UNIVERSIDAD POLITÉCNICA
DE LA ZONA METROPOLITANA DE GUADALAJARA

Nombre: Jorge Alejandro Solano Sandoval

Maestro: Carlos Moran Garabito

Materia: Cinemática de Robots

Carrera: Ingeniería en Mecatrónica

Grado: 8-A

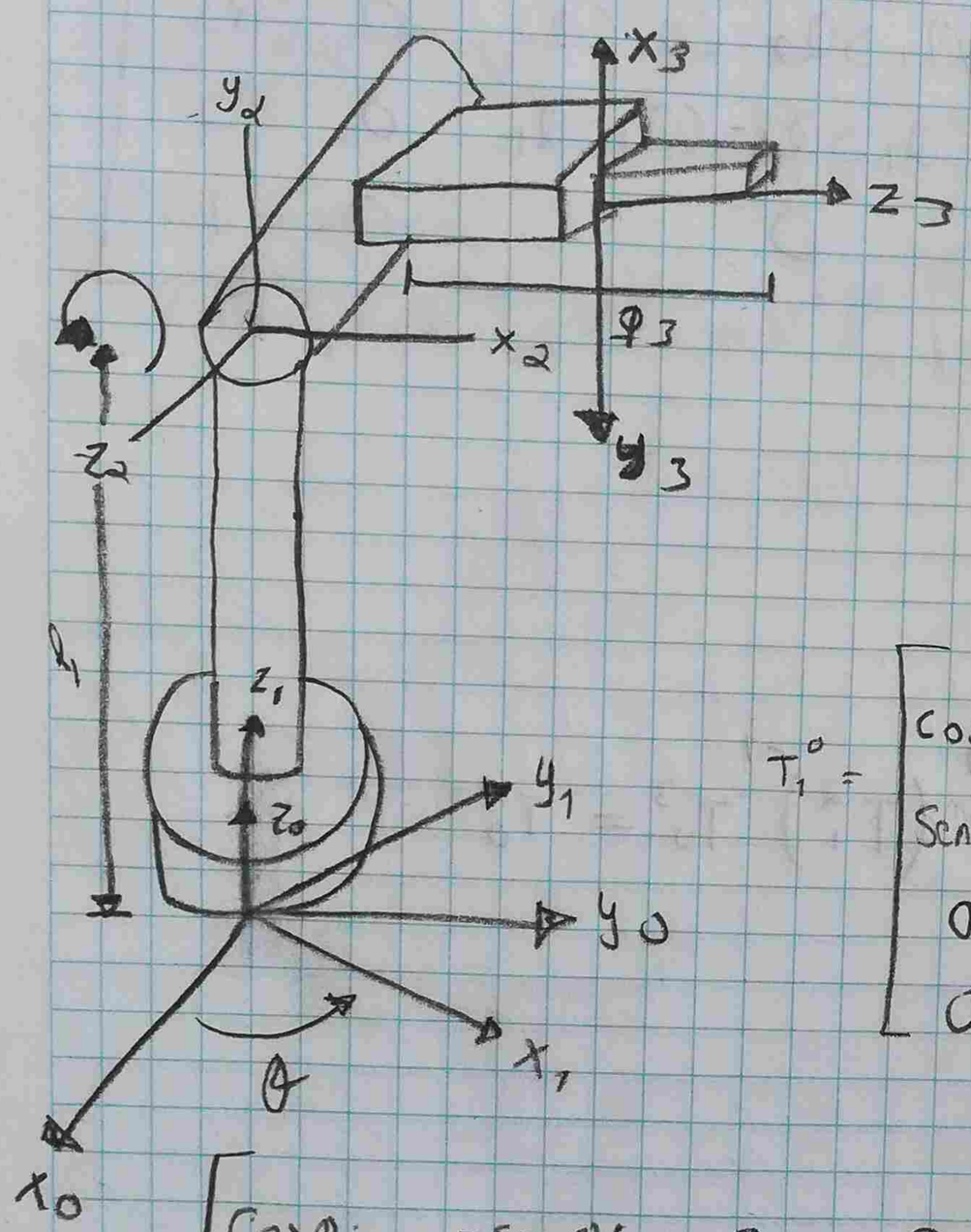
Carabito

Cinematica de robots

$\cos 0 = 1$
$\cos 90 = 0$
$\operatorname{sen} 90 = 1$

$$R = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -s\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ \operatorname{sen}\theta_i c\alpha_{i-1} & c\theta_i \cos\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1} & -d_i s\alpha_{i-1} \\ s\theta_i s\alpha_{i-1} & c\theta_i s\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1} & d_i c\alpha_{i-1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Instalar ROS



i	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	0	θ_1
2	0	90	q_2	θ_2
3	0	90	q_3	90

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -s\theta_i & 0 & 0 \\ \operatorname{Sen}\theta_i & \cos\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2 = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\operatorname{Sen}\theta_i & 0 & 0 \\ \operatorname{Sen}\theta_i & 0 & -1 & -l_1 \\ \operatorname{Sen}\theta_i & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & q_3 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_0^3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & l_1 \\ -C\theta_1 S\theta_2 - C\theta_2 S\theta_1 & S\theta_1 S\theta_2 - C\theta_1 C\theta_2 & 0 & -q_3 \\ C\theta_1 C\theta_2 - S\theta_1 S\theta_2 & -C\theta_1 S\theta_2 - C\theta_2 S\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_0^3 = T_0^1 \, T_1^2 \, T_2^3$$

$$\frac{T_0^3}{T_2^3} = T_0^1 \, T_1^2$$

$$\frac{T_0^3}{T_2^3 \, T_1^2} = T_0^1 \Rightarrow \left(T_2^3\right)^{-1} \left(T_1^2\right)^{-1} T_0^3 = T_0^1$$

Rotacional

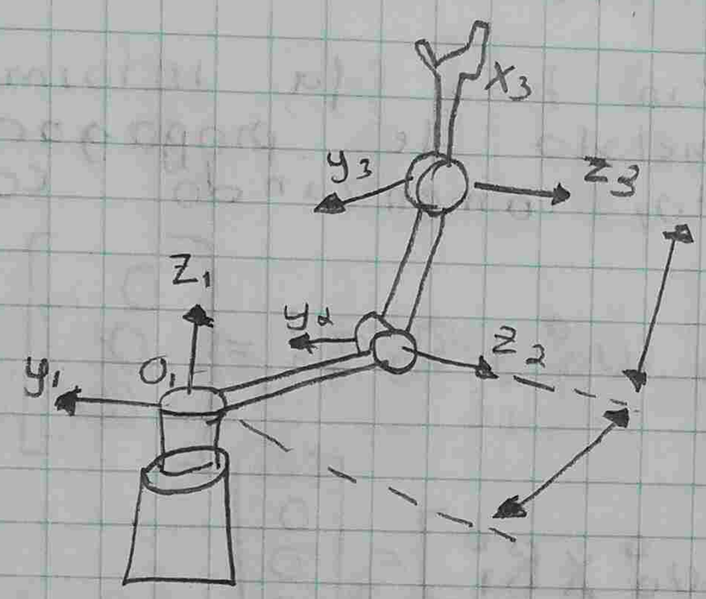
$$\omega_{i+1}^{i+1} = R_i^{i+1}\,\omega_i^i + Q_{i+1} + z_{i+1}^{i+1}$$

$$V_{i+1}^{i+1} = R_i^{i+1}\,V_i^i + R_i^{i+1}\left[\omega_i^i \times r_{i+1}^i\right]$$

Prismatica

$$V_{i+1}^{i+1} = R_i^{i+1}\,V_i^{i+1} + R_i^{i+1}\left[\omega_i^i \times r_{i+1}^i\right] + \alpha_{i+1}\,z_{i+1}^{i+1}$$

Aplicar el metodo de propagación de velocidades para determinar la velocidad angular y lineal del manipulador mostrado en la figura 4.7 para el sistema de referencia.
Ademas, expresar los mismos resultados en el sistema de referencia.



En el analisis realizado en la unidad de cinematica Directa, se obtuvieron los parametros DH mostrados en la tabla 4.2.

i	α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	0	θ_1
2	90°	L_1	0	θ_2
3	0	L_2	0	θ_3

Empleando los valores DH del manipulador, se obtienen las siguientes matrices de transformación homogenea.

