

LI Prat - R Bragós - JA Chávez
M Fernández - V Jiménez
J Madrenas - E Navarro - J Salazar

Circuits i dispositius electrònics

Fonaments d'electrònica

Pròleg

L'evolució ràpida de la tecnologia electrònica obliga a una renovació i una actualització constants del seu ensenyament. Cal introduir nous conceptes i condensar-ne d'altres. En particular, hi ha dos aspectes que actualment convé considerar des del començament en la formació de l'estudiant: la utilització d'eines informàtiques per a l'anàlisi i el disseny de circuits electrònics, i proporcionar a l'estudiant una visió global de l'enginyeria electrònica. Aquest segon aspecte és conseqüència de la interacció creixent entre el dissenyador de circuits i sistemes i el fabricant de circuits integrats.

Aquest llibre pretén respondre a aquest plantejament. Es tracta d'un text d'introducció a l'electrònica adreçat a estudiants que inicien els estudis universitaris. El seu contingut es pot agrupar en quatre blocs temàtics.

El primer bloc és dedicat a introduir les tècniques més elementals d'anàlisi de circuits. Aquest bloc abraça els cinc primers capítols del llibre. El coneixement d'aquesta temàtica és essencial per comprendre el comportament dels circuits electrònics que es tracten en la resta de capítols.

El segon bloc es dedica a presentar les característiques elèctriques dels dispositius semiconductors principals i la seva aplicació a circuits analògics i digitals bàsics. Les característiques dels dispositius electrònics es presenten a partir del seu circuit equivalent. Els dispositius tractats en aquest text són el diode, el transistor bipolar, els transistors d'efecte de camp (MOS i JFET), els tiristors i alguns dispositius optoelectrònics. Aquest bloc abraça els capítols sis al nou.

El tercer bloc presenta els trets més significatius del comportament físic dels dispositius semiconductors i de la seva tecnologia de fabricació. A partir de les propietats elèctriques dels semiconductors s'explica el comportament de la unió PN i el principi de funcionament del transistor bipolar i del transistor MOS, i es justifica el model circuital que representa el dispositiu. També es presenten els processos bàsics en la tecnologia de semiconductors i les etapes de fabricació del transistor bipolar i del transistor MOS. Aquest tema es desenvolupa al capítol deu.

El quart bloc es dedica a la presentació i la utilització del programa d'anàlisi de circuits per ordinador SPICE. A diferència dels anteriors, la presentació d'aquesta temàtica es distribueix al llarg del text. A l'apèndix B es fa una presentació general del programa comercial PSPICE i al final dels capítols quatre al vuit es presenta la utilització d'aquest simulador de manera gradual. Es fa un èmfasi especial en la forma com SPICE modela els diferents dispositius semiconductors.

S'ha tingut cura, de forma especial, dels aspectes pedagògics en la presentació de les matèries que conté aquest llibre i s'hi ha ofert gran quantitat de material educatiu: exemples resolts, exercicis proposats a l'estudiant amb indicació de les solucions, qüestions conceptuals que estimulen la reflexió del lector i problemes d'aplicació.

Aquest llibre s'ha escrit a partir de l'experiència adquirida pels seus autors en la docència, durant diversos anys, d'un curs semestral d'introducció a l'electrònica a l'Escola Tècnica Superior d'Enginyeria de Telecomunicació de Barcelona (ETSETB) i a l'Escola Universitària Politècnica del Baix Llobregat (EUPBL), ambdues de la UPC. El llibre desborda el contingut d'aquest curs de manera que pot ser utilitzat com a material educatiu en altres estudis. En particular, si els estudiants ja han seguit un curs bàsic d'anàlisi de circuits, es poden obviar els cinc primers capítols i centrar el curs en la resta del llibre.

Els autors volen expressar el seu agraïment a les autoritats acadèmiques de la Universitat Politècnica de Catalunya per l'ajut que els ha concedit per a l'elaboració d'aquest llibre. Així mateix, volen agrair els consells i els comentaris rebuts de col·legues i estudiants durant l'elaboració del llibre, que els han estat de gran utilitat.

Barcelona, setembre de 1994

Els autors

Índex

1 Conceptes bàsics

1.1	Magnituds elèctriques fonamentals	13
1.1.1	Càrrega elèctrica	13
1.1.2	Camp elèctric	13
1.1.3	Tensió	15
1.1.4	Corrent	17
1.1.5	Potència	18
1.2	Components, dispositius i circuits	19
1.3	Senyals	22
1.3.1	Senyal esglaó	22
1.3.2	Senyal exponencial	24
1.3.3	Senyal sinusoidal	25
1.4	Lleis de Kirchhoff	28
1.5	Símbols i unitats	39
	Qüestions i problemes	31

2 Circuits resistius

2.1	Concepte de resistència	35
2.2	Anàlisi de circuits resistius pel mètode de nusos	39
2.3	Anàlisi de circuits resistius pel mètode de malles	42
2.4	Concepte de circuit equivalent	46
2.5	Resistències en sèrie. El divisor de tensió	47
2.6	Resistències en paral·lel. El divisor de corrent	49
2.7	Reducció de circuits resistius	50
	Qüestions i problemes	53

3 Circuits lineals

3.1	Linealitat i superposició	59
3.2	Anàlisi d'un circuit pel mètode de superposició	63
3.3	Circuits equivalents de Thévenin i de Norton	64
3.4	Transferència de senyal	68
	Qüestions i problemes	70

4 Fonts dependents

4.1	Concepte de font dependent lineal	75
4.2	Anàlisi de circuits amb fonts dependents	76
4.3	Fonts dependents i circuits actius	80
4.4	L'amplificador operacional	81
4.5	Anàlisi de circuits amb AO que treballen a la regió lineal	83
4.6	Circuits d'acobllament amb AO	90
4.7	Anàlisi de circuits amb AO que treballen de forma no lineal	91
4.8	Anàlisi de circuits amb ordinador utilitzant SPICE	95
	Qüestions i problemes	100

5 El condensador, la bobina i el transformador

5.1	El condensador	107
5.1.1	El condensador ideal	107
5.1.2	Principi físic de funcionament	112
5.1.3	Associació de condensadors	113
5.2	Anàlisi de circuits RC	115
5.2.1	Resposta a senyals en esglao	115
5.2.2	Resposta a excitacions sinusoïdals	126
5.3	La bobina	131
5.3.1	La bobina ideal	131
5.3.2	Principi físic de funcionament	133
5.3.3	Associació de bobines en sèrie i en paral·lel	134
5.4	Anàlisi de circuits RL	135
5.5	Linealitat i energia emmagatzemada en condensadors i bobines	141
5.6	El transformador	143
5.6.1	El transformador ideal	143
5.6.2	El transformador real	143
5.7	Anàlisi de circuits amb condensadors i bobines utilitzant SPICE	147
	Qüestions i problemes	150

6 El díode. Circuits amb díodes

6.1	El díode. Conceptes bàsics	157
6.1.1	El díode ideal	157
6.1.2	El díode real	159
6.2	El díode en contínua i en baixa freqüència	162
6.3	El díode rectificador	162
6.3.1	Modelització del díode rectificador	162
6.3.2	Tècniques d'anàlisi de circuits amb díodes	166
6.3.3	Aplicacions del díode rectificador	171
6.4	El díode zener	186
6.4.1	Modelització del díode zener	186

6.4.2	Aplicacions del díode zener	188
6.5	El díode en règim dinàmic. Transistoris de commutació	190
6.6	El díode en petit senyal	192
6.6.1	Concepte de circuit incremental	193
6.6.2	Model del díode en petit senyal	194
6.7	Consideracions tèrmiques	196
6.7.1	Efectes de la temperatura sobre les característiques del díode	196
6.7.2	Potència dissipada i augment de la temperatura	197
6.8	Analisi de circuits amb díodes utilitzant SPICE	198
6.8.1	Model del díode en SPICE	198
6.8.2	Exemples d'anàlisis de circuits amb díodes utilitzant SPICE	200
	Qüestions i problemes	206

7 El transistor bipolar d'unió

7.1	El transistor bipolar. Conceptes bàsics	213
7.2	El transistor bipolar en contínua i en baixa freqüència	217
7.2.1	Corbes característiques del transistor en emissor comú	218
7.2.2	Anàlisi de circuits amb transistors bipolars en contínua	224
7.3	El transistor bipolar en règim dinàmic	229
7.4	El transistor bipolar com a interruptor	230
7.4.1	Portes lògiques amb transistors bipolars. Portes TTL	234
7.5	El transistor bipolar com a amplificador. Conceptes bàsics	238
7.5.1	Analisi en contínua. El punt de repòs	239
7.5.2	Analisi en gran senyal. Amplificació i marges dinàmics	240
7.5.3	Analisi en petit senyal. Circuit incremental i guany	243
7.5.4	Amplificador amb components discrets	245
7.5.5	Estructura típica d'un amplificador integrat	251
7.5.6	Resistència d'entrada i resistència de sortida	254
7.6	El transistor bipolar com a amplificador. Models de petit senyal	256
7.6.1	El circuit equivalent híbrid en π	256
7.6.2	El circuit equivalent de paràmetres h	260
7.6.3	Limitacions del transistor bipolar en alta freqüència	262
7.7	El transistor bipolar com a amplificador. Etapes elementals	263
7.7.1	Analisi de les etapes elementals	266
7.7.2	Comparació entre les etapes elementals	269
7.8	El parell de transistors bipolars acoblats per emissor	273
7.8.1	L'amplificador diferencial	275
7.8.2	La porta lògica ECL	279
7.9	Limitacions en l'operació dels transistors bipolars	281
7.10	Analisi de circuits amb transistors bipolars utilitzant SPICE	282
7.10.1	Model del transistor bipolar en SPICE	282
7.10.2	Exemples d'anàlisi de circuits amb transistors utilitzant SPICE	285
	Qüestions i problemes	289

8 El transistor d'efecte de camp mos

8.1	El transistor d'efecte de camp MOS. Conceptes bàsics	295
8.2	El transistor MOS en contínua	300
8.2.1	Corbes característiques	300
8.2.2	Anàlisi de circuits amb transistors MOS en contínua	303
8.3	El transistor MOS en règim dinàmic	306
8.4	El transistor MOS com a resistència	308
8.4.1	Càrregues saturades i càrregues de buidament	308
8.4.2	L'inversor NMOS	310
8.4.3	El transistor MOS com a resistència controlada per tensió	316
8.5	El transistor MOS com a interruptor	317
8.5.1	El MOS com a transistor de pas	317
8.5.2	L'inversor CMOS	320
8.5.3	Portes lògiques NMOS i CMOS	323
8.6	El transistor MOS com a amplificador	325
8.6.1	Circuits bàsics	325
8.6.2	Models de petit senyal del transistor MOS	327
8.7	Efectes de segon ordre en transistors MOS	331
8.7.1	Models més precisos del transistor MOS	331
8.7.2	Conducció a la regió d'inversió feble	332
8.8	Anàlisi de circuits amb transistors MOS utilitzant SPICE	332
8.8.1	Models del transistor MOS en SPICE	332
8.8.2	Exemples d'anàlisi de circuits amb transistors MOS utilitzant SPICE	334
	Qüestions i problemes	336

9 Altres dispositius semiconductors

9.1	Dispositius optoelectrònics	343
9.1.1	El diòde electroluminiscent (LED)	343
9.1.2	El fotodiòde	344
9.1.3	La cèl·lula solar	345
9.1.4	El fototransistor	347
9.2	Dispositius per a l'electrònica de potència	350
9.2.1	El rectificador controlat de silici (SCR)	351
9.2.2	El triac	356
9.2.3	El GTO i el IGBT	357
9.3	El transistor d'efecte de camp d'unió (JFET)	361
	Qüestions i problemes	366

10 Teoria i tecnologia de dispositius semiconductors

10.1	Conducció elèctrica en semiconductors	371
10.1.1	Estructura cristal·lina dels semiconductors	371
10.1.2	Semiconductors intrínsecos	373

10.1.3	Semiconductors extrínsecos	376
10.1.4	Generació i recombinació en un semiconductor	379
10.1.5	Corrents en un semiconductor	381
10.2	Principi d'operació del diòde d'unió PN	385
10.2.1	La unió PN en equilibri tèrmic	385
10.2.2	Característica i-v de la unió PN	388
10.2.3	Ruptura de la unió.....	391
10.2.4	Capacitat de transició	392
10.2.5	Capacitat de difusió	393
10.3	El transistor bipolar.....	394
10.3.1	Principi d'operació del transistor bipolar	394
10.3.2	Model del transistor bipolar	398
10.4	El transistor d'efecte de camp MOS.....	399
10.4.1	Principi d'operació del transistor MOS	399
10.4.2	Model del transistor MOS	403
10.5	Processos tecnològics bàsics en els semiconductors	404
10.5.1	Deposició de capes sobre el silici	405
10.5.2	Oxidació del silici	406
10.5.3	Fotolitografia	406
10.5.4	Gravat de capes sobre el silici	408
10.5.5	Difusió	408
10.5.6	Implantació iònica	409
10.5.7	Muntatge i encapsulació dels dispositius	409
10.6	Fabricació del transistor bipolar	410
10.6.1	Estructura física del transistor bipolar de C.I.	410
10.6.2	La tecnologia bipolar. Fabricació d'un transistor bipolar de C.I.	412
10.7	Fabricació d'un transistor MOS	414
10.7.1	Estructura física del transistor MOS	414
10.7.2	La tecnologia MOS. Fabricació del transistor MOS.	415
	Qüestions i problemes	417

Apèndixos

A	Característiques dels components passius reals	421
B	El simulador PSPICE	439
C	Característiques de dispositius semiconductors	451
	 Resultats de problemes	467
	 Bibliografia	473
	 Índex alfabètic	475

Capítol 1 Conceptes bàsics

1.1 Magnituds elèctriques fonamentals

1.1.1 Càrrega elèctrica

La càrrega elèctrica és la quantitat d'electricitat que té un cos. Hi ha dos tipus de càrrega elèctrica: la positiva i la negativa. Dos cossos que tinguin càrrega del mateix signe es repel·len, mentre que si la seva càrrega és de signe contrari s'atrauen. La unitat de càrrega és el *coulomb* (C). La menor quantitat de càrrega que es troba a la natura és la càrrega de l'electró, que té un valor, q_e , de $-1,6 \cdot 10^{-19} C$. La càrrega del protó és positiva i del mateix valor que la de l'electró.

La força que exerceixen entre si dues càrregues elèctriques q i q' , separades una distància r , ve donada per la *llei de Coulomb*, i la seva magnitud és

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q \cdot q'}{r^2} \quad (1.1)$$

on ϵ_0 és la permitivitat dielèctrica del medi en què es troben les càrregues. Si el medi és el buit, aquesta constant s'anomena ϵ_0 i el seu valor és $8,85 \cdot 10^{-12} F/m$. En aquest cas, el valor de $(1/4\pi\epsilon_0)$ és $9 \cdot 10^9 V \cdot m/C$. Quan el signe d'aquesta força és positiu, això significa que les càrregues es repel·len, i quan és negatiu, que s'atrauen.

1.1.2 Camp elèctric

El camp elèctric en un punt de l'espai és *la força d'origen elèctric que experimenta la unitat de càrrega elèctrica positiva en aquest punt*. Si en aquest punt hi hagués una càrrega q , la força exercida sobre ella pel camp elèctric $E(x)$ seria

$$\vec{F}(x) = q \cdot \vec{E}(x) \quad (1.2)$$

Observeu que tant la força com el camp elèctric són magnituds vectorials, definides per un mòdul, una direcció i un sentit. La unitat de camp elèctric, segons es dedueix de l'expressió 1.2, és el newton/coulomb.

El concepte de camp elèctric permet explicar "l'acció a distància" entre càrregues elèctriques sense connexió material entre elles. Es diu que una càrrega elèctrica crea un camp elèctric a l'espai que l'envolta. Aquest camp exerceix una força sobre una segona càrrega present en aquest espai. D'aquesta forma, es pot interpretar la llei de Coulomb com que la càrrega q crea, a una distància r , un camp de valor

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \quad (1.3)$$

i aquest camp exerceix una força F sobre una càrrega q' present en aquesta regió de l'espai, de valor

$$F = E \cdot q' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \cdot q' \quad (1.4)$$

que no és més que l'expressió de la llei de Coulomb.

Quan hi ha més d'una càrrega en una regió de l'espai, el camp elèctric creat per elles és la suma vectorial dels camps creats per cadascuna de les càrregues (figura 1.1).

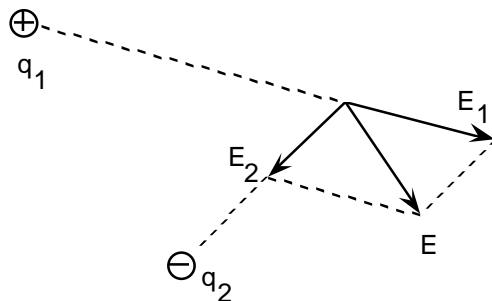


Figura 1.1 Camp elèctric creat per dues càrregues

Exemple 1.1

En els vèrtexs d'un triangle equilàter hi ha tres partícules de càrregues 2 nC, -1 nC i -1 nC. Calculeu el camp elèctric en el punt en què es creuen les altures del triangle en funció de la longitud del costat del triangle.

La distribució de les càrregues i els camps elèctrics que originen cadascuna d'elles es representen a la figura 1.2. A partir de l'expressió 1.3 es pot deduir que

$$\begin{aligned} |\vec{E}_b| &= |\vec{E}_c| = \frac{|\vec{E}_a|}{2} \\ |\vec{E}_b + \vec{E}_c| &= 2|\vec{E}_b| \cos(60^\circ) = 2|\vec{E}_b| \frac{1}{2} = |\vec{E}_b| = \frac{|\vec{E}_a|}{2} \\ |\vec{E}_a + \vec{E}_b + \vec{E}_c| &= |\vec{E}_a| + \frac{|\vec{E}_a|}{2} = \frac{3}{2}|\vec{E}_a| \end{aligned}$$

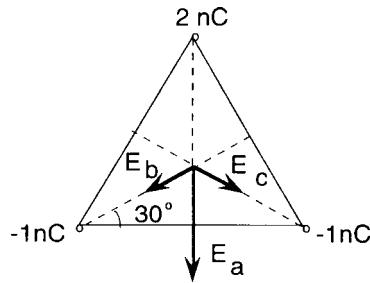


Figura 1.2 Camps elèctrics creats per la distribució de càrregues de l'exemple 1.1

La distància des d'un vèrtex al punt central del triangle és

$$r = \frac{\sqrt{3}}{2}d - \frac{d}{2}\tan(30^\circ) = \frac{d}{\sqrt{3}}$$

El mòdul del camp \vec{E}_a és

$$|\vec{E}_a| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-9}}{d^2/3} = \frac{54}{d^2}$$

El camp elèctric total és la suma dels tres vectors \vec{E}_a , \vec{E}_b i \vec{E}_c . El resultat és un vector de la mateixa direcció i sentit que \vec{E}_a i el seu mòdul és

$$|\vec{E}_a + \vec{E}_b + \vec{E}_c| = \frac{81}{d^2}$$

Exercici 1.1

Dues partícules de càrregues 1 C i -1 C estan situades a l'eix d'abscisses a una distància d i -d, respectivament, de l'origen de coordenades. Calculeu el camp elèctric al llarg de la línia que uneix ambdues partícules.

Solució

$$|\vec{E}| = 9 \cdot 10^9 \frac{2d}{x^2 - d^2}$$

1.1.3 Tensió

La tensió elèctrica en un punt A respecte d'un altre punt B, també anomenada diferència de potencial entre A i B, és el treball que cal realitzar sobre la unitat de càrrega elèctrica positiva situada a B per traslladar-la fins a A i vèncer la força exercida sobre ella pel camp elèctric

$$V_{AB} = V_A - V_B = - \int_B^A \vec{E} \cdot d\vec{r} \quad (1.5)$$

Aquest treball és independent del camí seguit per la càrrega per anar de B cap a A, ja que el camp elèctric és conservatiu. La unitat de tensió és el *volt* (V). Per això, també se sol utilitzar el terme voltatge per designar la tensió elèctrica, i es representa per la lletra v . L'expressió 1.5 mostra que el camp elèctric també es pot expressar en volts/metre, que és la forma més habitual en electrònica. Si igualem les dues expressions del camp elèctric, resulta

$$1 \text{ volt} = 1 \text{ newton} \cdot 1 \text{ metre} / 1 \text{ coulomb} = 1 \text{ joule} / 1 \text{ coulomb}$$

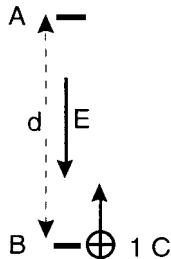


Figura 1.3 Potencial del punt A respecte del punt B

Considerem el camp elèctric creat per una càrrega q . La diferència de potencial entre dos punts, A i B, és

$$v_{AB} = - \int_{r_B}^{r_A} E \cdot dr = - \int_{r_B}^{r_A} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} dr = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$$

Per conveni, es pren l'origen de potencial a l'infinít. Aleshores, el potencial d'un punt A, situat a una distància r_A de la càrrega q , ve donat per

$$v_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r_A}$$

Quan el camp elèctric és creat per una distribució de càrregues, el potencial és

$$v_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i} \quad (1.6)$$

Exemple 1.2

Calculeu el potencial creat per la distribució de càrregues de l'exemple 1.1 al centre del triangle equilàter.

Si apliquem l'expressió 1.6 i tenim en compte que la distància del centre a cada vèrtex, r , és la mateixa en els tres casos, resulta

$$v_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{2 \cdot 10^{-9}}{r} + \frac{-1 \cdot 10^{-9}}{r} + \frac{-1 \cdot 10^{-9}}{r} \right] = 0$$

Exercici 1.2

Calculeu el potencial creat per la distribució de càrregues de l'exercici 1.2 al llarg de l'eix d'abscisses.

Solució:

$$v(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2d}{x^2 - d^2}$$



Observeu que es compleix la relació següent

$$v_{BA} = v_B - v_A = -(v_A - v_B) = -v_{AB}$$

La tensió d'un punt respecte d'un altre s'ha d'expressar mitjançant un mòdul i un signe.

Amb freqüència s'estableix una analogia entre el camp elèctric i el camp gravitatori. En aquesta analogia la tensió equival a l'energia que cal donar a la unitat de massa per portar-la d'un punt a un altre situat a una altura h per sobre seu. Aquesta energia és proporcional a la diferència d'altures entre els dos punts ($g \cdot h$) i és independent del camí recorregut per la massa per anar d'un punt a un altre. De manera anàloga, la tensió d'un punt respecte d'un altre és independent del camí recorregut per la càrrega.

1.1.4 Corrent

La intensitat del corrent elèctric que circula per un conductor és *la quantitat de càrrega elèctrica que travessa la secció del conductor per unitat de temps*. És una magnitud vectorial perquè depèn del sentit del moviment de les càrregues. Si en un increment de temps Δt la quantitat de càrrega elèctrica que travessa la secció del conductor és Δq , el mòdul de la intensitat del corrent ve donat per

$$i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt} \quad (1.7)$$

En el llenguatge habitual, se sol anomenar "corrent" a la intensitat del corrent. Per conveni, s'assigua al corrent el sentit que tindria el moviment de les càrregues positives en el conductor.

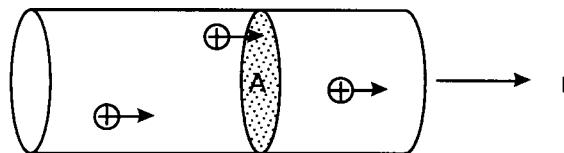


Figura 1.4 Corrent per un conductor

La unitat d'intensitat de corrent elèctric és l'amper (A). De l'expressió 1.7:

$$1 \text{ amper} = 1 \text{ coulomb} / 1 \text{ segon}$$

Imaginem que les càrregues elèctriques es mouen a l'interior del conductor per efecte d'un camp elèctric E , segons s'indica a la figura 1.5. Si el conductor només tingués càrregues positives, el corrent tindria el sentit d'esquerra a dreta, ja que la càrrega que travessaria la secció seria positiva i en el sentit d'esquerra a dreta. Si totes les càrregues a l'interior del conductor fossin negatives, el corrent també circularia d'esquerra a dreta, ja que, en aquest cas, el signe negatiu de la càrrega elèctrica que travessaria la secció seria compensat amb el signe negatiu del sentit en què la travessa, ja que el camp elèctric desplaça aquestes càrregues de dreta a esquerra. En l'estudi de circuits electrònics se sol imaginar que el corrent és constituït per càrregues positives que es mouen des dels punts de més tensió als de menys tensió, independentment de la càrrega real que tinguin els portadors de corrent.

S'ha establert una analogia entre un circuit elèctric i un circuit hidràulic, segons la qual se suposa que les molècules de líquid es mouen per la força de la gravetat. En aquesta analogia, l'equivalent al corrent elèctric seria el cabal de líquid en un punt del circuit hidràulic (m^3 de líquid que travessen una secció determinada en un segon).

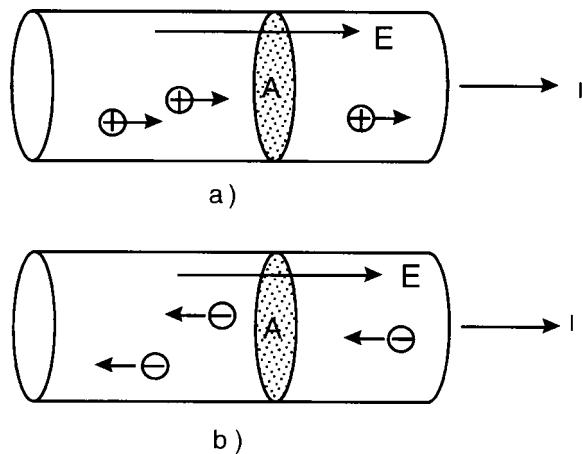


Figura 1.5 Corrent transportat per: a) càrregues positives; b) càrregues negatives

1.1.5 Potència

Imaginem una càrrega q situada en un punt A que té una tensió v respecte d'un punt B (figura 1.6). Això significa que hem hagut de lliurar una energia w a la càrrega q per portar-la des de B fins a A. Quan permetem que la càrrega q es desplaci, torna a B i retorna l'energia w . Per definició de tensió, l'energia que retorna és $w = q \cdot v$. Si en un temps dt circulen pel circuit dq càrregues, l'energia que retornen en aquest dt és $dw = dq \cdot v$. L'energia que lliura per unitat de temps el corrent en circular entre A i B s'anomena potència, p :

$$p = \frac{dw}{dt} = \frac{dq \cdot v}{dt} = i \cdot v \quad (1.8)$$

La unitat de potència és el watt (W), que ve donat per

$$1 \text{ watt} = 1 \text{ joule} / 1 \text{ segon} = 1 \text{ amper} \cdot 1 \text{ volt}$$

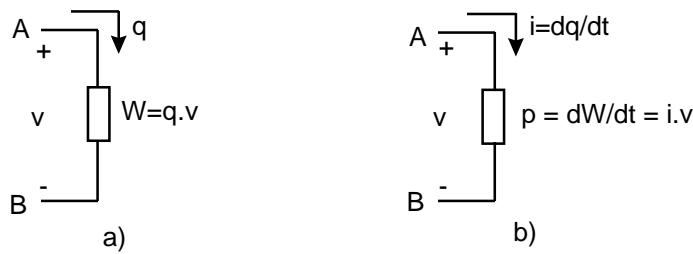


Figura 1.6 a) Energia que retorna una càrrega. b) Potència que retorna un corrent

Hi ha dispositius electrònics que donen energia a les càrregues i així les porten a un punt de més potencial. Aquests dispositius s'anomenen fonts o generadors. El generador no rep potència sinó que la liura. Per això és important definir la potència lliurada com el producte $i \cdot v$ on i circula des del punt de més tensió al de menys, tal com s'indica a la figura 1.6. En un generador, la intensitat circula des del punt de menys al de més tensió i , per tant, a l'efecte del càlcul de potència, se li assigna un signe negatiu, i dóna lloc a una potència rebuda negativa, que cal interpretar com la potència lliurada al circuit.

En l'analogia comentada anteriorment entre un circuit elèctric i un circuit hidràulic, la bomba hidràulica equival al generador o font, el qual eleva les molècules del líquid des del "nivell base" fins a una altura determinada i incrementa la seva energia potencial. Aquesta energia es retorna quan les pales de la turbina mouen el líquid (figura 1.7).

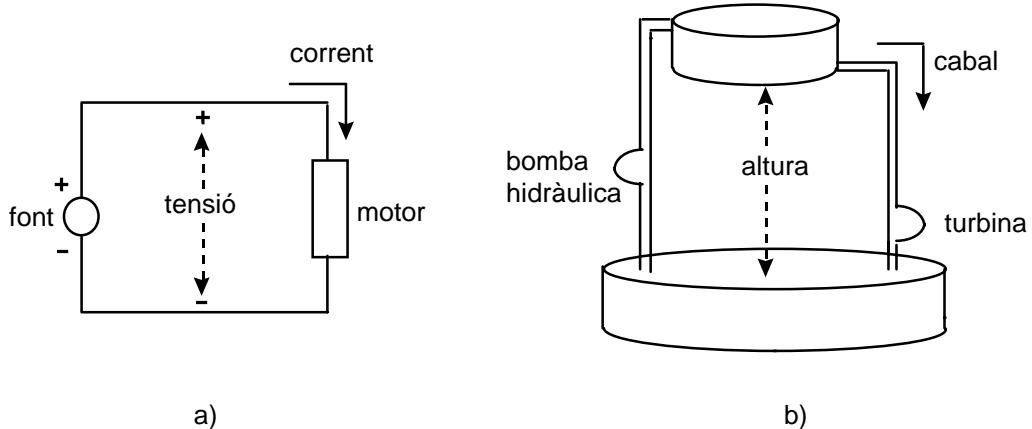


Figura 1.7 Analogia entre un circuit elèctric (a) i un circuit hidràulic (b)

1.2 Components, dispositius i circuits

L'electrònica és la disciplina que tracta la utilització dels components i dels circuits electrònics per realitzar funcions específiques. Un component electrònic és un ens físic que presenta determinades relacions entre les magnituds de tensió i corrent en els seus terminals. Un circuit consisteix en la interconnexió de components, generalment mitjançant conductors, per realitzar una funció electrònica específica. Un altre mot que trobem a

la bibliografia tècnica, de significat similar al de component, és el de dispositiu. El significat precís d'aquests mots és ambigu i depèn del context. En aquest text els utilitzem indistintament per referir-nos a ens físics que realitzen funcions elementals.

Els components, dispositius i circuits són ens físics amb un comportament que sol ser complex i difícil de representar amb exactitud mitjançant paràmetres concrets. Estudiar-los i analitzar-los amb tot el rigor, sense realitzar cap aproximació, seria una tasca de molta dificultat i, en molts casos, de poca utilitat. Per això, és essencial que aproximem els dispositius i circuits mitjançant models simples, de tractament matemàtic fàcil, que permetin obtenir uns resultats raonablement propers als reals. Aquestes aproximacions elementals les anomenem elements ideals, tenen un comportament que es descriu per una funció matemàtica i no tenen existència real. Els components i dispositius reals s'aproximen, doncs, per un o diversos elements ideals, i amb ells s'analitzen els circuits electrònics.

La interconnexió de components per constituir un circuit es realitza normalment mitjançant *conductors* (figura 1.8). El conductor real sol ser un fil metàl·lic de diàmetre i longitud determinats. L'element de circuit que utilitzem per modelar aquest conductor és un "conductor ideal" que manté la mateixa tensió a tots els seus punts, independentment del corrent que el travessa. Encara que en el conductor real la tensió varia lleugerament al llarg del seu recorregut quan hi circula corrent, l'aproximació del conductor ideal sol ser raonablement precisa per a la gran majoria dels casos.

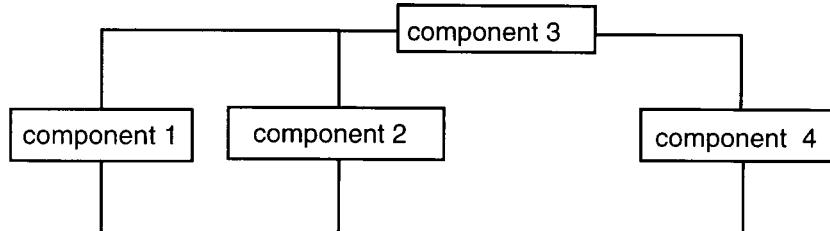


Figura 1.8 Interconnexió de dispositius per formar un circuit. Tots els punts d'un mateix conductor se suposen amb la mateixa tensió

Un altre element d'interconnexió és l'*interruptor* (figura 1.9), que es modela per un interruptor ideal. Té dos estats: obert i tancat (en anglès, *off* i *on* respectivament). Quan és obert, equival a l'absència d'un camí conductor entre els seus dos terminals i no hi circula corrent encara que s'apliqui una diferència de potencial (se suposa que el buit impedeix el pas de corrent). Quan l'interruptor és tancat equival a la presència d'un camí conductor entre els seus terminals i es diu que hi ha un curtcircuit entre ells.

Aquest comportament es pot descriure mitjançant un gràfic anomenat característica i-v. Una característica i-v és la representació, en uns eixos cartesianos, de la funció $i(v)$: el corrent que circula per cada tensió aplicada entre terminals del dispositiu. Quan l'interruptor és obert, el corrent és nul quina sigui la tensió aplicada, i la seva característica i-v és l'eix d'abscisses (figura 1.9a). Quan l'interruptor és tancat, la tensió entre terminals és nul·la (la tensió entre els extrems d'un conductor ideal és nul·la) sigui quin sigui el corrent per l'interruptor (figura 1.9b).

Altres components electrònics fonamentals són els *generadors o fonts de tensió i de corrent*. Aquestes fonts s'utilitzen en els circuits electrònics o per subministrar energia elèctrica al circuit, o per generar un senyal (vegeu l'apartat 1.3), o bé per modelar algun dispositiu que liuri un senyal o energia al circuit que s'analitza.

Les piles comercials, les fonts d'alimentació dels equips electrònics i els generadors de funcions són alguns exemples d'aquestes fonts.

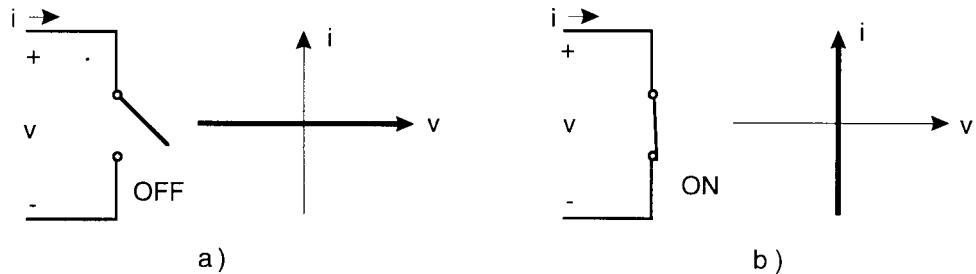


Figura 1.9 Interruptor ideal: a) obert. b) tancat

En l'anàlisi de circuits, els generadors de corrent elèctric s'aproximen per dos tipus de fonts ideals: les fonts independents de tensió i de corrent. Una *font independent de tensió ideal* és un element de circuit que *manté entre els seus terminals una tensió determinada independentment del corrent que la travessa*. El seu símbol i la seva característica i-v es representen a la figura 1.10. Observeu que quan el valor de la seva tensió és constant s'utilitza un símbol diferent.

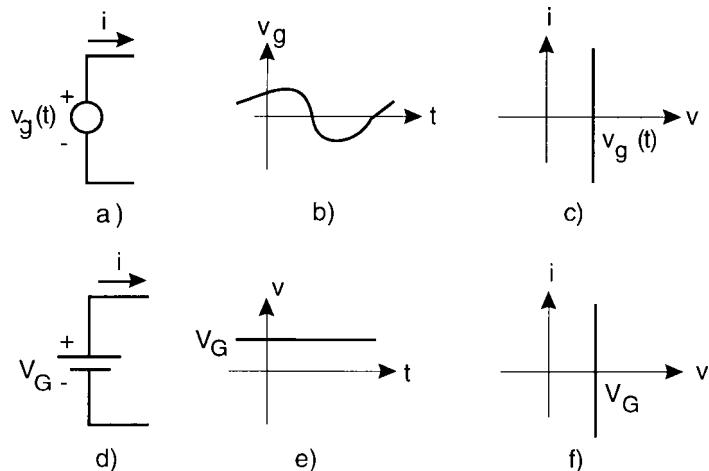


Figura 1.10 Font independent de tensió ideal. Cas general: a) símbol; b) tensió en funció del temps; c) característica corrent-tensió del generador en un instant t . Font de tensió constant: d) símbol; e) dependència de la tensió amb el temps; f) característica corrent-tensió

Una *font independent de corrent ideal* és un dispositiu electrònic que *manté una determinada intensitat de corrent a través dels seus terminals, independentment del valor de la tensió entre ells*. El seu símbol i la seva característica i-v es presenten a la figura 1.11.

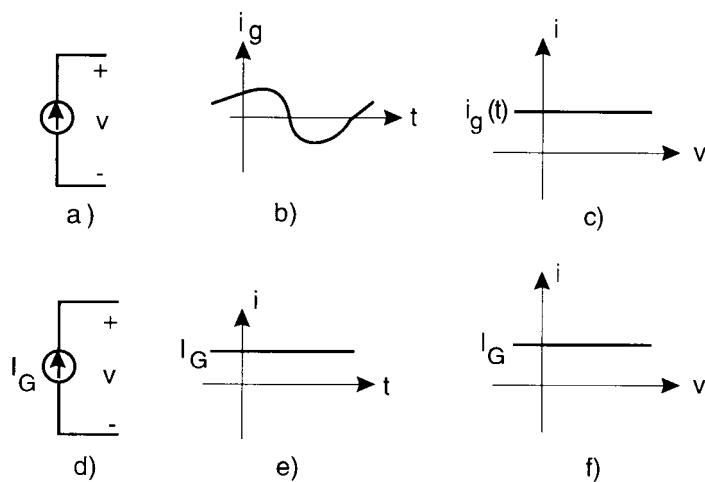


Figura 1.11 Font independent de corrent ideal. Cas general: a) símbol; b) variació del corrent amb el temps; c) característica corrent-tensió a l'instant t . Font de corrent constant: d) símbol; e) corrent en funció del temps; f) característica corrent-tensió

1.3 Senyals

Un senyal és una magnitud física amb un valor o variació que conté informació. Els circuits electrònics processen senyals, els quals s'expressen normalment mitjançant una tensió o un corrent que pot variar amb el temps. Sovint s'anomena generador de senyal a una font independent de tensió o de corrent. La representació gràfica d'un senyal se sol anomenar forma d'ona. Els senyals reals poden ser molt complexos, i per això se sol recórrer a uns pocs senyals simples, descrits mitjançant funcions senzilles, que permeten aproximar els senyals reals, ja sigui cadascun per separat o bé mitjançant una combinació d'ells. En aquest apartat es descriuen alguns senyals bàsics, com l'esglao, l'exponencial i el sinusoidal, i d'altres que s'obtenen a partir d'aquests, com el pols, la rampa, etc.

1.3.1 Senyal esglao

El senyal esglao és descrit per la funció

$$v(t) = A \cdot u(t - t_0) \quad (1.9)$$

on $u(t)$ és la funció esglao unitat i t_0 el desplaçament temporal. Per t menor que t_0 la funció val 0 i per a t més gran o igual a t_0 val 1. La representació gràfica de $v(t)$ es mostra a la figura 1.12a. S'anomena amplitud de l'esglao la constant A . Una forma pràctica de generar un esglao consisteix a activar un interruptor, com s'indica, per exemple, a la figura 1.12b. L'esglao sol utilitzar-se per fixar l'inici d'altres senyals.

Si combinem dues funcions esglao podem obtenir un senyal molt útil en electrònica: un *pols* (figura 1.13). El seu valor és 0 excepte per a $t_1 \leq t \leq t_2$; aleshores el seu valor és A . S'anomena durada del pols l'interval $(t_2 - t_1)$, i ampliarà el valor de A . Matemàticament, aquesta funció es pot expressar mitjançant

$$v(t) = A \cdot u(t - t_1) - A \cdot u(t - t_2) \quad (1.10)$$

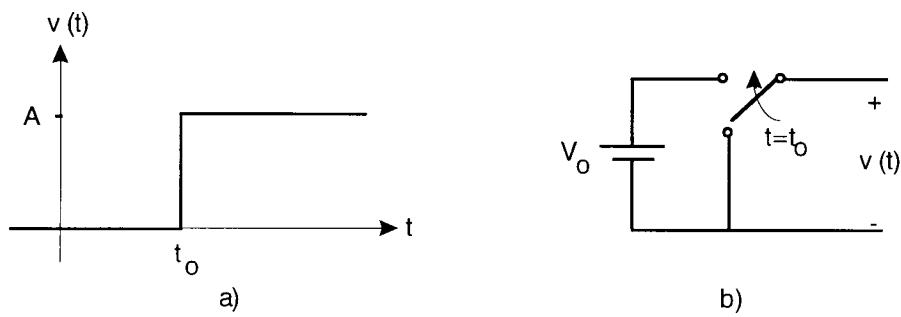


Figura 1.12 a) Funció esglaó. b) Generació d'un esglaó amb un interruptor

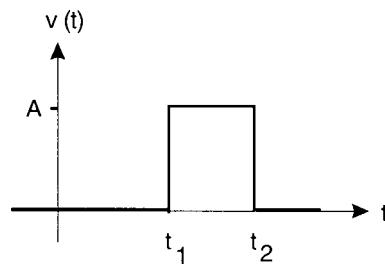


Figura 1.13 Funció pols

Quan un pols es repeteix en el temps, la forma d'ona que en resulta s'anomena tren de polsos.

Un altre senyal que es pot obtenir a través de la funció esglaó és la *rampa*. Aquesta forma d'ona (figura 1.14) és constituïda per dos segments: per a $t < t_o$, el seu valor és nul; a partir de t_o creix linealment amb el temps amb un pendent B . La seva equació matemàtica és

$$v(t) = B \cdot r(t - t_o) = u(t - t_o) \cdot B(t - t_o) \quad (1.11)$$

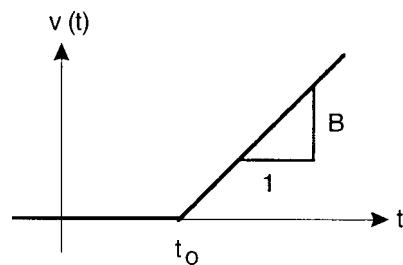


Figura 1.14 Funció rampa

Observeu que la rampa s'obté multiplicant una recta per un esglao. També es pot obtenir integrant la funció esglao

$$B \cdot r(t - t_o) = \int_{-\infty}^t B \cdot u(\tau - t_o) \cdot d\tau \quad (1.12)$$

Si combinem rampes i esglaons podem obtenir *senyals triangulars i en dent de serra*, com les representades a la figura 1.15.

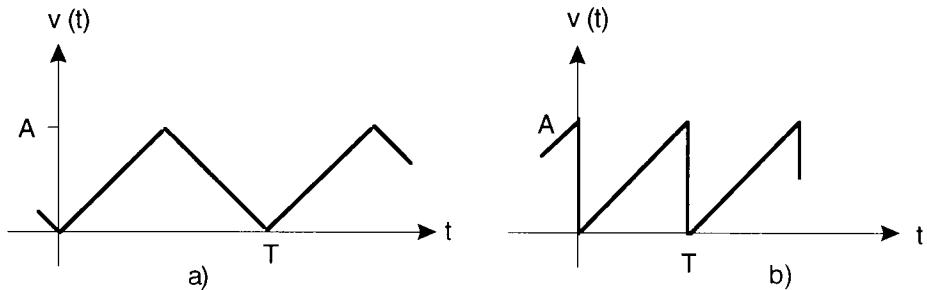


Figura 1.15 a) Senyal triangular. b) Senyal en dent de serra

1.3.2 Senyal exponencial

El senyal exponencial ve donat per l'equació

$$v(t) = A u(t) \cdot e^{-t/\tau} \quad (1.13)$$

El paràmetre A és el valor inicial de l'exponencial (quan $t = 0$). El paràmetre τ s'anomena constant de temps, té unitats de temps i determina la rapidesa amb què la funció tendeix a zero. La seva representació gràfica es mostra a la figura 1.16.

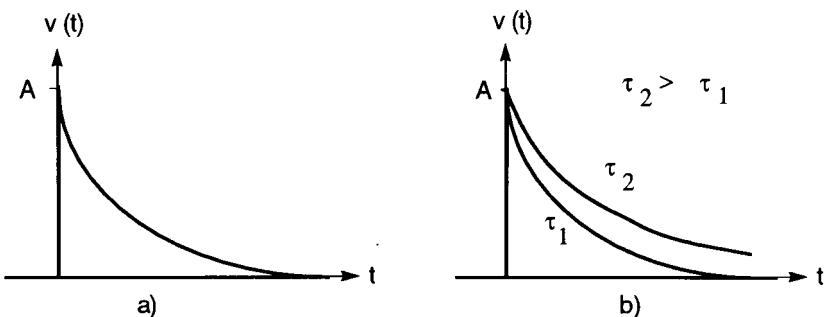


Figura 1.16 a) Senyal exponencial. b) Efecte del paràmetre τ sobre el senyal

El senyal exponencial té unes propietats que convé recordar. El valor de la funció després de transcórrer un temps igual a la constant de temps és el 37% del valor inicial. Després de tres constants de temps, el valor és el 5% de l'inicial, i després de 5 és menor que l'1% del valor inicial. Segons la precisió que exigeixi el tipus

d'aplicació se suposa que l'exponencial assoleix el valor 0 després de tres o cinc constants de temps. Una altra propietat és que la recta tangent a l'exponencial a $t = 0$ talla l'eix d'abscisses a $t = \tau$ (figura 1.17)

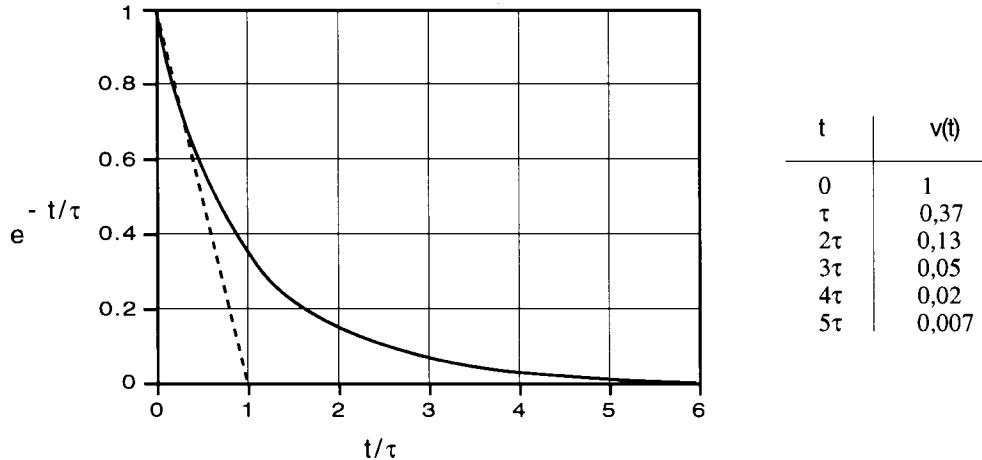


Figura 1.17 Decaïment del senyal exponencial amb el temps

1.3.3 Senyal sinusoidal

Una sinusoida és un senyal que respon a una de les equacions següents

$$v(t) = A \sin(\omega t + \varphi) \quad (1.14.a)$$

$$v(t) = A \cos(\omega t + \varphi) \quad (1.14.b)$$

on A és l'amplària o valor de pic de la sinusoida, ω la pulsació o freqüència angular i φ l'angle de fase. L'angle de fase es mesura en graus o en radians, i la pulsació en graus per segon o radians per segon. Recordeu que la funció cosinus no és més que la funció sinus desfasada 90 graus.

La sinusoida és una funció periòdica; això significa que un valor determinat es repeteix de forma cíclica cada T segons (figura 1.18)

$$v(t + nT) = v(t) \quad (1.15)$$

per a qualsevol valor enter de n . La constant T s'anomena període de la funció i, per tant, de la sinusoida, i es mesura en segons. La seva inversa s'anomena freqüència, es representa per f i és el nombre de períodes o cicles que es donen en un segon. El seu valor ve donat en cicles per segon o hertzs (Hz, en honor del científic Hertz). La variable ω , que apareix a 1.14, s'anomena pulsació de la sinusoida i es relaciona amb la freqüència a través de l'expressió 1.16. No és més que la freqüència expressada de forma angular, i la seva unitat és el radiant per segon (rad/s).

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad (1.16)$$

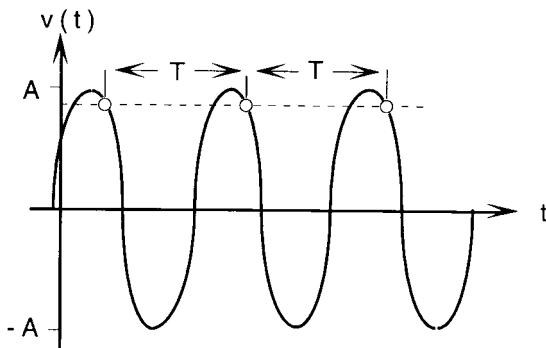


Figura 1.18 Representació gràfica d'una sinusoida

Se sol definir per als senyals un valor mitjà i un valor eficaç en un interval de temps. En els senyals periòdics, aquest interval de temps és un període del senyal. El *valor mitjà* és l'àrea tancada entre la funció i l'eix d'abscisses durant l'interval T , dividida per T . Matemàticament s'expressa per

$$V_m = \frac{1}{T} \int_0^T v(t) \cdot dt \quad (1.17)$$

Òbviament, el valor mitjà d'una sinusoida és zero, ja que l'àrea tancada pels semicicles positius és igual a l'àrea tancada pels semicicles negatius (figura 1.19a). Per la forma d'ona representada a la figura 1.19b, el seu valor mitjà és

$$V_m = \frac{1}{T/2} \int_0^{T/2} A \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \cdot dt = \frac{2A}{\pi} \quad (1.18)$$

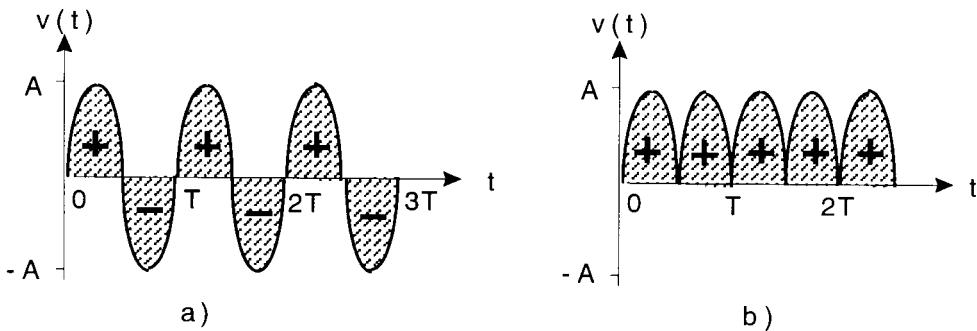


Figura 1.19. Valor mitjà: a) per a una sinusoida és nul. b) per a una sinusoida rectificada el seu valor és $2A/\pi$

El *valor eficaç* d'un senyal (anomenat en anglès r.m.s, inicials de *root mean square*) és un valor de tensió o corrent que és relacionat amb la potència que transporta el senyal i ve donat per

$$V_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v^2(t) \cdot dt} \quad (1.19)$$

Quan el senyal $v(t)$ és una sinusoida, en aplicar l'expressió (1.19) resulta que el seu valor eficaç és

$$V_{ef} = \frac{A}{\sqrt{2}} \quad (1.20)$$

Així, per exemple, la sinusoida de 220 V eficaços de la xarxa elèctrica domèstica correspon a una sinusoida de 311 V d'amplitud ($220\sqrt{2}$ V).

Exemple 1.3

Calculeu els valors mitjà i eficaç del senyal quadrat representat a la figura 1.20.

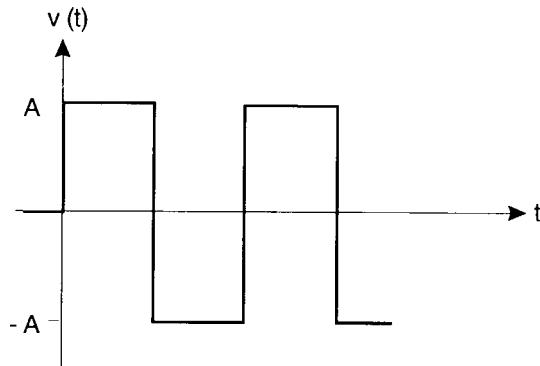


Figura 1.20 Senyal quadrat

El valor mitjà d'aquest senyal és zero, ja que l'àrea tancada pel primer semicicle és igual i de signe contrari a la tancada pel segon semicicle.

El valor eficaç és A , ja que si apliquem 1.19,

$$V_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \left(\int_0^{T/2} A^2 dt + \int_{T/2}^T A^2 dt \right)} = A$$

Exercici 1.3

Calculeu els valors mitjà i eficaç del senyal triangular de la figura 1.15a.

Solució:

$$V_m = \frac{A}{2}$$

$$V_{ef} = \frac{A}{\sqrt{3}}$$

on A és l'amplitud de pic del senyal triangular



En enginyeria s'acostuma a treballar en el "pla complex". La fórmula d'Euler permet expressar

$$e^{j(\omega t + \varphi)} = \cos(\omega t + \varphi) + j \sin(\omega t + \varphi) \quad (1.21)$$

i per tant

$$\begin{aligned} A \sin(\omega t + \varphi) &= \text{Im}(A e^{j(\omega t + \varphi)}) \\ A \cos(\omega t + \varphi) &= \text{Re}(A e^{j(\omega t + \varphi)}) \end{aligned} \quad (1.22)$$

on l'operador Im significa part imaginària i Re part real. A la vista d'aquesta propietat, se sol treballar amb magnituds complexes, per simplificar els càlculs de circuits amb senyals sinusoidals, i al final es pren la part real o la part imaginària del resultat.

1.4 Lleis de Kirchhoff

Quan s'interconnecten diversos components per formar un circuit, es compleixen un conjunt de relacions entre els corrents i les tensions del circuit anomenades lleis de Kirchhoff. En un circuit, s'anomena *nus* el punt d'interconnexió de dos o més components i *malla* a tot camí tancat que contingui dos o més nusos. Les lleis que ha de complir tot circuit són: *la llei de Kirchhoff de corrents*, també anomenada *llei de nusos*, i *la llei de Kirchhoff de tensions*, o *llei de malles*.

La llei de Kirchhoff de corrents estableix que *la suma dels corrents que entren en un nus ha de ser igual a la suma dels corrents que en surten*, és a dir, la suma algebraica dels corrents en un nus ha de ser nul·la. Si no es compleix aquesta llei, es podria donar una acumulació infinita de càrregues en algun nus del circuit, i un altre nus hauria d'actuar com una font infinita de càrregues elèctriques. L'aplicació d'aquesta llei, per exemple, al nus 2 de la figura 1.21 estableix

$$i_B = i_C + i_D$$

La llei de Kirchhoff de tensions estableix que *la suma algebraica de les diferències de tensió al llarg de qualsevol malla del circuit, recorreguda en un mateix sentit, ha de ser nul·la*. La justificació física d'aquesta llei es deu al fet que la diferència de potencial entre dos punts del circuit és independent del camí recorregut per anar d'un punt a l'altre.

Atès que a priori no es coneixen els signes de les diferències de tensió entre els terminals de cada component (ni els sentits dels corrents), s'assigna arbitràriament un signe a cadascun, tal com s'indica a la figura 1.21. En recórrer la malla en un determinat sentit, si es va d'una marca "-" a una marca "+" s'assigna un signe positiu a aquesta diferència de tensió i es diu que es tracta d'una "pujada" de tensió. Si, per contra, es va des de "+" a "-" es diu que hi ha una "caiguda" de tensió i se li assigna un signe negatiu. Així, per exemple, per a la malla *a* del circuit anterior,

$$(+v_A) + (-v_B) + (-v_C) = 0$$

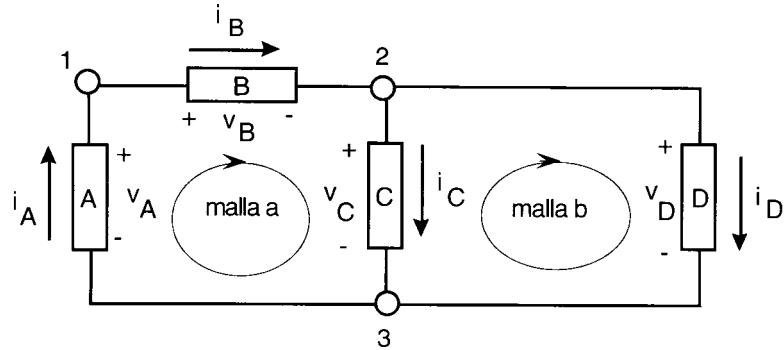


Figura 1.21 Circuit format per la interconnexió dels components A,B,C i D. El circuit conté els nusos 1,2 i 3, i les malles a i b

La tensió és una magnitud que es defineix entre dos punts, com l'altura en el camp gravitatori. Per això, és convenient marcar el potencial d'un punt com a potencial de referència i expressar les tensions de la resta de punts com a diferències respecte del potencial del punt de referència. El punt seleccionat s'anomena massa i s'identifica amb un dels símbols indicats a la figura 1.22a. Per simplificar el dibuix del circuit, "es connecten" a massa tots els punts que són a la tensió de referència i se suposa que tots estan units entre si a través del conductor de "massa", que no s'acostuma a dibuixar (figura 1.22b).

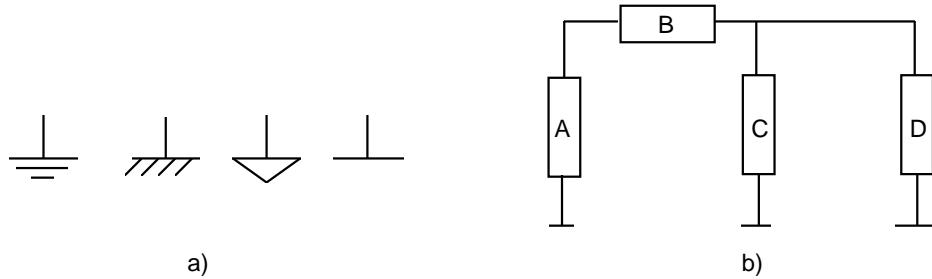


Figura 1.22 a) Símbols emprats per al terminal de massa. b) Esquema de circuit en què s'indiquen els punts connectats a massa (tots aquests punts són interconnectats)

1.5 Símbols i unitats

A la taula 1.1 s'indiquen les magnituds físiques més emprades en electrònica i s'hi inclouen els seus símbols i les seves unitats. Aquestes magnituds es refereixen al sistema internacional d'unitats basat en el metre (m) com a unitat de longitud, en el quilogram (kg) com a unitat de massa, i en el segon (s) com a unitat de temps.

Els valors numèrics que s'utilitzen en enginyeria electrònica solen ocupar diversos ordres de magnitud. Per això se solen utilitzar prefixos decimals que s'anteposen a la unitat i indiquen la potència de deu per la qual cal multiplicar la unitat. A la taula 1.2 s'indiquen els prefixos decimals més usuals. Observeu que corresponen a exponents múltiples de tres. Així, per exemple: $5 \cdot 10^{-3} \text{ A} = 5 \text{ mA}$, i es llegeix 5 mil·liampères; $10 \cdot 10^9 \text{ Hz} = 10 \text{ GHz}$, i es llegeix 10 gigahertzs.

Taula 1.1 Magnituds elèctriques. Símbols i unitats

Magnitud	Símbol	Unitat	Símbol de la unitat
Càrrega	q	coulomb	C
Camp elèctric	E	volt per metre	V/m
Tensió	v	volt	V
Corrent	i	ampere	A
Energia	w	joule	J
Potència	p	watt	W
Temps	t	segon	s
Freqüència	f	hertz	Hz
Pulsació o freqüència angular	ω	radian per segon	rad/s
Angle de fase	ϕ	radian o grau	rad o °
Resistència	R	ohm	Ω
Impedància	Z	ohm	Ω
Conductància	G	siemens	Ω^{-1} o S
Admitància	Y	siemens	Ω^{-1} o S
Capacitat	C	farad	F
Inductància	L	henri	H
Flux magnètic	ϕ	weber	Wb
Inducció magnètica	B	tesla	T

Taula 1.2 Prefixos decimals més usuals

Prefix	Multiplicador	Símbol del prefix
exa	10^{18}	E
peta	10^{15}	P
tera	10^{12}	T
giga	10^9	G
mega	10^6	M
quilo	10^3	k
mil·li	10^{-3}	m
micro	10^{-6}	μ
nano	10^{-9}	n
pico	10^{-12}	p
femto	10^{-15}	f
atto	10^{-18}	a

Qüestions

- C1.1** Raoneu que no existeix camp elèctric en un punt de l'espai on el potencial sigui nul.
- C1.2** Enuncieu la diferència qualitativa entre la llei de Coulomb i la llei de gravitació de Newton.
- C1.3** Dibuixeus les línies de força corresponents a dues càrregues, q_1 i q_2 , separades una distància d , per als dos casos possibles de càrregues amb igual o diferent signe.
- C1.4** Definiu els conceptes d'intensitat de corrent (i), tensió elèctrica (v) i potència elèctrica (P), a partir dels conceptes de càrrega elèctrica (q) i treball elèctric (w).
- C1.5** Quan es produeix un corrent elèctric per l'acció d'un camp elèctric donat sobre les càrregues elèctriques mòbils en el si d'un material, el sentit del corrent (i) és el mateix que el del camp (E) que la genera. Raoneu aquest efecte a partir del moviment de les càrregues i a partir de la potència dissipada en el material.
- C1.6** Per què a les potències elèctriques absorbides per les càrregues i per les fonts s'hi associen signes oposats? Quina es considera positiva?
- C1.7** Raoneu la validesa de comparar el corrent elèctric amb la conducció de fluids en un sistema de canonades. Quines variables són anàlogues a la tensió i al corrent elèctric en el sistema de canonades?
- C1.8** Definiu què significa dir que dos punts A i B d'un mateix circuit elèctric es troben curtcircuitats. Ídem per al cas que siguin en circuit obert.
- C1.9** Quin és el model més adequat per a la xarxa elèctrica domèstica, una font de tensió, o de corrent?
- C1.10** Doneu cinc exemples de senyals periòdics, no necessàriament elèctrics, i altres cinc no periòdics, que siguin comuns a la vida diària.
- C1.11** Té sentit dir que la tensió en un node és 3 volts? Raoneu la resposta.
- C1.12** Quines de les configuracions següents violen alguna de les lleis de Kirchhoff: *a)* Una font de corrent ideal en circuit obert. *b)* Una font de corrent ideal en curtcircuit. *c)* Una font de tensió ideal en circuit obert. *d)* Una font de tensió ideal en curtcircuit.

Problemes

- P1.1** Dues càrregues de $2C$ i $-3C$ es troben sobre un pla a les coordenades $(-3 \text{ mm}, 0)$ i $(3 \text{ mm}, 0)$, respectivament. Determineu el punt en el qual el camp s'anula. Determineu el potencial en aquest punt respecte de l'infinít.
- P1.2** El camp elèctric creat per una càrrega puntual a una certa distància és de 30 N/C , i el potencial d'aquest punt respecte de l'infinít és de 240 volts . Es demana: *a)* Calculeu el valor de la càrrega. *b)* Calculeu la distància a què es troba el punt indicat de la càrrega.

P1.3 Dues càrregues elèctriques positives de 10^{-8} C estan situades una a l'origen d'un sistema de coordenades cartesià pla i l'altra en un punt (20 cm, 0). Calculeu: a) El camp i el potencial respecte de l'infinít en el punt A (10 cm, 0). b) El camp i el potencial respecte de l'infinít en el punt B (10 cm, 10 cm). c) El treball necessari per portar una càrrega de 10^{-12} C des de B fins a A.

P1.4 Utilitzeu els prefixos decimals adequats, per simplificar els valors numèrics següents amb el resultat més compacte possible. a) $0,00035$ km. b) $487.000 \cdot 10^4$ nm/s. c) $391 \cdot 10^8$ nF. d) $0,05 \cdot 10^{-3}$ ms. e) $0,082 \cdot 10^{-15}$ N/C

P1.5 Indiqueu quina és la trajectòria correcta per a un electró que entra a una velocitat V_0 a l'espai comprès entre les plaques del condensador de la figura. Suposeu un valor de V_a positiu. Quina seria la trajectòria amb V_a negatiu?

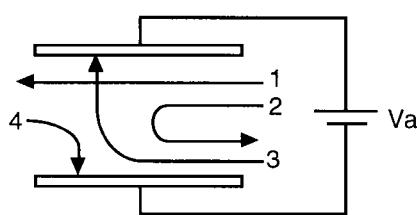


Figura P1.5

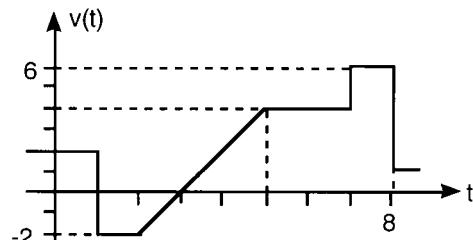


Figura P1.7

P1.6 Quina potència mecànica màxima pot subministrar un motor de corrent continu connectat a una pila de 9 volts, si el corrent màxim que admet és 0,5 A? Raoneu per què mai no es pot assolir aquest màxim.

P1.7 Expresseu matemàticament el senyal $v(t)$ de la figura P1.7 a partir de senyals constants, rampa i esglao.

P1.8 Calculeu els valors mitjà i eficaç del senyal anterior entre els temps 0 i 8

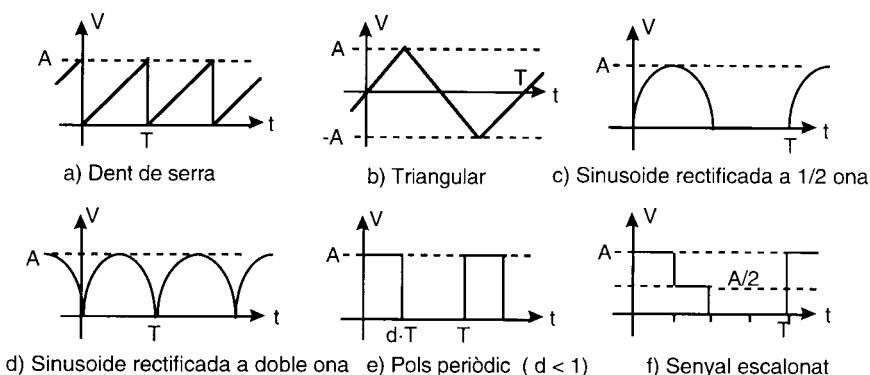


Figura P1.9

P1.9 Calculeu els valors mitjà i eficaç dels senyals de la figura P1.9.

- P1.10** Els gràfics que segueixen mostren les tensions i els corrents, ambdós sinusoidals, a l'element A de la figura, per a dos possibles casos: 1) Tensió en fase. 2) Tensió en quadratura. Calculeu, per cadascun dels casos: a) La potència instantània $p(t)$ dissipada en A. b) La potència mitjana dissipada en A. c) L'energia dissipada en A durant un període.

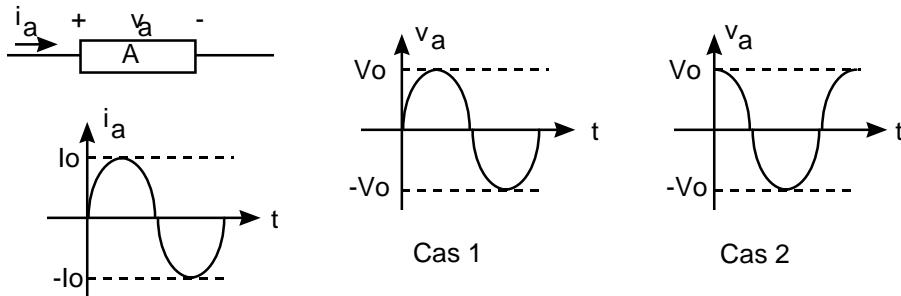


Figura P1.10

- P1.11** Dibuixeu els senyals següents. a) $x(t) = u(t - 10)$ b) $x(t) = u(t - 2) \cdot \sin(t)$
c) $x(t) = \cos(2\pi t + \pi/3)$ d) $x(t) = 10^{-5} e^{-40t}$
- P1.12** Indiqueu per a cada circuit de la figura P1.12 si és possible i, si no ho és, expliqueu per què.
- P1.13** Determineu el nombre de nodes i malles dels circuits de la figura P1.13.
- P1.14** Assigneu una diferència de potencial i un corrent a cadascun dels elements del circuit de la figura P1.14. Escriviu totes les equacions de nusos, i de malles.

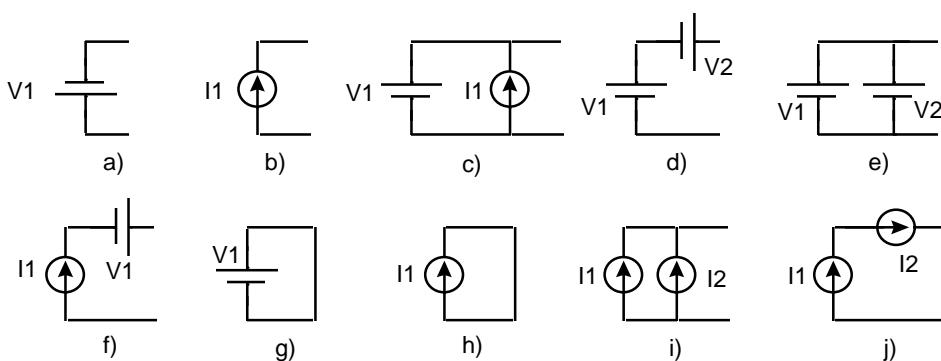


Figura P1.12

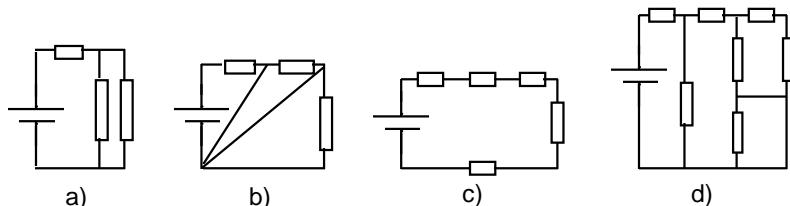


Figura P1.13

- P1.15** Calculeu la tensió V_{ab} en el circuit de la figura P1.15. Apliqueu la llei de Kirchhoff que correspongui.

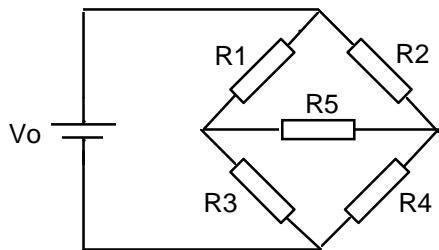


Figura P1.14

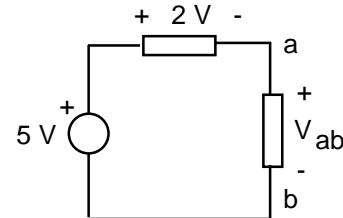


Figura P1.15

- P1.16** Per al circuit de la figura se sap que $V_a = 2 \text{ V}$. a) Calculeu la tensió entre el node 1 i el de referència. b) Si V_{12} val $1,5 \text{ V}$, determineu la tensió entre el node 2 i el de referència. c) Si $I_a=10\text{A}$, $I_b=20\text{A}$, $I_e=-5\text{A}$, trobeu I_c , I_d .

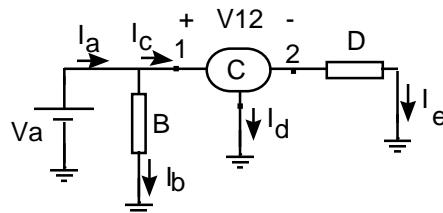


Figura P1.16

- P1.17** Dibuixeu els senyals v_x i i_x que es generen en els circuits següents en funció del temps t .

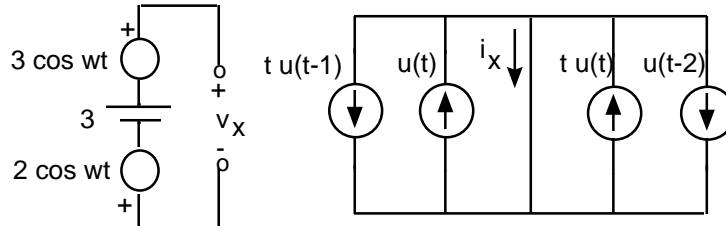


Figura P1.17

Capítol 2 Circuits resistius

2.1 Concepte de resistència

Tots els components electrònics presenten algun tipus de relació entre la tensió aplicada als seus terminals i el corrent que els travessa. Al capítol anterior, hem vist que la característica corrent-tensió d'una font independent de tensió contínua ideal és una recta vertical que representa el comportament de la font: mantenir una tensió constant entre terminals independentment del corrent que hi circula. S'anomenen *elements resistius* els elements que dissipen energia i compleixen que la relació entre la tensió que s'aplica als seus terminals i el corrent que els travessa es pugui representar en un gràfic als eixos cartesians corrent - tensió (figura 2.1). Aquest gràfic és limitat als quadrants primer i tercer ja que la potència que dissipen és positiva.

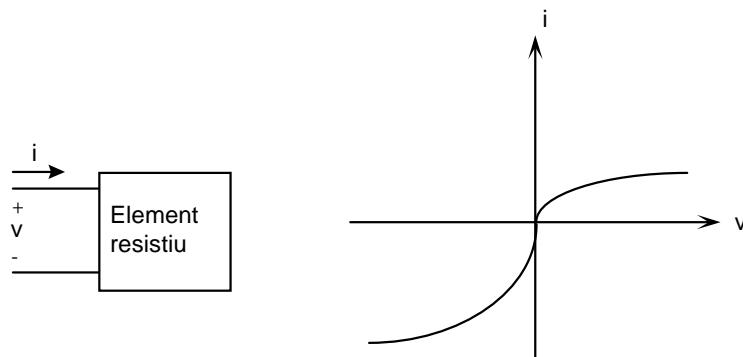


Figura 2.1 Exemple de característica i-v d'un element resistiu

Com veurem als propers capítols, molts components i dispositius electrònics (resistències, diòdes, transistors, etc.) es comporten com a elements resistius en àmbits d'operació determinats. Tot i això, no tots els elements de circuit són resistius. Per exemple, en els condensadors, la tensió entre terminals és proporcional a la integral del corrent, mentre que en els inductors, la tensió és proporcional a la derivada del corrent. L'objectiu d'aquest capítol és estudiar un d'aquests elements resistius anomenat *resistència* i els circuits en què intervé junta amb els elements que hem vist al capítol anterior.

La *resistència lineal ideal* és un element de circuit amb una característica i-v que és una recta que passa per l'origen (figura 2.2b). Analíticament, aquesta recta ve donada per l'equació

$$i = \frac{v}{R} \quad (2.1)$$

on R , anomenada resistència, és la inversa del pendent de la recta, i és constant i positiva. Aquesta equació és coneguda amb el nom de *llei d'Ohm*: la caiguda de tensió entre els terminals de la resistència és proporcional al corrent que la travessa. El seu símbol circuital, el signe de la tensió v , i el sentit del corrent i es representen a la figura 2.2a.

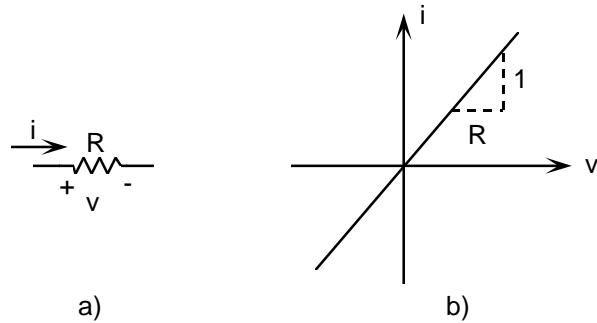


Figura 2.2 a) Símbol de la resistència, sentit del corrent i signe de la caiguda de tensió. b) Característica i - v de la resistència

Una interpretació física del concepte de resistència és implícit en el seu nom mateix: dificultat al pas d'un corrent. Si s'aplica una tensió entre els terminals, quan hi ha més resistència menor és el corrent, i viceversa. Observeu a la característica i - v de la resistència que és un dispositiu simètric ja que si s'inverteix el sentit de i també s'inverteix el de v . Vegeu també que quan la resistència és nul·la la característica i - v és una línia vertical que coincideix amb l'eix d'ordenades. Per això, un interruptor tancat, que al capítol anterior vam veure que es comporta com un *circuit curt*, es pot modelar per una resistència de valor zero. Així mateix, quan la resistència és infinita, la seva característica i - v coincideix amb l'eix d'abscisses. Per això un interruptor obert, que es comporta com un *circuit obert*, es pot modelar per una resistència de valor infinit.

La unitat de resistència és l'*ohm* (Ω). De l'expressió (2.1) resulta

$$1 \text{ ohm} = 1 \text{ volt} / 1 \text{ ampere}$$

La inversa de la resistència s'anomena *conductància*, i indica la facilitat al pas de corrent. S'identifica amb la lletra G i la seva unitat és l'invers de l'ohm (Ω^{-1}), que s'anomena *siemens* (S)

$$i = Gv \quad (2.2)$$

Quan un corrent travessa una resistència, aquesta absorbeix energia del circuit i la converteix en calor. Aquest fenomen s'anomena *efecte Joule* i la potència convertida en calor rep el nom de *potència dissipada* per la resistència

$$P_R = iv = i^2 R = \frac{v^2}{R} \quad (2.3)$$

on s'ha emprat la llei d'Ohm.

El significat físic del valor eficaç d'un senyal en l'interval de temps de 0 a T és fàcil d'entendre a partir de l'expressió 2.3. En efecte, si es considera un senyal $v(t)$, la potència mitjana que lliura a una resistència R en un temps T és

$$P_m = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{(v(t))^2}{R} dt = \frac{1}{R} \left[\frac{1}{T} \int_0^T (v(t))^2 dt \right]$$

Per definició, el valor eficaç seria el valor d'una tensió constant que lliurés a la resistència R la mateixa potència durant el temps T

$$P_m = \frac{1}{R} V_{ef}^2$$

Si identifiquem aquesta expressió amb l'anterior resulta l'expressió del valor eficaç 1.19 que hem vist al capítol anterior.

Exemple 2.1

Determineu la potència que dissipa una resistència de 100Ω quan s'aplica entre els seus terminals una tensió de 15 V. Quin és el valor del corrent que travessa la resistència?

Solució:

$$P_R = \frac{v^2}{R} = \frac{15^2}{100} = 2,25 W$$

$$i = \frac{v}{R} = \frac{15}{100} = 150 mA$$

Exercici 2.1

Quin és el corrent màxim que pot circular a través d'una resistència de 100Ω si aquest pot dissipar una potència màxima de 0,5 W? Quina serà la tensió màxima que es pot aplicar entre els seus terminals?

Solució:

$$i_{max} \cong 71 mA; \quad v_{max} \cong 7,1 V$$



La majoria de dispositius reals presenten efectes resistius. Així, per exemple, un conductor real presenta una variació de tensió entre els seus extrems quan és travessat per un corrent. Un interruptor real tancat també presenta una certa resistència entre els seus terminals. Tot i això, el seu valor és molt petit i se sol neglidir davant la resta de resistències del circuit.

La *resistència lineal real* és un dispositiu amb una característica i-v que es pot aproximar per una recta dins uns certs marges de corrent i tensió i, per tant, es pot aproximar per una resistència ideal entre aquests marges. A l'apèndix A es detallen les propietats, els tipus i les limitacions principals d'aquest dispositiu electrònic en la seva forma comercial. Al mercat hi ha dispositius electrònics resistius no lineals. Hi destaquen els *termistors NTC i PTC*, amb un valor resistiu que depèn de la temperatura, i els *varistors*, amb un valor resistiu que depèn de la tensió aplicada entre terminals. A l'apèndix A també es detallen les seves propietats més significatives.

El *principi físic de la llei d'Ohm* és el següent. Considereu, per simplificar, que el conductor només conté càrregues positives, amb una concentració de p càrregues per unitat de volum, de valor q cada càrrega. Un camp elèctric E , que suposem constant a l'interior del conductor, exerceix una força sobre les càrregues que, en ser móbils, les desplaça i origina un corrent i (vegeu la figura 1.5a).

El moviment “microscòpic” de les càrregues a l’interior del conductor és constituït per trams de moviment uniformement accelerat de cada càrrega. El moviment comença amb una velocitat inicial nul·la. La càrrega s’accelera amb acceleració constant $a=q\cdot E/m$ (m és la massa de càrrega), i, després d’un temps t_c col·lideix amb àtoms del conductor i els transfereix l’energia cinètica que ha guanyat. A conseqüència del xoc la càrrega queda en repòs, i immediatament s’inicia un altre tram de moviment uniformement accelerat.

En analitzar el moviment que hem descrit en el paràgraf anterior des d’un punt de vista “macroscòpic”, es considera que la partícula es mou amb una velocitat uniforme v_p amb un valor que és igual a la velocitat mitjana del moviment “microscòpic”:

$$v_p = \frac{x_c}{t_c} = \frac{1/2 \cdot a \cdot t_c^2}{t_c} = \left(\frac{q \cdot t_c}{2m} \right) E = \mu_p \cdot E$$

on x_c i t_c són la longitud i el temps mitjà entre col·lisions. Observeu que la velocitat macroscòpica és proporcional al camp elèctric. La constant de proporcionalitat, μ_p , és anomenada mobilitat. El corrent que produeixen les càrregues amb una velocitat uniforme v_p (vegeu la figura 1.5a), és:

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{q \cdot p \cdot [A \cdot v_p \cdot \Delta t]}{\Delta t} = qAp v_p = qAp \mu_p E$$

atès que les càrregues que travessen la secció A són les contingudes en el cilindre de secció A i longitud $v_p \cdot \Delta t$. Si el conductor té una longitud L i entre els seus terminals s’aplica una diferència de potencial V , el camp elèctric a l’interior del conductor és $E = V/L$, de manera que l’expressió del corrent és:

$$i = qAp \mu_p \frac{V}{L} \Rightarrow V = \frac{1}{q \mu_p p} \frac{L}{A} i = \rho \frac{L}{A} i = R \cdot i$$

que és l’expressió de la llei d’Ohm. En l’expressió anterior, ρ s’anomena resistivitat del conductor, que depèn de la concentració de les seves càrregues mòbils i de la seva mobilitat. Observeu, per tant, que la resistència és proporcional a la resistivitat del material, a la longitud del conductor i a l’invers de la seva secció.

D’altra banda, l’energia que cedeix una partícula en col·lidir amb els àtoms del conductor és:

$$w_u = \frac{1}{2} mv_c^2 = \frac{1}{2} m(at_c)^2 = q \mu_p t_c E^2$$

i com que al conductor hi ha $A \cdot L \cdot p$ partícules i cadascuna d’elles experimenta $1/t_c$ col·lisions per segon, l’energia transferida al conductor per unitat de temps deguda a les col·lisions de les partícules que constitueixen el corrent és:

$$P_R = \frac{ALp}{t_c} w_u = qAp \mu_p \frac{V^2}{L} = \frac{V^2}{R} = i^2 R$$

que és la llei de Joule. Observeu que la llei d’Ohm es basa en el fet que la velocitat de les càrregues és proporcional al camp elèctric. Quan el camp elèctric assoleix valors molt elevats deixa de complir-se aquesta proporcionalitat i, en conseqüència, la llei d’Ohm deixa de ser vàlida.

2.2 Anàlisi de circuits resistius pel mètode de nusos

Analitzar un circuit consisteix a calcular les tensions a tots els seus nusos i els corrents que circulen pels seus elements. Hi ha diversos mètodes per analitzar un circuit. El *mètode de nusos* és un procediment sistemàtic per analitzar circuits que consisteix a aplicar als seus nusos la llei de Kirchhoff de corrents.

Suposem, de moment, que el circuit només tingui resistències i generadors independents de corrent. Per resoldre-ho pel mètode d'anàlisi per nusos cal seguir el procediment següent:

1. S'assigna a un nus el potencial de referència (zero). A cada un dels altres nusos se li assigna una tensió respecte del nus de referència. Aquestes tensions són les incògnites que cal determinar.
2. S'expressa per a cada nus, excepte per al de referència, la llei de Kirchhoff de corrents. Si en el circuit hi ha n nusos, en resultaran $n-1$ equacions. Per fer-ho, cal assignar arbitràriament un corrent a cada camí conductor entre nusos (magnitud i sentit).
3. S'escriu cadascun dels corrents desconeguts a les equacions anteriors en funció de les tensions dels nusos, a partir de la llei d'Ohm. Per fer-ho, cal guardar coherència amb el pas anterior: el signe de la caiguda de tensió en una resistència sempre ha d'anar en el sentit atribuït al corrent (llei d'Ohm)
4. Es resol el sistema d'equacions resultant per tal de trobar les tensions dels nusos.
5. A partir de les tensions dels nusos, es troben les variables del circuit.

