

## Задание N 13.

### Решение краевой задачи сведением к задаче Коши.

Для решения нелинейной краевой задачи относительно  $y(x)$  на интервале  $0 \leq x \leq 1$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = y^2 - 1,$$

$$y(0) = 0,$$

$$y(1) = 1$$

может быть использован следующий подход.

Исходное уравнение переписываем в виде  $\frac{d}{dx} \left( \frac{(y')^2}{2} - \frac{y^3}{3} + y \right) = 0$

$$\text{Отсюда } \frac{(y')^2}{2} - \frac{y^3}{3} + y = \alpha \quad (1)$$

где  $\alpha$  - некоторая константа. Поскольку  $y(0)=0$ , то  $y'(0) = \sqrt{2\alpha}$ .

Если бы мы могли вычислить  $\alpha$ , то исходная задача свелась бы к задаче Коши, легко решаемой с помощью подпрограммы RKF 45.

Интегрирование уравнения (1) дает  $x = \int_0^y \frac{dy}{\sqrt{2 \left( \alpha + \frac{y^3}{3} - y \right)}}.$

Используя граничное условие  $y(1)=1$ , получим уравнение для  $\alpha$ :  $1 = \int_0^1 \frac{dy}{\sqrt{2 \left( \alpha + \frac{y^3}{3} - y \right)}},$

которое может быть решено с помощью подпрограмм QUANC8 и ZEROIN.

Реализовать этот подход к решению задачи. Оценить погрешность результата и погрешность, определяемую неточностью в исходных данных.