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0 & 0 \\ S_1 & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_2^1 = \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & L_1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ S_2 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_3^2 = \begin{bmatrix} C_3 & -S_3 & 0 & L_2 \\ S_3 & C_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2^0 \begin{bmatrix} C_1 C_2 & -C_1 S_2 & S_1 & L_1 C_1 \\ S_1 C_2 & -S_1 S_2 & -C_1 & L_1 S_1 \\ S_2 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^0 = \begin{bmatrix} C_1 C_{23} & -C_1 S_{23} & S_1 & L_1 C_1 + L_2 C_1 C_2 \\ S_1 C_{23} & -S_1 S_{23} & -C_1 & L_1 S_1 + L_2 S_1 C_2 \\ S_{23} & C_{23} & 0 & L_2 S_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ahora se cuenta con toda la informacion necesoria para aplicar el metodo de propagación de velocidades. Para ello, comenzando con $i=0$, se obtiene.

$$\omega_1^1 = R_0^1 \omega_0^0 + \dot{Q}_1 Z_1^1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{Q}_1 \end{bmatrix}$$

$$V_1^1 = R_0^1 V_0^0 + R_0^1 \left[\omega_0^0 \times R_1^0 \right] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Se prosigue con $i=1$:

$$\omega_2^2 = R_1^2 \omega_1^1 + \dot{Q}_2 Z_2^2$$

$$= \begin{bmatrix} C_2 & 0 & S_2 \\ -S_2 & 0 & C_2 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{Q}_1 \end{bmatrix} + \dot{Q}_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_2 \dot{Q}_1 \\ C_2 \dot{Q}_1 \\ \dot{Q}_2 \end{bmatrix}$$

$$V_2^2 = R_1^2 V_1^1 + R_1^2 \left[\omega_1^1 \times r_2^1 \right]$$

$$= \begin{bmatrix} C_2 & 0 & S_2 \\ -S_2 & 0 & C_2 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \left[\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{Q}_1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} L_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right]$$

$$= \begin{bmatrix} C_2 & 0 & S_2 \\ -S_2 & 0 & C_2 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -\dot{Q}_1 & 0 \\ \dot{Q}_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} C_2 & 0 & S_2 \\ -S_2 & 0 & C_2 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ L_1 \dot{Q}_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -L_1 \dot{Q}_1 \end{bmatrix}$$

Notese que en el calculo anterior se hizo uso de la matriz antisimetrica para obtener el producto cruz, es decir se empleo $S(\omega_i^i) r_i^i = \omega_i^i \times r_i^i$

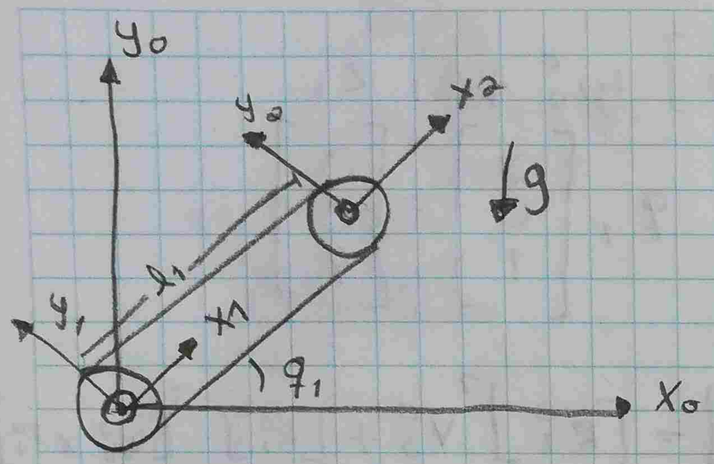
$$\omega_3^3 = R_2^3 \omega_2^2 + \dot{\theta}_3 z_3^3$$

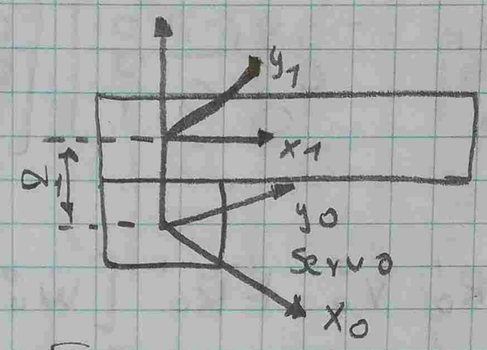
$$= \begin{bmatrix} C_3 & S_3 & 0 \\ -S_3 & C_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_2 \dot{\theta}_1 \\ C_2 \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \left[S_2 C_3 + C_2 S_3 \right] \\ \dot{\theta}_1 \left[C_2 C_3 - S_2 S_3 \right] \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 S_{23} \\ \dot{\theta}_1 C_{23} \\ \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 \end{bmatrix}$$

$$V_3^3 = R_2^3 + R_2^3 \left[\omega_2^2 \times r_3^2 \right]$$

$$= \begin{bmatrix} C_3 & S_3 & 0 \\ -S_3 & C_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

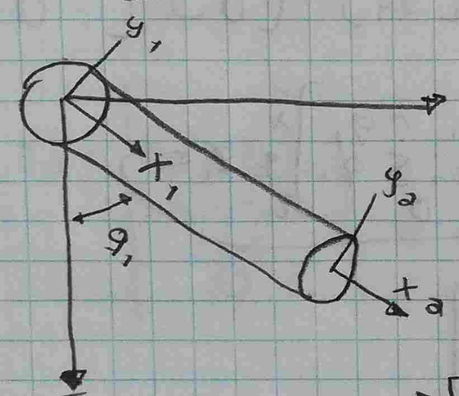




i	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_1
1	0	0	d_1	q_1
2	l_1	0	0	0

$$T_0^1 = \begin{bmatrix} Cq_1 & -Sq_1 & 0 & 0 \\ Sq_1 & Cq_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_1^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad T_2^0 = \begin{bmatrix} Cq_1 & -Sq_1 & 0 & l_1 \\ Sq_1 & Cq_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



$$T_1^0(3\pi/2) = \begin{bmatrix} C(270) & -S(270) & 0 & 0 \\ S(270) & C(270) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Cq_1 & -Sq_1 & 0 & 0 \\ Sq_1 & Cq_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} Sq_1 & Cq_1 & 0 & 0 \\ -Cq_1 & Sq_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (X)$$

$$T_2^1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & l_1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2^0 = \begin{bmatrix} -Cq_1 & Sq_1 & 0 & l_1 \\ -Sq_1 & -Cq_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\omega_1^1 = R_0^1\,\omega_0^0 + \dot{q}_1 z_1^1 = [R_1]\,\omega_0^0 + \dot{q}_1 z_1$$

$$= \begin{bmatrix} cq_1 & -sq_1 & 0 \\ sq_1 & cq_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + q_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ q_1 \end{bmatrix}$$

$$v_1^1 = R_0^1\,v_0^0 + R_0^1\,[\omega_0^0 \times r_1^0] = [R_1^0]^T v_0^0 + [R_1^0]^T [\omega_0^0 \times r_1^0]$$

$$= \begin{bmatrix} cq_1 & -sq_1 & 0 \\ sq_1 & cq_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} cq_1 & -sq_1 & 0 \\ sq_1 & cq_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\omega_2^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ q_1 \end{bmatrix} + q_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ q_1 \end{bmatrix}$$

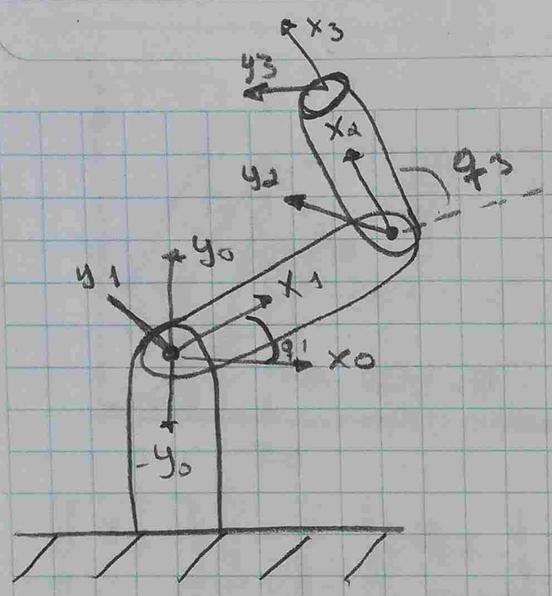
$$v_2^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ q_1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} l_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 s q_1 \\ l_1 c q_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$v_0^2 = v_2^2 \begin{bmatrix} l_1 s q_1 \\ l_1 c q_1 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \frac{\partial F_k}{\partial q_1} q_1 = \begin{bmatrix} l_1 c q_1 \\ l_1 s q_1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} x \\ y \\ z \end{matrix} \; q_1 =$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} l_1 c q_1 & 0 & 0 \\ 0 & -l_1 s(q_1) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\text{Jacobiano}} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_1 \\ q_1 \end{bmatrix}$$

$$q_1 = \tan^{-1}\left[\frac{x}{y}\right] =$$

IK → Cinematica inversa.