Exemple 2.2

Apliqueu el mètode d'anàlisi per nusos per trobar el corrent que circula per la resistència R_3 del circuit de la figura 2.3a.

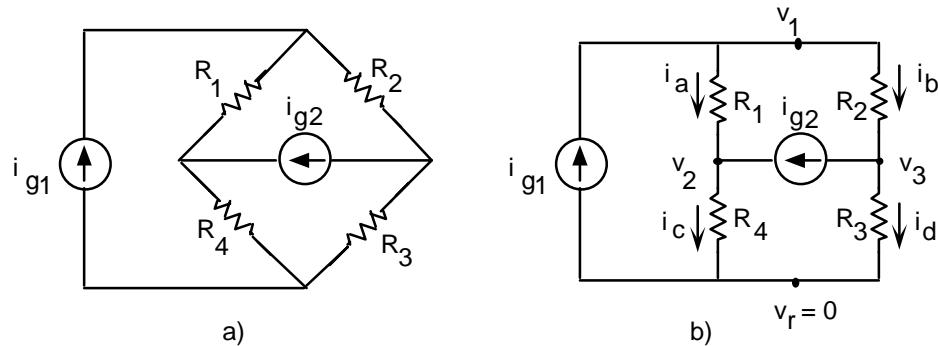


Figura 2.3 a) Circuit de l'exemple 2.2. b) Tensions i corrents en el circuit

Observeu que el circuit de la figura 2.3b és elèctricament igual al de la 2.3a. Com que la tensió d'un conductor és la mateixa en tots els seus punts, tots els conductors units a un nus són a la tensió del nus.

1. El circuit conté quatre nusos. La tensió de referència s'ha assignat al nus 0. Les tensions als nusos 1, 2 i 3 s'han designat com v_1 , v_2 i v_3 , tal com s'indica a la figura 2.3b.
2. La llei de Kirchhoff de corrents porta a les equacions següents:

$$\text{Nus 1} \rightarrow i_{g1} = i_a + i_b$$

$$\text{Nus 2} \rightarrow i_{g2} + i_a = i_c$$

$$\text{Nus 3} \rightarrow i_b = i_{g2} + i_d$$

3. Els corrents desconeguts de les equacions anteriors (és a dir, tots excepte els dels generadors) s'expressen, amb la llei d'Ohm, de la manera següent:

$$i_a = \frac{v_1 - v_2}{R_1}$$

$$i_b = \frac{v_1 - v_3}{R_2}$$

$$i_c = \frac{v_2 - 0}{R_4}$$

$$i_d = \frac{v_3 - 0}{R_3}$$

4. Si substituïm les expressions del punt 3 a les equacions del punt 2 resulta un sistema de tres equacions amb les tres incògnites v_1 , v_2 i v_3 . Per exemple, si els valors numèrics de les quatre resistències fossin tots d'1 Ω , el sistema d'equacions resultant seria

$$2v_1 - v_2 - v_3 = i_{g1}$$

$$-v_1 + 2v_2 = i_{g2}$$

$$v_1 - 2v_3 = i_{g2}$$

Tingueu en compte que els coeficients de les tensions en aquestes equacions tenen dimensions d' Ω^{-1} . Una vegada resolt el sistema, s'obté

$$v_1 = i_{g1}$$

$$v_2 = \frac{1}{2}(i_{g1} + i_{g2})$$

$$v_3 = \frac{1}{2}(i_{g1} - i_{g2})$$

5. El corrent que circula per R_3 es pot calcular a partir de v_3 :

$$i_{R_3} = i_d = \frac{v_3}{R_3} = v_3 = \frac{1}{2}(i_{g1} - i_{g2})$$

Exercici 2.2

Trobeu la tensió v_o del circuit de la figura 2.4.

Solució:

$$v_o \cong 1,82 i_1$$

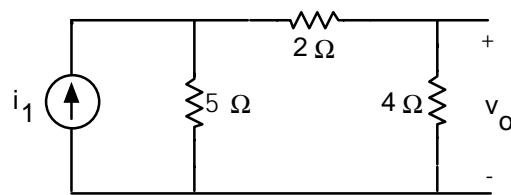


Figura 2.4 Circuit de l'exercici 2.2

———— ◆ ———

L'anàlisi de nusos, tal com s'ha formulat anteriorment, és d'aplicació directa quan el circuit només conté generadors de corrent. Quan el circuit conté generadors de tensió cal modificar la metodologia anterior atès que el corrent que proporciona un generador de tensió no és predefinit: depèn del circuit. Per aquesta raó, cada generador de tensió introduceix en el sistema d'equacions de nusos una incògnita extra: el corrent que proporciona aquest generador. Tot i això, cada generador de tensió elimina una tensió incògnita, ja que fixa la diferència de tensió entre els nusos als que és connectat. Per tant, cal modificar els passos 1 i 3 del procediment anterior. A l'exemple següent s'il·lustren aquests canvis.

Exemple 2.3

Apliqueu l'anàlisi de nusos per trobar el corrent que circula per R_3 al circuit de la figura 2.5.

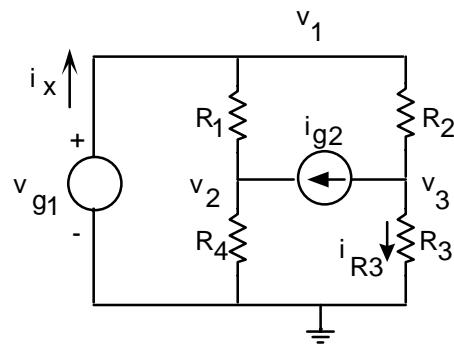


Figura 2.5 Circuit de l'exemple 2.3

1. En aquest circuit, la tensió v_1 té un valor v_{g1} . Desapareix la incògnita v_1 .
2. En el nus 1 el corrent i_{g1} de l'exemple 2.2 ha de ser substituït pel corrent i_x que lliura la font de tensió.
3. El corrent i_x no es pot expressar directament a partir de les tensions dels nusos. És una nova incògnita.

4. A partir de les consideracions apuntades a 1 i 2, el nou sistema que cal resoldre és

$$\begin{aligned} i_x &= \frac{v_{g1} - v_2}{R_1} + \frac{v_{g1} - v_3}{R_2} \\ i_{g2} + \frac{v_{g1} - v_2}{R_1} &= \frac{v_2 - 0}{R_4} \\ \frac{v_{g1} - v_3}{R_2} &= i_{g2} + \frac{v_3 - 0}{R_3} \end{aligned}$$

que, en el cas en què totes les resistències siguin d'1Ω, porta a

$$\begin{aligned} i_x + v_2 + v_3 &= 2v_{g1} \\ 2v_2 &= i_{g2} + v_{g1} \\ -2v_3 &= i_{g2} - v_{g1} \end{aligned}$$

amb la solució

$$\begin{aligned} i_x &= v_{g1} \\ v_2 &= \frac{v_{g1} + i_{g2}}{2} \\ v_3 &= \frac{v_{g1} - i_{g2}}{2} \end{aligned}$$

Per tant,

$$i_{R3} = \frac{v_3}{R_3} = \frac{1}{2}(v_{g1} - v_{g2})$$

Exercici 2.3

Substituïu la font i_1 per una font de tensió de valor v_a per resoldre el circuit de l'exercici 2.2.

Solució:

$$v_o = \frac{2v_a}{3}$$

2.3 Anàlisi de circuits resistius pel mètode de malles

Un altre mètode sistemàtic per analitzar circuits és el mètode de malles, que es basa en l'aplicació de la llei de tensions de Kirchhoff a cadascuna de les malles d'un circuit. A l'efecte de simplificar, s'escullen les malles que no continguin cap component al seu interior. A cada malla se li assigna un "corrent de malla" que, per conveni, es pren segons el sentit de les agulles del rellotge. Per cada component de circuit circula un corrent que és la suma algebraica dels corrents de malla que afecten el component en qüestió. Suposeu, de moment, que el circuit només té generadors de tensió. El procediment que se segueix per analitzar-lo pel mètode de malles és el següent:

1. S'assigna a cada malla del circuit sense components interns un "corrent de malla". Aquestes són les incògnites que cal calcular.

2. S'expressa per a cada malla la llei de Kirchhoff de tensions, recorrent-la segons el sentit indicat pel corrent de malla. Hi haurà tantes equacions com malles.
3. S'escriu la tensió entre els terminals de cada component en funció dels corrents de malla que hi circulen. Per fer-ho, cal calcular el corrent net que circula pel component i assignar signe positiu als corrents de malla que circulen pel component en el sentit indicat pel signe de la caiguda de tensió, i negatiu en cas contrari.
4. Es resol el sistema d'equacions resultant per trobar els corrents de malla.
5. A partir dels corrents de malla, es troben les variables del circuit.

Exemple 2.4

Del circuit de la figura 2.6a, trobeu la tensió en el punt A respecte a la massa.

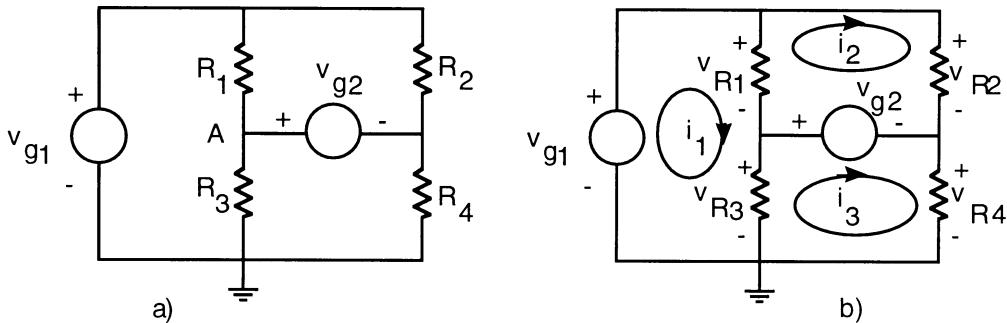


Figura 2.6 a) Circuit de l'exemple 2.4 b) Tensions i corrents per a l'anàlisi

1. Com s'indica a la figura 2.6b, el circuit té tres malles sense components interns i amb corrents assignats i_1, i_2, i_3 .

2. Les equacions de malla són

$$\text{malla 1} \rightarrow v_{g1} = v_{R1} + v_{R3}$$

$$\text{malla 2} \rightarrow v_{g2} + v_{R1} = v_{R2}$$

$$\text{malla 3} \rightarrow v_{R3} = v_{g2} + v_{R4}$$

3. Les diferències de tensió en els components del circuit són, segons la llei d'Ohm,

$$v_{R1} = R_1(i_1 - i_2)$$

$$v_{R2} = R_2 i_2$$

$$v_{R3} = R_3(i_1 - i_3)$$

$$v_{R4} = R_4 i_3$$

4. Si substituïm les expressions del punt 3 a les equacions del punt 2 obtenim un sistema de tres equacions amb les incògnites i_1, i_2, i_3 . Si els valors de totes les resistències fossin d' 1Ω , les equacions resultants serien

$$i_1 = v_{g1}$$

$$i_2 = \frac{1}{2}(v_{g1} + v_{g2})$$

$$i_3 = \frac{1}{2}(v_{g1} - v_{g2})$$

5. La tensió al punt A es calcula a partir dels corrents de malla:

$$v_A = v_{R3} = R_3(i_1 - i_3) = \frac{R_3}{2}(v_{g1} + v_{g2})$$

Exercici 2.4

Apliqueu el mètode d'anàlisi per corrents de malla, per trobar la tensió al punt P respecte de la massa del circuit de la figura 2.7.

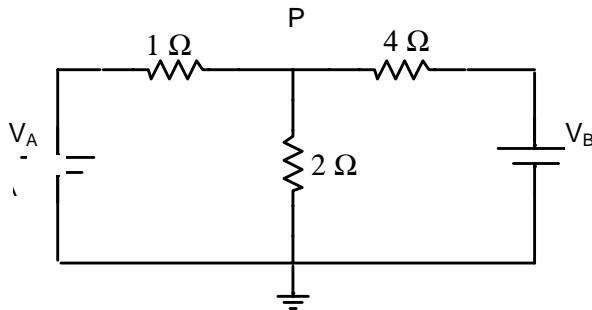


Figura 2.7 Circuit de l'exercici 2.4

Solució:

$$V_P = \frac{4V_A + V_B}{7}$$



Quan el circuit conté generadors de corrent, cal modificar el procediment que acabem d'exposar atès que la tensió entre els terminals d'un generador de corrent no és una quantitat predefinida: s'ajusta al que demana el circuit a fi que es compleixin les lleis de Kirchhoff. De manera similar al que passaria en l'anàlisi per nusos quan en el circuit hi havia un generador de tensió, en l'anàlisi per malles un generador de corrent permet eliminar com incògnita a un corrent de malla i obliga a considerar com a nova incògnita la tensió entre els seus terminals.

Exemple 2.5

Apliqueu el mètode d'anàlisi per malles, per resoldre el circuit de l'exemple 2.3.

Si anomenem v_x la diferència de tensió entre els terminals de la font de corrent i_{g2} (tensió en el terminal de l'esquerra menys tensió en el terminal de la dreta), i s'utilitzen corrents de malla similars als definits a la figura 2.6b.

1. Atès que $i_2 \cdot i_3 = i_{g2}$, es pot eliminar un d'aquests dos corrents. Per exemple:
 $i_2 = i_{g2} + i_3$

2. Cal modificar les equacions de les malles 2 i 3 amb la inclusió de la tensió entre terminals de la font de corrent i_{g2} . La tensió v_x és una nova incògnita. Les equacions que cal resoldre són

$$\begin{aligned} \text{malla 1} &\rightarrow v_{g1} = R_1(i_1 - i_2) + R_4(i_1 - i_3) \\ \text{malla 2} &\rightarrow v_x + R_1(i_1 - i_2) = R_2 i_2 \\ \text{malla 3} &\rightarrow R_4(i_1 - i_3) = v_x + R_3 i_3 \end{aligned}$$

3. Si tenim en compte la nova equació de l'apartat 1 i suposem per a totes les resistències el valor d'1 Ω , el sistema que cal resoldre és

$$\begin{aligned} 2i_1 - 2i_3 &= v_{g1} + i_{g2} \\ v_x + i_1 - 2i_3 &= 2i_{g2} \\ -v_x + i_1 - 2i_3 &= 0 \end{aligned}$$

amb una solució

$$\begin{aligned} v_x &= i_{g2} \\ i_1 &= v_{g1} \\ i_3 &= \frac{1}{2}(v_{g1} - i_{g2}) \end{aligned}$$

Exercici 2.5

Trobeu la tensió del punt P del circuit de la figura 2.8.

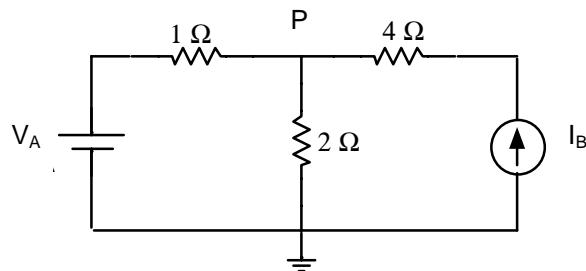


Figura 2.8 Circuit de l'exercici 2.5

Solució:

$$V_P = \frac{2(V_A + I_B)}{3}$$

2.4 Concepte de circuit equivalent

Considereu que el circuit de la figura 2.9a és tancat dins una "caixa negra", que permet que apareguin a l'exterior només els dos terminals A i B. Qualsevol altra "caixa negra" que contingui un circuit de dos terminals i que, mitjançant mesures de corrent i tensió en aquests terminals sigui indistingible de l'anterior, es diu que és equivalent a la primera.

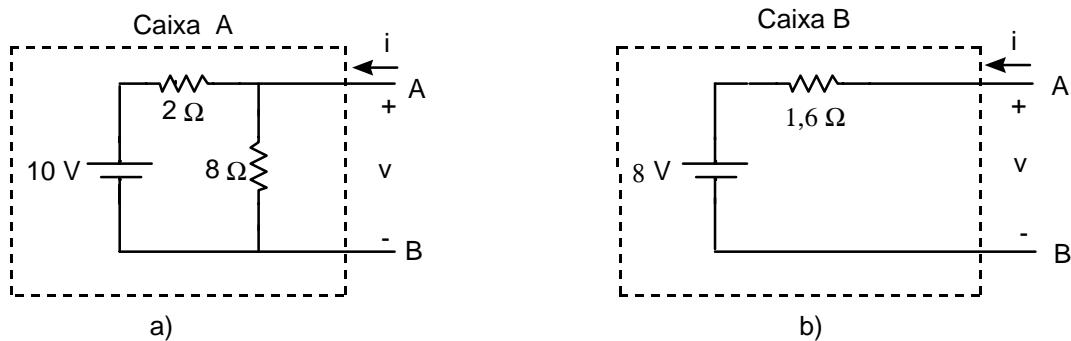


Figura 2.9 Circuits equivalents tancats en "caixes negres"

Imagineu que la segona caixa conté el circuit de la figura 2.9b. Per intentar distingir les dues caixes negres es podria connectar entre els dos terminals de sortida una font de tensió de valor variable i mesurar per a cada tensió el corrent que circula pels terminals (figura 2.10).

El corrent i , d'entrada a la caixa A, és la suma dels corrents que circulen per les resistències de 2Ω i 8Ω

$$i = \frac{v-10}{2} + \frac{v}{8} = \frac{v}{1,6} - 5$$

mentre que, per a la caixa B, el corrent d'entrada és

$$i = \frac{v-8}{1,6} = \frac{v}{1,6} - 5$$

així resulta un corrent idèntic per a ambdues caixes, sigui quin sigui el valor de v . Passa el mateix si es connecta entre els terminals de sortida una font de corrent de valor variable i es mesura la tensió entre terminals. Les dues caixes resulten elèctricament indistingibles i, en conseqüència, es diu que són equivalents.

El concepte de circuit equivalent s'utilitza extensament en electrònica per descriure el funcionament de dispositius. En aquests casos, es diu que el dispositiu es comporta com el seu circuit equivalent i, per tant, són intercanviables. També s'utilitza per simplificar circuits.

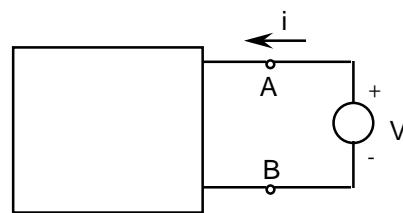


Figura 2.10 Mesurament de la característica i - v d'una "caixa negra"

2.5 Resistències en sèrie. El divisor de tensió

Es diu que dues resistències són en *sèrie* quan comparteixen un nus comú que no té connectat cap altre element. En conseqüència, el corrent que les travessa és el mateix. A la figura 2.11a es representen les resistències R_1 i R_2 connectades en sèrie. Si apliquem la llei de tensions de Kirchhoff resulta

$$V_G = IR_1 + IR_2 = I(R_1 + R_2) \quad (2.4)$$

A la figura 2.11b es presenta un circuit equivalent de les dues resistències connectades en sèrie, una única resistència de valor R_s . En efecte, la llei de tensions de Kirchhoff aplicada a aquest segon circuit estableix que

$$V_G = IR_s \quad (2.5)$$

i si l'identifiquem amb 2.4 resulta

$$R_s = R_1 + R_2 \quad (2.6)$$

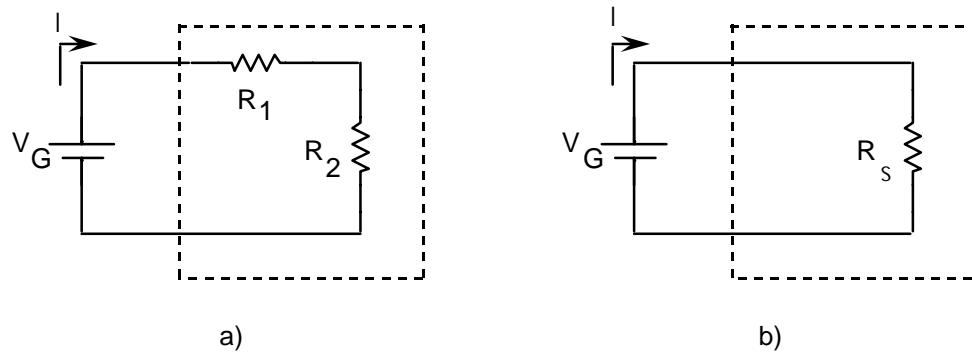


Figura 2.11 a) Connexió de R_1 i de R_2 en sèrie. b) Resistència equivalent

Quan en lloc de dues resistències hi ha n resistències en sèrie, el seu circuit equivalent és una resistència que té per valor la suma de totes elles.

Considereu el circuit de la figura 2.12a. La tensió que apareix en els terminals de sortida A i B és una fracció de la tensió v_g . Per aquesta raó aquest circuit s'anomena *divisor de tensió*. Quan el corrent de sortida pel terminal A és nul ($i_0 = 0$), la tensió entre A i B es pot calcular de la forma següent:

$$v_o = iR_2 = \frac{v_g}{R_1 + R_2} R_2 = v_g \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (2.7)$$

Observeu que el factor que multiplica v_g a la darrera expressió és inferior a la unitat.

Existeix un component comercial anomenat *resistència variable*. El seu símbol s'inclou a la figura 2.12b. Consisteix en una resistència que té un tercer terminal que hi fa contacte en un punt intermedi. Aquest punt de contacte es pot desplaçar, a voluntat de l'usuari, des d'un extrem a l'altre. Si anomenem R_p la resistència total entre els terminals a i c , la resistència entre els terminals b i c és xR_p , i la resistència entre els terminals a i b és $(1-x)R_p$. En aquestes expressions, x pot variar entre 0 i 1. El comportament del circuit de la figura 2.12b és idèntic al de la 2.12a només prenen com a R_1 i R_2 les resistències $(1-x)R_p$ i xR_p . Així, a partir de 2.7,

$$v_o = v_g \frac{xR_p}{(1-x)R_p + xR_p} = xv_g \quad (2.8)$$

Observeu que, segons la posició x del cursor, v_o varia entre 0 i v_g .

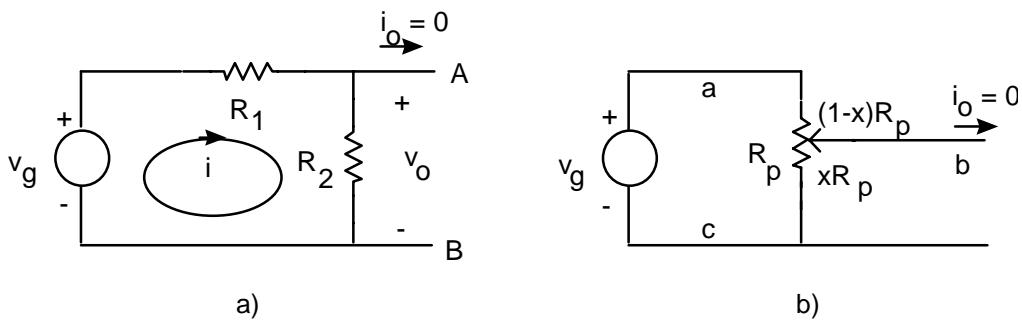


Figura 2.12 a) Divisor de tensió. b) Resistència variable com a divisor de tensió

Exemple 2.6

Quin valor ha de tenir la resistència R_2 del circuit de la figura 2.12a perquè v_{AB} sigui la meitat de v_g ?

D'acord amb l'expressió 2.7, cal que $R_2 = R_1$.

Exercici 2.6

En el circuit de la figura 2.12b, el valor total de la resistència variable és de 10 kΩ. Si la resistència entre b i c és de 2 kΩ, quin és el valor de la tensió entre b i c , si v_g és 5 V? I entre a i b ?

Solució: $V_{bc} = 1 V$; $V_{ab} = 4 V$

2.6 Resistències en paral·lel. El divisor de corrent

Es diu que dues resistències estan connectades *en paral·lel* quan les dues estan connectades entre els mateixos nusos. En conseqüència, la tensió entre els seus terminals és la mateixa. A la figura 2.13a es representen dues resistències connectades en paral·lel. Si apliquem l'anàlisi de nusos al circuit de la figura 2.13a

$$i_g = \frac{v}{R_1} + \frac{v}{R_2} = v \left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right] \quad (2.9)$$

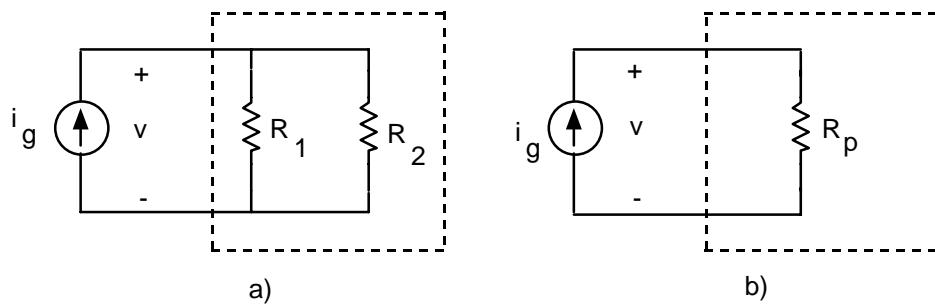


Figura 2.13 a) Connexió en paral·lel de R₁ i R₂. b) Resistència equivalent

A la figura 2.13b es representa el circuit equivalent de dues resistències connectades en paral·lel, una resistència de valor R_p. Si analitzem per nusos aquest circuit resulta

$$i_g = \frac{v}{R_p} \quad (2.10)$$

Si identifiquem 2.9 amb 2.10 resulta que la inversa de la resistència equivalent de dues resistències connectades en paral·lel és la suma de les inverses d'aquestes resistències:

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (2.11)$$

Aquesta expressió es pot estendre al cas de *n* resistències en paral·lel: la inversa de la resistència equivalent és la suma de les inverses de les resistències. En cas que hi hagi *només dues resistències* en paral·lel, l'expressió 2.11 es pot presentar d'una altra manera:

$$R_p = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (2.12)$$

La resistència equivalent és el producte dividit per la suma de les dues resistències. Aquesta darrera expressió no és generalitzable al cas de més de dues resistències en paral·lel.

Exemple 2.7

Calculeu la resistència equivalent de: a) dues resistències iguals en paral·lel; b) n resistències iguals en paral·lel.

a) Si aplicuem 2.12, i $R_1 = R_2 = R$, resulta $R_p = R/2$; b) Si aplicuem 2.11 resulta $R_p = R/n$

Exercici 2.7

Calculeu el valor aproximat de la resistència equivalent de dues resistències R_1 i R_2 en paral·lel, si R_2 és molt més gran que R_1 .

Solució: $R_p \approx R_1$



El circuit de la figura 2.13a també és s'anomena *divisor de corrent*. El corrent i_g que arriba al nus es divideix entre el que circula per R_1 i el que circula per R_2 . Aquest darrer corrent, i_2 , és v/R_2 , i si tenim en compte 2.9, resulta

$$i_2 = i_g \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad (2.13)$$

que es pot enunciar dient que el corrent que circula per una branca és el corrent que entra al nus, dividit per la suma de les resistències de les dues branques i multiplicat per la resistència de l'altra branca.

Exercici 2.8

Quin valor ha de tenir R_2 en el divisor de corrent de la figura 2.13a si es vol que el corrent que la travessa sigui la desena part del que entra al nus?

Solució: $R_2 = 9 R_1$

2.7 Reducció de circuits resistius

En l'anàlisi de circuits apareix amb certa freqüència el problema de trobar la resistència equivalent vista entre dos punts. La utilització dels conceptes de resistència equivalent en sèrie i en paral·lel permet resoldre un gran nombre de casos, encara que cal assenyalar que no sempre és possible. La consideració de dos exemples pot il·lustrar aquesta problemàtica.

Exemple 2.8

Trobeu la resistència equivalent que "veu" la font de tensió v_g de la figura 2.14.

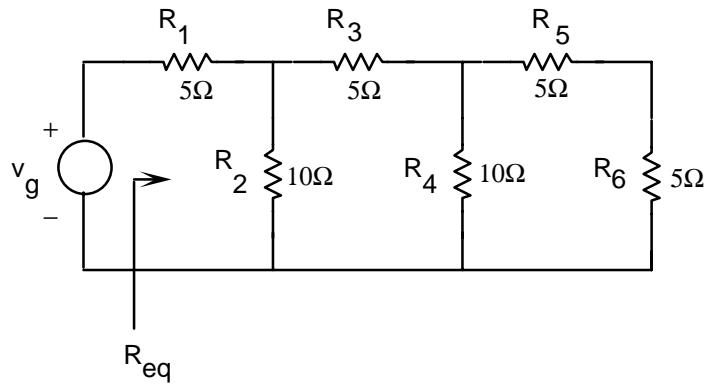


Figura 2.14 Circuit de l'exemple 2.8

Si comencem l'anàlisi per la part dreta del circuit, s'observa que les resistències R_6 i R_5 són en sèrie. Equivalen a una resistència de 10Ω . Aquesta resistència equivalent és en paral·lel amb R_4 , agrupació que podem substituir per una resistència de 5Ω . I, de nou, aquesta resistència equivalent és connectada en sèrie amb R_3 , de manera que es repeteix el procés anterior. Si procedim d'aquesta forma podem determinar fàcilment que la resistència que "veu" la font v_g és de 10Ω .



Hi ha casos en què no és possible reduir un circuit amb l'associació de resistències en sèrie i en paral·lel i la seva substitució per la resistència equivalent. N'és un exemple el circuit de la figura 2.16. En aquest circuit no hi ha cap resistència en sèrie ni en paral·lel. A la figura 2.15 es presenten algunes configuracions típiques amb resistències.

Un mètode més general, però que només s'empra quan el procediment anterior no es pot aplicar, consisteix a connectar entre els punts entre els que es vol calcular la resistència equivalent un generador "de prova" v_x . Si calculem el corrent que liuira aquest generador, i_x , en podem calcular la resistència equivalent si fem

$$R_{eq} = \frac{v_x}{i_x} \quad (2.14)$$

Si es tanca tot el circuit connectat al generador de prova en una "caixa negra", un altre circuit consistent en una resistència R_{eq} donaria el mateix corrent i_x que el primer i, per tant, seria equivalent.

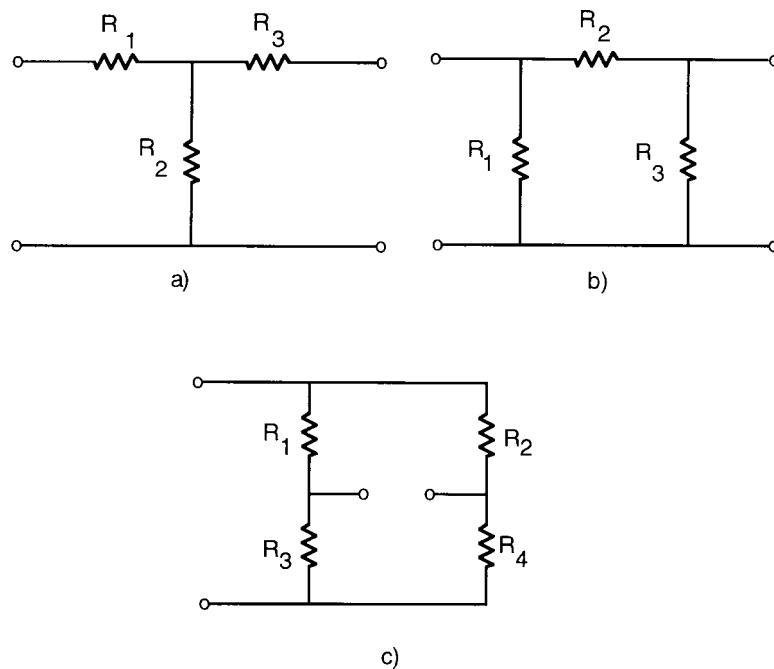


Figura 2.15 Algunes configuracions especials de circuits: a) Connexió en estrella o en T. b) Connexió en triangle o en π. c) Connexió en pont

Exemple 2.9

Calculeu la resistència equivalent vista des dels terminals A i B de la figura 2.16. Supposeu les cinc resistències de valor 1 Ω.

En aquest circuit no es pot trobar cap resistència en sèrie ni en paral·lel i, per tant, no es pot procedir a la simplificació del circuit com a l'exemple anterior. En aquest cas, cal connectar el generador de prova v_x entre els terminals A i B i utilitzar, per exemple, el mètode de nusos per calcular i_x . Les equacions són

$$\begin{aligned} 2v_x &= i_x + v_2 + v_3 \\ v_x &= 3v_2 - v_3 \\ v_x &= -v_2 + 3v_3 \end{aligned}$$

Si resolem aquest sistema d'equacions trobem que

$$i_x = v_x / 1\Omega$$

Per tant, la resistència equivalent del circuit és

$$R_{eq} = \frac{v_x}{i_x} = 1\Omega$$

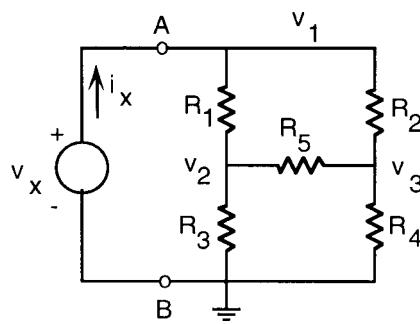
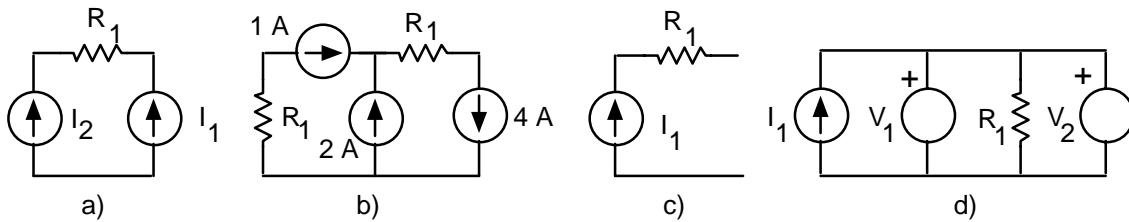


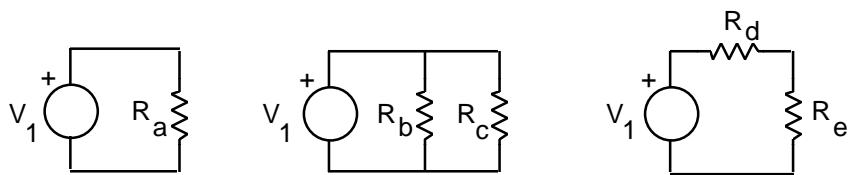
Figura 2.16 Circuit de l'exemple 2.9

Qüestions

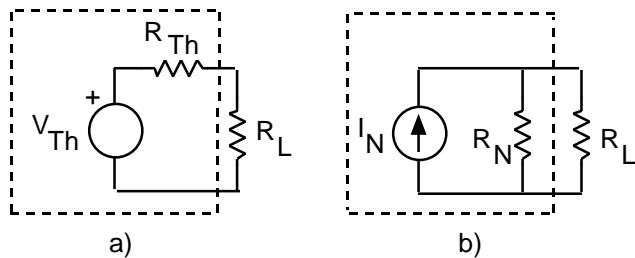
C2.1 Utilizeu les lleis de Kirchhoff per raonar si els circuits següents són correctes o no:



- C2.2** La potència mitjana que dissipa una resistència quan se li aplica una forma d'ona sinusoïdal i una forma d'ona triangular, de la mateixa amplitud, és la mateixa? I si els senyals tenen el mateix valor eficaç?
- C2.3** Si la potència màxima que pot dissipar una resistència és P_{\max} , hi ha alguna restricció relativa als valors màxims de tensió aplicada i de corrent que hi pot circular?
- C2.4** Pot ser negativa la potència dissipada per un element resistiu? I per un generador?
- C2.5** Per a un circuit es vol una resistència de valor variable. Dibuixeu les dues possibles formes de muntar aquesta resistència en el circuit.
- C2.6** Justifiqueu, a partir del divisor de corrent per què en curtcircuitar una resistència no hi passa corrent.
- C2.7** Demostreu que la fórmula $R_1//R_2 = R_1R_2/(R_1+R_2)$ no és extrapolable directament a més de dues resistències.
- C2.8** Segons els circuits de la figura, per quina resistència (R_a , R_b , R_c , R_d o R_e) passarà més corrent? Suposeu que totes les resistències tenen el mateix valor òhmic.



- C2.9** És equivalent analitzar un circuit amb el mètode de nusos que amb el mètode de malles?
- C2.10** Quantes equacions apareixen en aplicar la llei de Kirchhoff de corrents en un circuit amb N nusos? Quantes tensions de nus cal calcular? Per què es poden substituir els corrents que circulen per les resistències? Quins són els termes independents?
- C2.11** Els dos circuits equivalents de la figura, produeixen la mateixa dissipació de potència a la resistència de càrrega R_L ?



- C2.12** Indiqueu algun motiu pel qual, en algunes aplicacions, les resistències comercials no es poden arribar a modelar per resistències ideals.

Problemes

- P2.1** Trobeu el valor de la resistència per a cadascuna de les característiques i-v de la figura P2.1.

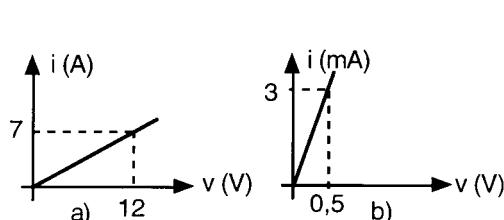


Figura P2.1

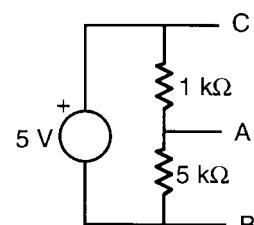


Figura P2.3

- P2.2** La tensió entre els terminals d'un element resistiu ve donada per $5 \cdot \sin(\omega t)$, i el corrent que la travessa per $15 \cdot \sin(\omega t)$. a) Quin és el valor d'aquest element? b) Quina és la potència mitjana que dissipa?
- P2.3** Trobeu la característica i-v en el circuit de la figura P2.3, des dels terminals A-B, i des de C-A. És la mateixa? En conclusió, la característica i-v depèn de quins punts del circuit es prenen?

- P2.4** A la figura P2.4b es mostra la característica i-v del dispositiu actiu. a) Obtingueu un circuit equivalent senzill per al dispositiu actiu. b) Obtingueu la característica i-v del circuit resistiu. c) Quin seria el valor de la tensió i del corrent a l'entrada del dispositiu actiu si li connectéssim el circuit resistiu? d) Obtingueu, en les condicions de l'apartat anterior, el valor de la tensió de sortida V_O .

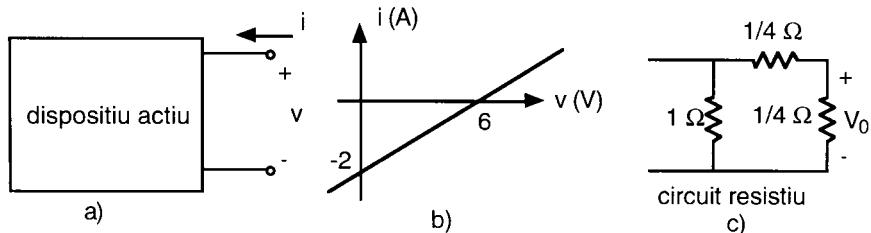


Figura P2.4

- P2.5** Si una resistència dissipa 1 W de potència quan hi circula un corrent de 10 mA, quina tensió cau entre els seus terminals? Quin és el valor òhmic d'aquesta resistència?

- P2.6** Quin ha de ser el valor x del cursor del potenciómetre perquè la resistència R de la figura P2.6 dissipí 36 mW de potència?

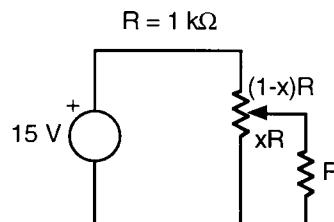


Figura P2.6

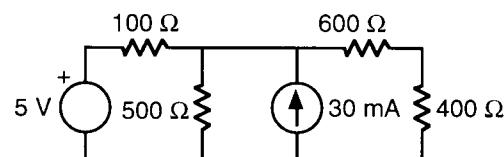


Figura P2.7

- P2.7** En el circuit de la figura P2.7, calculeu el valor de la potència lliurada (o rebuda) per cadascun dels dos generadors.

- P2.8** Escriviu les equacions resultants d'aplicar les lleis de Kirchhoff als circuits següents:

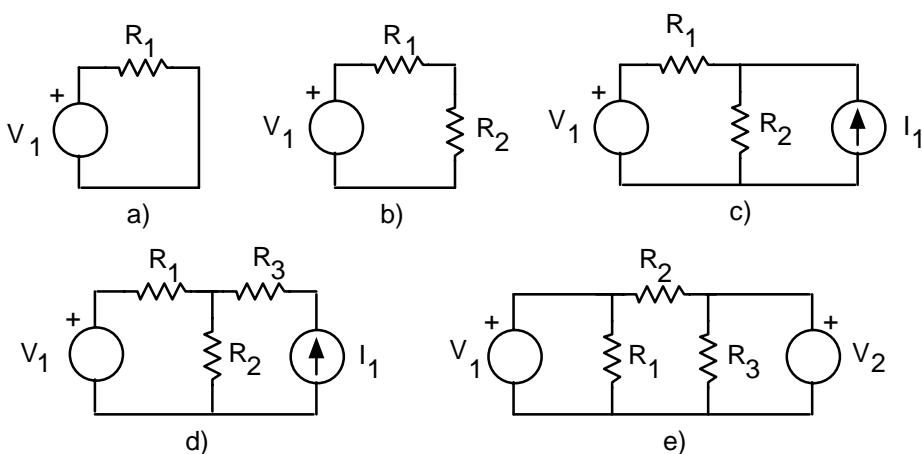


Figura P2.8

P2.9 Trobeu v_x pel mètode de nusos i i_x pel de malles.

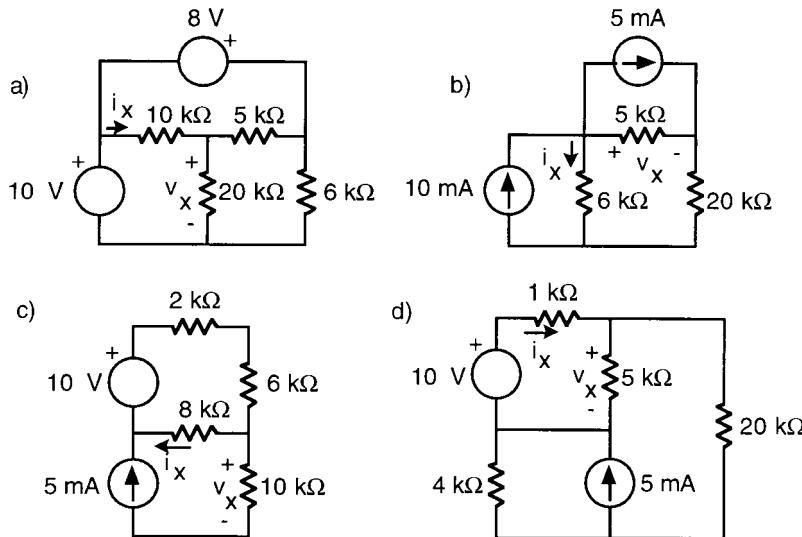


Figura P2.9

P2.10 Empreu tècniques de reducció de resistències i divisoris de corrent per calcular i_x en el circuit de la figura P2.10

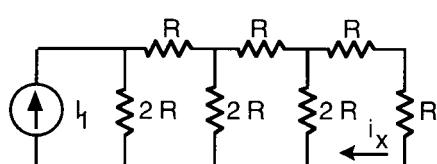


Figura P2.10

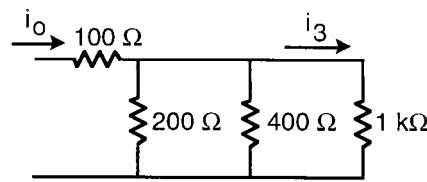


Figura P2.11

P2.11 Trobeu el valor de i_o en el circuit de la figura P2.11 si sabeu que $i_3 = 5\ \text{mA}$.

P2.12 Quin ha de ser el valor de l'alimentació V_{cc} perquè amb els valors de les resistències existents en el circuit de la figura P2.12, V_o sigui de $2\ \text{V}$?

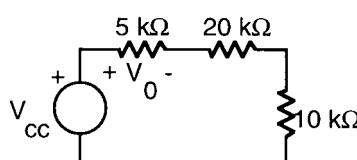


Figura P2.12

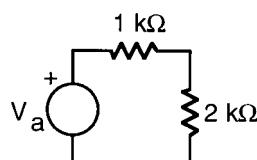


Figura P2.13

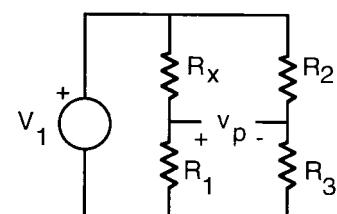


Figura P2.14

P2.13 Si la potència màxima que poden dissipar cadascuna de les resistències és $1\ \text{W}$, quin pot ser el valor màxim de la tensió V_a aplicable al circuit de la figura P2.13 per no excedir la limitació de potència de cap de les resistències?

P2.14 En el circuit de la figura P2.14, trobeu el valor de R_x si R_1 , R_2 i R_3 són conegeuts i si es compleix que $v_p = 0$.

P2.15 Trobeu la resistència equivalent dels circuits resistius següents:

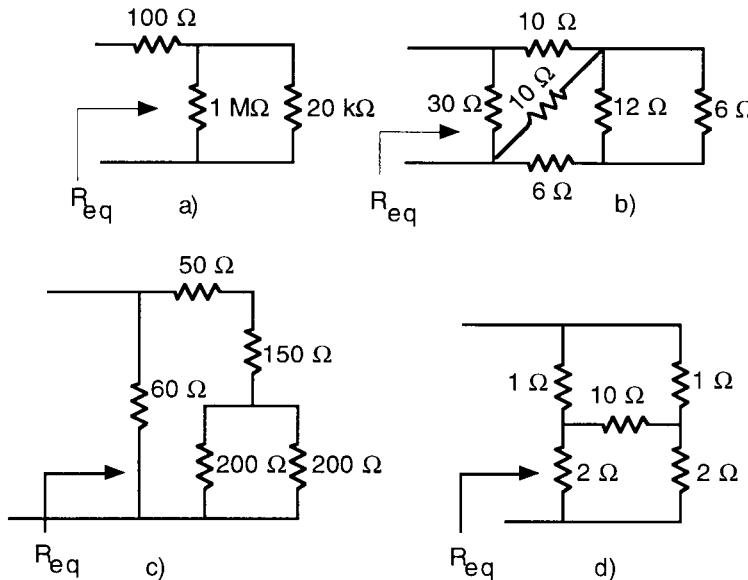


Figura P2.15

P2.16 Donat el circuit de la figura P2.16, calculeu: a) La resistència equivalent en A-A'. b) $i_2(V_o)$ i representeu-la gràficament. c) $v_1(V_o)$ i representeu-la gràficament. d) La potència lliurada pel generador de tensió V_o . e) La potència dissipada en R_1 . f) R_o perquè la potència dissipada en R_1 sigui màxima.

P2.17 Trobeu els valors de R_1 i R_2 que formen la xarxa d'adaptació perquè es compleixin les relacions de resistències vistes des del generador i la càrrega de la figura P2.17

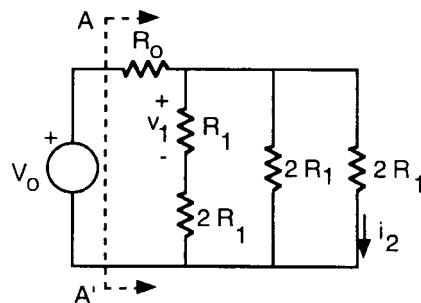


Figura P2.16

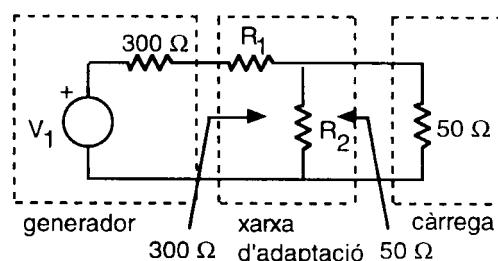


Figura P2.17

P2.18 Calculeu la resistència equivalent del circuit de la figura P2.18 (3 grups en sèrie de 3 resistències en paral·lel cadascun).

P2.19 Calculeu la resistència equivalent del circuit de la figura P2.19 (3 grups en paral·lel de 3 resistències en sèrie cadascun).

P2.20 Trobeu els valors de les resistències r_a , r_b i r_c de la xarxa en T en funció de R_A , R_B i R_C de la xarxa en π , de manera que ambdues configuracions siguin equivalents des dels terminals 1-2 i 3-4.

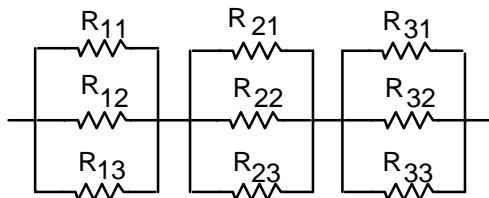


Figura P2.18

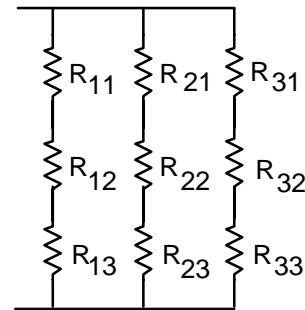


Figura P2.19

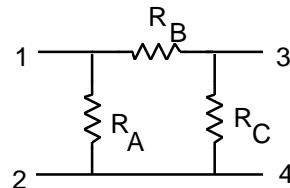
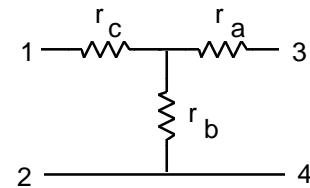


Figura P2.20



Capítol 3 Circuits lineals

3.1 Linealitat i superposició

En els dispositius i circuits electrònics es donen dependències funcionals d'unes variables (corrents i tensions) respecte d'altres. Així, per exemple, la caiguda de tensió en una resistència és funció del corrent que la travessa; el corrent en un transistor és funció de les tensions aplicades als seus terminals; la tensió en un nus d'un circuit és funció de les fonts o generadors independents del circuit. Les característiques d'aquestes funcions són similars a les d'altres funcions que apareixen en àrees de coneixement tan allunyades de l'electrònica com l'economia o la psicologia. Per aquesta raó, l'estudi de les funcions es fa d'una forma independent de la seva àrea d'aplicació. En aquest text fem una breu descripció matemàtica de la definició de linealitat d'una funció, i posteriorment "adaptem" el seu significat a l'àmbit específic dels circuits electrònics.

La linealitat és una propietat matemàtica que tenen algunes funcions. Aquesta propietat sol estudiarse dins el context de l'àlgebra lineal. En aquest context, es diu que *una aplicació* d'un espai vectorial E en un altre F *és lineal si compleix la propietat següent:*

$$f(k_1 \vec{u}_1 + k_2 \vec{u}_2) = k_1 \cdot f(\vec{u}_1) + k_2 \cdot f(\vec{u}_2) \quad (3.1)$$

on \vec{u} són elements de l'espai vectorial E i k són constants arbitràries. Aquesta definició permet unificar el tractament d'ens tan diversos com funcions d'una o de diverses variables, d'operacions com la derivació i la integració, i d'equacions diferencials entre d'altres. Es remet el lector interessat a aprofundir sobre aquest tema a algun text bàsic d'àlgebra lineal.

Una propietat que presenten les aplicacions lineals és la *superposició*. Considerem un vector \vec{u}_a . Aquest vector, que pertany a l'espai vectorial E de dimensió n , es pot expressar de la forma següent:

$$\vec{u}_a = \vec{u}_{a1} + \vec{u}_{a2} + \dots + \vec{u}_{an} \quad (3.2)$$

on cada vector \vec{u}_{ai} té tots els seus components nuls excepte el component i

$$\vec{u}_{ai} = 0 \cdot \vec{i}_1 + \dots + u_{ai} \cdot \vec{i}_i + \dots + 0 \cdot \vec{i}_n \quad (3.3)$$

on \vec{i}_j és el vector j de la base de l'espai vectorial E. Si apliquem la propietat de linealitat 3.1 resulta:

$$f(\vec{u}_a) = f(\vec{u}_{a1} + \vec{u}_{a2} + \dots + \vec{u}_{an}) = f(\vec{u}_{a1}) + f(\vec{u}_{a2}) + \dots + f(\vec{u}_{an}) \quad (3.4)$$

Observeu que $f(\vec{u}_{ai})$ és el valor que pren l'aplicació per a un vector que té tots els seus components nuls excepte el i èssim. En conseqüència, l'expressió 3.4 expressa el principi de superposició: *el valor de*

l'aplicació per a un vector arbitrari es pot obtenir si sumem els n valors que s'obtindrien per a vectors que tinguessin tots els components nuls excepte un.

La "traducció" d'aquesta definició matemàtica al context de circuits electrònics és simple. Suposem, inicialment, una funció d'una variable independent. En aquest cas, l'espai vectorial és unidimensional i la definició 3.1 es converteix en

$$f(k_1 \cdot x_1 + k_2 \cdot x_2) = k_1 \cdot f(x_1) + k_2 \cdot f(x_2) \quad (3.5)$$

on x és la variable independent.

Exemple 3.1

És lineal la potència dissipada per una resistència en funció de la intensitat que hi circula? I la caiguda de tensió entre els seus terminals en funció de la seva intensitat?

La potència dissipada ve donada per

$$P_R(i) = i^2 \cdot R$$

Aquesta funció és no lineal atès que no compleix 3.5:

$$P_R(k_1 \cdot i_1 + k_2 \cdot i_2) = (k_1 \cdot i_1 + k_2 \cdot i_2)^2 \cdot R \neq k_1 \cdot P_R(i_1) + k_2 \cdot P_R(i_2) = k_1 \cdot i_1^2 \cdot R + k_2 \cdot i_2^2 \cdot R$$

En canvi, la funció de caiguda de tensió en una resistència en funció del corrent que hi circula

$$V_R(i) = R \cdot i$$

sí que és una funció lineal, ja que compleix 3.5:

$$V_R(k_1 \cdot i_1 + k_2 \cdot i_2) = (k_1 \cdot i_1 + k_2 \cdot i_2) \cdot R = k_1 \cdot i_1 \cdot R + k_2 \cdot i_2 \cdot R = k_1 \cdot V_R(i_1) + k_2 \cdot V_R(i_2)$$

Exercici 3.1

El diòde és un dispositiu de dos terminals amb un corrent funció de la tensió aplicada als seus terminals:

$$i_D = I_s \cdot (e^{V/V_T} - 1)$$

on I_s i V_T són constants. És lineal el corrent en el diòde respecte de la tensió aplicada als seus terminals?

Solució: No és lineal.

Ara considerem el cas d'una funció de dues o més variables independents:

$$f(x, y, \dots, z)$$

Aquesta funció es pot expressar en forma vectorial si definim una base de vectors constituïda per cadascuna de les variables independents, en la qual els components d'un vector u són els valors particulars que prenen les seves variables independents:

$$\begin{aligned} u_1 &= (x_1, y_1, \dots, z_1) \\ u_2 &= (x_2, y_2, \dots, z_2) \end{aligned} \quad (3.6)$$

Per comprovar la linealitat de la funció f s'ha de complir 3.1. Els components del vector

$$\vec{u} = k_1 \vec{u}_1 + k_2 \vec{u}_2,$$

són

$$u = [(k_1 \cdot x_1 + k_2 \cdot x_2), (k_1 \cdot y_1 + k_2 \cdot y_2), \dots, (k_1 \cdot z_1 + k_2 \cdot z_2)] \quad (3.7)$$

i s'ha de complir

$$f(\vec{u}) = k_1 \cdot f(\vec{u}_1) + k_2 \cdot f(\vec{u}_2) \quad (3.8)$$

Exemple 3.2

En el circuit de la figura 3.1 trobeu la relació funcional entre v_o i les fonts independents v_g i i_g . És lineal aquesta funció?

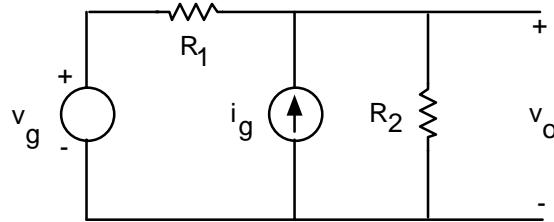


Figura 3.1 Circuit de l'exemple 3.2

Si aplicuem l'anàlisi de nusos

$$i_g + \frac{v_g - v_o}{R_1} = \frac{v_o}{R_2}$$

i si aïudem v_o

$$v_o = v_g \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} + i_g \cdot \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Observeu que per a cada parell de valors de v_g i de i_g hi ha un valor de v_o . Per això, es pot considerar que v_o és funció d'un vector \vec{u} amb components (v_g, i_g) . Aquesta funció és lineal si

$$v_o(k_1 \cdot \vec{u}_1 + k_2 \cdot \vec{u}_2) = k_1 \cdot v_o(\vec{u}_1) + k_2 \cdot v_o(\vec{u}_2)$$

on $\vec{u}_1 = (v_{g1}, i_{g1})$ i $\vec{u}_2 = (v_{g2}, i_{g2})$. Com que

$$k_1 \vec{u}_1 + k_2 \vec{u}_2 = (k_1 v_{g1} + k_2 v_{g2}, k_1 i_{g1} + k_2 i_{g2})$$

si operem, resulta

$$v_o(k_1 \vec{u}_1 + k_2 \vec{u}_2) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot (k_1 v_{g1} + k_2 v_{g2}) + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \cdot (k_1 i_{g1} + k_2 i_{g2})$$

i per tant,

$$v_o(k_1 \vec{u}_1 + k_2 \vec{u}_2) = k_1 \left[v_{g1} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} + i_{g1} \cdot \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right] + k_2 \left[v_{g2} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} + i_{g2} \cdot \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right]$$

i es compleix la relació de linealitat.

Exercici 3.2

En un transistor MOS el corrent de drenador, en una determinada forma d'operació, és funció de la tensió v_{gs} i de la tensió v_{ds} , segons l'expressió següent:

$$i_{ds} = K \cdot \left[(v_{gs} - V_T) \cdot v_{ds} - \frac{v_{ds}^2}{2} \right]$$

És lineal el corrent del MOS respecte de les tensions v_{gs} i v_{ds} ?

Solució: El corrent de drenador no és funció lineal de les tensions v_{gs} i v_{ds} .

Exercici 3.3

Trobeu v_o en el circuit de la figura 3.2 i indiqueu si és lineal.

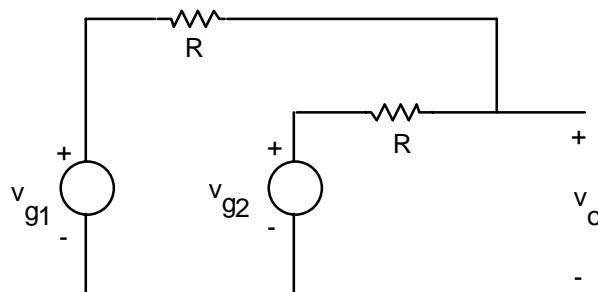


Figura 3.2 Circuit de l'exercici 3.3

Solució:

$$v_o = \frac{1}{2} \cdot (v_{g1} + v_{g2})$$

És, per tant, un circuit lineal.



La traducció de la propietat de superposició formulada a 3.4 per a funcions de vàries variables pren, en aquest cas, la forma següent:

$$f(x_a, y_a, \dots, z_a) = f(x_a, 0, \dots, 0) + f(0, y_a, \dots, 0) + \dots + f(0, 0, \dots, z_a) \quad (3.9)$$

és a dir, el valor de la funció per a un conjunt de valors de les variables independents es pot obtenir com la suma dels produïts per cadascuna de les variables, mentre que la resta de variables independents són nul·les.

La tensió en un nus o el corrent en una branca d'un circuit que només conté resistències lineals i fonts independents ideals de tensió o corrent ve donat per una funció lineal d'aquests generadors. És a dir, cada generador és una variable independent de la funció. Se sol dir aleshores que són *circuits lineals*. En els capítols següents s'estudien nous components, alguns dels quals són lineals, com les fonts dependents lineals, els condensadors i les bobines, i d'altres no ho són, com és el cas del diòde. Els circuits constituïts per components lineals i fonts independents ideals són lineals (en el sentit que els seus corrents i tensions són funció lineal de les fonts independents). L'argument de la funció s'anomena "*entrada*" o "*excitació del circuit*", i la funció que volem calcular "*sortida*" o "*resposta*".

3.2 Càcul d'un circuit pel mètode de superposició

Com s'ha justificat a l'apartat anterior, les tensions en els nusos i els corrents en les branques d'un circuit lineal són una funció lineal dels generadors independents. En ser una funció lineal, compleix la propietat de superposició: la sortida corresponent a l'acció simultània de n entrades independents es pot obtenir si sumem les sortides produïdes per cadascuna de les entrades, mentre que la resta són nul·les. L'aplicació d'aquest principi permet resoldre un circuit lineal pel mètode de superposició, que consisteix a aplicar el procediment següent:

1. S'anul·len totes les fonts independents excepte la font j .
2. Es calcula la sortida produïda per la font j .
3. Es repeteixen els passos 1 i 2 per a la resta de fonts independents.
4. La sortida del circuit complet s'obté de sumar les sortides produïdes per cadascuna de les fonts per separat.

Per anul·lar una font de tensió ideal cal substituir-la per un curcircuit (ja que d'aquesta forma s'assegura que entre els seus terminals hi hagi una tensió nul·la sense imposar cap restricció al corrent que la travessa). Per anul·lar una font de corrent ideal cal substituir-la per un circuit obert, ja que així s'assegura que la intensitat que la travessa sigui nul·la, sense imposar restriccions a la tensió entre els seus terminals.

Exemple 3.3

Calculeu v_o en el circuit de l'exemple 3.2 mitjançant superposició.

En aquest circuit el vector \vec{v} té dimensió dos. Els components d'aquest vector són v_g i i_g . Per analitzar el circuit per superposició cal calcular v_{o1} , sortida produïda per v_g amb i_g nul·la, i v_{o2} produïda per i_g amb v_g nul·la. A la figura 3.3 es representen els circuits per al càlcul de v_{o1} i de v_{o2} .

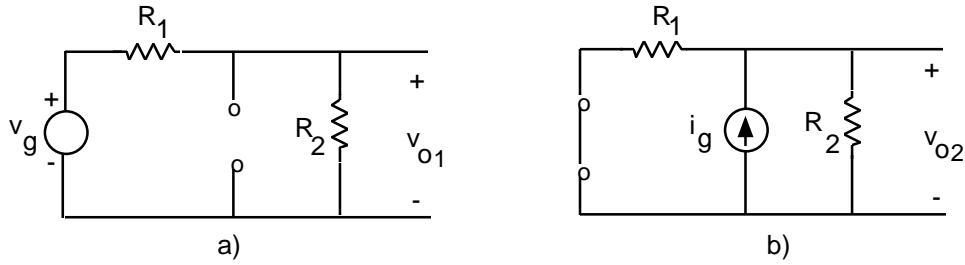


Figura 3.3 Circuits per al càlcul de a) v_{o1} i b) v_{o2}

$$v_{o1} = v_g \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$v_{o2} = i_g \cdot \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

on la primera expressió s'ha trobat mitjançant el divisor de tensió i la segona mitjançant el paral·lel de resistències. Per tant, $v_o = v_{o1} + v_{o2}$ que, si operem, porta al mateix resultat obtingut a l'exemple 3.2.

Exercici 3.4

Apliqueu el mètode de superposició per resoldre l'exercici 3.3.

3.3 Circuits equivalents de Thévenin i de Norton

L'aplicació del principi de superposició a un circuit lineal amb diverses excitacions facilita l'obtenció de circuits equivalents simples constituïts per una resistència en sèrie amb una font independent de tensió (Thévenin) o una resistència en paral·lel amb una font independent de corrent (Norton).

Considereu la figura 3.4a, que mostra una "caixa negra" que conté un circuit lineal del qual surten a l'exterior dos terminals A i B. Es tracta de trobar un circuit equivalent al tancat a la "caixa negra" i que sigui el més simple possible. Tal com es va establir al capítol anterior, és equivalent qualsevol circuit que presenti entre A i B la mateixa característica i-v. Per trobar aquesta característica i-v suposem que el circuit conté n fonts independents de tensió i m fonts independents de corrent, tal com s'indica a la figura 3.4b, connectem a la sortida una font independent de tensió v i calculem el corrent i que surt del circuit. A causa del caràcter lineal del circuit, el corrent és una combinació lineal (superposició) de les $n+m+1$ fonts independents del circuit.

$$i = a_1.v_1 + a_2.v_2 + \dots + a_n.v_n + b_1.i_1 + \dots + b_m.i_m + c.v \quad (3.10)$$

Quan s'anula el generador independent v , el corrent que circula entre A i B s'anomena *corrent de curtcircuit* i_{cc} , ja que si anul·lem una font de tensió és com si la substituïssim per un curtcircuit. D'acord amb 3.10, aquest corrent conté tots els termes excepte l'últim:

$$i_{cc} = a_1.v_1 + a_2.v_2 + \dots + a_n.v_n + b_m.i_m \quad (3.11)$$

Així doncs, l'expressió 3.10 es pot escriure com

$$i = i_{cc} + c.v \quad (3.12)$$

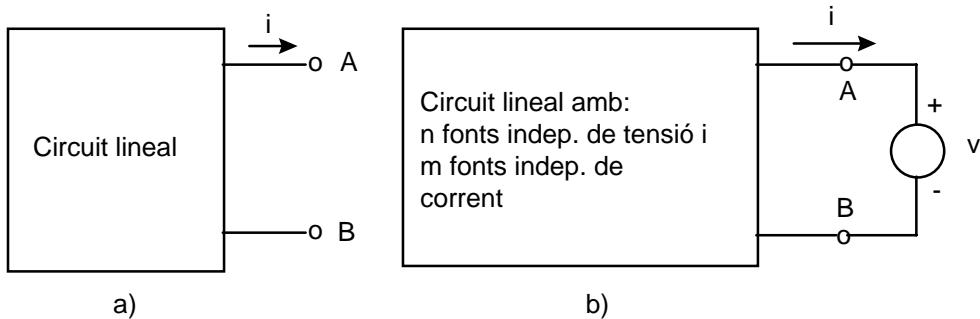


Figura 3.4 Circuit lineal "tancat en una caixa negra"

Per trobar un circuit equivalent al considerat a 3.4a, cal cercar un circuit que, "tancat en una caixa negra" com l'anterior, amb dos terminals externs A i B entre els quals es connecta una font de tensió v , produexi un corrent i igual que el donat per 3.12. A la figura 3.5 es mostren els dos circuits més simples que compleixen aquesta propietat: l'equivalent Thévenin (3.5a) i l'equivalent Norton (3.5b).

Per a l'equivalent Thévenin:

$$i = \frac{v_{th} - v}{R_{th}} = \frac{v_{th}}{R_{th}} - \frac{1}{R_{th}} \cdot v \quad (3.13)$$

que és idèntica a l'expressió 3.12 si només fem $i_{cc} = v_{th}/R_{th}$ i $c = -1/R_{th}$. Per a l'equivalent de Norton:

$$i = i_n - \frac{v}{R_n} \quad (3.14)$$

expressió també idèntica a 3.12 si es fa $i_{cc} = i_n$ i $c = -1/R_n$.

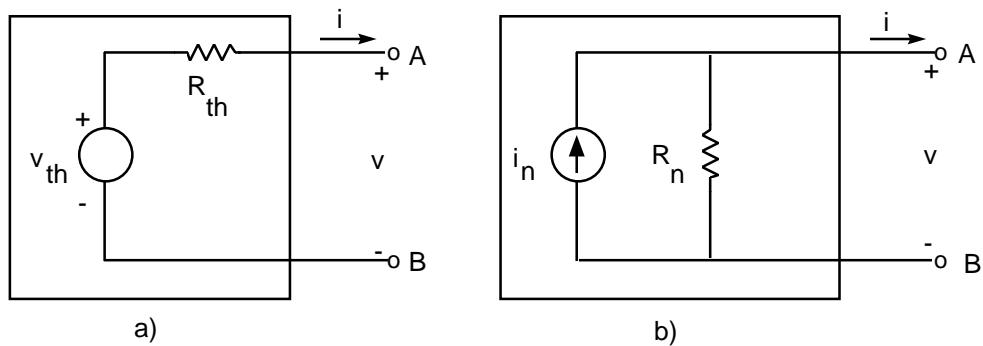


Figura 3.5 a) Circuit Thévenin b) Circuit Norton

Les expressions 3.12, 3.13 i 3.14 posen de manifest l'equivalència entre els circuits considerats. Malgrat això, hi ha un procediment més simple que l'indicat per calcular els paràmetres v_{th} , R_{th} , i_n , R_n . Com que un circuit i el seu equivalent tenen la mateixa característica i-v, han de tenir el mateix comportament per a qualsevol valor de i i de v . En particular, quan entre els terminals de sortida hi ha un circuit obert ($i = 0$), la tensió entre terminals ha de ser la mateixa. En el circuit Thévenin aquesta tensió és v_{th} , per això el circuit tancat a la caixa negra també ha de tenir aquesta tensió.

Anàlogament, si es curtcircuitessin els terminals de sortida ($v = 0$), l'anàlisi del circuit Norton mostra que el corrent que circularia pel curtcircuit seria i_n , (si circulés corrent a través de R_n la tensió entre els terminals de sortida no seria nul·la com exigeix la presència del curtcircuit), i hauria de circular el mateix corrent pels terminals A i B curtcircuitats del circuit considerat.

L'expressió 3.10 mostra que si s'anul·lessin totes les fonts internes i només es mantingués el generador extern v , el corrent seria $i = c \cdot v$. Si apliquem el mateix principi als circuits Thévenin i Norton, les equacions 3.13 i 3.14 mostren que $i = -v/R_{th}$ i $i = -v/R_n$. Atès que el corrent ha de ser el mateix en els tres casos, és obvi que $R_{th} = R_n = -1/c$. La forma pràctica de trobar aquesta resistència consisteix a realitzar el procediment següent:

1. Es connecta entre els terminals de sortida una font independent de tensió v_x .
 2. S'anul·len totes les fonts independents internes (per anul·lar i_{cc} en 3.12).
 3. Es calcula el corrent i_x que la font v_x introduceix al circuit.
 4. Es calcula la resistència amb la fórmula

$$R_{th} = R_n = \frac{v_x}{i_x} \quad (3.15)$$

Exemple 3.4

Calculeu els circuits equivalents Thévenin i Norton del circuit de la figura 3.6.

Per calcular el circuit equivalent Thévenin cal trobar la tensió entre els terminals a i b en circuit obert. El corrent que circula per la malla en aquestes condicions és $v_g/(R_1+R_2)$, i la tensió entre a i b :

$$v_{th} = v_g \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (3.16)$$

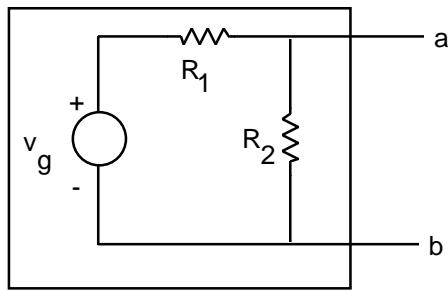


Figura 3.6 Circuit de l'exemple 3.4

D'altra banda, per calcular la resistència R_{th} es connecta una font de tensió "externa", v_x , s'anula la font independent v_g i es calcula el corrent i_x (figura 3.7). Aquest corrent és:

$$i_x = \frac{v_x}{R_2} + \frac{v_x}{R_1} = v_x \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

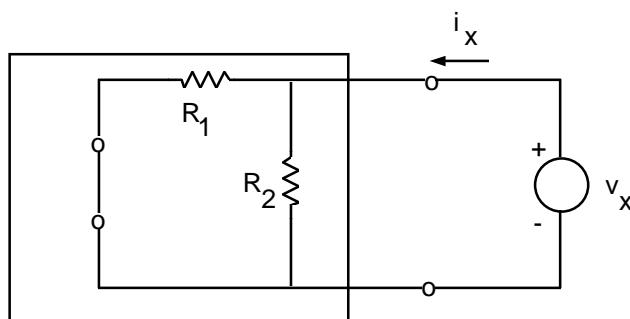
i per tant:

$$\frac{1}{R_{th}} = \frac{i_x}{v_x} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_{th} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \quad (3.17)$$

Per calcular l'equivalent Norton es curtcircuiteixen a i b. El corrent que passarà pel curtcircuit serà

$$i_n = i_{cc} = \frac{v_g}{R_1}$$

i la resistència R_n serà la mateixa que R_{th} . Aquests valors de v_{th} , R_{th} , i_n i R_n són els que cal donar als components dels circuits de la figura 3.5 perquè siguin equivalents al circuit de la figura 3.6.

Figura 3.7 Circuit per al càlcul de R_{th} de l'exemple 3.4

Exercici 3.5

Calculeu els circuits equivalents de Thévenin i Norton del circuit de la figura 3.8, respecte dels terminals A i B.

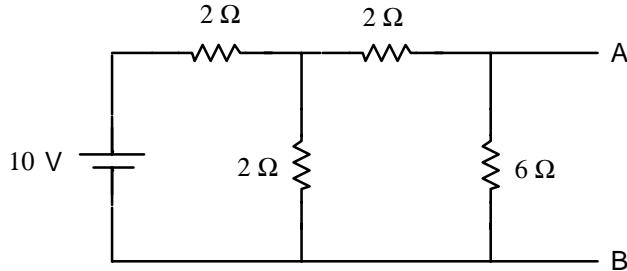


Figura 3.8 Circuit de l'exercici 3.4

Solució:

$$v_{th} = 10/3 \text{ V}, \quad R_{th} = 2 \Omega; \quad i_n = 5/3 \text{ A}, \quad R_n = 2 \Omega.$$

3.4 Transferència de senyal

Molts circuits electrònics actuen com a "font" per transferir un senyal a una "càrrega". Alguns exemples poden il·lustrar aquest concepte. Un amplificador d'àudio lliura un senyal elèctric que conté la informació de so a l'altaveu, el qual actua com a càrrega. Un micròfon converteix les ones acústiques en senyals elèctrics i actua com a font de senyal per a l'amplificador, que ara actua com a càrrega. Un cristall piezoelectric lliura un senyal elèctric a un amplificador que és proporcional a la pressió a què se sotmet el cristall. Se sol anomenar font el circuit que lliura el senyal, i càrrega el que la rep. Freqüentment el circuit font es representa pel seu equivalent Thévenin o Norton, i la càrrega per una resistència. Aquest conjunt font-càrrega es representa a la figura 3.9.

En un circuit d'aquest tipus interessa, en general, transferir el màxim senyal possible. De vegades, en transferir el màxim senyal s'aconsegueix que el corrent a la càrrega sigui màxim, d'altres vegades la que ha de ser màxima és la tensió que s'hi aplica i, en altres casos, el que cal fer màxim és la potència que la font lliura a la càrrega.

S'estudiarà la transferència de tensió, de corrent i de potència des de la font a la càrrega en el circuit de la figura 3.9, si suposem la resistència R_g de la font fixa, i la resistència R_L de la càrrega variable. La tensió i el corrent a la càrrega vénen donats per

$$v_L = v_g \cdot \frac{R_L}{R_L + R_g} \quad (3.18)$$

$$i_L = \frac{v_g}{R_g + R_L} = \frac{v_g}{R_g} \cdot \frac{R_g}{R_g + R_L} = i_g \cdot \frac{R_g}{R_g + R_L} \quad (3.19)$$

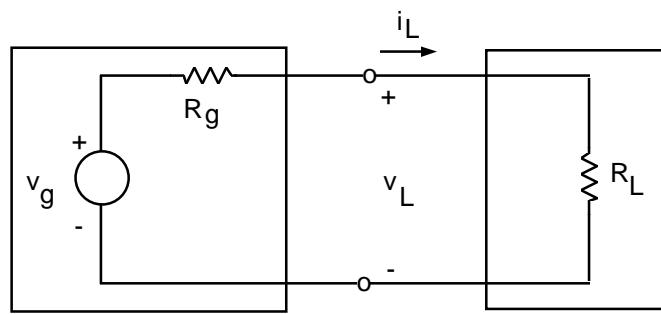


Figura 3.9 Acoblament font de senyal - càrrega

En la darrera expressió, i_g és el valor de la font d'intensitat de l'equivalent Norton del circuit font. La potència transferida a la càrrega serà

$$p_L = v_L \cdot i_L = v_g \cdot \frac{R_L}{R_g + R_L} \cdot v_g \cdot \frac{1}{R_g + R_L} = v_g^2 \cdot \frac{R_L}{(R_g + R_L)^2} \quad (3.20)$$

Aquesta darrera expressió presenta un màxim quan $R_L = R_g$, com es pot comprovar si derivem p_L respecte de R_L i igualem a zero. Aquest valor màxim és $v_g^2 / (4 \cdot R_g)$. A la figura 3.10 es representen les variacions de v_L , i_L , i p_L amb R_L . Si l'aplicació concreta requereix fer màxima la tensió liurada a la càrrega, convé fer $R_L \gg R_g$. Si el que convé és maximitzar el corrent I_L , aleshores cal fer $R_L \ll R_g$, i si el que interessa és transferir la màxima potència a la càrrega, aleshores cal fer $R_L = R_g$.

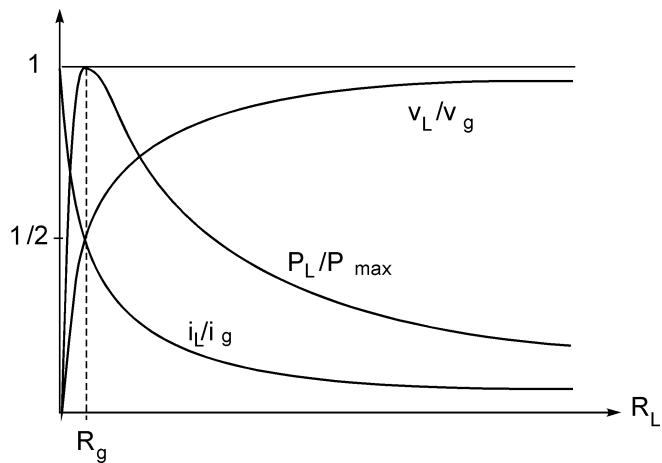


Figura 3.10 Variació de i_L , v_L i p_L en funció de R_L , amb R_g constant

La discussió anterior s'ha basat en la hipòtesi que R_g era fixa i R_L variable. Es podria fer una discussió similar si R_L fos fixa i R_g variable, i trobaríem els requisits que hauria de complir R_g per aconseguir la màxima transferència de senyal. Però hi ha situacions en què ambdues resistències són fixes, és a dir, ens vénen donades. En aquests casos, per aconseguir la màxima transferència de senyal cal utilitzar un *circuit d'acoblament o adaptació* entre la font i la càrrega, de la forma indicada a la figura 3.11. La realització d'aquests circuits d'acoblament serà il·lustrada en capitols posteriors.

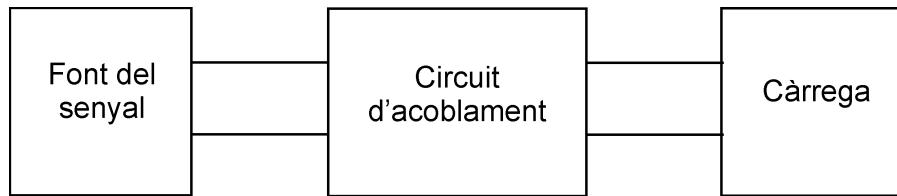
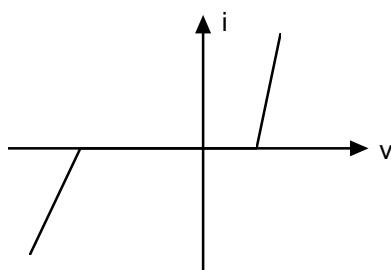


Figura 3.11 Circuit d'acoblament entre font i càrrega per aconseguir la màxima transferència de senyal.

Qüestions

- C3.1** Segons les definicions donades a l'apartat 3.1, són elements lineals les fonts independents ideals de tensió i de corrent? Són lineals els circuits que les contenen?
- C3.2** En general, un circuit constituït per components lineals és lineal. És aquesta una condició necessària i suficient o només suficient? Raoneu la resposta.
- C3.3** En un circuit que conté elements no lineals: *a)* Podem aplicar les lleis de Kirchhoff? *b)* Podem aplicar superposició? *c)* Podem extreure els circuits equivalents de Thévenin i Norton?
- C3.4** Si la relació entre les variables i i v ve descrita per la característica següent, es pot dir que el dispositiu és lineal?



- C3.5** Es podria treballar amb el circuit descrit per la característica $i-v$, donada a la qüestió anterior, com si fos lineal? Com?
- C3.6** Si la tensió de Thévenin és nul·la, significa que el circuit no té fonts independents?
- C3.7** En una font de tensió real la tensió disminueix en augmentar el corrent. Com es podria modelar? Donades dues fonts independents de tensió *reals* connectades en paral·lel, quin és l'equivalent de

Thévenin del conjunt en funció dels elements que la constitueixen? Què passaria si les fonts fossin ideals?

- C3.8** Quin és l'equivalent de Thévenin d'una font de tensió ideal en paral·lel amb una resistència? Quin és l'equivalent de Norton d'una font de corrent en sèrie amb una resistència? Es pot prescindir d'aquestes resistències en l'anàlisi dels circuits que les contenen?
- C3.9** Quin és l'equivalent de Thévenin d'una font independent ideal de tensió? I l'equivalent de Norton d'una font independent ideal de corrent? Quina indeterminació es produeix en intentar calcular l'equivalent de Thévenin d'una font de corrent o el de Norton d'una font de tensió?
- C3.10** Si dos circuits tenen el mateix circuit equivalent, quina de les afirmacions següents és vàlida? *a)* Són iguals i es comporten igual. *b)* Són diferents i es comporten igual. *c)* Són diferents i no es comporten igual. *d)* Es comporten igual.
- C3.11** Un circuit és carregat amb una resistència R_L tal que permet la màxima transferència de potència. Es pot aconseguir màxima transferència de corrent i de tensió amb la mateixa resistència de càrrega?

Problemes

- P3.1** Demostreu la linealitat o la alinealitat de les funcions que es defineixen a continuació:

$$a) I(V) = V^2 + bV + c \quad b) V(V_1, I_2) = aV_1 + bI_2 + c$$

$$c) I(I_1, V_o) = a(I_1 + bV_o) \quad d) i(t) = C \frac{dv(t)}{dt}$$

$$e) i(t) = \frac{1}{L} \int v(t) dt \quad f) V(I_1, I_2, V_1) = 2V_1 + \frac{I_1 I_2}{2}$$

- P3.2** Se sap que $V(2) = 8$, $V(3) = 10$ i $V(5) = 14$. Per demostrar que $V(I)$ és lineal s'ha obtingut $V(10)$ i en resulta 32. Es pot deduir que $V(I)$ és lineal? Per què?

- P3.3** Calculeu l'equivalent de Thévenin del circuit P3.3. A partir dels valors trobats, deduiu l'equivalent de Norton.

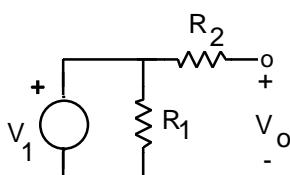


Figura P3.3

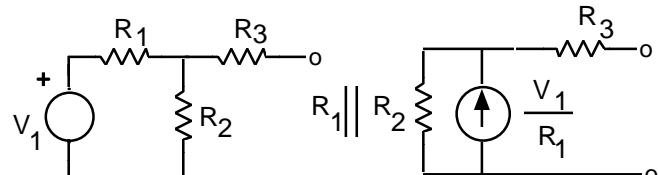
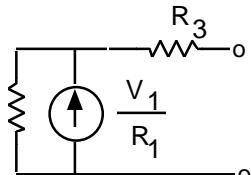


Figura P3.4



b)

- P3.4** Són equivalents entre si els circuits de les figures P3.4 *a* i *b*?

- P3.5** Apliqueu el principi de superposició per calcular la tensió V_o i el corrent I_a del circuit de la figura P3.5.

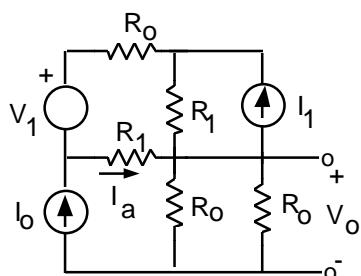


Figura P3.5

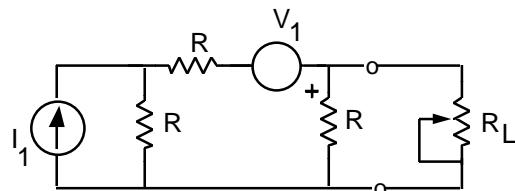


Figura P3.6

P3.6 Dibuixeu el circuit equivalent de Thévenin per a la xarxa de la figura P3.6, vist des dels terminals de R_L . Calculeu també la tensió en R_L quan es connecta al circuit i la màxima potència que hi pot transferir (si tenim en compte que R_L és variable).

P3.7 Calculeu l'equivalent de Thévenin de cadascun dels circuits de la figura P3.7, vist des dels terminals A i B.

