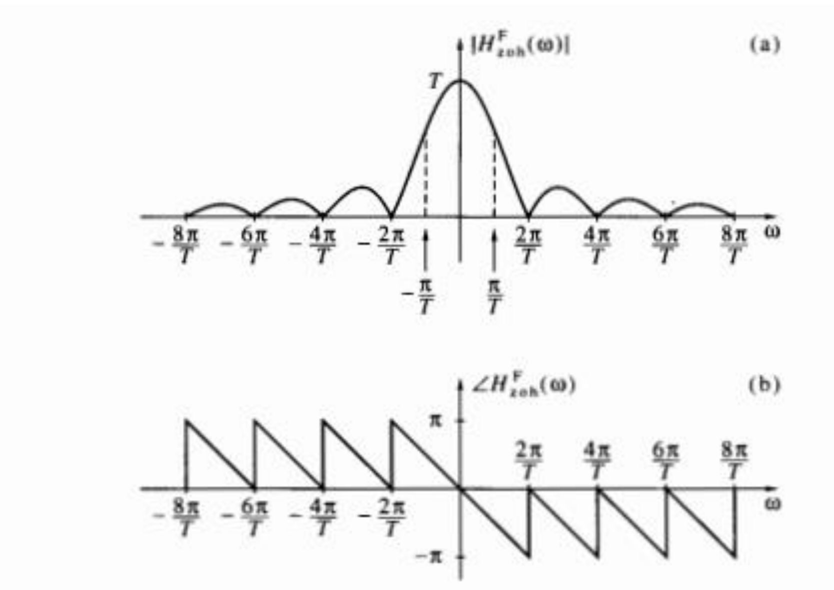
$$h_{FOH}(t) = \begin{matrix} \frac{1}{T}\left(1 - \frac{|t|}{T}\right) & |t| < T \\ 0 & else \end{matrix}, \quad H_{ZOH}(\omega) = Tsinc^2\left(\frac{\omega T}{2\pi}\right)$$

[2]



איור 2 : משחזר מסדר אפס ומסדר ראשון ודוגמאות לשחזור [3]

מאיור זה ניתן לראות את המשחזרים בתחום הזמן כאשר a מציג משחזר מסדר אפס ואילו c משחזר מסדר ראשון. כמו כן, ניתן לראות דוגמא לאותו אות (בכחול), המשוחזר מתוך דגימותיו על ידי שני המשחזרים (b שחזור על ידי משחזר מספר אפס וd על ידי משחזר מסדר ראשון).



איור 3 : משחזר מסדר אפס בתחום התדר [1]

איור זה מציג משחזר מסדר אפס בתחום התדר.

שאלה 3:

3.1. כאשר אנו דוגמים אות אנלוגי, ישנם אין סוף ערכים שיכולים להיות לדגימות. מנגד, מחשב יכול להכיל רק כמות מסוימת וסופית של ערכים התלויה בכמות הביטים המוקצת לשמירת הערכים. כמות הערכים שאנחנו יכולים לשמור הינה 2^N ערכים, כאשר N הוא מספר הביטים. בתהליך הכימות אנחנו מחלקים את טווח הערכים האפשריים לרמות. כל רמה הינה טווח ערכים מסוים, אשר כל ערך שנדגם ונמצא בטווח זה מומר לערך אחד מסוים השייך לרמה זו. מס' הרמות שלשרותינו הינה 2^N. כימות הינו באמפליטודה של האות ואילו דגימה מתייחסת לזמן. תהליך הדגימה הינו תהליך הפיך בתנאי שאין אליאסינג. מנגד, תהליך הכימות אינו הפיך היות והוא אינו חח"ע. מס' רב של ערכים דגומים הנמצאים באותה רמה יכומתו לערך אחד מסוים, כך שלא ניתן לשחזר מיהו הערך שנגדם, אלא רק שהוא נדגם מתוך טווח הערכים האפשריים לרמה זו.