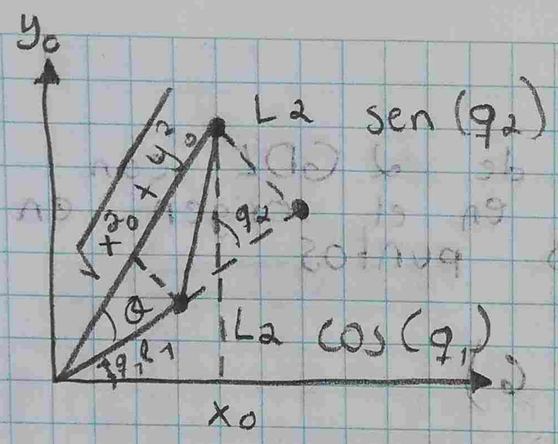


i	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ
1	0	0	0	q_1
2	l_1	0	0	q_2
3	l_2	0	0	0

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} \cos q_1 & -\operatorname{sen} q_1 & 0 & 0 \\ \operatorname{sen} q_1 & \cos q_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_2^1 \begin{bmatrix} \cos q_2 & -\operatorname{sen} q_2 & 0 & l_1 \cos q_2 \\ \operatorname{sen} q_2 & \cos q_2 & 0 & l_1 \operatorname{sen} q_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_2 \\ 0 & 1 & 0 & l_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^0 = \begin{bmatrix} \cos(q_1+q_2) & -\operatorname{sen}(q_1+q_2) & 0 & l_1 \cos(q_1) + l_2 \cos(q_1+q_2) \\ \operatorname{sen}(q_1+q_2) & \cos(q_1+q_2) & 0 & l_1 \operatorname{sen}(q_1) + l_2 \operatorname{sen}(q_1+q_2) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



$$J(q) = \begin{bmatrix} -l_1 sen(q_1) - l_2 sen(q_1+q_2) & -l_2 sen(q_1+q_2) \\ l_1 \cos(q_1) + l_2 \cos(q_1+q_2) & l_2 \cos(q_1+q_2) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_0 \end{bmatrix} J(q) \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -l_1 sen(q_1) - l_2 sen(q_1+q_2) & -l_2 sen(q_1+q_2) \\ l_1 \cos(q_2) + l_2 \cos(q_1+q_2) & l_2 \cos(q_1+q_2) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} \qquad x_0^2 + y_0^2 = [l_1 + l_2 \cos(q_2)]^2 + l_2^2 sen^2(q_2) =$$

$$= l_1^2 + l_2^2 [\cos^2(q_2) + sen^2(q_2)] + 2 l_1 l_2 \cos(q_2)$$

$$\theta = atan\left(\frac{l_2 \ sen(q_2)}{l_1 + l_2 \cos(q_2)}\right)$$

Tomando los angulos $\theta + q_1$ dentro del triangulo y la hipotemusa $\sqrt{x_0^2 + y_0^2}$ se cumple la siguiente

$$\theta + q_1 = atan\left(\frac{x_0}{y_0}\right)$$

entonces

$$q_1 = atan\left(\frac{y_0}{x_0}\right) - \theta$$

$$= atan\left(\frac{x_0}{y_0}\right) - atan\left(\frac{l_2 \ sen(q_2)}{l_1 + l_2 \cos(q_2)}\right)$$

$\therefore$ La cinematica del robot de 2 GDL

$$q_2 = a \cos\left(\frac{x_0^2 + y_0^2 - l_1^2 - l_2^2}{2 l_1 l_2}\right)$$

$$q_1 = atan\left(\frac{x_0}{y_0}\right) - atan\left(\frac{l_2 \ sen(q_2)}{l_1 + l_2 \cos(q_2)}\right)$$

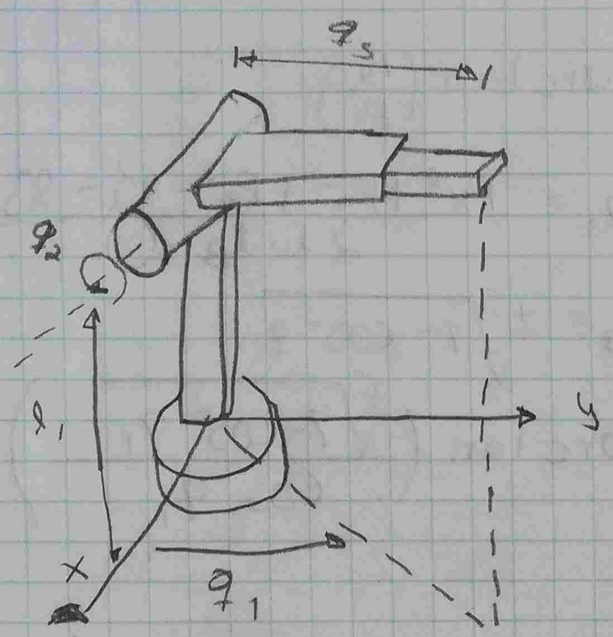
Practica #2

Obtener q_1 y q_2 del robot de 2 GDL con $l_1 = 30$ $l_2 = 20$ con punto en el origen en (4, 4) para los siguientes puntos.

1. (-1 6) (9 -6) (-5 6)

Practica #3

Investigar y explicar los librerias de Ros en su robot.



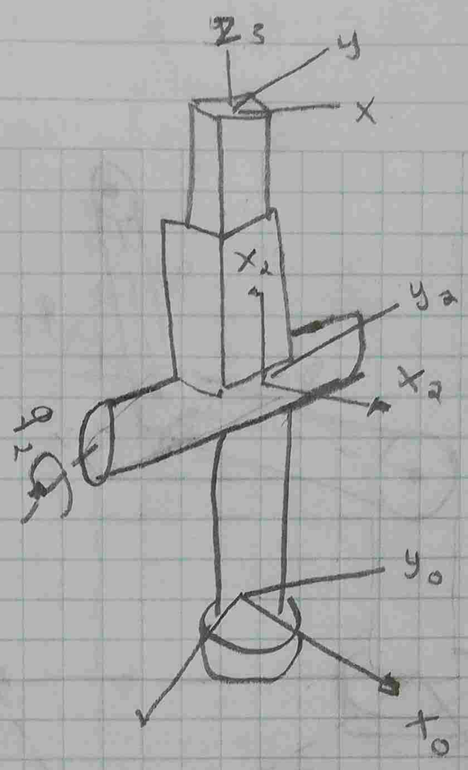


Tabla D-H

i	θ_i	d_i	a_i	α_i
1	d_i	L_1	0	$-90°$
2	θ_2	0	0	$90°$
3	0	θ_3	0	0

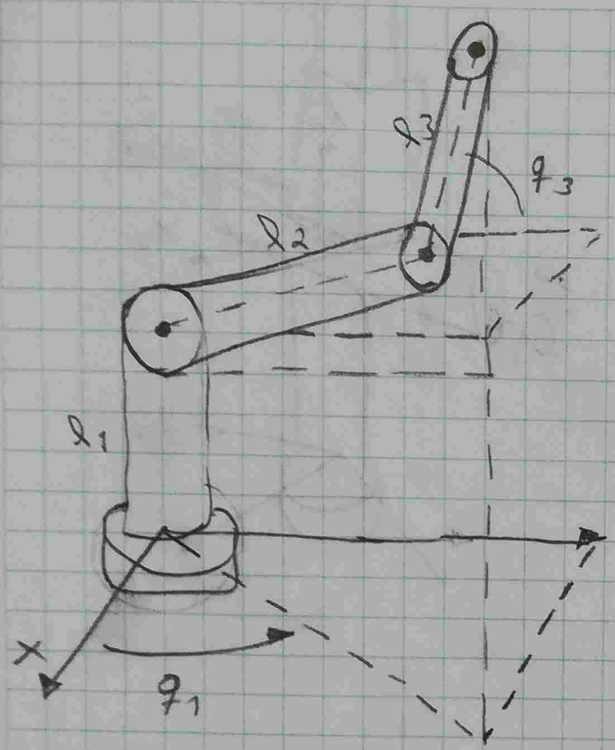
$^0A_1$

$$\begin{bmatrix} \cos 1 & 0 & \operatorname{sen} 1 & 0 \\ \operatorname{sen} 1 & 0 & -\cos 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 1 & \operatorname{sen} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -L_1 \\ \operatorname{sen} 1 & -\cos 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$^1A_2$

$$\begin{bmatrix} \cos 2 & 0 & -\operatorname{sen} 2 & 0 \\ \operatorname{sen} 2 & 0 & \cos 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 2 & \operatorname{sen} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ -\operatorname{sen} 2 & -\cos 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