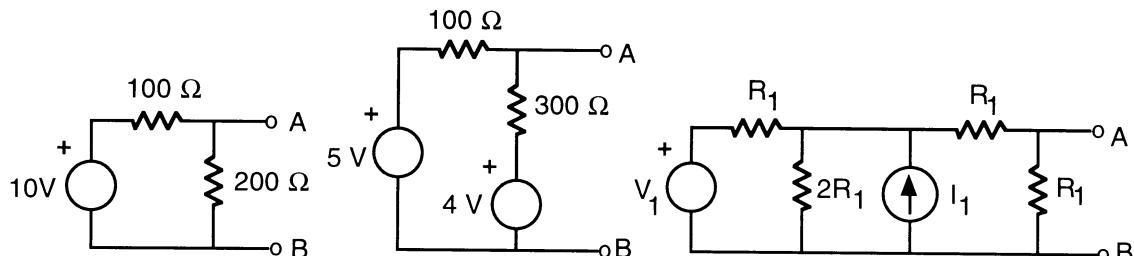


Figura P3.7

P3.8 Calculeu l'equivalent de Thévenin i de Norton dels circuits de la figura P3.8.

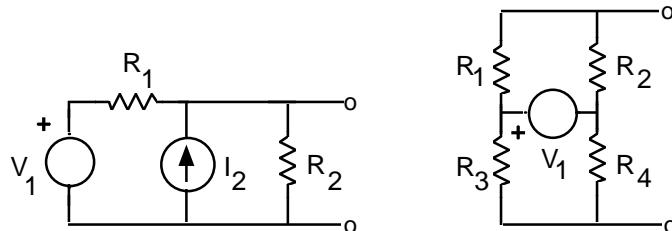


Figura P3.8

P3.9 Apliqueu el principi de superposició per trobar la tensió V_x en el circuit de la figura P3.9.

P3.10 Trobeu els equivalents de Thévenin i Norton a partir de les característiques I-V representades a la figura P3.10.

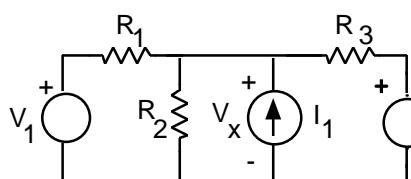


Figura P3.9

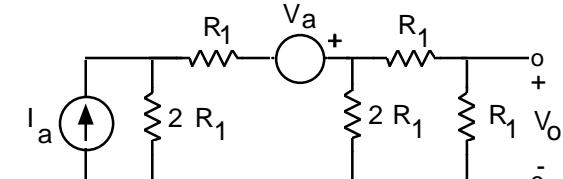


Figura P3.13

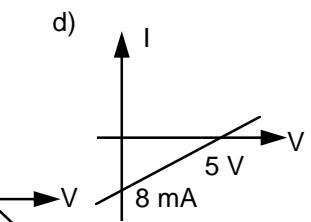
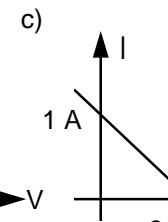
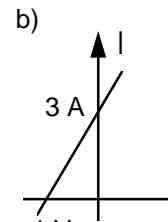
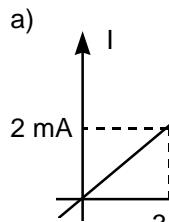


Figura P3.10

- P3.11** Calculeu la potència dissipada en la resistència R_L quan la caixa A se substitueix pels circuits a, b i c de la figura P3.11.

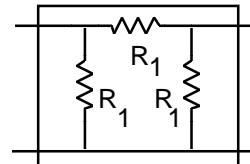
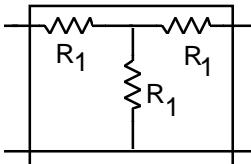
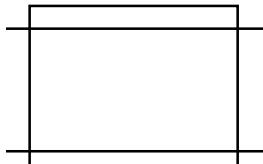
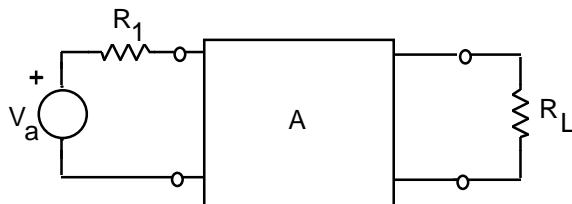


Figura P3.11

- P3.12** Donat el circuit de la figura 2.7 del capítol 2, calculeu V_p per superposició. Compareu la complexitat de la resolució amb la del mètode de malles.

- P3.13** Trobeu l'equivalent de Thévenin del circuit de la figura P3.13 vist des dels terminals de V_o . Es recomana aplicar superposició i les conversions Thévenin-Norton.

- P3.14** Calculeu l'equivalent de Thévenin del circuit de la figura P3.14 vist des dels terminals de V_o . Quina relació han de complir les resistències perquè la tensió V_o sigui 0?

- P3.15** Donat el circuit de la figura P3.15: a) Quant ha de valer R_L perquè la potència dissipada P_L sigui màxima? Quant val $P_{L\max}$? b) Quant ha de valer R_L perquè $P_L = 2/3 \cdot P_{L\max}$? c) És raonable que l'apartat anterior tingui dos resultats vàlids? Dibuixe P_L en funció de R_L per justificar-ho.

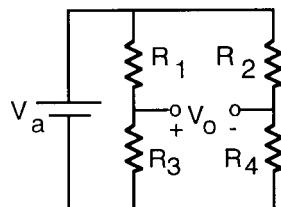


Figura P3.14

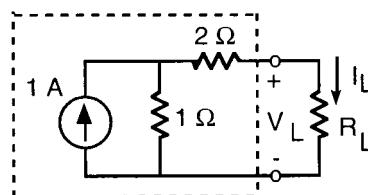


Figura P3.15

- P3.16** El potenciòmetre del circuit de la figura P3.16 és la resistència de càrrega del circuit. a) Calculeu l'equivalent de Thévenin vist des dels terminals A-A'. b) Dibuixeu el gràfic $i_L(R_L)$, on R_L és la fracció de la resistència del potenciòmetre que no és curtsircuitada. c) Per a quin valor de R_L s'obté la màxima transferència de corrent, i_L ? d) Si es vol obtenir la màxima potència dissipada en R_L , quin ha de ser el seu valor?

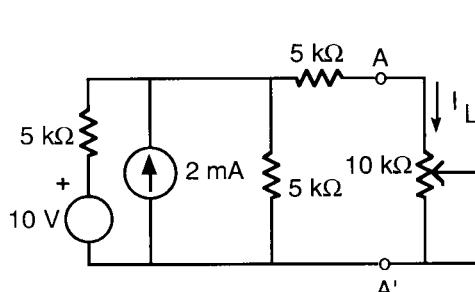


Figura P3.16

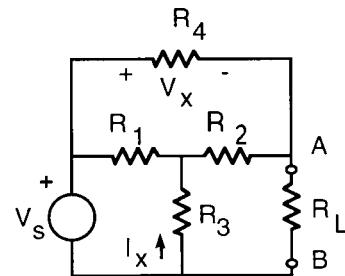


Figura P3.17

- P3.17** Calculeu v_x i i_x en el circuit de la figura P3.17 pel mètode més adequat i els equivalents de Thévenin i Norton vistos des dels terminals A-B.

- P3.18** Es disposa d'un generador de senyal que proporciona 30 V i té una resistència interna de 10 Ω. Es vol alimentar amb ell una càrrega de valor 75 Ω que ha de tenir una diferència de potencial de 10 V als seus borns. Per a això s'ha d'utilitzar un circuit d'adaptació entre el generador i la càrrega, amb dues possibles configuracions. Es demana el valor de R_1 per a cadascun d'ells.

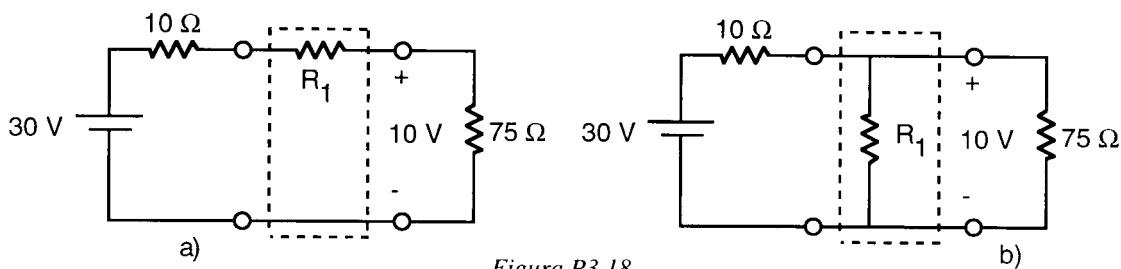


Figura P3.18

Capítol 4 Fonts dependents

4.1 Concepte de font dependent lineal

Una font dependent és un generador amb una magnitud que depèn de la tensió d'algun nus del circuit o del corrent d'alguna de les seves branques. Les fonts independents estudiades als capítols anteriors, a diferència d'aquestes, no depenen del circuit al qual es connecten. Alguns exemples poden ser útils per aclarir aquest nou concepte.

Un *transistor bipolar* és un dispositiu de tres terminals que es representa amb el símbol de la figura 4.1a. En aquest dispositiu, el corrent i_c és β vegades el corrent i_b en un cert marge d'operació anomenat regió activa. Una forma de modelar aquest comportament és la indicada a la figura 4.1b, amb una font de valor βi_b . Observeu que el valor del corrent i_c ha de coincidir amb el d'aquesta font, per això cal que el circuit forci la relació abans esmentada entre els dos corrents. Aquesta font de corrent s'anomena dependent perquè el seu valor depèn o és controlat pel corrent i_b , que flueix per una altra part del circuit. Les fonts dependents de corrent es representen mitjançant un rombe amb una fletxa en el seu interior que indica el sentit del corrent, per tal de distingir-les de les fonts independents, que es representen mitjançant un cercle que tanca una fletxa. La constant β és el guany de corrent de la font dependent.

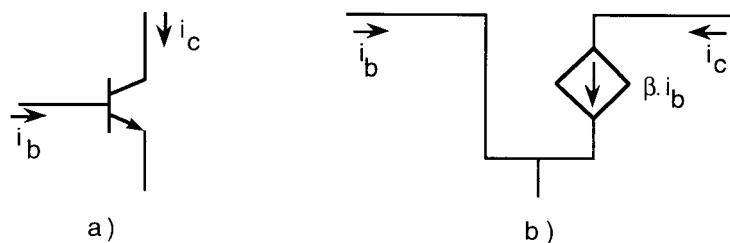


Figura 4.1 a) Símbol circuital del transistor bipolar. b) Modelització mitjançant una font dependent de la relació entre els corrents i_c i i_b en la regió activa ($i_c = \beta i_b$)

Un *amplificador operacional* és un circuit integrat que es representa amb el símbol de la figura 4.2a. En un rang d'operació anomenat lineal, la tensió de sortida v_o és A vegades la tensió d'entrada v_i . Aquesta dependència funcional es pot modelar mitjançant el circuit de la figura 4.2b, en què hi ha una font dependent de tensió de valor $A v_i$. Les fonts dependents de tensió es representen mitjançant un rombe amb els signes + i - per indicar la seva polaritat. La constant A s'anomena guany de tensió de la font dependent.

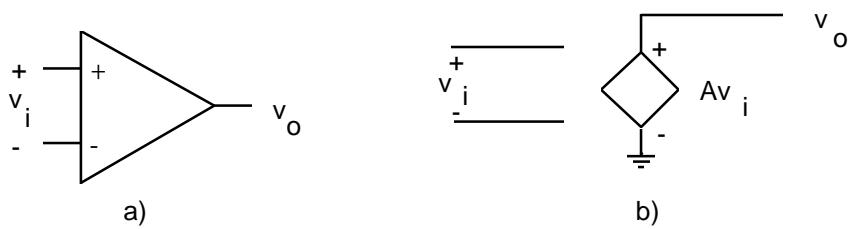


Figura 4.2 a) Símbol circuitual d'un amplificador operacional. b) Circuit que modela el seu comportament en la regió lineal ($v_o = A v_i$)

Un *transistor MOS* és un dispositiu amb un símbol circuitual que es representa a la figura 4.3a. En un cert marge d'operació (anomenat regió de saturació), el corrent i_d és K vegades el quadrat de $(v_i - V_T)$, on v_i és la tensió a l'entrada i V_T una constant. Aquest comportament es representa a la figura 4.3b, mitjançant una font dependent de corrent.

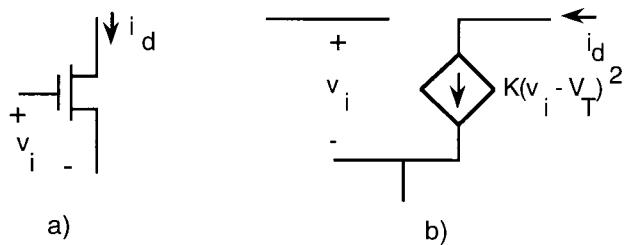


Figura 4.3 a) Símbol circuitual del transistor MOS. b) Circuit que modela el seu comportament a la regió de saturació

Observeu que, en aquests tres exemples, les relacions entre les variables considerades s'han modelat mitjançant fonts dependents de tensió o de corrent. Aquestes dependències són lineals en els dos primers casos i no lineal en l'últim. Les *fons dependents lineals* són aquelles en què la dependència entre variables és lineal. S'utilitzen, en combinació amb altres elements, per realitzar models circuitals de dispositius reals com els que hem vist anteriorment, per tal d'anàlitzar els circuits que els contenen.

4.2 Anàlisi de circuits amb fonts dependents

L'anàlisi de circuits que contenen fonts dependents és igual a la dels circuits analitzats fins ara. Les lleis de Kirchhoff encara són vàlides i, en conseqüència, és aplicable l'anàlisi pels mètodes de nusos i de malles.

Exemple 4.1

Trobeu la tensió v_o del circuit de la figura 4.4.

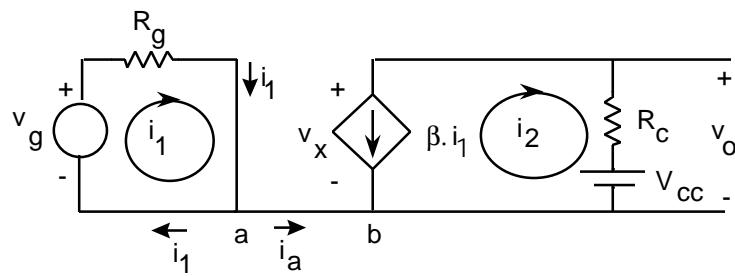


Figura 4.4 Circuit de l'exemple 4.1

El circuit conté dues malles: la que és recorreguda pel corrent i_1 i la que és recorreguda per i_2 . Observeu que pel conductor que uneix els punts a i b no circula corrent. En efecte, si aplicuem la llei de Kirchhoff de corrents al nus a

$$i_1 = i_1 + i_a \Rightarrow i_a = 0$$

Malgrat tot, el fet que no circuli corrent per aquest conductor no significa que es pugui eliminar i que es puguin considerar les dues malles aïllades. La presència d'aquest conductor assegura que tots els punts del circuit connectats a ell són a la mateixa tensió. Aquesta tensió comuna a les dues malles es perdria si estiguessin efectivament aïllades.

Les equacions de les malles són

$$v_g = R_g i_1$$

$$v_x = R_c i_2 + V_{cc}$$

on v_x és la caiguda de tensió entre terminals de la font dependent βi_1 . El corrent i_2 ve fixat pel valor de la font de corrent dependent: $i_2 = -\beta i_1$. Si combinem aquestes equacions és immediat trobar el valor de v_o

$$v_o = V_{cc} - \beta \frac{R_c}{R_g} v_g$$

Exercici 4.1

Trobeu la tensió v_o del circuit de la figura 4.5.

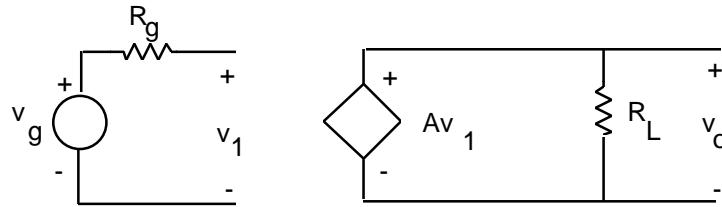


Figura 4.5 Circuit de l'exercici 4.1

Solució:

$$v_o = A v_g$$



Els circuits que contenen fonts dependents lineals, junt amb els components que hem vist fins ara (fonts independents i resistències), són lineals. En conseqüència, es poden analitzar mitjançant superposició i es poden representar mitjançant circuits equivalents de Thévenin i Norton. Convé subratllar que, en aquests casos, les fonts dependents *mai* no s'han de suprimir en aplicar superposició, ja que expressen una relació entre variables i no són una excitació com és el cas de les independents. En els circuits lineals, la sortida és una combinació lineal de les excitacions i, per tant, només les fonts independents es poden anular en l'anàlisi per superposició.

Exemple 4.2

Apliqueu superposició per calcular v_o al circuit de la figura 4.4.

Les úniques fonts independents del circuit són v_g i V_{cc} . Per tant, la sortida és una combinació lineal d'aquestes dues fonts, i la contribució de cadascuna d'elles en v_o es calcula anul·lant l'altra.

Contribució de v_g

$$v_{o1} = v_o [V_{cc} = 0] = -R_c \beta i_1 = -\beta \frac{R_c}{R_g} v_g$$

Contribució de V_{cc}

$$v_{o2} = v_o [v_g = 0] = V_{cc}$$

ja que en ser $v_g = 0$, resulta $i_1 = 0$. Observeu que, en aquest cas, la font independent de corrent té un valor nul com a conseqüència de l'anul·lació de la font independent v_g .

El valor de v_o és la suma de v_{o1} i v_{o2} , que coincideix amb el resultat de l'exemple 4.1. Observeu que en cap cas no s'ha anul·lat la font dependent.

Exemple 4.3

Calculeu el circuit equivalent de Thévenin del circuit de la figura 4.6 des dels terminals de sortida.

La tensió del generador Thévenin és la que apareix entre els terminals de sortida quan són en circuit obert. Si anomenem i_p el corrent que circula en el sentit de les agulles del rellotge per la malla formada per la font dependent - R_p - R_L - V_{BB} - R_s resulta

$$v_{th} = V_{BB} + i_p R_L$$

$$i_p = \frac{Av_e - V_{BB}}{R_s + R_L + R_p}$$

Finalment, si apliquem les lleis de Kirchhoff a la primera malla, s'obté la tensió v_E si restem a la tensió del terminal dret de R_g la tensió que hi ha entre la font dependent i la resistència R_s , que anomenem v_r . Observeu que a través de v_g i de R_g no circula corrent, a causa de la presència del circuit obert; per això la caiguda de tensió en R_g és nul·la. Així doncs,

$$v_E = v_g - v_1 = v_g - (-R_s i_p)$$

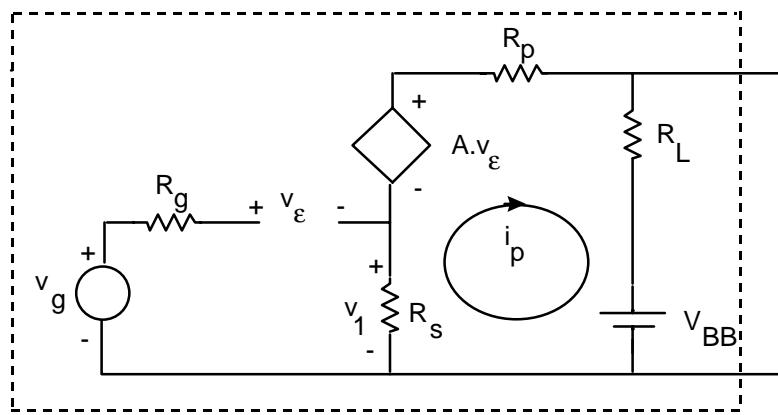


Figura 4.6 Circuit de l'exemple 4.3

Si combinem aquesta equació amb les dues anteriors trobem v_{th} que resulta ser

$$v_{th} = \frac{v_g AR_L + V_{BB}(R_p + R_s(1-A))}{R_L + R_p + R_s(1-A)}$$

Per calcular la resistència R_{th} connectem un generador de prova v_x a la sortida i calculem el corrent i_x que liuira aquest generador, i prèviament anul·lem les fonts independents v_g i V_{BB} :

$$i_x = \frac{v_x}{R_L} + \frac{v_x - (v_1 + Av_e)}{R_p}$$

Com que v_g ha estat anul·lada, el valor de v_e ve donat per

$$v_e = 0 - v_1 = -v_1$$

on el valor de v_1 es pot calcular multiplicant R_s pel corrent que la travessa, $-i_p$. Si operem, resulta

$$i_x = \frac{v_x}{R_L} + \frac{v_x}{R_p + R_s(1-A)}$$

i per tant, el valor de la resistència Thévenin és

$$\frac{1}{R_{th}} = \frac{i_x}{v_x} = \frac{1}{R_L} + \frac{1}{R_p + R_s(1-A)}$$

és a dir, la combinació en paral·lel de R_L i $[R_p + R_s(1-A)]$.

Observeu que encara que s'han anul·lat les fonts independents, la font dependent no s'anul·la.

Exercici 4.2

Apliqueu superposició per calcular la tensió de sortida del circuit equivalent de Thévenin del circuit de la figura 4.6.

Exercici 4.3

Calculeu l'equivalent de Thévenin del circuit de la figura 4.4.

Solució:

$$v_{th} = V_{cc} - \beta \frac{R_c}{R_g} v_g$$

$$R_{th} = R_c$$

4.3 Fonts dependents i circuits actius

S'anomena circuit actiu aquell que és capaç de lliurar a una càrrega més potència que la rebuda de la font de senyal. Considereu el circuit de la figura 4.7, en què el primer bloc, $v_g - R_g$, representa un generador de senyal, i el darrer bloc, R_L , representa la càrrega. En aquest circuit, la potència que lliura el generador de senyal és nul·la, ja que i_g és zero a causa de la presència del circuit obert. Malgrat tot, la potència que el circuit lliura a la càrrega no és nul·la:

$$P_L = v_L \cdot i_L = (A.v_i) \cdot \left(\frac{A.v_i}{R_L} \right) = \frac{(A.v_i)^2}{R_L}$$

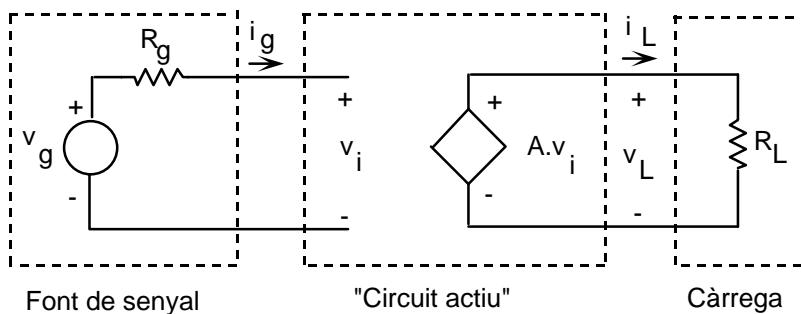


Figura 4.7 Circuit format per una font de senyal, un circuit actiu i una càrrega

Obviament, la potència que es lliura a la càrrega la proporciona la font dependent. Atès que l'energia no es pot crear a partir dels res, d'on obté l'energia la font dependent? Com s'indicava a l'inici d'aquest capítol, la font dependent és un element de circuit que s'utilitza per modelar dispositius, però que no té, com a font, una existència real. Aquests dispositius realitzen una transformació d'energia: prenen energia d'una "font d'alimentació" i la converteixen en "energia de senyal".

Forma part de la nostra experiència quotidiana el fet que el funcionament d'un aparell de ràdio esgota l'energia de les piles que l'alimenten. De vegades, en els esquemes d'aquests circuits, no es fa explícita la "font" que "alimenta" els dispositius. En aquests casos, cal tenir present que les fonts dependents modelen el

fenomen de conversió d'energia. Quan s'estudiïn dispositius actius es posarà de manifest aquesta transformació d'energia amb més claredat.

4.4 L'amplificador operacional (AO)

Un dispositiu actiu d'àmplia utilització en l'electrònica actualment, que il·lustra els conceptes desenvolupats al paràgraf anterior, és l'amplificador operacional (AO). L'amplificador operacional és un circuit complex format per dotzenes de transistors, resistències i condensadors, tots ells fabricats i interconnectats sobre un petit cristall de silici. A causa d'aquesta "integració" de diversos dispositius i de la seva interconnexió sobre silici, es diu que és un circuit integrat. Malgrat la seva complexitat interna, l'amplificador operacional es pot modelar de forma molt simple a través del seu model ideal, que aproxima raonablement bé, en un marge ampli d'operació, el comportament del dispositiu real.

El símbol circuital i els terminals de l'amplificador operacional bàsic són els indicats a la figura 4.8. Tal com s'il·lustra en aquesta figura, el dispositiu consta de cinc terminals: dues entrades, anomenades *inversora* i *no inversora*, una sortida, i dos terminals d'alimentació als quals sol aplicar-se una tensió positiva, V_{cc+} , i una de negativa, V_{cc-} , respectivament. Els valors típics per a V_{cc+} i V_{cc-} són 15 V i -15 V, encara que altres valors com 8 i -8 o fins i tot altres de no simètrics, com 0 i 5, són possibles. Alguns amplificadors operacionals reals presenten algun terminal extra per millorar determinades característiques, que de moment no tractem a fi de ressaltar el comportament essencial de l'AO.

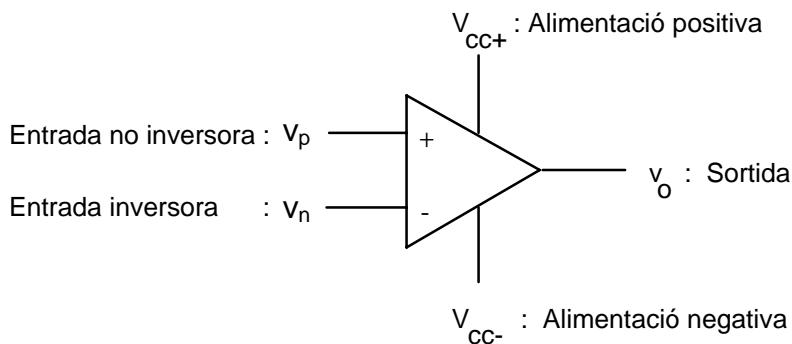


Figura 4.8 Símbol i terminals de l'amplificador operacional bàsic

A la figura 4.9 es representen les tensions i els corrents en terminals de l'AO. Observeu que totes les tensions es refereixen a un nus de referència, generalment la massa. (Observeu també que les tensions v_p i v_n poden ser positives o negatives.) Per tal de simplificar els esquemes dels circuits amb AO, només es representen els terminals de senyal, per això s'eliminen els d'alimentació, que es dóna per descomptat que hi són.

El comportament de l'AO es pot aproximar per la *característica* $v_o(v_i)$, representada a la figura 4.10, on $v_i = v_p - v_n$. Aquesta característica consta de tres regions: la regió lineal (1), representada per un segment de recta que passa per l'origen; la regió de saturació positiva (2), representada per un segment de recta horitzontal d'ordenada $+V_{cc}$; i la regió de saturació negativa (3), similar a l'anterior, però d'ordenada $-V_{cc}$.

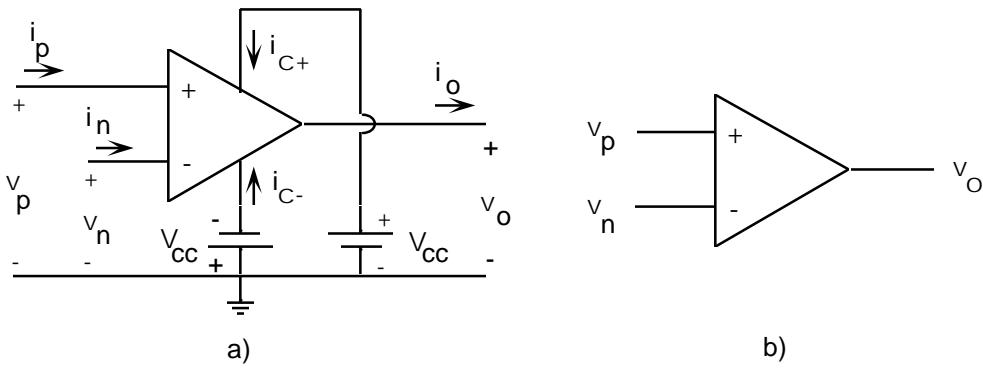


Figura 4.9 a) Tensions i corrents en un AO b) Esquema simplificat de l'AO

A la regió lineal, la sortida és proporcional a l'entrada (equació d'una recta que passa per l'origen):

$$v_o = A(v_p - v_n) \quad (4.1)$$

Aquesta característica representa una operació que s'anomena *amplificació*. La sortida reproduceix l'entrada \$(v_p - v_n)\$ "amplificada". D'aquí el terme *amplificador*, que s'utilitza per anomenar aquest dispositiu. La constant A s'anomena *guany en tensió de l'amplificador*. A l'expressió 4.1 el guany de l'AO és A. Els amplificadors tenen un ús estès en electrònica, atès que sovint els senyals d'entrada dels circuits són molt febles i s'han d'amplificar per poder-hi operar. Penseu, per exemple, en el senyal de TV que capta una antena o en l'eco que rep un radar.

En els AO el guany A sol ser de l'ordre de \$10^5\$. Tal com s'indica a la figura 4.10, el valor màxim de \$v_o\$ a la regió lineal és \$V_{cc}\$, que usualment és de 15 V. Així doncs, el valor màxim de \$(v_p - v_n)\$ a la regió lineal és de l'ordre de \$15/10^5\$ V, és a dir, \$150 \mu\$V. Per aquesta raó, l'eix d'ordenades sol ser retolat en volts i el d'abscisses en mil-lèsimes de volt. En el model de l'AO ideal se sol considerar que A tendeix a infinit i, en conseqüència, dins la regió lineal, \$(v_p - v_n)\$ tendeix a zero. És a dir, \$v_p\$ coincideix amb \$v_n\$. Aleshores es diu que entre les dues entrades s'estableix un *curtcircuit virtual*, en el sentit que \$v_p - v_n\$ és pràcticament zero, però sense que hi hagi un camí de corrent entre ambdós terminals.

La característica amplificadora que acabem de comentar té límits en el dispositiu real. La tensió de sortida no pot superar les tensions d'alimentació. D'aquí la "saturació de l'amplificador" a les regions 2 i 3. A la regió de saturació positiva, la sortida es fa independent de l'entrada i es fixa en

$$v_o = +V_{cc} \quad (4.2)$$

i a la regió de saturació negativa, de forma similar a l'anterior

$$v_o = -V_{cc} \quad (4.3)$$

El *model ideal de l'AO* es completa amb les relacions de corrents: els corrents d'entrada \$i_p\$ i \$i_n\$ se suposen nuls, per això el corrent de sortida \$i_o\$ ve donat per la suma dels corrents d'alimentació \$i_{c+}\$ i \$i_{c-}\$.

$$i_p = i_n = 0 \quad (4.4)$$

$$i_o = i_{c+} + i_{c-} \quad (4.5)$$

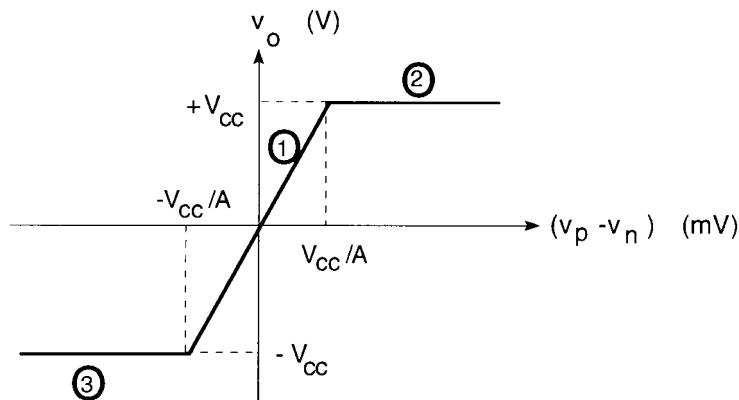


Figura 4.10 Característica v_o-v_i aproximada d'un amplificador operacional

A la regió lineal, i només en ella, l'AO es pot modelar mitjançant el circuit de la figura 4.2b. Aquest circuit estableix que la relació entre la sortida i l'entrada ve donada per l'equació 4.1 i que els corrents d'entrada i_p i i_n són nuls. A les regions de saturació positiva i negativa caldrà substituir la font dependent del model anterior per una font independent de valor $+V_{cc}$ o $-V_{cc}$, respectivament. Observeu que l'AO treballa a la regió lineal, mentre la tensió de sortida prengui valors entre $+V_{cc}$ i $-V_{cc}$.

4.5 Anàlisi de circuits amb AO que treballen a la regió lineal

Tal com s'ha dit a l'apartat anterior, quan un AO treballa a la regió lineal es pot modelar segons el circuit de la figura 4.2b. L'anàlisi d'un circuit amb AO que treballa a la regió lineal consisteix a substituir l'AO pel seu circuit equivalent i, a continuació, resoldre el circuit resultant. Amb els valors obtinguts de v_o cal verificar que l'AO treballa a la seva regió lineal, per tal de validar l'anàlisi realitzada.

Exemple 4.4

El circuit de la figura 4.11a s'anomena amplificador inversor. Calculeu la relació v_o/v_g .

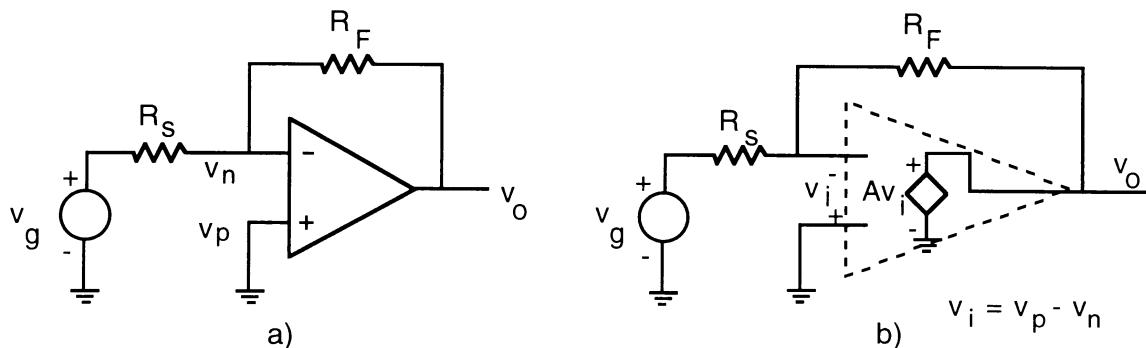


Figura 4.11 a) Circuit amplificador inversor amb AO. b) Substitució de l'AO pel seu circuit equivalent a la regió lineal

A la figura 4.11b s'ha substituït l'AO pel seu circuit equivalent. L'anàlisi d'aquest circuit es pot fer a partir de les equacions següents:

$$v_o = A(v_p - v_n)$$

$$v_p = 0$$

$$v_n = v_g - R_s i_g$$

$$i_g = \frac{v_g - v_o}{R_s + R_F}$$

La darrera expressió s'ha obtingut amb i_g nul·la. Si operem, s'arriba a l'expressió següent:

$$v_o = -\frac{AR_F}{R_F + (A+1)R_s} \cdot v_g$$

$$\frac{v_o}{v_g} = -\frac{AR_F}{R_F + (A+1)R_s}$$

Observeu a la darrera expressió que si A tendeix a infinit la relació entre v_o i v_g se simplifica a

$$\frac{v_o}{v_g} = -\frac{R_F}{R_s} \quad (4.6)$$

atès que 1 és menyspreable respecte de A i R_F també ho és respecte de AR_s i així obtenim la darrera expressió si simplifiquem A al numerador i al denominador. Aquest resultat només és vàlid per a aquells valors de v_g que impliquin que v_o és dins el marge $-V_{cc}$ a $+V_{cc}$

Exercici 4.4

El circuit de la figura 4.12 s'anomena amplificador no inversor. Trobeu v_o/v_g en funció d' A , i després aproximeu el seu valor en el límit quan A tendeix a infinit.

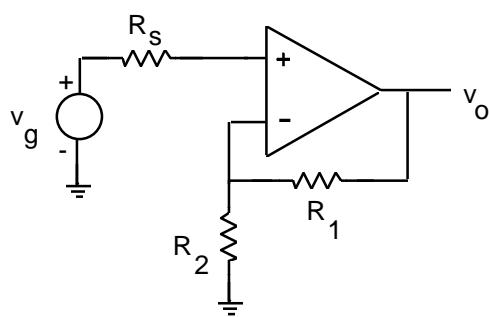


Figura 4.12 Circuit amplificador no inversor amb AO

Solució:

$$\frac{v_o}{v_g} = \frac{A(R_1 + R_2)}{R_1 + (A+1)R_2} \approx 1 + \frac{R_1}{R_2} \quad (4.7)$$

resultat vàlid només si v_o és superior a $-V_{cc}$ i inferior a $+V_{cc}$.



Si féssim ús del concepte de curtcircuit virtual, arribaríem al mateix resultat simplificat. Com es veurà als exemples següents, aquest concepte simplifica enormement els càlculs i s'utilitza àmpliament en l'anàlisi de circuits amb AO que operen en la seva regió lineal.

Exemple 4.5

Utilitzeu el concepte de curtcircuit virtual per resoldre el circuit de la figura 4.11.

El curtcircuit virtual significa que $v_p = v_n$. Com que v_p és zero per la seva connexió a massa, v_n també ho és, per això el corrent i_g és:

$$i_g = \frac{v_g - v_n}{R_s} = \frac{v_g - 0}{R_s} = \frac{v_g}{R_s}$$

Com que el corrent i_n és nul, el corrent i_g circula per R_F , per això v_o és

$$v_o = v_n - i_g R_F = 0 - i_g R_F = -i_g R_F$$

si substituïm a la darrera expressió el valor de i_g obtingut anteriorment, resulta

$$\frac{v_o}{v_g} = -\frac{R_F}{R_s}$$

que coincideix amb el que hem obtingut anteriorment quan se suposava que A tendia a infinit. El valor de la relació v_o/v_g és el guany de tensió de l'amplificador, amb un valor que en aquest cas és $G_V = -R_F/R_s$. Observeu que aquest guany només depèn d'una relació entre resistències quan A és molt gran.

Exercici 4.5

Feu ús del concepte de curtcircuit virtual per calcular el circuit de la figura 4.12.

Solució:

$$\frac{v_o}{v_g} = 1 + \frac{R_1}{R_2}$$



A les figures 4.13 i 4.14 es presenten dos circuits d'àmplia utilització en electrònica: l'amplificador sumador i l'amplificador diferencial o amplificador sostractor, respectivament. Com els seus noms indiquen, les seves sortides són una combinació lineal de diverses entrades (suma o resta). Aquests circuits són analitzats als exemples 4.6 i 4.7.

Exemple 4.6

Trobeu el valor de v_o en el circuit sumador de la figura 4.13.

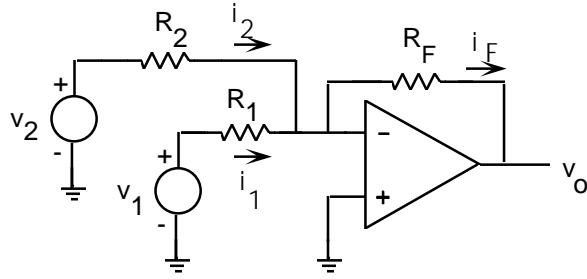


Figura 4.13 Circuit sumador

A causa del curtcircuit virtual, v_n és igual a zero. Així mateix, i_F és la suma de i_1 i de i_2 , ja que i_n és nul. Aleshores resulta

$$v_o = 0 - R_F i_F = -R_F i_F$$

$$i_F = i_1 + i_2$$

$$i_1 = \frac{v_1}{R_1}$$

$$i_2 = \frac{v_2}{R_2}$$

Si combinem aquestes equacions obtenim que v_o és igual a

$$v_o = -\left(\frac{R_F}{R_1}v_1 + \frac{R_F}{R_2}v_2\right) \quad (4.8)$$

Si es fes $R_1 = R_2 = R$ el resultat anterior se simplificaria a

$$v_o = -\frac{R_F}{R}(v_1 + v_2)$$

que fa més explícit el caràcter "sumador" del circuit.

Exemple 4.7

Trobeu v_o en l'amplificador diferencial de la figura 4.14.

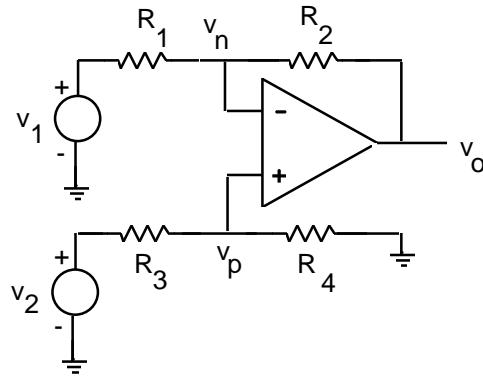


Figura 4.14 Amplificador diferencial amb AO

Les tensions v_p i v_n es poden calcular si combinem els divisoris de tensió formats per R_1 i R_2 , i per R_3 i R_4 , ja que $i_p = i_n = 0$.

$$v_p = \frac{v_2}{R_3 + R_4} R_4$$

$$v_n = v_o + \frac{v_1 - v_o}{R_1 + R_2} R_2$$

I si fem ús del curtcircuit virtual, és a dir, $v_p = v_n$, arribem a l'expressió següent

$$v_o = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} v_2 - \frac{R_2}{R_1} v_1 \quad (4.9)$$

Si es compleix que

$$R_1 R_4 = R_2 R_3 \quad (4.10)$$

L'expressió 4.9 es converteix en

$$v_o = k(v_2 - v_1) \quad (4.11)$$

on $k = R_2/R_1 = R_4/R_3$. Observeu que la sortida amplifica la diferència entre els senyals v_2 i v_1 . D'aquí ve el nom d'amplificador diferencial. Observeu també a 4.11 que el senyal connectat a v_p conserva el seu signe, i el connectat a v_n s'inverteix.



Els circuits que contenen AO que treballen a la regió lineal, com també altres dispositius lineals, són circuits lineals i es poden calcular pel mètode de superposició. En molts circuits, malgrat tot, el càlcul per superposició sol ser més llarg que el directe.

Exercici 4.6

Utilitzeu l'aproximació de curtcircuit virtual per calcular la tensió v_o del circuit de la figura 4.13 per superposició.

Exercici 4.7

Utilitzeu l'aproximació de curtcircuit virtual per calcular la tensió v_o del circuit de la figura 4.14 per superposició. Observeu que el circuit combina un amplificador inversor amb un altre no inversor.



És important tenir en compte que tots els càlculs realitzats en aquest apartat només són vàlids si l'AO treballa a la seva regió lineal. Si se sobrepassa aquest marge, la sortida queda fixada a $+V_{cc}$ o a $-V_{cc}$, segons envaeixi les regions de saturació positiva o negativa, respectivament.

Exemple 4.8

Si suposem en el circuit de la figura 4.11 que $R_s = 1 \text{ k}\Omega$, $V_{cc} = 15 \text{ V}$, i que v_g sigui el senyal triangular de la figura 4.15, dibuixe el senyal de sortida v_o , si: a) $R_F = 5 \text{ k}\Omega$, i b) $R_F = 30 \text{ k}\Omega$.

- a) El guany de tensió de l'amplificador inversor serà $G_V = -R_F/R_s = -5$, de manera que v_o serà $-5 v_g$. Com que l'amplitud de pic del senyal triangular d'entrada és d'1 V, l'amplitud de pic de la sortida serà de 5 V, valor inferior a $V_{cc} = 15 \text{ V}$. Per tant, l'AO treballa sempre en la regió lineal i la sortida v_o serà un senyal triangular de 5 V de pic, d'igual període T , i invertit respecte de l'eix d'abscisses amb relació a v_g , a causa del signe negatiu del guany.

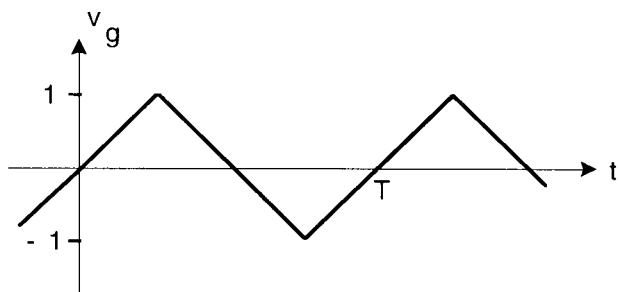


Figura 4.15 Senyal triangular de l'exemple 4.8

- b) D'acord amb els valors numèrics de l'enunciat, el guany ara és de -30. En multiplicar v_g per -30, resultaria un senyal triangular invertit respecte de l'eix d'abscisses amb relació a v_g (a causa del signe negatiu) i de 30 V d'amplitud de pic. Com que aquest valor de pic supera el màxim que limita la regió lineal, V_{cc} , l'AO penetra en les regions de saturació i, en elles, el valor de v_o queda fixat a $+V_{cc}$ i a $-V_{cc}$ segons s'indica a la figura 4.16. En aquestes zones en què el valor de v_o queda retallat, l'AO treballa a les regions de saturació positiva o negativa, segons el cas.

Exercici 4.8

Repetiu l'exemple 4.8 per al circuit de la figura 4.12, amb $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$ i R_1 : a) $4 \text{ k}\Omega$ i b) $29 \text{ k}\Omega$. Suposeu $V_{cc+} = -V_{cc-} = 15 \text{ V}$.

Solució:

a) La sortida serà una ona triangular com v_o , però d'amplitud de pic 5 V. En aquest cas, com que el guany és positiu no hi ha inversió respecte de l'eix d'abscisses.

b) La forma d'ona de sortida és com l'anterior, però retallada per la saturació positiva i negativa, és a dir, com a la figura 4.16, però invertida respecte de l'eix d'abscisses.

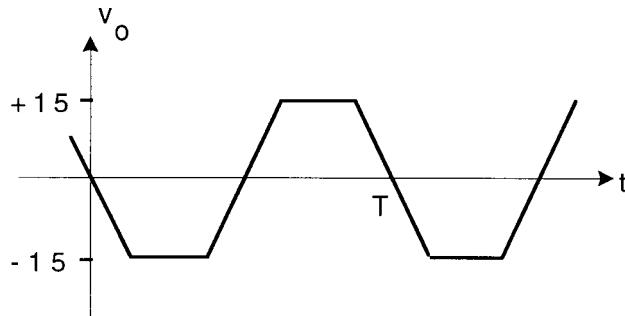


Figura 4.16 Senyal de sortida de l'exemple 4.8b

Exemple 4.9

Demostreu que el circuit de la figura 4.17 es comporta com una font de corrent de valor $I_o = V_i/5 \text{ k}\Omega$. Si $V_i = 5 \text{ V}$, discutiu el comportament del circuit segons els valors que prengui R_L .

En ser i_p i i_n nuls resulta que $v_p = v_n = V_i$. Per tant, el corrent que circula per la resistència de $5 \text{ k}\Omega$ serà $v_i/5 \text{ k}\Omega$, és a dir, $(V_i/5) \text{ mA}$.

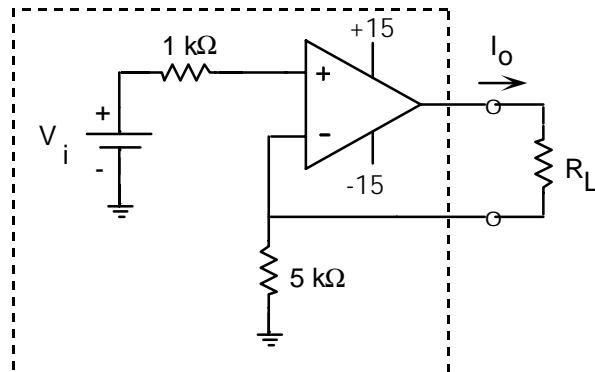


Figura 4.17 Circuit exemple 4.9

Quan V_i val 5 V, el corrent I_o és d'I mA.

Aquests valors només són certs en la mesura que l'AO treballi en la seva regió lineal. La tensió de sortida v_o és

$$v_o = I_o R_L + v_n = I_o R_L + V_i$$

Com que V_{CC} té un valor de 15 V, resulta que el valor màxim de R_L perquè v_o sigui inferior a aquest valor és de $10 \text{ k}\Omega$. Per a valors de R_L iguals o més grans que aquest, l'AO treballa a la regió de saturació positiva, i el resultat anterior deixa de ser cert ja que v_p no és igual a v_n .

4.6 Circuit d'acoblament amb amplificador operacional

A l'apartat 3.4, relatiu a la transferència de senyal, es va comentar la necessitat de circuits d'acoblament entre font i càrrega per aconseguir una bona transferència de senyal. Un d'aquests circuits es realitza amb un AO segons l'esquema de la figura 4.18. S'anomena *seguidor de tensió*.

Observeu que, en aquest circuit, v_n és igual a v_o ; per això mentre l'AO operi a la regió lineal, $v_p = v_n$, i en conseqüència,

$$v_o = v_g \quad (4.12)$$

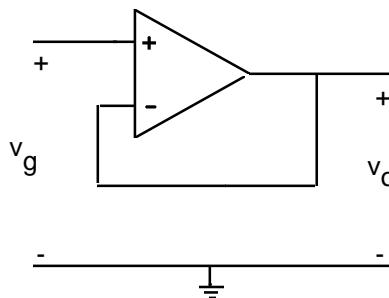


Figura 4.18 Seguidor de tensió amb AO

Considereu el circuit de la figura 4.19a. Es vol transmetre la tensió màxima des del generador de senyal v_s a la càrrega R_L . El problema radica en el fet que R_s és fixa i R_L pot variar en molts ordres de magnitud. El circuit de la figura 4.19b permet aquest acoblament. Com que i_p és nul·la, v_p val v_s i en conseqüència, la sortida de l'operacional i, per tant, la tensió a la càrrega, és v_s . S'aconsegueix, doncs, la transferència màxima de tensió des del generador de senyal a la càrrega, amb independència dels valors de R_s i de R_L .

Exercici 4.9

Determineu la relació existent en el circuit de la figura 4.20 entre v_L i i_s . Discutiu el funcionament del circuit segons els valors de R_L .

Solució:

En el circuit de la figura 4.20, $v_L = -i_s \cdot R_F$, amb independència de R_s i R_L .

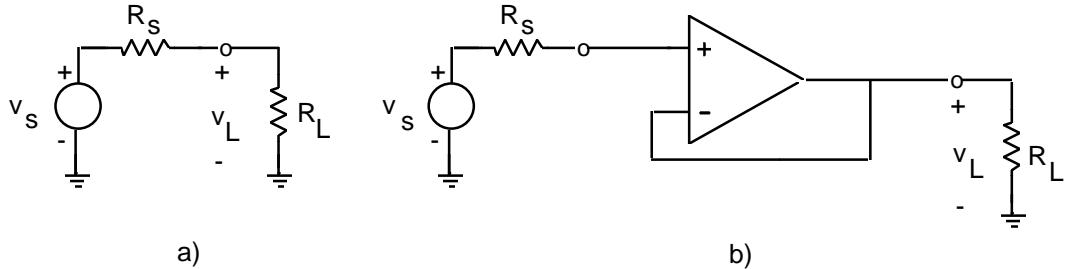


Figura 4.19 El seguidor de tensió com a circuit d'acoblament

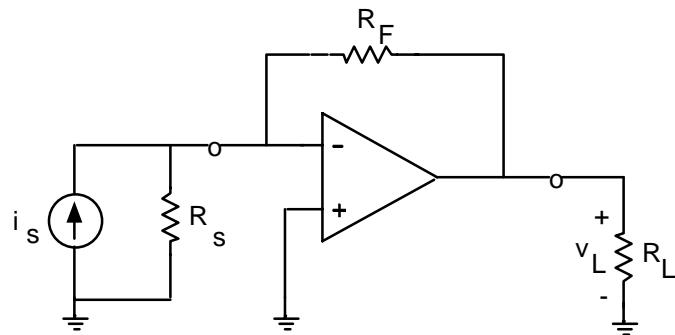


Figura 4.20 Circuit de l'exercici 4.9

4.7 Anàlisi de circuits amb AO que treballen de forma no lineal

Molts circuits electrònics que contenen AO treballen en les regions de saturació. Entre aquests ocupen un lloc important els circuits comparadors. Considereu el circuit de la figura 4.21. En aquest circuit v_n és la tensió V_r i l'entrada v_p és la tensió v_g . La tensió d'entrada de l'operacional serà

$$v_i = v_p - v_n = v_g - V_r$$

Si l'AO treballés a la regió lineal, v_o seria $A v_i$. Però, per operar en aquesta regió, cal que v_o sigui inferior en mòdul a V_{cc} . Això significa que l'AO treballarà a la regió lineal només si

$$|v_g - V_r| \leq \frac{V_{cc}}{A}$$

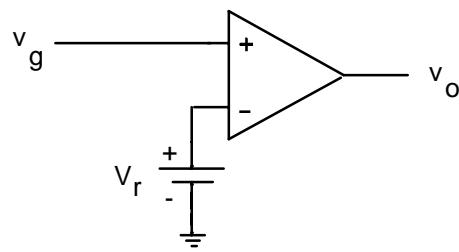


Figura 4.21 Circuit comparador

i atès que A sol valer de l'ordre de 10^5 , l'expressió anterior significa que només s'és a la regió lineal quan v_g sigui aproximadament igual a V_r (la diferència entre ambdues tensions ha de ser inferior a unes dècimes de mil·livolt). En la resta dels casos, l'AO treballa a la regió de saturació positiva, si $v_g > V_r$, o negativa, si $v_g < V_r$. En el primer cas, la sortida és $+V_{cc}$ i, en el segon, $-V_{cc}$.

A la figura 4.22 es representa un senyal arbitrari v_g i la sortida que s'obté del comparador: quan v_g és més gran que la tensió de referència V_r la sortida és "alta" ($+V_{cc}$), mentre que quan és inferior la sortida és "baixa" ($-V_{cc}$). Per tant, la sortida proporciona el resultat de *comparar* el senyal amb una tensió de referència.

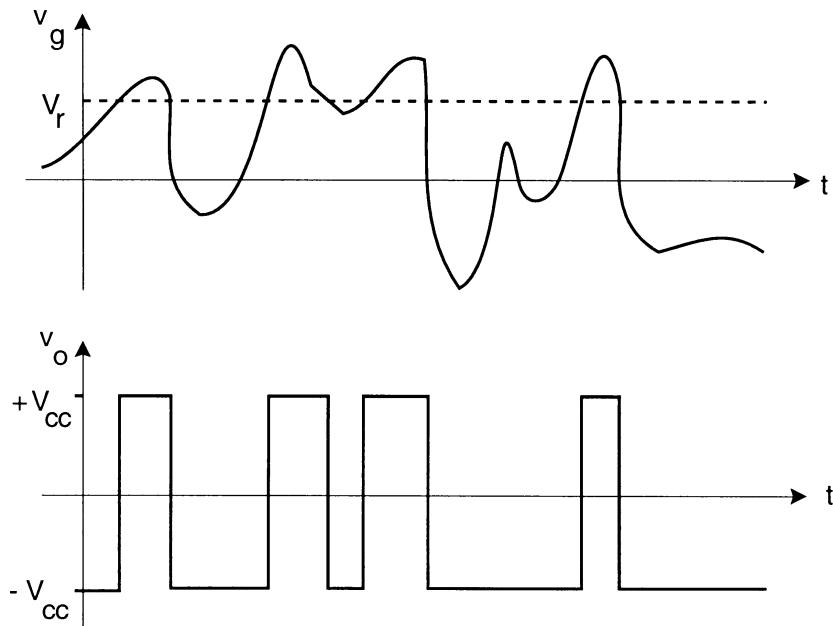


Figura 4.22 a) Senyal arbitrari d'entrada al comparador. b) Senyal de sortida del comparador

Exemple 4.10

El circuit de la figura 4.23 és un comparador amb histèresi (coneugut també com a disparador de Schmitt o *Schmitt trigger*, en anglès). Dibuixeu la característica $v_o - v_g$ primer per valors sempre creixents de v_g i després per valors sempre decreixents. Discutiu el resultat obtingut.

El valor de la tensió v_p ve donat per l'expressió següent:

$$v_p = V_r + \frac{v_o - V_r}{R_1 + R_2} R_2 = V_r \frac{R_1}{R_1 + R_2} + v_o \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (4.13)$$

Imagineu que v_g fa una excursió cap a valors creixents des de $-\infty$. Inicialment v_p que és $v_p - v_g$ és positiva i gran, per això l'AO serà a la regió de saturació positiva i v_o serà $+V_{cc}$. Així doncs, d'acord amb 4.13, el valor de v_p serà

$$v_p = V_r \frac{R_1}{R_1 + R_2} + V_{cc} \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (4.14)$$

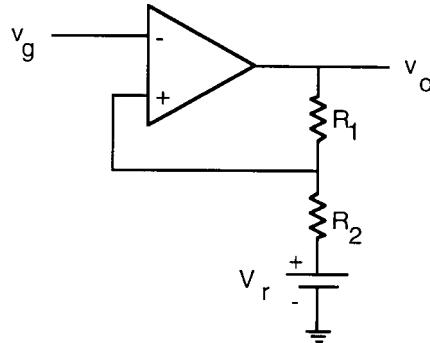


Figura 4.23 Comparador amb histèresi

Quan v_g augmenti des del seu valor inicial i superi aquest valor de v_p , el signe de v_i es farà negatiu, i l'AO entrarà a la regió de saturació negativa després de travessar ràpidament la regió lineal. Per tant, la sortida commutará a $-V_{cc}$ i es mantindrà en aquest valor mentre v_g vagi creixent.

Suposeu ara que v_g realitza una excursió decreixent des de $+\infty$. Inicialment, v_i serà negatiu i v_o serà $-V_{cc}$ per això l'expressió 4.13 es converteix en

$$v_p = V_r \frac{R_1}{R_1 + R_2} - V_{cc} \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (4.15)$$

i la sortida commutará a $+V_{cc}$ quan v_g sigui inferior a aquest valor. Aquest comportament es representa a la figura 4.24.

Com es pot observar, els valors de v_g per als quals la sortida commuta són diferents per a v_g creixents i per a v_g decreixents. Es diu que el circuit té histèresi. Observeu que en aquest circuit la sortida depèn de la història anterior de v_g : el senyal de referència depèn de l'estat de la sortida i, per tant, del valor anterior del

senyal d'entrada que produïa aquella sortida. El valor central i l'amplitud de la histèresi es mostren a la figura 4.24.

Aquest tipus de circuit té diverses aplicacions en electrònica, com per exemple evitar que petites variacions en v_g al voltant del valor de commutació ocasionin variacions a la sortida. La sortida només canvia quan v_g presenta una variació gran. També s'utilitza, per exemple, en circuits digitals per recuperar un tren de polsos degradat per diversos efectes capacitius paràsits, i per eliminar soroll en un senyal digital.

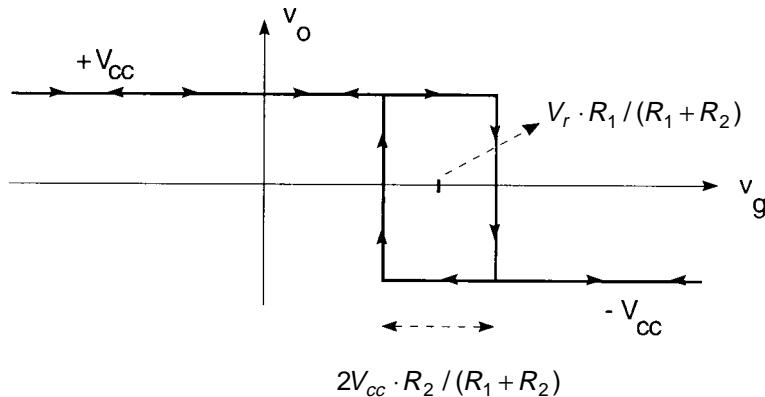


Figura 4.24 Característica $v_o - v_g$ del comparador amb histèresi

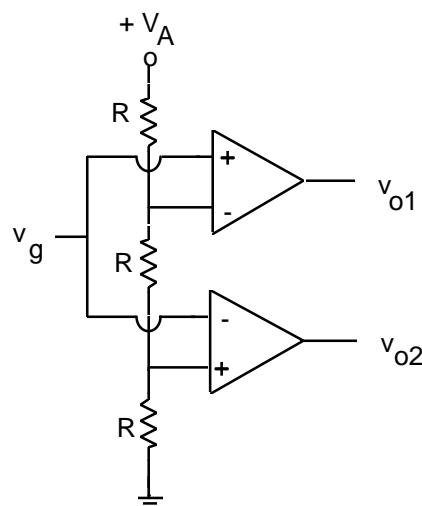


Figura 4.25 Circuit comparador de l'exercici 4.10

Exercici 4.10

Indiqueu l'estat de les sortides v_{o1} i v_{o2} segons els valors que prengui v_g al circuit de la figura 4.25.

Solució:

$$v_{o1} = +V_{cc} \text{ si } v_g > 2V_A / 3$$

$$v_{o2} = +V_{cc} \text{ si } v_g < V_A / 3$$

Els circuits que presenten camins que connecten la sortida amb l'entrada s'anomenen *circuits realimentats*. És important ressaltar que en tots els circuits que operen a la regió lineal, fins i tot els d'acoblament, la tensió de sortida v_o es connecta a l'entrada a través del terminal inversor, i es diu que tenen una *realimentació negativa*, mentre que en els que treballen de forma no lineal ho fa a través del terminal no inversor, i es diu que tenen *realimentació positiva*.

Els amplificadors amb realimentació positiva tendeixen a treballar a les regions de saturació. En efecte, si v_o augmenta, la realimentació produeix un augment en v_p que provoca un augment més gran a v_o ($v_o = A(v_p - v_n)$ a la regió lineal). Aquest efecte encadenat provoca que la sortida entri a la regió de saturació positiva. De manera similar, si v_o comença a disminuir l'amplificador entra en saturació negativa.

Els amplificadors amb realimentació negativa tendeixen a mantenir-se estables a la regió lineal. En efecte, si per alguna circumstància v_o augmenta, la realimentació produeix un augment de v_n que provoca una disminució de v_o que tendeix a neutralitzar l'augment inicial.

4.8 Anàlisi de circuits amb ordinador utilitzant SPICE

La revolució informàtica que ha tingut lloc en aquests darrers anys ha permès estendre l'ús dels ordinadors personals d'una forma massiva. Amb això, s'han popularitzat noves eines de càcul que fins fa molt poc estaven limitades a alguns centres de disseny. Aquests programes permeten l'anàlisi i el disseny de circuits electrònics i també poden ser utilitzats per a l'aprenentatge de l'electrònica.

La forma d'operar d'aquests programes és simple. Es comunica a l'ordinador la topologia del circuit que es vol analitzar, els valors dels paràmetres que defineixen els models dels dispositius que l'integren i s'indica que porti a terme una anàlisi determinada. Al cap de poc temps, l'ordinador proporciona els resultats de l'anàlisi, després de resoldre numèricament les equacions resultants.

Una forma d'operar tan simple podria donar la impressió que es poden dissenyar circuits electrònics sense conèixer-ne prèviament el funcionament. No hi ha res més fals. Convidem el lector que intenti dissenyar un amplificador, per exemple, sense conèixer-ne res més que l'esquema i les especificacions que se li demanen. Hi ha tantes variables en el circuit que, sense un coneixement qualitatiu del circuit i una idea aproximada dels seus valors finals, el disseny es fa impossible a la pràctica. La utilitat fonamental d'aquests programes consisteix a "afinar" quantitativament un disseny quan s'ha fet un càlcul aproximat del circuit i se'n coneix qualitativament el comportament.

Un programa d'anàlisi de circuits amb ordinador que, al llarg d'aquests darrers anys, s'ha anat convertint en estàndard per a l'anàlisi de circuits electrònics és el conegut per les sigles SPICE (*Simulation Program with Integrated Circuits Emphasis*). En aquest text es descriu una versió d'aquest programa, anomenada PSPICE, executable en ordinadors personals.

Es remet el lector interessat a conèixer o utilitzar aquest simulador de circuits electrònics a llegir l'apèndix B. Els no interessats poden prescindir d'aquest apartat sense pèrdua de continuïtat. A continuació s'exposen exemples d'utilització de SPICE per familiaritzar el lector en l'ús de les anàlisis en corrent continu (.OP), de l'anàlisi de la funció de transferència (.TF) i en l'ús de la definició de subcircuits (.SUBCKT).

Exemple 4.11

Utilitzeu SPICE per trobar les tensions en els nusos del circuit de la figura 4.26. Trobeu també el valor de i_x i de v_x .

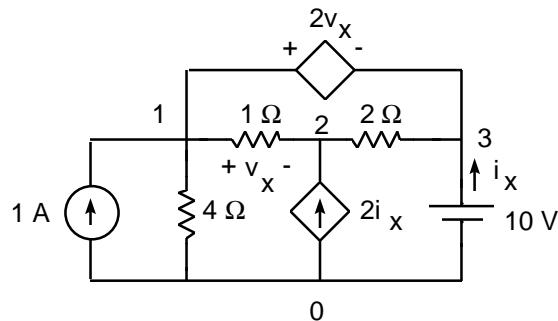


Figura 4.26 Circuit de l'exemple 4.11

L'arxiu d'entrada per a aquest anàlisi és el següent:

```
EXAMPLE SPICE 1
R1 1 0 4
R2 1 2 1
R3 2 3 2
I1 0 1 DC 1
V1 3 0 DC 10
FI 0 2 V1 -2
EV 1 3 1 2 2
.OP
.PRINT DC V(1) V(2) V(3)
.END
```

Observeu que el corrent de control de la font dependent de corrent, i_x , és el corrent que surt pel generador de tensió de 10 V, anomenat V1 en aquest arxiu. Com que SPICE considera positiu el sentit d'un corrent que entra pel terminal positiu d'una font de tensió, cal prendre un factor de proporcionalitat de -2 en la definició del generador dependent FI.

Els resultats de SPICE són

```
NODE VOLTAGE NODE VOLTAGE NODE VOLTAGE
( 1) 7.6000 ( 2) 8.8000 ( 3) 10.0000

VOLTAGE SOURCE CURRENTS
NAME CURRENT
V1 -3.000E-01
```

```

TOTAL POWER DISSIPATION      3.00E+00  WATTS

****VOLTAGE-CONTROLLED VOLTAGE SOURCES
NAME          EV
V-SOURCE     -2.400E+00
I-SOURCE     3.000E-01

****CURRENT-CONTROLLED CURRENT SOURCES
NAME          FFI
I-SOURCE     6.000E-01

```

El lector pot comprovar que aquests resultats coincideixen amb els obtinguts en analitzar el circuit amb lapis i paper.

Exercici 4.11

Utilitzeu SPICE per trobar la tensió v_o del circuit de la figura 4.4.

Exemple 4.12

Amb SPICE trobeu el circuit equivalent de Thévenin del circuit de la figura 4.27a.

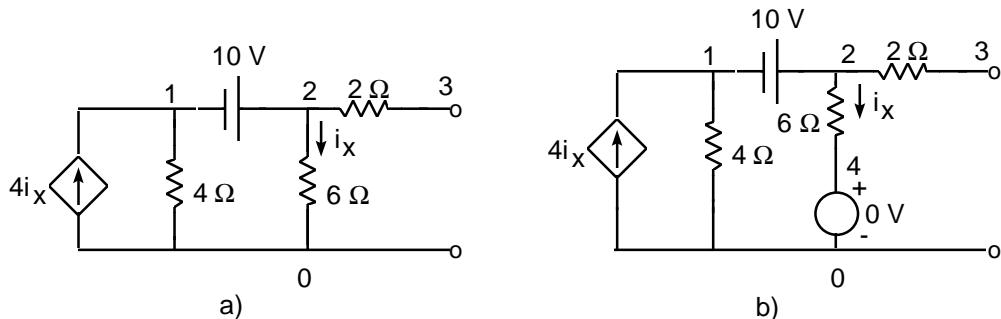


Figura 4.27 a) Circuit de l'exemple 4.12. b) Inclusió d'un generador de valor 0 V per definir el corrent de control i_x

Per trobar el circuit equivalent de Thévenin, cal calcular la tensió del nus 2 respecte a la massa i eliminar la resistència de 2Ω , ja que per ella no circula corrent quan es calcula V_{Th} . Per poder definir la font dependent de corrent, cal inserir a la branca corresponent un generador de tensió de valor 0 V. El corrent de control és el que circula per aquest generador (vegeu la figura 4.27b).

Per al càlcul de la resistència equivalent R_{Th} s'utilitza l'anàlisi de la funció de transferència (.TF). Aquesta anàlisi, a més de proporcionar la funció de transferència, dóna la resistència equivalent de Thévenin vista per la variable d'entrada i per la variable de sortida.

L'arxiu d'entrada per a aquest circuit és

```
EXAMPLE SPICE 2
R1 1 0 4
R2 2 4 6
V1 2 1 DC 10
FI 0 1 VF 4
VF 4 0 DC 0
.TF V(2) V1
.END
```

Els valors obtinguts són

NODE	VOLTAGE	NODE	VOLTAGE	NODE	VOLTAGE
(-1)	-20.0000	(-2)	-10.0000	(-4)	0.0000

V(2)/V1 = -1.0000E+0
 INPUT RESISTANCE AT V1 = -6.000E+0
 OUTPUT RESISTANCE AT V(2) = -4.000E+0

La tensió del circuit equivalent de Thévenin és, obviament, la tensió en el nus 2, és a dir, -10 V. La resistència d'aquest circuit equivalent és de 2Ω més la vista des del nus 2 (-4Ω). És, per tant, -2Ω . Una resistència negativa no existeix com a dispositiu físic, però sí que pot existir com a element d'un circuit equivalent d'un altre que contingui fonts dependents.

El lector pot verificar manualment aquests resultats, com també la funció de transferència entre V(2) i V1.

Exercici 4.12

Trobeu el circuit equivalent de Thévenin de la figura 3.8.

Exemple 4.13

Analitzeu mitjançant SPICE el circuit de la figura 4.28. Per a cada amplificador operacional utilitzeu un model lineal constituït per una resistència d'entrada d' $1 M\Omega$ entre les dues entrades i una font dependent de tensió de valor $(2 \cdot 10^5 v_d)$ connectada entre la sortida i la massa, on v_d és la tensió aplicada entre l'entrada no inversora i la inversora ($v_d = v_p - v_n$). Utilitzeu la definició de subcircuit per a l'amplificador operacional.

Per analitzar aquest circuit amb SPICE cal connectar un generador independent V_D entre les entrades v_1 i v_2 . L'arxiu d'entrada per a l'anàlisi d'aquest circuit és el següent:

```
EXAMPLE SPICE 3
VD 1 4 DC 1M
R1 2 5 1K
R2 5 7 1K
R3 7 8 100K
R4 9 0 100K
R5 6 9 1K
R6 3 6 1K
R7 2 3 1K
XAO1 2 1 5 AO
```

```

XAO2 3 4 6 AO
XAO3 7 9 8 AO
.SUBCKT AO 1 2 3
RIN 1 2 1E6
EVO 3 0 2 1 2E5
.ENDS
.OP
.END

```

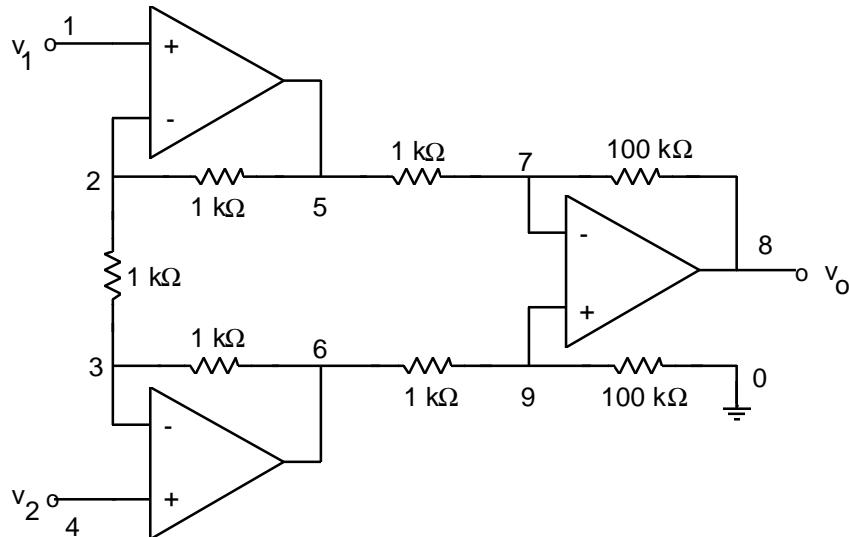


Figura 4.28 Circuit de l'exemple 4.13

Observeu que, en la definició del subcircuit AO, els terminals 1, 2 i 3 són independents del circuit principal.

Els resultats obtinguts amb SPICE són

NODE	VOLTAGE	NODE	VOLTAGE	NODE	VOLTAGE	NODE	VOLTAGE
(1)	500.0E-6	(2)	500.0E-6	(3)	-500.0E-6	(4)	-500.0E-6
(5)	0.0015	(6)	-0.0015	(7)	-0.0015	(8)	-0.2998
(9)	-0.0015						

A partir d'aquests resultats és immediat trobar el guany del circuit. És $V(8)/V_D$, on $V_D = V(1)-V(4) = 1 \text{ mV}$. Per tant, $V(8)/V_D = -299,8$

Exercici 4.13

- a) Quin seria el guany de l'amplificador de la figura 4.28 si la R_{in} de l'AO fos d' $1 \text{ k}\Omega$ i el guany de la font dependent $A = 10^3$? (Vegeu la definició de subcircuit de l'exemple anterior.)
b) Quin seria el guany de l'amplificador inversor de la figura 4.11a, amb $R_s = 1 \text{ k}\bullet$ i $R_f = 100 \text{ k}\bullet$ si el model de l'AO fos el descrit a l'apartat a?

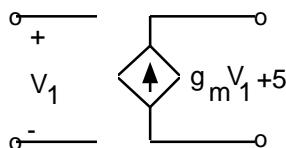
Solució:

a) $G_V = -229,7$

b) $G_V = -83,3$

Qüestions

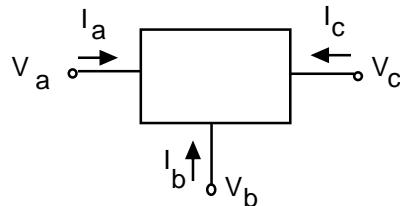
- C4.1** Dibuixeu els quatre tipus possibles de fonts dependents lineals. Quines unitats ha de prendre la constant de proporcionalitat que multiplica la variable de control a cadascuna d'elles?
- C4.2** Quin és l'equivalent de Thévenin d'un circuit format exclusivament per resistències i fonts dependents lineals al qual s'accedeix per dos terminals? Justifiqueu-ho a partir de la demostració de l'equivalent de Thévenin.
- C4.3** És possible substituir una font dependent de tensió en sèrie amb una resistència pel seu equivalent Norton? I viceversa? Justifiqueu-ho.
- C4.4** És possible connectar dues fonts dependents de tensió en paral·lel? I dues fonts dependents de corrent en sèrie?
- C4.5** Quants termes tindrà l'expressió matemàtica de la tensió de sortida v_o d'un circuit que conté 8 resistències, 3 fonts dependents i 2 fonts independents? On apareixen els guanys (constants multiplicatives) de les fonts dependents en l'expressió de v_o ?
- C4.6** Donada la font dependent de la figura: a) És una font dependent lineal? b) Plantegeu-vos la manera de resoldre, mitjançant tècniques per a circuits lineals, un circuit que contingui aquest tipus de fonts.



- C4.7** A partir de l'esquema de tensions i corrents de la figura, proposeu, per a cada cas, un circuit que compleixi les relacions següents:

$$a) I_b = kI_a; \quad I_c = I_a + I_b$$

$$b) I_b = k(V_a - V_c); \quad I_a = 0; \quad I_c = -I_b$$



- C4.8** Raoneu per què no es poden curtcircuitar les entrades d'un AO durant l'anàlisi encara que s'estigui utilitzant la tècnica del curtcircuit virtual.

- C4.9** En un circuit amb AO, com se sap si treballen en zona lineal o en saturació? És possible aplicar el mètode d'anàlisi del curtcircuit virtual en aquells AO que treballen a la zona de saturació?

- C4.10** Dibuixeu els senyals de sortida de dos amplificadors de guanys +5 i -5 si el senyal d'entrada és $v_i = 2\sin\omega t$. Com es reflecteix el fet que el guany de tensió tingui signe negatiu en la forma del senyal de sortida?

- C4.11** Compareu els circuits de l'amplificador no inversor i el comparador amb histèresi. En què es diferencien? Per què es comporten de manera tan diferent?

- C4.12** Quin és l'avantatge fonamental d'utilitzar un comparador amb histèresi enfront d'un altre sense histèresi? Utilizeu un exemple gràfic.

Problemes

P4.1 Calculeu la tensió de sortida del circuit de la figura P4.1.

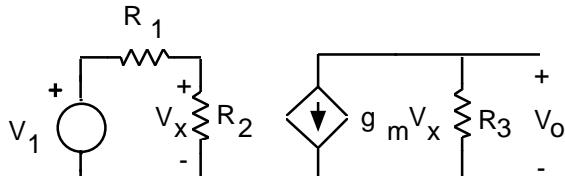


Figura P4.1

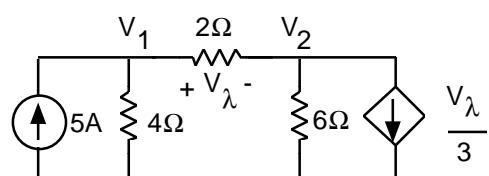
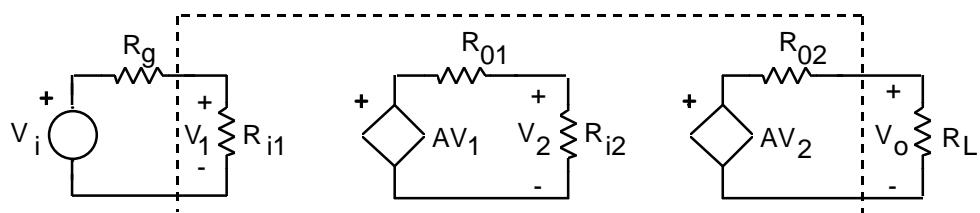


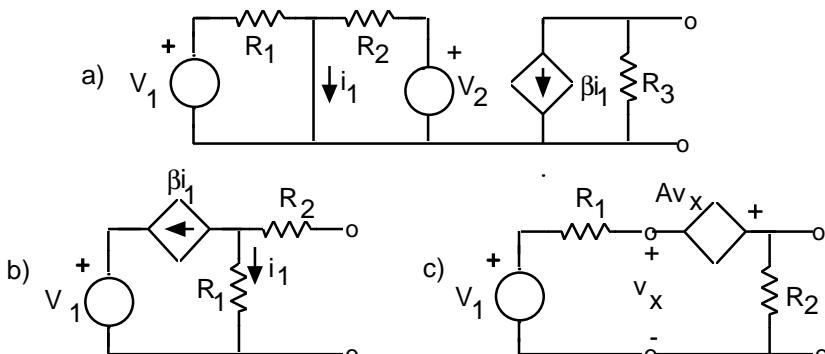
Figura P4.2

P4.2 Trobeu els valors de les tensions en els nusos del circuit de la figura P4.2. Es recomana utilitzar un mètode sistemàtic d'anàlisi.

P4.3 Calculeu v_o en funció de v_i per al circuit de la figura inferior. És possible analitzar-lo de manera sistemàtica per malles? Si és possible, calculeu la solució i compareu amb la ja obtinguda.

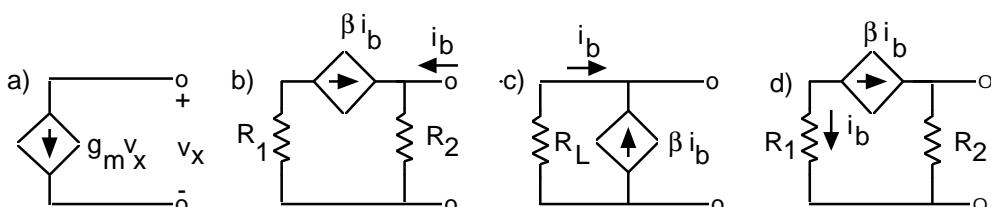


P4.4 Calculeu els equivalents de Norton i Thévenin dels circuits de la figura, vistos des dels terminals de sortida



P4.5 Proposeu un circuit equivalent al de la figura P4.1 que contingui una font de tensió controlada per corrent en lloc d'una font de corrent controlada per tensió.

P4.6 Trobeu l'equivalent de Thévenin dels circuits següents. Per què la tensió de Thévenin és nul·la?



- P4.7** Donat el circuit de la figura, calculeu la potència transferida a la càrrega R_L .

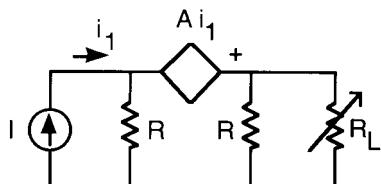


Figura P4.7

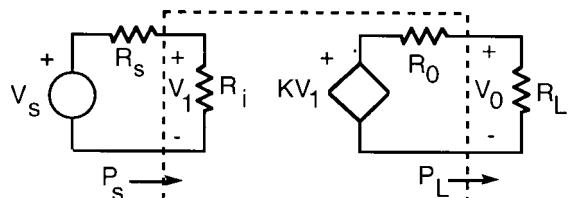
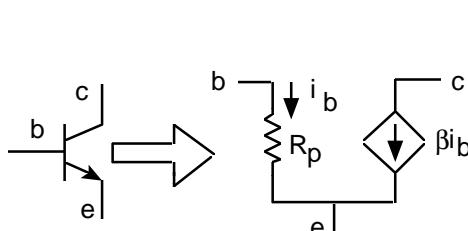


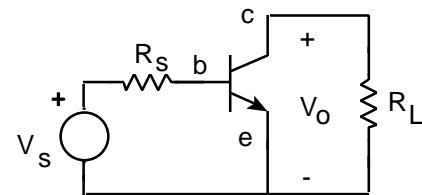
Figura P4.8

- P4.8** Quina relació han de complir R_s i R_i del circuit P4.8 perquè la tensió d'entrada al circuit v_i sigui màxima? Com serà la potència lliurada al circuit P_s en aquell cas? Quina relació han de complir R_o i R_L perquè la potència lliurada a la càrrega P_L sigui màxima? Quant valdrà aquesta potència? Feu el balanç de potències. D'on prové l'energia que falta?

- P4.9** Donat el circuit de la figura P4.9b, substituïu el transistor pel circuit P4.9a i calculeu la relació v_o/v_s .



a)



b)

Figura P4.9

- P4.10** Calculeu als circuits de la figura P4.10, tot substituint el transistor pel circuit de la figura P4.9a, a) V_o/V_s , b) V_o/V_s o V_o/I_s , c) el circuit equivalent de Thévenin vist des de l'entrada, d) el circuit equivalent de Thévenin vist des de la sortida.

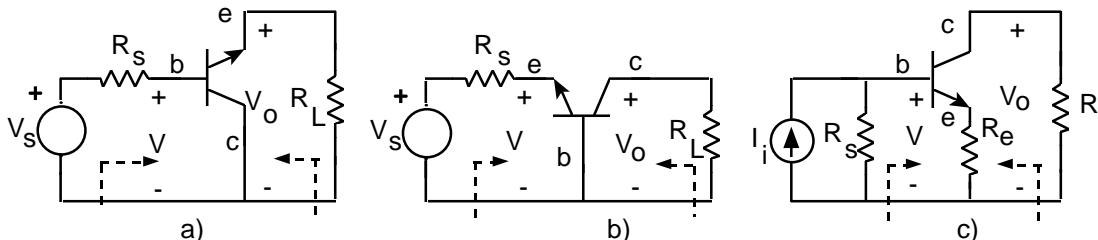


Figura P4.10

- P4.11** Donat el circuit de la figura P4.11, calculeu: a) La potència lliurada pel generador v_i . b) La potència dissipada en la resistència de càrrega R_L . c) El valor de V_o en funció de R_1 , R_2 , R_3 , R_F i V_i .

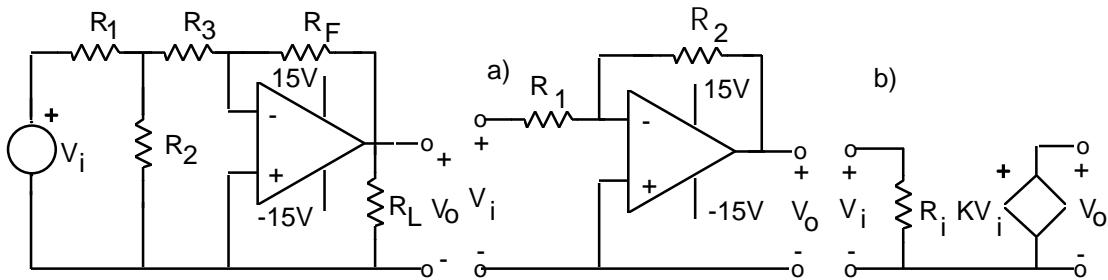


Figura P4.11

Figura P4.12

- P4.12** Es vol modelar el circuit amplificador de la figura P4.12a mitjançant el de la figura P4.12b, de manera que siguin equivalents. Trobeu els valors de R_i i K . Per a quin marge de valors de v_i els dos circuits són equivalents? Suggeriment: calculeu-ho per a v_o i poseu v_i en funció de v_o .