3.2. מכמת אחיד הינו מכמת שכל רמות הכימות שלו באותו גודל, כלומר רוחב רמת הכימות זהה לכל הרמות. מכמת לא אחיד הינו מכמת שרוחב רמת הכימות שלו לא זהה לכל הרמות. מכמת אחיד מבחינת שגיאת הכימות מתאים לאותות בעלי התפלגות אחידה. כאשר אין לנו מידע על התפלגות האות, או על מאפיינים של ההתפלגות נשתמש במכמת אחיד. כאשר יש לנו מידע על התפלגות האות, אם היא אינה התפלגות אחידה, בחירה של מכמת לא אחיד מסוים יכולה להוביל לשגיאת כימות קטנה יותר. למשל אם יש לנו אות המתפלג נורמלית סביב אפס, אם נקצה יותר רמות כימות לסביבה סביב אפס שגיאת הכימות תרד, כיוון שרזולוציית הכימות סביב אפס, שם יש צפיפות גדולה של הערכים האפשריים, תגדל.

3.3. שגיאת הכימות מאופיינת ע"י ההפרשים בין הערכים שנדגמו לערכים שאליהם הם כומתו. מטרתנו היא כמובן להקטין עד כמה שניתן שגיאה זו. ככל שהתחום הדינמי של מערכת הדגימה קרוב יותר לתחום הדינמי של האות אותו אנו דוגמים כך שגיאת הכימות תקטן, הרי שהערכים המכומתים יהיו קרובים יותר לערך האמיתי. בבחירת התחום הדינמי של המכמת ניתן להתבונן בשני מצבים:

א. התחום הדינמי של המכמת גדול משל האות הדגום – במצב זה ייתכן כי יהיו רמות כימות שאף ערך דגום לא נכנס אליהן. דבר זה גורר הן ירידה ברזולוציית הכימות וגם מוביל לשגיאת כימות גדולה מאשר השוואה בין התחומים הדינמיים.

ב. התחום הדינמי של המכמת קטן משל האות הדגום – מצב זה עלול לגרום לשגיאת הכימות לגדול (לעומת טווח דינמי זהה של האות ושל המכמת). כאשר האות מתפלג אחיד, Overload (המצב הנידון)

תמיד יגרום לשגיאת כימות גדולה יותר. חשוב לציין כי בהתאם להתפלגות Overload עלול גם להקטין את השגיאה. למשל, אם מרבית הערכים צפופים בסביבה מסוימת ייתכן כי להגביל את רמות הכימות לסביבה זו יוביל לרזולוציה גבוה ושגיאה קטנה בתחום זה, ועל אף שלערכים שמחוץ לסביבה זו השגיאה תהיה גדולה, אם הם מעטים מספיק ביחס לכלל המדגם ייתכן כי השגיאה הכוללת תהיה קטנה מאשר להכליל את כל התחום הדינמי של האות.

.3.4 אלגוריתם $\mu - Law$ הינו אלגוריתם המשמש בעיקר לתקשורת דיגיטלית. האות עליו מופעל האלגוריתם הוא לרוב אות שמע, ובפרט אות דיבור אנושי. האלגוריתם מאפשר דחיסה של האות הדיגיטלי כך שדרושים פחות ביטים כדי להכיל את המידע החשוב בו. הביטוי המתמטי של אלגוריתם הדחיסה עבור אות רציף:

$$F(x) = \mathrm{sgn}(x) \ln(1 + \mu |x|) / \ln(1 + \mu) \quad , \quad -1 \le x \le 1$$

כאשר μ הינו קבוע האלגוריתם (שימוש נפוץ שלו הינו $\mu = 255$).

פונקציה זו הינה פונקציה סיגמואידית, כך שערכים גבוהים מקבלים ערך דומה, ומתוך ההנחה שאמפ׳ נמוכות נפוצות יותר באותות דיבור מאמפ׳ גבוהות, נקבל אות שמתפלג בצורה יותר אחידה. לאחר כימות אחיד, משתמשים בביטוי ההרחבה כדי לשחזר את האות המקורי:

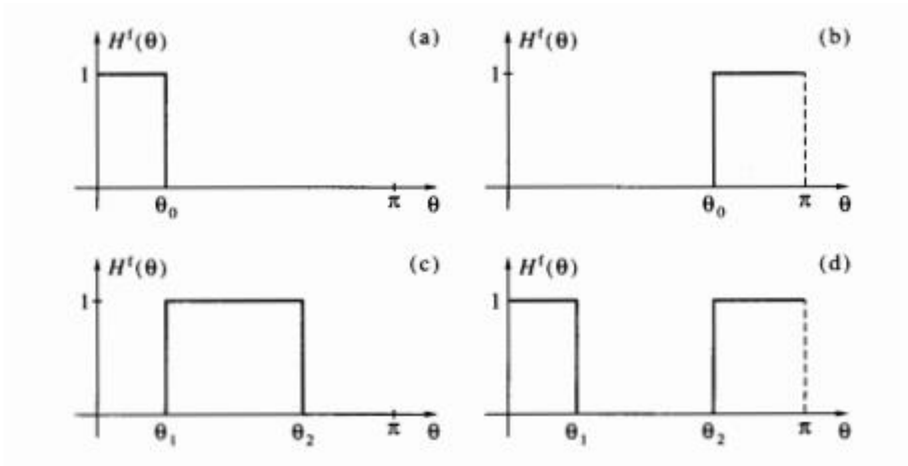
$$F^{-1}(y) = \mathrm{sgn}(y)\,(1/\mu)\,[(1+\mu)^{|y|} - 1]$$

בשימוש באותות ספרתיים, שימוש באלגוריתם על אותות מסוימים (למשל אותות דיבור) יכול להפחית את שגיאת הכימות.[4]

.3.5 אלגוריתם Max-Lloyd מחפש מכמת אופטימלי במובן של שגיאה ריבועית ממוצעת ביחס לאות נתון כלשהו. האלגוריתם פשוט – רמות הכימות נבחרות שרירותית, והכימות הוא לנקודת האמצע של כל רמה. עבור כל נקודת קצה של רמת כימות בוחרים את התוחלת של פונקציית ההתפלגות בטווח שבין שתי הנקודות הקרובות אליהן ניתן לכמת את האות בתור קצה רמת הכימות החדש. מחשבים את שגיאת הכימות וחוזרים על התהליך חוזר חלילה עד שהשינוי בשגיאת הכימות קטן מערך לבחירתנו. בצורה זו אמורים לייצר מכמת שממזער את שגיאת הכימות.[5]

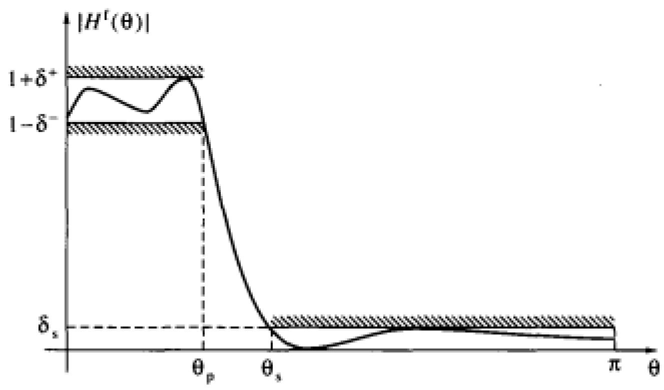
שאלה 4:

4.1



איור 4 : דוגמאות למסננים אידאליים [1]

סוג המסנן קובע אילו תדרים יעברו ואלו תדרים יונחתו. באיור 4 ניתן לראות דוגמאות למסננים אידאלים בתדר כאשר a הינו מסנן b,LPF הינו מסנן HPF, c הינו מסנן BPF, וd הינו מסנן BSF. למרות שנרצה מסננים אידאלים, זה לא מעשי ותחומי ההעברה והחסימה שונים מהמסננים המוצגים באיור 4ב.



איור 5 : דוגמא למסנן LPF מעשי[1]

באיור 5 ניתן לראות מסנן מעשי וניתן להבחין בשינוי בין המסנן המוצג באיור 4a.

תחום המעבר – מייצג את התדרים שהיינו רוצים להעביר ולהשאיר באות, באיור 5 הינו התחום בו $\theta < \theta_p$. ניתן לראות כי ערכי האמפליטודה של המסנן אינם 1 ולכן ההעברה אינה אידאלית, במקרה וזה היה 1 לא היה שינוי לערכי האמפליטודה של התחום המקורי.

תחום קטעון- מייצג את התדרים שהיינו רוצים להנחית כלומר לאפס באות, באיור 5 הינו התחום בו $\theta > \theta_s$. הנחתה מושלמת הינה כאשר האמפליטודה שווה ל0 אך זהו אינו המצב.