H2. 01/04/19



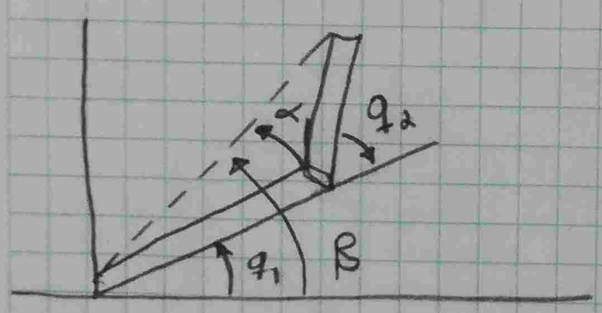
$$q_1 = \arctan\left(\frac{P_y}{P_x}\right)$$

$$\cos q_3 = \frac{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2 - l_2^2 - l_3^2}{2\, l_2\, l_3}$$

$$\operatorname{Sen} q_3 = \pm\sqrt{1-\cos^2 q_1}$$

$$q_3 = \arctan\left(\frac{\pm\sqrt{1-\cos^2 q_1}}{\cos q_1}\right)$$

Para la articulación q_2



$$q_2 = \beta - \alpha$$

$$\beta = \arctan\left(\frac{P_z}{r}\right)$$

$$\arctan\left(\frac{P_z}{\pm\sqrt{P_x^2 + P_y^2}}\right)$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{l_3 \operatorname{sen} q_3}{l_2 + l_3 \cos q_3}\right)$$

$$q_2 = \arctan\left(\frac{P_z}{\pm\sqrt{P_x^2 + P_y^2}}\right)$$

$$= \arctan\left(\frac{l_3 \operatorname{sen} q_3}{l_2 + l_3 \cos q_3}\right)$$

Practica #2 01/04/19

$^1/(^1A_2)$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(^1/_0A_1)\,{}^0T_3 = {}^1A_3\,({}^2A_3) =$$

$$\begin{bmatrix} \cos 2 & 0 & -\operatorname{sen} 2 & -\operatorname{sen} 2\, q_3 \\ \operatorname{sen} 2 & 0 & \cos 2 & \cos 2\, q_3 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Practica #2 01/04/19

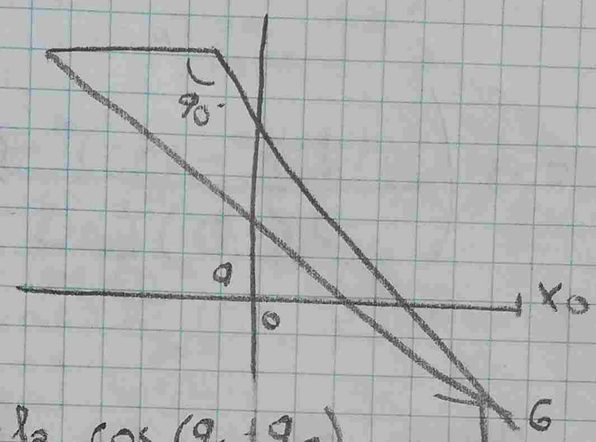
1- (-1, 6) (9-6) (-5, 6) O=(4, 4)

$l_1 = 30$

$l_2 = 20$

$q_2 =$

q_1



$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -l_1 \cos(q_1) - l_2 \cos(q_1 + q_2) \\ -l_2 \operatorname{sen}(q_1) + l_2 \operatorname{sen}(q_1 + q_2) \end{bmatrix}$$

$$J(q) = \begin{bmatrix} l_1 \cos(q_1) + l_2 \cos(q_1 + q_2) + l_2 \cos(q_1 + q_2) \\ -l_1 \operatorname{sen}(q_1) - l_2 \operatorname{sen}(q_1 + q_2) - l_2 \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix}$$

$$x^2 y_0 = [l_1 + l_2 \cos(q_2)]^2 + l_2^2 \operatorname{sen}^2(q_2) =$$

$$l_1^2 + l_2^2 [(q_2)(\operatorname{sen}^2 (q_2))] + 2 l_1 l_2 \cos(q_2)$$

$$q_2 = l_1^2 + l_2^2 + 2 l_1 l_2 \cos(q_2) =$$

$$\arccos\left(\frac{x^2 y^2 - l_1^2 - l_2^2}{2 l_1 l_2}\right)$$

$$\theta \arctan\left(\frac{l_2 \operatorname{sen}(q_2)}{l_1 + l_2 \cos(q_2)}\right)$$

18/02/19

$$q_1 = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) - \arctan\left(\frac{(20)\,\text{sen}(q_2)}{(30+20)\cos(q_2)}\right)$$

$$q_2 = \arccos\left(\frac{x^2+y^2-(30)^2-(20)^2}{2(30)(20)}\right)$$

q_2 = al tener error en q_2 es debido al desplazamiento no puede llegar a ese punto $(-7)^2(C)$ por lo que al depender q_1 de q_2 no se puede obtener

$$q_2 = \arccos\left(\frac{(9)^2+(-6)^2-(30)^2-(20)^2}{2(30)(20)}\right)$$

$$q_2 = 170.3$$

$$q_1 = \arctan\left(\frac{(-6)}{(9)}\right) = \arctan\left(\frac{(20)\,\text{sen}(170.3)}{(30+20)\cos(170.3)}\right)$$

$$q_1 = -56.30 - (3.91) = -60.21$$

$$q_3 = \arccos\left(\frac{(-5)^2+(6)^2-(30)^2-(20)^2}{2(30)(20)}\right)$$

q_2 = Error

Inalcanzable el punto $(-5)+(6)$

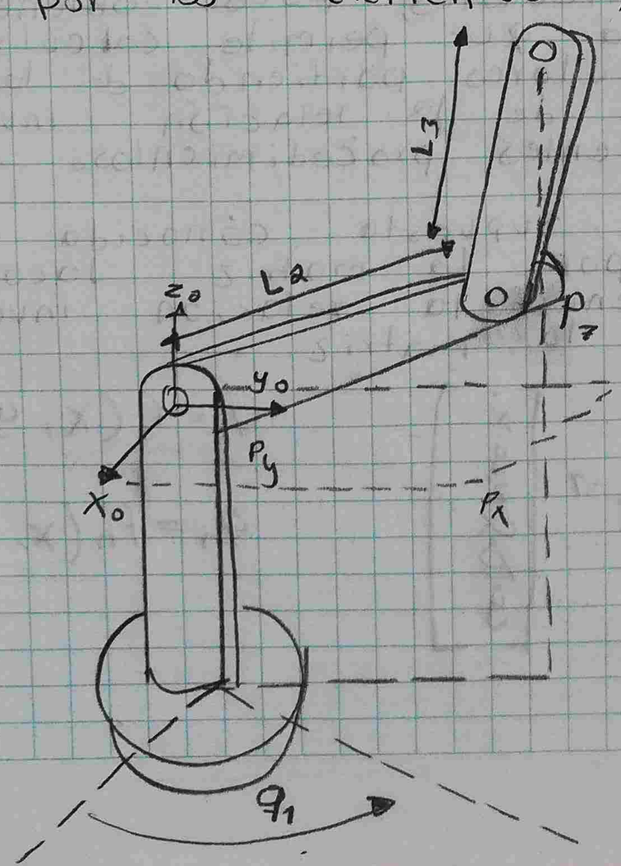
18/02/19

CINEMATICA INVERSA

1- En muchas aplicaciones, el problema cinematico inverso ha de resolverse en tiempo real. Una solución de tipo iterativo no garantiza tener la solucion en el momento adecuado.

2- Existiendo diferentes n-uplas $[q_1 \dots q_n]^T$ que posicionan y orientan el extremo del robot del mismo modo. En estos casos una solucion cerrada permite incluir determidas reglas o restricciones que aseguren que la solución obtenida sea la mas adecuada de entre las posibles.

La mayor parte de los robots poseen cinematicas relativamente simples que facilitan en cierta medida la resolución de su problema cinematico inverso.
Los metodos geometricos permiten obtener normalmente los valores de las primeras variables articulares, que son las que consiguen posicionar el robot. Para ello utilizan relaciones trigonometricas y geometricas sobre los elementos del robot. se suele recurrir a la resolucion de triangulos formados por los elementos y articulaciones del robot.



Resolucion de Problemas Cinematicos

El procedimiento se basa en encontrar suficiente numero de relaciones geometricas en las que intervendran las coordenados del extrimo del robot, sus cordenadas articulares y las dimensiones fisicas de sus elementos.

Considerando ahora unicamente los elementos 2 y 3 que estan situados en un plano, y utilizando el teorema del coseno, se tendra:

$$q_1 = \operatorname{arctg}\left(\frac{P_y}{P_x}\right)$$

$$r^2 = P_x^2 + P_y^2$$

$$r^2 + P_z^2 = l_2^2 + l_3^2 + 2 l_2 l_3 \cos q_3$$

$$\cos q_3 = \frac{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2 - l_2^2 - l_3^2}{2 l_2 l_3}$$

JACOBIANA INVERSA

Del mismo modo que se ha obtenido la relación directa que permite obtener las velocidades del extremo a partir de las velocidades articulares, puede obtenerse la relación inversa que permite calcular las velocidades articulares partiendo de las del extremo. En la obtención de la relación inversa pueden emplearse diferentes procedimientos.