- P4.13** Calculeu la tensió de sortida dels circuits de la figura següent:

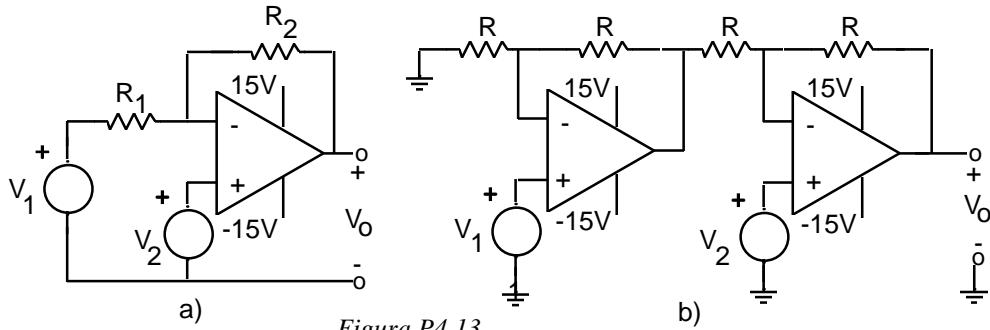
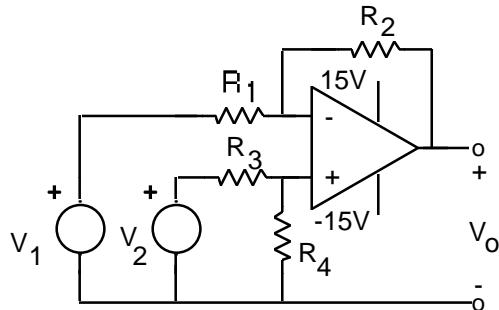
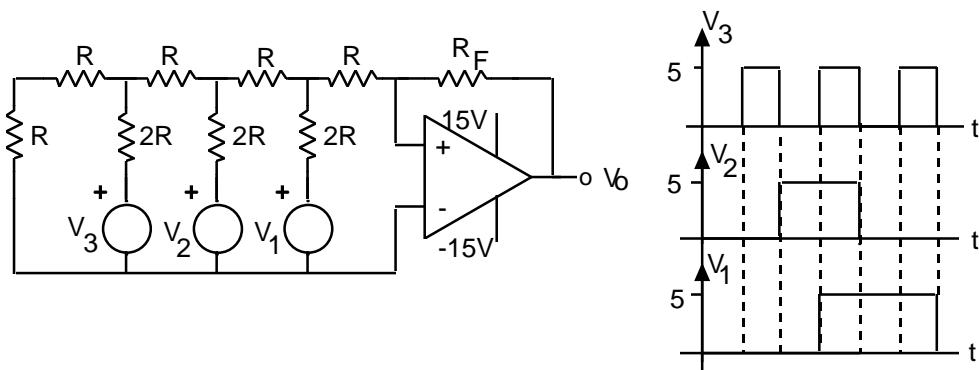


Figura P4.13

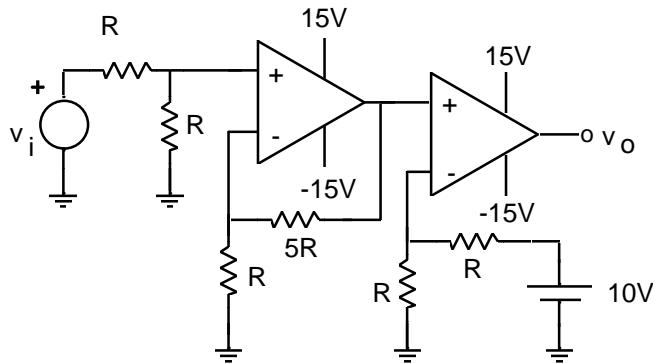
- P4.14** En el circuit de la figura: a) Trobeu V_o en funció de V_1 i V_2 . b) Particularitzeu per a $R_2 = R_4 = 10 \text{ k}\Omega$ i $R_1 = R_3 = 1 \text{ k}\Omega$. c) Doneu el valor de V_o en aquest darrer cas si: 1) $V_1 = 2 \text{ V}$ i $V_2 = 3 \text{ V}$; 2) $V_1 = 1 \text{ V}$ i $V_2 = 3 \text{ V}$.



- P4.15** Dibuixeu la sortida del circuit de la figura següent (convertidor digital / analògic) per als casos en què $R_F = R$ i $R_F = 2R$, on V_1, V_2 i V_3 són les representades en aquesta figura.



- P4.16** Dibuixeu v_o en el circuit de la figura inferior si $v_i = 3\sin \omega t$. Identifiqueu quin dels dos amplificadors operacionals del circuit de la figura treballa en zona lineal i apliqueu en aquell cas el curtcircuit virtual.



- P4.17** Donat el circuit següent (seguidor de tensió): *a)* Utilitzeu el model de l'AO a la zona lineal per calcular la relació v_o/v_i . *b)* Utilitzeu el mètode del curtcircuit virtual per calcular la relació v_o/v_i . *c)* Si compareu ambdós resultats, deduïu quin error relatiu es comet en utilitzar el curtcircuit virtual amb $A = 1.000$.

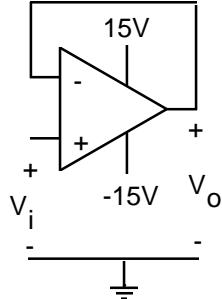


Figura P4.17

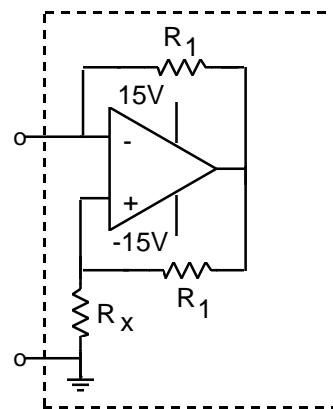


Figura P4.19

- P4.18** En el circuit de la figura P4.18a considereu que l'AO es modela pel circuit P4.18b. Es demana: *a)* Calculeu la resistència d'entrada R_i vista pel generador i la resistència de sortida R_o , vista per la

càrrega. b) Calculeu l'equivalent de Norton vist des dels terminals de sortida. c) Dibuixeu $V_L(t)$ si $V_g(t) = 3\sin \omega t$, $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$, $R_2 = R_3 = 5 \text{ k}\Omega$, i $R_L = 1 \text{ k}\Omega$. (Considereu que $R_i = \infty$, $R_O = 0 \text{ }\Omega$ i $A = \infty$).

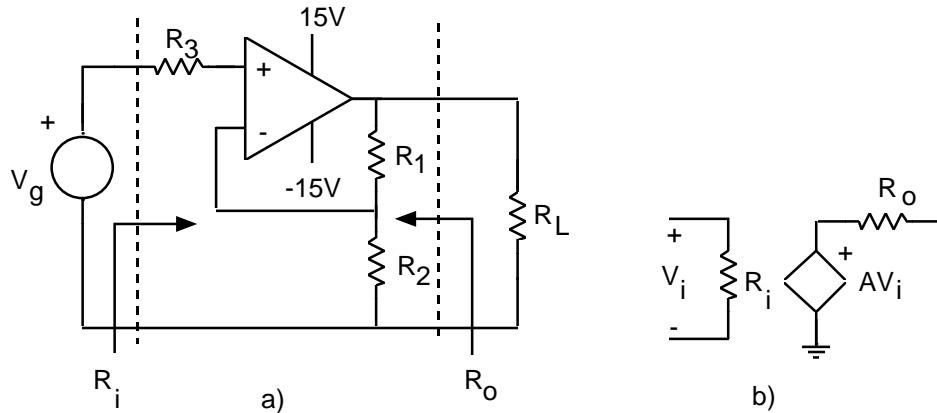


Figura P4.18

- P4.19** Quina resistència equivalent es veu des de l'entrada del circuit de la figura P4.19? Suposeu que el circuit actua a la zona lineal i utilitzeu la hipòtesi de curtcircuit virtual. Dibuixeu la característica corrent-tensió del circuit equivalent resultant.
- P4.20** Dibuixeu la tensió de sortida d'un comparador amb histèresi amb la característica de la figura P4.20a, quan el senyal d'entrada és el de la figura P4.20b.

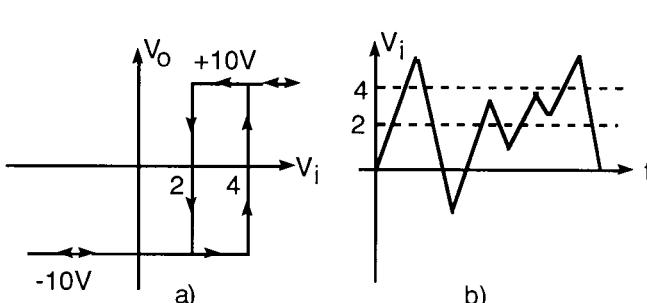


Figura P4.20

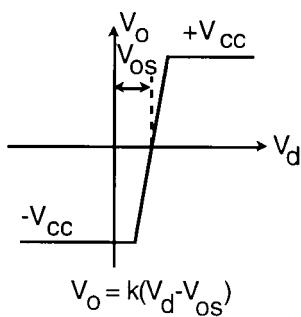


Figura P4.21

- P4.21** Construïu un model per a l'AO amb una característica que sigui la que es mostra a la figura P4.21. Utilitzeu aquest model per analitzar un amplificador inversor.

Capítol 5 El condensador, la bobina i el transformador

5.1 El condensador

El condensador és un component electrònic que té la propietat d'emmagatzemar càrrega elèctrica. La tensió entre els seus terminals és proporcional a la càrrega emmagatzemada. A conseqüència d'aquesta propietat, el corrent que hi circula és proporcional a la derivada de la tensió entre els seus terminals. Per tant, a diferència dels elements resistius, la seva característica no es pot representar en els eixos de coordenades corrent-tensió. El condensador real sol aproximar-se per un element de circuit anomenat condensador ideal, que es defineix a continuació.

5.1.1 El condensador ideal

El *condensador ideal* és un element de circuit que té la propietat d'emmagatzemar energia en forma de camp elèctric, quan s'acumula una càrrega elèctrica al seu interior. Si la càrrega que emmagatzema és q , la tensió entre els seus dos terminals, v_c , ve donada per

$$v = \frac{q}{C} \quad (5.1)$$

La constant de proporcionalitat C s'anomena *capacitat*. La unitat de capacitat és el *farad* (F). D'acord amb 5.1

$$1 \text{ farad} = 1 \text{ coulomb} / 1 \text{ volt}$$

és a dir, un farad és la capacitat d'un condensador que presenta entre els seus terminals una tensió d'un volt quan la càrrega que emmagatzema és d'un coulomb. El símbol circuital del condensador es representa a la figura 5.1a. A la figura 5.1b es representa un dibuix esquemàtic d'un tipus de condensador: *el condensador pla*. Aquest condensador és constituït per dues plaques conductores d'àrea A igual, separades per un aïllant o dielèctric, de gruix d i permitivitat ϵ . A més d'aquest, existeixen altres tipus de condensadors, com ara els cilíndrics, esfèrics, etc., també constituïts per dues plaques conductores (de forma cilíndrica, esfèrica, etc.) separades per un aïllant.

Si recordem la definició d'intensitat

$$i = \frac{dq}{dt}$$

i si derivem els dos membres de l'expressió 5.1, trobem una expressió alternativa

$$i_c = \frac{dv_c}{dt} \quad (5.2)$$

on i_c és el corrent que entra al condensador. Aquesta expressió posa de manifest dues propietats molt importants d'un condensador:

- La tensió v_c entre els seus terminals no pot variar de forma discontinua. Si ho fes, l'expressió 5.2 indicaria que hi hauria de circular un corrent de valor infinit, que no existeix al món real.

- Quan la tensió v_c es fa constant, el condensador es comporta com un circuit obert, atès que i_c és nul·la.

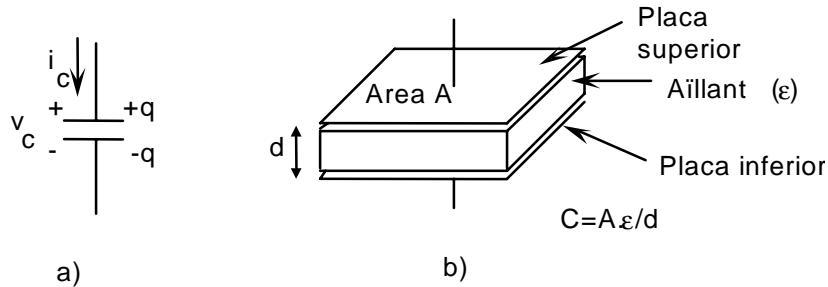


Figura 5.1 a) Símbol circuital del condensador. b) Estructura d'un condensador pla.

A les expressions 5.1 i 5.2 cal tenir en compte que els signes de q , i_c i v_c són els indicats a la figura 5.1a.

Exemple 5.1

Calculeu la càrrega emmagatzemada en un condensador d'1 μF si la tensió entre terminals és de 5 V.

La càrrega emmagatzemada pel condensador és $q = Cv_c$. Si substituïm valors numèrics resulta

$$q = 1 \cdot 10^{-6} \cdot 5 = 5 \cdot 10^{-6} \text{ coulombs}$$

Exercici 5.1

Considereu un condensador d'1 nF i un altre d'1 μF . Tots dos perden una càrrega de 10^{-6} C. ¿Quina és la variació de la tensió entre terminals a cada condensador?

Solució:

La disminució de tensió entre els terminals del condensador d'1 μF és d'1 V, mentre en el d'1 nF és de 1.000 V.



A la definició 5.1 les variables primàries d'un condensador són la tensió i la càrrega. Tot i això, en l'anàlisi de circuits se sol treballar amb tensions i corrents. La relació entre càrrega i corrent permet deduir una altra expressió alternativa a la 5.1

$$q(T) = \int_{-\infty}^T i_c(\tau) d\tau \quad (5.3)$$

on se suposa que la càrrega en el condensador és nul·la quan $t \rightarrow -\infty$. Si substituïm a 5.1

$$v_c(t) = \frac{\int_{-\infty}^t i_c(\tau) d\tau}{C} \quad (5.4)$$

Aquesta formulació integral s'expressa, de vegades, d'una altra forma més convenient per a la manipulació matemàtica. La integral entre $-\infty$ i t es descompon en la suma de dues integrals: una des de $-\infty$ a 0, i una altra des de 0 a t . La primera integral representa la càrrega emmagatzemada fins a $t = 0$, que anomenem $q(0)$. Aleshores,

$$\int_{-\infty}^t i_c d\tau = \int_{-\infty}^0 i_c d\tau + \int_0^t i_c d\tau = q(0) + \int_0^t i_c d\tau \quad (5.5)$$

Així doncs, una expressió alternativa a 5.4 és

$$v_c(t) = \frac{q(0) + \int_0^t i_c(\tau) d\tau}{C} = v_c(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i_c(\tau) d\tau \quad (5.6)$$

en la qual la tensió entre terminals depèn de la *càrrega inicial*, $q(0)$, i de la càrrega emmagatzemada des de $t = 0$. Observeu que, quan el condensador té emmagatzemada una càrrega inicial, la tensió entre els seus terminals en $t = 0$ és $v_c(0) = q(0)/C$, que és la tensió "inicial" generada per la càrrega inicial del condensador. L'expressió 5.6 mostra que un *condensador amb càrrega inicial es pot modelar per una font de tensió constant, de valor $v_c(0)$, en sèrie amb un condensador descarregat*.

Exemple 5.2

Es connecta entre els terminals d'un condensador d' $1 \mu\text{F}$ una font independent de corrent amb una forma d'ona que es representa a la figura 5.2a. Calculeu i representeu la tensió en borns del condensador en funció del temps. Suposeu que la càrrega del condensador en $t = 0$ és nul·la.

Entre $t = 0$ i $t = 2 \text{ ms}$ el condensador es carrega amb una intensitat constant de 5 mA . Si apliquem 5.6, i tenim en compte que $q(0) = 0$, resulta

$$v_c(t) = \frac{1}{C} \int_0^t 5 \cdot 10^{-3} d\tau = \frac{5 \cdot 10^{-3} t}{C} = 5 \cdot 10^3 t$$

que és una rampa de pendent positiu, que surt de l'origen i arriba als 10 V quan $t = 2 \text{ ms}$. Entre $t = 2 \text{ ms}$ i $t = 4 \text{ ms}$, l'expressió 5.6 porta a

$$v_c(t') = 10 + \frac{1}{C} \int_0^{t'} (-5 \cdot 10^{-3}) d\tau = 10 - 5 \cdot 10^3 t'$$

on, per facilitar l'operació matemàtica, fem $t' = t - 2 \text{ ms}$. El resultat és una rampa que surt de 10 V i arriba a 0 V al cap de 2 ms .

La forma d'ona de la tensió en borns del condensador es representa a la figura 5.2b.

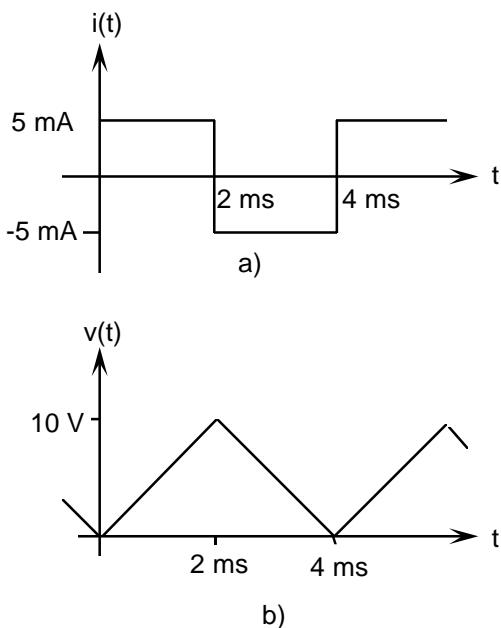


Figura 5.2 a) Forma d'ona del corrent que carrega el condensador de l'exemple 5.2.
b) Forma d'ona de la tensió en borns del condensador

Exercici 5.2

Trobeu la forma d'ona del corrent que circula per un condensador de $5\text{ }\mu\text{F}$, si sabem que la forma d'ona de la tensió en els seus terminals és la representada a la figura 5.3.

Solució:

La forma d'ona del corrent és un senyal rectangular amb polsos positius de 10 mA d'amplitud i 10 ms de durada, i els negatius de -50 mA i de 2 ms de durada.

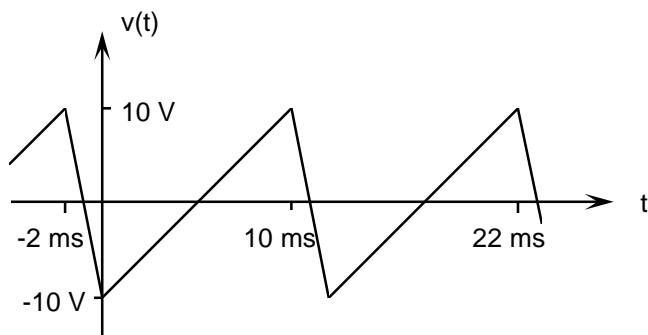


Figura 5.3 Forma d'ona de la tensió en borns del condensador de l'exercici 5.2

Exemple 5.3

En els circuits integrats a escala molt gran (VLSI) sol ser important el fenomen de *compartició de càrrega*. Una forma electrònica d'emmagatzemar informació consisteix a "guardar" càrrega en un condensador. Si és carregat guarda un "1", mentre que si és descarregat guarda un "0". Suposem que un condensador C_i conté una càrrega tal que la tensió entre els seus terminals és de 5 V. Per "llegir" la informació guardada en el condensador cal connectar-hi un circuit de mesura per mesurar la tensió en borns del condensador. Suposem que aquest circuit equival a un condensador C_m que suposem descarregat (figura 5.4). En connectar el condensador de mesura, la càrrega guardada a C_i es distribueix entre C_i i C_m ; això fa disminuir la tensió en borns de C_i i, si fos inferior a un cert límit, s'interpretaria com que el condensador "guarda" un "0", en comptes de guardar un "1", com fa realment. L'objectiu d'aquest exemple consisteix a calcular la tensió en borns de C_i després de connectar C_m .

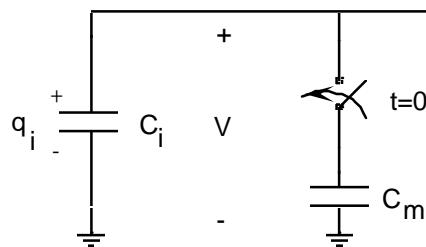


Figura 5.4 Fenomen de compartició de càrrega (exemple 5.2). Abans de tancar l'interruptor, V val 5 V. Després val V_f

A $t < 0$ la càrrega total del circuit és

$$q_T = q_{io} + q_{mo} = 5C_i + 0 = 5C_i$$

Una vegada connectat el circuit de mesura, la càrrega total del conjunt és la mateixa, ja que hem suposat nul·la q_{mo} (càrrega inicial de C_m). En ser connectats en paral·lel, els dos condensadors tenen entre els seus terminals la mateixa tensió, i això exigeix que la càrrega abans emmagatzemada a C_i es "comparteixi" amb C_m , de manera que els valors finals de tensió i càrrega són

$$q_T = q_{if} + q_{mf} = V_f C_i + V_f C_m = V_f (C_i + C_m)$$

Si igualem aquesta expressió amb l'anterior

$$V_f = 5 \frac{C_i}{C_i + C_m}$$

Per a que l'efecte de compartició de càrrega tingui poca incidència cal que C_m sigui molt inferior a C_i .

Tal com s'ha resolt aquest exercici, el lector podria treure la impressió que la tensió en borns dels dos condensadors canvia instantàniament en tancar l'interruptor. Però, com s'ha comentat anteriorment, aquesta variació discontinua de la tensió no és possible. En efecte, per simplificar el circuit, no s'han representat les resistències associades als conductors i a l'interruptor, que sempre hi són presents i com veurem més endavant, impliquen que s'arriba a un valor final estable després de transcórrer un temps.

5.1.2 Principi físic de funcionament

El principi físic del condensador es basa en el fet que la càrrega emmagatzemada a les plaques del condensador crea un camp elèctric entre aquestes plaques que origina una diferència de potencial entre elles. Considerem la figura 5.5. Un corrent i injecta càrregues positives a la placa superior del condensador. L'aïllant entre les plaques impedeix que les càrregues passin a la placa inferior i obliga que quedin emmagatzemades a la placa. Aquestes càrregues emmagatzemades a la placa superior originen un camp elèctric que "expulsa" càrregues positives de la placa inferior (llei de Coulomb) i, per tant, "carrega" la placa inferior amb una càrrega igual i de signe contrari a l'emmagatzemada a la placa superior. Les càrregues positives expulsades de la placa inferior circulen pel terminal inferior i donen continuïtat al corrent: el corrent que surt del terminal inferior és igual al que entra pel superior. El camp elèctric entre plaques provoca que aquestes estiguin a un potencial diferent. Observeu també que al condensador hi ha neutralitat global de càrrega: la càrrega de la placa superior és igual i de signe contrari a la de la placa inferior.

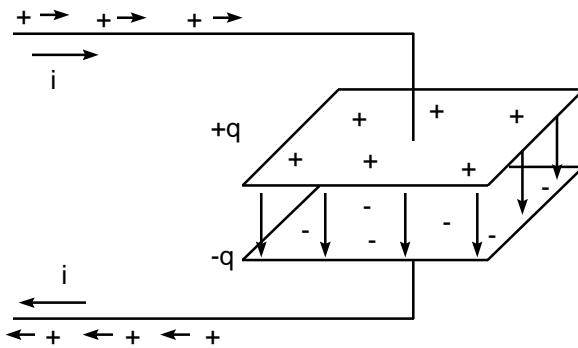


Figura 5.5 Emmagatzemament de càrregues i camp elèctric en un condensador

En un condensador pla es demostra que el camp elèctric entre plaques val aproximadament

$$|\vec{E}| = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

on σ és la densitat superficial de càrrega a la placa (q/A) i ϵ la permitivitat de l'aïllant. El gruix d'aquest aïllant és d , que se suposa igual a la separació entre plaques. Per tant, la diferència de potencial entre plaques és

$$v_c = |\vec{E}|d$$

i si substituïm el camp elèctric donat per l'expressió anterior resulta

$$v_c = \frac{\sigma}{\epsilon} \cdot d = \frac{q}{A\epsilon} \cdot d = \frac{q}{A\epsilon/d} = \frac{q}{C}$$

La capacitat del condensador pla, per tant, ve donada per

$$C = \frac{A\epsilon}{d} \quad (5.7)$$

5.1.3 Associació de condensadors

De forma similar al que passava amb les resistències, de vegades els condensadors en un circuit són connectats en sèrie o en paral·lel. També en aquest cas poden ser substituïts per condensadors equivalents. Considerem la figura 5.6a, en què els condensadors C_1 i C_2 són connectats en paral·lel. La tensió entre terminals és v , per això la càrrega injectada al conjunt dels dos condensadors, si suposem que ambdós eren inicialment descarregats, és

$$q = q_1 + q_2 = vC_1 + vC_2 = v(C_1 + C_2)$$

El condensador de la figura 5.6b, amb una tensió v entre terminals, té una càrrega emmagatzemada de

$$q = vC_{eq}$$

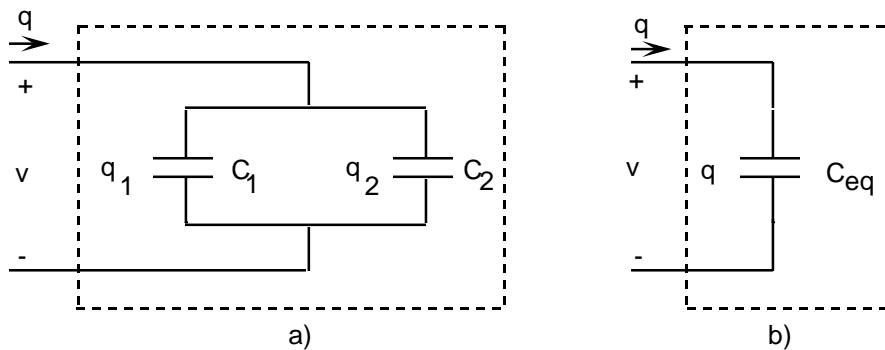


Figura 5.6 a) Condensadors connectats en paral·lel. b) Condensador equivalent

Per tal que aquest últim condensador sigui equivalent als dos connectats en paral·lel, cal que per a la mateixa tensió entre terminals tingui la mateixa càrrega injectada. Si comparem les dues expressions anteriors és immediat verificar que cal que es compleixi

$$C_{eq} = C_1 + C_2 \quad (5.8)$$

és a dir, quan dos condensadors són connectats en paral·lel equivalen a un amb una capacitat que és la suma de les capacitats. Aquesta expressió es pot generalitzar al cas de n condensadors connectats en paral·lel: el valor de la capacitat equivalent és la suma de totes les capacitats.

A la figura 5.7a es representen els condensadors C_1 i C_2 , que se suposen inicialment descarregats, connectats en sèrie. El corrent que circula per ambdós condensadors és la mateixa, per això les càrregues que emmagatzemen també ho són. Per tant, la tensió entre terminals és

$$v = v_1 + v_2 = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} = q \left[\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right]$$

Al condensador de la figura 5.7b la relació entre la tensió i la càrrega és

$$v = \frac{q}{C_{eq}}$$

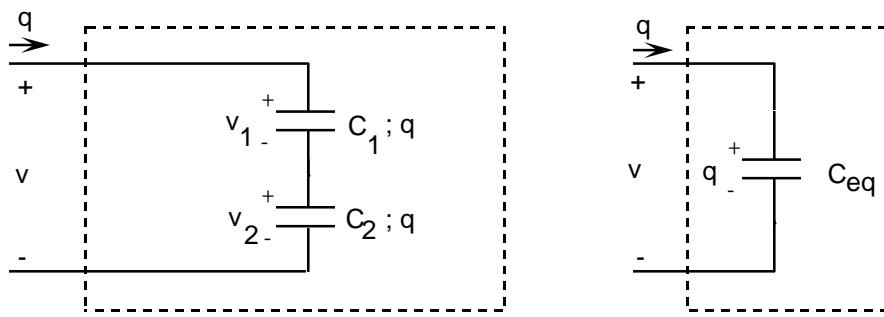


Figura 5.7 a) Condensadors connectats en sèrie. b) Condensador equivalent

Per tal que siguin equivalents, a igualtat de tensió hi ha d'haver igualtat de càrrega emmagatzemada; això implica que

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad (5.9)$$

és a dir, i en general per a dos o més condensadors, la inversa de la capacitat equivalent de diverses capacitats connectades en sèrie és la suma de les inverses de totes elles.

Exercici 5.3

Trobeu la capacitat equivalent del conjunt de condensadors de la figura 5.8

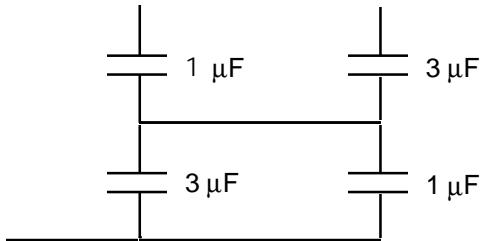


Figura 5.8 Circuit de l'exercici 5.3

Solució: $2 \mu F$



Observeu que aquestes regles d'equivalència són "contràries" a les que regeixen per a les resistències. La regla per a condensadors en paral·lel és anàloga a la de resistències en sèrie i viceversa.

Els condensadors ideals aproximen el comportament dels condensadors reals. Les característiques d'aquests i les seves desviacions respecte d'aquest model ideal es tracten a l'apèndix A. En particular cal destacar que un

condensador real es pot deteriorar si entre els seus terminals s'aplica una tensió superior a un valor límit anomenada *tensió màxima de treball* (vegeu l'apèndix A).

5.2 Anàlisi de circuits RC

L'anàlisi de circuits que contenen resistències i condensadors es basa en l'aplicació de les lleis de Kirchhoff, igual que en els circuits purament resistius. L'única diferència és que els condensadors presenten una dependència diferencial entre la tensió i el corrent en comptes de la relació de proporcionalitat que regia en el cas de les resistències. Aquesta dependència diferencial dóna lloc a equacions en què apareixen la incògnita i les seves derivades, per això s'anomenen *equacions diferencials*.

La resolució de les equacions diferencials requereix el coneixement de tècniques matemàtiques específiques que no es poden desenvolupar en un text d'electrònica bàsica com aquest. Per als lectors que no les coneguin, i a fi d'evitar ajornar l'estudi a un primer nivell d'aquests circuits tot esperant que les adquireixin, donarem una breu descripció del procediment que cal seguir sense pretendre suprir l'adquisició rigorosa d'aquests coneixements.

En aquest capítol només resoldrem circuits que originen un tipus determinat d'equacions diferencials: les de primer ordre amb coeficients constants, és a dir, aquelles que estiguin formades per una combinació lineal de la variable i la seva primera derivada. Existeixen, naturalment, circuits que donen lloc a equacions diferencials més complicades, que de moment no estudiarem.

5.2.1 Resposta d'un condensador a senyals en esglao

Considerem el circuit de la figura 5.9, en què l'interruptor es tanca a l'instant $t = 0$. El condensador és inicialment descarregat ($q(0) = 0$), de manera que en tancar l'interruptor el condensador inicia un procés de càrrega. El senyal que s'aplica al conjunt R-C és un esglao de tensió. Aquesta anàlisi se sol anomenar *resposta a l'esglao*.

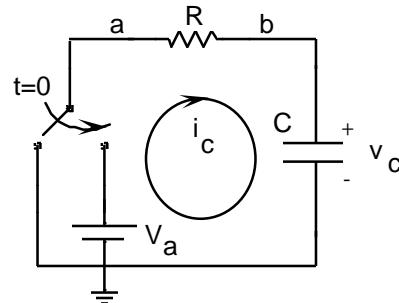


Figura 5.9 Circuit de càrrega d'un condensador a través d'una resistència

Per a $t \geq 0$, l'equació de Kirchhoff de la malla és

$$V_a = i_c R + v_c \quad (5.10)$$

Aquesta equació conté dues incògnites: i_c i v_c . Per resoldre-la cal una equació extra que relacioni i_c i v_c . Es pot optar per utilitzar l'equació 5.2 o l'equació 5.6. En el primer cas resulta una equació en què la incògnita és v_c . En el segon cas la incògnita és i_c . Resoldrem les dues opcions.

Si substituïm l'equació 5.2 a 5.10

$$V_a = RC \frac{dv_c}{dt} + v_c \quad (5.11)$$

que és una *equació diferencial en v_c* . A diferència de les equacions algebraiques, la solució d'una equació diferencial és una funció de la variable respecte de la qual es deriva. En aquest cas la solució és la funció $v_c(t)$.

El *procediment* que cal seguir per resoldre aquest tipus d'equacions diferencials és el següent:

1. Escriviu l'equació de forma estàndard: els termes que contenen la incògnita i les seves derivades en el primer membre de la igualtat. La resta dels termes en el segon membre.

$$RC \frac{dv_c}{dt} + v_c = V_a \quad (5.12)$$

2. Trobeu la solució general de l'equació homogènia. L'equació homogènia és la constituïda pel primer membre de 5.12 igualat a zero

$$RC \frac{dv_c}{dt} + v_c = 0 \quad (5.13)$$

Per resoldre aquesta equació s'assaja una solució del tipus $v_c = e^{at}$, i es determina el paràmetre a perquè sigui solució. Si substituïm aquesta expressió i la seva derivada a 5.13, resulta

$$RC e^{at} a + e^{at} = 0 \Rightarrow e^{at} (aRC + 1) = 0 \quad (5.14)$$

Perquè e^{at} sigui solució cal que es compleixi 5.14. Aquesta equació es compleix si e^{at} és nul·la o si el parèntesi és nul. La primera alternativa no és adequada, atès que només implica la solució trivial $v_c = 0$. Per contra, la segona significa que

$$a = -\frac{1}{RC} \quad (5.15)$$

que porta a una solució no nul·la per a v_c . La solució general de l'equació homogènia ve donada pel producte de l'exponencial per una constant arbitrària

$$v_{ch} = K e^{-t/RC} \quad (5.16)$$

tal com es pot verificar si substituïm aquesta expressió a 5.13.

Observeu que aquesta forma de resoldre l'equació homogènia no és en absolut "capritxosa". L'equació 5.13 es podria resoldre de forma directa sense fer res més que reordenar els seus termes

$$\frac{dv_c}{v_c} = -\frac{dt}{RC} \quad (5.17)$$

Si integrem els dos membres de la igualtat

$$\begin{aligned} \ln(v_c) &= k_1 - \frac{t}{RC} \\ v_c &= e^{k_1} e^{-t/RC} = K e^{-t/RC} \end{aligned} \quad (5.18)$$

que és la solució obtinguda pel procediment anterior. Observeu que, perquè es pugui complir 5.13 cal que v_c i la seva derivada siguin funcions del mateix tipus. Si no ho fossin, una combinació lineal de la funció i la seva derivada no podria ser nul·la. La funció exponencial compleix aquesta propietat.

3. Trobeu *una* solució particular de l'equació completa. Per a aquest tipus d'equació, en què el segon membre de la igualtat és una constant, es prova una solució del tipus $v_c = B$, on B és una constant. Si substituïm aquest valor a l'equació completa resulta

$$\begin{aligned} RC \cdot 0 + B &= V_a \\ B &= V_a \end{aligned} \quad (5.19)$$

per tant, la solució particular és

$$v_{cp} = V_a \quad (5.20)$$

4. Formuleu la *solució matemàtica* de l'equació diferencial. Aquesta solució es compon de la suma de la solució general de l'equació homogènia més la solució particular

$$v_c = v_{ch} + v_{cp} = Ke^{-t/RC} + V_a \quad (5.21)$$

En efecte, observeu que si substituïm 5.21 a 5.12 obtenim

$$RC \frac{d(v_{ch} + v_{cp})}{dt} + (v_{ch} + v_{cp}) = \left[RC \frac{dv_{ch}}{dt} + v_{ch} \right] + \left[RC \frac{dv_{cp}}{dt} + v_{cp} \right] = V_a \quad (5.22)$$

que compleix l'equació diferencial ja que el primer parèntesi és nul i el segon val V_a .

És important observar que hi ha infinites solucions matemàtiques (expressions que compleixen l'equació): una per a cada valor de K .

5. Trobeu la *solució física*, és a dir, escolliu d'entre totes les solucions matemàtiques la que tingui sentit físic. En aquest tipus d'equacions diferencials, aquesta solució es troba en fer que la solució matemàtica prengui, per a $t = 0$, el mateix valor que el que imposa el comportament físic del circuit. En el circuit que estem analitzant, el condensador era inicialment descarregat, per tant a $t = 0$

$$v_c(0) = \frac{q(0)}{C} = 0 \quad (5.23)$$

Així doncs, l'expressió 5.21 per a $t = 0$ ha de prendre aquest valor

$$Ke^0 + V_a = K + V_a = 0 \quad (5.24)$$

Per tant, el valor que ha de prendre K perquè es compleixi aquesta condició inicial és

$$K = -V_a \quad (5.25)$$

i la solució de l'equació diferencial és

$$v_c = -V_a e^{-t/RC} + V_a = V_a (1 - e^{-t/RC}) \quad (5.26)$$

La representació gràfica de la solució es dóna a la figura 5.10a. La solució 5.26 conté dos termes: un que s'extingeix quan transcorre el temps, anomenat *règim transitori*, i un altre que es manté invariable després d'extingit el primer, que s'anomena *règim permanent*. En aquest circuit, el règim transitori ve donat per una

llei exponencial amb una constant de temps donada pel producte de la resistència per la capacitat. Després d'unes poques constants de temps (de tres a cinc, segons la precisió que calgui) aquest terme adquireix un valor neglijible (vegeu el capítol 1, apartat 1.3.2). El règim transitori permet donar "continuïtat" a v_c per passar des del seu valor inicial (0 V) al seu valor final (V_a) (recordeu que en un condensador v_c no pot canviar de forma abrupta). El règim permanent és V_a , que és invariable amb el temps.

El corrent i_c , que carrega el condensador, es pot calcular si apliquem 5.2

$$i_c = C \frac{dv_c}{dt} = \frac{V_a}{R} e^{-t/RC} \quad (5.27)$$

La representació gràfica d'aquest corrent es dóna a la figura 5.10b. Per a $t = 0$ el valor de i_c és V_a/R , i quan t és molt més gran que RC tendeix a zero. Així doncs, el règim permanent d'un condensador excitat per una tensió contínua equival a un circuit obert: una vegada carregat el condensador a la tensió V_a impedeix el pas de corrent a través d'ell.

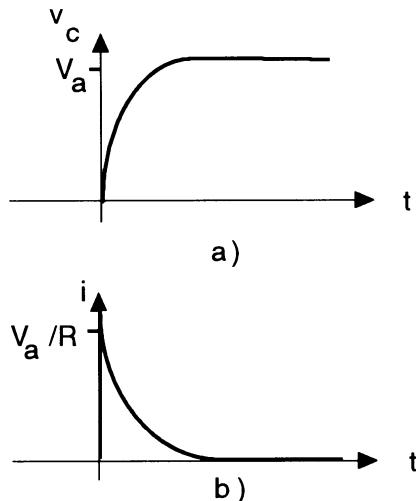


Figura 5.10 Evolució de v_c en el circuit de la figura 5.7

Aquests resultats tenen una interpretació física senzilla. La tensió en borns del condensador és proporcional a la seva càrrega. Inicialment aquesta és nul·la i, per tant, també ho és la tensió en el punt "b" de la figura 5.9. El punt "a" sempre és connectat (per a $t \geq 0$) a V_a . Per tant, a l'instant inicial la caiguda de tensió en R és V_a , i el corrent és, en conseqüència, V_a/R . Aquest corrent comença a carregar el condensador i, a mesura que es carrega, augmenta v_c i, per tant, la tensió del punt "b". La caiguda de tensió en la resistència disminueix i, per tant, també disminueix el corrent. Però encara que disminueixi, aquest corrent continua carregant el condensador i incrementant v_c , la qual cosa provoca una ulterior disminució del corrent. El procés arriba a un punt estable quan v_c assoleix el valor V_a . En aquestes condicions la caiguda de tensió a la resistència és nul·la, això implica un corrent nul i, en ser nul el corrent, deixa d'incrementar-se la càrrega en el condensador i, per tant, no varia v_c .

La segona alternativa per resoldre el circuit consisteix a substituir l'equació 5.6 a 5.10.

Això porta a l'equació

$$V_a = i_c R + \frac{q(0) + \int_0^t i_c d\tau}{C} \quad (5.28)$$

que resulta ser una *equació integral* en i_c . Aquesta equació la transformem en diferencial si derivem els dos membres de la igualtat respecte del temps

$$0 = R \frac{di_c}{dt} + \frac{i_c}{C} \quad (5.29)$$

ja que V_a i $q(0)$ són constants. Si multipliquem ambdós membres de la igualtat per C i apliquem el procediment descrit anteriorment per resoldre una equació diferencial resulta:

$$\begin{aligned} 1 \quad & RC \frac{di_c}{dt} + i_c = 0 \\ 2 \quad & i_c = e^{at} \\ & RC e^{at} a + e^{at} = 0 \Rightarrow a = -1/RC \\ & i_{ch} = K e^{-t/RC} \\ 3 \quad & i_c = B \\ & RC0 + B = 0 \Rightarrow B = 0 \\ & i_{cp} = 0 \\ 4 \quad & i_c = K e^{-t/RC} + 0 = K e^{-t/RC} \\ 5 \quad & \text{Físicament} \quad i_c(0^+) = V_a / R \\ & \text{Matemàticament} \quad i_c(0) = K \\ & \text{Per tant} \quad K = V_a / R \\ & \text{Així doncs} \quad i_c = \frac{V_a}{R} e^{-t/RC} \end{aligned}$$

que és el mateix resultat que el trobat anteriorment. Observeu que el valor inicial de i_c ha de ser una vegada tancat l'interruтор, $i_c(0^+)$, diferent de $i_c(0^-)$. Si apliquem l'equació 5.6 podem trobar v_c

$$\begin{aligned} v_c &= \frac{1}{C} \int_0^t \frac{V_a}{R} e^{-\tau/RC} d\tau = -V_a e^{-\tau/RC} \Big|_0^t \\ v_c &= V_a (1 - e^{-t/RC}) \end{aligned}$$

que torna a coincidir amb el resultat anterior.

Exercici 5.4

En el circuit de la figura 5.11 el condensador és inicialment descarregat. Es demana: a) Apliqueu l'anàlisi de nusos per trobar l'equació diferencial del circuit. b) Trobeu l'expressió de la tensió en borns del condensador. c) Quant de temps trigarà aproximadament a carregar-se el condensador al seu valor final?

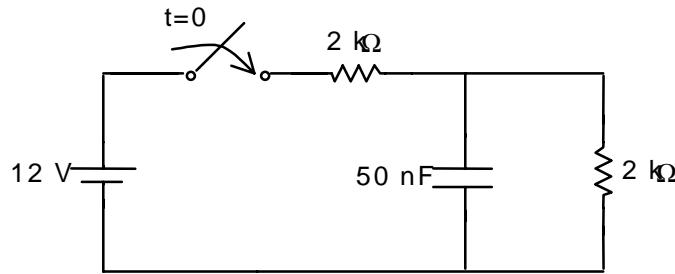


Figura 5.11 Circuit de l'exercici 5.4

Solució:

$$\frac{12 - v_c}{2k\Omega} = C \frac{dv_c}{dt} + \frac{v_c}{2k\Omega}$$

$$v_c(t) = 6 - 6e^{-t/\tau} \quad \text{amb } \tau = 1k\Omega \cdot 50nF$$

$$t_c \approx 3\tau = 150\mu s$$



Analitzem a continuació la *descàrrega d'un condensador*. Considerem el circuit de la figura 5.12, en què es mostra un condensador carregat inicialment amb q_o . Quan es tanqui l'interruptor a $t = 0$ el condensador s'anirà descarregant a través de la resistència R .

Com que el condensador té una càrrega inicial q_o , presenta entre els seus terminals una tensió inicial v_{co} de valor q_o/C . En tancar l'interruptor, aquesta tensió s'aplica a la resistència i , per tant, circula inicialment a través d'ella un corrent de valor v_{co}/R . Aquest corrent és format per les càrregues emmagatzemades en el condensador, per tant la càrrega en ell disminueix de forma contínua. Això provoca que la tensió en els seus terminals també disminueixi i, per tant, que també ho faci el corrent per la resistència. Aquest procés acaba quan el condensador ha perdut tota la seva càrrega. Aleshores, en ser descarregat, presenta una tensió nul·la, i en conseqüència, també és nul el corrent per la resistència. És una situació final estable.

La resolució matemàtica d'aquest circuit és la següent. L'equació de malla, per a $t \geq 0$, és

$$v_c = iR \quad (5.30)$$

La segona equació necessària per resoldre el circuit és una modificació de l'equació 5.6. En aquest circuit cal observar que el sentit de i és contrari al definit al primer apartat com a corrent de càrrega del condensador i_c . És un corrent que *descarrega* el condensador en comptes de carregar-lo. Per tant, la càrrega al condensador és

$$q(t) = q(0) + \int_0^t i_c \cdot d\tau = q(0) - \int_0^t i \cdot d\tau \quad (5.31)$$

$$v_c(t) = \frac{q(t)}{C} = \frac{q_o - \int_0^t i \cdot d\tau}{C}$$

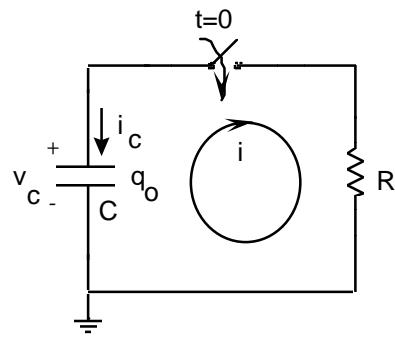


Figura 5.12 Circuit de descàrrega d'un condensador

Si substituïm 5.31 a 5.30 i derivem respecte del temps resulta

$$-\frac{i}{C} = R \frac{di}{dt} \quad (5.32)$$

que és una equació diferencial que es pot resoldre si apliquem el procediment descrit anteriorment

$$\begin{aligned} R \cdot \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} &= 0 \\ e^{at} \left[Ra + \frac{1}{C} \right] &= 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{RC} \\ i_p &= 0 \\ i &= Ke^{-t/RC} + 0 = Ke^{-t/RC} \end{aligned}$$

L'anàlisi físic del circuit mostra que el valor inicial de i , just després de tancar l'interruptor, ha de ser

$$i(0) = \frac{V_{co}}{R} = \frac{q_o}{RC} \quad (5.33)$$

Així doncs, atès que el valor de K ha de ser $i(0)$, la solució és

$$i = \frac{q_o}{RC} e^{-t/RC} \quad (5.34)$$

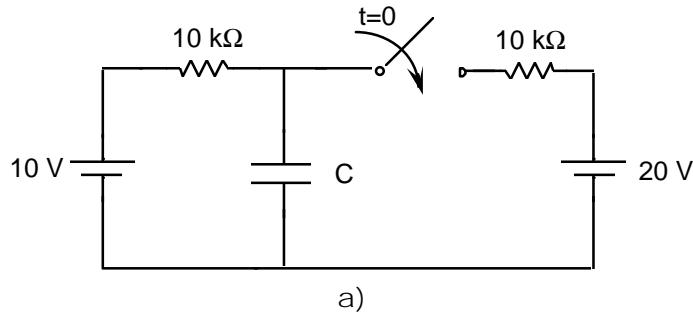
que mostra que el corrent disminueix exponencialment amb una constant de temps RC . La tensió en terminals del condensador es pot calcular si substituïm 5.34 a 5.31. Si operem resulta

$$v_c = \frac{q_o}{C} e^{-t/RC} \quad (5.35)$$

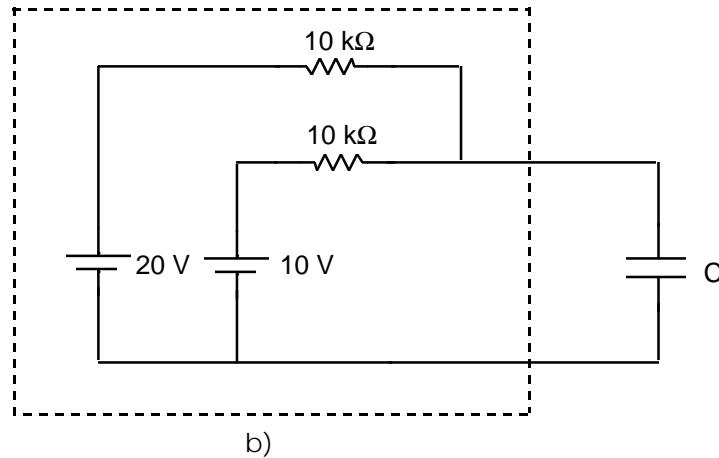
que demostra que aquesta tensió també s'extingeix de forma exponencial des del seu valor inicial q_o/C .

Exemple 5.4

En el circuit de la figura 5.13a l'interruptor es tanca a $t = 0$. Trobeu la tensió en borns del condensador a partir de l'instant en què es tanca l'interruptor. ¿Quant de temps ha de transcorrer des que es tanca l'interruptor perquè la tensió assoleixi el règim permanent si el valor de C és d'1 μF ?



a)



b)

Figura 5.13 a) Circuit de l'exemple 5.4. b) Circuit quan l'interruptor és tancat.

Amb l'interruptor obert, la tensió en borns del condensador és de 10 V, ja que la font de 10 V ha carregat el condensador. Per tant, la seva càrrega és de $10 \cdot C$ coulombs.

Quan l'interruptor es tanca, es pot tornar a dibuixar el circuit de la forma indicada a la figura 5.13b. Aleshores la part de circuit requaretada es pot substituir pel seu equivalent Thévenin; això porta a un circuit del tipus de la figura 5.9, però en què el valor de la bateria és de 15 V i el de la resistència 5 k Ω . La solució d'aquest circuit, si tenim en compte que la seva càrrega inicial és $q(0) = 10 \cdot C$, és

$$v_c(t) = 15 - 5e^{-t/\tau}$$

on $\tau = RC = 1 \mu\text{F} \cdot 5\text{k}\Omega = 5 \text{ ms}$. Observeu que la tensió evoluciona des d'un valor inicial de 10 V fins a un valor final de 15 V.

El valor final de 15 V és pràcticament assolit després d'unes tres constants de temps, és a dir, després d'uns 15 ms.

Exercici 5.5

Calculeu $v_c(t)$ en el circuit de la figura 5.14, en què l'interruptor es tanca a $t = 0$.

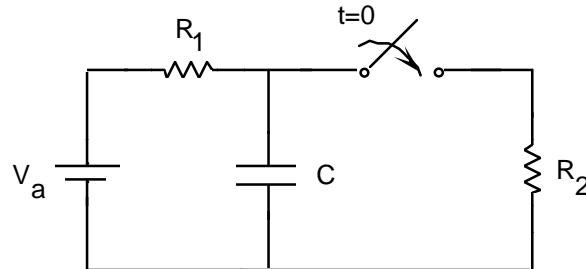


Figura 5.14 Circuit de l'exercici 5.5

Solució:

Amb l'interruptor obert, el condensador és carregat a la tensió V_a . Una vegada tancat l'interruptor, l'evolució de v_c ve donada per

$$v_c(t) = \frac{V_a}{R_1 + R_2} (R_2 + R_1 e^{-t/C.R_e})$$

on R_e és l'equivalent paral·lel de R_1 i R_2 .

Exemple 5.5

En el circuit de la figura 5.15 l'interruptor commuta a la posició B a $t = 0$. Trobeu les expressions de v_{c1} i de v_{c2} en funció del temps.

Amb l'interruptor en la posició A, el condensador C_2 és carregat a la tensió V_{BB} . Així doncs, a $t = 0$, just abans de la commutació

$$v_o(0) = v_{C2}(0) = V_{BB} \Rightarrow q_2(0) = C_2 V_{BB}$$

A $t = 0$ es produeix la commutació. A partir d'aquest instant el circuit és el format pels elements C_p , R i C_2 . Com que C_1 se suposa descarregat, la tensió entre els seus terminals és nul·la, per això tota la tensió entre els terminals de C_2 , $q_2(0)/C_2$, s'aplica a R . Per tant, el corrent que hi circula a l'instant inicial és

$$i(0) = \frac{v_o(0)}{R} = \frac{V_{BB}}{R}$$

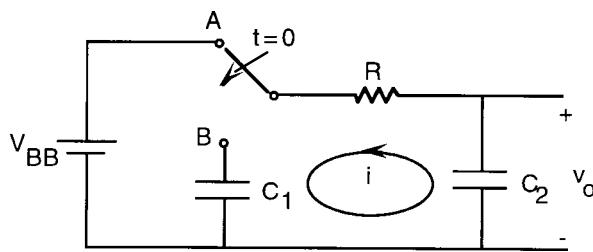


Figura 5.15 Circuit de l'exemple 5.5

Aquest corrent prové de les càrregues emmagatzemades a C_2 ; per això descarregarà en aquest condensador i, en conseqüència, disminuirà la tensió entre els seus borns. Però, d'altra banda, aquest corrent carrega a C_1 i fa augmentar la tensió entre els terminals d'aquest condensador. Ambdós efectes, la disminució de v_{c2} i l'augment de v_{c1} , provoquen que la caiguda de tensió en R disminueixi a partir del seu valor inicial, per això el corrent i disminuirà. S'arribarà a una situació estable quan la caiguda de tensió en R sigui nul·la, és a dir, quan les tensions als dos condensadors siguin iguals. Aleshores el corrent i serà nul, les càrregues no es redistribuiran més i les tensions seran invariables.

El tractament matemàtic d'aquest comportament és el següent

$$\begin{aligned}v_{c2} &= iR + v_{c1} \\v_{c2} &= \frac{q_2(0) - \int_0^t i.d\tau}{C_2} \\v_{c1} &= \frac{0 + \int_0^t i.d\tau}{C_1}\end{aligned}$$

Si substituïm v_{c1} i v_{c2} a la primera equació, i derivem ambdós membres respecte del temps

$$R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C_e} = 0$$

on C_e és la capacitat equivalent de C_1 i C_2 en sèrie.

La resolució d'aquesta equació, si tenim en compte la condició inicial esmentada anteriorment, porta a

$$i = \frac{V_{BB}}{R} e^{-t/RC_e}$$

Les tensions en borns dels condensadors es poden trobar si integrem aquesta expressió d'acord amb les expressions de v_{c1} i v_{c2} anteriors. Amb aquestes s'arriba a

$$v_o(t) = v_{c2}(t) = V_{BB} \left[1 - \frac{C_1}{C_1 + C_2} (1 - e^{-t/RC_e}) \right]$$

$$v_{c1}(t) = V_{BB} \frac{C_2}{C_1 + C_2} (1 - e^{-t/RC_e})$$

Observeu que ambdues tensions tendeixen al mateix valor final, tal com havíem raonat anteriorment.



L'anàlisi dels resultats obtinguts en els processos de càrrega i descàrrega d'un condensador permet extrapolar una expressió per obtenir el resultat final sense resoldre l'equació diferencial. Si anomenem v_i el valor inicial de la tensió en borns del condensador i v_f el valor final d'aquesta tensió

$$v_c = v_f + (v_i - v_f) e^{-t/\tau} \quad (5.36)$$

on τ és la constant de temps del circuit i ve donada pel producte de C per la resistència "vista" pel condensador. Observeu que en 5.36 el valor de v_c per a $t = 0$ és v_i , i el valor per a t molt més gran que la constant de temps tendeix a v_f . Per aplicar aquesta expressió n'hi ha prou a conèixer v_i , v_f i τ mitjançant la "inspecció física" del circuit. En particular, el valor de v_f es pot obtenir substituint el condensador per un circuit obert, ja que en règim permanent aquest és el seu estat. Així, per exemple, en cas de descàrrega del condensador sabem que el valor inicial és q/C , el valor final 0 i la constant de temps RC . Si substituïm aquests valors a l'expressió 5.36 obtenim 5.35. De manera semblant, es podria obtenir l'expressió 5.26 relativa a la càrrega d'un condensador a partir del valor inicial, $v_c(0) = 0$, i del valor final, $v_c(\infty) = V_a$, coneguts per inspecció del circuit.

Exemple 5.6

Apliqueu l'expressió 5.36 per resoldre l'exemple 5.4.

El valor inicial de v_c serà de 10 V, tal com va ser justificat a l'exemple 5.4

El valor final de v_c serà la tensió del generador equivalent de Thévenin, el valor del qual és 15 V.

La constant de temps del circuit serà el producte de la capacitat per la resistència que "veu", que no és cap altra que la de l'equivalent Thévenin (R_1 i R_2 en paral·lel). Per tant, si substituïm aquestes constants a 5.36 obtenim el mateix resultat que a l'exemple 5.4

Exercici 5.6

Apliqueu l'expressió 5.36 per resoldre l'exercici 5.5.

Solució: Els valors v_i , v_f i τ de l'expressió 5.36 són

$$v_i = V_a \quad v_f = V_a R_2 / (R_1 + R_2) \quad \tau = C [R_1 R_2 / (R_1 + R_2)]$$

5.2.2 Resposta de circuits RC a excitacions sinusoïdals

La resposta dels circuits electrònics als senyals sinusoïdals constitueix una part molt important de l'enginyeria electrònica però sobrepassa els objectius d'aquest text. En aquest apartat ens limitarem a introduir alguns conceptes generals sobre aquest tema i a resoldre l'equació diferencial d'un circuit RC excitat per un senyal sinusoïdal, atès que alguns conceptes sobre amplificadors, que veurem en capítols posteriors, ho requereixen.

Considerem el circuit de la figura 5.16. Suposem que el condensador és inicialment descarregat.

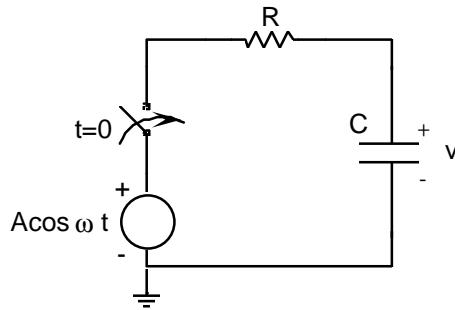


Figura 5.16 Circuit RC amb excitació sinusoïdal

L'equació d'aquest circuit és, per a $t \geq 0$

$$A \cos(\omega t) = Ri + v_c$$

que, combinada amb 5.2, porta a l'equació diferencial següent

$$RC \frac{dv_c}{dt} + v_c = A \cos(\omega t) \quad (5.37)$$

que és similar a les anteriors, amb la diferència que el terme independent és una sinusoida de pulsació ω radians per segon, en comptes de ser una constant. El procediment de resolució consta dels mateixos passos exposats a 5.2.1:

1 i 2 L'equació homogènia és la mateixa que 5.13.

3 Per trobar la solució particular s'assaja

$$v_c = a \sin(\omega t) + b \cos(\omega t) \quad (5.38)$$

si substituïm aquesta expressió i la seva derivada a 5.37, resulta

$$(b + a\omega RC) \cos(\omega t) + (a - b\omega RC) \sin(\omega t) = A \cos(\omega t) \quad (5.39)$$

Per tal que es compleixi aquesta equació per a qualsevol valor de t , cal que els coeficients de les funcions sinus i cosinus a ambdós costats de la igualtat siguin idèntics

$$\begin{aligned} b + a\omega RC &= A \\ a - b\omega RC &= 0 \end{aligned}$$

Si resolem aquest sistema d'equacions, trobem a i b i obtenim

$$v_{cp} = \frac{A}{1+(\omega RC)^2} [\cos(\omega t) + \omega RC \sin(\omega t)] \quad (5.40)$$

expressió que també podem escriure de la manera següent:

$$\begin{aligned} v_{cp} &= \frac{A}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}} \cos(\omega t - \varphi) \\ \varphi &= \arctg(\omega RC) \end{aligned} \quad (5.41)$$

que mostra que la solució particular també és una sinusoide en què l'amplitud i el desfasament depenen de la freqüència de l'excitació i del producte RC .

4 Si utilitzem 5.40 com a solució particular, la solució matemàtica de l'equació 5.37 és

$$v_c = v_{ch} + v_{cp} = Ke^{-t/RC} + \frac{A}{1+(\omega RC)^2} [\cos(\omega t) + \omega RC \sin(\omega t)] \quad (5.42)$$

5 La solució física l'obtindrem fent que el valor matemàtic per a $t = 0$ coincideixi amb el que ha de tenir físicament el circuit. En aquest cas, suposem el condensador inicialment descarregat, de manera que s'ha de complir que $v_c(0) = 0$, d'aquesta manera trobem que

$$v_c = -\frac{A}{1+(\omega RC)^2} e^{-t/RC} + \frac{A}{\sqrt{1+(\omega RC)^2}} \cos(\omega t - \varphi) \quad (5.43)$$

Aquesta expressió es representa gràficament a la figura 5.17. El primer terme és la solució de l'equació homogènia. Com que aquesta solució no depèn de l'excitació sinusoidal (generadors independents) sol anomenar-se *resposta natural* del circuit. El segon terme depèn tant del circuit com de l'excitació i s'anomena *resposta forçada*. Observeu que la resposta natural s'extingeix després de poques constants de temps i només queda la resposta forçada. Aquesta última és un senyal periòdic que es manté indefinidament en el temps mentre duri l'excitació. Per aquest motiu s'acostuma a anomenar *règim permanent sinusoidal*.

Encara que s'ha resolt l'equació diferencial 5.37 utilitzant sinusoides, matemàticament resulta molt més simple resoldre-la utilitzant exponencials complexos, ja que la fórmula d'Euler (1.21) permet expressar un cosinus com la part real de l'exponencial complexa del seu argument. Per això, en comptes de resoldre 5.37, es resol

$$RC \frac{d\vec{v}_c}{dt} + \vec{v}_c = Ae^{j\omega t} \quad (5.44)$$

En aquest cas, \vec{v}_c és, a diferència de 5.37, una magnitud complexa, amb una part real que és la resposta a l'excitació $\text{Acos}\omega t$, mentre que la seva part imaginària ho seria a $\text{Asin}\omega t$. La solució de l'equació 5.44 es troba igual que la de 5.37, però la solució particular ara és del tipus

$$\vec{v}_c = \vec{B}e^{j\omega t} \quad (5.45)$$

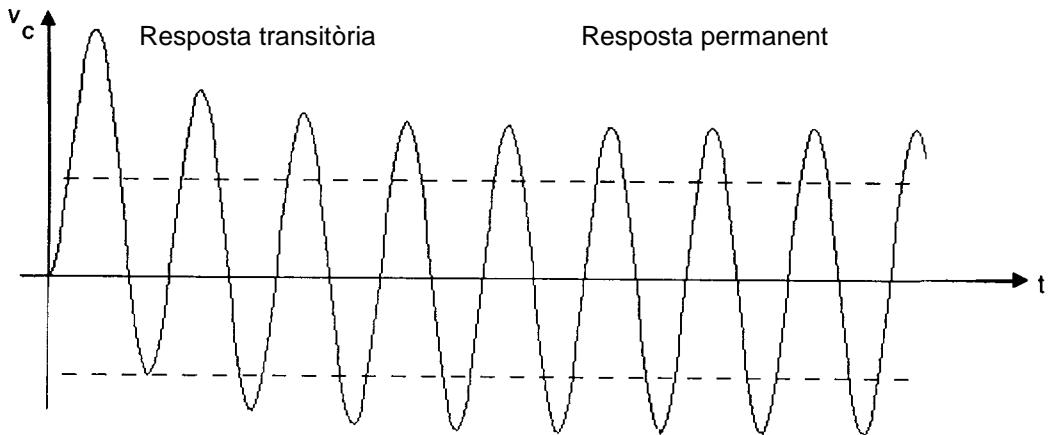


Figura 5.17 Resposta a l'excitació sinusoïdal del circuit de la figura 5.16

que, substituïda a 5.44, porta a

$$\vec{B} = \frac{A}{1 + j\omega RC} \quad (5.46)$$

Si ignorem el règim transitori, que té poc interès en la resposta de circuits a excitacions sinusoïdals, resulta que la solució del règim permanent sinusoïdal és

$$\vec{v}_c = \frac{A}{1 + j\omega RC} e^{j\omega t} \quad (5.47)$$

El factor que multiplica l'exponencial es pot expressar en forma polar com

$$\vec{v}_c = \frac{A}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} e^{-j\varphi} e^{j\omega t} \quad (5.48)$$

on l'angle φ és

$$\varphi = \arctg(\omega RC)$$

La part real d'aquesta solució, després d'emprar la fórmula d'Euler, és

$$\text{Re}[\vec{v}_c] = \frac{A}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} \cos(\omega t - \varphi) \quad (5.49)$$

que coincideix amb la solució trobada pel mètode anterior.

Exercici 5.7

En el circuit de la figura 5.16 la resistència és de $5 \text{ k}\Omega$ i la capacitat de 20 nF . ¿Per a quin valor de ω el desfasament de la sortida respecte de l'entrada serà de: a) $\pi/4$ radians (45°) i b) $\pi/3$ radians (60°)?

Solució:

$$\varphi = \pi / 4 \Rightarrow \omega RC = \operatorname{tg} \left[\frac{\pi}{4} \right] = 1 \Rightarrow \omega = \frac{1}{RC} = 10^4 \text{ rad/s}$$

$$\varphi = \pi / 3 \Rightarrow \omega RC = \operatorname{tg} \left[\frac{\pi}{3} \right] = \sqrt{3} \Rightarrow \omega = \sqrt{3} \cdot 10^4 \text{ rad/s}$$

Exemple 5.7

El circuit de la figura 5.18 representa una situació que trobem a l'estudi dels amplificadors: la combinació d'una excitació contínua I_0 i una de sinusoïdal $A \cos(\omega t)$ sobre un circuit format per una resistència en paral·lel amb un condensador. Calculeu la tensió $v_c(t)$.

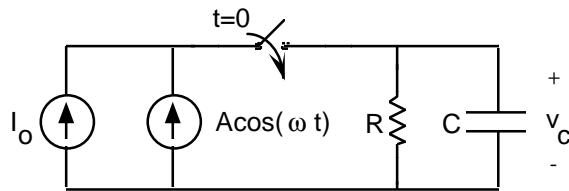


Figura 5.18 Circuit de l'exemple 5.7

Suposem el condensador inicialment descarregat. Una vegada tancat l'interruptor, si emprem la tècnica d'exponentials complexes, l'equació del circuit és

$$C \frac{d\vec{v}_c}{dt} + \frac{\vec{v}_c}{R} = I_0 + A e^{j\omega t}$$

Com en els casos anteriors, la solució general de l'equació homogènia és

$$\vec{v}_c = K e^{-t/RC}$$

que és la resposta natural del circuit. Per trobar una solució particular s'assaja

$$\vec{v}_c = B_1 + B_2 e^{j\omega t}$$

i se substitueix aquesta expressió i la seva derivada a l'equació diferencial. Si identifiquem coeficients de la funció exponencial i de la constant en els dos membres de la igualtat, resulta

$$\vec{v}_c = I_0 R + \frac{R}{1 + j\omega RC} A e^{j\omega t}$$

Si ignorem la resposta natural (solució de l'equació homogènia), l'última expressió proporciona el règim permanent sinusoïdal del circuit, sense fer res més que prendre la part real

$$\operatorname{Re}[\vec{v}_c] = I_0 R + \frac{R}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} A \cos(\omega t - \varphi)$$

$$\varphi = \operatorname{arctg}(\omega RC)$$

solució que consisteix en un terme constant, $I_o \cdot R$, amb una sinusoida sobreposada. Hi ha dos aspectes d'aquest resultat que s'han de destacar d'una forma especial. El primer és que l'amplitud i el desfasament de la sinusoida depenen de la freqüència del senyal. Per aquesta raó la resposta d'un circuit a un senyal sinusoidal depèn de la freqüència. Aquesta dependència se sol representar gràficament. El segon aspecte que cal indicar és que, si la freqüència angular ω és prou elevada, la sinusoida de l'expressió anterior es pot aproximar per

$$\frac{A}{\omega C} \cos(\omega t - \pi/2)$$

amb una amplitud molt petita que es pot neglidir davant el terme constant (figura 5.19). Aleshores es pot aproximar el condensador com si fos una font de tensió contínua de valor $I_o \cdot R$.

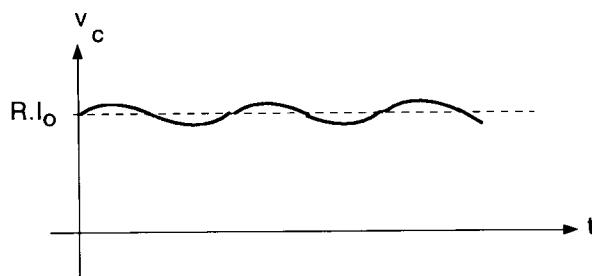


Figura 5.19 Resposta del circuit 5.18



En un estudi més avançat d'aquest tema veurem un nou concepte anomenat *impedància*. En règim permanent sinusoidal la impedància, que se sol representar pel símbol Z , ve donada pel quocient entre la tensió en terminals del dispositiu i el corrent que hi circula, expressades ambdues en forma d'exponentials complexes.

Si s'aplica a un condensador una tensió

$$\vec{v}_c = \vec{V}_c e^{j\omega t} = A e^{j\omega t}$$

el corrent que hi circularà és, d'acord amb 5.2,

$$\vec{i}_c = C \frac{d\vec{v}_c}{dt} = j\omega C A e^{j\omega t} = \vec{I}_c e^{j\omega t}$$

per això la impedància del condensador ve donada per

$$Z_c = \frac{\vec{V}_c}{\vec{I}_c} = \frac{1}{j\omega C} \quad (5.50)$$

magnitud complexa que es pot expressar en forma polar

$$Z_c = \frac{1}{\omega C} e^{j\pi/2} \quad (5.51)$$

Observeu que el terme $1/\omega C$ té dimensió d'ohms, per això la impedància ve a ser una generalització del concepte de resistència. Però també conté el terme exponencial complex que implica un desfasament

$$\vec{i}_c = \frac{\vec{V}_c}{Z_c} e^{j\omega t} = \frac{A e^{j\omega t}}{(1/\omega C) e^{-j\pi/2}} = \omega C A e^{j(\omega t + \pi/2)} \quad (5.52)$$

Aquesta expressió posa de manifest que la sinusode que representa el corrent va avançada un angle de 90° respecte a la que representa la tensió en borns del condensador.

5.3 La bobina

La bobina és un component electrònic en què la relació entre la tensió en els seus terminals i el corrent que hi circula també segueix una llei diferencial. L'expressió matemàtica d'aquesta llei guarda una relació dual amb la del condensador: es pot obtenir una a partir de l'altra sense fer res més que canviar corrent per tensió i capacitat per autoinducció. Per aquesta raó, el tractament matemàtic d'ambdós elements és molt similar.

5.3.1 La bobina ideal

La *bobina ideal*, també anomenada inductor ideal, és un element de circuit que té la propietat d'emmagatzemar energia mitjançant la creació d'un camp magnètic, quan hi circula un corrent. Per això, la relació entre el corrent que la travessa i la caiguda de tensió entre els seus terminals ve donada per

$$v_L = L \frac{di_L}{dt} \quad (5.53)$$

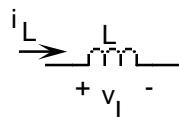


Figura 5.20 Símbol de la bobina ideal i signes de v_L i i_L .

La constant de proporcionalitat L s'anomena coeficient d'autoinducció de la bobina, i la seva unitat és el *henri* (H). D'acord amb 5.53,

$$1 \text{ henri} = 1 \text{ volt} \cdot 1 \text{ segon} / 1 \text{ ampere}$$

és a dir, un henri és el coeficient d'autoinducció d'una bobina que presenta entre els seus terminals una caiguda de tensió d'un volt quan el corrent que la travessa varia a raó d'un ampere cada segon. A la figura 5.20 es donen el símbol de la bobina i els sentits de i_L i de v_L .

Exemple 5.8

Calculeu la caiguda de tensió entre els terminals d'una bobina ideal de 2 mH si la intensitat que la travessa és el senyal triangular representat a la figura 5.21a.

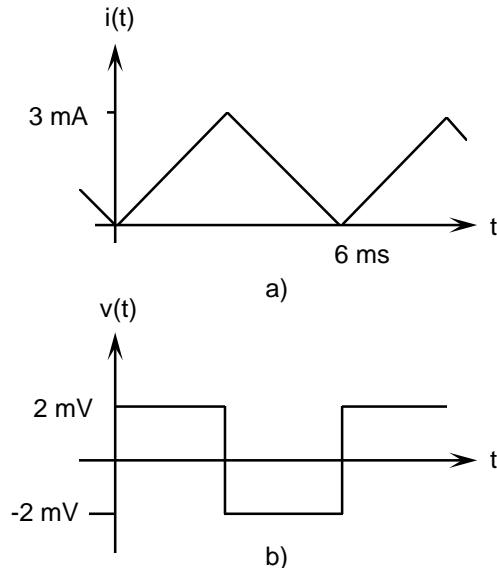


Figura 5.21 a) Forma d'ona del corrent de l'exemple 5.8. b) Tensió en borns de la bobina

En cadascuna de les rampes que formen el senyal triangular, el corrent és expressat per l'equació d'una recta. La derivada del corrent és el pendent d'aquesta recta. Per a les rampes positives el pendent és $3\text{ mA}/3\text{ ms}$, és a dir, 1 A/s . En aquestes rampes, la tensió en borns de la bobina és el producte d'aquest pendent per L , és a dir, 2 mV . Per a les rampes negatives, el pendent i, per tant, v_L prenen els mateixos valors però amb signe contrari. La forma d'ona que pren v_L es representa a la figura 5.21b.

Exercici 5.8

Calculeu la caiguda de tensió a una bobina de 3 mH, si la intensitat ve donada per

$$i = 3e^{-t/10^{-3}}$$

Solució:

$$v_L = -9e^{-t/10^{-3}} \text{ volts}$$



L'expressió 5.53 posa de manifest dues propietats molt importants de la bobina:

- El corrent en una bobina no pot variar de forma discontinua. En efecte, si ho fes la seva derivada seria infinita, de manera que la tensió que es generaria entre els seus terminals també ho seria, i això no es dóna en el món real.
- Quan el corrent i_L té un valor constant, la bobina equival a un curtcircuit, ja que la caiguda de tensió en ella és nul·la.

Hi ha un símil hidràulic de la bobina que il·lustra aquestes propietats. En aquest símil, la bobina equival a les pales d'una turbina que tenen una inèrcia determinada. Se suposa que les pales són situades a l'interior de la canonada del circuit hidràulic i que no s'extreu energia de la turbina. Suposem inicialment que les pales estan en repòs i que no hi ha corrent hidràulic; és a dir, que el líquid està en repòs. Quan una bomba intenta moure el líquid per produir un corrent, aquest només pot circular si posa en moviment les pales de la turbina. Com que aquestes tenen inèrcia, la seva velocitat s'incrementarà de manera contínua a partir de 0 i això farà que el corrent també augmenti de forma contínua a partir de zero. Quan s'assoleixi un règim estacionari, les pales no oposaran resistència al corrent (situació equivalent al curtcircuit de la bobina en contínua). Si s'intenta tallar el corrent hidràulic, les pales de la turbina produiran un corrent degut a la seva inèrcia, mantindran la continuïtat de la velocitat del seu moviment i, per tant, del corrent que la travessa.

Si integrem 5.53 entre 0 i t en podem obtenir una expressió alternativa

$$i_L(t) = i_L(0) + \frac{\int_0^t v_L(\tau) d\tau}{L} \quad (5.54)$$

En aquesta expressió, $i_L(0)$ és el corrent que circula per la bobina a l'instant inicial. *Observeu que una bobina amb un corrent inicial es pot modelar mitjançant una font d'intensitat constant, de valor $i_L(0)$, en paral·lel amb una bobina desactivada a l'instant inicial.*

5.3.2 Principi físic de funcionament

El fonament físic d'aquest comportament té el seu origen en les forces que exerceixen entre si les càrregues elèctriques en moviment. A més de la força estàtica de Coulomb, dues càrregues elèctriques en moviment experimenten una altra força d'origen "magnètic". De manera semblant al que es feia per descriure la força electrostàtica, es pot imaginar que una càrrega en moviment modifica l'espai que l'envolta, i crea un *camp magnètic B* . Aquest camp magnètic exerceix una força F_m sobre una altra càrrega elèctrica q que penetri en aquesta regió de l'espai amb una velocitat v

$$\vec{F}_m = q \cdot \vec{v} \wedge \vec{B} \quad (5.55)$$

Com que un corrent elèctric és un conjunt de càrregues en moviment, es crea un camp magnètic al seu voltant. Aquest camp magnètic és proporcional al valor de la intensitat del corrent.

Es defineix el flux magnètic d'un camp B en una superfície perpendicular A com el producte

$$\phi = B \cdot A \quad (5.56)$$

Un filferro en forma d'espira oberta d'àrea A "abraça" un flux magnètic, ϕ , donat per 5.56. Faraday va establir que si el flux magnètic que envolta aquesta espira varia amb el temps, apareix una diferència de potencial entre els seus extrems de valor

$$v_e = -\frac{d\phi}{dt} \quad (5.57)$$

Una bobina és formada per un filferro "enrotllat" sobre un nucli amb N espries en sèrie (figura 5.22). El corrent que circula per un fil crea un camp magnètic. Dins d'aquest enrotllament existeix, doncs, un camp B que és proporcional al corrent i al nombre d'espries, per raó de l'addició dels camps magnètics creats per cada espira. Si suposem que aquest camp és perpendicular a les espries, el flux en cadascuna d'elles ve donat

pel producte del camp per l'àrea de l'espira. Si aquest flux varia amb el temps, crea una diferència de tensió v_e a cada espira, de manera que s'obté una diferència total de tensió v_L entre els terminals de la bobina igual a la suma de les tensions a cada espira, ja que aquestes són en sèrie. La variació del flux a les espries de la bobina es deu a la variació del camp magnètic. Com que el camp magnètic és proporcional al corrent que travessa la bobina, resulta que v_L és proporcional a la variació del corrent a la bobina

$$v_L = N \frac{d\phi}{dt} = N \frac{d}{dt}(kNi) = kN^2 \frac{di}{dt} = L \frac{di}{dt}$$

on L és la constant $k \cdot N^2$ que apareix a l'expressió anterior. La constant de proporcionalitat k depèn de la secció de la bobina S , de la longitud del circuit magnètic l , i de la permeabilitat μ del material que constitueix el nucli sobre el qual s'enrotlla la bobina

$$k = \frac{\mu S}{l}$$

Es remet el lector a la consulta de textos bàsics d'electricitat i magnetisme per a l'aprofundiment d'aquests conceptes.

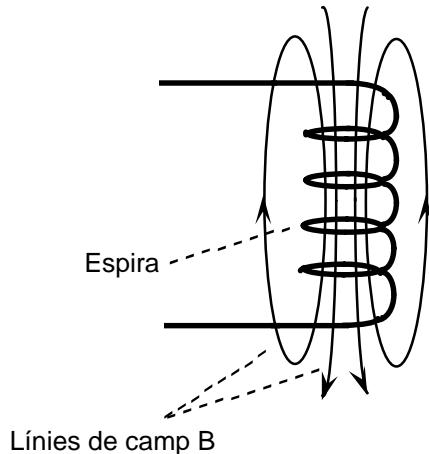


Figura 5.22 Bobina en què s'indiquen les línies de camp magnètic

5.3.3 Associació de bobines en sèrie i en paral·lel

En alguns casos les bobines es poden trobar en un circuit connectades en sèrie o en paral·lel; aleshores el conjunt d'espries pot ser substituït per una bobina equivalent. A la figura 5.23a es presenten les bobines L_1 i L_2 connectades en sèrie i construïdes de forma que el camp magnètic creat per una no afecta l'altra. Suposem que el corrent inicial de cadascuna de les bobines sigui nul; és obvi que la caiguda de tensió del conjunt d'elles és

$$v = v_1 + v_2 = L_1 \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} = (L_1 + L_2) \frac{di}{dt}$$

de manera que equivalen a una bobina de valor suma de les dues

$$L_{eq} = L_1 + L_2 \quad (5.58)$$

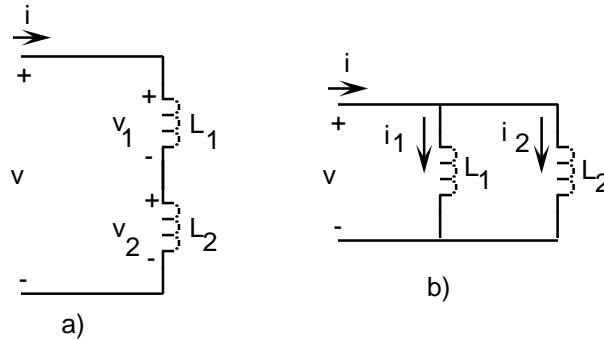


Figura 5.23 Associació de bobines, a) en sèrie b) en paral·lel

A la figura 5.23b es mostren les bobines L_1 i L_2 connectades en paral·lel. En aquest cas, si també suposem nuls els corrents inicials

$$i = i_1 + i_2 = \frac{1}{L_1} \int_0^t v \cdot d\tau + \frac{1}{L_2} \int_0^t v \cdot d\tau = \left[\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \right] \int_0^t v \cdot d\tau$$

de manera que per a la bobina equivalent, L_{eq} , es compleix

$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \quad (5.59)$$

Observeu que aquestes regles d'equivalència són anàlogues a les que regeixen per al cas de resistències.

Les bobines ideals aproximen dispositius reals en un cert marge d'operació. Les seves característiques i limitacions són descrites a l'apèndix A.

5.4 Anàlisi de circuits RL

L'anàlisi de circuits RL és similar al realitzat per a circuits RC . Aquesta similitud prové del fet que les lleis que regulen el comportament dels condensadors i de les bobines, les equacions 5.2 i 5.53, són duals: es pot obtenir una expressió a partir de l'altra si es canvien i_c per v_L , v_c per i_L , i C per L . Per tant, el tractament matemàtic dels circuits RL és idèntic al dels circuits RC , de manera que en aquest apartat farem l'èmfasi en el significat físic dels resultats obtinguts.

Considereu el circuit de la figura 5.24, en què es pretén *activar una bobina* per la qual no hi circulava corrent abans de tancar l'interruptor. En tancar l'interruptor, el generador de tensió V_a "intentarà" fer circular un corrent pel circuit, però, com s'ha vist anteriorment, la bobina impedeix un canvi discontinu del corrent. Per evitar aquest canvi que intenta la font V_a , la bobina genera una tensió v_L del valor adequat per assegurar la continuïtat del corrent. En aquest cas, el valor "adequat" de v_L és V_a . D'aquesta manera, el corrent que circula a través de R és nul, atès que en els seus extrems a i b (figura 5.24) hi ha la mateixa tensió.

L'expressió 5.53 implica que si v_L pren el valor V_a , el corrent presenta una derivada de valor v_L/L , per això comença a augmentar a partir del seu valor nul inicial. Però el corrent només pot augmentar si disminueix la tensió en el terminal b de la resistència, és a dir, si disminueix v_L . Aquesta seqüència d'accions (continuïtat i augment del corrent; disminució de v_L) es va succeint fins que s'arriba a una situació final estable, caracteritzada per un corrent constant i una v_L nul·la. Aquest valor nul de la tensió a la bobina provoca que el corrent final en el circuit sigui V_a/R (observeu que, amb excitació constant i una vegada s'assoleix el règim permanent, la bobina equival a un curtcircuit).

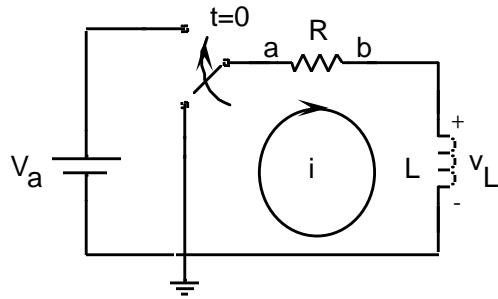


Figura 5.24 Activació d'una bobina a través d'una resistència

Aquest comportament, descrit qualitativament, es pot quantificar si resolem l'equació diferencial del circuit. L'equació de malla estableix que

$$V_a = iR + v_L \quad (5.60)$$

equació que, combinada amb 5.53 o 5.54, porta a una equació diferencial a v_L o a i . Si escollim, per exemple, la segona alternativa

$$\begin{aligned} L \frac{di}{dt} + Ri &= V_a \\ i_h &= Ke^{-t.R/L} \\ i_p &= \frac{V_a}{R} \\ i(0) = 0 &\Rightarrow K = -\frac{V_a}{R} \end{aligned}$$

per tant, la solució és

$$i = \frac{V_a}{R} (1 - e^{-t.R/L}) \quad (5.61)$$

i si apliquem 5.53, es troba la tensió v_L

$$v_L = V_a e^{-t.R/L} \quad (5.62)$$

Les expressions 5.61 i 5.62 es representen a la figura 5.25. Observeu que aquest comportament coincideix amb el descrit qualitativament, i que la constant de temps del procés d'activació de la bobina és L/R .