גליות- מאפיין את השוני בין ההנחתה הרצויה למעשית ועשוי להשתנות בין תחום הקטעון לתחום המעבר.

ניתן לראות מהאיור כי בתחום המעבר הגליות הינה δ כלומר ערכי האמפליטודה נעים בתחום $1-\delta < |H(\theta)| < 1+\delta$ ואילו בתחום ההנחתה הגליות הינה δ_s כלומר ערכי האמפליטודה קטנים מערך זה.

סדר המסנן נקבע על ידי מספר הקטבים בפונקציית התמסורת של המסנן. ככל שהסדר יגדל כך גם החדות תגדל. החדות מתארת את תחום התדרים בין תחום המעבר לתחום הקטעון- במסנן אידאלי תחום זה לא קיים והמעבר בין התחומים הוא מיידי. ככל שמעבר זה מידי יותר נקבל חדות גבוהה יותר. [1]

ביטויים כללים למסננים בהנחת סדר מינמלי: כאשר a זה ההגבר

$$LPF: H(\omega) = a \cdot \frac{\omega_c}{j\omega + \omega_c}$$

$$HPF: H(\omega) = a \cdot \frac{j\omega}{j\omega + \omega_c}$$

ניתן לראות שפונקציות אלה מקיימות את התנאים של המסננים כאשר נשאיף את התדירות לאפס או לאינסוף. על מנת לקבל מסנן BPF ניתן לחבר בטור מסנן LPF עם תדירות ω_{cLPF} ומסנן HPF עם תדירות ω_{cHPF} כאשר $\omega_{cLPF} > \omega_{cHPF}$. מכאן:

$$BPF: H(\omega) = a \cdot \frac{j\omega}{j\omega + \omega_{cLPF}} \cdot \frac{j\omega}{j\omega + \omega_{cHPF}}$$

כמו כן, על מנת לקבל מסנן BSF ניתן לחשב כך:

$$BSF: H(\omega) = 1 - a \cdot \frac{j\omega}{j\omega + \omega_{cLPF}} \cdot \frac{j\omega}{j\omega + \omega_{cHPF}} = \frac{(j\omega + \omega_{cLPF})(j\omega + \omega_{cHPF}) + a\omega^2}{(j\omega + \omega_{cLPF})(j\omega + \omega_{cHPF})}$$

4.2 הקטבים והאפסים קובעים את סדר המסנן, סוגו והיציבות שלו. למשל, על מנת שמערכת תיהיה יציבה על הקטבים להיות בתוך מעגל היחידה. בנוסף, כאשר התמסורת מתאפסת משמעות הדבר היא שאין מעבר של התדר הנ"ל כלומר נקבל הנחתה ולהפך עבור קטבים. לכן מתוך מפת הקטבים והאפסים ניתן להסיק מהו סוג המסנן – לדוגמה עבור מסנן LPF נרצה הנחתה עבור תדר הקטעון ולכן נרצה שיהיה שם אפס.

4.3 מסנן מסוג BUTTERWORTH: $|H(\omega)|^2 = \frac{1}{1+\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{2N}}$. ω_0 תדר קטעון

זהו מסנן מסוג IIR כלומר התגובה להלם שלו אין סופית. חסרונות מסנן מסוג זה הם:

1. תגובה להלם אין סופית

2. בגלל שלא כל הקטבים בראשית הוא עשוי להיות לא יציב.

3. לא ניתן לקבל פאזה לינארית

4. יותר קשה לתכנון

לעומת זאת, יתרונות המסנן:

1. N הינו מספר המקדמים של המסנן, וניתן באמצעות מספר מקדמים קטן לקבל תגובה חדה יותר.

תכונות נוספות – תגובה התדר יורדת מונוטונית ל0, כאשר הערך המקסימלי ב0 ושווה ל1. הניחות האסימפטוטי בתדרים גבוהים הינו *20N dB/decade*. [1]