En primer lugar, supuesto conocida la relación directa, dada por la matriz Jacobiana, se puede obtener la relacion inversa simbolicamente la matriz.

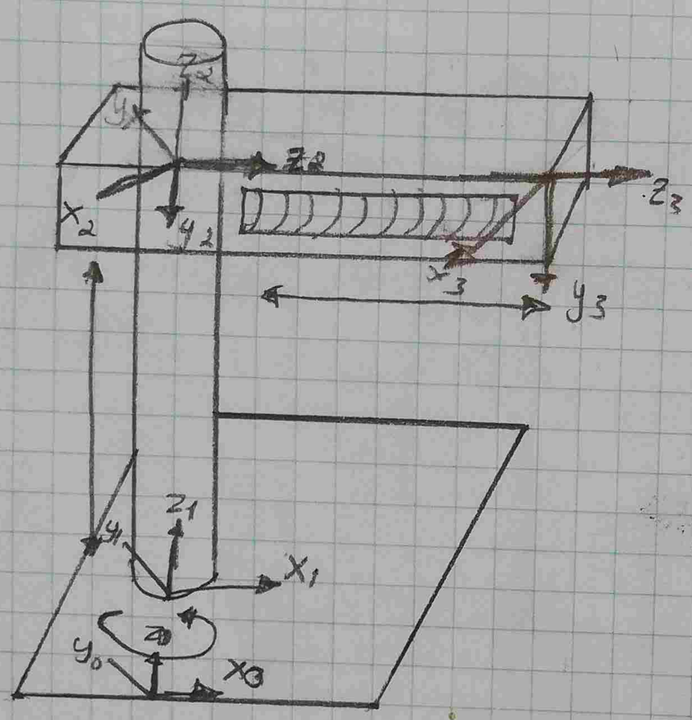
$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \vdots \\ \dot{q}_n \end{bmatrix} = J^{-1} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix}$$

$$q_1 = f_1(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)$$

$$q_n = f_n(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)$$

Solana Sandoval Jorge. 18/02/19

Parametro D-H Robot Cilindrico.



Eslabon	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
0-1	0	0	d_1	θ_1
1-2	0	-90	d_2	0
2-3	0	0	d_3	0

$$A_1 = \begin{bmatrix} C\theta_1 & -S\theta_1 & 0 & 0 \\ S\theta_1 & C\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^0 = A_1 A_2 A_3 \begin{bmatrix} C\theta_1 & 0 & -S\theta_1 & -S\theta_1 d_3 \\ S\theta_1 & 0 & C\theta_1 & C\theta_1 d_3 \\ 0 & -1 & 0 & d_1 + d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Solano Sandovl 13/02/19

1

Eslabon	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
0-1	0	0	0	θ_1
1-2	0	90	d_1	0
2-3	L_2	0	d_2	0

$$T_{1i} = \begin{bmatrix} C\theta_1 & -S\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \\ S\theta_{1-1} & C\theta_{1+1} & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_{2i} \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & d_{1-1} \\ S\theta_{2-1} & C\theta_{2+1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_{3i} \begin{bmatrix} C\theta_3 & -S\theta_3 & 0 & L_2 \\ 0 & 0 & -1 & d_2 \\ S\theta_{3-1} & C\theta_{3-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2

Eslabon	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
0-1	0	360	0	θ_1
1-2	0	0	d_1	0
2-3	L_2	360	d_2	θ_3

$$T_{i1} \begin{bmatrix} C\theta_1 & -S\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \\ S\theta_{1-1} & C\theta_{1+1} & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

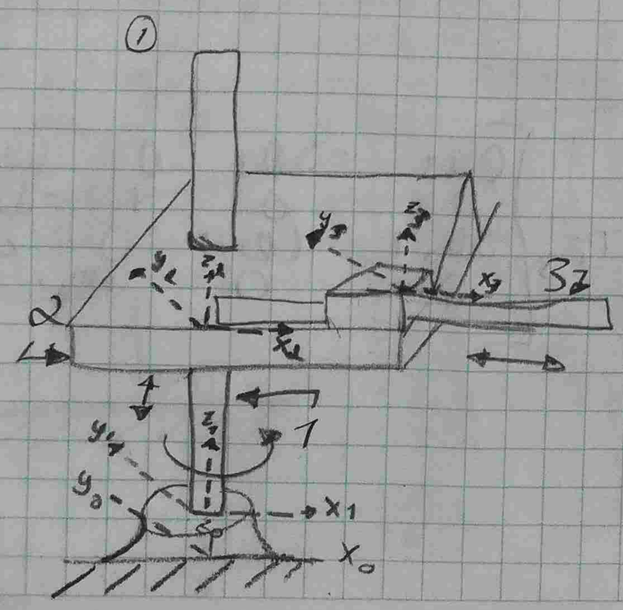
$$T_{i2} \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -d_{1-1} \\ S\theta_{2-1} & C\theta_{2+1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_{i3} \begin{bmatrix} C\theta_3 & -S\theta_3 & 0 & L_2 \\ 0 & 0 & -1 & -d_{2-1} \\ S\theta_{3-1} & C\theta_{3+1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

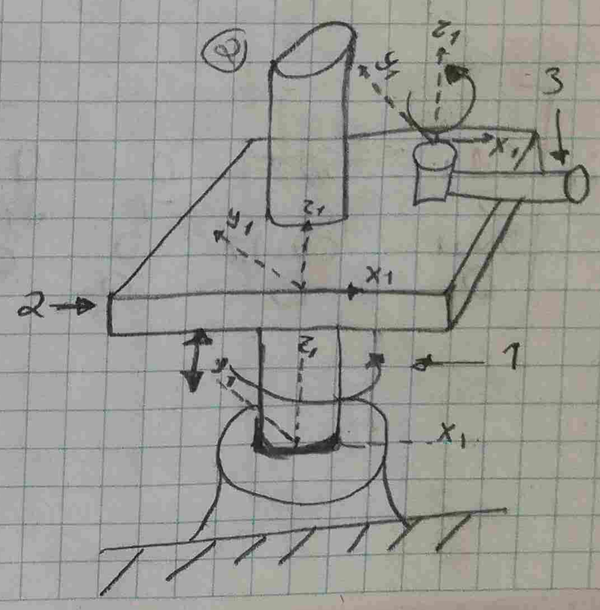
11/02/09

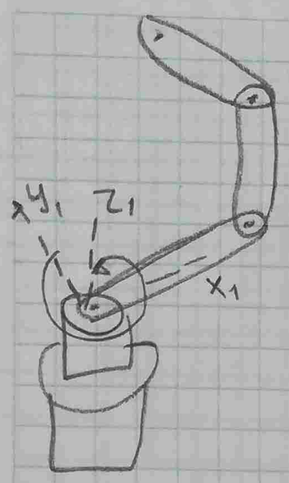
$$T_i^{i-1} = \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ S\theta_i C\alpha_{i-1} & C\theta_i C\alpha_{i-1} & -S\alpha_{i-1} & -d_i S\alpha_{i-1} \\ S\theta_i S\alpha_{i-1} & C\theta_i S\alpha_{i-1} & C\alpha_{i-1} & d_i C\alpha_{i-1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_1^0 \begin{bmatrix} C\theta_1 & S\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ S\theta_1 & C\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_2^1 = \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_3 & 0 & L_1 \\ S\theta_2 & C\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

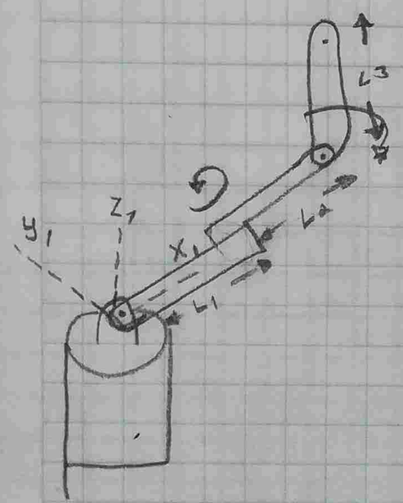
$$T_3^2 \begin{bmatrix} C\theta_3 & -S\theta_3 & 0 & L_2 \\ S\theta_3 & C\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad T_3^0 = T_1^0 \, T_2^1 \, T_3^2 =$$