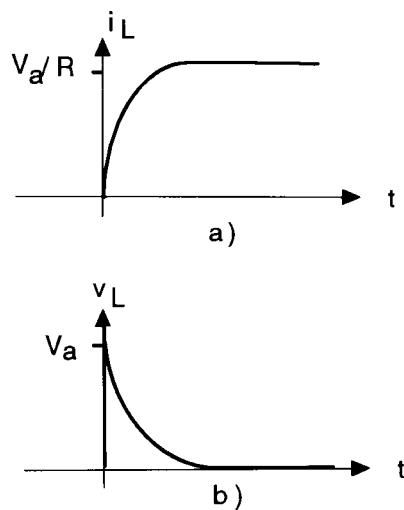


Figura 5.25 Corrent i tensió al circuit de la figura 5.24

A continuació estudiarem el procés invers: la *desactivació d'una bobina*. Considerem la figura 5.26, que mostra un circuit que conté una bobina que se suposa inicialment activada, és a dir, abans de tancar l'interruptor se suposa que circula per la bobina un corrent i_0 , que genera a la bobina un camp magnètic que "emmagatzema" l'energia que posseeix aquest dispositiu. A $t = 0$ s'acciona el commutador en connectar-se la bobina a una resistència. Com es veurà a continuació, el camp magnètic i , per tant, el corrent a la bobina, s'extingeix de forma gradual. Per això diem que la bobina es desactiva. (Observeu en aquesta figura que el sentit donat al corrent de malla i és contrari a l'habitual a fi de mantenir el signe que exigeix la continuïtat del corrent a la bobina.)

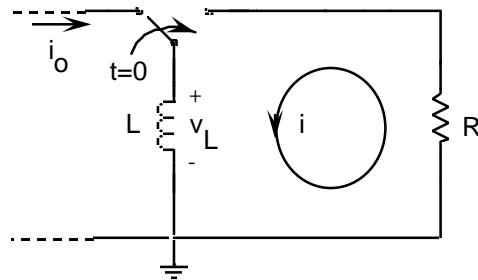


Figura 5.26 Desactivació d'una bobina a través d'una resistència

El tractament matemàtic del circuit és simple. La llei de Kirchhoff de tensions a la malla estableix que

$$v_L + iR = 0 \quad (5.63)$$

que, combinada amb 5.53, porta a

$$L \frac{di}{dt} + Ri = 0 \quad (5.64)$$

La condició física inicial d'aquest circuit és

$$i(0) = i_o \quad (5.65)$$

amb això s'obté com a solució l'expressió

$$i(t) = i_o e^{-t \cdot R/L} \quad (5.66)$$

que demostra que el corrent inicial i_o s'extingeix de forma exponencial amb una constant de temps L/R i sense presentar canvis abruptes en la seva variació.

Si derivem 5.66, podem obtenir la tensió en borns de la bobina

$$v_L = -i_o R e^{-t \cdot R/L} \quad (5.67)$$

Observeu que la tensió a la bobina presenta una discontinuïtat a $t = 0$. Abans d'accionar el commutador, el seu valor era nul. Una vegada commutat presenta un canvi abrupte a $v_L = -R \cdot i_o$ amb l'objectiu de forçar en R un corrent de valor i_o que asseguri la continuïtat del corrent.

Exemple 5.9

Al circuit de la figura 5.27 l'interruptor commuta a la posició 2 després d'haver-se mantingut en la posició 1 prou temps per assolir el règim permanent. Calculeu el valor de v_r just després de la commutació.

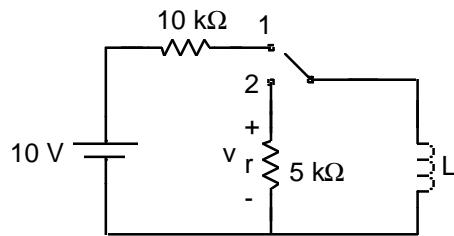


Figura 5.27 Circuit de l'exemple 5.9

A la posició 1 la bateria de 10 V activa la bobina a través de la resistència de $10 \text{ k}\Omega$, de manera que s'arriba a un règim permanent en què el corrent és constant i la tensió en borns de la bobina és nul·la (la bobina equival a un curtcircuit). El valor d'aquest corrent, que circula per la bobina en el sentit de dalt cap a baix, serà, per tant,

$$i = \frac{10V}{10k\Omega} = 1mA$$

Quan l'interruptor commuta a la posició 2, hi ha d'haver continuïtat del corrent a la bobina. Per tant, es generarà una v_L tal que asseguri aquesta continuïtat de corrent. Aquest corrent inicial d'1 mA circula a través de la resistència de $5 \text{ k}\Omega$ en el sentit de baix cap a dalt. Per tant, la tensió v_r és

$$v_r = -5k\Omega \cdot 1mA = -5V$$

Exercici 5.9

Calculeu el corrent que circula per la bobina en el circuit de la figura 5.28 a partir de $t = 0$.

Solució:

$$i_L = \left[\frac{V_a}{R} + I_a \right] - I_a e^{-t \cdot R/L}$$

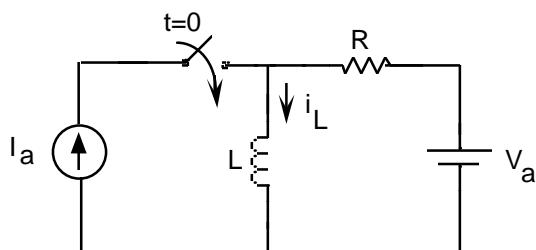


Figura 5.28 Circuit de l'exercici 5.9



Les bobines i els condensadors també es poden emprar en circuits que continguin amplificadors operacionals. Aquesta combinació d'elements permet fer noves funcions electròniques amb senyals, tals com la diferenciació i la integració. Una il·lustració d'aquests circuits es mostra a l'exemple i a l'exercici següents.

Exemple 5.10

Demostreu que en el circuit de la figura 5.29 es compleix la relació següent entre la sortida i l'entrada

$$v_o = -\frac{L}{R} \frac{dv_g}{dt}$$

Observem que l'entrada no inversora de l'AO és a massa. Suposem que l'amplificador operacional opera a la regió lineal $v_n = 0$. Per tant, resulta

$$v_o = -v_L = -L \frac{di_F}{dt}$$

$$i_F = i_g = \frac{v_g}{R}$$

i si substituïm la segona expressió en la primera obtenim la relació de l'enunciat.

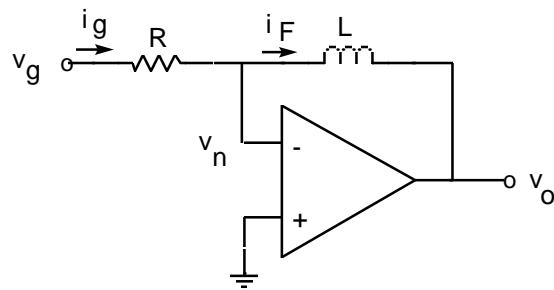


Figura 5.29 Circuit diferenciador amb bobina i A.O.

Exercici 5.10

Demostreu que els circuits de les figures 5.30a i 5.30b són integradors.

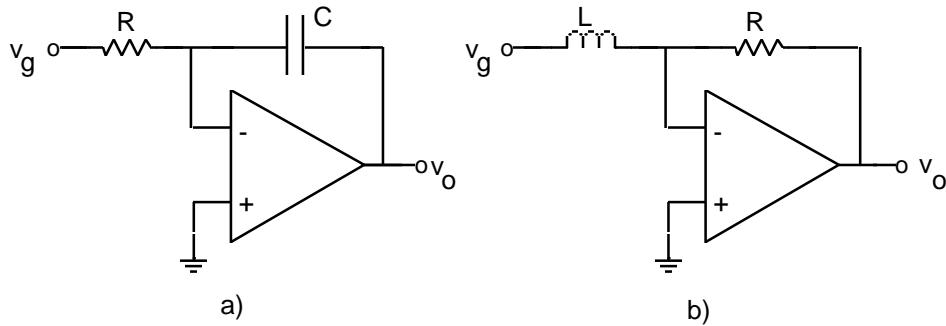


Figura 5.30 Circuits integradors. a) Amb condensador. b) Amb bobina

Solució:

$$v_o = -\frac{1}{RC} \int v_g \cdot dt$$

$$v_o = -\frac{R}{L} \int v_g \cdot dt$$



Obviament, una bobina també es pot excitar amb un senyal sinusoidal. Encara que no estudiarem aquesta situació en aquest moment, el tractament és similar al desenvolupat per al condensador a l'apartat 5.2.3. En règim permanent sinusoidal, la impedància d'una bobina ve donada per

$$Z_L = j\omega L \quad (5.68)$$

com es pot verificar si calculem v_L mitjançant 5.53 i suposem un corrent donat per una exponencial d'exponent $j\omega t$.

5.5 Linealitat i energia emmagatzemada en condensadors i bobines

Els condensadors i les bobines ideals, amb condicions inicials nul·les, són elements lineals. La seva linealitat prové del caràcter lineal de l'operador matemàtic de derivació. En efecte, es compleix

$$\frac{d(k_1u_1 + k_2u_2)}{dt} = k_1 \frac{d(u_1)}{dt} + k_2 \frac{d(u_2)}{dt} \quad (5.69)$$

Aquesta propietat de la derivada implica que les dependències funcionals entre la tensió i el corrent donades per 5.2 i 5.53 són lineals. Per tant, els circuits que a més de fonts independents, fonts dependents lineals i resistències ideals contingut condensadors i bobines ideals seran lineals i se'ls podran aplicar les tècniques d'anàlisi pròpies dels circuits lineals (superposició, equivalents de Thévenin i Norton, etc.). Aquesta propietat no se sol aplicar a l'anàlisi temporal realitzada en aquest capítol. Si s'apliqués, la "resistència" equivalent seria una expressió matemàtica complicada de derivades i integrals en funció del temps. Malgrat això, sí que s'aplica amb profusió quan es resolen els circuits utilitzant la transformada de Laplace, tema que va més enllà del contingut d'aquest text bàsic.

Quan els condensadors i les bobines tenen condicions inicials no nul·les, aquests s'han de considerar com excitacions independents. En efecte, suposem un condensador amb una càrrega inicial $q(0)$ i que estigui excitat amb uns generadors independents de corrent i_1 i i_2 . L'expressió 5.6 estableix

$$v_c = \frac{q(0)}{C} + \frac{1}{C} \int_0^t (i_1 + i_2) d\tau \quad (5.70)$$

on la presència del primer terme del segon membre treca la linealitat de l'expressió (si s'apliqués superposició utilitzant 5.6, el terme $q(0)/C$ se sumaria dues vegades). Per contra, si es considera $q(0)$ com una excitació independent, l'expressió 5.70 mostra que v_c es pot calcular com la superposició de tres components: els que són produïts per i_1 i i_2 (si suposem el condensador descarregat) i el degut a la càrrega inicial $q(0)$.

Els condensadors i les bobines ideals són elements que emmagatzemen energia. Per il·lustrar aquest concepte, considerem el circuit de la figura 5.31. En aquest circuit, el commutador passa de la posició 0 a la posició 1 a $t = 0$. Es manté en aquesta posició durant un temps suficient perquè el condensador, que estava inicialment descarregat, es carregui completament. En aquest procés de càrrega, el condensador ha emmagatzemat energia provenint del generador V_G . Una vegada carregat el condensador, commutem a la posició 2. En aquesta posició el condensador es descarrega sobre la resistència R_L , que dissipa en forma de calor l'energia que li lliura el condensador. Es tracta de calcular, en primer lloc, l'energia que el condensador ha absorbit de V_G , i, després, la que el condensador ha lliurat a R_L .

L'energia absorbida pel condensador des del generador serà

$$W_C = \int_0^\infty p \cdot dt = \int_0^\infty i_c v_c \cdot dt = \int_0^\infty (C \frac{dv_c}{dt}) v_c \cdot dt = \frac{1}{2} C v_c^2 |_{t=0}^{V_G} = \frac{1}{2} C V_G^2 \quad (5.71)$$

atès que $v_c(0)$ és nul·la ja que el condensador està inicialment descarregat, i se suposa que quan el temps tendeix a infinit la tensió en borns del condensador és V_G .

En el procés de descàrrega del condensador sobre R_L s'utilitza la variable t' a fi de simplificar les expressions matemàtiques. Se suposa que el condensador és inicialment carregat a V_G i que a $t' = 0$ s'inicia la seva descàrrega a través de R_L . L'energia que dissipa aquesta resistència serà

$$W_R = \int_0^\infty i_R^2 R_L dt' = \int_0^\infty \left[\frac{V_G}{R_L} e^{-t'/CR_L} \right]^2 R_L dt' = \frac{1}{2} C V_G^2 \quad (5.72)$$

on s'ha utilitzat l'expressió del corrent de descàrrega d'un condensador sobre una resistència deduïda a l'apartat 5.2.1.

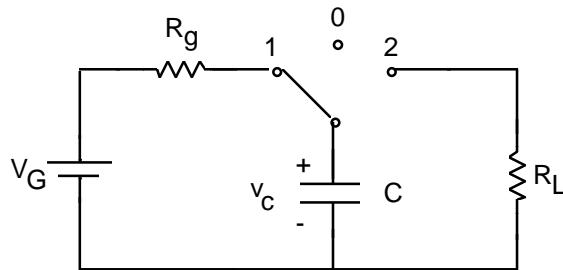


Figura 5.31 Emmagatzemament i posterior lliurament d'energia pel condensador

Si comparem les expressions 5.71 i 5.72 s'observa que W_C és igual que W_R . Això significa que tota l'energia que ha absorbit el condensador del generador V_G l'ha cedit a la resistència R_L . El condensador, doncs, *no dissipa energia, només l'emmagatzema*. L'energia que emmagatzema un condensador carregat a una tensió V_o és

$$W_C = \frac{1}{2} C V_o^2 \quad (5.73)$$

Un comportament similar es produeix amb la bobina ideal. L'energia emmagatzemada per una bobina per la què circula un corrent I_o ve donada per

$$W_L = \frac{1}{2} L I_o^2 \quad (5.74)$$

Aquesta energia també pot ser lliurada a un component que es connecti a la bobina. En el procés d'intercanvi d'energia la bobina ideal no dissipa potència: tota l'energia que absorbeix la lliura. Observeu finalment la relació dual a les expressions 5.73 i 5.74

Exercici 5.11

Considereu el circuit de la figura 5.31, substituint el condensador per la bobina. Calculeu l'energia que una bobina ideal, inicialment desactivada, absorbeix de la font independent de tensió V_G , i després l'energia que aquesta bobina lliura a una resistència R_L .

Solució:

$$W_L = W_R = \frac{1}{2} L \left[\frac{V_G}{R_g} \right]^2$$

5.6 El transformador

El transformador és un component elèctric constituït per dues bobines acoblades magnèticament. Una d'aquestes bobines s'anomena *primari* i es considera l'entrada del transformador. L'altra s'anomena *secundari*. En aquest apartat descriurem les propietats essencials d'aquest dispositiu.

5.6.1 El transformador ideal

El transformador ideal és un element de circuit el símbol del qual es representa a la figura 5.32 i que presenta les propietats següents:

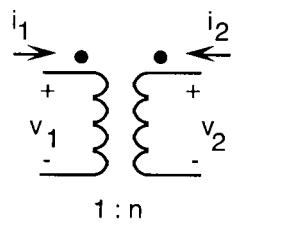
$$\frac{v_2(t)}{v_1(t)} = n \quad (5.75)$$

$$p_1(t) + p_2(t) = 0$$

on la constant n s'anomena relació de transformació del transformador i la segona relació estableix que la potència instantània lliurada és igual a la potència instantània rebuda. Observeu que el transformador ideal només *transmet* potència: ni l'emmagatzema ni la dissipa. Els dos punts assenyalats a la figura 5.32 indiquen els terminals del transformador que tenen la mateixa polaritat: si en el circuit 1 el terminal marcat amb un punt és positiu respecte a l'altre, en el circuit 2 el terminal marcat amb un punt també serà positiu respecte a l'altre.

La segona relació de la definició 5.75 permet establir una relació entre els corrents

$$i_1 \cdot v_1 = -i_2 \cdot v_2 \Rightarrow \frac{i_2}{i_1} = -\frac{1}{n} \quad (5.76)$$



Enrotllament 1 Enrotllament 2

Figura 5.32 Símbol circuital del transformador ideal.

5.6.2 El transformador real

La construcció física d'un transformador es fa mitjançant dues bobines debanades sobre un nucli comú que confina les línies de camp magnètic creades per elles. Si la primera bobina té N_1 espires i la segona N_2 , la relació de transformació ve donada per

$$n = \frac{N_2}{N_1} \quad (5.77)$$

Com justificarem més endavant, les relacions 5.75 només són vàlides per a senyals que varien amb el temps. Aquestes relacions no es compleixen per a tensions contínues.

Exemple 5.11

Quina és la relació de transformació n d'un transformador que converteix una tensió alterna de 110 V eficaços en una altra de 220 V eficaços?

D'acord amb 5.75

$$n = \frac{v_2}{v_1} = \frac{220}{110} = 2$$



El fonament físic del comportament d'aquest component és el següent. Suposem que l'enrotllament 2 és en circuit obert, de manera que i_2 és nul·la. El corrent i_1 crea un camp magnètic B_1 (proporcional al nombre d'espries de l'enrotllament 1) que és confinat a l'interior del nucli magnètic sobre el qual es fan els dos enrotllaments. El nucli d'un transformador, fabricat amb un material i una forma determinats, té precisament aquesta propietat de confinament del camp magnètic (idealment, totes les "línies" de camp són a l'interior del nucli i fora d'ell no hi ha camp magnètic). Aquest camp magnètic és "envoltat" per les espries de l'enrotllament 1 i de l'enrotllament 2 i genera, d'acord amb la llei de Faraday, una tensió entre terminals de cada enrotllament proporcional al seu nombre d'espries

$$\begin{aligned} v_{11} &= k_1 N_1^2 \frac{di_1}{dt} \\ v_{21} &= k_2 N_1 N_2 \frac{di_1}{dt} \end{aligned} \quad (5.78)$$

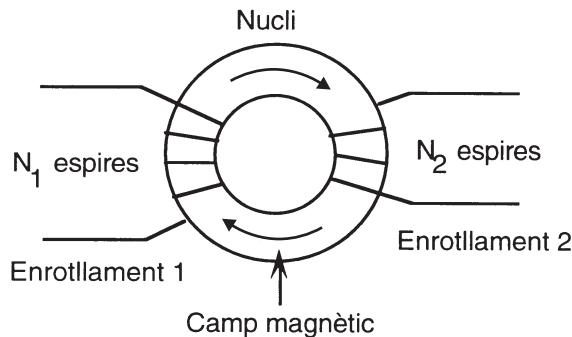


Figura 5.33 Estructura física d'un transformador

El coeficient k_2 és $K \cdot k_1$, si K és el coeficient d'acoblament entre les dues bobines, el valor del qual sol ser una mica inferior a 1 a causa de les pèrdues de confinament del camp magnètic. La constant k_1 té la mateixa expressió que en el cas de l'inductor ($\mu\text{S}/\text{I}$). La influència del corrent que circula per la bobina 1 sobre la 2 s'anomena *inducció mútua* i el coeficient $k_2 N_1 N_2$ coeficient d'inducció mútua (normalment designat amb la lletre M).

Suposem ara nul el corrent i_1 . De manera semblant a l'anterior, un corrent i_2 que circuli per l'enrotllament 2 crearà un camp magnètic B_2 (proporcional a N_2), que originarà unes tensions entre terminals dels enrotllaments 1 i 2 proporcionals al nombre d'espries respectiu

$$\begin{aligned} v_{12} &= k_2 N_1 N_2 \frac{di_2}{dt} \\ v_{22} &= k_1 N_2^2 \frac{di_2}{dt} \end{aligned} \quad (5.79)$$

Quan circulen ambdós corrents simultàniament, les tensions generades són la suma de les expressions anteriors, perquè els camps magnètics B_1 i B_2 se sumen. Per això

$$\begin{aligned} v_1 &= v_{11} + v_{12} = N_1 (k_1 N_1 \frac{di_1}{dt} + k_2 N_2 \frac{di_2}{dt}) = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \\ v_2 &= v_{21} + v_{22} = N_2 (k_2 N_1 \frac{di_1}{dt} + k_1 N_2 \frac{di_2}{dt}) = M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} \end{aligned} \quad (5.80)$$

Si K és igual a la unitat, la relació entre v_1 i v_2 a 5.80 proporciona directament l'expressió 5.75 ja que les quantitats entre parèntesi són idèntiques. Observeu que les relacions 5.80 *exigeixen que els corrents variïn amb el temps*. Si fossin constants, no hi hauria variació de flux magnètic i, per tant, no es generarien les tensions v_1 i v_2 a conseqüència de la llei de Faraday. Si a la primera de les expressions 5.80 aillem el terme que conté i_1 , s'obté

$$\begin{aligned} \frac{di_1}{dt} &= \frac{1}{k_1 N_1^2} v_1 - K \frac{N_2}{N_1} \frac{di_2}{dt} \\ i_1(t) &= \frac{1}{k_1 N_1^2} \int_0^t v_1(\tau) d\tau - K \frac{N_2}{N_1} i_2(t) \\ i_1(t) &= \frac{1}{L_1} \int_0^t v_1(\tau) d\tau - K \frac{N_2}{N_1} i_2(t) \end{aligned} \quad (5.81)$$

Anàlogament, si aillem i_2 a la segona de les equacions

$$i_2(t) = \frac{1}{L_2} \int_0^t v_2(\tau) d\tau - K \frac{N_1}{N_2} i_1(t) \quad (5.82)$$

Aquestes equacions es poden representar pel circuit equivalent de la figura 5.34, on s'ha suposat K igual a la unitat, és a dir, que tot el flux està confinat en el nucli i no hi ha pèrdues. Observeu que, perquè el transformador es comporti segons el model ideal, cal que, a més, els primers termes dels segons membres

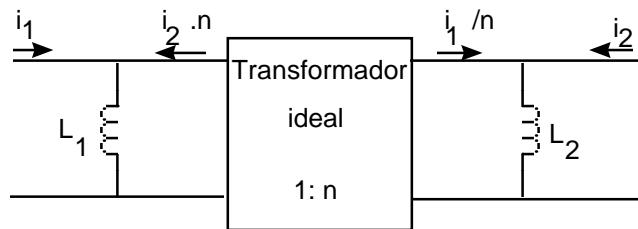


Figura 5.34 Circuit equivalent d'un transformador real sense pèrdues

de 5.81 i 5.82 siguin negligibles respecte dels segons; en aquest cas es complirà l'equació 5.76. Si aquests termes no són negligibles, les bobines L_1 i L_2 emmagatzemaran energia i la potència instantània d'entrada no serà igual a la de sortida. Malgrat això, com que les bobines no dissipen energia, sempre es complirà que les potències mitjanes d'entrada i sortida coincideixen. Observeu que, perquè aquests primers termes siguin negligibles es requereixen alts valors de L_1 i L_2 , la qual cosa sol implicar alts valors de N_1 i N_2 .

Si el nombre d'espires del secundari és superior al del primari ($N_2 > N_1$) resulta que n és més gran que la unitat, fet que provoca que v_2 sigui més gran que v_1 . Es diu, en aquest cas, que el transformador és *elevador* de tensió. En el cas contrari, el transformador és *reductor* de tensió.

Un ús molt important del transformador en circuits electrònics és com a *element d'adaptació* entre una font i una càrrega per assolir la màxima transferència de senyal. Una càrrega R_L connectada al secundari és vista des del primari com una resistència de valor R_L/n^2 . Considereu la figura 5.35. La resistència que es "veurà" a l'entrada del transformador serà

$$R_e = \frac{v_1}{i_1}$$

Però utilitzant les relacions 5.75 i 5.76

$$\begin{aligned} v_1 &= \frac{v_2}{n} \\ i_1 &= -ni_2 \end{aligned}$$

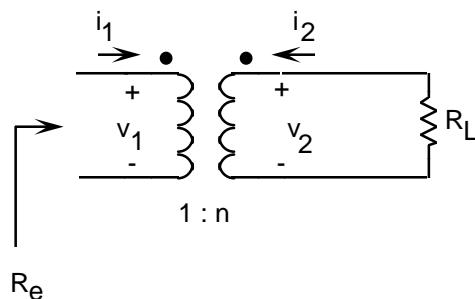


Figura 5.35 El transformador com a circuit adaptador de resistències.

i per la llei d'Ohm a R_L

$$v_2 = -i_2 R_L$$

Per tant, substituint a l'expressió anterior, resulta

$$R_e = \frac{v_1}{n(-i_2 n)} = \frac{-i_2 R_L}{-i_2 n^2} = \frac{R_L}{n^2}$$

Exemple 5.12

La resistència del circuit equivalent Thévenin d'un amplificador és de 100Ω . Volem transferir la màxima potència a un altaveu de 4Ω . Calculeu la relació de transformació n del transformador perquè es transfereixi la màxima potència.

Per aconseguir la màxima transferència de potència cal que la resistència que "vegi" l'equivalent Thévenin sigui igual a 100Ω . Per això, la resistència vista des del primari del transformador ha de tenir aquest valor. Per tant

$$\frac{R_L}{n^2} = \frac{4}{n^2} = 100$$

$$n = \sqrt{\frac{4}{100}} = \frac{1}{\sqrt{25}} = 0,2$$

Exercici 5.12

Trobeu l'equivalent Thévenin del circuit de la figura 5.36. (Nota: en el càlcul de la tensió equivalent Thévenin, observeu que el corrent en el secundari és nul, de manera que també ha de ser-ho en el primari.)

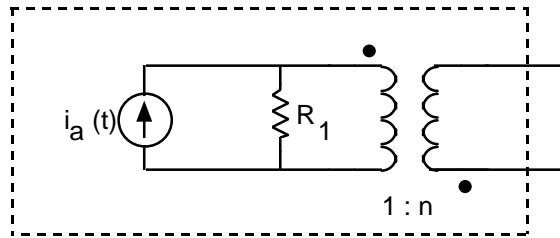


Figura 5.36 Circuit de l'exercici 5.12

Solució:

$$v_{th} = -nR_1 I_a$$

$$R_{th} = n^2 R_1$$

5.7 Anàlisi de circuits amb condensadors i bobines utilitzant SPICE

L'objectiu fonamental d'aquest apartat és familiaritzar el lector amb l'anàlisi de transitoris amb SPICE (.TRAN) i amb la utilització de condicions inicials en circuits amb condensadors i bobines.

Exemple 5.13

En el circuit de la figura, el condensador és inicialment carregat a 10 V ($v_C(t=0) = 10$ V). La font $V_i(t)$ genera polsos de 10 V d'amplitud, 5 ms de durada i de 10 ms de període. Trobeu gràficament, mitjançant SPICE, la tensió de sortida, $v(2)$, durant els primers 60 ms.

El fitxer d'entrada de SPICE és el següent:

```
EXAMPLE TRANSITORI 1
R1 1 2 10
R2 2 0 10
C1 2 0 1M IC=10
VI 1 0 pulse(0 10 1U 1U 1U 5M 0.01)
.TRAN 1M 0.06 0 UIC
```

```
.PROBE
.END
```

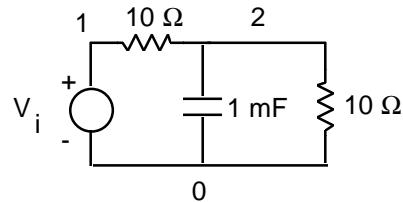


Figura 5.37 Circuit de l'exemple 5.13

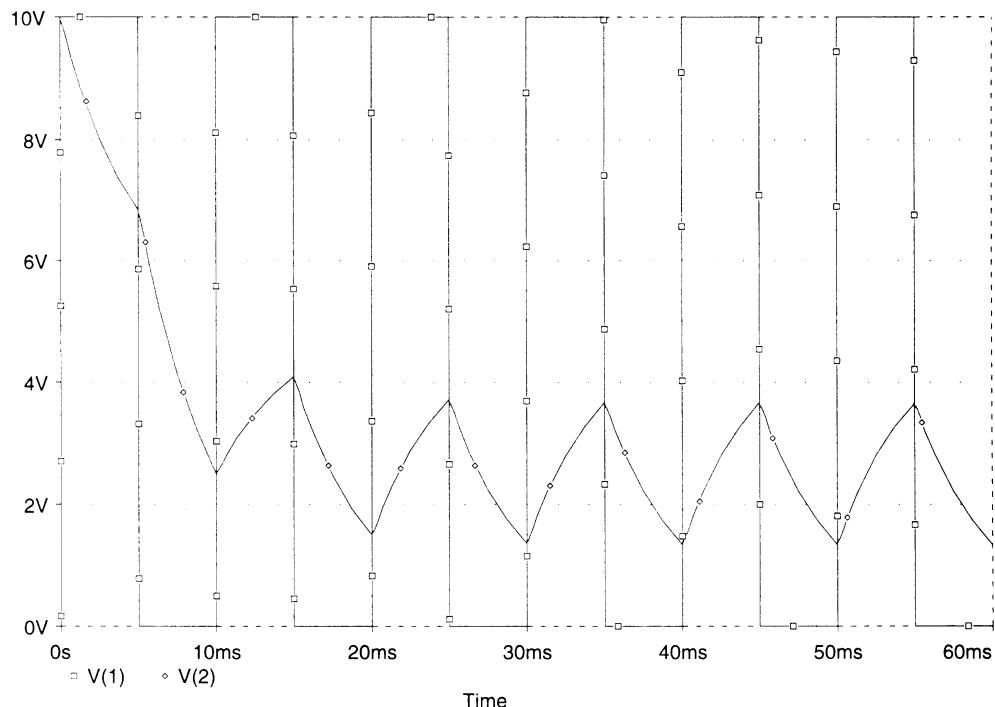


Figura 5.38 Senyals d'entrada i de sortida del circuit de l'exemple 5.13 obtinguts mitjançant el programa PROBE

Observeu que a la declaració de $C1$ s'ha inclòs la condició inicial de 10 V. Els resultats de l'anàlisi són tractats gràficament pel programa PROBE i es presenten a la figura 5.38. En aquesta figura es presenten el senyal d'entrada, $V(1)$, i el de sortida, $V(2)$. Observeu que s'assoleix el règim permanent al cap d'uns 20 ms.

Exercici 5.13

Analitzeu, utilitzant SPICE, el circuit de la figura 5.15.

Exemple 5.14

Repetiu l'exemple 5.13 substituint el condensador per una bobina de 10 mH per la qual circula a l'instant inicial un corrent de 0,5 A en el sentit del nus 2 al nus 0.

El fitxer d'entrada d'aquest circuit és idèntic a l'anterior sense fer res més que substituir la declaració del condensador C_1 per la següent:

$L1 2 0 10M IC=0.5$

Les formes d'ona d'entrada i de sortida es mostren a la figura 5.39.

Exercici 5.14

Analitzeu mitjançant SPICE el circuit de la figura 5.27.

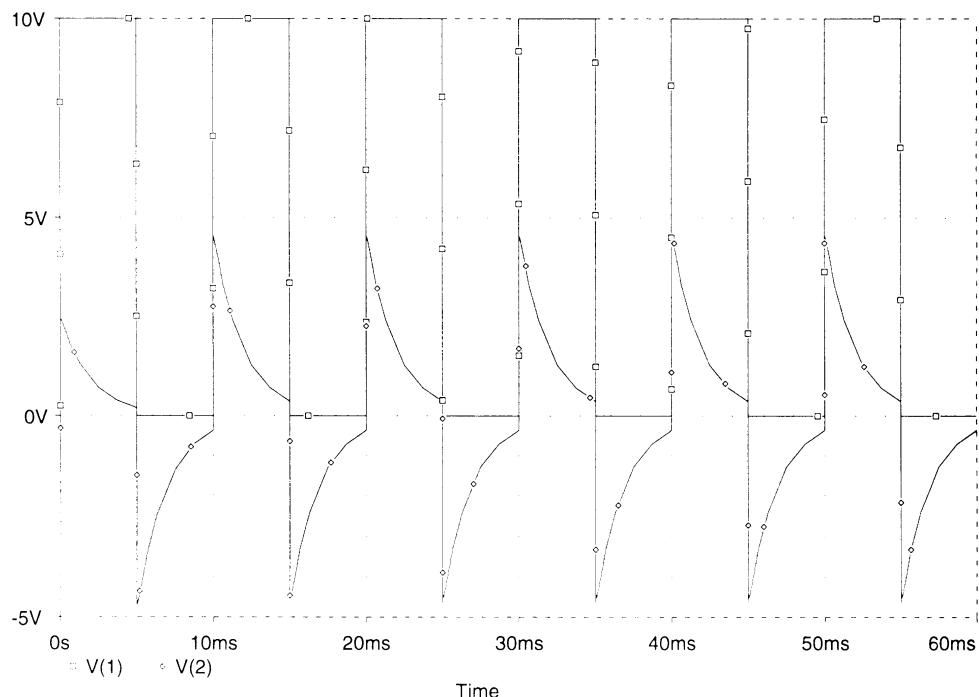
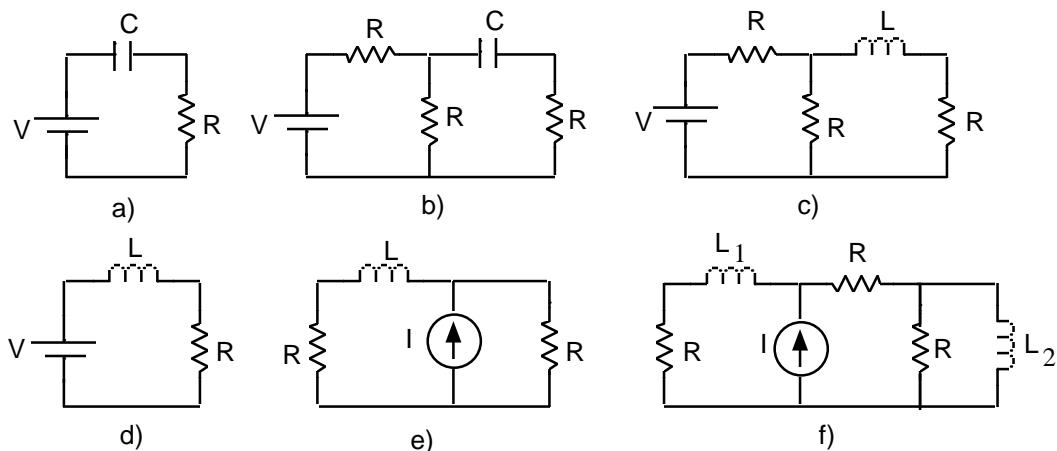


Figura 5.39 Formes d'ona d'entrada i de sortida de l'exemple 5.14

Qüestions

- C5.1** Què succeeix si connectem un condensador descarregat a una font de corrent ideal constant? Dibuixeu l'evolució de la tensió i del corrent en el condensador. Succeeix el mateix si el connectem a una font de tensió ideal constant?
- C5.2** Raoneu les aproximacions que poden fer-se en associar dos condensadors de valors molt dispars en sèrie i en paral·lel.
- C5.3** Siguin dos condensadors, C_1 i C_2 , amb càrregues inicials q_1 i q_2 , respectivament. Contesteu les qüestions següents, tenint en compte que un condensador inicialment carregat equival a un condensador descarregat en sèrie amb una font de tensió el valor de la qual és la tensió inicial de càrrega: *a)* Si es connecten ambdós condensadors, un a continuació de l'altre, sense tancar el circuit, quines seran la capacitat i la càrrega del condensador equivalent al conjunt en sèrie format així? *b)* Quina relació ha d'existir entre les càrregues q_1 i q_2 per tal que es pugui connectar C_1 i C_2 en paral·lel? *c)* Quines seran la capacitat i la càrrega del condensador equivalent al muntatge en paral·lel d'ambdós condensadors?
- C5.4** Un divisor de tensió capacitiu és un circuit format per dos condensadors en sèrie al qual s'aplica la tensió que es pretén dividir. Demostreu que la tensió resultant en cadascun dels condensadors és igual a la tensió aplicada al divisor multiplicada per la capacitat de l'altre condensador i dividida per la suma de les dues capacitats. Supposeu que inicialment els condensadors estan descarregats.
- C5.5** Supposeu que a l'instant $t = 0$, uniu dos condensadors amb igual capacitat C (prèviament carregats amb q_1 i q_2 , respectivament) col·locant entre ells una resistència en sèrie R , de manera que es formi un circuit tancat. Quina és la càrrega final del conjunt?
- C5.6** Calculeu l'energia emmagatzemada en els condensadors de la qüestió anterior C5.5, abans i després d'unir-los. On s'ha consumit l'energia perduda?
- C5.7** Siguin dos condensadors C_1 i C_2 , que respectivament tenen tensions màximes de treball V_{1m} i V_{2m} . Calculeu la tensió màxima aplicable al conjunt d'ambdós condensadors en les dues situacions següents: *a)* quan estan en paral·lel, i *b)* quan estan en sèrie.
- C5.8** Demostreu que les constants de temps dels circuits RC i RL tenen dimensions de temps.
- C5.9** Es pot aplicar durant un temps indefinit una tensió constant V en borns d'una bobina? Raoneu la resposta.
- C5.10** Siguin dues bobines, L_1 i L_2 , activades respectivament per generadors de corrent constant I_1 i I_2 . *a)* Existeix alguna limitació que impedeixi connectar aquestes bobines, prèviament activades, en sèrie? Quins serien el coeficient d'autoinducció i el corrent activador de la bobina equivalent a ambdues en sèrie? Supposeu que no existeix acoblament mutu. *b)* Existeix alguna limitació a la connexió en paral·lel d'aquestes bobines prèviament activades? Quins serien el coeficient d'autoinducció i el corrent activador corresponent a la bobina equivalent al conjunt en paral·lel? Supposeu que no existeix acoblament mutu.
- C5.11** Quines tensions i corrents tindran els condensadors i inductors de les figures si els generadors són fonts constants (invariables en el temps) i se suposa règim permanent o estacionari?



- C5.12** Es connecta una font de tensió sinusoïdal primer a una resistència R , després a un condensador C i, finalment, a una bobina L . Calculeu i representeu gràficament, per a cadascun dels components: a) el corrent $i(t)$; b) la potència instantània $p(t)$; c) la potència mitjana. Expliqueu el comportament físic de cada component, en funció dels resultats.
- C5.13** Sigui un transformador ideal el secundari del qual és carregat per una resistència R . Si apliquem una tensió al primari, quins paràmetres del circuit determinen el valor del corrent en aquest enrotllament?

Problemes

- P5.1** Tenim un condensador d'1 μF de capacitat carregat a una tensió de 5 V. Representeu gràficament la tensió en el condensador quan el corrent que el travessa varia amb el temps segons la figura P5.1.

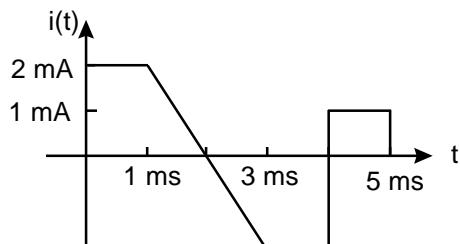


Figura P5.1

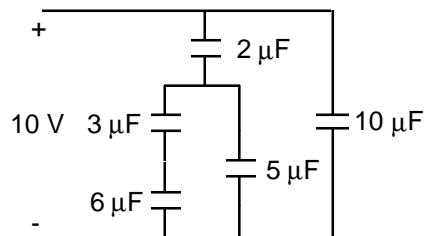


Figura P5.3

- P5.2** Siguin tres condensadors C_1 (capacitat 0,2 μF i tensió màxima 250 V), C_2 (0,02 μF i 250 V) i C_3 (0,05 μF i 500 V). Quina és la tensió màxima que es pot aplicar al circuit format pel condensador C_1 en sèrie amb el conjunt "C₂ en paral·lel amb C₃"?

- P5.3** Calculeu la capacitat equivalent del circuit de la figura P5.3 i obtingueu el valor de la càrrega emmagatzemada en cadascun dels condensadors. Suposeu que en algun instant estiguessin tots descarregats.

- P5.4** Simplifiqueu el circuit P5.4. Suposeu nul l'acoblament magnètic entre bobines.

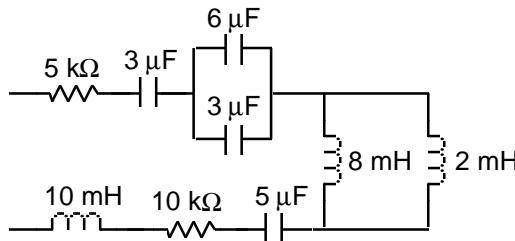


Figura P5.4

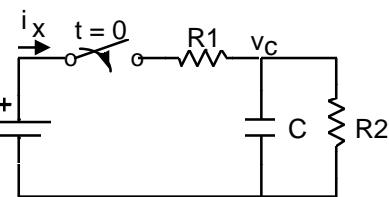


Figura P5.5

- P5.5** Calculeu la tensió v_c i el corrent $i_x(t)$ en el circuit de la figura P5.5 per a temps més grans i més petits que zero. Suposeu que a l'instant $t = 0$ tanquem l'interruptor.

- P5.6** Donat el circuit de la figura P5.6: *a)* Determineu les condicions inicial i final de v_c . *b)* Obtingueu el circuit equivalent de Thévenin que "veu" el condensador abans i després de tancar l'interruptor. *c)* Comproveu que els valors obtinguts als apartats *a* i *b* són coherentes entre si. *d)* Obtingueu les expressions de $v_c(t)$ i $i_c(t)$ i representeu-les gràficament. Suposeu que totes les fonts i resistències són iguals.

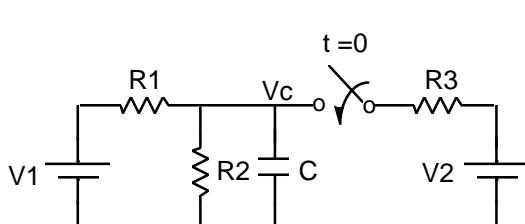


Figura P5.6

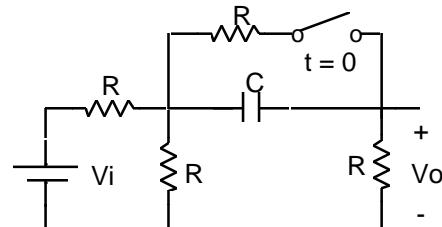


Figura P5.9

- P5.7** Sigui un condensador C carregat inicialment a una tensió d'1 volt. Es descarrega a través d'una resistència R . Calculeu: *a)* la tensió $v_c(t)$ en el condensador durant la descàrrega; *b)* el valor de R per al que v_c decaigui el 63 % als 10 ms d'iniciar la descàrrega. *c)* la potència instantània $p(t)$ lliurada pel condensador.

- P5.8** Tenim un circuit RC com el de la figura 5.2.1, en el qual $V_a = 10$ V, $R = 1 \text{ M}\Omega$ i $C = 10 \mu\text{F}$. Mesurem la tensió en el condensador amb un voltímetre la resolució del qual (capacitat de distingir entre dos valors pròxims) és del 0,1% per a l'escala de 10 V. A partir de quin moment no es pot distingir la variació de la tensió mesurada?

- P5.9** Calculeu la tensió de sortida $v_o(t)$ en el circuit de la figura P5.9.

- P5.10** Calculeu $i_c(t)$, $i_i(t)$ i $v_c(t)$ en el circuit de la figura P5.10. Suposeu que l'interruptor es tanca a l'instant $t = 0$ i que el condensador ha estat carregat prèviament a una tensió $V_c(0) = 20$ V.

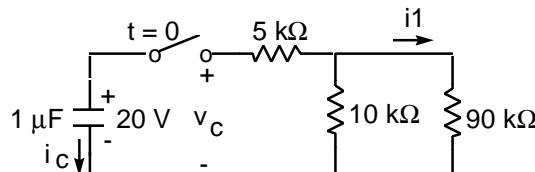


Figura P5.10

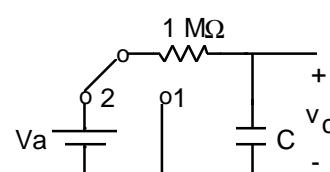


Figura P5.11

- P5.11** El commutador del circuit de la figura P5.11 es manté a la posició 1 durant prou temps perquè C estigui descarregat. A partir d'aleshores, commuta cada segon entre les posicions 1 i 2. Representeu gràficament de forma aproximada $v_c(t)$ per als casos $C = 0,1 \mu\text{F}$, $C = 0,3 \mu\text{F}$ i $C = 1 \mu\text{F}$.
- P5.12** A la figura P5.12 es mostra la posició $P_s(t)$ del commutador en funció del temps. Obtingueu les formes d'ona de la intensitat $i_c(t)$ i de la tensió $v_c(t)$. Preneu $C = 200 \text{ nF}$ i suposeu que a $t < 0$ el commutador es manté a la posició 2.

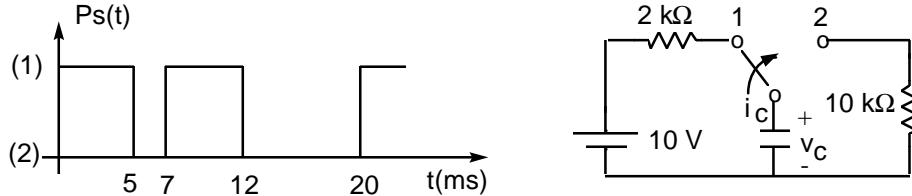


Figura P5.12

- P5.13** Al circuit de la figura P5.13 l'interruptor passa de la posició 1 a la 2 després d'haver-se mantingut a 1 un temps prou llarg perquè es carregui totalment el condensador C. Es demana: *a)* Calculeu l'equació de la $v_o(t)$ resultant després de commutar a la posició 2. Suposeu que l'origen de temps es pren a l'instant de fer la commutació. *b)* Trobeu la relació entre R_2 i R_3 per a la qual v_o assoleix un valor màxim de 5 V. *c)* Dibuixeu $v_o(t)$ tenint en compte el valor de la constant de temps. *d)* Quant hauria de valer R_1 perquè v_o assoleixi el seu valor màxim o mínim, a cada transició de l'entrada en menys de 15 ms. Dades: $R_1 = 50 \text{ k}\Omega$ i $C = 10 \mu\text{F}$ i $v_i = 1 \text{ V}$.

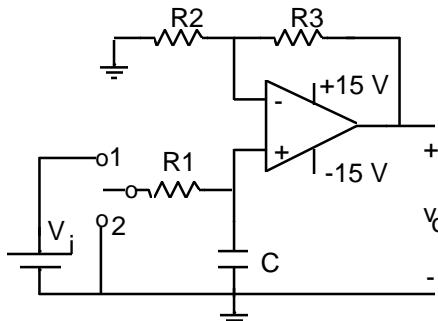


Figura P5.13

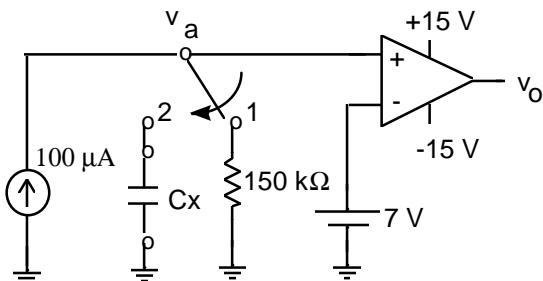


Figura P5.14

- P5.14** Volem mesurar la capacitat d'un condensador C_x . Per això, s'empra el circuit de la figura P5.14 en el qual el commutador passa de la posició 1 a la 2 en un moment determinat. *a)* Trobeu l'expressió de $v_a(t)$ i representeu-la gràficament. *b)* Representeu $v_o(t)$ a partir de $v_a(t)$. *c)* Com podem trobar el valor de C_x a partir de $v_o(t)$? *d)* Repetiu els apartats anteriors, *a*, *b* i *c*, i substituïu la font de corrent de 100 μA per una font de tensió de 15 V en sèrie amb una resistència de 150 $\text{k}\Omega$.

- P5.15** Obtingueu l'expressió de $i_2(t)$ en el circuit P5.15. Supposeu que abans de la commutació el corrent a la bobina ha assolit el règim permanent. Dades: $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 5 \text{ k}\Omega$, $L = 10 \text{ mH}$ i $v_1 = 10 \text{ V}$.
- P5.16** Calculeu i representeu gràficament el corrent $i_L(t)$ del circuit de la figura P5.16.
- P5.17** Calculeu $I_L(t)$ en els circuits de la figura P5.17. Supposeu que abans de la commutació el circuit és en règim estacionari.

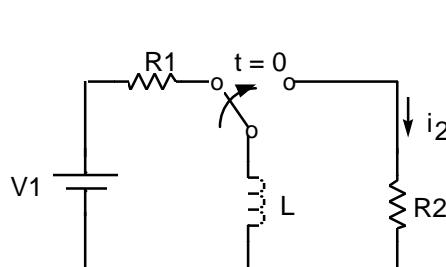


Figura P5.15

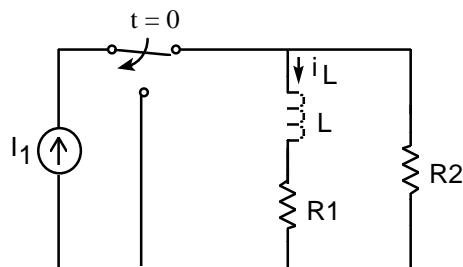


Figura P5.16

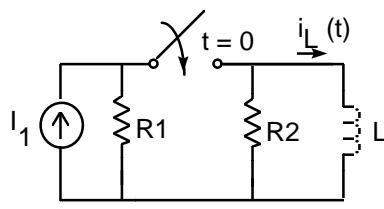
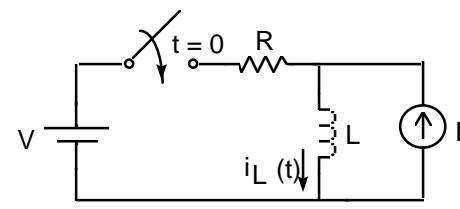


Figura P5.17



b)

- P5.18** Dibuixeu qualitativament la resposta del circuit RL de la figura P5.18 a un senyal quadrat v_s d'amplitud A i període T per a $L/R = T/10$ i per a $L/R = T/2$. Suposeu $v_o(0) = A$.

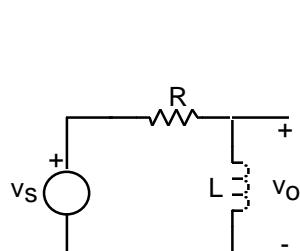


Figura P5.18

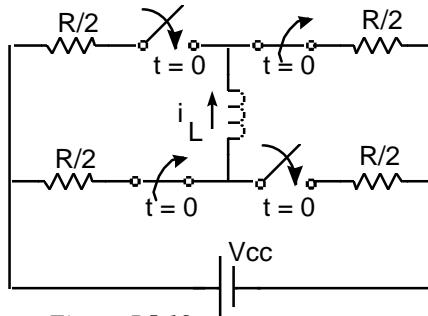


Figura P5.19

- P5.19** Dibuixeu la forma d'ona del corrent a la bobina del circuit de la figura P5.19, on: $V_{cc} = 10$ V, $R = 10 \Omega$ i $L = 10$ mH.

- P5.20** Trobeu $i(t)$ en el circuit P5.20. Dades: $v_1(t) = 10\sin(\omega t)$, $n = 10$, $R = 10$ k Ω .

- P5.21** Trobeu els circuits equivalents de Thévenin i de Norton del circuit P5.21.

- P5.22** Sigui un transformador ideal constituït per tres enrotllaments idèntics, tal com es representa a la figura P5.22. Determineu la resistència que es veu des d'un dels enrotllaments per a cadascuna de les circumstàncies següents: a) Quan els altres enrotllaments es connecten en sèrie addicional i es troben connectats a una càrrega R . (Nota: La connexió en sèrie addicional es caracteritza perquè les tensions induïdes a als dos enrotllaments tenen el mateix sentit.) b) Quan cadascun dels altres enrotllaments és connectat a una resistència R . c) Quan només un dels enrotllaments és connectat a una resistència R , i l'altre queda en circuit obert. d) Quan els altres enrotllaments són connectats en paral·lel i carregats amb una resistència R .

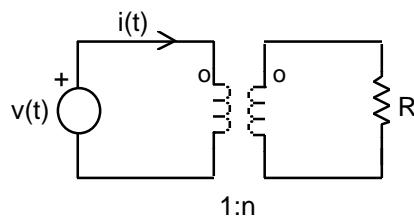


Figura P5.20

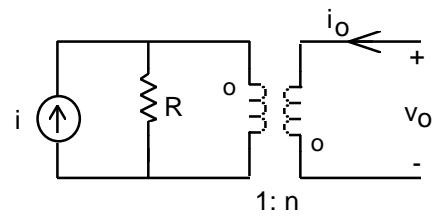


Figura P5.21

- P5.23** Un transformador el rendiment del qual és del 80 % liu energia de xarxa a un equip electrònic el consum del qual és de 50 VA. Determineu el valor mínim del fusible de protecció que s'ha de col·locar en el circuit primari del transformador. Se suposa que la tensió de xarxa és alterna de 220 V_{ef} i 50 Hz.

- P5.24** Un transformador no pot transferir el corrent continu i invariable en el temps, atès que en no existir variació del flux magnètic, no existeix tensió induïda en el bobinatge secundari. Malgrat això, en aplicar al primari una funció esglaó, existeix una variació brusca del flux magnètic que dóna lloc a una inducció de tensió en el secundari que disminueix exponencialment amb el temps. Aquest efecte es modela mitjançant una inductància a l'entrada que s'anomena inductància de magnetització L_m . Escriviu l'expressió de la tensió de sortida $v_o(t)$ en funció dels elements del circuit dibuixat a la figura 5.24.

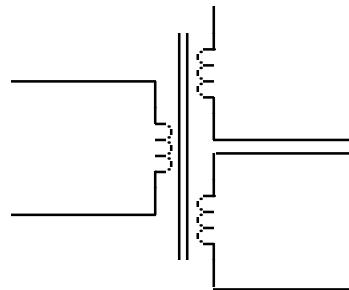


Figura P5.22

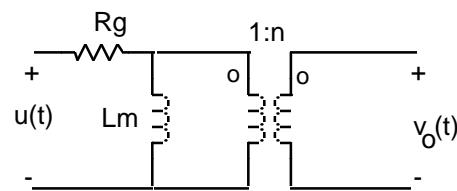


Figura P5.24

Capítol 6 El díode. Circuits amb díodes

6.1 El díode. Conceptes bàsics

El díode és un dispositiu de dos terminals amb un comportament no lineal: deixa passar corrent en un sentit i el bloqueja en sentit contrari. Aquest caràcter no lineal fa que els circuits que contenen díodes no siguin lineals, de manera que no es poden analitzar amb el mètode de superposició, ni reduir a equivalents de Thévenin ni de Norton.

El comportament del díode pot ser aproximat per un element de circuit anomenat díode ideal, per bé que algunes aplicacions requereixen l'ús de models més complexos. En els apartats següents es presenten el díode ideal i alguns models que s'aproximen millor al comportament dels díodes fabricats amb semiconductors. També es presenta el model de díode que utilitza el programa de simulació de circuits per ordinador SPICE.

6.1.1 El díode ideal

El *díode ideal* és un element de circuit de dos terminals amb un símbol circuital i una característica corrent-tensió que es representen a la figura 6.1. Un dels terminals s'anomena ànode i l'altre càtode. Quan el díode condueix, el corrent circula en el sentit d'ànode a càtode, sense caiguda de tensió entre els dos terminals. Aleshores es diu que és polaritzat en *directa* i equival a un curtcircuit. Quan l'ànode és negatiu respecte del càtode, el díode bloqueja el corrent i equival a un circuit obert. Es diu, en aquest cas, que el díode és polaritzat en *inversa*.

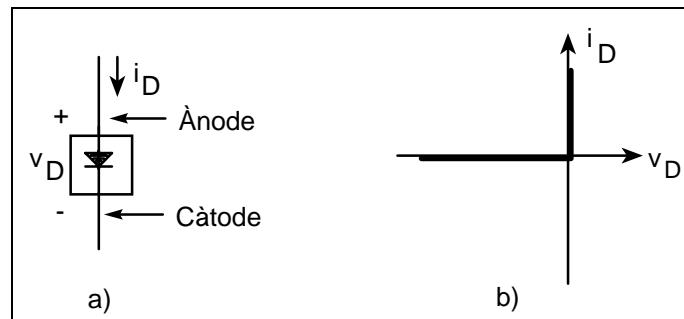


Figura 6.1 a) Símbol circuital del díode ideal. b) Característica i - v

Exemple 6.1

En el circuit de la figura 6.2a el senyal v_g té la forma indicada a 6.2b. Trobeu la tensió v_o .

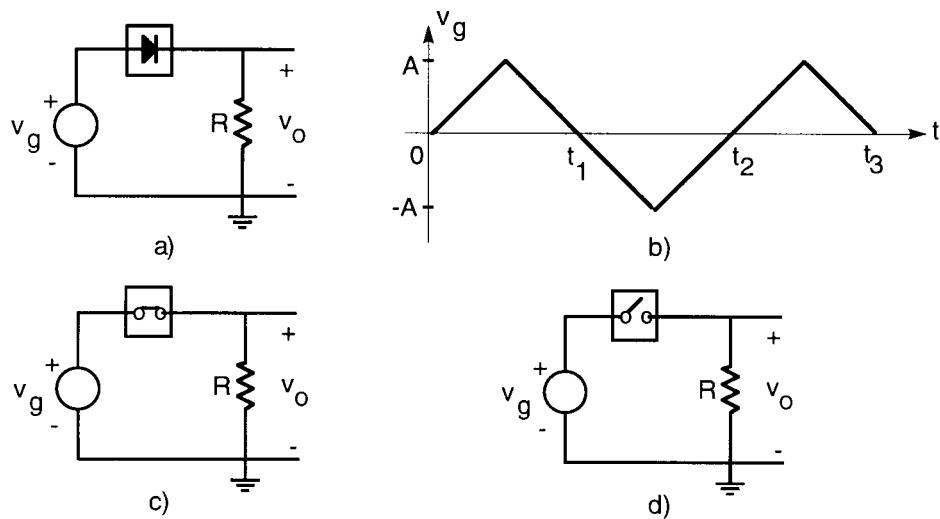


Figura 6.2 a) Circuit rectificador de mitja ona . b) Senyal aplicat al circuit. c) Circuit equivalent per als semicicles positius. d) Ídem per als negatius

En els intervals de temps $0 - t_1$ i $t_2 - t_3$ la tensió del generador v_g és positiva. Aquesta tensió tendeix a impulsar un corrent a través del diòde en sentit ànode a càtode. En aquest cas, el diòde es comporta com un curtcircuit i v_g s'aplica totalment als borns de la resistència, de manera que v_o és v_g .

Per contra, entre t_1 i t_2 la tensió v_g és negativa i tendeix a impulsar un corrent pel diòde en sentit càtode a ànode. El diòde és polaritzat inversament i es comporta en aquest cas com un circuit obert. Ja que el corrent a la malla és nul, la tensió de sortida, que és la caiguda a la resistència, també ho és. Així doncs, entre t_1 i t_2 , $v_o = 0$.

Aquests resultats es presenten a la figura 6.3. Es diu que el diòde permet el "pas" dels semicicles positius, i bloqueja els negatius. Aquest comportament s'anomena efecte rectificador i serà analitzat amb més profunditat a l'apartat 6.3.1

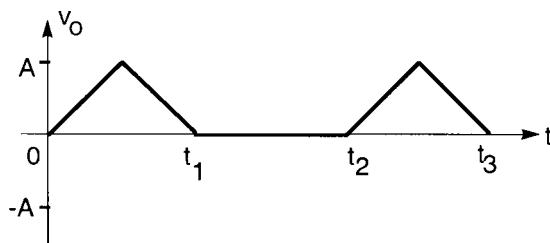


Figura 6.3 Forma d'ona de sortida del circuit de la figura 6.2

Exercici 6.1

Trobeu la forma d'ona de la tensió v_o en el circuit de la figura 6.4a, on la forma d'ona de v_g és la indicada a la figura 6.2b. Suposeu que el diòde es comporta segons el model de diòde ideal.

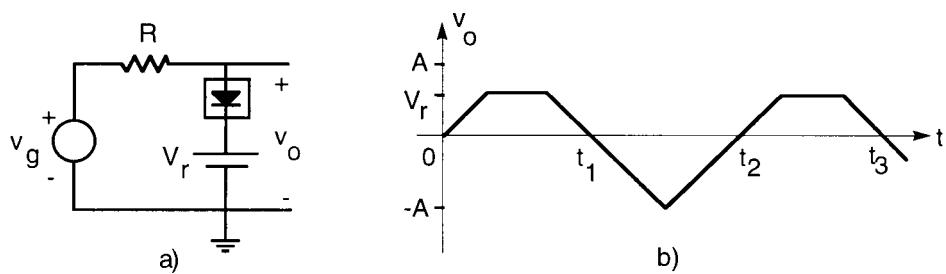
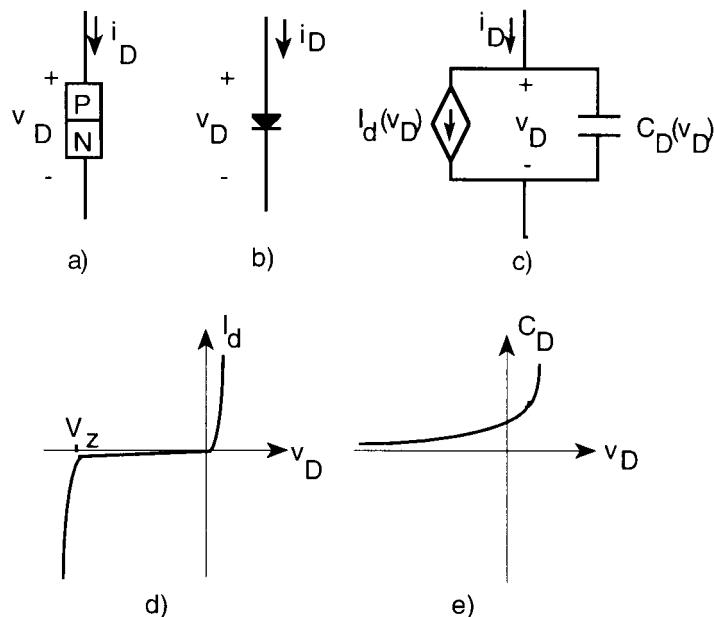


Figura 6.4 a) Circuit de l'exercici 6.1. b) Forma d'ona de sortida

Solució: La forma d'ona és la representada a la figura 6.4b.

6.1.2 El díode real

Pràcticament tots els díodes que s'utilitzen actualment en circuits electrònics són fabricats amb semiconductors. Consisteixen en la "unió" d'un semiconductor P i un semiconductor N (*díode d'unió PN*). Els semiconductors contenen càrregues mòbils positives i negatives. Un semiconductor P és un semiconductor que té més càrregues mòbils positives que negatives, mentre que el N té més càrregues negatives que positives. Quan s'aplica una tensió positiva al P respecte al N circula un corrent de valor elevat en el sentit de P a N, mentre que quan la polaritat de la tensió s'inverteix, el corrent canvia de sentit i és quasi nul. El semiconductor P constitueix l'ànode del díode i el N el càtode. Al capítol 10 es fa una breu introducció a l'explicació física d'aquest fenomen.

Figura 6.5 a) Estructura física del díode d'unió PN. b) Símbol del díode real. c) Circuit equivalent d) Característica corrent-tensió en contínua (font dependent). e) Dependència de C_D amb la tensió

Els diòdols fabricats amb semiconductors es comporten d'acord amb el model de la figura 6.5c, en el qual la font dependent I_d és funció de la tensió aplicada v_D segons una corba del tipus indicat a la figura 6.5d, i el valor del condensador C_D també depèn de v_D (figura 6.5e). Aquest diòdol, que s'anomena *díode real*, presenta, per tant, algunes diferències significatives respecte al comportament del díode ideal: inclou una capacitat C_D . En polarització directa la caiguda de tensió entre els seus terminals no és nul·la (sol ser una mica més petita que 1 V per als diòdols de silici). Quan la polarització inversa supera el valor V_z el díode deixa de bloquejar el corrent i permet el pas d'un corrent elevat. Aleshores es diu que el díode opera a la *regió de ruptura*, i V_z s'anomena *tensió de ruptura*. Observeu que V_z sempre té un valor negatiu.

Malgrat les diferències indicades entre el díode real i el díode ideal, en moltes aplicacions el díode ideal aproxima acceptablement el comportament del díode real. Aquest sol ser el cas quan els efectes capacitius no són significatius (cas de senyals lents) i quan no opera a la regió de ruptura. Malgrat això, si el díode treballa amb senyals ràpids o si opera a la regió de ruptura, el díode ideal no és adequat per modelar el comportament real del díode.

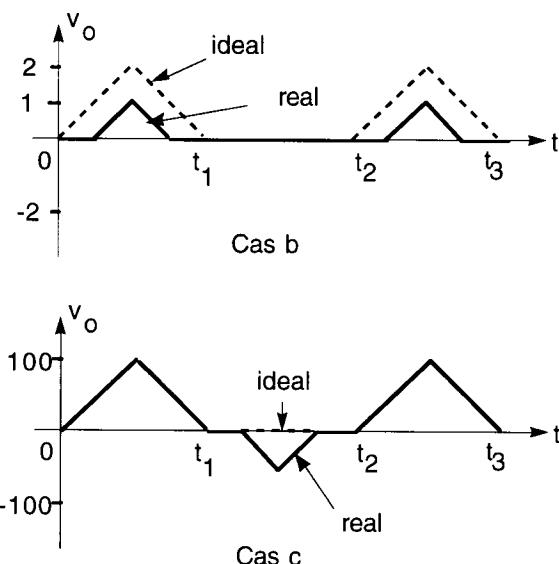


Figura 6.6 Formes d'ona de v_o de l'exemple 6.2: casos b i c

Exemple 6.2

Calculeu aproximadament la forma d'ona de sortida del circuit de la figura 6.2a si:

- l'amplitud de l'ona triangular és $A = 100$ V, i la tensió de ruptura és $V_z = -300$ V.
- $A = 2$ V, i $V_z = -300$ V
- $A = 100$ V i $V_z = -50$ V

Suposeu que quan el díode és polaritzat en directa la caiguda màxima de tensió entre els seus terminals és d'1 V, i que en inversa i abans de la ruptura el corrent és inferior a 1 nA. Suposeu també que el senyal és lent, de manera que l'efecte de C_D és negligible, tal com justificarem en els propers apartats. Suposeu $R = 10$ k Ω .

a) En els semicicles positius el díode presenta una certa caiguda de tensió entre els seus terminals. Aquesta caiguda és màxima quan $v_g = 100$ V i és de l'ordre d'1 V, per això a R cauen uns 99 V. En aquest cas, la caiguda de tensió en el díode és poc significativa, per això en els semicicles positius l'aproximació del diode ideal és correcta. En els semicicles negatius el corrent que deixa passar el díode és molt petit, per això la caiguda a la resistència R és negligible i l'aproximació del diode ideal és correcta. La corba de sortida coincideix bàsicament amb la representada a la figura 6.3, amb $A = 100$ V.

b) En aquest cas, el comportament del circuit és idèntic al del cas anterior, però quan v_g és 2 V la caiguda al díode és propera a 1 V, per això el resultat del model ideal dóna un error de quasi el 100 % (vegeu la figura 6.6a).

c) En els semicicles positius el circuit es comporta com en el cas a. En els semicicles negatius, i quan el valor de v_g és encara petit, la caiguda en R és negligible, per això tota la tensió v_g s'aplica entre els terminals del díode. Quan v_g assoleix el valor de -50 V, el díode entra en ruptura, deixa passar un corrent elevat i manté entre els seus terminals una tensió propera a -50 V. Per això el senyal de sortida pren la forma de la figura 6.6b. En aquest cas, el model del diode ideal dóna resultats falsos.

L'anàlisi d'aquests circuits es presenta amb més detall a l'apartat 6.2.

Exercici 6.2

Repetiu l'exercici 6.1 però amb el model de díode i les condicions del senyal descrites a l'exemple 6.2. Preneu $V_r = A/2$.

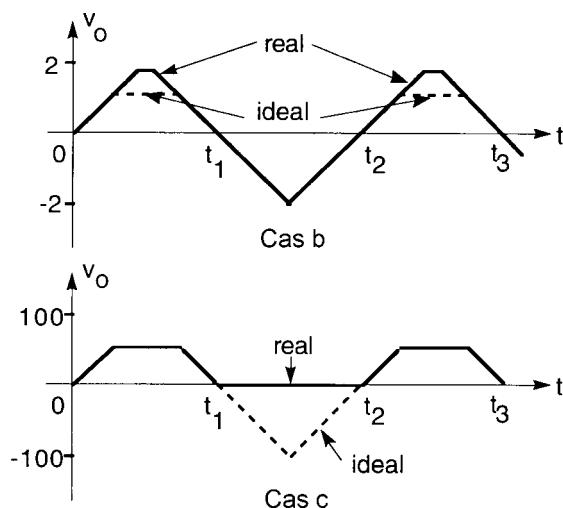


Figura 6.7 Formes d'ona de sortida de l'exercici 6.2: casos b i c

Solució:

En el cas a, la forma d'ona del senyal de sortida coincideix amb la representada a la figura 6.4b, amb $A = 100$ V i $V_r = 50$ V. Les formes d'ona del senyal de sortida per als casos b i c es representen a la figura 6.7. En el cas b, la tensió en el díode en directa se suposa una mica inferior a 1 V.

6.2 El díode en contínua i en baixa freqüència

Quan el circuit que conté el díode treballa amb "senyals lents", la capacitat C_D es pot ignorar. En efecte, atès que el corrent per un condensador és

$$i_C = C \frac{dv}{dt}$$

quan la tensió en borns del díode varia lentament, el corrent per C_D és molt petit i, si és molt inferior als corrents significatius del circuit, es pot eliminar el condensador C_D del model del díode. Aquesta aproximació és exacta en contínua, ja que aleshores la derivada de la tensió és nul·la i no circula corrent pel condensador. A mesura que augmenta la "rapidesa" del senyal, la seva derivada respecte del temps augmenta i fa incrementar el corrent pel condensador, fins que arriba un moment en què és tan important o més que la de la font dependent, i aleshores es comet un error important en eliminar C_D . Quan es pot eliminar C_D es diu que el díode opera en *mode estàtic*.

Quan els díodes treballen amb senyals lents presenten dos modes d'utilització: la utilització com a *díode rectificador* o com a *díode zener*. En el primer cas, el díode conduceix en directa i bloqueja el corrent en inversa. És a dir, se suposa que V_Z pren un valor tan negatiu que mai no s'assoleix. En el segon, el díode opera en una regió de ruptura. És a dir, el marge de tensions que s'aplica al díode conté V_Z . En els apartats següents es descriuen la modelització del díode i les principals aplicacions en aquests dos modes d'operació del díode.

6.3 El díode rectificador

En aquest apartat s'expliquen els dos models que s'utilitzen per al díode rectificador, el model exponencial i el model de trams lineals. A continuació, les tècniques utilitzades per analitzar circuits amb díodes i finalment les aplicacions principals del díode rectificador.

6.3.1 Modelització del díode rectificador

La característica I_d versus V_D del díode real (vegeu la figura 6.5d), si considerem que V_Z pren un valor tan negatiu que mai no s'assoleix, es pot aproximar de forma analítica, que s'anomena model exponencial del díode, o per una forma gràfica, mitjançant dos trams rectes, que s'anomena model de trams lineals.

a) Model exponencial del díode

Una forma d'aproximar la característica corrent-tensió del díode és mitjançant l'equació

$$I_d = I_s (e^{v_D / \eta V_T} - 1) \quad (6.1)$$

que és coneguda amb el nom d'*equació del díode*. El paràmetre I_s s'anomena *corrent invers de saturació* del díode, que sol prendre un valor molt petit (de l'ordre de 10^{-14} A per a díodes de silici), η és el *factor d'idealitat*, que normalment val la unitat, i V_T s'anomena *tensió tèrmica* i el seu valor és

$$V_T = \frac{KT}{q} \quad (6.2)$$

on K és la constant de Boltzmann, T la temperatura d'operació del díode en Kelvin i q la càrrega de l'electrò. A temperatura ambient ($T \approx 300$ K) V_T pren un valor d'uns 25 mV.

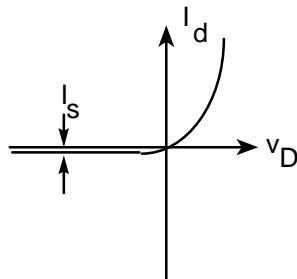


Figura 6.8 Característica corrent-tensió del díode exponencial

Exemple 6.3

Sigui un díode de silici amb un corrent invers de saturació de 10^{-14} A. Representeu la característica $i(v)$ si v_D varia entre 0 i 0,75 V.

- Utilitzeu una escala lineal tant per al corrent com per a la tensió.
- Utilitzeu una escala logarítmica per al corrent i lineal per a la tensió.

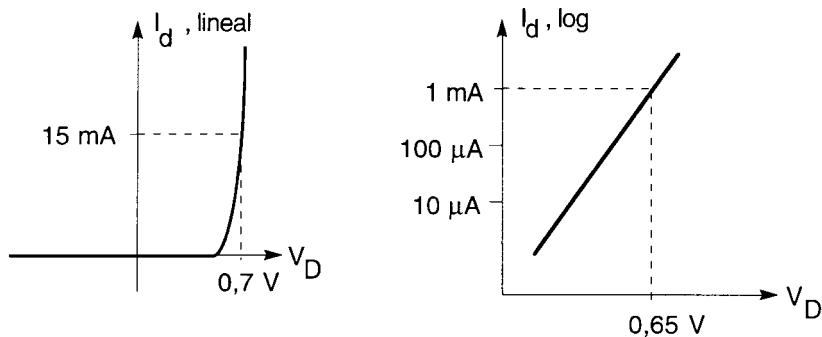


Figura 6.9 a) Característica lineal $i(v)$. b) Característica logarítmica

Del resultat de l'exemple 6.3 es desprèn una característica important del díode: només condueix corrents significatius quan la tensió aplicada als seus terminals és més gran o igual que una tensió mínima anomenada tensió llindar del díode V_T . Per als díodes de silici aquesta tensió llindar se sol prendre de l'ordre de 0,7 V per a corrents de l'ordre de mil-liampers (mA).

Exercici 6.3

La tensió llindar d'un díode de germani és de 0,2 V i la d'un d'arseniur de gal·li és d'1,1 V. Estimeu el valor del corrent invers de saturació de cadascun d'ells. Preneu el llindar de conducció a $I_d = 15$ mA.

Solució: Per al díode de Ge: $I_s = 5 \cdot 10^{-6} A$. Per al de AsGa: $I_s = 1 \cdot 10^{-21} A$.

Quan s'utilitza el model exponencial del díode cal emprar l'equació 6.1 per analitzar el circuit. Es pot neglidir el terme -1 si la tensió v_D és més gran de 100 mV. Aquesta relació sol portar a equacions transcendentals que requereixen mètodes numèrics de càlcul per trobar la solució.

Exemple 6.4

Calculeu la tensió de sortida v_o en el circuit de la figura 6.2a quan v_g val 10 V. Utilitzeu el model exponencial del díode amb $I_s = 10^{-14} A$ i $R = 1 k\Omega$.

L'equació de Kirchhoff per a la malla s'ha de resoldre junt amb l'equació del díode

$$\begin{aligned} v_g &= v_D + iR \\ i &\cong I_s e^{\frac{v_D}{V_T}} \end{aligned}$$

resulta

$$v_g = v_D + RI_s e^{v_D/V_T}$$

En aquesta equació és impossible aïllar v_D ja que és una equació transcendent. Per resoldre-la es pot utilitzar un mètode d'assaig-error. S'escriu l'equació anterior de la forma

$$v_D = v_g - RI_s e^{v_D/V_T} \quad (6.3)$$

i s'assaja si un valor v_{D_i} és la solució. Per fer-ho s'utilitza aquest valor en el càlcul del segon membre de la igualtat anterior. Si és la solució, el valor que s'obtindria seria precisament v_{D_p} , que és el que estableix el primer membre de la igualtat. Si el valor assajat resulta no ser solució es prova amb un altre valor. Es poden establir diferents estratègies per escollir els valors de prova per tal de convergir ràpidament a la solució. A la taula següent es mostra una estratègia possible:

v_{Di}	2n membre 6.3	v_{Di}	2n membre 6.3
0	10	0,719	-19,1
1	$-2,3 \cdot 10^6$	0,703	-1,67
0,5	9,99	0,695	-1,84
0,75	-96	0,691	-0,09
0,625	9,28	0,689	0,686
0,687	1,23	0,688	1,05

S'inicien els assajos amb els valors 0 V i 1 V, atès que la tensió llindar en els díodes de silici sol ser una mica inferior a 1 V. El primer valor assajat demostra que la solució ha de ser més gran que zero. El segon, que ha de ser menor que u. A partir d'aquest moment s'assagen valors situats a la meitat de l'interval on s'ha de trobar la solució. Els dos últims valors mostren que la solució s'ha de trobar entre 0,688 i 0,689 V. Es pot acceptar com a solució de l'equació transcendent el valor de 0,689 V.

Per tant, la tensió v_o per a $v_g = 10 V$ és

$$v_o = v_g - v_d = 10 - 0,689 = 9,311V$$

Cal indicar que hi ha mètodes més ràpids per resoldre aquesta equació transcendent. Malgrat tot, no per això deixen de ser mètodes poc pràctics.

Exercici 6.4

Calculeu la tensió de sortida del circuit de la figura 6.4a, quan $v_g = 10$ V, $V_r = 4,1$ V, $R = 1$ k Ω i $I_s = 2 \cdot 10^{-13}$ A.

Solució: La tensió de sortida és $v_o = 4,7$ V

b) Model del díode per trams lineals

Com hem pogut veure, el model exponencial sol portar a càlculs complicats i difícils. Per això, quan el model de díode ideal és poc precís per aproximar la característica $i(v)$ d'un díode i els efectes capacitius no són significatius, se sol recórrer al model de *díode aproximat per trams lineals*, amb una característica $i(v)$ i un model equivalent que es presenten a la figura 6.10. En aquest model, la corba característica s'aproxima per dos segments: quan conduceix ($i > 0$; $v > V_\gamma$, on V_γ és la tensió llindar), per un segment de pendent $1/R_s$; quan no conduceix ($i = 0$; $v < V_\gamma$), per un segment horitzontal. La resistència R_s s'anomena *resistència sèrie del díode*.

Quan el díode conduceix, la tensió entre els seus terminals s'aparta molt poc de la tensió llindar. En efecte, si aproximem el díode pel seu model exponencial i negligim el terme unitat a l'equació, és immediat trobar

$$v_{D1} - v_{D2} = V_T \ln \frac{I_{d1}}{I_{d2}} \quad (6.4)$$

Si es pren $I_{d1} = 10 \cdot I_{d2}$ resulta que la tensió entre els terminals del díode només s'ha incrementat en aproximadament 0,06 V per fer augmentar el corrent un ordre de magnitud. Per aquesta raó, amb freqüència la resistència R_s es pren de valor nul, de manera que el tram inclinat es converteix en vertical.

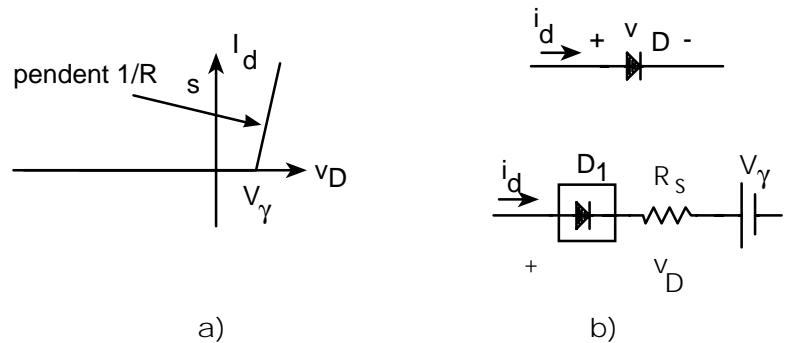


Figura 6.10 Model del díode per trams lineals. a) Característica corrent-tensió.
b) Circuit equivalent amb díodes ideals

El model del díode per trams lineals es pot expressar mitjançant el circuit equivalent de la figura 6.10b. Quan la tensió de l'ànode respecte al càtode supera V_γ , el díode ideal D_1 conduceix i equival a un curcircuit. Aleshores la tensió de l'ànode respecte al càtode és $V_\gamma + i_d R_s$, que gràficament és el segment de conducció

directa del díode. Quan la tensió v_D és inferior a V_γ el díode D_1 equival a un circuit obert i impedeix el pas del corrent per aquesta branca. Quan R_s s'aproxima a zero i es pren V_γ nul·la, el model per trams lineals es redueix al díode ideal.

Exemple 6.5

Calculeu la tensió de sortida v_o en el circuit de la figura 6.2 quan $v_g = 10$ V. Utilitzeu per al díode el model per trams lineals amb $R_s = 0$ i $V_\gamma = 0,7$ V. Comproveu amb l'exemple 6.4.

A la figura 6.11 s'ha substituït el díode pel seu circuit equivalent, en què s'ha considerat la resistència R_s nul·la.

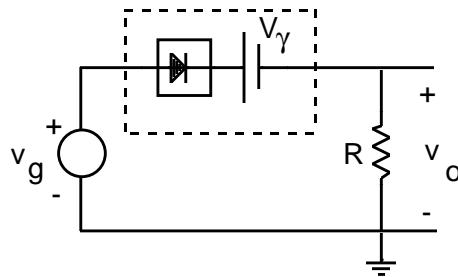


Figura 6.11 Circuit de l'exemple 6.6

Com que $v_g = 10$ V és més gran que V_γ , el corrent que travessa el díode ho fa en sentit directe, per això el díode ideal es comporta com un curtcircuit. Aleshores, és immediat trobar que $v_o = 10 - 0,7 = 9,3$ V.

Exercici 6.5

Trobeu la tensió de sortida del circuit de la figura 6.4a per a $v_g = 10$ V, $V_r = 4,1$ V. Utilitzeu el model del díode aproximat per trams lineals, amb $R_s = 0$ i $V_\gamma = 0,6$ V.

Solució: La tensió de sortida és de 4,7 V.

6.3.2 Tècniques d'anàlisi de circuits amb díodes en contínua i en baixa freqüència

L'anàlisi de circuits amb díodes es fa aplicant les lleis de Kirchhoff de tensions i de corrents junt amb les relacions entre el corrent i la tensió en el díode. Com ja es va dir a l'inici d'aquest capítol, en ser els díodes elements no lineals, les funcions que relacionen els corrents o tensions amb les fonts independents són, en general, no lineals, per això no es poden aplicar els mètodes propis dels circuits lineals. Amb aquesta excepció, l'anàlisi de circuits amb díodes és igual a l'anàlisi dels circuits que hem vist fins ara. S'escriuen les equacions de malla o de nus, s'aproximen els díodes per algun dels seus models, i es resolen les equacions resultants. A continuació s'introduceix un mètode gràfic d'anàlisi de circuits.

a) Anàlisi gràfica. La recta de càrrega

L'anàlisi gràfica només té aplicació en circuits de contínua i baixa freqüència en què puguem aproximar el comportament del díode només mitjançant la seva font dependent. Aleshores, el comportament del díode ve definit per una corba $i_D(v_D)$.

A l'apartat 6.1 es va resoldre el circuit elemental de la figura 6.2a aproximant el díode pel seu model ideal (exemple 6.1), pel seu model exponencial (exemple 6.4) i pel seu model de trams lineals (exemple 6.5). En aquest apartat es resol el mateix circuit de forma gràfica.

Per calcular la tensió de sortida v_o s'ha de resoldre un sistema de dues equacions: la llei de Kirchhoff de tensions de la malla i l'equació que relaciona el corrent i la tensió en el díode. Una forma de resoldre un sistema d'equacions com aquest és representar gràficament cadascuna de les equacions sobre els mateixos eixos i veure quins punts del pla i_D-v_D pertanyen a ambdues corbes. Aquests punts són la solució del sistema.

La llei de tensions de Kirchhoff aplicada al circuit de la figura 6.2a permet obtenir

$$v_g = v_D + i_D R \quad (6.5)$$

Suposeu, de moment, un valor particular v_{g1} del generador independent. Aquesta equació té dues incògnites: i_D i v_D . Si es representa l'equació 6.5 en els eixos de coordenades i_D-v_D (figura 6.12), resulta ser una recta que interseca els eixos en els punts $(v_D = v_{g1}, i_D = 0)$ i $(v_D = 0, i_D = v_{g1}/R)$. Els punts de la recta són els que compleixen l'equació i, per tant, necessàriament, la solució del circuit ha de ser un dels punts de la recta. Aquesta recta s'anomena *recta de càrrega del circuit*.

D'altra banda, el corrent i_D que circula pel díode depèn de la tensió v_D en els seus terminals. Aquesta dependència es pot expressar mitjançant una equació i es pot representar en forma gràfica. La solució del circuit ha de ser, necessàriament, un punt d'aquesta corba.