4.4 נשתמש בנוסחה של המסנן על מנת למצוא ביטוי לסדר המסנן:

$$|H(\omega)|^2 = \frac{1}{1+\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{2N}} \rightarrow \frac{1}{|H(\omega)|^2} = 1+\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{2N} \rightarrow \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^{2N} = \frac{1}{|H(\omega)|^2} - 1$$

$$= \frac{1-|H(\omega)|^2}{|H(\omega)|^2} \rightarrow 2N = \frac{\log\left(\frac{1-|H(\omega)|^2}{|H(\omega)|^2}\right)}{\log\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)} \rightarrow N = \frac{\log\left(\frac{1-|H(\omega)|^2}{|H(\omega)|^2}\right)}{2\log\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)}$$

כלומר,כאשר יש לנו את גרף התגובה לתדר של המסנן, ניתן להציב נקודה מסוימת (את ערך התדירות והאמפליטודה) וכך למצוא את סדר המסנן. כמו כן, חשוב לשים לב כי סדר המסנן הינו מספר טבעי כיוון שהוא מייצג את מספר הקטבים. בשל כך, ניקח את הערך השלם הגדול והקרוב ביותר לערך שנקבל במידה והתוצאה איננה מספר טבעי.

4.5 מעגל RL טורי:

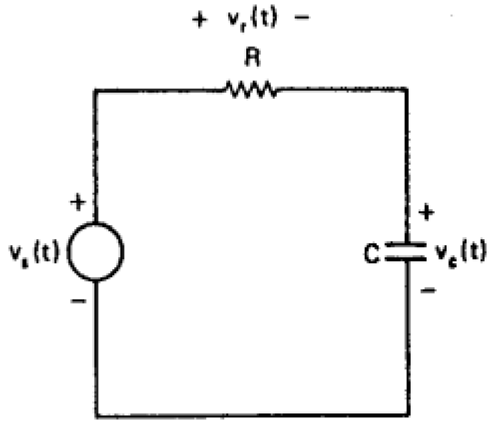
$$V_{in} = V_L + V_R = j\omega L \cdot I + R \cdot I = I \cdot (j\omega L + R) \rightarrow H(\omega) = \frac{V_R}{V_{in}} = \frac{I \cdot R}{I \cdot (j\omega L + R)} = \frac{R}{j\omega L + R}$$

$$\lim_{\omega\to 0} \frac{R}{j\omega L + R} = 1 \ , \lim_{\omega\to\infty} \frac{R}{j\omega L + R} = 0$$

כלומר יש הנחתה של תדרים גבוהים ומעבר של תדרים נמוכים -> *LPF*.

תדר הקטעון של מעגל זה הינו - $\omega_C = \frac{R}{L}$. [6]

מעגל RC טורי :



איור 6 : מעגל RC טורי [2]

במעגל זה, פונקציית התמסורת נתונה על ידי: $G(\omega)=\frac{j\omega RC}{1+j\omega RC}$ כלומר,

$$\lim_{\omega\to 0}\frac{j\omega RC}{1+j\omega RC}=0\ ,\ \lim_{\omega\to\infty}\frac{j\omega RC}{1+j\omega RC}=1$$

כלומר יש הנחתה של תדרים נמוכים ומעבר של תדרים גבוהים -> *HPF*. [2]

תדר הקטעון של מעגל זה הינו – $\omega_C=\frac{1}{RC}$. [6]

מעגל RLC טורי, כאשר נגדיר הפעם את המוצא כמתח שנמצא על הקבל והסליל יחד :

$$V_{in}=V_L+V_R+V_C=j\omega L\cdot I+R\cdot I+\frac{1}{j\omega C}\cdot I=I\cdot\left(j\omega L+R+\frac{1}{j\omega C}\right)\rightarrow$$

$$H(\omega)=\frac{V_C+V_L}{V_{in}}=\frac{I\cdot\left(j\omega L+\frac{1}{j\omega C}\right)}{I\cdot\left(j\omega L+R+\frac{1}{j\omega C}\right)}=\frac{j\omega L+\frac{1}{j\omega C}}{j\omega L+R+\frac{1}{j\omega C}}=\frac{(j\omega L+\frac{1}{j\omega C})\cdot j\omega C}{j\omega L\cdot j\omega C+j\omega CR+1}$$

$$=\frac{-\omega^2LC+1}{-\omega^2LC+j\omega CR+1}$$

$$\lim_{\omega\to 0}\frac{-\omega^2LC+1}{-\omega^2LC+j\omega CR+1}=1\ ,\ \lim_{\omega\to\infty}\frac{-\omega^2LC+1}{-\omega^2LC+j\omega CR+1}=1$$