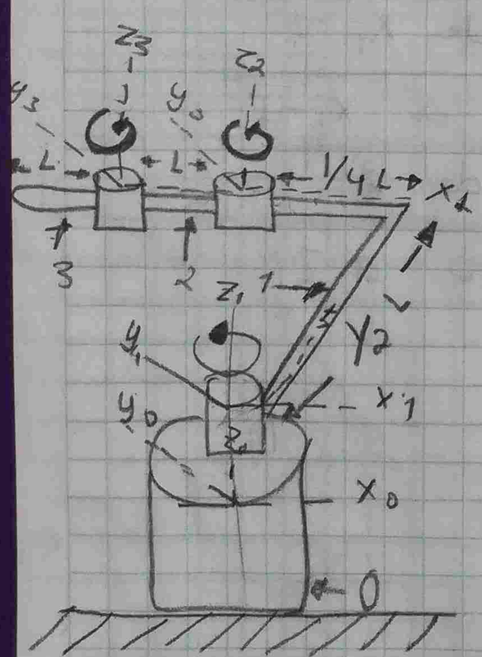




Eslabon	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	0	θ_1
2	L_1	90	0	θ_2
3	L_2	0	0	θ_3



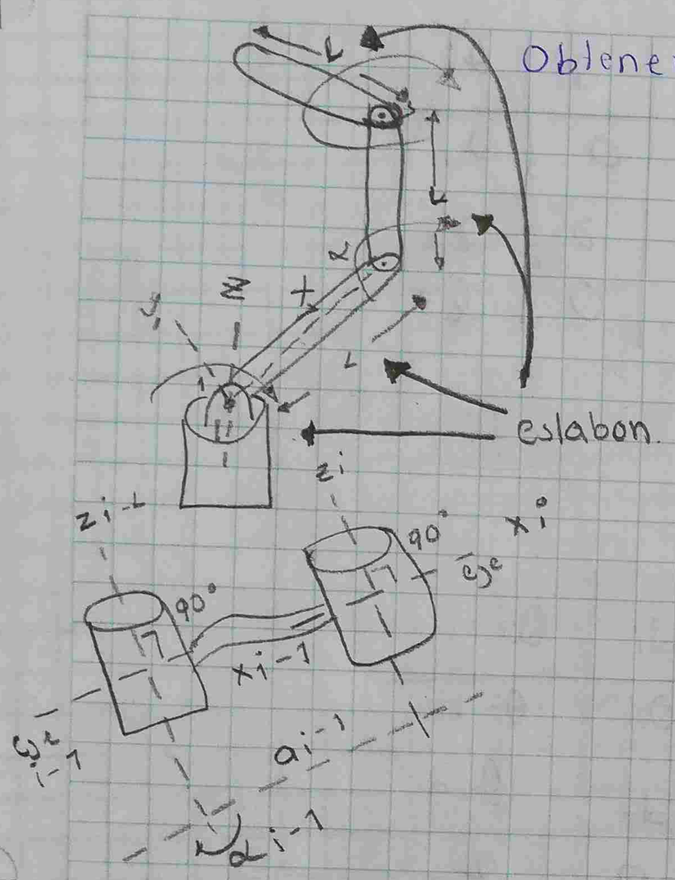
Eslabon	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	90	0	θ_1
2	L_1	90	d_1	θ_2
3	L_2	90	0	θ_3



Eslabon	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
0 - 1	0	0	0	θ_1
1 - 2	3/4 L	0	d_i	θ_2
2 - 3	L	0	0	θ_3

11/02/19

Obtener D-H



Parametro DH	Interpretación	Medido
a_{i-1}	distancia de z_{i-1} a z_i	largo de x_{i-1}
α_{i-1}	angulo z_{i-1} y z_i	respecto a x_{i-1}
d_i	distancia de x_{i-1} a x_i	largo de z_i
θ_i	angulo x_{i-1} y x_i	respecto a z_i

Eslabon	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	90°	0	θ_1
2	0	0	L	θ_2
3	0	0	L	θ_3

Solano Sandoval

Cinematica de Robots

23/01/19

DENAVIT-HARTENBERG

En los parametros que describe el articulo señala las formas para diseñar un robot para que sus movimientos sean simetricos y dinamicos los pasos del algoritmo que describen los parametros D-H los menciono a continuación

1º Numerar los eslabones dependiendo de los tipos de eslabones en este caso se tendra que mencionar como origen o punto cero donde se sostiene el robot.

2º numerar las articulaciones, dependiendo de cuantos grados de libertad sea el robot este va a tener las articulaciones

3º localizar el eje de articulación es el eje que va a estar en movimiento.

4º Eje z es el cual van asignados los sistemas de localizacion XYZ

5º Angulos θ es el angulo que se mueve en las cordenadas X alrededor de Z

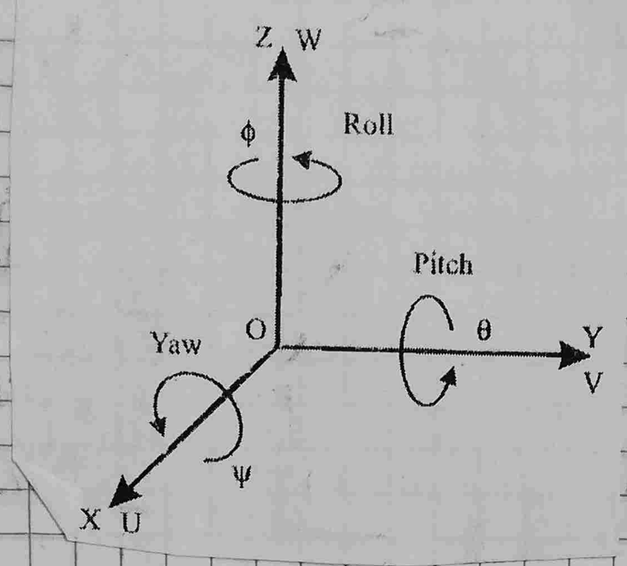
6º Distancia es el cual donde se mueven los ejes YZ a lo largo del punto cero.

7º Matrices individuales cada uno de los grados de libertad tiene un eslabon y estos a su vez tienen una matriz que las define para su comportamiento en su plano.

y luego??

y el Resto??

Terminarlo!!



Par de rotación

Al igual que los angulos de Euler, no se trata de un metodo que permita realizar una visualización sencilla de la orientación, salvo en casos muy concretos en los que el vector k coincida con algunos de los ejes coordenados del sistema OXYZ.

La aplicación de un par de rotación que rote un vector p un angulo θ alrededor del eje k se realiza a traves de la siguiente expresion:

$$Rot(k,\theta)p = p\cos\theta - (k \times p)\,\text{sen}\,\theta + k\,(k \cdot p)(1-\cos\theta)$$

Cuaternios.

Un cuaternio Q está constituido por cuatro componentes $(q_0\, q_1\, q_2\, q_3)$ que representan las coordenadas del cuaternio en una base (e, i, j, k). Es frecuente denominar parte escalar del cuaternio a la componente en e: q_0 y parte vectorial al resto de componentes.

$$Q = [q_0, q_1, q_2, q_3] = [s, v]$$

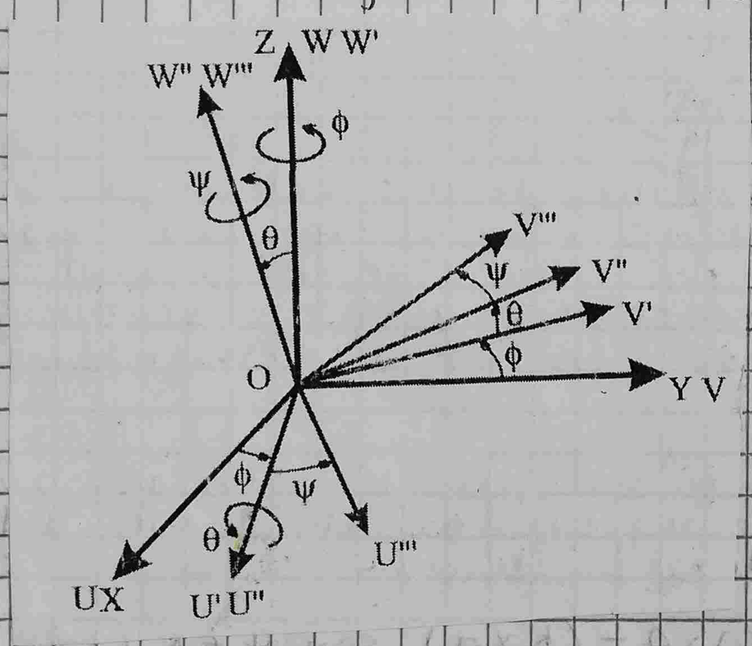
Cinematica de Robots
Solano Sandoval

14 / 01 / 19

Angulos de Euler

Para la representación de orientacio en un espacio tridimensional mediante una matriz de rotación es necesario definir nueve elementos. Aunque la utilización de las matrices de rotación presente múltiples ventajas. Este es el caso de los llamados angulos de Euler.