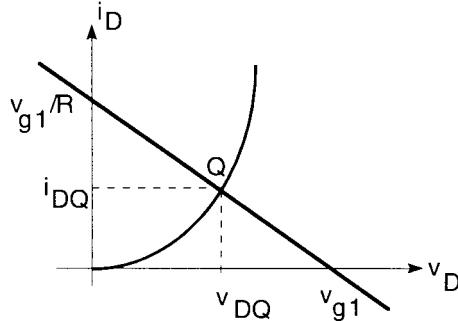


Figura 6.12 Recta de càrrega i punt de treball

L'anàlisi del circuit consisteix, en definitiva, a trobar el valor de i_D i el de v_D que compleixin simultàniament l'equació de tensions de Kirchhoff i l'equació del díode. És a dir, que pertanyen alhora a la recta de càrrega i a la corba del díode. La solució del circuit és, per tant, el punt d'intersecció d'ambdues corbes, que s'anomena *punt de treball* i que sol representar-se amb la lletra Q.

Les coordenades del punt de treball proporcionen la solució del circuit per al valor particular del generador independent v_{g1} . Si es repeteix el procediment anterior per a un altre valor v_{g2} , s'obté la solució per a aquest segon valor. D'aquesta forma, es pot obtenir punt a punt la resposta del circuit al senyal v_g . És important

observar que la recta de càrrega d'aquest circuit manté constant el seu pendent encara que varii v_g . Aquest pendent és $m = -1/R$. En variar v_g amb el temps, la recta de càrrega es desplaça paral·lelament a si mateixa, i la intersecció amb l'eix d'abscisses és el valor particular de v_g .

A la figura 6.13 es presenta el mètode de resolució gràfica d'aquest circuit. Se selecciona un temps t_i al gràfic de $v_g(t)$. El valor de $v_g(t_i)$ es porta a l'eix d'abscisses del pla i_D-v_D i es traça la recta de càrrega. L'ordenada del punt de treball Q_i es porta al gràfic $i_D(t)$ per a $t = t_i$. D'aquesta forma s'obté, punt a punt, el gràfic $i_D(t)$. De forma semblant es podria aconseguir el gràfic $v_D(t)$, simplement portant l'abscissa del punt Q_i a uns eixos coordinats $v_D(t)$. A partir de $v_D(t)$ i de $i_D(t)$ es pot obtenir $v_o(t) = i_D(t) \cdot R = v_g(t) - v_D(t)$.

Aquest mètode d'anàlisi gràfica no és d'aplicació exclusiva al circuit de la figura 6.2a. Qualsevol circuit que contingui un diòde es pot analitzar d'aquesta forma simplement substituint el circuit "vist" des dels terminals del diòde pel seu equivalent de Thévenin; això és vàlid si la part del circuit que es vol substituir és lineal.

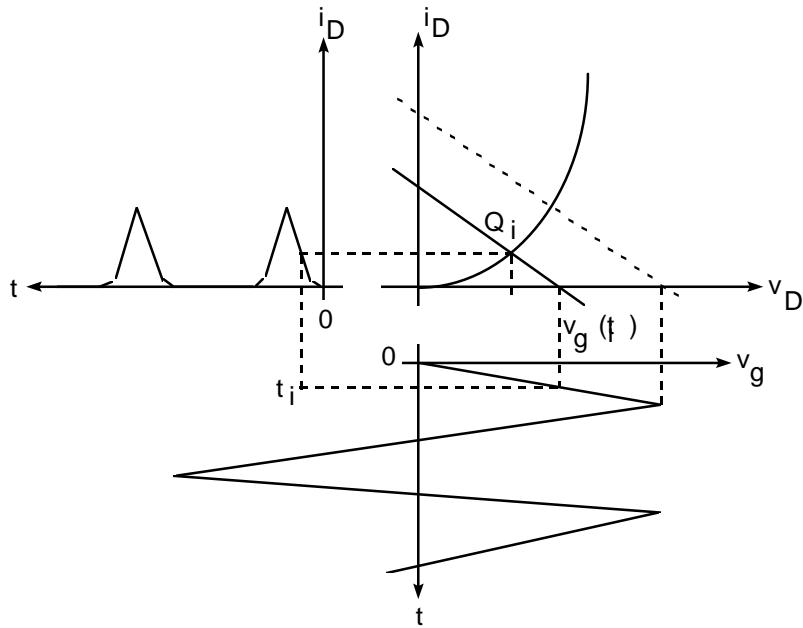


Figura 6.13 Anàlisi gràfica del circuit de la figura 6.2^a

Exercici 6.6

Quina és l'equació de la recta de càrrega del circuit de l'exercici 6.1 (figura 6.4)?

Solució:

$$i_D R + v_D = v_g - V_r$$



L'anàlisi gràfica té un valor indubtable com a mètode que permet "visualitzar" el comportament del circuit, i s'utilitza extensament quan s'analitzen qualitativament circuits amb transistors. Malgrat això, com passava amb l'ús del model exponencial, és un mètode poc pràctic per analitzar quantitativament circuits amb díodes.

b) Anàlisi per trams lineals

El mètode habitual d'anàlisi de circuits amb díodes consisteix a substituir el díode pel seu model de trams lineals i calcular analíticament el circuit resultant. Segons les condicions del circuit, els díodes ideals del model són o bé un curtcircuit o bé un circuit obert. En ambdós casos donen lloc a circuits lineals que només tindran validesa en un rang determinat de tensions. El mètode per analitzar un circuit per trams lineals es pot esquematitzar en el procediment següent:

- 1 Substituïu els díodes pels seus models per trams lineals.
- 2 Desglosseu el circuit anterior en un conjunt de circuits lineals i substituïu els díodes ideals per curtcircuits o circuits oberts, considerant totes les condicions d'operació possibles.
- 3 Detalleu els marges de valors de tensions para als quals és vàlid cadascun dels circuits lineals del punt anterior.
- 4 Analitzeu cadascun dels circuits lineals obtinguts a l'apartat 2.
- 5 Combineu les solucions de cada circuit lineal per obtenir la solució del circuit.

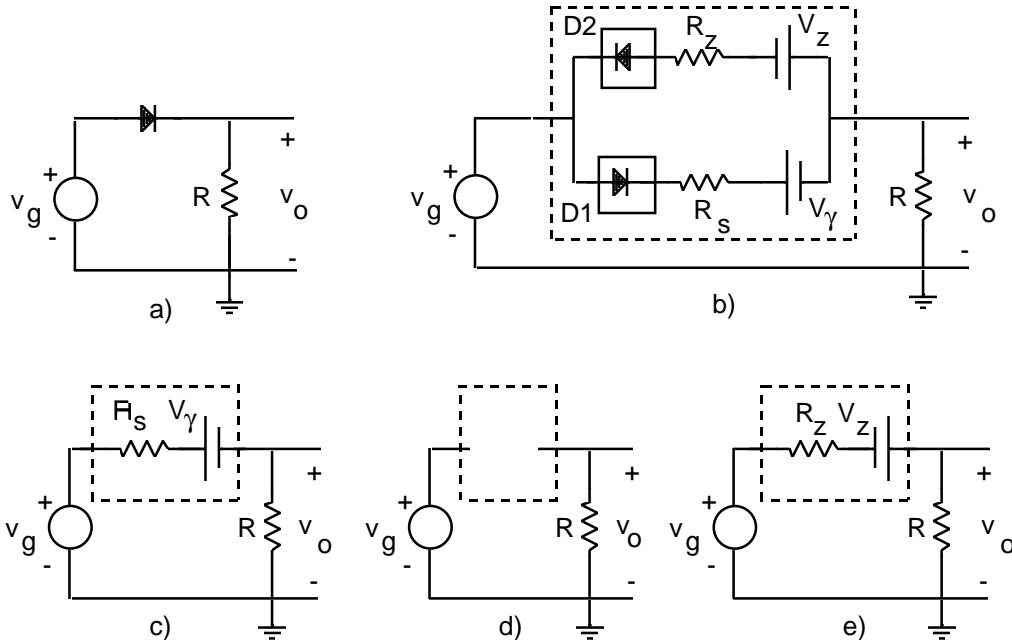


Figura 6.14 a) Circuit de la figura 6.2a. b) El díode s'ha substituït pel seu model de trams lineals. c) Circuit lineal vàlid quan D1 condueix i D2 no. d) Circuit lineal vàlid quan ni D1 ni D2 condueixen.

Exemple 6.6

Analitzeu el circuit de la figura 6.14a amb $R = 4 \Omega$ i un senyal triangular de 5 V de pic. Suposeu que el díode es pot aproximar pel seu circuit equivalent de trams lineals amb $V_\gamma = 0,7$ V, $R_s = 1 \Omega$, $V_z = -4$ V i $R_z = 2 \Omega$.

- 1 Si substituïu el díode pel seu model equivalent resulta el circuit de la figura 6.14b.
- 2 Les condicions d'operació possibles d'aquest circuit són: a) D1 condueix: circuit lineal 6.14c. b) D1 no condueix: circuit 6.14d.
- 3 El circuit 6.14c és vàlid si v_g és més gran o igual que V_γ ja que en aquest cas D1 condueix. El circuit 6.14d és vàlid quan v_g és inferior a V_γ
- 4 L'anàlisi del circuit 6.14c porta a

$$v_o = Ri = R \frac{v_g - V_\gamma}{R_s + R} = \frac{4}{5}(v_g - 0,7)$$

La sortida del circuit 6.14d és nul·la: $v_o = 0$ V.

- 5 La sortida del circuit s'obté si combinem les sortides de cadascun dels circuits lineals d'acord amb els marges de tensions per als quals cadascun té validesa. Així doncs, el circuit 6.14b i l'equació resultant d'aquest circuit són vàlids quan v_g és més gran o igual que 0,7 V. La forma d'ona de sortida és, doncs, la que es mostra a la figura 6.15.

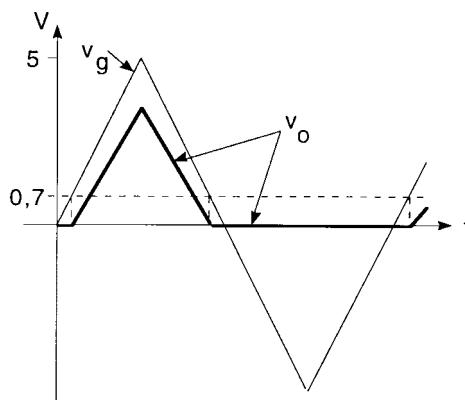


Figura 6.15 Formes d'ona d'entrada i de sortida de l'exemple 6.6

Exercici 6.7

Analitzeu per trams lineals el circuit de l'exercici 6.1 (figura 6.4a), amb les dades de senyal i del díode de l'exemple 6.6. Preneu $V_r = 2$ V i $R = 4 \Omega$.

Solució:

$$\begin{array}{ll} \text{Quan } v_g \text{ és més gran o igual a } 2,7 \text{ V:} & v_o = 2,7 + 0,2(v_g - 2,7) \\ \text{Quan el valor de } v_g \text{ és entre } 2,7 \text{ V i } -2 \text{ V:} & v_o = v_g \\ \text{Quan } v_g \text{ és menor o igual a } -2 \text{ V:} & v_o = (v_g + 2)/3 - 2 \end{array}$$

6.3.3 Aplicacions del díode rectificador

L'anàlisi de circuits que operen amb senyals de baixa freqüència es porta a terme aproximant el díode exclusivament per la font dependent no lineal; és a dir, quan neglijim l'efecte de la capacitat C_D . Segons el tipus de circuit i la precisió requerida en els resultats, la font dependent s'aproxima per un díode ideal, un model exponencial, un model de trams lineals o algun model més sofisticat com el que s'utilitza amb SPICE (vegeu l'apartat 6.7). En aquest apartat, se suposa suficient l'aproximació del model per trams lineals amb $R_s = 0$.

a) Conversió de tensió alterna a tensió contínua. Font d'alimentació

Molts equips electrònics requereixen ser connectats, per poder fer la seva funció, a una font de tensió constant. Atès que l'energia elèctrica sol distribuir-se entre els usuaris en forma sinusoïdal, cal transformar aquesta forma d'ona en una altra de valor constant. El sistema electrònic que fa aquesta funció s'anomena *font d'alimentació*. Els circuits que fan aquesta funció soLEN basar-se en quatre blocs, que s'indiquen a la figura 6.16. El primer bloc és un *transformador* que converteix l'amplitud de la sinusoide al valor adequat per poder obtenir la tensió constant desitjada a la sortida de la font d'alimentació. El segon bloc *rectifica* la tensió alterna, és a dir, la seva tensió de sortida només presenta una polaritat, encara que la seva amplitud és variable. El tercer bloc *filtra* aquesta tensió unipolar, i proporciona una tensió aproximadament constant a la seva sortida. I el quart bloc *estabilitza* v_o davant de canvis en la tensió alterna o en la càrrega. En aquest apartat es presenten de forma resumida els circuits que fan aquestes funcions.

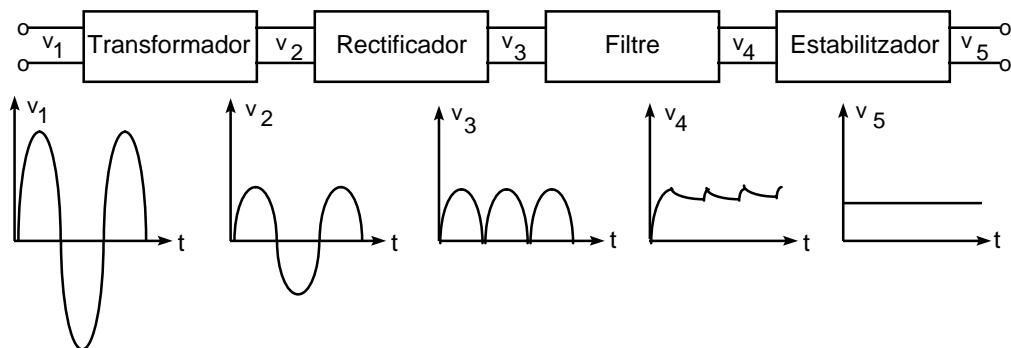


Figura 6.16 Esquema d'una font d'alimentació

El circuit rectificador més simple és l'anomenat *rectificador de mitja ona* i és el circuit de la figura 6.2a, que ha estat analitzat en els exemples 6.1, 6.2, 6.4 i 6.5. Té la propietat de permetre el pas dels semicicles positius i de bloquejar els negatius.

Hi ha altres circuits rectificadors amb diversos díodes que permeten rectificar els dos cicles de la sinusoide. Es tracta dels *rectificadors d'ona completa o de doble ona*. A la figura 6.17 es presenten les versions més esteses d'aquests rectificadors. El circuit 6.17a és el rectificador de doble ona amb transformador de presa intermèdia i el 6.17b és el pont rectificador.

Els díodes rectificadors treballen en la regió directa per permetre el pas d'uns cicles, i en la regió inversa per bloquejar els altres, sempre evitant que entrin a la regió de ruptura. Per analitzar aquests circuits s'utilitza el model per trams lineals, com s'observa a la figura 6.11, és a dir, només un díode ideal i V_γ

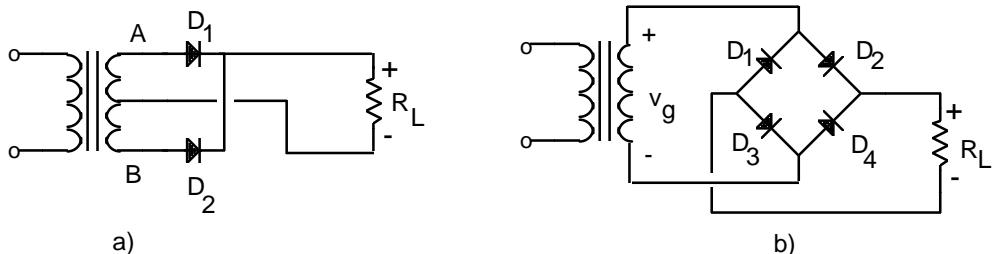


Figura 6.17 Circuit rectificador d'ona completa a) Amb transformador de presa intermèdia.
b) Amb pont de díodes

Considereu, en primer lloc, el funcionament del *rectificador amb transformador de presa intermèdia*. Durant l'interval de temps en què en el primari del transformador s'aplica un semicicle positiu, apareix una tensió positiva entre el punt A del secundari i la presa intermèdia, mentre que el terminal B del secundari és negatiu respecte a la presa intermèdia. La tensió positiva del punt A intentarà fer circular un corrent pel díode D1 en sentit directe. Quan la tensió en A, V_A , és superior a V_γ , el díode ideal del model equivalent és un curtcircuit i apareix a R_L una tensió $V_A - V_\gamma$. La tensió negativa de B intenta fer circular un corrent en sentit invers pel díode D2, per això aquest equival a un circuit obert.

Durant l'interval en què s'aplica al primari un semicicle negatiu, apareix en el terminal A del secundari una tensió negativa respecte a la presa intermèdia, que provoca que D1 aparegui com a circuit obert. En aquest cas, el terminal B serà positiu respecte a la presa central, per això originarà un corrent positiu pel díode D2. Quan V_B sigui superior a V_γ la tensió a R_L serà $V_B - V_\gamma$ amb la mateixa polaritat que en el semicicle anterior.

El funcionament del *rectificador en pont* és el següent. Durant el semicicle en què v_g és positiu el corrent intenta fluir a través del camí D2-R_L-D3, de manera que D1 i D4 queden polaritzats inversament (circuits oberts). Comença a circular corrent per aquest camí quan v_g és superior a $2V_\gamma$, atès que hi ha dos díodes en sèrie en el camí conductor. Quan circula corrent la tensió en borns de R_L és $v_g - 2V_\gamma$.

Durant el semicicle negatiu el corrent intenta recórrer el camí: terminal negatiu del generador - D4 - R_L - D1 - terminal positiu. Observeu que el corrent per R_L flueix en el mateix sentit que durant el semicicle positiu (de dalt cap a baix), i produeix una forma d'ona idèntica a l'obtinguda al semicicle anterior.

El segon bloc d'un sistema de conversió alterna-contínua el constitueix el *filtre de condensador*. Per simplicitat, s'estudia aquest filtre amb el rectificador de mitja ona, tal com es representa a la figura 6.18. Durant la primera meitat del primer semicicle positiu la tensió positiva del generador provoca la conducció del díode i dóna a la sortida una tensió $v_g - V_\gamma$. Part del corrent que circula pel díode carrega el condensador C, i així permet que la tensió entre els seus terminals sigui el senyal d'entrada. Quan v_g assoleix la tensió de pic V_p , la tensió al condensador, i a la sortida, és $V_p - V_\gamma$.

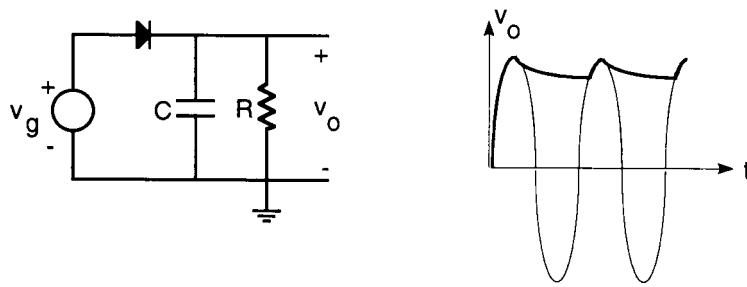


Figura 6.18 Rectificador de mitja ona seguit de filtre de condensador

A partir d'aquest instant la tensió del generador comença a disminuir i la seva forma és sinusoïdal. Aproximadament en aquest instant el díode deixa de conduir, atès que la tensió al seu ànode no supera la del seu càtode a la tensió llindar. El condensador comença a descarregar-se a través de \$R_L\$, de manera que la tensió en els seus terminals segueix una disminució exponencial que suposem més lenta que la disminució sinusoïdal de \$v_g\$.

La situació descrita es manté fins que la tensió en el generador torna a superar la tensió de sortida en \$V_\gamma\$. A partir d'aquest instant el díode torna a conduir fins assolir de nou el valor de pic, a partir del qual es reproduceix la situació anterior. Observeu que durant el temps en què el díode conduceix de nou, el circuit reposa al condensador la càrrega que ha perdut durant el temps de no conducció del díode.

La descàrrega del condensador segueix una forma exponencial amb una constant de temps \$CR_L\$. Si s'augmenta el valor del condensador, la disminució de tensió en el condensador es fa més lenta, de manera que es redueix la variació en la tensió de sortida (variació que s'anomena *arrissat*). Però aquesta disminució va acompanyada d'un temps menor de recàrrega del condensador; per això, en aquest cas, pel díode ha de circular un corrent més gran a fi de reposar la càrrega perduda en menor temps. Observeu que quan l'arrissat és petit, la càrrega que lliura el condensador durant un període és aproximadament constant i de valor \$I_LT\$. El corrent pel díode serà \$I_LT/t'\$, on \$t'\$ és l'intervall de temps de conducció del díode. A mesura que \$t'\$ disminueix, perquè disminueix l'arrissat, augmentarà el corrent pel díode. En el límit, en augmentar \$C\$ indefinidament, l'arrissat tendiria a zero i els impulsos de càrrega en el díode serien d'amplitud infinita. Cal trobar un compromís entre el valor de l'arrissat i la capacitat del díode per conduir pics de corrent.

Exemple 6.7

Una font d'alimentació és constituïda per un transformador de relació de transformació 1:6, un pont rectificador de díodes, un condensador de filtre de 5 mF i una resistència de càrrega de 50 \$\Omega\$. La font es connecta a la xarxa d'energia elèctrica (220 V_{ef}, 50 Hz). Trobeu la tensió de sortida i el seu arrissat.

La tensió en el secundari del transformador és de \$220/6 = 36,6\$ V_{ef} que corresponen a \$36,6 \sqrt{2} = 51,8\$ V de pic.

El pont rectificador sense el condensador proporciona a la resistència de càrrega una sinusoide rectificada en ona completa d'uns 50 V de pic (51,8 V - 2 V_γ).

El condensador del filtre produeix una tensió de sortida donada per

$$v_o \cong 50e^{-t/0.25}$$

on l'origen de t és, aproximadament, un pic de la sinusoide rectificada. Si aproximem el temps de validesa d'aquesta descàrrega del condensador fins que arriba el pic següent, resulta un temps de $T/2$ degut a la rectificació d'ona completa, és a dir, $1/(2 \cdot 50 \text{ Hz}) = 10 \text{ ms}$. Per tant, la tensió a la sortida en aquest instant és

$$50e^{-10^{-2}/0.25} = 50e^{-0.04} \cong 48V$$

El valor mitjà de la tensió de sortida és aproximadament 49 V i l'amplitud de l'arrissat, 2 V pic a pic.

Exercici 6.8

Calculeu la relació de transformació del transformador i el condensador de filtre d'una font d'alimentació amb pont de diòdes, que proporcioni una sortida de 8 V, amb un arrissat de 2 V pic a pic, sobre una resistència de càrrega de 5Ω . La font ha de ser alimentada per la xarxa de distribució d'energia elèctrica (220 Vef, 50 Hz).

Solució: $n = 1/30$; $C = 8 \text{ mF}$



El tercer bloc constituent d'una font d'alimentació és l'estabilitzador de tensió. En aquest capítol, ens limitem a descriure un estabilitzador molt simple basat en un diode zener, que s'analitza a l'apartat 6.4.2.

En els circuits descrits, sempre apareix una resistència de càrrega R_L . Aquesta resistència o bé és una resistència real o bé modela el circuit que es connecta al convertidor d'alterna a contínua. Imagineu que la font d'alimentació proporciona una tensió V_o . Si el circuit que s'hi connecta consumeix un corrent I_L , equival a una resistència de càrrega de valor V_o/I_L , ja que aquesta resistència absorbeix el mateix corrent que el circuit.

b) Detector d'envolupant

Una altra aplicació important del diode és com a detector d'envolupant o desmodulador d'un senyal modulat en amplitud. Un senyal modulat en amplitud és aquell que respon a l'equació

$$v_i(t) = V_{im} [1 + m(t)] \cos(\omega_p t) \quad (6.6)$$

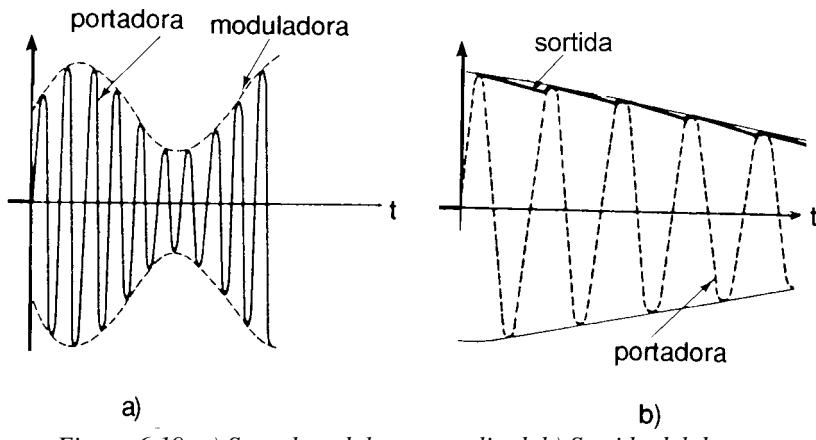


Figura 6.19 a) Senyal modulat en amplitud. b) Sortida del detector

en què l'amplitud de la sinusoide varia amb el temps i porta el senyal d'informació $m(t)$, que s'anomena modulador. Aquesta amplitud de la funció cosinus, variable amb el temps, s'anomena envolupant, i el senyal sinusoïdal de freqüència ω_p s'anomena portador. Usualment l'envolupant varia molt més lentament que el portador. A la figura 6.19a es representa un senyal modulat en amplitud.

L'objectiu del detector d'envolupant és recuperar el senyal $m(t)$ a partir del senyal modulat en amplitud. El circuit que s'utilitza és un rectificador de mitja ona seguit d'un filtre de condensador. La diferència principal en aquesta aplicació és que en aquest cas el circuit ha de ser capaç de seguir l'envolupant, en lloc de proporcionar a la sortida una tensió quasi constant. Si la constant de temps fos molt gran, la sortida no podria seguir l'envolupant. Per contra, si fos molt petita, el condensador es descarregaria molt de pressa, la sortida tendiria al senyal portador rectificat i es produiria un arrissat excessiu. Per això, el detector d'envolupant es dissenya de forma que la constant de temps del circuit sigui

$$C \cdot R_L = \frac{1}{2\pi A_m f_m} \quad (6.7)$$

on f_m se sol prendre com la freqüència més elevada del senyal modulador $m(t)$, que se suposa sinusoïdal i d'amplitud A_m . D'aquesta forma, la sortida pot seguir bé l'envolupant. Quan el portador és un senyal d'alta freqüència, aquesta anàlisi s'ha de modificar per prendre en consideració la capacitat del diode C_D .

Exemple 6.8

Demostreu l'expressió 6.13.

El condensador ha de permetre que la tensió de sortida v_o entre dos pics consecutius del portador disminueixi tant com pugui disminuir l'envolupant. Aquesta variació a la sortida és

$$\Delta v_o = V_{im} - V_{im} e^{-T_o/\tau} \cong V_{im} \frac{T_o}{\tau}$$

on T_o és el període del portador. Per obtenir l'expressió anterior s'ha suposat que τ és molt més gran que T_o i que, en conseqüència, l'exponencial es pot aproximar pels dos primers termes del seu desenvolupament en sèrie de Taylor.

La variació màxima de l'envolupant entre dos pics consecutius del portador és

$$\begin{aligned}\Delta v_e(t)_{\max} &\equiv \left[\frac{dv_e(t)}{dt} \right]_{\max} T_o \\ \left[\frac{dv_e(t)}{dt} \right]_{\max} &= \left[V_{im} \frac{dm(t)}{dt} \right]_{\max} = [V_{im} A_m \omega_m \cos(\omega_m t)]_{\max} = V_{im} A_m \omega_m \\ \Delta v_e(t)_{\max} &\equiv V_{im} A_m \omega_m T_o\end{aligned}$$

Perquè la sortida pugui seguir l'envolupant, s'iguala la descàrrega del condensador entre dos pics consecutius amb la darrera expressió. Així s'obté

$$\tau = \frac{1}{A_m \omega_m}$$

Exercici 6.9

Un senyal modulat en amplitud utilitza un portador de 10 MHz. L'amplitud del senyal modulador és $A_m = 0,5$ i cobreix un marge de freqüències entre 300 Hz i 6 kHz. Si la resistència de càrrega del detector d'envolupant és de 10 kΩ, quin ha de ser el valor del condensador per recuperar l'envolupant adequadament?

Solució: $C = 5,3 \text{ nF}$

c) Circuits retalladors i circuits fixadors de nivell

Els *circuits retalladors*, també anomenats limitadors d'amplitud, s'utilitzen per eliminar la part del senyal que es troba per sobre, o per sota, d'un nivell de referència determinat. A la figura 6.20 es presenten dos circuits retalladors.

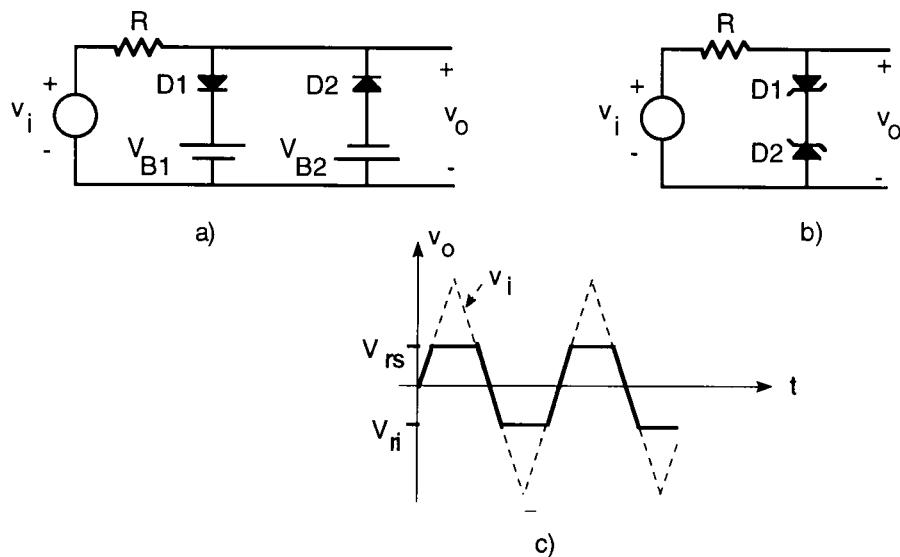


Figura 6.20 Circuits retalladors. a) Amb diòdes i fonts de tensió. b) Amb diòdes zener. c) Forma d'ona de sortida. Per al circuit a) $V_{rs} = V_{B1} + V_\gamma$; $V_{ri} = -(V_{B2} + V_\gamma)$. Per al circuit b) $V_{rs} = V_z + V_\gamma$; $V_{ri} = -(V_z + V_\gamma)$

El circuit 6.20a opera de la forma següent. Quan la tensió v_i és positiva, el díode D2 sempre està en inversa, ja que el corrent que tendeix a impulsar v_i va en la direcció de càtode a ànode. Per tant, la branca D2-V_{B2} es pot ignorar quan v_i és positiva.

Perquè el díode D1 condueixi cal que v_o superi V_{B1} en V_γ . Mentre v_o està per sota d'aquest valor, D1 equival a un circuit obert i no circula corrent per R ; per això, $v_o = v_i$. Quan el díode D1 condueix, la sortida és limitada a V_{B1}+V_γ. Això és per a valors de v_i més grans o iguals que (V_{B1}+V_γ).

Quan v_o es fa menor que -(V_{B2}+V_γ) el díode D2 condueix i fixa la sortida en aquest valor, tal com s'indica a la figura 6.20c. Observeu que, mentre que v_i és negativa, el díode D1 està en inversa i es pot ignorar aquesta branca del circuit.

El circuit, doncs, retalla el senyal d'entrada i el limita als valors que fixen les fonts de tensió V_{B1} i V_{B2}. Es poden obtenir diverses variants d'aquest circuit bàsic sense fer res més que canviar la polaritat de les fonts o la dels díodes.

El circuit retallador utilitzant díodes zener de la figura 6.20b serà descrit a l'apartat 6.4.2

Exemple 6.9

Un altre tipus de circuit retallador és el presentat a la figura 6.21. Discutiu el funcionament d'aquest circuit.

Si suposem vàlida l'aproximació del díode ideal, el díode només conduceix quan v_o és negativa i, en aquest cas manté la sortida a 0 V. Per a valors positius de v_o el díode no conduceix i la sortida és $v_o = v_i - V_B$. Per tant, la forma d'ona de la sortida és igual a la de l'entrada desplaçada cap a baix una quantitat V_B i amb els valors negatius "retallats".

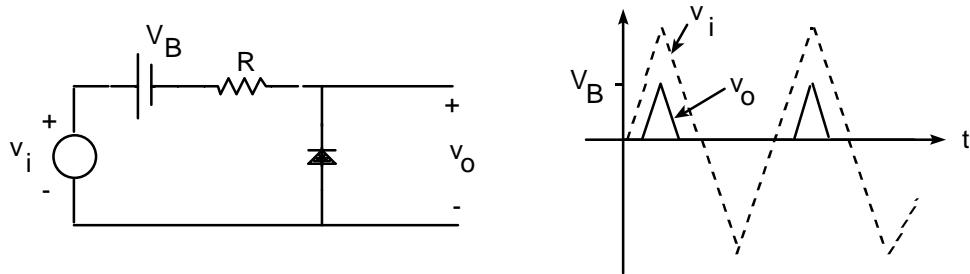


Figura 6.21 Circuit retallador de l'exemple 6.9

Exercici 6.10

Dissenyeu un retallador que permeti obtenir la forma d'ona de la figura 6.22 a partir d'un senyal triangular de 10 V de pic.

Solució:

El circuit és com el de la figura 6.21, però amb el díode invertit i amb V_B = 5 V.

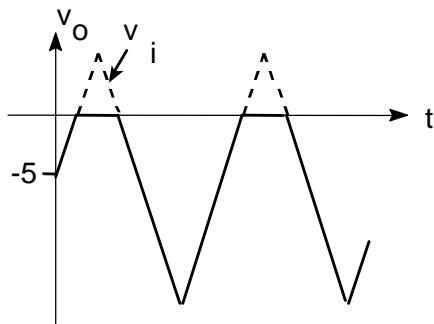


Figura 6.22 Forma d'ona de l'exercici 6.10



Els circuits fixadors de nivell sumen una tensió de referència al senyal. Aquesta tensió de referència generalment és contínua, però podria ser variable amb el temps. A la figura 6.23a es presenta el circuit bàsic de fixador de nivell.

El funcionament del circuit és el següent. Supposeu de moment que R_L és de valor infinit. Com es veurà més endavant, el condensador es carrega a un valor $V_p - V_B - V_\gamma$, on V_p és el valor màxim que pren v_i . Per als instants de temps posteriors als que v_i pren el seu valor màxim, el diòde no condueix ja que la tensió de sortida és $v_i - (V_p - V_B - V_\gamma)$, i és inferior a $V_B + V_\gamma$ (ja que $v_i < V_p$), que és la mínima que cal perquè el diòde condueixi. Per tant, la tensió de sortida és la de l'entrada menys la tensió als terminals del condensador. A la sortida s'ha fixat el valor màxim del senyal a la tensió $V_B + V_\gamma$.

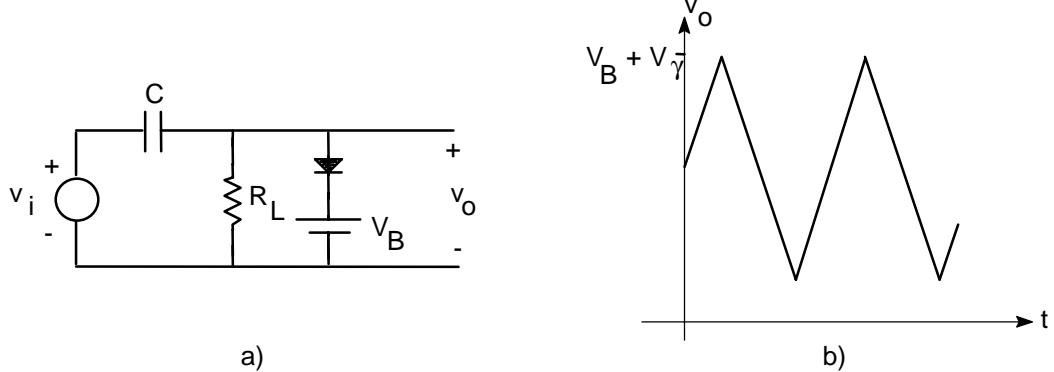


Figura 6.23 a) Circuit fixador de nivell. b) Forma d'ona de sortida

Si en un moment determinat l'entrada pren un valor V_{pr} superior al màxim detectat fins aquell moment, el diòde condueix i provoca un corrent que incrementa la càrrega en el condensador, el qual fixa la sortida a partir del moment en què es presenta el nou màxim a $v_i - (V_{pr} - V_B - V_\gamma)$.

Si per algun motiu apareix al senyal d'entrada un pic de tensió imprevist, el circuit l'interpreta com un màxim del senyal, i fixa la sortida a aquest màxim. Per evitar aquest fenomen s'afegeix la resistència R_L , que permet una descàrrega lenta del condensador a fi que el circuit fixi el nivell dels màxims normals del senyal.

Exemple 6.10

En el circuit de la figura 6.23a es pren $V_B = 0$ V on v_i és un senyal quadrat de 10 kHz i 10 V d'amplitud (figura 6.24a). Suposem que la resistència sèrie del díode, R_s , és molt inferior a R_L . a) Dibuixeu v_o en funció del temps, si $R_L=10$ k Ω i $C=1$ μ F. b) Repetiu l'apartat anterior quan en connectar el circuit ($t = 0$) apareix un senyal imprevist de 20 V de molt curta durada superposat al senyal quadrat. Supposeu que es mantenen els valors de R_L i C del cas anterior.

a) El període del senyal és $T=10^{-4}$ s. Durant l'inici del primer semicicle el díode conduceix i el condensador es carrega a la tensió de 10 V en un temps idealment nul. Mentre el díode conduceix, la tensió de sortida és nul·la (díode ideal), i durant la resta del semicicle positiu (amb el condensador carregat) la sortida també és nul·la ($v_o = v_i - 10$).

Quan v_i commuta a $v_i=-10$ V, el díode queda polaritzat inversament i equival a un circuit obert. El circuit queda format per $v_i - C \cdot R_L$. La tensió a la sortida, just després de la transició de v_i , és $v_o = v_i - v_c = -10 - 10 = -20$ V. A partir d'aquest valor inicial, la tensió a la sortida comença a augmentar degut al fet que el condensador es va descarregant, i disminueix la tensió entre els seus terminals v_c . L'expressió de v_o ve donada per

$$v_o = -20 \cdot e^{-t/\tau}$$

on s'ha fet ús de l'expressió de descàrrega d'un condensador amb un valor inicial de -20 V i un valor final de 0 V. La constant de temps del circuit és $C \cdot R_L$ ($\tau=10^2$ s). Quan finalitza el semicicle negatiu (de durada $0,5 \cdot 10^{-4}$ s) la tensió a la sortida és -19,9 V.

A $t=10^{-4}$ s el senyal v_i torna a commutar a +10 V. La tensió a la sortida presenta, doncs, un salt de 20 V ja que la tensió en borns del condensador no pot canviar instantàniament. La tensió positiva a v_o fa condir el díode i en un temps idealment nul el condensador es recarrega a -10 V de manera que la sortida es fa nul·la.

Com es pot observar a 6.24b, el circuit fixa el màxim del senyal quadrat a la sortida a un valor de 0 V.

b) Supposeu ara que a l'instant de connexió de v_i apareix en el circuit un senyal espuri de 20 V. El condensador es carrega a 20 V en un temps idealment nul i la sortida és $v_o = v_i - 20$. Així doncs, la tensió de sortida, just després d'haver acabat el senyal espuri és de -10 V. El díode és polaritzat inversament i el condensador inicia la seva descàrrega. Quan el senyal d'entrada commuta a -10 V el díode segueix en inversa i el condensador continua amb la seva descàrrega. Aquesta situació es manté mentre v_o no es faci positiva; en aquest cas, el díode conduceix, reposa càrrega al condensador i el circuit es comporta segons s'ha descrit a l'apartat anterior (figura 6.24c).

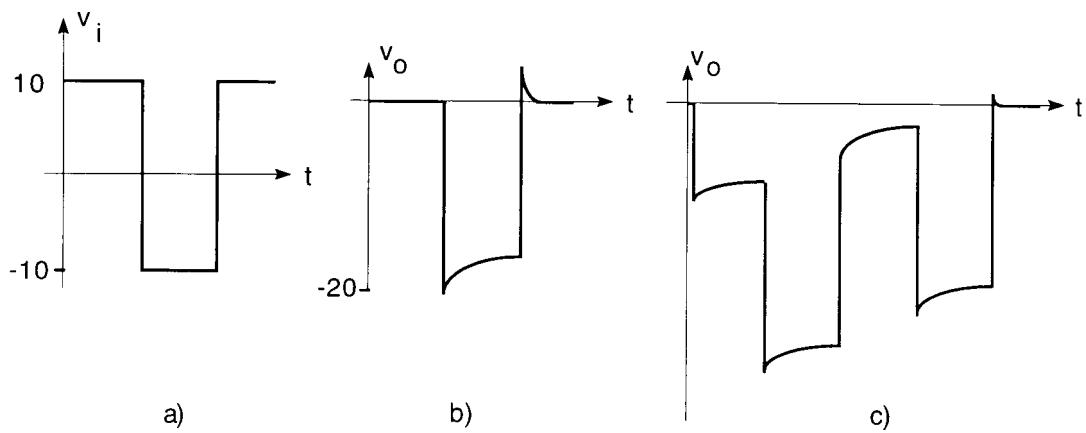


Figura 6.24 Formes d'ona de l'exemple 6.10

Perquè el circuit recuperi el seu funcionament normal el condensador ha de perdre la diferència entre la càrrega inicial produïda pel senyal espuri (20 V) i la càrrega normal corresponent al valor de pic del senyal (10 V). Aquesta pèrdua de càrrega es fa de forma exponencial amb una constant de temps CR_L . Per tant, el temps que tarda el circuit a eliminar els efectes del senyal espuri és

$$10 = 20e^{-t/\tau} \Rightarrow t = \tau \ln 2 = 0,69CR_L$$

que amb els valors numèrics del circuit dóna un temps de 6,9 ms. Atès que un període del senyal són 0,1 ms, calen 69 períodes de senyal per recuperar el funcionament normal.

Exercici 6.11

Dissenyeu un circuit fixador de tensió que sumi 7 V a un senyal sinusoïdal d'1 kHz i 5 V de pic. Els efectes d'un senyal espuri de 20 V de pic haurien de desaparèixer en uns cinc períodes del senyal. Supposeu el diòde ideal i utilitzeu un condensador d'1 μF .

Solució: Vegeu la figura 6.25

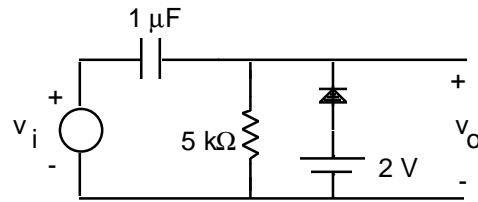


Figura 6.25 Circuit de l'exercici 6.11



Encara que s'ha tractat la rectificació com una aplicació separada, el rectificador, de fet, no és res més que un cas particular de circuit retallador en què és especialment important la potència capaç de lliurar a una càrrega. En algunes aplicacions, aquesta potència lliurada no és important i sí que ho és la precisió de la rectificació. Aquest podria ser el cas de rectificació d'un senyal d'amplitud molt petita. Si l'amplitud del senyal és de l'ordre de les dècimes de volt, la tensió llindar del diòde n'impedeix la rectificació. En aquest cas, cal un rectificador capaç de permetre el pas a les tensions positives des de quasi 0 V. Aquesta rectificació tan precisa es pot aconseguir si combinem un amplificador operacional i un diòde, en la forma mostrada en el circuit de la figura 6.26a.

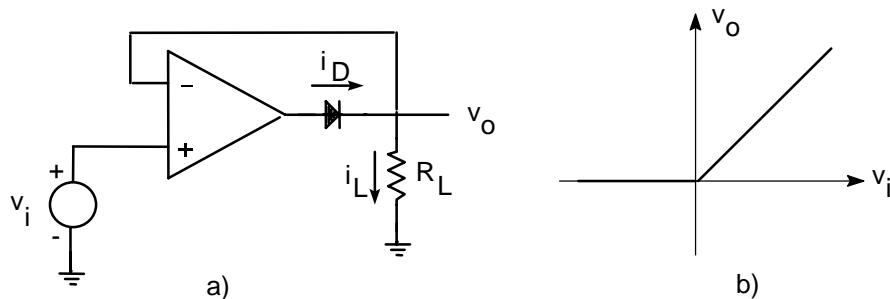


Figura 6.26 a) Rectificador de precisió. b) Corba de transferència

El punt de partida per a l'anàlisi consisteix a observar que els corrents i_L i i_D han de ser iguals, ja que per al terminal inversor no circula corrent. Com que el corrent i_D només pot tenir el sentit indicat a la figura, la tensió de sortida només pot ser positiva ($v_o = i_L R_L$). En aquestes condicions, hi ha un camí tancat entre l'entrada i la sortida, i v_o és igual a v_i . Quan v_o és negatiu, el diòde equival a un circuit obert, ja que i_D hauria de ser negatiu. En aquestes condicions, no circula corrent per R_L i v_o és nul·la. Observeu que en el límit entre aquestes dues situacions, quan la sortida comença a ser positiva, comença a passar corrent pel diòde, i a la sortida de l'operacional (ànode del diòde) hi ha una tensió de valor V_γ . La corba de transferència del circuit es presenta a la figura 6.26b.

d) Aproximació de funcions amb diòdes

En aquest apartat es descriu un mètode per aproximar funcions mitjançant trams lineals amb circuits electrònics amb diòdes. També es presenten un parell d'exemples d'altres tipus d'aproximació de funcions mitjançant circuits amb diòdes: l'obtenció d'una sinusoida en retallar un senyal triangular i l'obtenció del logarítme d'una funció mitjançant un AO i un diòde.

Suposeu que es vol fer una funció $v_o(v_i)$ de caràcter no lineal. La primera tasca consisteix a aproximar aquesta funció per un cert nombre de trams lineals, tal com s'indica a la figura 6.27a. Aquesta aproximació mitjançant trams lineals es pot fer amb el circuit de la figura 6.27b. En efecte, el primer tram, per a $v_i < v_1$, es fa mitjançant un simple divisor de tensió

$$v_{o1} = v_i \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad (6.8)$$

equació que permet conèixer R_2 , si suposem fixada R_1 . Durant aquest primer tram els diòdes D1 i D2 han d'estar en polarització inversa.

Quan $v_i \geq v_1$, el diòde D1 ha de començar a conduir i el D2 ha de continuar tallat fins que la tensió d'entrada assoleixi el valor v_2 . Per fer que D1 iniciï la seva conducció s'ha de seleccionar $V_a = v_{o1} - V_\gamma$. A partir d'aquest moment la tensió a la sortida és

$$v_o = v_i - R_1 \left[\frac{v_o}{R_2} + \frac{v_o - V_a - V_\gamma}{R_3} \right] \quad (6.9)$$

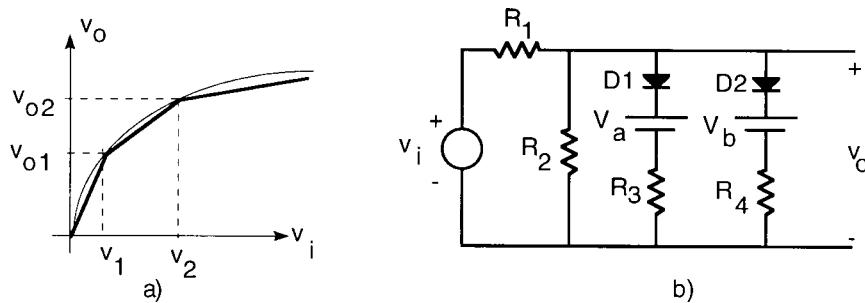


Figura 6.27 a) Aproximació d'una funció per trams lineals. b) Circuit que fa els trams lineals

Si derivem aquesta expressió obtenim

$$dv_o = \frac{R_2}{R_1 + R_2(1 + R_1/R_3)} dv_i \quad (6.10)$$

que posa de manifest que és un pendent menor que el del primer tram. Si igualarem aquest pendent al valor requerit pel gràfic

$$\frac{v_{o2} - v_{o1}}{v_2 - v_1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2(1 + R_1/R_3)} \quad (6.11)$$

obtenim R_3 , amb R_1 i R_2 conegeuts.

El procés anterior es repeteix per dissenyar el tercer tram del gràfic.

El circuit anterior només permet reduir el pendent del gràfic quan v_i augmenta. Per aproximar algunes funcions, pot interessar augmentar el pendent a partir d'un valor determinat. Una forma d'aconseguir-ho és la indicada en el circuit 6.28. En aquest cas, mentre la caiguda de tensió a R_3 sigui inferior a $V_b + V_\gamma$ el diòde és obert i la tensió de sortida és

$$v_o = \frac{R_2}{R_1 + R_2 + R_3} v_i \quad (6.12)$$

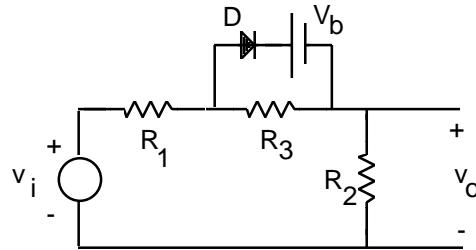


Figura 6.28 Circuit per augmentar el pendent de $v_o(v_i)$ en augmentar v_i

Quan el diòde condueix, la tensió d'entrada és

$$v_i = v_o + V_b + V_\gamma + R_1 \frac{v_o}{R_2} \quad (6.13)$$

Si derivem aquesta expressió obtenim

$$dv_o = \frac{R_2}{R_1 + R_2} dv_i \quad (6.14)$$

que és un pendent més gran que el del tram anterior. El valor de v_i perquè el diòde iniciï la conducció és

$$v_i = \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_3} (V_b + V_\gamma) \quad (6.15)$$

Exemple 6.11

Es vol aproximar la funció

$$v_o = \sqrt{v_i}$$

mitjançant tres trams lineals que passin pels punts (v_i, v_o) : (1,1); (4,2); (9,3). Dissenyeu el circuit que fa aquesta aproximació. Suposeu una tensió llindar dels diòdols de 0,7 V.

Atès que el pendent disminueix a mesura que v_i augmenta, es pot utilitzar el circuit de la figura 6.27b. Per comoditat es pren $R_1 = 1\text{ k}\Omega$. Quan v_i té valors entre 0 i 1 V el pendent ha de ser 1. Per aconseguir-ho n'hi ha prou de prendre R_2 infinita (és a dir, eliminar aquesta resistència).

El diòde D1 ha d'iniciar la seva conducció quan $v_o = 1$ V. Per això, n'hi ha prou que $V_a = 0,3$ V. Perquè v_o valgui 2 V quan v_i sigui 4 V cal que el corrent que travessa R_1 sigui 2 mA. Aquest corrent ha de provocar una caiguda de tensió a R_3 d'1 V, perquè v_o sigui 2 V. Aleshores s'ha de prendre $R_3 = 500\ \Omega$.

El díode D2 ha de començar a conduir quan v_o sigui 2 V. Per a això prenem $V_b = 1,3$ V. Com que volem que v_o sigui 3 V quan v_i sigui 9 V, ha de circular un corrent de 6 mA per R_1 . Per a aquesta sortida, circulen 4 mA per la resistència R_3 . Per tant, per D2 han de circular 2 mA, els quals han de produir 1 V de caiguda a través de R_4 . Per tant, el valor de R_4 ha de ser de 500 Ω .

Exercici 6.12

Dissenyeu un circuit amb una corba de transferència $v_o(v_i)$ com la indicada a la figura 6.29a. Suposeu els díodes ideals.

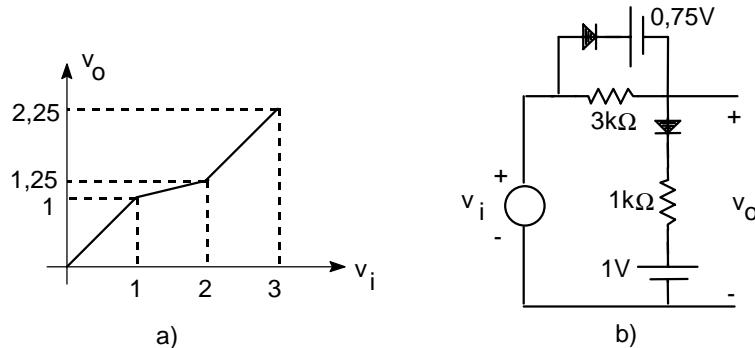


Figura 6.29 a) Corba de transferència de l'exercici 6.12. b) Circuit que la realitza



Una altra tècnica d'aproximació de funcions consisteix a obtenir un senyal en modificar-ne un altre. El circuit de la figura 6.30 permet obtenir una sinusoida en retallar un senyal triangular. Aquesta tècnica s'utilitza en equips electrònics que generen senyals (generadors de funcions).

El principi de funcionament del circuit és el següent. Quan l'amplitud de v_i és petita tots els díodes són tallats i v_i és connectada al terminal inversor de l'AO a través de quatre branques resistives en paral·lel. En augmentar v_i , la tensió en el punt a del circuit arriba a V_r i aleshores el díode D1 entra en conducció (els altres díodes segueixen tallats). En conduir D1, el corrent entre el punt a i el terminal inversor es fixa en V_r/R_2 , de manera que es fa independent de v_i . El pendent del corrent que entra a l'AO respecte de v_i disminueix i també disminueix, per tant, el pendent de v_o respecte de v_i . En anar augmentant v_i , van entrant successivament en conducció els díodes D2, D5 i D6. Quan els quatre condueixen, el corrent que entra a l'AO és constant i independent de v_i , de manera que la derivada de v_o respecte de v_i és nul·la. Els díodes D3, D4, D7 i D8 reproduueixen el comportament descrit per valors de v_i negatius.

En la figura 6.32 es presenta un circuit que aproxima la funció logarítmica. Si suposem que l'AO opera en la seva regió lineal, la sortida és $v_o = -v_d$, ja que l'entrada inversora es troba a zero volts (curtcircuit virtual). Si el corrent que travessa el díode és positiu i no és excessivament petit, la relació entre el corrent i la tensió en el díode es pot aproximar per una exponencial (equació del díode). Però el corrent en el díode és v_i / R_1 . Aleshores

$$v_o = -v_d \approx -V_T \ln\left(\frac{i_D}{I_s}\right) = -V_T \ln\left(\frac{v_i}{R_1 I_s}\right) \quad (6.16)$$

on, per tant, la tensió de sortida és proporcional al logaritme de la tensió d'entrada.

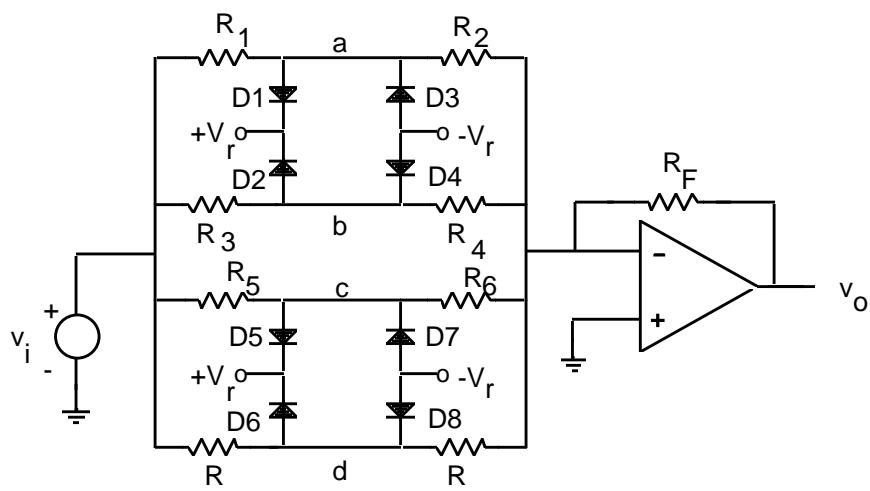


Figura 6.30 Circuit conformador d'un senyal sinusoidal a partir d'un de triangular

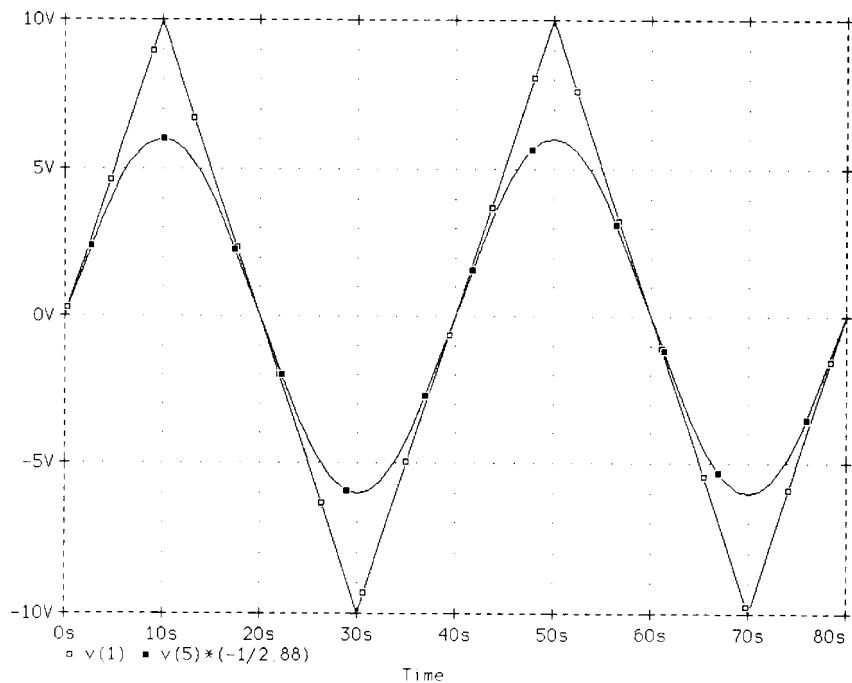


Figura 6.31 Formes d'una proporcionades per SPICE

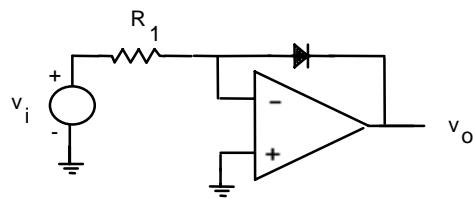


Figura 6.32 Circuit que aproxima la funció logarítmica

e) El díode com a element de protecció

La tensió màxima que es pot aplicar a l'entrada de molts circuits integrats és limitada a uns pocs volts. Convé, per tant, limitar la tensió màxima a l'entrada del circuit. Una forma d'aconseguir-ho és col·locant-hi el limitador de tensió basat en els díodes zener que hem vist anteriorment. Mentre la tensió aplicada sigui inferior a $V_z + V_\gamma$, no circula corrent per aquesta branca i no té efecte sobre el circuit. Quan la tensió d'entrada supera aquell valor, el conjunt dels dos díodes fixa la tensió a $V_z + V_\gamma$ i evita que el valor elevat de v_i actuï sobre el circuit.

Quan la tensió d'entrada del circuit per a funcionament normal és molt petita, com és el cas d'un AO que treballa en la regió lineal, es poden posar dos díodes d'ús general connectats en paral·lel i amb sentits contraris. Suposem una entrada positiva. El díode polaritzat en inversa sempre és tallat, l'altre també equival a un circuit obert i no afecta el funcionament del circuit, mentre la tensió aplicada sigui molt inferior a V_γ . Quan el valor augmenta de forma anòmala, comença a condruir aquest segon díode i limita la tensió a un valor V_γ . Per a entrades negatives, el comportament dels díodes és simètric al descrit.

Una altra aplicació del díode com a element de protecció és freqüent en circuits amb càrregues inductives com el representat a la figura 6.33. En aquest circuit, si no hi hagués el díode, en obrir-se l'interruptor es generaria una tensió molt elevada i negativa en borns de la bobina, ja que

$$v_L = \frac{di_L}{dt}$$

i, en no existir camí de conducció tancat, i_L tenderia a zero en un temps nul. Aquesta tensió a la bobina (teòricament de valor infinit) provocaria un arc voltaic entre els terminals de l'interruptor per mantenir el corrent a través seu. La repetició d'aquesta espurna danyaria l'interruptor.

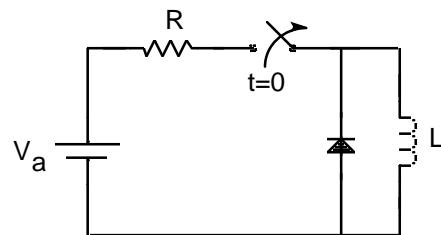


Figura 6.33 El díode com a element de protecció en circuits inductius

El díode es connecta per protegir l'interruptor. Quan l'interruptor és tancat, el díode és polaritzat negativament i la seva presència no afecta el comportament del circuit. Quan s'obre l'interruptor, la tensió negativa en borns de la bobina el polaritza directament, condueix, i permet que la bobina mantingui la continuïtat del corrent. Mentre el díode conduceix, la tensió entre els seus terminals és V_γ i evita l'arc a l'interruptor. El corrent que circula pel parell bobina-díode s'extingeix progressivament a causa de la dissipació de potència a la bobina i al díode reals.

6.4 El díode zener

Quan l'operació en la regió de ruptura és bàsica en l'aplicació del díode se sol anomenar díode zener. El seu símbol circuital és com el del díode normal, acabat amb una espècie de "z" en la línia que representa el càtode, tal com podem observar en la figura 6.34a. En aquest apartat es descriu la modelització del díode zener i alguns circuits d'aplicació que utilitzen díodes zener.

6.4.1 Modelització del díode zener

El díode zener és un díode normal en què la regió de ruptura intervé en la seva operació. Per tant, la seva modelització és una ampliació de la modelització del díode rectificador per incloure la regió de ruptura.

Encara que no s'acostuma a emprar en anàlisi de circuits amb "llapis i paper", un primer model del díode zener consisteix a completar el model exponencial amb una altra equació exponencial per polarització inversa. Aquest és el model que utilitza el programa SPICE per modelar la regió de ruptura.

El model més habitual de la regió de ruptura consisteix a afegir un nou tram lineal al model del díode rectificador mitjançant trams lineals. Això s'aconsegueix si afegim un circuit D2-R_Z-V_Z en paral·lel al conjunt D1-R_S-V_γ de la figura 6.10, tal com mostra la figura 6.34b. Aquest circuit afegit equival en polarització directa a un circuit obert, però en inversa, quan la polarització és superior a V_Z el díode D2 entra en conducció i el díode zener es comporta com una font de tensió contínua V_Z en sèrie amb la resistència R_Z. Amb freqüència el valor R_Z es prou petit com per a que es pugui aproximar per R_Z=0.

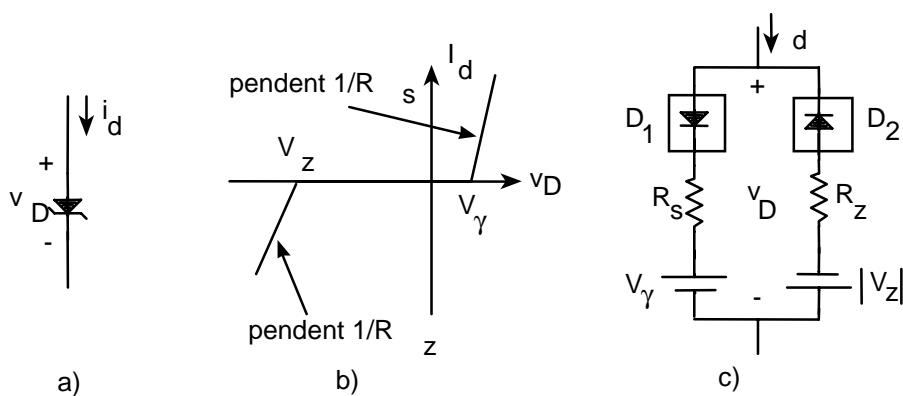


Figura 6.34 a) Símbol del díode zener b) Corba corrent-tensió c) Modelització per trams lineals

L'anàlisi de circuits que contenen díodes zener és igual al dels circuits amb díodes rectificadors. Es pot fer una anàlisi gràfica o una anàlisi per trams lineals.

Exemple 6.12

Trobeu gràficament el punt de treball del circuit de la figura 6.35a. La tensió de ruptura del díode és $V_Z = -6V$.

La llei de Kirchhoff de tensions del circuit estableix

$$10 = i_x \cdot 100 + v_x$$

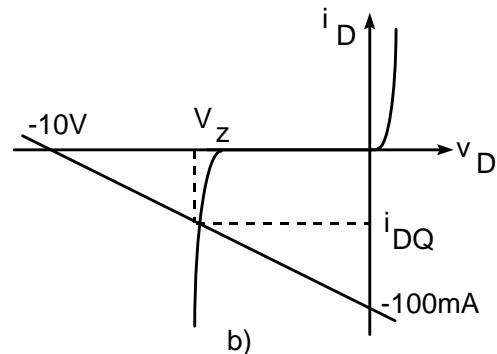
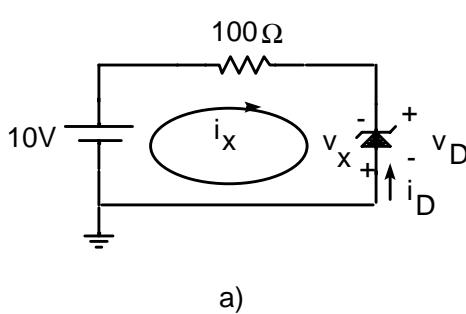


Figura 6.35 a) Circuit de l'exemple 6.7 b) Anàlisi gràfica

Però observeu en el circuit que $i_x = -i_D$ i que $v_x = -v_D$. Per tant, l'equació anterior es pot escriure en funció de i_D i de v_D

$$10 = -100 \cdot i_D - v_D$$

equació que es pot representar en els mateixos eixos de coordenades que la corba del díode, i que proporciona el punt de treball, tal com es pot veure a la figura 6.35b. El punt de treball és

$$v_{DQ} \approx -6 V \quad i_{DQ} \approx -40 \text{ mA}$$

Aquest circuit també es pot resoldre mitjançant l'anàlisi per trams lineals. Per a això n'hi ha prou amb substituir el díode pel circuit equivalent de la figura 6.34b. Atès que el díode és polaritzat en inversa i el díode D1 és en circuit obert, només cal considerar la branca D2 - R_Z - V_Z . Si suposem que el díode zener conduceix

$$10 = i_x \cdot 100 + i_x \cdot R_Z + V_Z \Rightarrow i_x = (10 - V_Z) / (100 + R_Z)$$

i si aproximem R_Z a zero, el corrent és $i_x = 40 \text{ mA}$, i $v_x = 6 \text{ V}$.

6.4.2 Aplicacions del díode zener

Un díode zener és un díode que s'ha dissenyat per treballar a la regió de ruptura. Tal com es va veure a l'apartat 6.1, a la regió de ruptura la característica $i(v)$ cau quasi verticalment. Això significa que, encara que el corrent que travessa el díode en inversa varii molt (sempre dins de la regió de ruptura), la tensió en els seus terminals es manté a un valor quasi constant V_z .

Considereu el circuit de la figura 6.36 en què el generador independent v_s subministra una tensió contínua sense estabilitzar. Freqüentment serà la tensió de sortida del filtre de condensador. Es pretén obtenir a la sortida una tensió contínua que mantingui el seu valor encara que variï la resistència de càrrega o v_s dins uns certs marges. El principi de funcionament és simple: es pren la sortida entre terminals del zener i es dissenyà el circuit perquè aquest díode sempre operi a la regió de ruptura. Els canvis en la càrrega o en el generador provoquen variacions en el corrent pel díode però sempre dins de la regió de ruptura. Com que a la regió de ruptura la característica és quasi vertical, encara que hi hagi grans variacions en el corrent la variació de tensió als terminals del zener és petita.

El disseny del circuit parteix de la identificació del cas més desfavorable. Es força que, quan pel díode circuli el corrent mínim, aquest sigui superior a un valor predeterminat que anomenem I_{zmin} . Observeu que, per la llei de corrents de Kirchhoff, $I_z = I_s - I_L$. El corrent pel díode és mínim quan I_s és mínim i I_L és màxima, i aquesta situació es dóna quan v_s i R_L són mínimes. Aleshores resulta

$$\begin{aligned} I_{smin} - I_{Lmax} &\geq I_{zmin} \\ \frac{V_{smin} - V_z}{R_s} - \frac{V_z}{R_{Lmin}} &\geq I_{zmin} \\ R_s &\leq \frac{V_{smin} - V_z}{I_{zmin} + V_z / R_{Lmin}} \end{aligned} \quad (6.17)$$

que proporciona el valor màxim de R_s que garanteix que pel díode sempre circuli un corrent invers superior a I_{zmin} .

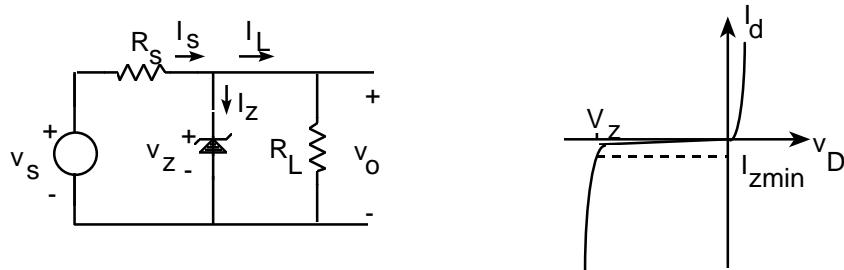


Figura 6.36 Estabilitzador de tensió amb díode zener

El disseny del circuit també ha de determinar la potència que ha de ser capaç de dissipar el díode. Per a això, cal calcular I_{zmax} , que es dóna quan I_s és màxim (v_s màxima) i I_L és mínim

$$\begin{aligned} I_{zmax} &= I_{smax} - I_{Lmin} \\ I_{zmax} &= \frac{V_{smax} - V_{zmax}}{R_s} - \frac{V_{zmax}}{R_{Lmax}} \end{aligned} \quad (6.18)$$

on es té en compte que el díode presenta una resistència R_z en la regió de ruptura que fa incrementar V_z

$$V_{zmax} = V_z + (I_{zmax} - I_{zmin})R_z \quad (6.19)$$

Si substituïm 6.18 a 6.19 trobem

$$V_{zmax} = \frac{V_{smax}/R_s + V_z/R_z - I_{zmin}}{1/R_z + 1/R_s + 1/R_{Lmax}} \quad (6.20)$$

I si utilitzem aquest valor a 6.18 podem calcular $I_{zmàx}$. Aleshores la potència que ha de poder dissipar el díode, P_D , es calcula en el cas més desfavorable: quan el corrent per ell és màxim

$$P_D \geq V_{zmax} I_{zmax} \quad (6.21)$$

Amb aquest disseny queda garantit que la variació de la tensió de sortida màxima és

$$\Delta V_{omax} = V_{zmax} - V_z = (I_{zmax} - I_{zmin})R_z \quad (6.22)$$

que és molt inferior a la variació de V_s si s'escull un díode amb una resistència R_z prou petita.

Exemple 6.13

L'alimentació d'un circuit estabilitzador amb díode zener varia entre 16 i 22 V. La resistència R_s és de 35Ω , la tensió de ruptura del zener és de 12 V i la seva resistència a la regió de ruptura és de 10Ω . El circuit que es connecta a l'estabilitzador pot consumir des de zero fins a un màxim de 100 mA. a) Quin és el valor mínim del corrent per al zener? b) Quina és la variació màxima de la tensió de sortida? c) Quin és el valor màxim de la potència que dissipat el zener?

a) El corrent pel díode zener és mínim quan V_s és 16 V i quan el circuit absorbeix 100 mA. En aquest cas se suposa que el zener dóna una tensió de 12 V, de manera que I_s és $(16 - 12)/35 = 114,3\text{ mA}$. Atès que la càrrega absorbeix 100 mA, pel zener circulen 14,3 mA.

b) La tensió de sortida és màxima quan pel zener circula el màxim corrent. Això és quan V_s és igual a 22 V i el circuit no absorbeix corrent. En aquest cas, $I_z = I_s$ i, per tant,

$$\begin{aligned} 22 &= 35I_z + 10I_z + 12 \\ I_z &= (22 - 12)/45 = 222\text{ mA} \\ V_o &= 12 + 10I_z = 14,22\text{ V} \end{aligned}$$

Així doncs, la tensió de sortida varia entre 12 V i 14,22 V.

c) La potència que dissipat el zener en el pitjor cas és

$$P_D = 14,22 \cdot 0,222 = 3,15\text{ W}$$

Exercici 6.13

Es vol completar la font dissenyada a l'exercici 6.8 amb un estabilitzador amb zener per obtenir una tensió de sortida de 5 V. Calculeu R_s , V_z , R_z i la potència que ha de dissipar el díode zener si es vol que la variació

de la tensió de sortida sigui inferior a 0,5 V. Suposeu que la tensió de xarxa pot variar en $\pm 10\%$. Considereu una $I_{z\min}$ de 20 mA.

$$\text{Solució: } R_s = 1,17 \Omega; \quad V_z = 5 \text{ V}; \quad R_z = 0,2 \Omega; \quad P_D = 14 \text{ W}$$



Una altra aplicació del díode zener és com a retallador. El circuit de la figura 6.20b fa un tall per l'acció simultània de dos díodes zener. Quan v_o és positiva, el díode D1 és polaritzat en directa i el D2 en inversa. Si la tensió que s'aplica a D2 en inversa és inferior a la de ruptura, no deixa passar corrent i equival a un circuit obert, de manera que el conjunt D1-D2 no condueix i $v_o = v_i$.

Quan v_i es fa igual o superior a $V_Z + V_\gamma$ el díode D2 entra en ruptura, comença a condir corrent i la tensió en els seus terminals es fixa en V_Z (si suposem que R_Z és molt petita). Atès que la caiguda a D1 és V_γ i la sortida queda fixada a $V_Z + V_\gamma$.

Quan v_i és negativa el comportament del circuit és simètric al que hem descrit per a la sortida positiva, i la limita a un valor mínim de $-(V_Z + V_\gamma)$.

6.5 El díode en règim dinàmic. Transistoris de commutació

Al primer apartat d'aquest capítol es va fer èmfasi que el díode real presenta efectes capacitius que es modelen mitjançant una capacitat C_D que depèn de la tensió entre terminals del díode. Tot i això, als apartats posteriors es va ignorar aquesta capacitat ja que es treballava amb senyals lents. En aquest apartat i en el següent es torna a insistir en el paper que té aquesta capacitat en els casos en què no es pot ignorar.

La capacitat dependent C_D es modela mitjançant la suma d'una capacitat C_s i una capacitat C_j

$$\begin{aligned} C_D &= C_s + C_j \\ C_s &= \tau_t \frac{dI_d}{dv_d} = \tau_t \frac{I_s}{V_T} e^{v_d/V_T} \\ C_j &= \frac{C_{j_0}}{(1 - v_d/V_J)^M} \end{aligned} \tag{6.23}$$

Observeu que la capacitat C_s , que se sol anomenar *capacitat de difusió*, té un comportament exponencial amb la tensió v_d , a causa de la dependència funcional de I_d amb aquesta tensió. El paràmetre τ_t s'anomena *temps de trànsit del díode*. La capacitat C_j sol anomenar-se *capacitat de transició* i el paràmetre C_{j_0} és el valor d'aquesta capacitat per a v_d nul·la. El valor de M sol variar entre 0,5 i 0,33, de manera que aquesta capacitat augmenta en augmentar la polarització. En polarització directa sol dominar C_s , a causa del seu comportament exponencial, mentre que en inversa domina C_j .

Considereu el circuit de la figura 6.37a. En aquest circuit l'interruptor commuta de la posició 1 a la 2 en $t = 0$. Suposeu que l'interruptor s'ha mantingut en la posició 1 prou temps com perquè el circuit hagi assolit

una situació estacionària. Per tant, la tensió en borns del díode és aproximadament V_γ i el corrent pel díode $I_F = (V_F - V_\gamma)/R$. Si no es considerés l'efecte capacitius, just després de commutar, el corrent en el díode seria pràcticament nul i la tensió en borns del díode seria $v_D = -V_R$.

Els valors d'aquesta tensió i corrent tenen la forma indicada a la figura 6.37b. Durant un temps t_s després de la commutació circula pel díode un corrent invers de valor $i_D = -I_R = -V_R/R$, mentre la tensió es manté entre V_γ i 0 V. I a continuació, durant un temps t_r , el corrent passa d'aquell valor a zero i la tensió de zero a $-V_R$. Aquests darrers valors caracteritzen el nou estat permanent després de la commutació. Així doncs, ha de transcorrer un temps $t_s + t_r$ perquè s'assoleixi el règim permanent previst sense la capacitat C_D . El comportament del circuit durant aquest temps entre estats permanents és anomenat *transitori de tall*.

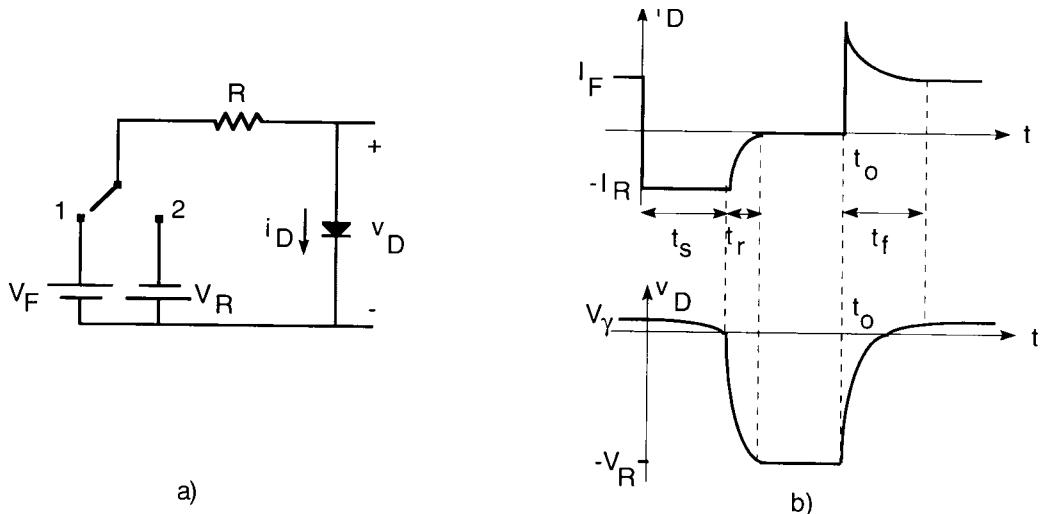


Figura 6.37 a) Circuit. b) Formes d'ona del corrent i tensió en el díode

En $t = t_o$ es torna a commutar l'interruptor a la posició 1. De forma similar al cas anterior, també ha de transcorrer un temps t_f perquè el circuit assoleixi l'estat permanent en polarització directa. Es tracta del *transitori de conducció*.

El comportament del díode en ambdós transitoris és determinat per la capacitat C_D . En efecte, en la commutació, els senyals que s'apliquen al díode canvien abruptament. La hipòtesi que el corrent per C_D era negligible, no només pel fet que la derivada de la tensió en borns del díode respecte al temps és molt petita (senyal lent) deixa de complir-se sinó que el corrent per C_D es fa dominant respecte al corrent per la font dependent. Aleshores, el díode equival bàsicament a la capacitat C_D .

Malgrat que si substituïm el díode per aquest condensador, l'anàlisi del circuit no és simple ja que és una capacitat no constant. En polarització directa, la capacitat és de valor molt elevat i, en conseqüència, la constant de temps també ho és. Per tant, la disminució de la tensió en borns del díode és inicialment molt lenta. A mesura que disminueix v_D (n'hi ha prou amb unes dècimes de volt) la capacitat disminueix en diversos ordres de magnitud i, amb ella, la constant de temps. Aleshores, la disminució de v_D es fa molt ràpida. La diferència d'aquests ordres de magnitud de les constants de temps explica la forma del transitori de v_D , i els valors instantanis de v_D expliquen la forma de la corba del corrent.

6.6 El díode en petit senyal

Es diu que el díode treballa en mode dinàmic de petit senyal quan processa senyals de petita amplitud (de l'ordre de la tensió tèrmica V_T). En aquest cas, el circuit sol excitar-se mitjançant un generador de senyal superposat a un generador de contínua (figura 6.38a). Aquest generador de valor constant, junt amb d'altres components del circuit, proporciona una tensió i un corrent pel díode de valor constant que s'anomena *polarització*. El senyal produeix variacions en el corrent i tensió pel díode, que se superposen als valors de polarització.

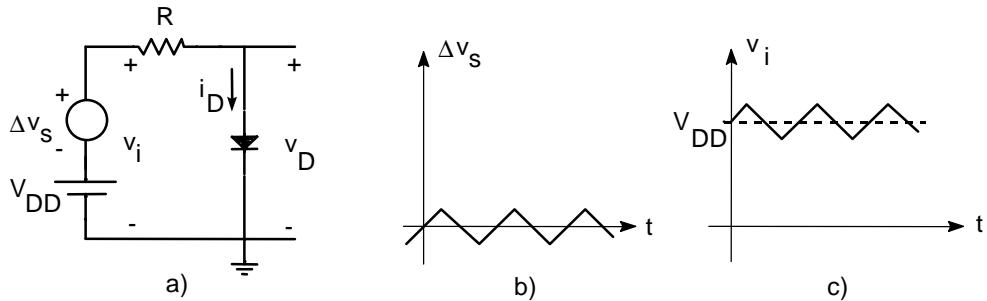


Figura 6.38 Díode excitat amb una tensió contínua i un petit senyal.
a) Circuit. b) Forma d'ona del senyal. c) Forma d'ona de la tensió total

Suposeu, de moment, que el senyal sigui de baixa freqüència i que es pot neglidir l'efecte de C_D . La resposta del circuit es pot trobar, en aquesta situació, de forma gràfica, tal com s'indica a la figura 6.39. El corrent pel díode té un component de senyal, indicat a la figura com Δi_D , superposat a un component continu I_{DQ} . Encara que no s'indica a la figura, v_D també ve donada per la suma d'un component continu, v_{DQ} , i un component de petit senyal. Existeix el conveni d'anomenar els components de senyal amb lletres minúscules i subíndex en minúscules. Malgrat això, en aquest text s'anomenen en forma d'increments per ressaltar que se superposen als valors de polarització.

$$\begin{aligned} i_D(t) &= I_{DQ} + \Delta i_D(t) \\ v_D(t) &= V_{DQ} + \Delta v_D(t) \end{aligned} \quad (6.24)$$

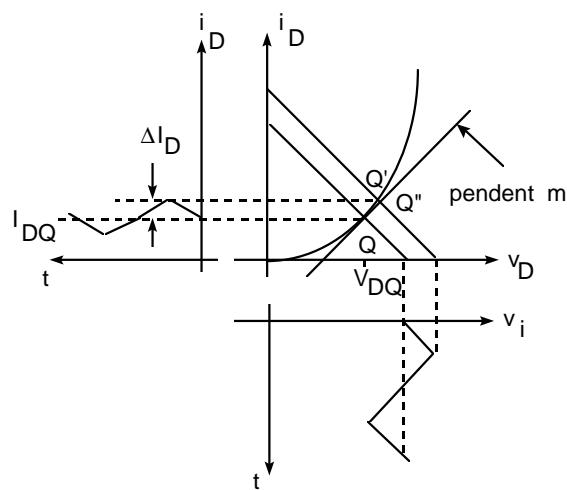


Figura 6.39 Anàlisi gràfica del circuit de la figura 6.38

Encara que els valors $i_D(t)$ i $v_D(t)$ de l'expressió anterior s'obtenen en sumar el senyal continu i el petit senyal, observeu que el component de petit senyal *depèn* de la posició del punt Q, és a dir, de I_{DQ} . No es tracta, doncs, de l'aplicació del principi de superposició, en què cada component és independent dels altres. Tot i això, com es veurà als propers apartats, sí que és possible calcular separadament el component continu i a partir d'ell el component incremental, i obtenir la resposta total amb la suma d'ambdós components. El primer càlcul s'anomena càlcul de la polarització del punt de treball, i el segon, càlcul del circuit incremental.

Els conceptes presentats en aquests apartats, a més de l'interès específic per comprendre el comportament del díode, introdueixen uns conceptes de molta importància per entendre els principis en què es basen els amplificadors, els quals es presenten al proper capítol.

6.6.1 Concepte de circuit incremental

L'anàlisi de la malla del circuit de la figura 6.38a porta a les equacions següents

$$V_{DD} + \Delta v_s = R(I_{DQ} + \Delta i_D) + (V_{DQ} + \Delta v_D) \quad (6.25)$$

El senyal Δv_s varia amb el temps, i pot prendre el valor zero. Per tant, s'ha de complir que

$$V_{DD} = I_{DQ}R + V_{DQ} \quad (6.26)$$

és a dir, el circuit de contínua ha de complir la llei de tensions de Kirchhoff. Si introduïm 6.26 a l'equació 6.25, resulta

$$\Delta v_s = \Delta i_D R + \Delta v_D \quad (6.27)$$

Aquesta equació no és res més que la llei de tensions de Kirchhoff, aplicada a les variacions sobre els valors d'equilibri. Indica que l'increment de tensió produït pel generador de tensió ha de ser neutralitzat per un increment de la caiguda de tensió en la resistència i per un augment de la tensió en els terminals del díode. Es tracta, per tant, de l'equació incremental de tensions.