כלומר יש מעבר של תדרים גבוהים וגם של תדרים נמוכים, באמצע יש תחום הנחתה ->*BSF*

נמצא תדר קטעון :

$$|H(\omega)| = \frac{-\omega^2 LC + 1}{\sqrt{(-\omega^2 LC + 1)^2 + \omega^2 C^2 R^2}} \rightarrow$$

$$|H(\omega)|^2 = \frac{1}{2} = \frac{(-\omega^2 LC + 1)^2}{(-\omega^2 LC + 1)^2 + \omega^2 C^2 R^2}$$

$$(-\omega^2 LC + 1)^2 + \omega^2 C^2 R^2 = 2(-\omega^2 LC + 1)^2$$

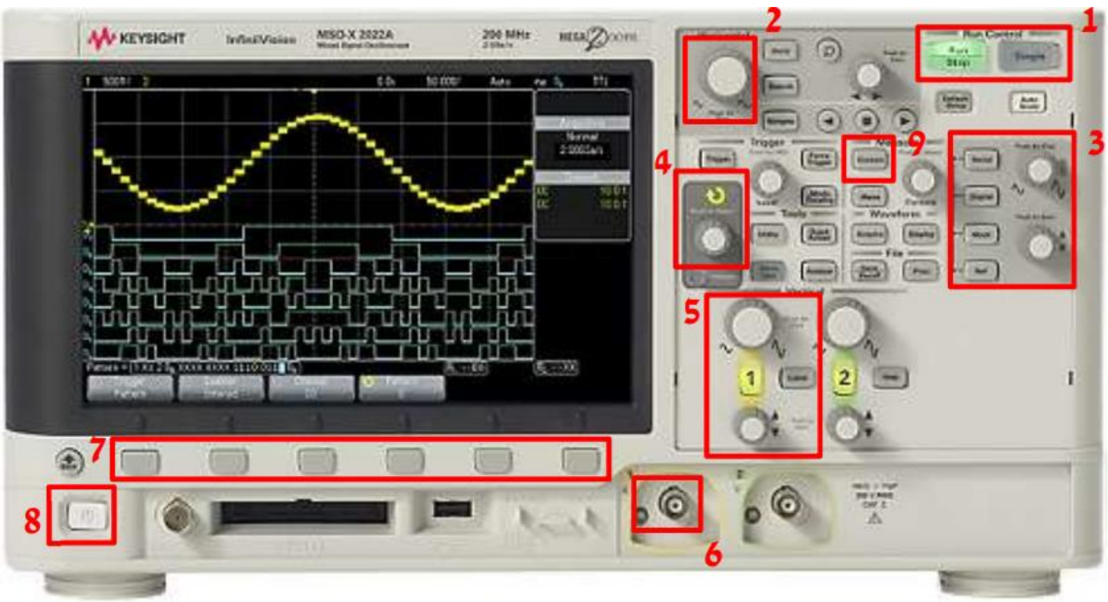
$$(-\omega^2 LC + 1)^2 = \omega^2 C^2 R^2$$

$$-\omega^2 LC + 1 = \omega CR \rightarrow \ \omega^2 LC + \omega CR - 1 = 0$$

$$\omega = \frac{-RC \pm \sqrt{C^2 R^2 + 4LC}}{2LC}$$

שאלה 5:

א.



איור 7 – תמונת מכשיר האוסילוסקופ מדגם DSO X 2002A

1. כפתורי בקרת ריצה – כאשר כפתור ה – run/stop לחוץ (יהיה בצבע ירוק), המכשיר ירכוש ויציג מידע על המתח/זרם הנופל על המעגלים המחוברים אליו דרך מחברי ה – BNC. לחיצה על כפתור Single גורמת לרכישה והצגה של רגע בודד מסוים.

2. גלגלת סקלה אופקית – מאפשר מריחה או כיווץ של האות המוצג (כלומר כיווץ/מריחה ב"זמן" ביחס לתצוגה על המסך).