Todo sistema OUVW solidario al cuerpo cuya orientación se quiere describir, puede definirse con respecto al sistema OXYZ mediante tres angulos: ϕ, θ, ψ, denominados angulos de Euler.



Roll, pitch and yaw (alabeo, cabeceo y guiñada).

Se trata de la parte utilizado generalmente en en aeronautica Es tambien la mas habitual de entre las que se aplican a los giros sobre los ejes del sistema.

1º Girar el sistema OUVW un angulo ψ con respecto al eje OX. Es el denominado Yaw. O guiñado.

2º Girar el sistema OUVW un angulo θ con respecto al eje OYO. Es el denominado Pitch o cabeceo.

3º Girar el sistema OUVW un angulo ϕ con respecto al eje OZ. Es el denominado Roll o alabeo.

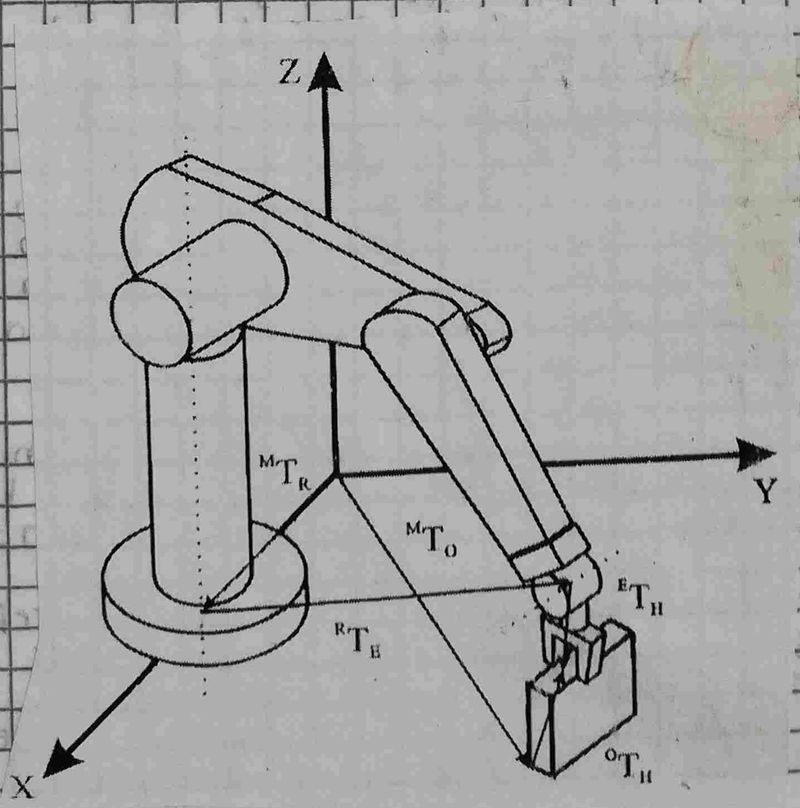
OXYZ.

De forma general a la hora de componer diversas transformaciones mediante matrices homogeneas, se han de tener en cuenta los siguientes criterios:

1º Si el sistema fijo OXYZ y el sistema transformado OUVW son coincidentes, la matriz homogenea de transformación sera la matriz 4x4 Identidad I_4.

2º Si el sistema OUVW se obtiene mediante rotaciones y traslaciones definidas con respecto al sistema fijo OXYZ, la matriz homogenea que representa cada transformación se deberá premultiplicar sobre las matrices de las transformaciones previas.

3º Si el sistema OUVW se obtiene mediante rotaciones y traslaciones definido con respecto al sistema movil, la matriz homogenea que representa cada transformacion se deberá postmultiplicar sobre las matrices de las transformaciones previas.



Cinematica de Robots
Solano Sandoval 14 / 01 / 19

Aplicación de las matrices homogeneas.

Una matriz de transformación homogenea se puede aplicas para:

1º Representar la posición y orientación de un sistema girado y trasladado OUVW con respecto a un sistema fijo de referencia OXYZ que es lo mismo que representar una rotación y traslación realicado sobre un sistema de referencia.

2º Transformar un vector expresado en coordenadas con respecto a un sistema OUVW, a su expresion en coordenadas del sistema de referencia OXYZ

3º Rotar y trasladar un vector con respecto a un sistema de referencia fijo OXYZ.

Traslación junto con rotación
La principal ventaja de las matrices homogeneas reside en su capacidad de representación conjunta de posición y orientacion.
Si se quere expresar la posicion y orientación de un sistema OUVW, originalmente coincidente con el de referencia y que ha sido rotado y trasladado según éste, habria que tener en cuenta si primero se ha realizado la rotación y despues la traslación o viceverso, pues se trata de transformaciones espaciales no conmutativas

Significado geometrico de las matrices homogeneas.
Una matriz homogenea sirve para transformar un vector expresado en cordenadas homogeneas con respecto a un sistema OUVW a su expresión en las coordenadas del sistema de referencia OXYZ
Tambien se puede utilizar para rotar y girar un vector referido a un sistema de referencia fijo, y en definitivo sirve para expresar la orientación y posición de un sistema de referencia OUVW con respecto a

Herramientas matematicas para la localizacion espacial.

- Representacion de la orientacion
  - Matrices de rotacion
    - Composicion
  - Angulos de Euler
  - Angulo de Euler 2x2
- Matrices de transformacion Homogenea
  - Cordenadas y matrices homogeneas
    - Rotación
- Aplicacion de los cuaternios
  - Algebra de cuaternos
    - Cuaterio conjugado
      - Operaciones algebraicas
- Representacion de la posicion
  - Sistema cartesiano de referencia
  - Cordenadas esfericas
  - Cordenadas cartesianas
  - Cordenadas polares
- Composicion de matrices homogeneas
- Significado geometrico de las matrices homogeneas.
- Graficas de transformacion

Cinematica de Robots

Solano Sanchez Jonathan

14/01/19

Scribe

Coordenadas polares y cilíndricas

En el caso de trabajar en tres dimensiones, un vector P podra expresarse con respecto a un sistema de referencia OXYZ, mediante las coordenadas cilíndricas $P(r, \theta, z)$.

Una orientación en el espacio tridimensional viene viene definido por tres grados de libertad o tres componentes linealmente independientes.

Matrices de rotación

Las matrices de rotación son el metodo max extendido para la descripción de orientaciones, debido principalmente a la comodidad que proporciona el uso del algebra matricial.

Composicion de rotaciones

Las matrices de rotación pueden componerse para expresar la aplicación continua de varias rotaciones: Es importante considerar el orden en que se realizan las rotaciones, pues el producto de matrices no es conmutativo. Asi, si la rotación se hiciera primero en angulo θ sobre OZ, seguida de una rotación de angulo ϕ sobre OY, para finalizar con otra rotación de angulo α sobre OX, la rotacion global vendria expresada por.

$$\mathbf{T} = \mathbf{R}(x,\alpha)\mathbf{R}(y,\phi)\mathbf{R}(z,\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C\alpha & -S\alpha \\ 0 & S\alpha & C\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\phi & 0 & S\phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -S\phi & 0 & C\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C\theta & -S\theta & 0 \\ S\theta & C\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} C\phi C\theta & -C\phi S\theta & S\phi \\ S\alpha S\phi C\theta + C\alpha S\theta & -S\alpha S\phi S\theta + C\alpha C\theta & -S\alpha C\phi \\ -C\alpha S\phi C\theta + S\alpha S\theta & C\alpha S\phi S\theta + S\alpha C\theta & C\alpha C\phi \end{bmatrix}$$

Cinematica de Robots

Garabito Solano Sandoval

Fecha 14/01/19

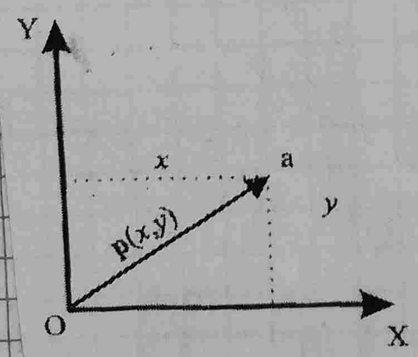
HERRAMIENTAS MATEMATICAS LA LOCALIZACION ESPACIAL

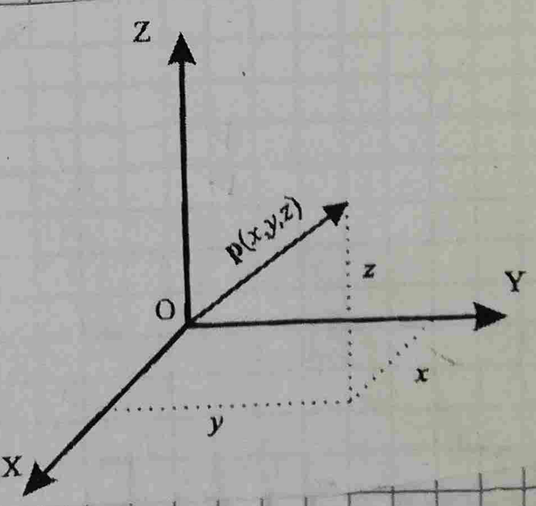
Representación de la posición:

En un plano el posicionamiento tiene dos grados de libertad y por tanto la posición de un punto vendrá definida por dos componentes independientes. En el caso de un espacio tridimensional será necesario emplear tres componentes.