Per facilitar el càlcul dels increments, s'acostuma a construir un *circuit incremental* en què només són presents els increments o senyals i que compleix l'equació 6.27. Aquest circuit es representa a la figura 6.40. Observeu que pel circuit només circula un corrent incremental Δi_D , i només apareixen increments de tensió i el generador de senyal. En particular, tots els components del circuit real en què la tensió entre els seus terminals es mantingui constant (com és el cas del generador V_{DD}) equival a un curtcircuit en el circuit incremental (ja que l'increment de tensió és nul). La resistència no varia el seu valor en el circuit incremental, ja que la relació entre els increments de tensió i corrent encara és la llei d'Ohm. Observeu també que en aquest circuit incremental el díode ha de ser substituït per un díode incremental en què circuli un corrent Δi_D i proporcioni entre els seus terminals una tensió Δv_D (en el circuit ho hem representat amb el símbol del díode envoltat per una circumferència).

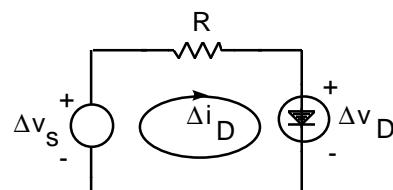


Figura 6.40 Circuit incremental corresponent al circuit de la figura 6.38a

Per poder fer l'anàlisi del circuit incremental de la figura 6.40 cal substituir el díode pel seu circuit equivalent en petit senyal. Aleshores és possible calcular Δi_D i Δv_D en funció de Δv_s .

6.6.2 Model del díode en petit senyal

El model del díode en petit senyal proporciona la relació funcional entre els increments de corrent i de tensió en els terminals del díode. Si l'amplitud del senyal és petita, es comet un error petit si se substitueix la corba del díode per la recta tangent en el punt Q (vegeu la figura 6.39). Si l'amplitud de Δv_s és petita, la intersecció de la recta de càrrega i la corba del díode quasi coincideix amb la intersecció de la recta de càrrega i la tangent a la corba en el punt Q (punts Q' i Q'').

Sobre aquesta recta, la relació entre els increments de corrent i tensió és

$$\Delta i_D = m \Delta v_D = \frac{1}{r_d} \Delta v_D \quad (6.28)$$

on r_d és la inversa del pendent m de la recta tangent, amb un valor

$$m = \left. \frac{di_D}{dv_D} \right|_{i_D=I_{DQ}} = \frac{I_S e^{V_{DQ}/V_T}}{V_T} = \frac{1}{r_d} \quad (6.29)$$

on s'ha suposat que el díode es comporta segons el seu model exponencial, i s'ha calculat la derivada en el punt de treball Q. El paràmetre r_d que relaciona els increments de corrent i tensió en el díode s'anomena *resistència dinàmica o incremental del díode*, i el seu valor és funció del corrent de polarització I_{DQ}

$$r_d = \frac{V_T}{I_S e^{\frac{V_{DQ}}{V_T}}} = \frac{V_T}{I_{DQ} + I_S} \approx \frac{V_T}{I_{DQ}} \quad (6.30)$$

ja que I_s és molt petita i usualment I_{DQ} és molt superior a I_s .

Quan els senyals que processa el díode no són de baixa freqüència la capacitat C_D no es pot negligir i el model equivalent del díode en petit senyal es fa una mica més complicat. En aquest cas, cal substituir el díode pel seu model dinàmic i considerar que la tensió en els seus terminals és la suma de la polarització i del senyal. D'acord amb la figura 6.41"

$$\begin{aligned} i_D &= i_{D1} + i_{D2} \\ i_{D1} &= I_S (e^{\frac{V_{DQ} + \Delta v_D}{V_T}} - 1) \\ i_{D2} &= \frac{dq_D}{dt} \end{aligned} \quad (6.31)$$

El corrent que circula per la font dependent es pot aproximar si suposem vàlid el model exponencial del díode i que hi ha petit senyal, és a dir, que $\Delta V_D \leq V_T$. Aleshores l'exponencial de l'equació del díode es pot aproximar pels dos primers termes del seu desenvolupament en sèrie de Taylor. A partir de 6.31

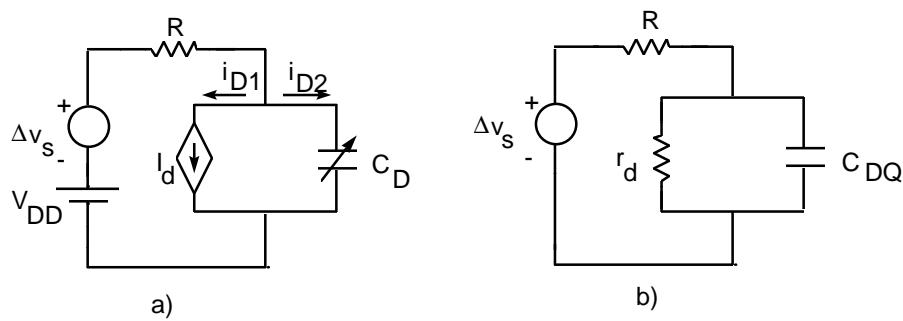


Figura 6.41 a) Circuit dinàmic en gran senyal. b) Circuit incremental de petit senyal

$$\begin{aligned}
 e^{\frac{\Delta v_D}{V_T}} &\equiv (1 + \frac{\Delta v_D}{V_T}) \\
 i_{D1} &\equiv I_s(e^{\frac{V_{DQ}}{V_T}} - 1) + \frac{I_s \cdot e^{\frac{V_{DQ}}{V_T}}}{V_T} \cdot \Delta v_D \\
 i_{D1} &\equiv I_{DQ} + \frac{\Delta v_D}{r_d}
 \end{aligned} \tag{6.32}$$

El corrent que circula pel condensador C_D es calcula derivant la càrrega q_D lliurada al mateix. Si a més se suposa que v_d és molt petita

$$\begin{aligned}
 i_{D2} &= \frac{dq_D}{dt} = \frac{dq_D}{dv_D} \frac{dv_D}{dt} \equiv \frac{dq_D}{dv_D} \frac{d\Delta v_D}{dt} = C_{DQ} \frac{d\Delta v_D}{dt} \\
 C_{DQ} &= C_D(V_{DQ})
 \end{aligned} \tag{6.33}$$

Així doncs, si sumem les dues contribucions

$$\begin{aligned}
 i_D &= I_{DQ} + \Delta i_D \\
 \Delta i_D &= \frac{\Delta v_D}{r_d} + C_{DQ} \frac{d\Delta v_D}{dt}
 \end{aligned} \tag{6.34}$$

Aquest darrera expressió mostra que el model del díode en petit senyal és compost per la resistència dinàmica r_d en paral·lel amb la capacitat C_{DQ} , calculades ambdues en el punt de treball V_{DQ} , tal com s'indica a la figura 6.41b.

Exemple 6.14

Calculeu el circuit equivalent de petit senyal d'un díode amb un punt de treball $I_{DQ} = 10$ mA. Els paràmetres dinàmics del díode són $\tau_t = 5$ ns, $C_{jo} = 10$ pF, $I_s = 10$ fA, $V_J = 0,9$ V i $M_J = 0,5$.

La resistència dinàmica és

$$r_d = \frac{25 \text{ mV}}{10 \text{ mA} + I_s} \cong \frac{25}{10} = 2,5 \Omega$$

La tensió de polarització és

$$V_{DQ} = V_T \ln \left[\frac{10 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-15}} \right] = 0,69 \text{ V}$$

I la capacitat

$$C_{DQ} = \tau_i \frac{I_s e^{V_{DQ}}}{V_T} + \frac{C_{jo}}{\sqrt{1 - \frac{0,69}{0,9}}}$$

$$C_{DQ} = \tau_i \frac{I_{DQ}}{V_T} + \frac{C_{jo}}{0,48}$$

$$C_{DQ} = 2 \text{ nF} + 20,7 \text{ pF} \cong 2 \text{ nF}$$

Exercici 6.14

La resistència dinàmica d'un diode és de $2,5 \text{ k}\Omega$. Quin és el valor del corrent de polarització?

Solució: $I_{DQ} = 10 \mu\text{A}$



Els dos elements del circuit equivalent del diode en petit senyal varien amb la polarització. En polarització inversa la resistència dinàmica pren un valor molt elevat, atès que $I_{DQ} = -I_s$. Per tant, el model incremental del diode es redueix a un condensador, amb un valor que és funció de la tensió de polarització inversa V_{DQ} . Quan el diode opera com un condensador dependent de la tensió aplicada s'anomena *varicap*.

6.7 Consideracions tèrmiques

La temperatura d'operació d'un diode no és sempre la mateixa. Depèn tant de la temperatura ambient com de la potència que dissipa el diode. Aquesta potència dissipada és una potència que el diode absorbeix dels generadors independents i la converteix en calor, que produeix un augment de la temperatura a l'interior del diode. En aquest apartat es presenten breument dues qüestions: com varien els paràmetres del diode en augmentar la temperatura i quina relació hi ha entre la temperatura del diode i la potència que dissipa.

6.7.1 Efectes de la temperatura sobre les característiques del diode

En augmentar la temperatura de treball del diode, la seva corba característica es desplaça a conseqüència de l'augment del corrent invers de saturació i de la tensió tèrmica. L'augment del corrent invers de saturació sol aproximar-se, per a diòdes de silici, per

$$I_s(T) = I_s(T_{nom}) e^{0,072(T-T_{nom})} \cong I_s(T_{nom}) 2^{(T-T_{nom})/10} \quad (6.35)$$

on T_{nom} és la temperatura nominal de funcionament del díode. L'expressió anterior posa de manifest que el valor de I_s es dobla per cada increment de 10 °C en la temperatura de treball del díode.

Si es manté el corrent constant, el model exponencial del díode mostra que

$$\frac{dv_D}{dT} = \frac{v_D}{T} - V_T \frac{dI_s/dT}{I_s} \quad (6.36)$$

Observeu que la derivada de v_D amb la temperatura no és constant. A la pràctica, però, sol aproximar-se per una constant negativa, de forma que

$$\frac{\Delta v_D}{\Delta T} \cong -k \quad (6.37)$$

on k , per als díodes de silici, es pren com 2 mV/°C. Aquesta disminució de la tensió en el díode per a un corrent constant provoca que la tensió llindar V_γ mostri la mateixa dependència que 6.37: disminueix 2 mV per a cada increment d'un grau centígradi.

La tensió de ruptura V_z també varia amb la temperatura. L'increment d'aquesta tensió ve donat per

$$\Delta V_z = \alpha V_z \Delta T \quad (6.38)$$

on el paràmetre α s'anomena coeficient de temperatura de la tensió de ruptura. Si V_z és menor que 6 V, aquest coeficient sol ser negatiu, mentre que per a valors superiors a 6 V és positiu.

6.7.2 Potència dissipada i augment de la temperatura

La potència que absorbeix un díode s'evacua en forma de calor i es produeix un augment en la temperatura de treball del díode. La relació entre la potència dissipada P_D la temperatura a l'interior del díode T_j i la temperatura ambient T_a sol modelar-se mitjançant l'equació següent

$$T_j = T_a + \theta_{ja} P_D \quad (6.39)$$

on θ_{ja} s'anomena *resistència tèrmica* entre el semiconductor i l'ambient.

Cada material semiconductor permet un valor màxim de T_j . Si es supera aquest valor, el dispositiu experimenta un deteriorament irreversible. Per al silici, el valor de T_{jmax} sol ser entre 150 °C i 200 °C. L'equació 6.39 estableix un valor màxim de la potència que pot dissipar un díode, amb una temperatura ambient determinada

$$P_{Dmax} = \frac{T_{jmax} - T_a}{\theta_{ja}} \quad (6.40)$$

El comportament tèrmic del díode obedeix al *circuit tèrmic* de la figura 6.42b. La resistència tèrmica ve donada com la suma de dos components: una resistència entre el semiconductor i l'encapsulat, θ_{jc} , i una altra entre l'encapsulat i l'ambient, θ_{ca} . La temperatura del semiconductor és $T_j = P_D \cdot \theta_{jc} + T_c$, mentre que la de l'encapsulat és $T_c = P_D \cdot \theta_{ca} + T_a$. La resistència θ_{ca} es pot disminuir amb un *dissipador de calor*, que consisteix en una peça de metall de gran superfície per facilitar l'evacuació de calor, la qual ha de ser unida tèrmicament al díode, però aïllada elèctricament d'ell.

La resistència tèrmica θ_{jc} sol proporcionar-la el fabricant del dispositiu a través d'una corba com la mostrada a la figura 6.42a. Per a temperatures de la càpsula inferiors a T_{co} , el díode pot dissipar tota la seva potència

nominal. A partir d'aquesta temperatura la potència que pot dissipar el diòde disminueix, fins que s'anula per a $T_c = T_{j\max}$. La resistència θ_{jc} és

$$\theta_{jc} = \frac{T_{j\max} - T_{co}}{P_{D(nom)}} \quad (6.41)$$

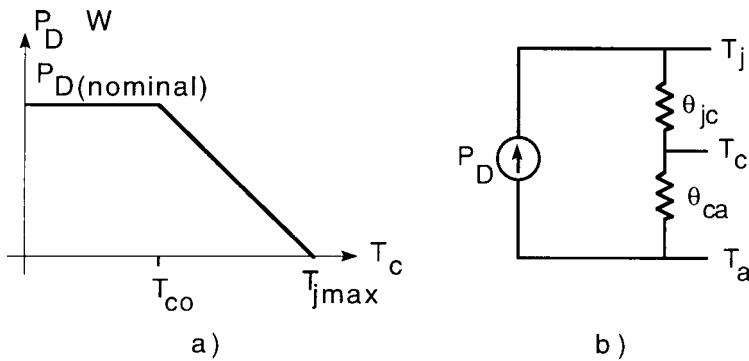


Figura 6.42 a) Potència dissipable en funció de la temperatura de l'encapsulat. b) Circuit tèrmic del dispositiu

Quan un diòde ha de dissipar una potència important, es determina en primer lloc la resistència tèrmica total mitjançant 6.39. S'escull un diòde que presenti una resistència tèrmica entre el semiconductor i la càpsula inferior al valor calculat i amb una potència nominal superior o igual a la que ha de dissipar el diòde. Finalment, es calcula la resistència tèrmica del dissipador restant a la resistència total la resistència tèrmica θ_{jc} del diòde escollit.

6.8 Anàlisi de circuits amb diòdes amb SPICE

L'objectiu d'aquest apartat és doble. D'una banda, es tracta de presentar la forma com SPICE modela el diòde, els paràmetres més importants d'aquest model i els seus valors per defecte. D'altra banda, familiaritzar el lector en la realització d'anàlisis de circuits amb diòdes amb PSPICE i en l'ús de la instrucció .DC. El lector que no disposi d'aquest programa, o que no estigui interessat en el seu ús en aquest moment, pot passar al capítol següent sense solució de continuïtat.

6.8.1 Model SPICE del diòde

SPICE modela el diòde de forma que permet una gran aproximació a les característiques mesurades en un diòde real. Aquest model permet diversos graus de simplificació de manera que es pot reduir al model exponencial descrit a l'inici del capítol.

La característica $I_d(v_D)$ d'un diòde real amb polarització directa és semblant a la corba mostrada a la figura 6.43b. Aquesta corba es desvia de la proporcionada pel model exponencial (figura 6.9b) en tres regions. Per a tensions directes de petit valor el corrent és més gran que el corrent que proporciona el model exponencial i presenta un pendent menor. Aquest fenomen sol modelar-se sumant al model exponencial una altra equació exponencial amb un factor d'idealitat de valor 2

$$I_{d1} = I_s (e^{v_d/V_T} - 1) + I_{sr} (e^{v_d/2V_T} - 1) \quad (6.42)$$

Per a corrents més grans que I_{kf} (vegeu la figura 6.43b) el corrent del díode és menor que el modelat pel díode exponencial i el seu pendent també és menor. Es diu que en aquesta regió el díode opera en alta injecció. Per modelar aquest fenomen, SPICE utilitza l'equació

$$I_d = \frac{I_{d1}}{\sqrt{1 + I_{d1}/I_{kf}}} \quad (6.43)$$

En aquesta equació, I_{d1} és el corrent proporcionat per l'equació 6.42. Per als valors de v_D per als quals I_{d1} és molt inferior a I_{kf} , el corrent I_d en 6.43 coincideix amb I_{d1} , ja que l'arrel quadrada del denominador tendeix a la unitat. Quan I_{d1} és molt més gran que I_{kf} , el terme unitat de l'arrel és neglijible i, en conseqüència, I_d és proporcional a l'arrel quadrada de I_{d1} . Com que per a aquests corrents I_{d1} donat per 6.42 és pràcticament $I_s e^{v_d/2V_T}$, resulta que I_d és proporcional a $e^{v_d/2V_T}$, de manera que s'obté un pendent que és la meitat del que presenta el corrent per a valors inferiors a I_{kf} .

El tercer marge de desviació entre el model exponencial i la característica 6.43b es dóna per a corrents molt elevats. Aquesta desviació és deguda als efectes de les resistències paràsits del díode. En SPICE es modela aquest fenomen amb una resistència sèrie R_s en el model del díode, tal com es mostra a la figura 6.43a. La tensió entre terminals del díode és, per tant,

$$v_D = v_d + i_d R_s \quad (6.44)$$

La característica del díode real en polarització inversa també es desvia del comportament modelat pel díode exponencial. Aquest model prediu, en polarització inversa, un corrent constant de valor $-I_s$, però en realitat el corrent sol incrementar en augmentar la tensió inversa. En SPICE, aquest fenomen es modela, en part, mitjançant la resistència en paral·lel G_{min} de la figura 6.10a. No obstant això, la desviació més important es dóna a la regió de ruptura, que no és inclosa en el model exponencial. En SPICE, aquesta regió s'aproxima en sumar al corrent en polarització inversa "sense ruptura", I_r , una o més exponencials en la forma

$$I_d = I_r - I_{bv} e^{\frac{-v_d - BV}{n_{bv} V_T}} \quad (6.45)$$

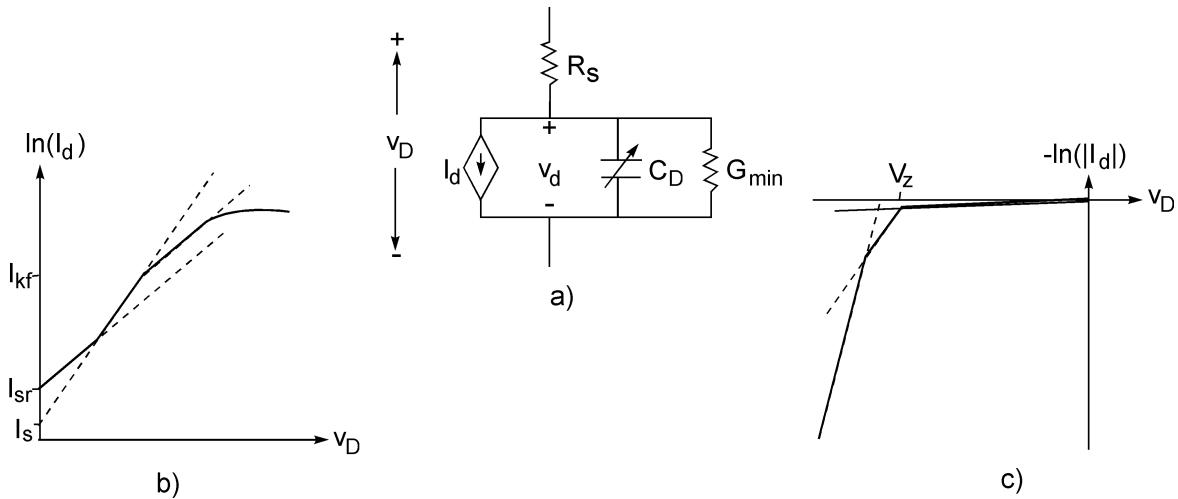


Figura 6.43 a) Model del díode utilitzat en el programa de simulació de circuits per ordinador PSPICE. b) Característica directa del model. c) Característica inversa

En aquesta expressió BV és una quantitat positiva igual al mòdul de V_z . Quan $v_d = -BV$ l'exponent de 6.45 és nul i el corrent proporcionat pel terme exponencial és $-I_{bv}$, que es suma a I_r . Quan v_d és molt més negativa que $-BV$ l'exponent de 6.45 és positiu i gran de manera que dóna un valor negatiu i gran a I_d . El factor d'idealitat de l'exponent d'aquesta expressió pot ser ajustat per aproximar millor la característica real. La capacitat C_D del diòde és modelada per les equacions presentades a l'apartat 6.4.

El model SPICE també permet considerar la dependència amb la temperatura dels diversos paràmetres que modelen el seu comportament. Així mateix, pren en consideració efectes supplementaris que no s'han descrit en aquesta breu presentació. Si l'usuari no especifica el valor d'un paràmetre, SPICE pren uns valors per defecte. A la taula 6.1 es dóna un resum dels paràmetres principals del model del diòde i els seus valors per defecte. El paràmetre G_{min} es pot ajustar al valor que es vulgui, sempre que no sigui zero, ja que el mètode de càlcul que utilitza el programa per resoldre el circuit exigeix que tingui un valor més gran que zero. Per completar la informació presentada en aquest text, el lector ha de consultar el manual de la versió del programa SPICE de què disposi. Observeu que si no s'especifica cap paràmetre en el model del diòde, el programa utilitza el del "diòde per defecte", és a dir, el model exponencial del diòde amb $I_s = 10^{-14}A$.

<i>Paràmetre</i>	<i>Valor per defecte</i>
I_s	$10^{-14} A$
I_{sr}	0
I_{kf}	∞
R_s	0
BV	∞
I_{BV}	$10^{-10} A$
n_{bv}	1
TT	0
$CJ0$	0
VJ	1V
M	0,5

Taula 6.1 Paràmetres del model SPICE i valors per defecte

6.8.2 Exemples d'anàlisi de circuits amb diòdes amb SPICE

A continuació es presenten uns exemples sobre la influència dels paràmetres del model del diòde sobre el seu comportament i sobre l'ús de la instrucció .DC

Exemple 6.15

Obtingueu amb SPICE la característica $i_d(v_d)$ del diòde en polarització directa amb els paràmetres següents:

- a) D1: Els paràmetres del diòde per defecte
- b) D2: $I_{sr} = 10 \text{ pA}$; $I_{kf} = 1 \text{ mA}$ i la resta per defecte
- c) D3: $I_{sr} = 10 \text{ pA}$; $I_{kf} = 1 \text{ mA}$; $R_s = 0,1 \Omega$

El programa per simular aquests tres diòdes és el següent:

ANÀLISI MODEL DÍODE EN SPICE

```

VDD 1 0 DC 0.5
D1 1 0 diode1
D2 1 0 diode2
D3 1 0 diode3
.model diode1 d
.model diode2 d(Isr=10p Ikf=1m)
.model diode3 d(Isr=10p Ikf=1m Rs=0.1)
.DC lin VDD 0.1 1.5 0.01
.Probe
.End

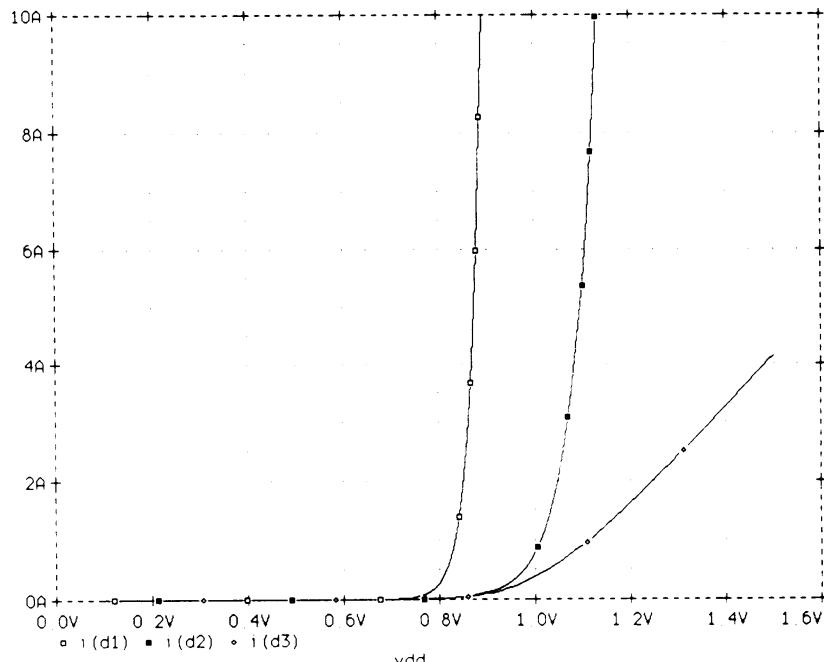
```

El circuit que descriu aquest programa conté quatre elements: una font de tensió contínua entre el nus 1 i la massa; un díode D1 entre el nus 1 i la massa, amb valors dels paràmetres per defecte; un altre díode D2 entre el nus 1 i la massa amb els paràmetres del cas b i un tercer díode D3 entre els mateixos nusos i amb els paràmetres del cas c. Els resultats que proporciona SPICE es mostren a la figura 6.44a a escala lineal, i a la figura 6.44b a escala logarítmica.

Exercici 6.15

Ajusteu els valors de I_s , I_{sr} , I_{kf} i R_s d'un díode de manera que la característica corrent-tensió en directa passi pels punts següents: (200 mV; 4,9 μ A); (450 mV; 2,4 mA); (700 mV; 1,16 A); (1,05 V; 51 A).

Solució: $I_s = 70 \text{ pA}$; $I_{sr} = 115 \text{ nA}$; $I_{kf} = 35 \text{ mA}$; $R_s = 3 \text{ m}\Omega$



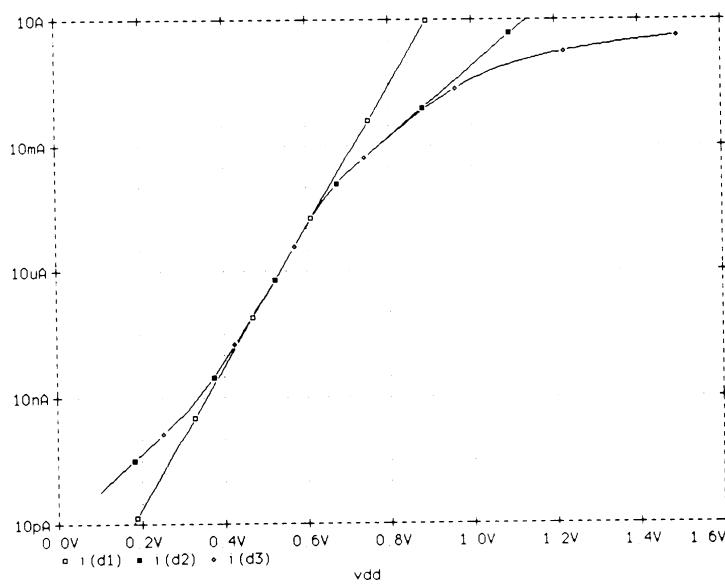


Figura 6.44 a) Característica i-v a escala lineal. b) Característica i-v a escala logarítmica

Exemple 6.16

Analitzeu amb SPICE els transitoris de commutació d'un diòde (circuit de la figura 6.37) amb $V_F=V_R=10$ V, $R=1\text{ k}\Omega$ i discutiu la influència dels paràmetres TT i CJO en els transitoris del corrent. Preneu $I_s=10^{-14}$ A.

A la figura 6.45 es presenten els resultats relatius al transitori del corrent per a tres casos:

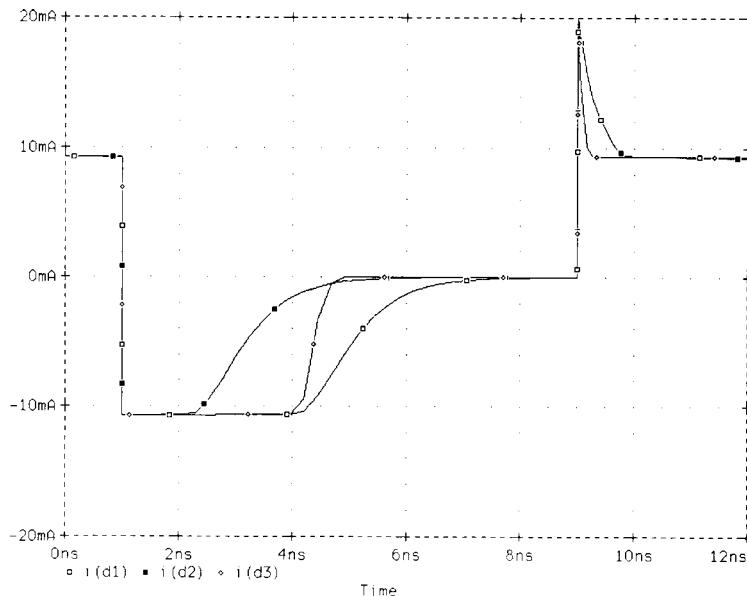


Figura 6.45 Transitoris del corrent del diòde obtinguts amb PSPICE

- Díode 1: $TT = 5 \text{ ns}$ $CJO = 2 \text{ pF}$
 Díode 2: $TT = 2 \text{ ns}$ $CJO = 2 \text{ pF}$
 Díode 3: $TT = 5 \text{ ns}$ $CJO = 0,5 \text{ pF}$

Observeu que la durada de la fase t_s és determinada pel paràmetre TT , mentre que la durada de les fases t_r i t_f ho és per CJO . Si s'inspeccionen les equacions de SPICE que modelen a C_D , aquest resultat és lògic. En polarització directa la capacitat és

$$C_D \equiv C_s = TT \frac{I_s e^{v_d/V_T}}{V_T}$$

que en directa i per a $TT = 5 \text{ ns}$ pren un valor numèric proper a 5 nF ($v_d=0,71 \text{ V}$). La constant de temps inicial és, per tant, de l'ordre $5 \cdot 10^{-6} \text{ s}$ (moltíssim més gran que la durada de l'impuls simulat. Per això, v_D quasi no varia). En polarització inversa la capacitat C_s és negligible i domina C_j

$$C_D \equiv C_j = CJO(1 - v_d/V_T)^{-0.5}$$

que per a $CJO = 2 \text{ pF}$ pren un valor proper a $0,1 \text{ pF}$. La constant de temps és de l'ordre de $0,1 \text{ ns}$, això implica un canvi ràpid de la tensió en borns del díode.

Exercici 6.16

Determineu el valor de TT en el model SPICE del díode per tal que t_s sigui $0,5 \text{ ns}$. Supposeu la resta de dades com les de l'exemple 6.15, i preneu $CJ0 = 0,5 \text{ pF}$.

Solució $TT = 0,9 \text{ ns}$

Exemple 6.17

Analitzeu amb SPICE el circuit de la figura 6.46 i tingueu en compte que el generador v_i proporciona un senyal d'amplitud molt petita. Discutiu el comportament del circuit quan V_{cc} val 5 V i quan el seu valor és -5 V .

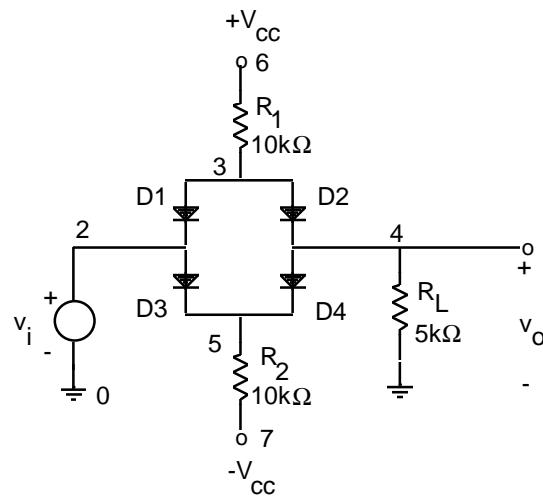


Figura 6.46 Circuit commutador amb díodes de l'exemple 6.17

El fitxer d'entrada per a aquest circuit és el que s'indica a continuació, amb la numeració de nusos indicada a la figura 6.46, on s'ha suposat que V_{CC} val 5 V.

CIRCUIT COMMUTADOR A DÍODES

```

R1 6 3 10K
R2 7 5 10K
RL 4 0 5K
VCC 6 0 DC 5
VSS 7 0 DC -5
D1 3 2 DJ
D2 3 4 DJ
D3 2 5 DJ
D4 4 5 DJ
.MODEL DJ D
VI 2 0 PULSE(-5 5 0 1 1 2 6)
.TRAN .05 10 0 0
.PROBE
.END

```

Els resultats obtinguts amb SPICE es donen a la figura 6.47. Observeu que el senyal d'entrada és constituït per uns polsos que varien entre +5 V i -5 V, amb flancs de pujada i baixada lineals. El senyal de sortida v_o coincideix amb el d'entrada quan aquest és una tensió propera a 0 V, i queda fixat a un valor proper a 1,5 V quan l'entrada supera aquest valor.

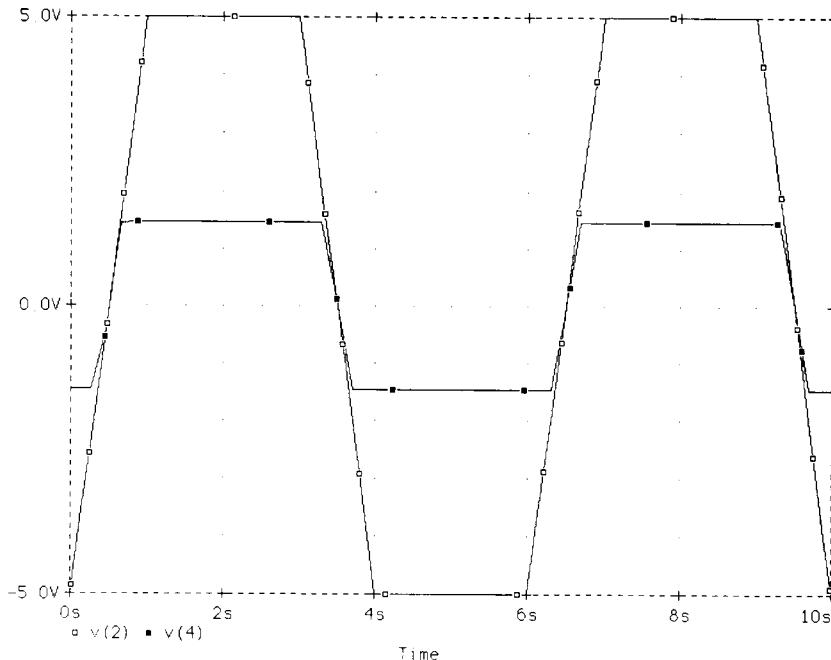


Figura 6.47 Formes d'ona generades per SPICE per al circuit de la figura 6.20

Si es repeteix l'anàlisi anterior per a $V_{cc} = -5$ V, s'obté una tensió de sortida sempre nul·la. El lector pot verificar que en aquest cas els diòdes són polaritzats en inversa i, per tant, equivalen a circuits oberts.

Aquest circuit s'utilitza com a commutador analògic controlat per la tensió V_{cc} . El generador d'entrada v_i proporciona un senyal d'amplitud molt petita. Quan V_{cc} val 5 V, la tensió de sortida és pràcticament igual a la d'entrada. Quan V_{cc} val -5 V, la sortida és desconectada de l'entrada i el seu valor és nul.

Exercici 6.17

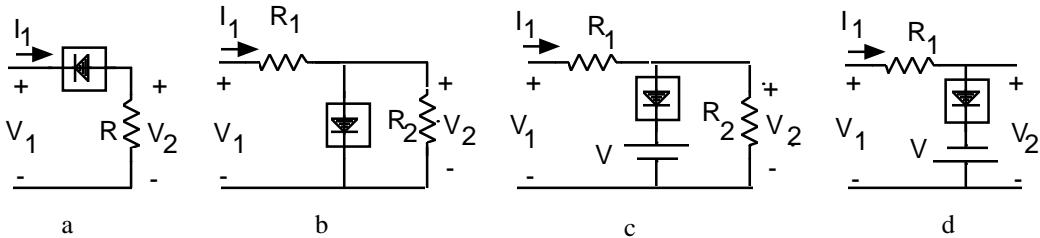
Analitzeu amb SPICE el circuit conformador d'un senyal sinusoïdal a partir d'un de triangular (figura 6.33) i reproduïu el resultat mostrat a la figura 6.34.

Qüestions

- C6.1** Per quines raons no és possible utilitzar sempre un mateix model de díode en l'anàlisi de circuits?
- C6.2** Definiu per a un díode d'unió els conceptes següents: *a)* Tensió llindar. *b)* Tensió tèrmica. *c)* Tensió de ruptura. *d)* Tensió de treball. Indiqueu sobre la característica del díode, quan sigui necessari, els paràmetres anteriors.
- C6.3** Definiu per a un díode d'unió els conceptes següents: *a)* Resistència directa, R_s . *b)* Resistència dinàmica, r_d . *c)* Resistència zener, R_z . Indiqueu sobre la característica del díode, quan sigui necessari, els paràmetres anteriors.
- C6.4** Indiqueu el valor dels paràmetres que determinen la tensió tèrmica.
- C6.5** El corrent que circula per un díode real ve aproximat per l'expressió següent:
- $$I_D = I_S (e^{V_S/Nt} - 1)$$
- Si la temperatura augmenta, quin efecte té sobre el corrent que circula pel díode?
- C6.6** Quin efecte té la potència dissipada pel díode sobre la variació dels seus paràmetres?
- C6.7** Quina diferència important hi ha entre el funcionament d'un díode normal i el funcionament d'un díode zener?
- C6.8** Dibuixeu la característica I_z-V_z d'un díode zener amb els sentits de corrent i tensió indicats a la figura 6.36. Amb les tensions i corrents definits a la figura, quin gràfic correspon a la característica I-V del díode?
- C6.9** Enumereu els avantatges d'utilitzar un estabilitzador a l'etapa final d'una font d'alimentació.
- C6.10** Quines restriccions té l'ús de díodes per aproximar una funció per trams lineals?
- C6.11** Dibuixeu els models circuitals següents del díode: *a)* Model exponencial complet. *b)* Model en petit senyal. *c)* Model a baixa freqüència.
- C6.12** Quina utilitat podria tenir en un circuit la capacitat C_D associada al díode?
- C6.13** Raoneu quina és la forma d'ona de sortida del rectificador de mitja ona quan la capacitat C_D associada al díode no és negligible.
- C6.14** Expliqueu el concepte de circuit incremental. Quin és el model incremental del díode? És independent del punt de treball?
- C6.15** Justifiqueu, a partir del model en petit senyal del díode, per què no pot actuar com a rectificador.

Problemes

P6.1 Per als circuits següents, es demana: a) Trobeu els valors de V_1 per als quals els díodes commuten de *On* a *Off*. b) Dibuixeu les característiques $V_2 - V_1$. c) Dibuixeu les característiques $I_1 - V_1$



P6.2 Dibuixeu sobre un paper mil·limetrat a escala lineal, les característiques $I_d - V_d$ de dos díodes a $T=300$ K, amb $I_s = 1$ nA i $I_s = 0,1$ fA. (Preneu com a escala 1V i 10 nA.)

P6.3 Trobeu el punt de treball (i_{DQ} v_{DQ}) del díode del circuit de la figura a partir de l'equació transcendent que resulta d'emprar el model exponencial del díode amb $I_s = 10$ fA. (Preneu $V_T = 25$ mV.)

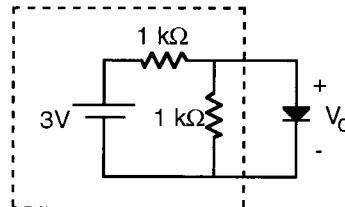


Figura P6.3

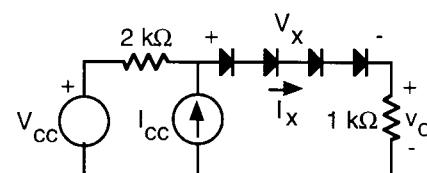


Figura P6.8

P6.4 Aproximeu la corba del problema P6.2 ($I_s = 0,1$ fA) per trams lineals i trobeu els paràmetres característics del díode (R_s i V_γ). Preneu com escala de corrents 1 μ A. Quin és el valor de V_γ ? Si preneu com a escala de corrents 1A, quin és ara el valor de V_γ ?

P6.5 Representeu gràficament la característica I-V d'un díode amb un model circuital per conducció directa constituït per un díode ideal en sèrie amb una resistència de $0,5 \Omega$ i en sèrie amb una font de tensió constant de 0,6 V.

P6.6 a) Trobeu gràficament el corrent I_D i la tensió V_D en un circuit format per una font constant de 3 V en sèrie amb una resistència de 2Ω i en sèrie amb un díode amb les característiques del díode del problema anterior. b) Repetiu l'anàlisi anterior de forma numèrica però amb el model de trams lineals del díode.

P6.7 Per al circuit del problema P6.3, obtingueu gràficament i analítica $V_o(t)$ en resposta a $V_i(t)$, on $V_i(t)$ és un senyal quadrat de 20 V d'amplitud. Utilizeu per al díode el model de trams lineals amb $R_s = 0 \Omega$, $V_\gamma = 0,7$ V, $V_z = -5$ V i $R_z = 500 \Omega$.

P6.8 Trobeu gràficament el punt de treball (i_x , v_x) del circuit de la figura P6.8 si sabeu que el díode segueix el model exponencial amb $I_s=10^{-7}$ A. Suposeu tots els díodes iguals. Dades: $V_{cc} = 10$ V, $I_{cc} = 5$ mA

- P6.9** Repetiu el càlcul del problema 6.3 substituint els elements tancats en el quadre pel seu equivalent Thévenin. Justifiqueu per què es pot utilitzar l'equivalent Thévenin en un circuit que conté un element no lineal com un díode. Dades: $R_s = 5 \Omega$, $V_\gamma = 0,6 \text{ V}$.
- P6.10** Per al circuit de la figura P6.10 calculeu el marge de tensions d'entrada perquè el díode estigui a la regió directa, a la regió de tall i a la regió zener, en funció de V_γ i V_z . Dades: $R_2 = 2R_1 = 2R_c$

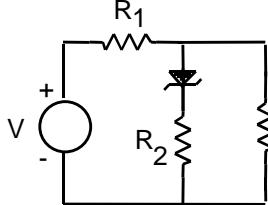


Figura P6.10

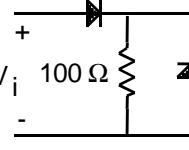


Figura P6.11

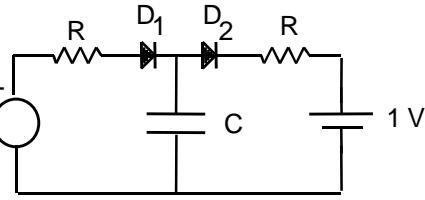


Figura P6.15

- P6.11** Sigui el circuit de la figura P6.11, on els díodes es poden representar segons el model de trams lineals amb $V_\gamma = 0,6 \text{ V}$, $V_z = -4 \text{ V}$, $R_z = 10 \Omega$ i $R_s = 1 \Omega$. Es demana: a) Determineu les condicions perquè els díodes estiguin en directa, en tall i en ruptura. b) Dibuixeu el gràfic V_o - V_i . c) Dibuixeu l'ona de sortida quan el senyal d'entrada és una ona triangular de 10 V de pic.
- P6.12** En el rectificador de doble ona de la figura 6.19b, dibuixeu la forma d'ona a la càrrega R_L , amb $v_g = 10\sin(\omega t)$, $V_\gamma = 0,7 \text{ V}$, $R_s = 5 \Omega$ i $R_L = 1 \text{ k}\Omega$.
- P6.13** Donat el circuit de la figura P6.13: a) Descriuïu-ne el funcionament. b) Si per als díodes es pren $V_\gamma = 0,7 \text{ V}$ i $R_s = 5 \Omega$, dibuixeu la forma d'ona de la tensió de sortida del circuit V_o per a una entrada $V_i = V_p \sin(\omega t)$.

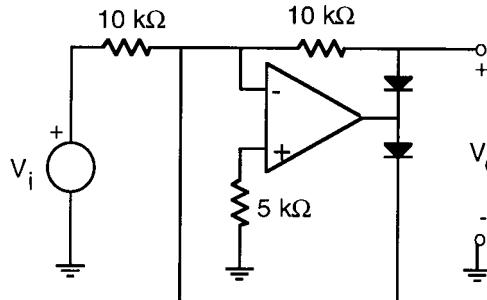


Figura P6.13

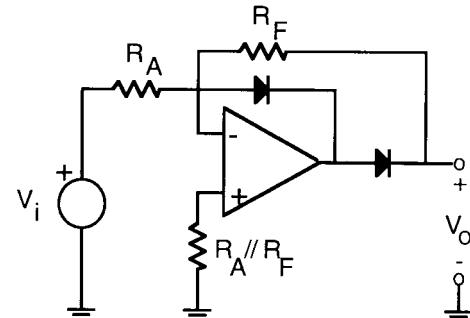


Figura P6.14

- P6.14** El circuit de la figura P6.14 és un rectificador de precisió. Descriuïu-ne el funcionament i dibuixeu la forma d'ona de la tensió de sortida. Suposeu que l'entrada és una sinusoida.
- P6.15** El circuit de la figura P6.15 és excitat per un senyal V_i constituït per un pols de 2 V d'amplitud i 1 ms de durada. Aquest pols es repeteix cada 2 ms (el període del senyal és $T = 2 \text{ ms}$). Es demana: a) Calculeu la tensió en el condensador per a $t = 1 \text{ ms}$. b) Trobeu $V_c(t)$ i representeu-la gràficament. c) Si el període de repetició del tren de polsos és ara de 10 ms, calculeu $V_c(t)$ i representeu-la gràficament. Dades: $R = 1 \text{ k}\Omega$, $C = 1 \mu\text{F}$, $V_c(t=0^-) = 0 \text{ V}$. Suposeu díodes ideals.

- P6.16** En el circuit rectificador de la figura P6.16 es demana: *a)* Determineu l'expressió matemàtica del senyal de sortida V_o . *b)* Dibuixeu la forma d'ona del senyal de sortida. *c)* Dibuixeu el senyal de sortida que s'obtindria si la resistència R no hi fos. *d)* Repetiu l'apartat *b* per a una freqüència del senyal d'entrada d'1 kHz. Supposeu el díode ideal i que el senyal d'entrada és una ona quadrada d'amplitud A (valors A i -A) i freqüència 5 Hz. Dades: $L = 50 \text{ mH}$, $R = R_c = 10 \Omega$.

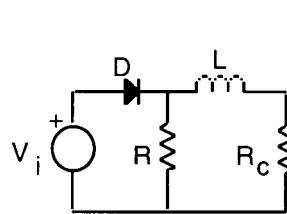


Figura P6.16

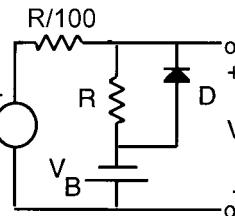


Figura P6.21

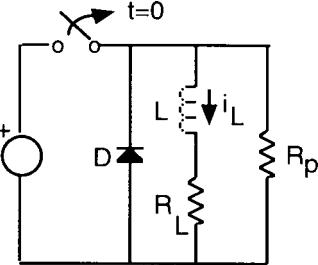


Figura P6.25

- P6.17** En el circuit rectificador de mitja ona amb filtre de condensador supposeu $V_i = 10 \sin(\omega t)$, amb $f = 50 \text{ Hz}$, el díode ideal i la resistència de càrrega R_L de 100Ω . Es demana: *a)* Quin ha de ser el valor de C perquè l'arrissat sigui de 0,5 V? *b)* Estimeu el temps de conducció del díode. *c)* Estimeu la càrrega que ha cedit el condensador a R_L durant el temps en què el díode s'ha mantingut tallat. *d)* Quin serà el corrent pel díode durant la recàrrega del condensador si aquest corrent és constant durant el temps de conducció del díode?
- P6.18** El regulador zener de la figura 6.36 utilitza un díode zener de $V_z = -20 \text{ V}$ per mantenir 20 V constants a través de la resistència de càrrega R_L . Si la tensió d'entrada varia de 32 V a 43 V i el corrent a la càrrega de 200 mA a 600 mA , determineu el valor de R_S per mantenir la tensió constant a través de la càrrega. Determineu el marge de potència per a la resistència i per al díode zener. Supposeu $R_z = 0$.
- P6.19** Es vol fer un estabilitzador com el de la figura 6.36 amb un díode zener de $V_z = 5 \text{ V}$ i R_z nul·la. La tensió d'entrada varia entre 10 V i 20 V . *a)* Si no es connecta la resistència R_L , trobeu el valor mínim de R_S perquè la potència en el díode no excedeixi els 250 mW . *b)* Si es connecta una resistència R_L amb un valor que varia entre 600Ω i 1.200Ω , determineu el valor de R_S que minimitza la potència dissipada en el díode sense perjudicar el funcionament del regulador.
- P6.20** Es vol dissenyar un detector d'envolupant per desmodular un senyal sinusoïdal modulat en amplitud de les característiques següents: Freqüència del portador: 2 MHz ; freqüència del senyal modulador: 15 kHz ; índex de modulació: 15% . Dibuixeu el circuit detector i indiqueu el valor dels components emprats. Nota: Es defineix l'índex de modulació com A_m/V_{im} . Dada: $V_{im} = 1 \text{ V}$.
- P6.21** En el circuit de la figura P6.21 $V_i = A \cdot \sin \omega t$, indiqueu la forma de $V_o(t)$, per $A < V_B$ i per $A > V_B$.
- P6.22** En el circuit de la figura 6.20a, amb $R = 500 \Omega$, $V_{B1} = 1 \text{ V}$, $V_{B2} = 6 \text{ V}$, s'afegeix una resistència de $0,25 \Omega$ en sèrie amb D1 i una altra de 100Ω en sèrie amb D2. Se suposen D1 i D2 ideals. Es demana: *a)* Trobeu els valors de $V_i(t)$ per als quals els díodes D1 i D2 commuten de off a on. *b)* Si $V_i(t) = 25 \sin(\omega t)$, dibuixeu $V_o(t)$. *c)* Les dues branques que contenen D1 i D2 corresponen al model d'un díode per trams lineals. Dibuixeu la característica i-v d'aquest díode i obtingueu R_s , R_z , $V_{\gamma i}$, V_z .
- P6.23** Dissenyeu un circuit fixador de nivell que sumi 5 V a un senyal sinusoïdal de 5 V d'amplitud. Supposeu $V_\gamma = 0,7 \text{ V}$, $C = 0,1 \mu\text{F}$ i $f = 5 \text{ kHz}$.

- P6.24** Es vol dissenyar un circuit en què la tensió de sortida V_o sigui aproximadament l'arrel quadrada de la tensió d'entrada V_i . Per a això s'utilitza el circuit de la figura 6.30, amb $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, $V_a = 1 \text{ V}$ i $V_b = 2 \text{ V}$. Es vol que la característica de transferència $V_o(V_i)$ passi pels punts (1,1), (4,2) i (9,3). Suposeu els diòdols ideals.
- P6.25** La figura P6.25 representa un circuit de protecció per a la desconexió d'un inductor. *a)* Determineu l'energia acumulada en l'inductor per a $t < 0$. *b)* Trobeu i representeu gràficament $i_L(t)$ per a $t > 0$. *c)* Trobeu i representeu gràficament la potència dissipada en R_L , R_P i D al llarg del temps. *d)* Comproveu que l'energia total dissipada coincideix amb l'energia total acumulada en l'inductor a $t < 0$. Dades: $V_a = 10 \text{ V}$, $R_L = 100 \Omega$, $R_P = 10 \text{ k}\Omega$, $L = 1 \text{ mH}$, $V_\gamma = 0,7 \text{ V}$
- P6.26** Al circuit de la figura P6.26, obtingueu $V_o(t)$ per a $V_i(t) = V_p \sin(\omega t)$ i representeu-la gràficament. Dades: $V_p = 7 \text{ V}$, $R_2 = 2R_1$, D = diòde ideal, $V_{cc} = 10 \text{ V}$.

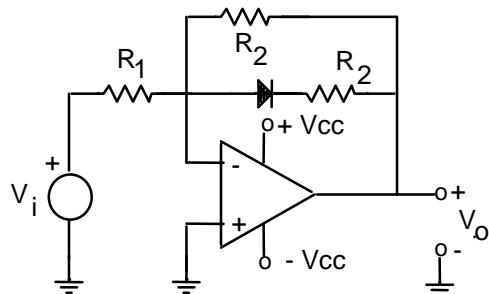


Figura P6.26

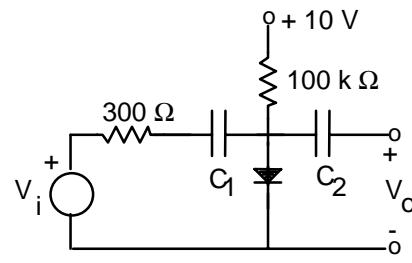


Figura P6.27

- P6.27** Suposeu que a causa de la baixa freqüència de $V_i(t)$, els efectes capacitius del diòde són negligibles per calcular $V_o(t)$. Suposeu C_1 i C_2 curtcircuits per a la freqüència del senyal $V_i(t)$. Dades: $V_\gamma = 0.7 \text{ V}$, $V_T = 25 \text{ mV}$
- P6.28** En el circuit de la figura el diòde és polaritzat inversament i equival en petit senyal a un condensador. L'associació de L i C en paral·lel constitueix un "circuit ressonant" a la freqüència $1 / 2\pi\sqrt{LC}$. Es demana indicar el marge de freqüències de ressonància del circuit en variar el potenciòmetre entre els seus dos extrems. Dades: $C_{jo} = 2 \text{ pF}$, $m = 0,5$, $V_j = 1 \text{ V}$, $C_2 = 1 \mu\text{F}$, $L = 10 \text{ mH}$

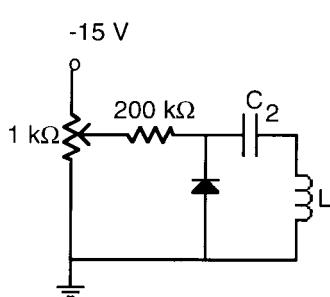


Figura P6.28

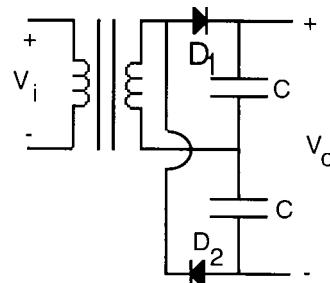


Figura P6.32

- P6.29** La forma que pren el senyal del transitori de commutació de conducció a tall (vegeu la figura 6.37b) es deu a la dependència de la capacitat associada al díode C_D , amb la tensió aplicada als seus terminals V_D . Aquesta dependència provoca que C_D prengui valors relativament elevats quan V_D és positiva i petits quan V_D és negativa. Per estimar els valors que pren C_D , se suposarà que a l'interval $0 - t_s$ pren un valor constant C_{D1} i durant t_r un altre valor constant C_{D2} . Es demana: *a)* Estimeu els valors de C_{D1} i C_{D2} . *b)* Representeu gràficament $C_s(V_D)$ i $C_j(V_D)$ suposant $t_s = 5$ ns, $C_{j0} = 2$ pF i $I_s = 10^{-14}$ A. Supposeu $V_D(0) = 0,7$ V i $V_j = 1$ V. *c)* Compareu els resultats de l'apartat *a)* amb els de l'apartat *b)*. Quin ha de ser el valor de $V_D(t_s)$?
- P6.30** Un díode de silici pot treballar a una potència màxima de 2 W en ambients amb una temperatura de 20 °C, però en aquestes condicions la part exterior del díode s'escalfa fins a 100 °C. Volem augmentar la potència màxima del díode fins a 3 W i fer que la temperatura de la part externa no excedeixi 40 °C. Per a això s'utilitza el radiador adequat. *a)* Calculeu la resistència tèrmica del díode des de la unió a l'ambient. *b)* Calculeu la resistència tèrmica del radiador que cal emprar.
- P6.31** Un díode semiconductor associat a un radiador amb una resistència tèrmica de 2 °C/W ha de treballar a 50 °C de temperatura ambient. Les seves característiques de dissipació són: potència total: 40 W; resistència tèrmica unió-fons de càpsula: 1 °C/W; resistència tèrmica fons de càpsula-radiador: 0,5 °C/W. Calculeu: *a)* Temperatura de la unió (T_j). *b)* Temperatura del fons de càpsula (T_{fc}). *c)* Temperatura del radiador (T_r). *d)* Superfície del radiador (suposeu-lo pla i horitzontal i amb un coeficient d'expansió tèrmica de 2 mW/cm² °C). Nota: La superfície del radiador es calcula amb l'expressió

$$S = \frac{1}{\sigma R_{ra}}$$

on R_{ra} és la resistència tèrmica entre el radiador i l'ambient i σ és el coeficient d'expansió tèrmica.

- P6.32** Supposeu que V_i és una tensió sinusoïdal d'amplitud A i indiqueu quin és aproximadament el valor de V_o en el circuit de la figura P6.32.

Capítol 7 El transistor bipolar

El transistor bipolar d'unions, conegut també per BJT (sigles de la seva denominació anglesa *Bipolar Junction Transistor*) és un dispositiu de tres terminals anomenats emissor, base i col·lector. La propietat més destacada d'aquest dispositiu és que aproxima una font dependent de corrent: dins uns marges determinats, el corrent en el terminal de col·lector és controlat pel corrent en el terminal de base. La majoria de funcions electròniques es fan amb circuits que empren transistors, siguin bipolars o d'efecte de camp, els quals s'estudien al capítol següent. Ambdós transistors són, doncs, els dispositius bàsics de l'electrònica moderna. En aquest capítol es presenta el comportament del transistor bipolar en contínua i en règim dinàmic i també la seva utilització com a interruptor i com a amplificador de senyals de petita amplitud.

7.1 El transistor bipolar. Conceptes bàsics

L'estructura física d'un transistor bipolar consta de dues unions PN disposades una a continuació de l'altra. Entre els terminals emissor i base hi ha una unió PN, anomenada unió emissora, i entre els de base i col·lector una altra unió PN, anomenada unió col·lectora.

Hi ha dos tipus de transistors bipolars: el NPN i el PNP. Aquests noms procedeixen de la descripció de la seva estructura física. En el transistor NPN, l'emissor és un semiconductor tipus N, la base és tipus P i el col·lector és tipus N. L'estructura física del transistor PNP és igual a l'anterior si canviem les regions P per regions N, i les N per P. A la figura 7.1 es representen aquests tipus de transistors i els seus símbols respectius. Observeu que en els símbols dels transistors el terminal emissor es distingeix del col·lector perquè inclou una fletxa. Aquesta fletxa va sempre en el sentit de P a N. Per això és sortint en el NPN i entrant en el PNP. Encara que en aquesta figura, per simplicitat, es representa una estructura simètrica, l'estructura real no ho és: els terminals emissor i col·lector no són intercanviables.

En una primera aproximació, el transistor bipolar es pot modelar pel circuit representat a la figura 7.2. El corrent de col·lector ve fixat per una font dependent de corrent, amb un valor que és controlat pel corrent de

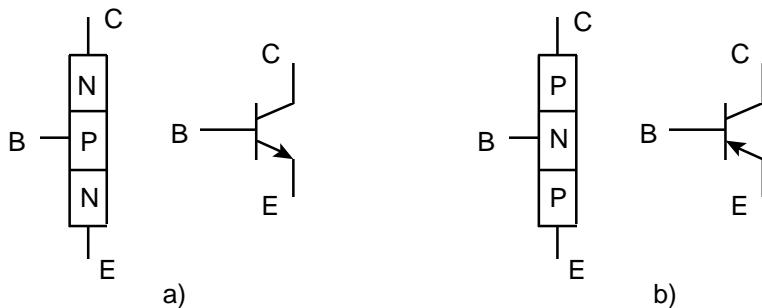


Figura 7.1 Tipus i símbols de transistors bipolars. a) Transistor NPN. b) Transistor PNP

base. Aquest model només s'aproxima al transistor real quan el sentit del corrent de base és l'indicat a la figura i la tensió entre els terminals col·lector i emissor és positiva per al NPN i negativa per al PNP. Observeu que el corrent emissor és sortint per al NPN i entrant per al PNP, tal com suggeren els seus símbols. En ambdós transistors, els corrents de base i col·lector se sumen per formar el corrent emissor (els dos són entrants per al NPN i sortints per al PNP). Aquest model, molt simplificat, es podria anomenar, per simetria amb el diòde, "transistor idealitzat".

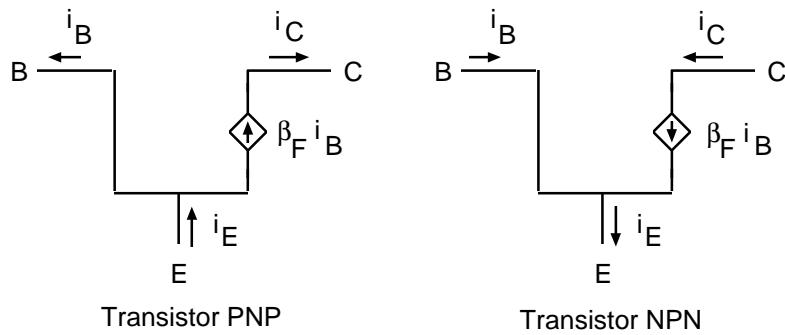


Figura 7.2 Comportament idealitzat del transistor bipolar

Exemple 7.1

Calculeu els corrents d'emissor, de base i de col·lector en el circuit de la figura 7.3, si suposem que el transistor es comporta segons el model idealitzat de la figura 7.2. Preneu $V_{BB} = V_{CC} = 10$ V; $R_B = 100$ k Ω ; $R_C = 500$ Ω ; $\beta_F = 100$.

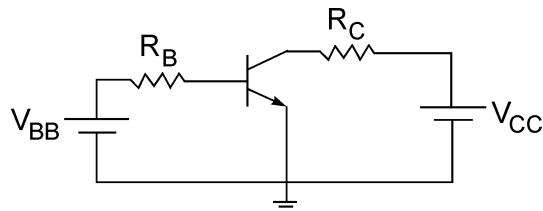


Figura 7.3 Circuit de l'exemple 7.1

El circuit conté un transistor NPN. El corrent de base és entrant i el seu valor és

$$i_B = \frac{V_{BB}}{R_B} = 0,1 \text{ mA}$$

El corrent de col·lector també és entrant i el seu valor és

$$i_C = \beta_F i_B = 10 \text{ mA}$$

El model idealitzat és vàlid ja que el corrent de base és entrant i V_{CE} és positiva

$$V_{CE} = V_{CC} - i_C R_C = 10 - 5 = 5 \text{ V}$$

Exercici 7.1

Si V_{CE} val 2,5 V en el circuit de la figura 7.3. Quin és el valor de β_F , si les fonts i resistències tenen el mateix valor que a l'exemple 7.1?

Solució: $\beta_F = 150$



Un model del transistor bipolar més aproximat a la realitat és el representat a la figura 7.4. La justificació física d'aquest model es porta a terme al capítol 10. Com es pot observar, aquest model, per al transistor NPN, conté un diòde entre base i emissor pel qual circula un corrent I_{be} , un altre diòde entre base i col·lector, pel qual circula un corrent I_{bc} , una font dependent de valor ($\beta_F I_{be} - \beta_R I_{bc}$) i dos condensadors C_e i C_c . Les constants β_F i β_R són específiques de cada transistor i s'anomenen guany de corrent en emissor comú, en funcionament directe i invers, respectivament. Observeu que els sentits dels diòdes i dels corrents en el transistor PNP són contraris als del transistor NPN. Les expressions dels corrents I_{be} i I_{bc} vénen donades per

$$\begin{aligned} \text{TransistorNPN} \quad I_{be} &= I_{se}(e^{v_{BE}/V_T} - 1) \\ I_{bc} &= I_{sc}(e^{v_{BC}/V_T} - 1) \end{aligned} \tag{7.1}$$

$$\begin{aligned} \text{TransistorPNP} \quad I_{eb} &= I_{se}(e^{v_{EB}/V_T} - 1) \\ I_{cb} &= I_{sc}(e^{v_{CB}/V_T} - 1) \end{aligned}$$

Observeu que les tensions de polarització d'aquests diòdes tenen signes contraris per al transistor NPN i el PNP. En aquestes equacions, V_T és la tensió tèrmica ($V_T = KT/q$), I_{se} i I_{sc} són els corrents inversos de saturació dels diòdes del model de la figura 7.4. Entre aquests corrents es compleix la relació següent

$$I_{se}\beta_F = I_{sc}\beta_R = I_s \tag{7.2}$$

Els condensadors C_e i C_c són les capacitats associades als diòdes emissor i col·lector, respectivament, i tenen el mateix comportament que la capacitat C_D descrita al capítol anterior per al diòde. Els paràmetres que determinen C_e i C_c , i també el paràmetre I_s , són específics de cada transistor. Valors típics d'alguns d'aquests paràmetres són: $\beta_F = 100$, $\beta_R = 1$, $I_s = 10^{-16}$ A. Observeu que, en ser β_F molt més gran que β_R , el transistor no es comporta de forma simètrica.

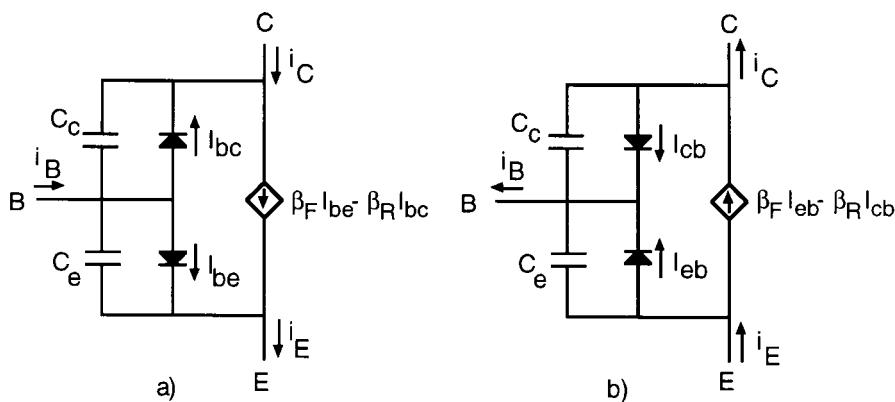


Figura 7.4 Models dels transistors: a) NPN. b) PNP

Exemple 7.2

Calculeu els corrents I_E , I_C i I_B d'un transistor NPN polaritzat amb $V_{BE} = 0,7$ V i $V_{BC} = -5$ V. Considereu que $I_s = 10^{-16}$ A, $\beta_F = 100$ i $\beta_R = 1$, i ignoreu l'efecte de C_e i C_c . Preneu $V_T = 25$ mV.

Si apliquem les equacions 7.1, trobem: $I_{be} = 1,44 \mu\text{A}$; $I_{bc} = -10^{-16}$ A

Per tant,

$$\begin{aligned} i_c &= \beta_F I_{be} - \beta_R I_{bc} - I_{bc} \cong \beta_F I_{be} = 144 \mu\text{A} \\ i_E &= \beta_F I_{be} - \beta_R I_{bc} + I_{be} \cong (\beta_F + 1) I_{be} = 144,5 \mu\text{A} \\ i_B &= I_{be} + I_{bc} \cong 1,44 \mu\text{A} \end{aligned}$$

Exercici 7.2

Calculeu I_s i β_F d'un transistor que té un corrent de col·lector de 2 mA i un corrent de base de 10 μA quan es polaritza amb $V_{BE} = 0,7$ V i $V_{CB} = 2$ V.

Solució: $I_s = 1,4 \cdot 10^{-15}$ A; $\beta_F = 200$



Segons les polaritzacions dels diòdols emissor i col·lector, es diu que el transistor bipolar treballa en determinats *modes o regions de funcionament*, que s'indiquen a la taula 7.1.

Per al transistor NPN, les unions emissora i col·lectora són polaritzades en directa quan V_{BE} i V_{BC} són positives. Per al transistor PNP, les dues unions són en directa si les tensions anteriors són negatives (és a dir, si les tensions V_{EB} i V_{CB} són positives).

		Unió emissora	
		Directa	Inversa
Unió col·lectora	Directa	Saturació	Inversa
	Inversa	Activa	Tall

Taula 7.1 Regions de funcionament del transistor bipolar

Amb freqüència, quan el transistor bipolar apareix en un circuit electrònic, es donen unes connexions típiques que s'anomenen *base comuna*, *emissor comú i col·lector comú*. En la configuració base comuna el terminal de base és comú a l'"entrada" i a la "sortida", tal com s'indica a la figura 7.5. A la configuració emissor comú, el terminal comú és l'emissor, i en col·lector comú ho és el col·lector.

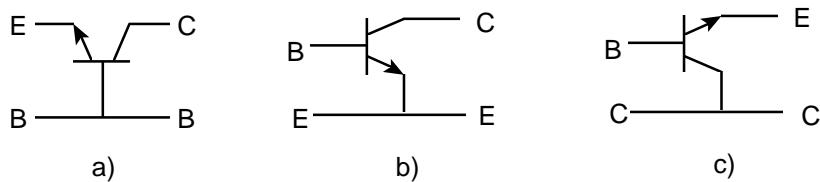


Figura 7.5 Configuracions bàsiques: a) Base comuna. b) Emissor comú. c) Col·lector comú

Si no s'indica el contrari, d'ara endavant es considera, per defecte, un transistor NPN.

7.2 El transistor bipolar en contínua i baixa freqüència

Quan el transistor treballa amb valors constants de tensions i corrents o aquests varien molt lentament, els condensadors C_e i C_c es poden neglidir, tal com es feia en el díode, ja que per ells o no hi circula corrent o és molt petit. En aquest cas, el model del transistor bipolar es redueix a dos diòdodes i una font dependent.

Aquest apartat s'inicia amb la descripció de les relacions entre les tensions i els corrents en un transistor bipolar que treballa en contínua o baixa freqüència, a través de les corbes característiques en emissor comú. Després es presenta la metodologia d'anàlisi de circuits amb transistors amb només fonts de tensió o de corrent constants.

7.2.1 Corbes característiques del transistor bipolar en emissor comú

Considereu un transistor NPN en configuració emissor comú tal com s'indica a la figura 7.6. Se sol considerar que l'entrada del transistor és formada pels terminals de base i emissor i la seva sortida pels de col·lector i emissor. La relació que hi ha entre el corrent i la tensió d'entrada (i_B, v_{BE}) es dóna en forma gràfica mitjançant les anomenades *corbes característiques d'entrada*, i la relació entre el corrent i la tensió de sortida (i_C, v_{CE}) mitjançant les *corbes característiques de sortida*. Com que l'entrada i la sortida del transistor són interdependents, s'acostuma a representar les corbes d'entrada per a determinats valors de la tensió de sortida v_{CE} , i les corbes de sortida per a diferents valors del corrent d'entrada i_B .

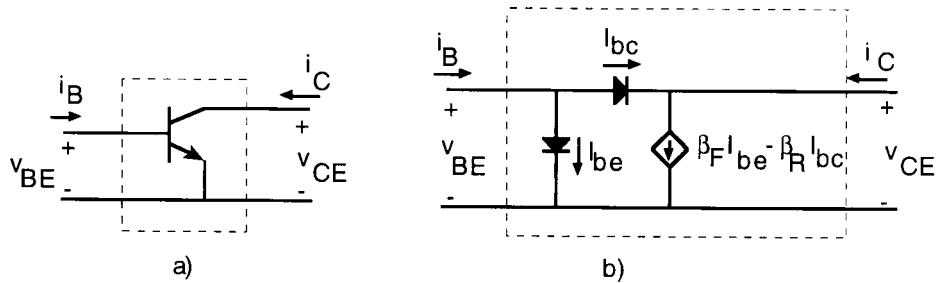


Figura 7.6 a) Corrents i tensions en emissor comú. b) Model en emissor comú

A la figura 7.6b s'ha substituït el transistor pel seu circuit equivalent. A continuació s'analitza el comportament d'aquest circuit en les diferents regions de funcionament.

a) Regió activa

En aquest mode de funcionament ($v_{BE} > 0; v_{BC} < 0$), el diòde emissor és polaritzat en directa i el de col·lector en inversa. El corrent I_{bc} és pràcticament nul, de manera que el diòde de col·lector es pot aproximar per un circuit obert i, tal com mostra el circuit de la figura 7.7a, es pot escriure

$$\begin{aligned} i_B &\equiv I_{be} = I_{se}(e^{v_{BE}/V_T} - 1) \\ i_C &\equiv \beta_F I_{be} = \beta_F i_B \end{aligned} \quad (7.3)$$

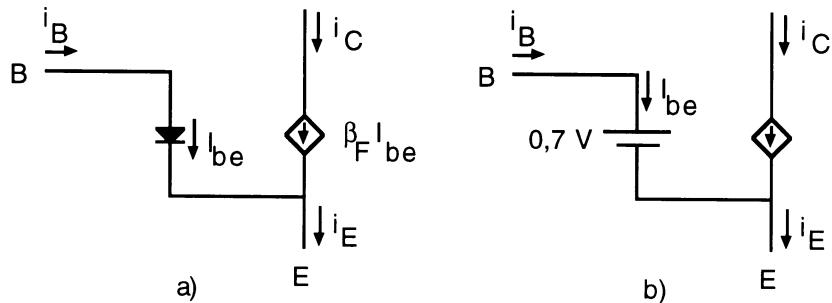


Figura 7.7 a) Circuit equivalent del transistor en mode actiu. b) Circuit aproximat

Observeu que la característica d'entrada és la corba del diode emissor i és independent de v_{CE} . La característica de sortida ve donada per rectes horizontals (si fixem un valor de i_B , el corrent de col·lector és independent de la tensió de sortida). El corrent de col·lector és constant i val β_F vegades el de base. El paràmetre β_F té, doncs, el significat físic de "guany" de corrent del transistor bipolar en la configuració emissor comú.

Aquestes corbes característiques es representen a la figura 7.8. La dependència que s'ha descrit posa de manifest que el transistor és un dispositiu unidireccional: l'entrada determina la sortida, però no a l'inrevés.

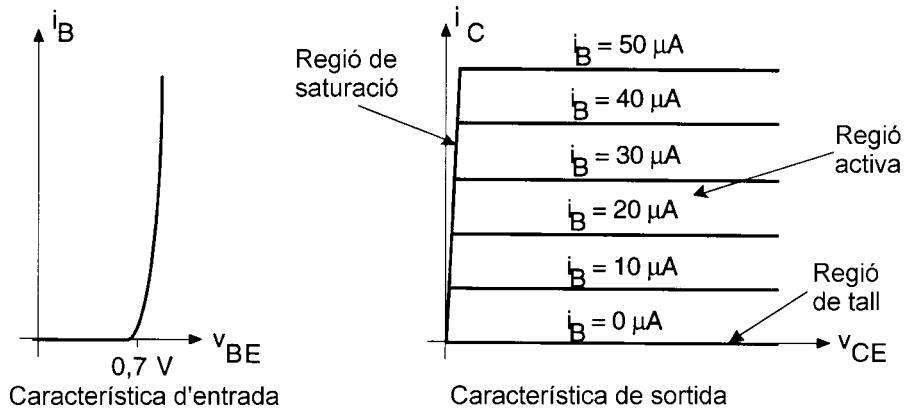


Figura 7.8 Corbes característiques del transistor bipolar segons el model de la figura 7.6b

Exemple 7.3

La corba característica de la figura 7.9 correspon a un corrent de base constant de 15 µA. Quin és el valor aproximat de β_F ?

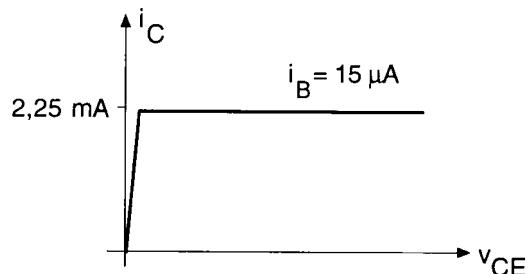


Figura 7.9 Corba característica de l'exemple 7.2

En la regió activa $i_C = \beta_F i_B$. Per tant, si prenem un punt qualsevol del tram horitzontal de la corba, resulta

$$\beta_F \cong \frac{2,25 \text{ mA}}{15 \mu\text{A}} = 150$$

Exercici 7.3

El transistor de la figura treballa la regió activa. Trobeu la tensió de sortida v_o .

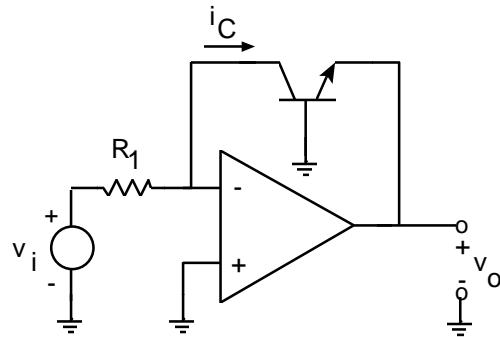


Figura 7.10 Circuit de l'exercici 7.2

Solució:

A partir de 7.3

$$v_o = -v_{BE} \approx -V_T \cdot \ln \frac{i_B}{I_{se}} = -V_T \cdot \ln \frac{\beta_F i_B}{\beta_F I_{se}} = -V_T \cdot \ln \frac{i_C}{I_s} = -V_T \cdot \ln \frac{v_i}{I_s R_1} \quad (\text{per a } v_o \gg V_T)$$

———— ◆ —————

A la regió activa, el valor del corrent emissor és

$$\begin{aligned} i_E &= i_C + i_B = (\beta_F + 1)i_B \\ i_E &= \left[\frac{\beta_F + 1}{\beta_F} \right] i_C = \frac{1}{\alpha_F} i_C \end{aligned} \quad (7.4)$$

El paràmetre α_F té el significat físic de "guany de corrent" en la configuració base comuna. Aquest paràmetre té un valor molt proper a la unitat (normalment més gran o igual a 0,99). Per això se sol considerar que el corrent d'emissor és aproximadament igual al de col·lector.

Exemple 7.4

Calculeu α_F si β_F val 100

El valor de α_F és

$$\alpha_F = \frac{\beta_F}{\beta_F + 1} = \frac{100}{101} = 0,99$$

Exercici 7.4

Si suposem que α_F val 0,98, com repercutix a β_F un augment de l'1% a α_F ?

Solució: L'augment de β_F és del 100 %



b) Regió de tall

Quan el transistor bipolar opera en mode de tall, els corrents I_{be} i I_{bc} són aproximadament nuls. Per tant, també ho és el corrent de col·lector. En les corbes característiques de sortida, la regió de tall ve donada pel semieix positiu d'abscisses, ja que el corrent de col·lector ha de ser nul, i la unió col·lectora polaritzada inversament. A la figura 7.11a es representa el model aproximat del transistor bipolar en tall.

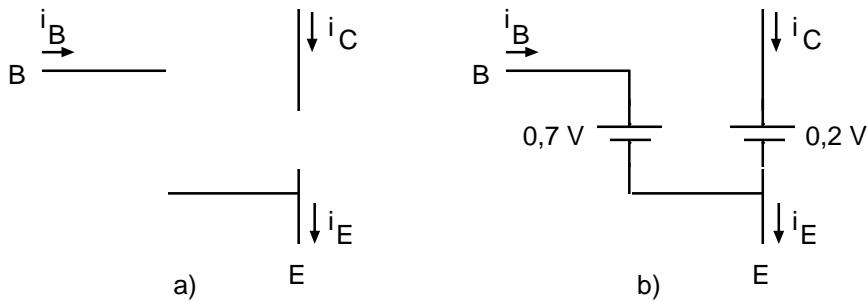


Figura 7.11 a) Model aproximat del transistor en tall. b) Model aproximat del transistor en saturació

c) Regió de saturació

Quan el transistor bipolar opera en mode de saturació, les tensions v_{BE} i v_{BC} són ambdues positives. El model del transistor, aleshores, no es pot simplificar ja que els dos diòdols condueixen. Aquest model estableix que el corrent de col·lector ve donat per

$$i_C = \beta_F I_{be} - \beta_R I_{bc} - I_{bc} = I_s (e^{v_{BE}/V_T} - 1) - \frac{I_s}{\alpha_R} (e^{v_{BC}/V_T} - 1) \quad (7.5)$$

A la darrera expressió s'ha fet ús de les equacions 7.1 i 7.2 i de la definició del paràmetre α . Mentre el transistor opera en la regió activa, el corrent de col·lector val $\beta_F i_B$, és a dir, el primer terme de la darrera igualtat. Quan v_{BC} s'incrementa a partir de zero, el segon terme de l'equació 7.5 adquireix importància i, en restar, fa que el corrent de col·lector primer disminueixi i després canviï de signe.

Observeu que si α_R fos la unitat, l'equació anterior indicaria que el corrent de col·lector seria nul per v_{BC} igual a v_{BE} , és a dir, per a una tensió v_{CE} nul·la. Com que α_R és menor que la unitat, v_{CE} és una mica més gran que zero quan i_C és igual a zero. Com que la corba característica es fa per a un valor fix de i_B , la tensió v_{BE} és constant. Per això, la disminució de i_C té una dependència exponencial respecte de v_{CE} ($v_{CE}=v_{CB}+v_{BE}$). En conseqüència, la corba característica en saturació es pot aproximar per una corba "quasi" vertical, com

s'indica a la figura 7.8. S'acostuma a considerar que quan el transistor se satura, v_{CE} val uns 0,2 V. A la figura 7.11b es representa el model aproximat del transistor en saturació.

Exemple 7.5

Calculeu v_{CE} en funció de i_C/i_B a la regió de saturació. Quant val v_{CEsat} si se suposa que el transistor se satura quan $i_C = 0,9\beta_F i_B$?

El corrent i_C és donat per l'equació 7.5. El corrent de base és $i_B = I_{be} + I_{bc}$. Així doncs, si neglijim la unitat davant les exponencials i operem

$$\frac{i_C}{i_B} = \beta_F \frac{e^{v_{CE}/V_T} - 1/\alpha_R}{e^{v_{CE}/V_T} + \beta_F / \beta_R}$$

D'aquesta expressió es pot aillar v_{CE}

$$v_{CE} = V_T \ln \left[\frac{1/\alpha_R + (i_C/i_B)/\beta_R}{1 - (i_C/i_B)/\beta_F} \right]$$

Si $i_C = 0,9\beta_F i_B$ (inici de saturació), resulta

$$v_{CEsat} = V_T \ln \left[\frac{1 + \beta_R + 0,9\beta_F}{0,1\beta_R} \right] \equiv V_T \ln \left[\frac{9\beta_F}{\beta_R} \right]$$

Si $\beta_F = 100$ i $\beta_R = 1$ resulta $v_{CEsat} = 112$ mV.

Exercici 7.5

A partir de l'exemple 7.5, calculeu el valor de v_{CE} quan la corba característica de saturació talla l'eix d'abscisses.

Solució: $v_{CE} = V_T \ln(1/\alpha_R)$ Si $\beta_R = 1$, $v_{CE} = 17$ mV



Observeu que a la regió de saturació i_C és menor que $\beta_F i_B$. La igualtat entre aquestes dues quantitats només es dóna a la regió activa.

d) Regió inversa

A la regió inversa el diode emissor és en tall i el de col·lector condueix. Per tant, el transistor es comporta com en mode actiu, però amb els terminals emissor i col·lector intercanviats, i també β_F i β_R . En ser β_R molt inferior a β_F no resulta interessant treballar en aquesta regió.

Les corbes característiques representades a la figura 7.8 es van deduir a partir del model de la figura 7.4 del transistor bipolar. Quan aquestes corbes es mesuren en un transistor real (figura 7.12) solen aparèixer algunes diferències que, si bé no són molt importants, indiquen que el model de transistor de la figura 7.4 no representa el comportament exacte del dispositiu real.

Una diferència entre ambdues corbes és que, per a tensions v_{CE} elevades, els corrents del transistor augmenten abruptament. Això és degut al fet que el diòde de col·lector entra a la seva regió de ruptura. Una altra desviació entre les corbes experimentals i el model descrit és en el lleuger augment de i_C amb v_{CE} a la regió activa. Aquest fenomen s'anomena *efecte Early* i implica un augment del paràmetre β_F amb la tensió v_{CE} (en la regió activa β_F ve donat per i_C/i_B). Per modelar aquest efecte s'aproximen les corbes de sortida en la regió activa per segments de rectes la prolongació de les quals talla l'eix d'abscisses en un punt $v_{CE} = -V_A$, com s'indica a la figura 7.13a. La tensió V_A s'anomena tensió Early.