3. כפתורי שליטה נוספת בצורת הגל – כפתור Math מאפשר שימוש בפונקציות מתמטיות על הגל כגון חיבור, חיסור ועוד. כפתור Ref מאפשר שימוש בפונקציות רפרנס שניתן להציג על מסך המכשיר ולהשוות לפונקציות הנוצרות מהמדידות המבוצעות. שאר הכפתורים גם הם מספקים שליטה נוספת בגלים המוצגים.

4. גלגלת כניסה – משמש לברירה בין אפשרויות בתפריטים ושינוי ערכים. הפונקציה הספציפית משתנה בהתאם לתפריט המסוים בו אנו נמצאים ולבחירת המקשים הרכים.

5. שליטה אנכית – באמצעות הכפתורים וגלגלות באזור זה ניתן: לכבות ולהדליק ערוץ מסוים, לבצע כיווץ/מתיחה של האות בציר האנכי, לשנות את המיקום האנכי של האות על גבי המסך, ולשים תוויות לערוצים.

6. מחבר BNC – מאפשר חיבור של מכולל האותות למעגל חשמלי חיצוני כדי להעביר בו זרם כפי שנגדיר במכשיר. למכשיר יש שני חיבורים כאלה.

7. מקשים רכים – הפונקציה של כל כפתור משתנה בהתאם לכיתוב המוצג על המסך מעל ישירות מעל הכפתור.

8. מתג הפעלה – מדליק או מכבה את המכשיר. בעת הדלקה, המכשיר יבצע בדיקה עצמית לפני שיהיה זמין לשימוש.

9. מדידה – כפתור זה מאפשר לבצע מדידות מוגדרות מראש, כגון צילום מסך, אמפליטודה, ממוצע ועוד.

ב. רכישת אות:

בלוק 1 – *Pre-sampling for acquisition*:

מבצע חיבור בין הדוגם של האוסילוסקופ לתוכנת המטלאב. קצב הדגימה מוגדר וכן מוגדר ערוץ קלט. במקרה הנתון הערוץ עם כניסה מסוג מתח.

בלוק 2 – *Sample signal and plot*:

דוגמים אות מתוך ערוץ הכניסה שהוגדר בבלוק הקודם למשך שתי שניות. מחלצים מתוך המידע שהמכשיר מספק את המידע הנחוץ לנו, במקרה שבדוגמה את וקטורי הזמן והמתח. מייצרים גרף מהמידע שרכשנו.

בלוק 3 – *Save signal to file* :

שמירת המידע שרכשנו בבלוק הקודם לקובץ אקסל. ניתן להשתמש במידע שנשמר בבלוק זה כדי לשחזר את האות שרכשנו (אחרי או ללא עיבוד האות) באמצעות הבלוקים הבאים.

שיחזור אות:

בלוק 4 – *Pre sampling for reconstruction* :

חיבור בין הדוגם למטלאב ויצירת ערוץ פלט. במקרה הנתון הערוץ עם יציאה מסוג מתח. לא חייב להיות קשר ישיר בין הבלוק הזה לקודמים, אך ניתן להשתמש במידע שרכשנו באמצעות הבלוקים הקודמים כדי לשחזר את האותות הללו.

בלוק 5 – *Create a synthesized signal and write*:

יצירת אות יציאה סינטטי וכתיבה שלו לערוץ הפלט לפי קצב דגימה לבחירתנו, כאשר זמן הדגימה הכולל המוגדר בקוד הינו 100 שניות. בקוד הנתון מוצג אות סינוסי, אך ניתן לחלץ מידע ממקור אחר (למשל קבצי המידע שרכשנו בבלוקים הקודמים לאחר או ללא עיבודם) ולכתוב אותם לערוץ הפלט.

2 מקורות

[1] Boaz Porat, A Course in Digital Signal Processing.

[2] Alan V. Oppenheim, Signals and Systems.

[3] C.-W. Kok, Digital image interpolation in Matlab, First edition. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2019. doi: 10.1002/9781119119623.

[4] C. W. Brokish and M. Lewis, “A-Law and mu-Law Companding Implementations Using the TMS320C54x,” p. 36.

[5] “6.450book.pdf.” Accessed: Nov. 07, 2022. [Online]. Available: https://www.mit.edu/~6.450/handouts/6.450book.pdf

[6] פורפ’ לוי שכטר, תורת המעגלים החשמליים.