Coordenadas cartesianas:

Si se trabaja en un plano, con su sistema coordenado OXY de referencia asociado, un punto a vendrá expresado por las componentes (x, y) correspondientes a los ejes coordenados del sistema OXY. En el caso de que se trabaje en tres dimensiones, un vector viene definido con respecto al sistema de referencia OXYZ mediante las coordenadas correspondientes a cada uno de los ejes coordenados.





Mencione algunos tipicas de un robot industrial

Que el robot puede realicar tareas basicas como soldar pintar y acomodar piezas que esto ayuda en una linea de producción a que el trabajo de la linea sea mas eficaz y eficiente.

Cuales son las diferencias entre un robot industrial y una maquina herramienta CNC?

Robot
Es una maquina inteligente puede ser programada para hacer muchas y diferentes tareas

Maquina
Esta echa para repetir una tarea especifica con movimientos precisos

Como debe decidirse el tipo de robot para un determinado trabajo?

* Area de trabajo
* Resolución
* Repetibilidad
* Capacidad de carga
* Tipo de movimiento
* Comunicaciones
* Grados de libertad
* Precisión
* Velocidad
* Sistema de control
* Tipos de accionamiento

Que es un R. U. S. P
Es una obra de teatro que popularizo el termino Robot. Trata sobre una disputa donde un puñado de robots toma el control del mundo ya que no cuenta con las leyes de la robotica en su creación

Garabito Cinematica de Robots

Solano Sandoval Jorge

09 / 01 / 19

Que es un robot?

Es un manipulador multifuncional reprogramable diseñado para mover materiales, partes, herramientas o dispositivos especializados a traves de movimientos programados para una variedad de tareas.

Cuales son los tipos de robot?

Moviles

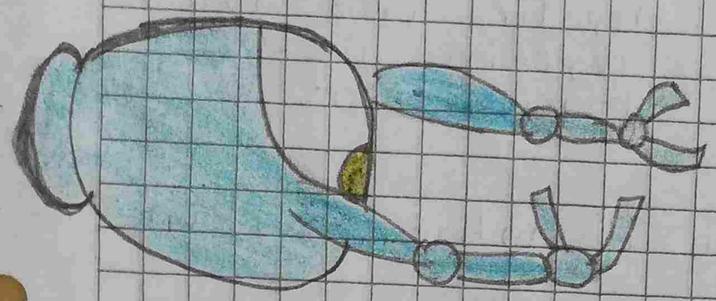
* Terrestres
* Submarinos

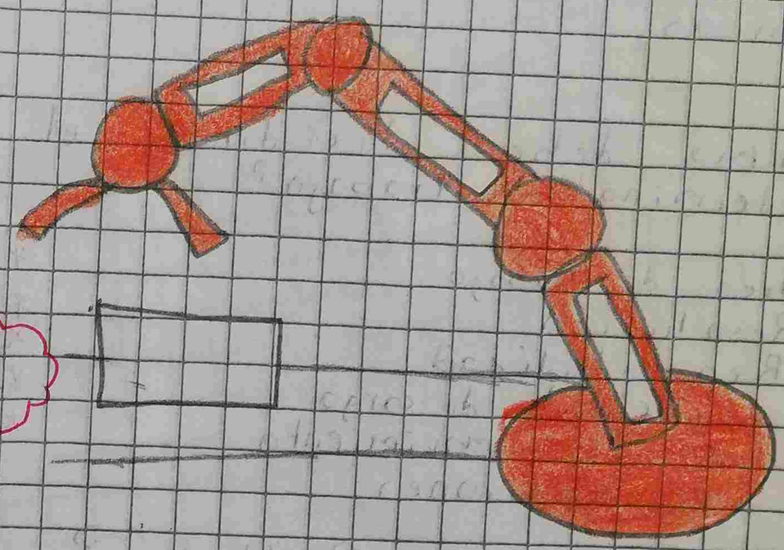
Industriales

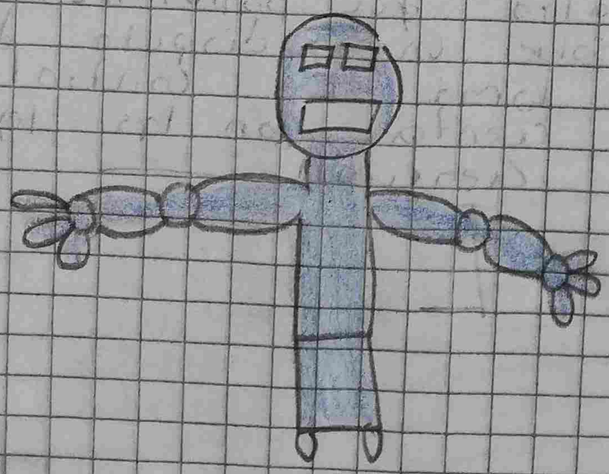
* Bracos mecanicos
* Robots manipuladores

Humanoides

* Diseño complejo







Cuales son las areas nuevas de aplicaciones de robots?

* Aplicacion de materiales
* Industria nuclear
* Seguridad y vigilancia
* Mineria
* Medicinal
* Espacio
* Domestico
* Construccion
* Inspección
* Control de olidad

Garabito. Cinematica de Robots

Jorge A. Solano Sandoval 09/01/19

Diferencia entre robots Seriales y paralelos

Seriales

* Uso mayoritario en industria
* Asemeja la antropometria de brazo humano
* Esta constituido por barras conectadas por juntas
* Presenta limitaciones de carga de trabajo

* Son mas veloces y no afecta su presición

Problemas de seguridad en uso de robots, potencia capacidad y alcance de robots industriales

Poder parar en caso de una emergencia

¿Como se especifica un robot industrial?
Como una maquina de manipulacion automatica reprogramabel y multifuncional con tres o mas ejes que pueden orientar o posicionar, materias piezas, herramientas o dispositivos especiales para la ejecución de trabajos diversos.

Cual es la poblacion de robots en el mundo?

1.63 millones

Que industria es considerada el usuario mas grande de robots en el mundo de tipo serial?

Industria automatriz

Practica #3. 01/04/19

Algunos tipos de libreria o herramientas que se usaran son:

RUIZ: permite mostrar en 3D de manera grafica intuitiva en tiempo real, el estado y la informacion del sistema.

Tf: Esta es una libreria bastante fundamental, y a que nos permite coordinar y transformar los distintos marcos de referencia o ejes de coordenadas del robot

URDF: Esta se encarga de especificar las propiedades del robot como sus dimensiones, numero de articulaciones parametros etc.

Sistema visualizacion: rqt graph
Este se encuentra y se encarga de mostrar un grafico visual de los procesos que se ejecutando en Ros y sus conexiones.

Ro1

¿Qué es un robot?

¿Cuáles son los tipos de robots? → hacer un Mapa mental de clasificacion

Mencione algunas aplicaciones típicas de un robot industria

¿Cuáles son las diferencias entre un robot industrial y una máquina-herramienta CNC?

¿Cómo debe decidirse el tipo de robot para un determin trabajo?

¿Qué es R.U.R.?

Anote las diferencias entre robots seriales y paralelos

¿Cuáles son los problemas de seguridad en el uso de Robots?

¿Cómo se especifica un robot industrial?

¿Cuál es la poblacion de robots en el mundo?

¿Qué industria es considerada el usuario mas grande de robots industriales de tipo serial?

¿Cuáles son las áreas nuevas de aplicaciones de robots

Robotica Control de robots manipuladores
Fernando Reyes Cortes
Alfaomega, 2011

Control de Movimiento de robots manipuladores
Rafael Kelly, Victor Santibañez, Pearson, 2003

- Robotica Manipuladores y robots moviles
  Aníbal Ollero Baturone
  Alfaomega Marcombo
  2007

- Cinematica y Dinamica de robots Manipuladores
  Roger Miranda Colorado
  Alfaomega, 2016

- Fundamentos de la robotica