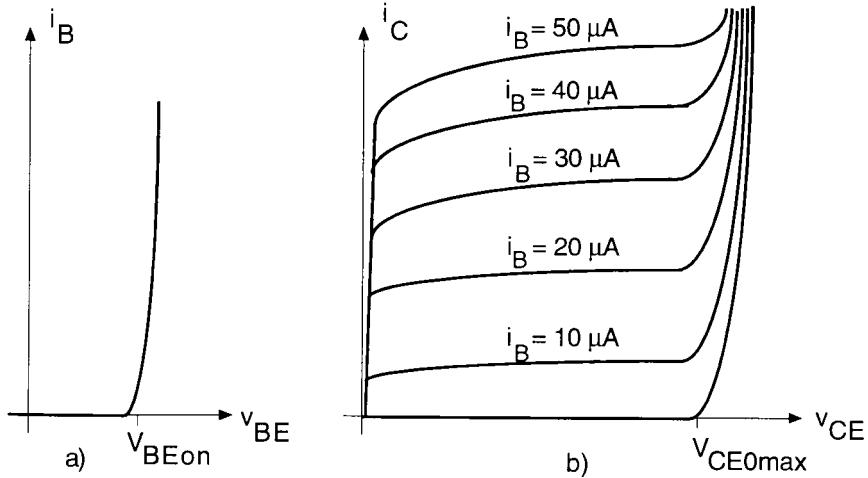


Figura 7.12 Corbes característiques típiques d'un transistor bipolar

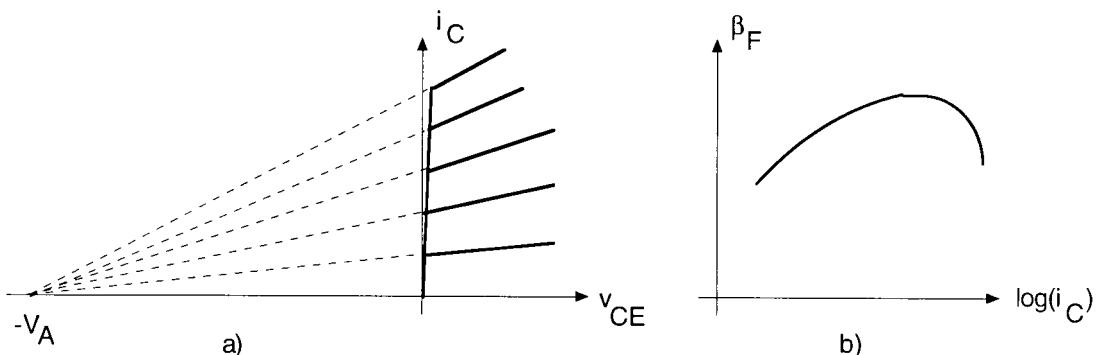


Figura 7.13 a) Modelització de l'efecte Early. b) Variació de β_F amb I_C

Per tant, si suposem un valor constant de i_B

$$i_C(v_{CE}) = i_C(0) \left(1 + \frac{v_{CE}}{V_A} \right) \quad (7.6)$$

Exemple 7.6

Quin és l'increment relatiu de β_F quan v_{CE} passa de 5 V a 15 V si la tensió Early és de 100 V?

Si aplicuem 7.6

$$\beta_F(15) = \frac{i_C(15)}{i_B} = \frac{i_C(0)}{i_B} \left(1 + \frac{15}{100} \right); \quad \beta_F(5) = \frac{i_C(5)}{i_B} = \frac{i_C(0)}{i_B} \left(1 + \frac{5}{100} \right)$$

$$\frac{\beta_F(15)}{\beta_F(5)} = \frac{1,15}{1,05} = 1,095$$

Així doncs, $\beta_F(15)$ és un 9,5 % més gran que $\beta_F(5)$.

Exercici 7.6

La corba característica d'un transistor corresponent a una i_B de 10 μA passa per $i_C = 2,125 \text{ mA}$ quan $v_{CE} = 5 \text{ V}$ i per $i_C = 2,625 \text{ mA}$ quan $v_{CE} = 25 \text{ V}$. Calculeu V_A .

Solució: $V_A = 80 \text{ V}$



El paràmetre β_F també varia amb el corrent de col·lector de la forma indicada a la figura 7.13b. Observeu que aquesta corba presenta un màxim. Això significa que les corbes característiques per a increments iguals de i_B no són separades igualment.

En les analisis de circuits amb transistors mitjançant "llapis i paper" no se solen considerar aquestes variacions del paràmetre β_F . Es fa l'aproximació que β_F pren un valor constant. Això implica suposar que a la regió activa les corbes de sortida són rectes horitzontals uniformement espaiades. També s'aproximen la regió de saturació per una recta vertical de valor $V_{CE} = 0,2 \text{ V}$ i la característica d'entrada per una altra recta vertical de valor $V_{BE} = 0,7 \text{ V}$.

7.2.2 Anàlisi de circuits amb transistors bipolars en contínua

Com a la resta dels circuits que hem vist fins ara, l'objectiu de l'anàlisi és conèixer les tensions en els nusos del circuit i els corrents que circulen pels seus elements. En particular, atès que un transistor bipolar té tres terminals, cal calcular tres corrents, i_E , i_B , i_C i tres tensions, v_{BE} , v_{CE} , v_{CB} . Malgrat això, el nombre de variables que cal calcular es redueix a quatre ja que, segons les lleis de Kirchhoff, es compleix

$$\begin{aligned} i_E &= i_B + i_C \\ v_{CB} &= v_{CE} - v_{BE} \end{aligned} \tag{7.7}$$

El càlcul d'aquestes quatre incògnites requereix quatre equacions. Dues es poden obtenir a partir de les malles d'entrada i de sortida (vegeu la figura 7.14) i les altres dues provenen de les equacions pròpies del transistor bipolar.

En les anàlisis que es fan en aquest text s'utilitza el conveni següent de sentits per als corrents:

- Per al corrent emissor es pren com a positiu el sentit que indica la fletxa del terminal emissor: sortint per al transistor NPN i entrant per al PNP.
- Per als corrents de base i col·lector se suposen els sentits implícits a la primera de les equacions 7.7: per al transistor NPN els corrents de base i de col·lector han de ser entrants al transistor per donar el corrent emissor, que és sortint. Per al transistor PNP, els sentits d'aquests dos corrents són sortints ja que el corrent emissor és entrant. Observeu que en el transistor PNP els sentits de tots els corrents són els contraris als establerts per al NPN.

Regió	Aproximacions	Condicions
ACTIVA	$I_C = \beta_F i_B$ $V_{BE} = 0,7 \text{ V}$	$V_{CE} > 0,2 \text{ V}$
TALL	$I_C = 0$ $i_B = 0$	$V_{BE} < 0,7 \text{ V}$ $V_{BC} < 0,7 \text{ V}$
SATURACIÓ	$V_{BE} = 0,7 \text{ V}$ $V_{CE} = 0,2 \text{ V}$	$I_C < \beta_F i_B$

Taula 7.2 Aproximacions per a transistors NPN

En les anàlisis fetes “a mà” se suposa que β_F és constant i que el transistor es pot aproximar de la forma indicada a les figures 7.7b i 7.11, i que es resumeixen a la taula 7.2.

Considereu el circuit de la figura 7.14 i suposeu que $V_i = 5 \text{ V}$, $R_B = 10 \text{k}\Omega$, $R_C = 1\text{k}\Omega$, $V_{CC} = 5 \text{ V}$ i $\beta_F = 100$. Observeu que en un dels terminals de R_C s'indica $+V_{CC}$. Això significa que aquest terminal es connecta al born positiu d'una bateria de valor V_{CC} , amb un terminal negatiu que és connectat a massa (línia discontinua a la figura 7.14).

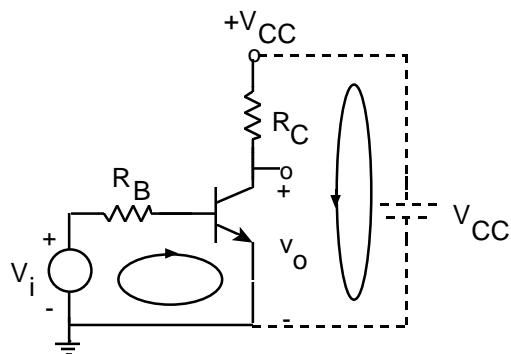


Figura 7.14 Exemple de circuit amb transistor bipolar

a) Anàlisi gràfica

Considereu la malla de base formada per V_i , R_B i els terminals de base i emissor del transistor. L'equació d'aquesta malla és

$$V_i = i_B R_B + v_{BE} \quad (7.8)$$

Aquesta equació correspon a una recta que es pot representar en els eixos cartesians i_B - v_{BE} . Aquesta recta talla l'eix d'abscisses a $v_{BE} = V_i = 5$ V i l'eix d'ordenades a $i_B = V_i/R_B = 0,5$ mA. El punt d'intersecció de la recta amb la corba característica s'anomena punt de treball, es representa per la lletra Q i proporciona I_{BQ} i V_{BEQ} .

Considereu ara la malla de "col·lector" formada per V_{CC} , R_C i els terminals col·lector i base del transistor bipolar. L'equació d'aquesta malla és

$$V_{CC} = i_C R_C + v_{CE} \quad (7.9)$$

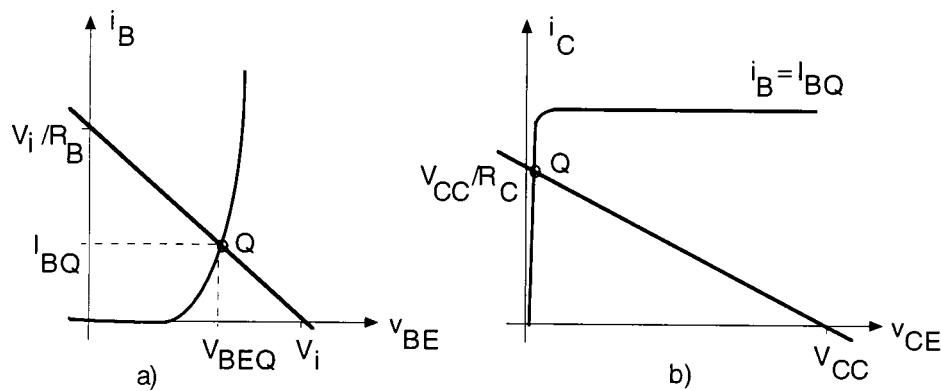


Figura 7.15 Anàlisi gràfica del circuit de la figura 7.9

Aquesta equació es pot representar en els mateixos eixos que la característica de sortida del transistor bipolar. Talla l'eix d'abscisses a $v_{CE} = V_{CC} = 5$ V i l'eix d'ordenades a $i_C = V_{CC}/R_C = 5$ mA. El punt de treball de col·lector, (I_{CQ}, V_{CEQ}) , ve donat per la intersecció d'aquesta recta de càrrega amb la corba del transistor corresponent al valor de I_{BQ} , que ha estat trobat en la característica d'entrada. A la figura 7.15 s'indica aquest punt Q a la regió de saturació del transistor, ja que se suposa un valor elevat de I_{BQ} . Per tant, I_{CQ} és un valor proper a 5 mA i V_{CEQ} és aproximadament 0,2 V.

b) Anàlisi numèrica

L'anàlisi numèrica parteix de suposar que V_{BEQ} és aproximadament igual a 0,7 V. Aquesta aproximació és vàlida si circula corrent pel terminal de base i el transistor no és en inversa.

Si fem aquesta aproximació, l'equació 7.8 proporciona I_{BQ}

$$I_{BQ} = \frac{V_i - V_{BEQ}}{R_B} \approx \frac{5 - 0,7}{10 \cdot 10^3} = 0,43 \text{ mA}$$

El valor positiu d'aquest corrent indica que el transistor no és en tall. El punt de treball del col·lector es pot trobar a partir de 7.9 si se suposa que el transistor és a la regió de saturació. Si això fos cert, V_{CE} seria aproximadament 0,2 V, i aleshores

$$I_{CQ} = \frac{V_{CC} - V_{CEsat}}{R_C} \cong \frac{5 - 0,2}{10^3} = 4,8 \text{ mA}$$

Observeu que aquest corrent és molt inferior al que hi hauria si el transistor treballés a la regió activa

$$I_{CQ} \Big|_{activa} = \beta_F I_{BQ} = 43 \text{ mA}$$

això confirma la hipòtesi que el transistor és en saturació.

A continuació s'analitza el mateix circuit, però amb $V_i = 0 \text{ V}$.

L'equació 7.8, relativa a la malla de base, encara és vàlida. Aquesta equació posa de manifest que el pendent d'aquesta recta de càrrega, $-1/R_B$, és fix, de manera que en variar V_i la recta es desplaça paral·lelament a ella mateixa. Amb $V_i = 0 \text{ V}$ la recta passa per l'origen de coordenades; per això i_B i v_{BE} són ambdós nuls.

La recta de càrrega de col·lector, equació 7.9, encara és la mateixa. El punt de treball del transistor és la intersecció de la recta de càrrega amb la corba característica per a I_{BQ} . Atès que I_{BQ} és igual a zero, el punt de treball és a la intersecció de la recta de càrrega amb l'eix d'abscisses, és a dir, $I_{CQ} = 0$ i $V_{CEQ} = V_{CC} = 5 \text{ V}$. Per a aquest valor de V_i , el transistor opera en mode de tall.

Finalment, supposeu que al circuit de la figura 7.14, $R_B = 200 \text{ k}\Omega$ i $V_i = 5 \text{ V}$

Si es repeteix l'anàlisi anterior, s'obté per a aquest valor

$$I_{BQ} = \frac{5 - 0,7}{200 \cdot 10^3} = 21,5 \mu\text{A}$$

$$I_{CQ} = \frac{5 - 0,2}{10^3} = 4,8 \text{ mA}$$

Però ara I_{CQ} és més gran que $\beta_F I_{BQ} = 2,15 \text{ mA}$ (recordeu que β_F és 100). Per tant aquest resultat no és consistent amb les hipòtesis fetes: si el transistor operés en saturació, I_{CQ} hauria de ser inferior a $\beta_F I_{BQ}$.

Com que una de les hipòtesis fetes ha resultat no ser vàlida, cal canviar la hipòtesi i repetir el càcul. En conseqüència, supposeu ara que el transistor treballa a la regió activa. En aquesta regió es compleix que

$$i_C = \beta_F i_B \quad (7.10)$$

D'aquí que

$$I_{CQ} = \beta_F I_{BQ} = 100 \cdot 21,5 \mu\text{A} = 2,15 \text{ mA}$$

i, una vegada coneugut I_{CQ} , es troba V_{CEQ} mitjançant l'equació 7.9

$$V_{CEQ} = V_{CC} - I_{CQ} R_C = 5 - 2,15 \cdot 10^3 \cdot 10^3 = 2,85 \text{ V}$$

Aquests resultats són consistents amb la hipòtesi feta. En efecte, la tensió a la base és aproximadament 0,7 V. La tensió al col·lector és 2,85 V. Per tant, V_{CB} és 2,15 V, que com que és positiva, polaritza inversament la unió col·lectora. Per tant, el transistor opera a la regió activa.

L'anàlisi gràfica proporciona una informació clara i visual de l'operació del transistor, però és una anàlisi dificultosa i poc pràctica. L'anàlisi numèrica és ràpida però cal fer hipòtesis prèvies sobre el mode de funcionament del transistor i comprovar posteriorment si els resultats obtinguts són consistents amb les hipòtesis fetes.

El mètode més utilitzat per analitzar circuits amb transistors és el numèric. Normalment se suposa la hipòtesi inicial que el transistor opera en mode actiu. Si una vegada trobat el punt de treball es comprova que la hipòtesi no és consistent amb els resultats, es repeteix el càlcul amb la suposició que treballa a la regió de saturació o a la regió de tall.

Exemple 7.7

Trobeu el punt de treball del circuit de la figura 7.16. Considereu que $V_{CC} = 15$ V; $R_C = 1 \text{ k}\Omega$; $R_B = 400 \text{ k}\Omega$; $\beta_F = 200$ i que $V_{BEQ} = 0,7$ V.

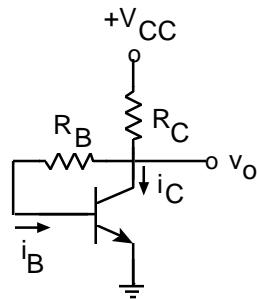


Figura 7.16 Circuit de l'exemple 7.7

Observeu que el corrent que circula per la resistència R_C és la suma del corrent de col·lector i el de base. L'equació de la malla de base és

$$V_{CC} = (i_C + i_B) R_C + i_B R_B + V_{BE}$$

Si se suposa el transistor a la regió activa ($I_c = \beta_F i_B$), el corrent de polarització de base és

$$I_{BQ} = \frac{V_{CC} - 0,7}{R_B + (\beta_F + 1)R_C} \cong 24 \mu\text{A}$$

i, per tant,

$$I_{CQ} = \beta_F I_{BQ} = 4,8 \text{ mA}$$

L'equació de la malla de col·lector és

$$V_{CC} = (i_C + i_B) R_C + v_{CE}$$

que permet calcular v_{CEQ}

$$v_{CEQ} = V_{CC} - (I_{CQ} + I_{BQ}) R_C = 10,2 \text{ V}$$

Aquests resultats confirmen que el transistor treballa a la seva regió activa ($V_{CE} > 0,2 \text{ V}$).

Exercici 7.7

Representeu gràficament v_o en funció de v_i per al circuit de la figura 7.14. Preneu $V_{CC} = 5 \text{ V}$; $R_C = 1 \text{ k}\Omega$; $R_B = 10 \text{ k}\Omega$; $V_{BEQ} = 0,7 \text{ V}$ i $\beta_F = 100$.

Solució:

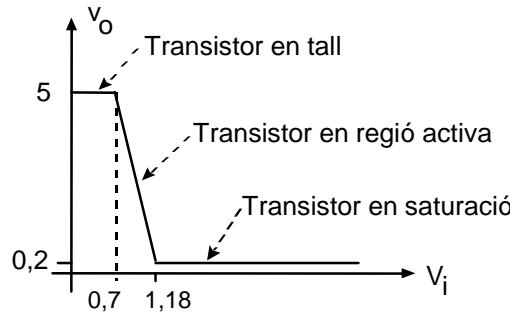


Figura 7.17 Corba de transferència del circuit de la figura 7.14

A la regió activa

$$v_o = V_{CC} - \beta_F \frac{R_C}{R_B} (V_i - V_{BEQ}) = 12 - 10V_i$$

7.3 El transistor bipolar en règim dinàmic

Quan els senyals que s'apliquen al transistor varien amb el temps, les capacitats C_e i C_c no es poden ignorar, ja que hi circulen corrents que poden ser molt importants. Els valors dels condensadors C_e i C_c (figura 7.4) depenen de les tensions aplicades entre els terminals del transistor, de forma similar a com ho feia el condensador C_D del model del diòde. Les dependències d'aquestes capacitats amb les tensions aplicades al transistor NPN són

$$\begin{aligned} \text{Per a la unió emissora} \quad C_e &= \frac{C_{jeo}}{(1 - v_{BE}/V_{je})^{m_e}} + \tau_f \beta_F \frac{dI_{be}}{dv_{BE}} \\ \text{Per a la unió col·lectora} \quad C_c &= \frac{C_{jco}}{(1 - v_{BC}/V_{jc})^{m_c}} + \tau_r \beta_R \frac{dI_{bc}}{dv_{BC}} \end{aligned} \quad (7.11)$$

Observeu que aquestes expressions són una extensió de les utilitzades per al diòde. El paràmetre τ_f s'anomena temps de trànsit en directa i τ_r temps de trànsit en inversa.

Hi ha dues aplicacions usuals del transistor bipolar en què els efectes d'aquestes capacitats són importants. Una correspon als circuits "digitals" en què les tensions i els corrents que s'apliquen al transistor commuten entre dos valors. En aquest cas, la capacitat dels condensadors pren valors que varien amb les tensions.

L'altra aplicació correspon a l'ús del transistor bipolar com a amplificador. En aquest cas s'aproximen les dues capacitats per condensadors fixos, i es pot calcular la resposta del circuit, si tenim en compte aquests condensadors, amb relativa facilitat. En els apartats següents d'aquest capítol s'analitzen aquestes aplicacions.

Exemple 7.8

Calculeu les capacitats C_e i C_c d'un transistor NPN amb paràmetres: $I_s = 10^{-16}$ A; $\tau_f = 0,2$ ns; $\tau_r = 20$ ns; $C_{jeo} = 0,30$ pF; $C_{jco} = 0,15$ pF. Preneu per a ambdues unions $m = 0,5$ i $V_j = 1$ V. Suposeu que les tensions al transistor són $V_{BE} = 0,8$ V i $V_{CE} = 0,2$ V.

Si apliquem la primera de les expressions 7.11

$$C_e = \frac{0,30 \cdot 10^{-12}}{(1 - 0,8/1)^{0,5}} + 0,2 \cdot 10^{-9} \frac{10^{-16} e^{0,8/0,025}}{0,025} = 0,67 \text{ pF} + 63 \text{ pF} \cong 63,7 \text{ pF}$$

La tensió V_{BC} és $0,8 - 0,2 = 0,6$ V. Aleshores

$$C_c = \frac{0,15 \cdot 10^{-12}}{(1 - 0,6/1)^{0,5}} + 20 \cdot 10^{-9} \frac{10^{-16} e^{0,6/0,025}}{0,025} = 0,24 \text{ pF} + 2,12 \text{ pF} \cong 2,36 \text{ pF}$$

Exercici 7.8

Repetiu el càlcul anterior quan el transistor és en tall: $V_{BE} = 0$ V i $V_{BC} = -5$ V.

Solució: $C_e = 0,30 \text{ pF}$; $C_c = 0,06 \text{ pF}$



Els resultats de l'exemple 7.8 i de l'exercici 7.8 posen de manifest el marge ample de valors que prenen les capacitats C_c i C_e segons la regió de funcionament en què es trobi el transistor. Els efectes d'aquesta variació es comenten més endavant en analitzar els transistors de commutació.

7.4 El transistor bipolar com a interruptor

L'acció d'un transistor quan treballa en mode de tall o en mode de saturació pot ser assimilada a la d'un interruptor. En efecte, considereu el circuit de la figura 7.18. Quan el transistor és en mode de tall equival a un interruptor obert; quan és en mode de saturació, la tensió de sortida és quasi zero i es pot aproximar per un interruptor tancat. L'estat de l'interruptor és controlat pel corrent i_B . Observeu que, perquè el transistor equivalgui a un interruptor tancat, cal que treballi a la regió de saturació, i això implica que I_C ha de ser inferior a $\beta_F I_B$.

Un dels tipus de circuits electrònics que més s'utilitzen són els anomenats circuits digitals binaris. Els senyals que es processen en aquests circuits només prenen dos valors. Un valor "alt" proper al de la font d'alimentació V_{CC} , i un valor "baix" proper a 0 V.

El circuit de la figura 7.14 es pot analitzar des d'aquesta perspectiva. Aquest circuit rep el nom d'inversor (o porta NOT) perquè la tensió de sortida és "alta" quan la d'entrada és "baixa" i viceversa. Per a entrada "baixa" (propera a 0 V) el transistor treballa a la regió de tall i aleshores v_o és igual a V_{CC} . Per a entrada "alta" (propera a V_{CC}) el transistor treballa en mode saturació i v_o és propera a zero (0,2 V).

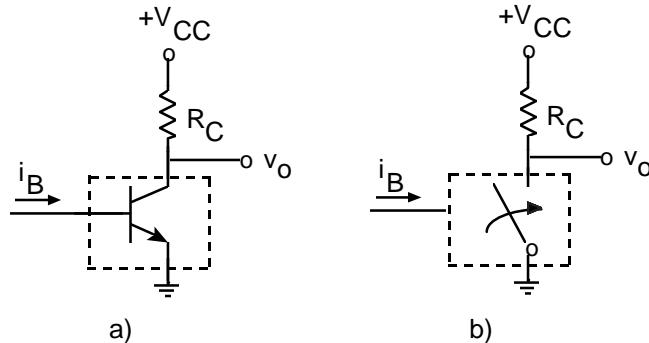


Figura 7.18 El transistor bipolar com a interruptor

Malgrat tot, aquest comportament no és del tot exacte. En efecte, considereu el circuit de la figura 7.14 i suposeu que la tensió V_i commuta entre 0 i 5 V segons s'indica a la figura 7.19. Si l'anàlisi de contínua fos vàlida, la tensió de sortida v_o seria la indicada a la figura amb traç discontinu. En realitat, la sortida que s'observa és la indicada amb traç continu. Observeu que la sortida assoleix els valors previstos per l'anàlisi de contínua després de transcorregut un cert temps. Es l'anomenat *retard de propagació*. Aquest retard és degut a les capacitats C_e i C_c del transistor bipolar.

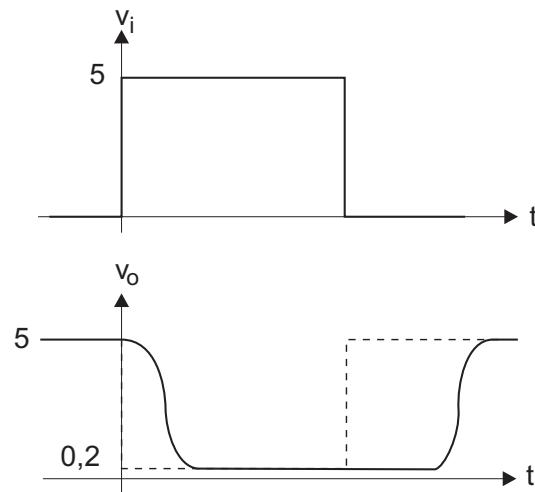


Figura 7.19 Senyals d'entrada i de sortida de l'inversor de la figura 7.14

L'anàlisi quantitativa de la resposta del circuit inversor és complicada ja que les capacitats depenen de les tensions V_{BE} i V_{BC} . Per aquesta raó, sol fer-se mitjançant l'ús de programes d'anàlisi de circuits amb ordinador. En el darrer apartat d'aquest capítol es presenta un exemple d'aquesta anàlisi.

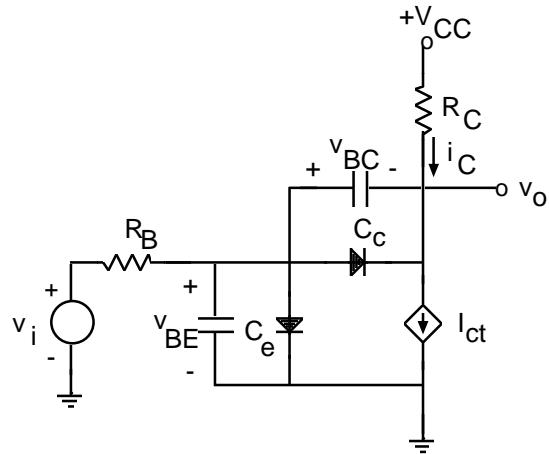


Figura 7.20 Circuit equivalent corresponent al de la figura 7.14

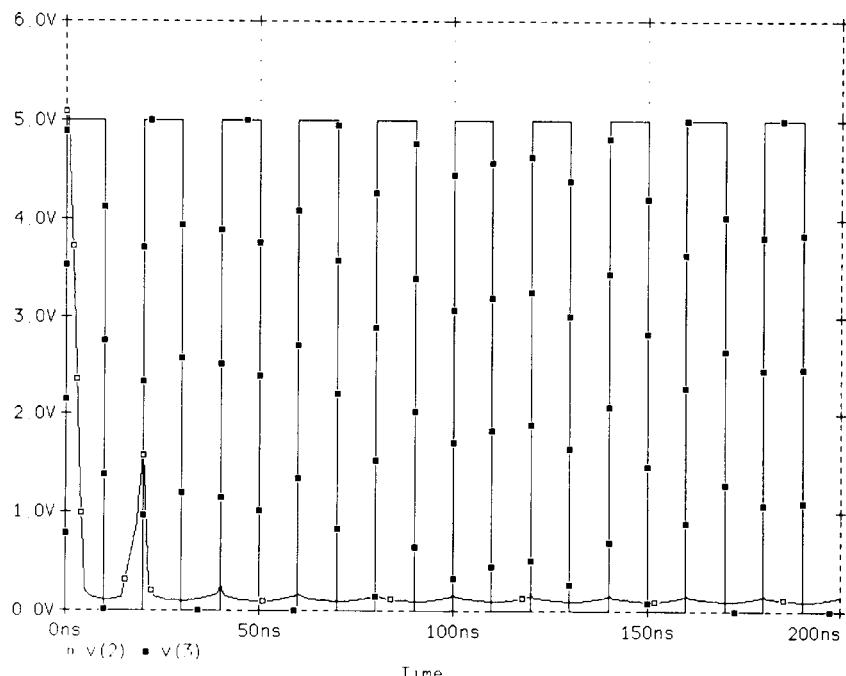


Figura 7.21 Resposta del circuit 7.14 per a una freqüència de commutació elevada

Malgrat tot, es pot fer un estudi qualitatiu del seu comportament si substituïm el transistor pel seu circuit equivalent (figura 7.20). Supposeu que V_i és 0 V durant un temps llarg, de manera que C_e és descarregat i C_c carregat a $V_{BC} = -5$ V. Quan V_i comuta a 5 V, el condensador C_e inicia la seva càrrega i la tensió v_{BE} comença a augmentar des del seu valor inicial nul. L'augment d'aquesta tensió provoca el de I_{ct} , que inicialment era nul. Això provoca, al seu torn, la disminució de v_o a causa de la caiguda de tensió a la resistència R_C . Al cap d'un temps, el corrent I_{ct} pren el valor suficient perquè la caiguda a R_C sigui de quasi 5 V. Al final d'aquest procés, el condensador C_e s'ha carregat a una tensió d'uns 0,7 V, i el condensador C_c a uns 0,5 V ($v_{BC} = v_{BE} - v_{CE}$). Això explica el transitori de commutació des del valor alt de sortida al seu valor baix.

Quan l'entrada torna a commutar a 0 V, la càrrega dels condensadors manté, durant algun temps, unes tensions v_{BE} i v_{BC} positives que, al seu torn, mantenen un valor elevat del corrent per R_C . Només quan C_c i C_e s'han descarregat prou, els corrents I_{be} i I_{bc} disminueixen i tendeixen al seu valor final.

Els temps de retard acabats d'analitzar (transitoris de commutació) impedeixen que el circuit inversor funcioni correctament en altes freqüències. A la figura 7.21 es mostra la sortida del circuit inversor quan la freqüència de commutació del senyal d'entrada és elevada. En aquesta figura, $v(3)$ representa a v_i i $v(2)$ a v_o .

Exemple 7.9

En el circuit de la figura 7.22, quin és el valor màxim de I_o perquè el transistor es mantingui saturat? Preneu $V_{CC} = 5$ V; $R_C = 1 \text{ k}\Omega$; $R_B = 10 \text{ k}\Omega$; $V_i = 5$ V; $\beta_F = 100$; $V_{BE} = 0,7$ V i $V_{CEsat} = 0,2$ V.

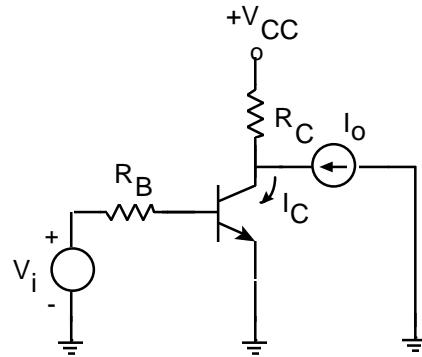


Figura 7.22 Circuit de l'exemple 7.9

El corrent de base en el circuit de la figura 7.22 és

$$i_B = \frac{5 - 0,7}{10 \text{ k}\Omega} = 0,43 \text{ mA}$$

Perquè el transistor es mantingui saturat, I_C ha de ser inferior a $\beta_F I_B$

$$i_{Cmax} = \beta_F i_B = 43 \text{ mA}$$

Mentre el transistor es mantingui saturat, el corrent per la resistència R_C de 1 kΩ és

$$I_{R_C} = \frac{5 - 0,2}{1 \text{ k}\Omega} = 4,8 \text{ mA}$$

Per tant, el corrent màxim I_o pot ser

$$I_{o\max} = 43 \text{ mA} - 4,8 \text{ mA} = 38,2 \text{ mA}$$

Quan el corrent de col·lector iguala o supera els 43 mA, el transistor deixa la regió de saturació i treballa en activa. En aquestes condicions es comporta com una font de corrent de valor 43 mA. En el nus de connexió del terminal de col·lector amb R_C i la font I_o , s'ha de complir la llei de Kirchhoff de corrents, de manera que part del corrent I_o pot circular a V_{CC} a través de R_C .

Exercici 7.9

Si en el circuit inversor de la figura 7.14 es pren $V_{CC} = 5 \text{ V}$; $R_C = 1 \text{ k}\Omega$; $R_B = 10 \text{ k}\Omega$ i $V_i = 5 \text{ V}$; quin és el menor valor de β_F que assegura que la sortida és 0,2 V quan l'entrada és de 5 V?

Solució: $\beta_{F\min} = 11,2$

7.4.1 Portes lògiques amb transistors bipolars. Portes TTL

Si prenem com a base el circuit inversor de la figura 7.14, és possible dissenyar circuits que facin funcions "lògiques" més complexes. Una porta lògica és un circuit digital amb una sortida que és una funció lògica de les entrades: la sortida és alta per a unes combinacions determinades de les entrades.

Per il·lustrar aquest concepte, considereu el circuit de la figura 7.23. Aquest circuit es pot veure com dos inversors que comparteixen una mateixa resistència de col·lector. A l'entrada d'un transistor s'aplica una tensió A i a l'entrada de l'altre una tensió B. Ambdues tensions poden prendre un valor "baix" o un valor "alt".

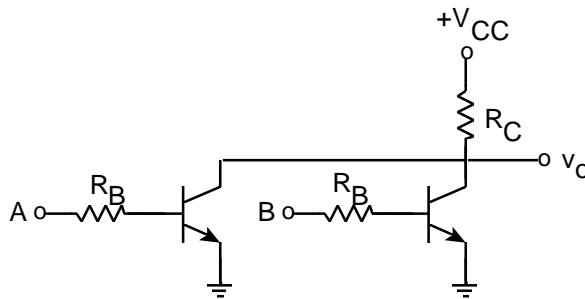


Figura 7.23 Porta lògica NOR del tipus RTL

Quan una entrada és de valor baix, el transistor corresponent és en tall i no conduceix corrent. Quan l'entrada és de valor alt, el transistor és saturat i la seva tensió V_{CE} és quasi zero. Si inspeccionem aquest circuit, és immediat deduir la taula 7.3, que proporciona els seus estats possibles. La sortida és baixa si l'entrada A o l'entrada B són altes. O bé, la sortida és alta si l'entrada A i l'entrada B són baixes. Aleshores es diu, que la sortida és una funció "lògica" de les entrades. Aquesta funció lògica s'anomena NOR.

A	B	V_o
Baix	Baix	Alt
Baix	Alt	Baix
Alt	Baix	Baix
Alt	Alt	Baix

Taula 7.3 Estats possibles del circuit 7.23

Un altre exemple de porta lògica és la representada a la figura 7.24, que consta d'un circuit amb diòdols seguit d'un inversor. Si la tensió aplicada a una entrada és nul·la, el diòode d'entrada corresponent conduceix i el seu ànode està a una tensió d'uns 0,7 V. Aquesta tensió impedeix que el transistor condueixi, ja que el corrent de base és nul. Perquè no ho fos caldrà un mínim de 2,1 V (0,7 V per a la unió base-emissor del transistor i 0,7 V per a cadascun dels diòdols). Amb el transistor en tall, la tensió de sortida és 5V ("alt").

Si les entrades A i B són altes, cap dels diòdols d'entrada conduceix i aleshores el corrent de base és elevat i provoca la saturació del transistor, de manera que dóna una sortida d'uns 0,2 V ("baix"). En efecte, el corrent de base val 0,19 mA ($I_B = (5 - 2,1)/15 \text{ k}\Omega$); el corrent de col·lector, quan el transistor és saturat, és de 0,32 mA ($I_{C_{sat}} = (5 - 0,2)/15 \text{ k}\Omega$); aleshores, si β_F és superior a 1,6 ($0,32/0,19$), el transistor és saturat. Les combinacions possibles es presenten a la taula 7.4. La sortida és baixa si A i B són altes. Aquesta funció lògica s'anomena NAND.

La porta lògica que es mostra a la figura 7.23 pertany a la família anomenada RTL (inicials de les paraules angleses *Resistor - Transistor - Logic*) i la que es mostra a la figura 7.24, DTL (*Diode - Transistor - Logic*). Ambdós tipus de portes lògiques no han tingut una utilització important en la realització de circuits digitals. Els circuits que han dominat àmpliament la tecnologia digital durant més de dues dècades, i que encara tenen una àmplia utilització, són els basats en la porta TTL (*Transistor - Transistor - Logic*). L'estructura bàsica d'aquesta porta es representa a la figura 7.25.

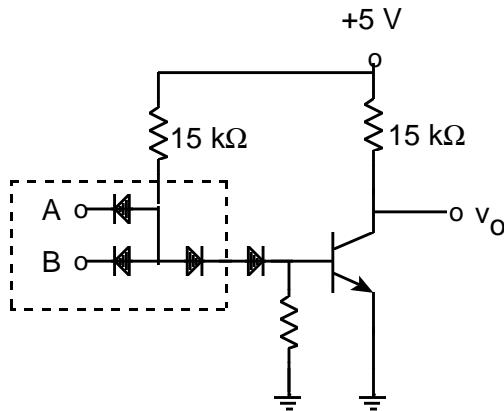


Figura 7.24 Porta lògica NAND del tipus DTL

A	B	V_o
Baix	Baix	Alt
Baix	Alt	Alt
Alt	Baix	Alt
Alt	Alt	Baix

Taula 7.4 Combinacions possibles del circuit 7.24

A l'entrada d'aquesta porta hi ha un transistor "multiemissor", que no és res més que una extensió de l'estrucció del transistor bipolar, que és format per un col·lector tipus N, una base tipus P i diversos emissors N separats entre si, units tots a la base P (figura 7.25b). Aquest transistor multiemissor equival als diòdols del circuit de la figura 7.24, emmarcats en la línia a traços. L'altre diòde és substituït, a la porta TTL, per la unió base emissor d'un transistor bipolar.

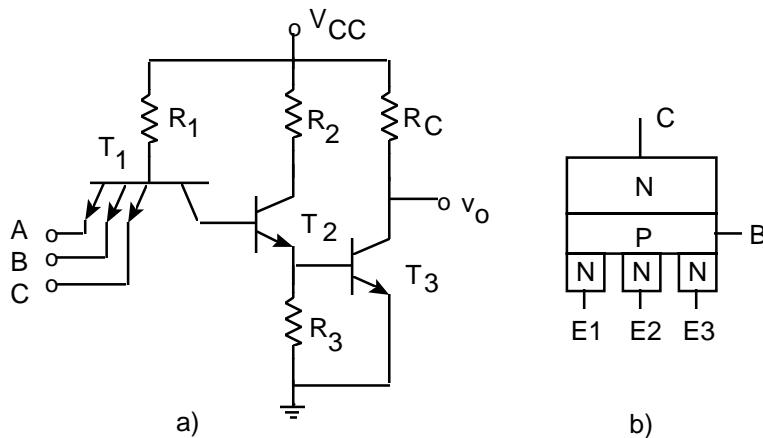


Figura 7.25 a) Porta bàsica NAND tipus TTL. Valors típics dels seus components: $V_{CC} = 5$ V; $R_1 = 4 \text{ k}\Omega$; $R_2 = 1,4 \text{ k}\Omega$; $R_3 = 1 \text{ k}\Omega$; $R_C = 4 \text{ k}\Omega$. b) Transistor multiemissor

Si una de les entrades fos nul·la, la unió base emissor seria polaritzada directament i la tensió a la base de T_1 seria aproximadament 0,7 V. En aquestes condicions, T_2 i T_3 són a la regió de tall. En efecte, si no hi fossin, el transistor T_1 hauria de proporcionar el corrent de base entrant al transistor T_2 , i això exigiria que la unió col·lectora de T_1 fos polaritzada directament. Però, en aquest cas, T_1 tindria les dues unions polaritzades en directa, de manera que treballaria en saturació. I en saturació v_{CE1} és aproximadament 0,2 V. Així doncs, si la base de T_2 és a 0,2 V, aquest transistor no pot conduir i, per tant, ha d'estar en tall.

Si totes les entrades són altes, les unions emissores de T_1 són polaritzades inversament. Malgrat això, la unió col·lectora de T_1 és polaritzada directament a través de V_{CC} i R_1 , de manera que aquest transistor és a la regió inversa. En aquesta regió de funcionament, el corrent I_{B2} és el corrent emissor del transistor invertit: $(\beta_R + 1)I_{B1}$, i és prou per portar T_2 i T_3 a saturació. En aquestes condicions la tensió a la base de T_1 és aproximadament tres vegades 0,7 V ja que entre aquest punt i la massa hi ha tres unions en directa. Aleshores,

$$I_{B1} \cong \frac{5V - 2,1V}{4 \text{ k}\Omega} = 0,73 \text{ mA} \quad (7.12)$$

$$I_{B2} \cong (\beta_R + 1)I_{B1} \cong 1,4 \text{ mA}$$

on s'ha suposat un valor de β_R proper a la unitat. Com que I_{C2sat} val aproximadament 3 mA ($I_{C2sat} = (5 - 0,2 - 0,7)/1,4 \text{ k}\Omega$), n'hi ha prou que β_{F2} valgui 2 per saturar T_2 . El transistor T_3 també és saturat ja que els seus corrents de base i col·lector són

$$I_{B3} \approx I_{C2sat} - \frac{0,7V}{1 \text{ k}\Omega} = 2,3 \text{ mA} \quad (7.13)$$

$$I_{C3sat} \approx \frac{5V - 0,2V}{4 \text{ k}\Omega} = 1,2 \text{ mA}$$

En resum, la relació lògica entre les entrades i la sortida és la mateixa que la de la porta amb diòdols descrita anteriorment, per això es tracta d'una porta NAND.

Sobre aquest circuit bàsic es fan modificacions que donen lloc a les anomenades sortides en col·lector obert, en *totem pole* i de tres estats. Aquestes modificacions es presenten a la figura 7.26. La sortida en col·lector obert és el circuit 7.26a. Observeu que la resistència R_c del circuit de la figura 7.25 s'ha de connectar externament. D'aquí li ve el nom de "col·lector obert" que s'utilitza en aplicacions digitals.

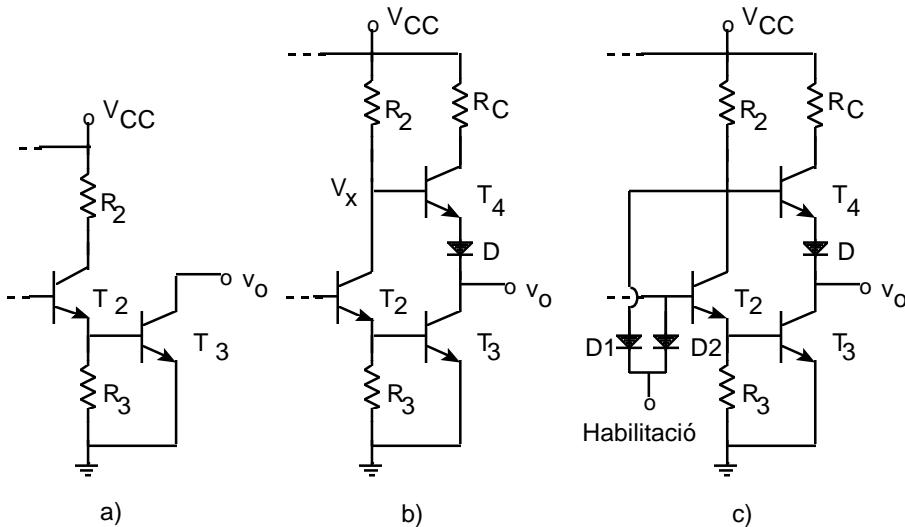


Figura 7.26 a) Sortida en col·lector obert. b) Sortida en totem pole. c) Sortida en tres estats

La sortida en *totem pole* és la representada en el circuit 7.26b. S'afegeixen el transistor T_4 i el diòde D a l'estapa de sortida. La seva funció és donar un corrent de sortida més gran quan T_3 entra a la regió de tall; això permet una càrrega més ràpida d'un condensador C_L connectat a la sortida del circuit. Aquest condensador és paràsit i el seu temps de càrrega limita la velocitat de commutació del circuit. Quan T_3 és en saturació, T_4 i D són ambdós en estat de tall, ja que $v_x = v_{BE3} + v_{CE2sat} = 0,9 \text{ V}$, menor que els 1,6 V (0,2 + 2·0,7) que es requereixen perquè condueixin D i T_4 .

La sortida de tres estats es representa a la figura 7.26c. Quan el senyal d'habilitació és a nivell baix, els diòdols D1 i D2 condueixen i porten T_3 i T_4 a l'estat de tall, amb independència de les entrades aplicades a la porta. Aleshores, la sortida es comporta com un circuit obert, també anomenat "estat d'alta impedància", que no és ni un nivell alt ni un nivell baix. Com que la sortida pot ser alta, baixa o d'alta impedància, se l'anomena de tres estats.

Una altra modificació important del circuit bàsic és la connexió d'un diòde Schottky entre la base i el col·lector dels transistors (vegeu la figura 7.27). El circuit resultant s'anomena Schottky-TTL. Aquest tipus de diòde té la propietat de tenir una tensió llindar d'uns 0,4 V. Aleshores, la tensió directa entre base i col·lector, no pot superar els 0,4 V; això evita que el transistor "s'endinsi" en la regió de saturació. La conseqüència d'aquesta acció és que els retards de propagació són menors, ja que la capacitat C_c és polaritzada a una tensió menor que en el circuit inversor estàndard. Això implica un valor molt menor d'aquesta capacitat (recordeu que aquesta capacitat augmenta exponencialment amb v_{BC} en polarització directa).

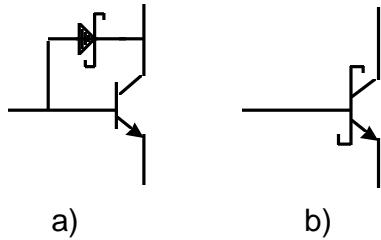


Figura 7.27 a) Connexió del diòde Schottky amb el transistor bipolar. b) Símbol del conjunt

7.5 El transistor bipolar com a amplificador. Conceptes bàsics

Es diu que un circuit amplifica quan la potència del senyal de sortida és superior a la del senyal d'entrada i es conserva la forma d'ona del senyal. Es defineixen tres factors d'amplificació: *guany de tensió*, G_v ; *guany de corrent*, G_i , i *guany de potència*, G_p (figura 7.28).

$$\begin{aligned} G_v &= \frac{v_o}{v_i} \\ G_i &= \frac{i_o}{i_i} \\ G_p &= \frac{p_o}{p_i} = \frac{v_o \cdot i_o}{v_i \cdot i_i} = G_v \cdot G_i \end{aligned} \quad (7.14)$$

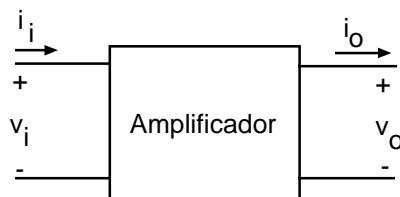


Figura 7.28 Bloc amplificador. Els terminals d'alimentació, imprescindibles en els amplificadors, no soLEN representar-se

Els circuits electrònics capaços de fer aquesta funció s'anomenen *amplificadors*. Un concepte fonamental en aquests circuits és que es basen en una transformació d'energia. El senyal amplificat té més energia que el senyal d'entrada (vegeu l'apartat 4.3). Aquest increment d'energia del senyal prové de la font d'alimentació: l'amplificador transforma l'energia "contínua" que proporciona la font en "energia de senyal". Per tant, tots els amplificadors han d'estar "alimentats" amb algun generador de tensió o corrent que li proporcioni l'energia que ha de transferir al senyal.

En aquest apartat es presenten els conceptes fonamentals d'un amplificador a través de l'anàlisi del circuit de la figura 7.29. Aquest circuit és alimentat amb les fonts de tensió V_{CC} i V_{BB} , i el senyal que cal amplificar és proporcionat pel generador $\Delta v_s(t)$. Per tal de concretar l'anàlisi se suposen els valors numèrics següents: $V_{CC} = 10$ V; $R_C = 2 \text{ k}\Omega$; $R_E = 1 \text{ k}\Omega$; $R_B = 30 \text{ k}\Omega$; $V_{BB} = 3$ V; $\beta_F = 200$; $V_{BE} = 0,7$ V.

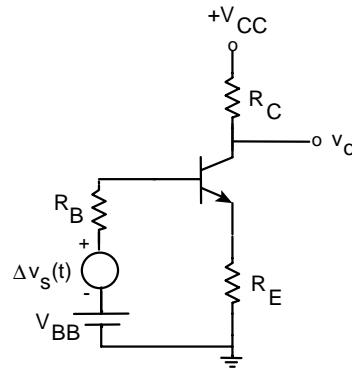


Figura 7.29 Circuit amplificador

7.5.1 Anàlisi en contínua. Punt de repòs

En aquest apartat se suposa que $\Delta v_s(t)$ és igual a zero. És a dir, el circuit només té aplicades les fonts V_{CC} i V_{BB} . L'objectiu d'aquest apartat és el càlcul dels corrents i les tensions del circuit en aquesta situació, i en particular dels corrents de base i de col·lector i de la tensió V_{CE} . Aquests valors determinen les coordenades del punt de treball en repòs del transistor i s'identifiquen amb el subíndex Q : I_{BQ} , I_{CQ} i V_{CEQ} . La tècnica d'anàlisi per trobar el punt de treball és la desenvolupada a l'apartat 7.2.2.

L'anàlisi de la malla de base porta a

$$V_{BB} = I_{BQ} R_B + V_{BEQ} + I_{EQ} R_E$$

$$V_{BB} \equiv I_{BQ} R_B + 0,7 + (\beta_F + 1) I_{BQ} R_E \quad (7.15)$$

Si aïllem el corrent de base

$$I_{BQ} = \frac{V_{BB} - 0,7}{R_B + (\beta_F + 1) R_E} \quad (7.16)$$

on s'ha suposat que V_{BE} és aproximadament 0,7 V i que el transistor treballa en la regió activa. Amb els valors numèrics indicats, s'obté $I_{BQ} = 10 \mu\text{A}$. El corrent de col·lector és

$$I_{CQ} = \beta_F I_{BQ} \quad (7.17)$$

expressió que porta a un valor numèric de 2 mA per a I_{CQ} . L'anàlisi de la malla de col·lector dóna l'equació

$$\begin{aligned} V_{CC} &= I_{CQ} R_C + V_{CEQ} + I_{EQ} R_E \\ V_{CC} &\equiv I_{CQ} R_C + V_{CEQ} + I_{CQ} R_E \\ V_{CEQ} &\equiv V_{CC} - I_{CQ} (R_C + R_E) \end{aligned} \quad (7.18)$$

on s'ha fet ús que I_{EQ} val aproximadament I_{CQ} a la regió activa. El valor numèric de V_{CEQ} és de 4 V.

Aquests resultats són consistents amb la hipòtesi que el transistor treballa a la regió activa. En efecte, la unió base emissor és en directa perquè el corrent de base és positiu, i la unió col·lectora és en inversa perquè V_{CEQ} és més gran que 0,2 V.

Observeu que la tensió de sortida V_{oQ} és de 6 V ($V_{oQ} = V_{CC} - I_{CQ} R_C$) i la del terminal emissor de 2 V ($V_{EQ} = I_{CQ} R_E$).

A la figura 7.30 es representa la recta de càrrega de col·lector en contínua (equació 7.18) i el punt de treball en repòs Q .

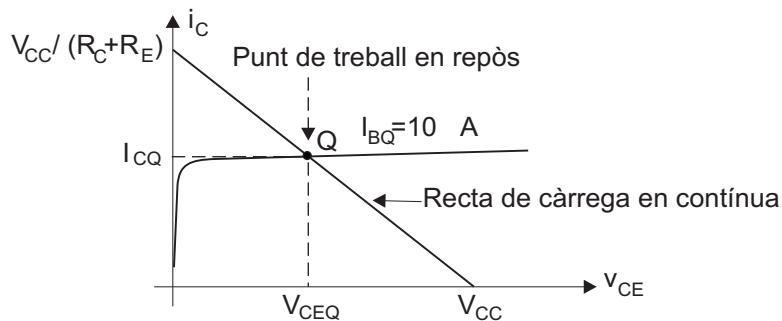


Figura 7.30 Recta de càrrega de col·lector i punt de treball

7.5.2 Anàlisi en gran senyal: amplificació i marges dinàmics

Suposeu ara que el generador de senyal $\Delta v_s(t)$ del circuit de la figura 7.29 no és nul, sinó que pren valors negatius i positius en variar el temps. De moment, i mentre no s'indiqui el contrari, se suposa que V_{BE} es manté en 0,7 V. Aleshores, els únics canvis que cal fer en les equacions anteriors és substituir V_{BB} per $V_{BB} + \Delta v_s(t)$. Les noves equacions són

$$\begin{aligned} i_B &= \frac{V_{BB} - 0,7}{R_B + (\beta_F + 1)R_E} + \frac{\Delta v_s(t)}{R_B + (\beta_F + 1)R_E} \\ i_B &= I_{BQ} + \Delta i_B(t) \end{aligned} \quad (7.19)$$

El generador de senyal introduceix un corrent de base de "senyal", $\Delta i_B(t)$, que se suma al corrent de base de repòs I_{BQ} . El corrent de col·lector, si fem la hipòtesi que el transistor bipolar continua a la regió activa, és

$$i_C = \beta_F i_B = \beta_F I_{BQ} + \beta_F \Delta i_B(t) = I_{CQ} + \Delta i_C(t) \quad (7.20)$$

expressió que indica que apareix un corrent de col·lector de "senyal" afegit al corrent de col·lector de repòs I_{CQ} . La tensió de sortida v_o és

$$\begin{aligned} v_o &= V_{CC} - i_C R_C = V_{CC} - I_{CQ} R_C - \Delta i_C(t) R_C \\ v_o &= V_{oQ} + \Delta v_o(t) \end{aligned} \quad (7.21)$$

Això indica que també apareix a la sortida un senyal $\Delta v_o(t)$ sobreposat al valor de repòs V_{oQ} . Si encadenem les equacions 7.19 - 7.21 obtenim

$$\Delta v_o(t) = -\frac{R_C \beta_F}{R_B + (\beta_F + 1)R_E} \Delta v_s(t) = G_v \cdot \Delta v_s(t) \quad (7.22)$$

El senyal de sortida resulta ser proporcional al senyal d'entrada. Si substituïm valors a 7.22 resulta que el guany de tensió, G_v , és igual a -1,74. El signe negatiu indica que la sortida és "invertida" respecte de l'entrada. Això significa que un augment de $\Delta v_s(t)$ implica un increment negatiu de $\Delta v_o(t)$, és a dir, una disminució de v_o . El mòdul de G_v indica que el senyal de sortida és un 74% més gran que el senyal d'entrada. Per tant, el circuit ha amplificat el senyal. A la figura 7.31b es representen gràficament les tensions $\Delta v_s(t)$, $v_o(t)$ i $\Delta v_o(t)$.

Un altre concepte molt important en un amplificador és el dels marges dinàmics. Quina és l'amplitud màxima del senyal amplificat que es pot obtenir a la sortida? Quan l'amplificador "deforma" el senyal, deixa de ser amplificador, ja que el senyal de sortida deixa de ser una ampliació fidel del senyal d'entrada.

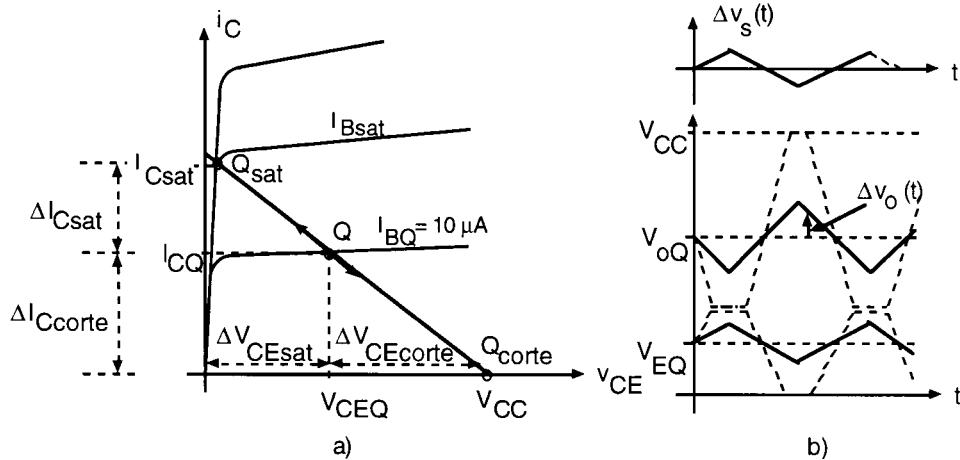


Figura 7.31 a) Desplaçament del punt de treball sobre la recta de càrrega de col·lector.
b) Tensions al col·lector i l'emissor

Considereu el circuit de la figura 7.29. L'efecte del senyal sobre el punt de treball es pot obtenir a partir de l'anàlisi de la malla de col·lector

$$V_{CC} = i_C (R_C + R_E) + v_{CE} \quad (7.23)$$

El punt de treball instantani és la intersecció de la recta donada per l'equació anterior amb la corba característica corresponent a i_B a l'instant considerat. L'equació 7.19 indica que el valor del corrent de base canvia amb el temps, de manera que el punt de treball instantani es mou al llarg de la recta de càrrega, tal com s'indica a la figura 7.31a. Si $\Delta v_s(t)$ fos un valor negatiu, faria disminuir i_B (equació 7.19). Si aquest valor negatiu és molt gran, la unió emissora es polaritza inversament i i_B s'anul·la. Per això, el punt de treball instantani té un límit inferior que ve donat per la intersecció de la recta de càrrega amb l'eix d'abscisses (regió de tall). En aquest punt, i_C és igual a zero, V_{CE} val V_{CC} i la tensió de sortida és igual a V_{CC} , ja que no hi ha caiguda a R_C .

Quan $\Delta v_s(t)$ es fa positiu, el valor de i_B augmenta i el punt de treball instantani va cap a valors més grans de i_C . Però aquest desplaçament del punt Q sobre la recta de càrrega té un límit: la regió de saturació. Per a corrents de base més grans que el valor i_{Bsat} indicat a la figura 7.31, el valor de i_C es manté pràcticament constant: totes les corbes de sortida del transistor per a aquests valors de i_B tallen la recta de càrrega en el mateix punt: Q_{sat} . En aquest punt, i_C és igual a i_{Csat} . Observeu que i_{Csat} val aproximadament $V_{CC}/(R_C+R_E)$ (vegeu la figura 7.30), valor que depèn dels elements del circuit i no de les corbes característiques. Observeu que i_{Bsat} és igual a i_{Csat}/β_F .

Així doncs, si l'amplitud del senyal d'entrada és prou gran pot fer que el corrent de col·lector quedi limitat per tall o saturació. Si el senyal de sortida és retallat, la seva forma ja no és una còpia fidel de la d'entrada i el circuit deixa de comportar-se com un amplificador. S'anomenen marges dinàmics de l'amplificador les variacions màximes de corrents i tensions en el circuit sense que hi hagi deformació del senyal. Els marges dinàmics de i_C són les amplituds de les excursions des de I_{CQ} fins al tall ($i_C = 0$), i fins a la saturació (i_{Csat}). Si el senyal d'entrada de l'amplificador tingués la mateixa amplitud en l'excursió positiva i negativa, l'amplitud màxima del senyal de sortida sense retallar seria donada pel menor dels dos marges dinàmics. A la figura 7.31a es representen els marges dinàmics de i_C de l'amplificador.

Si s'aproxima i_{Csat} pel punt d'intersecció de la recta de càrrega amb l'eix d'ordenades (V_{CEsat} igual a zero), els marges dinàmics de i_C es poden expressar mitjançant

$$\begin{aligned} \Delta i_C|_{tall} &= 0 - I_{CQ} = I_{CQ} \\ \Delta i_C|_{sat} &= i_{Csat} - I_{CQ} \equiv \frac{V_{CC}}{R_E + R_C} - I_{CQ} \end{aligned} \quad (7.24)$$

Per als valors numèrics d'aquest exemple el marge dinàmic de tall és de 2 mA i el de saturació és d'1,33 mA. L'amplitud màxima del corrent de col·lector sense distorsió és, per tant, d'1,33 mA de pic.

Les expressions 7.21 relacionen els increments del corrent de col·lector amb els de la tensió de sortida. Per tant, els marges dinàmics de i_C impliquen també marges dinàmics en v_o , amb valor

$$\begin{aligned} \Delta v_o|_{tall} &= -R_C \Delta i_C|_{tall} \\ \Delta v_o|_{sat} &= -R_C \Delta i_C|_{sat} \end{aligned} \quad (7.25)$$

Per als valors numèrics del circuit de la figura, el marge de tall és de 4 V i el de saturació de -2,66 V. A la figura 7.31b es representen qualitativament aquests marges dinàmics. La interpretació d'aquests resultats és immediata. En repòs, v_o val 6V. Quan el transistor es talla, el corrent de col·lector s'anul·la i, en conseqüència v_o passa a valer 10 V. Per tant, l'increment de v_o és de 4 V. Quan el transistor seatura V_{CE} passa a valer 0,2 V. Si s'aproxima aquest valor a 0 V, el corrent que circula a la malla de col·lector és

$$i_{C_{sat}} = \frac{V_{CC} - V_{CE_{sat}}}{R_C + R_E} \approx \frac{V_{CC}}{R_C + R_E} \quad (7.26)$$

amb un valor numèric de 3,33 mA. Per tant, amb el transistor saturat el valor de v_o és de 3,33 V i l'increment de v_o des del seu valor de repòs és de 2,66 V. L'amplitud màxima de la tensió de sortida sense distorsió és, per tant, de 2,66 V.

El senyal de sortida és produït per l'amplificació del senyal d'entrada. Per tant, l'amplitud màxima possible del senyal d'entrada perquè la sortida no sigui distorsionada (si suposem excursions simètriques) és

$$\Delta v_S|_{max} = \frac{\Delta v_o|_{max}}{|G_v|} \quad (7.27)$$

Observeu que els marges dinàmics vénen determinats per la posició del punt de treball en repòs. Si el punt de polarització Q estigués, per exemple, a la regió de saturació, els marges dinàmics a saturació serien nuls i l'amplitud màxima del senyal de sortida sense distorsió seria nul·la: l'amplificador no podria amplificar ja que retallaria tots els senyals que s'hi apliquessin. Passaria quelcom semblant si Q fos a la regió de tall. Per tenir un senyal de sortida d'amplitud relativament àmplia convé situar el punt Q a la part central de la recta de càrrega. D'aquí ve la importància de la polarització del transistor.

7.5.3 Anàlisi en petit senyal. Circuit incremental i guany

A l'apartat anterior s'ha mostrat que, en aplicar un senyal $\Delta v_s(t)$ a l'amplificador, es generen uns senyals que se superposen als valors de repòs o de contínua. El càlcul de l'amplitud d'aquests senyals es va fer aproximant la tensió entre base i emissor a 0,7 V. Aquesta aproximació no sempre és acceptable i per això cal desenvolupar un model més exacte per al càlcul del guany de l'amplificador.

L'anàlisi de la malla d'entrada de l'amplificador de la figura 7.29 proporciona l'equació següent

$$\begin{aligned} V_{BB} + \Delta v_S(t) &= i_B R_B + v_{BE} + i_E R_E \\ V_{BB} + \Delta v_S(t) &= [I_{BQ} + \Delta i_B(t)]R_B + [V_{BEQ} + \Delta v_{BE}(t)] + [I_{EQ} + \Delta i_E(t)]R_E \end{aligned} \quad (7.28)$$

L'equació 7.15 estableix la relació entre els components de repòs de l'equació anterior. Aleshores, perquè es compleixi 7.28, també cal que

$$\Delta v_S(t) = \Delta i_B(t) R_B + \Delta v_{BE}(t) + \Delta i_E(t) R_E \quad (7.29)$$

Anàlogament, l'anàlisi de la malla de col·lector proporciona les equacions

$$\begin{aligned} V_{CC} &= i_C R_C + v_{CE} + i_E R_E \\ V_{CC} &= [I_{CQ} + \Delta i_C(t)]R_C + [V_{CEO} + \Delta v_{CE}(t)] + [I_{EQ} + \Delta i_E(t)]R_E \end{aligned} \quad (7.30)$$

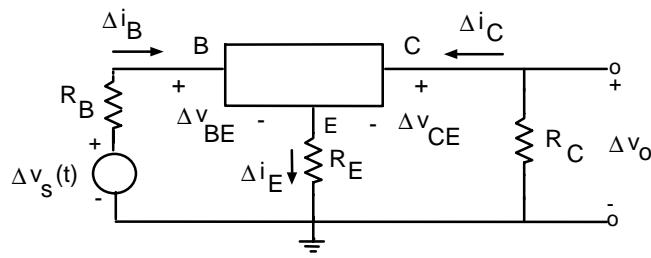


Figura 7.32 Circuit incremental corresponent al circuit de la figura 7.23

que, combinada amb 7.18, porta a

$$0 = \Delta i_C(t) R_C + \Delta v_{CE}(t) + \Delta i_E(t) R_E \quad (7.31)$$

Les equacions 7.29 i 7.31 només contenen increments de tensions o corrents. Com es va fer per al díode en petit senyal, se sol construir un circuit fictici, anomenat *circuit incremental*, que proporciona les equacions anteriors en aplicar a les seves malles les lleis de Kirchhoff. Aquest circuit s'obté a partir del circuit complet si substituïm les fonts independents de tensió contínua ideals per curtcircuits (ja que l'increment de tensió entre els seus terminals sempre és nul) i les fonts independents de corrent continu ideals per circuits oberts (ja que a través d'elles l'increment d'intensitat ha de ser nul, que equival a una resistència infinita), i els altres components s'han de substituir pels elements que relacionen els increments de tensió i corrent entre els seus terminals: les resistències no varien i el transistor s'ha de substituir pel seu circuit equivalent en petit senyal. En el cas del circuit de la figura 7.29 el seu circuit incremental es representa a la figura 7.32.

En una primera impressió es podria pensar que el mètode de càlcul de l'amplificador es basa en l'aplicació del principi de superposició, ja que se suposa nul el component incremental per calcular el continu, se suposa nul el continu per calcular el component incremental i finalment se sumen ambdós components. Encara que formalment sembli que aquest sigui el procés de càlcul, *el circuit incremental no és independent del circuit de continu* i, per tant, no compleix els requisits del principi de superposició. Com es veurà a l'apartat 7.6, els valors dels elements del circuit incremental del transistor (r_π, \dots) depenen del punt Q (I_{CQ}, V_{CEQ}), de forma similar a com els elements del model de petit senyal del díode depenen de I_{DQ} i V_{DQ} .

A la figura 7.32 cal substituir el transistor bipolar pel seu circuit incremental. Aquest circuit incremental ha de ser format pels elements que permetin relacionar els increments de tensió i corrent que s'apliquen als seus terminals. Quan els increments són d'amplitud petita, es pot considerar que el circuit incremental del transistor és lineal. També se l'anomena *model de petit senyal*.

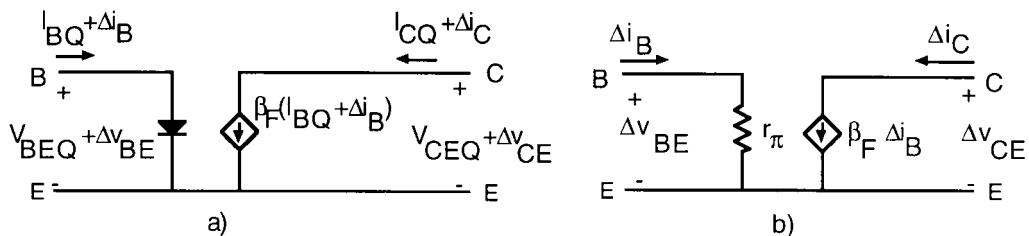
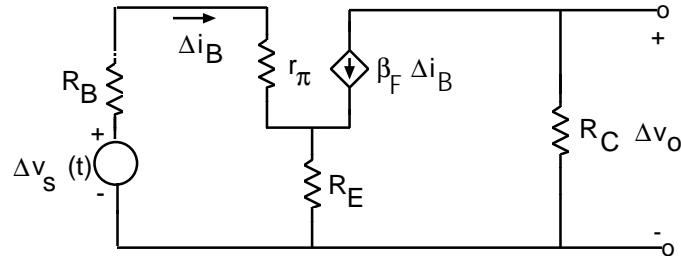


Figura 7.33 a) Model del transistor en activa. b) Model de petit senyal del transistor

Encara que a l'apartat 7.6 es desenvolupa amb detall la deducció del model de petit senyal, se'n presenta una versió simplificada a la figura 7.33b. A la regió activa el transistor equival al circuit de la figura 7.33a. En

aquest circuit circulen els corrents "totals" i les tensions que s'apliquen als seus terminals són també "totals". Al capítol anterior es va veure que la relació entre els increments de corrent i de tensió en un díode venia donada per la resistència dinàmica del díode ($\Delta i_D = \Delta i_B \cdot r_d$). És immediat observar en el circuit anterior que Δi_C és $\beta_F \Delta i_B$. Per aquesta raó, el circuit incremental simplificat del transistor és el representat a la figura 7.33b, on la resistència r_π és la resistència dinàmica del díode base emissor de valor V_T/I_{BQ} . Quan s'introduceix aquest circuit en el circuit incremental de la figura 7.32, s'obté el circuit incremental complet (figura 7.34).



7.34 Circuit de petit senyal de l'amplificador de la figura 7.28

L'anàlisi d'aquest circuit permet calcular el guany de l'amplificador

$$\begin{aligned}\Delta v_0 &= -\beta_F \Delta i_B R_C \\ \Delta v_S &= \Delta i_B (R_B + r_\pi) + R_E (\Delta i_B + \beta_F \Delta i_B)\end{aligned}\quad (7.32)$$

Si combinem aquestes equacions s'obté

$$G_v = \frac{\Delta v_o}{\Delta v_S} = -\frac{\beta_F R_C}{R_B + r_\pi + (\beta_F + 1)R_E} \quad (7.33)$$

Aquesta expressió es diferencia de l'obtinguda anteriorment (7.22) en el terme r_π del denominador. Aquesta diferència és deguda al fet que a l'apartat anterior es considerava implícitament que r_π tenia un valor nul en considerar que Δv_{BE} era igual a zero (V_{BE} constant).

7.5.4 Amplificador amb components discrets

El circuit de la figura 7.29 no és un circuit pràctic: ni solen utilitzar-se dues fonts d'alimentació, ni el generador de senyal sol intercalar-se entre una font d'alimentació i el terminal de base. A la figura 7.35 es presenta el circuit bàsic d'un *amplificador emissor comú fet amb components discrets*. Com s'observa, el generador de senyal, representat pel seu circuit equivalent de Thévenin (Δv_s , R_s), es connecta a l'amplificador a través del condensador d'"acoblament" C_A . L'amplificador pròpiament dit consta de les resistències R_1 , R_2 , R_C i R_E , el transistor bipolar, la font de alimentació V_{CC} i el condensador de "desacoblament" de la resistència d'emissor, C_E . Amb freqüència l'amplificador liuva el senyal a una càrrega R_L que és connectada al col·lecciór a través d'un condensador d'acoblament C_L .

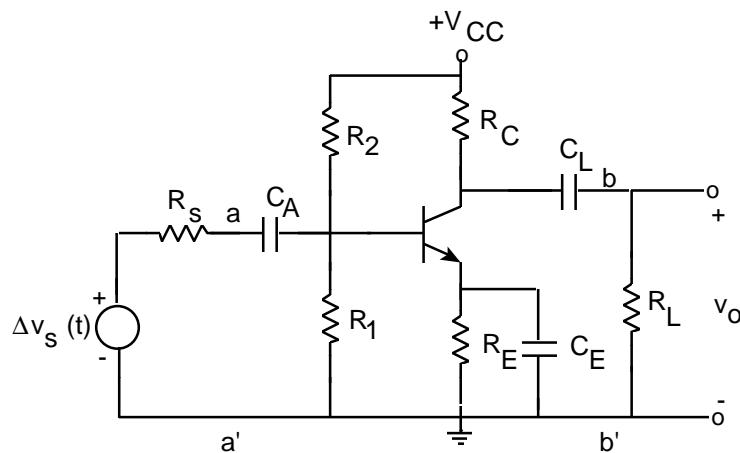


Figura 7.35 Circuit amplificador bàsic en emissor comú amb components discrets

Hi ha tres aspectes que són importants per destacar en aquest circuit: la funció del divisor de tensió R_1-R_2 , la dels condensadors C_A i C_L i la del condensador C_E .

En contínua, i una vegada establert el règim permanent, els condensadors equivalen a circuits oberts, de manera que el circuit de polarització o contínua resulta ser el format per les resistències R_1 , R_2 , R_C , R_E , l'alimentació V_{CC} i el transistor bipolar. Aquest circuit té un avantatge important respecte de l'anterior: utilitza una única font d'alimentació. Aquest circuit és elèctricament equivalent al de la figura 7.36a. Observeu que la font V_{CC} ha estat desdoblada en dues fonts del mateix valor. Una, que encara alimenta R_C i una altra que alimenta R_2 . A la figura 7.36b s'ha substituït el circuit format per R_1 , R_2 i V_{CC} pel seu equivalent Thévenin. Els valors dels components d'aquest darrer circuit equivalent són

$$R_{th} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (7.34)$$

$$V_{th} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{CC}$$

Observeu que aquest últim circuit coincideix amb el de la figura 7.29 en contínua ($\Delta v_s = 0$ V).

La funció dels condensadors C_A i C_L consisteix a acoblar el generador de senyal i la càrrega a l'amplificador en el circuit de petit senyal i disconnectar-los en contínua. Ja s'ha vist que en contínua els condensadors equivalen a un circuit obert i, per tant, "disconnecten" R_L i el generador de senyal. D'aquesta forma no influeixen en el punt de repòs Q .

A l'exemple 5.7 es va analitzar el comportament d'un condensador en paral·lel amb una resistència excitats per una font de corrent amb un component continu de valor I_o més un component de senyal sinusoidal de valor $A \cdot \cos(\omega t)$. La tensió en borns del condensador es va trobar que era

$$v_C = I_o R + \frac{R}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} A \cos(\omega t - \varphi)$$

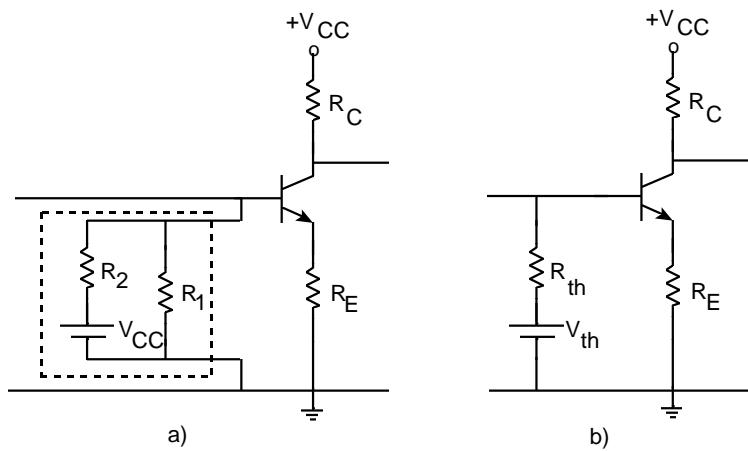


Figura 7.36 a) Circuit de polarització del circuit de la figura 7.35. b) Simplificació del circuit mitjançant l'equivalent de Thévenin

és a dir, un component constant de valor I_oR més un senyal sinusoïdal. Si la freqüència és prou elevada, l'amplitud de la sinusoide serà molt inferior al component constant i es podrà negligir. En aquest text se suposa que *la freqüència del senyal és prou alta com perquè la tensió en borns del condensador es pugui aproximar per un valor constant*. Se suposa, doncs, que el condensador equival a una font de tensió constant, de manera que en petit senyal equival a un curcircuit.

El circuit incremental de l'amplificador de la figura 7.35 es representa a la figura 7.37. Observeu que els condensadors C_A , C_L i C_E s'han substituït per curcircuitos. Observeu també que en ser curcircuitada la resistència d'emissor pel condensador de desacoblament, el terminal emissor és comú a l'entrada i a la sortida. D'aquí li ve el nom d'amplificador emissor comú. Observeu també que en el circuit incremental R_L és en paral·lel amb R_C .

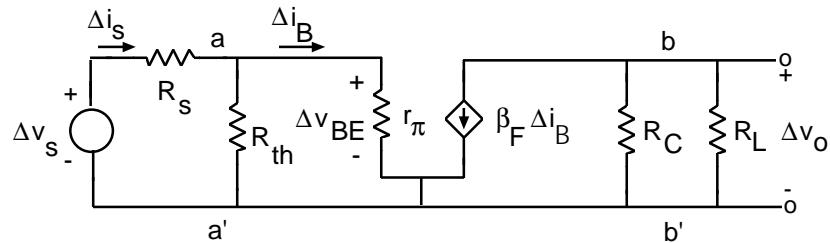


Figura 7.37 Circuit equivalent en petit senyal del circuit 7.35

El tercer aspecte que cal considerar és la funció de C_E . Com s'acaba d'indicar, en contínua apareix la resistència R_E en el terminal emissor, que és curcircuitada en el circuit incremental. L'expressió 7.33 posa de manifest que la resistència R_E disminueix dràsticament el guany. Per tant, si el condensador C_E anula aquesta resistència en el circuit incremental, el guany augmenta. Aquesta és precisament la funció del condensador de desacoblament de la resistència emissor.

Es podria raonar, en conseqüència, que ja que R_E disminueix el guany, el millor seria dissenyar l'amplificador amb una resistència emissor nul·la. Malgrat això, aquesta alternativa no és convenient a causa de la gran variació de β_F en els transistors. La variació d'aquest paràmetre exigeix incloure un valor significatiu de R_E per estabilitzar el punt de repòs.

A l'apartat 7.5.1 s'analitza el punt de repòs en contínua. Es dedueix que

$$\begin{aligned} I_{BQ} &\equiv \frac{V_{th} - 0,7}{R_{th} + (\beta_F + 1)R_E} \\ I_{CQ} &= \beta_F I_{BQ} = \beta_F \frac{V_{th} - 0,7}{R_{th} + (\beta_F + 1)R_E} \end{aligned} \quad (7.35)$$

Aquesta última expressió mostra que si R_E fos nul·la el valor de I_{CQ} seria

$$I_{CQ} = \beta_F \frac{V_{th} - 0,7}{R_{th}} \quad (7.36)$$

Com que la variació de β_F per a un mateix tipus de transistor pot ser del 300%, no hi hauria control sobre I_{CQ} en el circuit. En uns casos el transistor estaria saturat, i donaria sortida nul·la, en altres en tall, on tampoc no amplificaria, i en altres casos podria amplificar correctament.

Altrament, si es fa que $(\beta_F + 1)R_E$ sigui molt més gran que R_{th} (a la pràctica se sol prendre un valor entre 5 i 10 vegades R_{th}) l'expressió 7.35 es pot aproximar per

$$I_{CQ} \equiv \frac{V_{th} - 0,7}{R_E} \quad (7.37)$$

que és independent de β_F . En aquest cas es pot fixar el valor de I_{CQ} perquè l'amplificador proporcioni el marge dinàmic requerit per la tensió de sortida.

La presència de C_E en el circuit també afecta els marges dinàmics. En efecte; observeu que la tensió entre els terminals de C_E serà aproximadament

$$v_{CE} = v_{EQ} \equiv I_{EQ}R_E = \text{constant} \quad (7.38)$$

L'equació 7.23 de la malla de col·lector es converteix en

$$\begin{aligned} V_{CC} &= i_C R_C + v_{CE} + I_{EQ} R_E \\ V_{CC} &= [I_{CQ} + \Delta i_C(t)] R_C + V_{CEQ} + \Delta v_{CE}(t) + I_{EQ} R_E \end{aligned} \quad (7.39)$$

i, com que els components continus s'han de neutralitzar (equació 7.18), resulta

$$0 = \Delta i_C(t) R_C + \Delta v_{CE}(t) \quad (7.40)$$

Aquesta equació és diferent de la 7.23, que va ser utilitzada per trobar els marges dinàmics de l'amplificador sense el condensador C_E . A fi de representar aquesta equació sobre les característiques de sortida del transistor, es pot tornar a escriure de la forma següent

$$0 = (i_C - I_{CQ}) R_C + (v_{CE} - V_{CEQ}) \quad (7.41)$$

que no és res més que una recta que passa pel punt Q (I_{CQ}, V_{CEQ}) i pel punt $(i_{Csat}, 0)$, on i_{Csat} és el valor de i_C per a $v_{CE} = 0$ V

$$i_{Csat} = I_{CQ} + \frac{V_{CEQ}}{R_C} \quad (7.42)$$

Aquesta recta de càrrega, per la qual es desplaça el punt de treball quan s'aplica un senyal al circuit, s'anomena *recta de càrrega en senyal*.

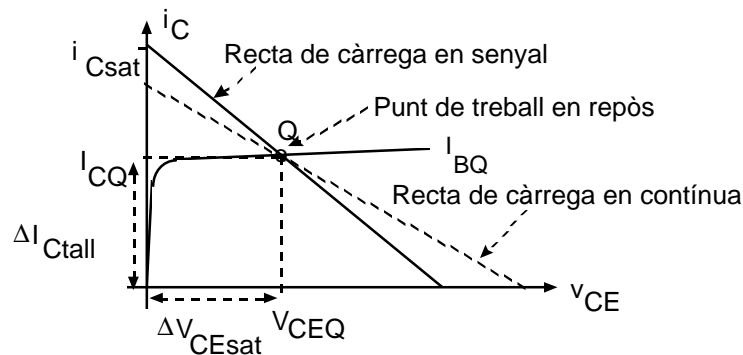


Figura 7.38 Rectes de càrrega en contínua i en senyal

Si s'analitzen els marges dinàmics sobre aquesta recta de càrrega, es pot veure que el marge dinàmic a tall no és afectat i coincideix amb el que s'ha trobat al circuit sense C_E . En canvi, el marge dinàmic a saturació ara és diferent. De l'equació anterior

$$\Delta i_C|_{sat} = i_{Csat} - I_{CQ} = \frac{V_{CEQ}}{R_C} \quad (7.43)$$

que fa que el marge dinàmic a saturació de la tensió de sortida es converteixi en

$$\Delta v_o|_{sat} = \Delta i_C|_{sat} \cdot R_C = -V_{CEQ} \quad (7.44)$$

que és més gran que el marge anterior (sempre que el punt de treball en repòs sigui a la regió activa). Si substituïm valors numèrics, obtenim un marge de saturació per a la tensió de sortida de 4 V. Com que el marge de tall també és de 4 V, l'amplitud màxima per a senyal simètric de sortida sense distorsió resulta ser 4 V de pic, notablement superior a l'obtinguda anteriorment.

Exemple 7.10

En el circuit de la figura 7.35 els valors dels components són: $V_{CC} = 15$ V; $R_C = 8$ k Ω ; $R_L = 12$ k Ω ; $R_E = 2$ k Ω ; $R_I = 30$ k Ω ; $R_2 = 120$ k Ω ; $R_S = 1$ k Ω ; $\beta_F = 200$; $V_{BE} = 0,7$ V. Suposeu que el paràmetre de petit senyal del transistor bipolar, r_π val $V_T \beta_F / I_{CQ}$ i preneu $V_T = 25$ mV. Calculeu el punt de treball en contínua, els marges dinàmics i el guany.

L'anàlisi de la polarització és el següent

$$\begin{aligned}V_{th} &= V_{CC} \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 3 \text{ V} \\R_{th} &= \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 24 \text{ k}\Omega \\I_{BQ} &= \frac{V_{th} - V_{BEQ}}{R_{th} + (\beta_F + 1)R_E} = 5,42 \mu\text{A}\end{aligned}$$

Si suposem que el transistor treballa a la regió activa

$$I_{CQ} = \beta_F I_{BQ} = 1,08 \text{ mA}$$

Si usem aquest valor de I_{CQ} , les tensions en els terminals del transistor són

$$\begin{aligned}V_{CEQ} &= V_{CC} - I_{CQ}(R_C + R_E) = 4,2 \text{ V} \\V_{EQ} &= I_{EQ}R_E = 2,16 \text{ V} \\V_{BQ} &= V_{EQ} + 0,7 = 2,86 \text{ V} \\V_{CQ} &= V_{EQ} + V_{CEQ} = 6,36 \text{ V}\end{aligned}$$

Aquests valors mostren que el transistor treballa a la regió activa tal com s'havia suposat.

Una forma pràctica de calcular els marges dinàmics és partir del punt de treball

$$\begin{aligned}\Delta i_{Ctall} &= 0 - I_{CQ} = -I_{CQ} = 1,08 \text{ mA} \\\Delta v_{CEsat} &= 0 - V_{CEQ} = -V_{CEQ} = -4,2 \text{ V}\end{aligned}$$

Els altres dos marges es poden obtenir a partir d'aquests i del pendent de la recta de càrrega en senyal. L'equació de la recta de càrrega en senyal s'obté en analitzar la malla de col·lector del circuit incremental

$$\Delta i_C(R_C \| R_L) + \Delta v_{CE} = 0$$

Per tant, els altres dos marges dinàmics són

$$\begin{aligned}\Delta i_{Csat} &= \Delta v_{CEsat} \left[-\frac{1}{R_C \| R_L} \right] = \frac{V_{CEQ}}{R_C \| R_L} = 0,875 \text{ mA} \\\Delta v_{CEtall} &= \Delta i_{Ctall} [R_C \| R_L] = [R_C \| R_L] \cdot I_{CQ} = 5,18 \text{ V}\end{aligned}$$

Els marges dinàmics de la tensió de sortida v_o es poden trobar, per exemple, a partir dels del corrent de col·lector

$$\Delta v_{otall} = -[R_C \| R_L] \cdot \Delta i_{Ctall} = I_{CQ} \cdot [R_C \| R_L] = 5,18 \text{ V}$$

$$\Delta v_{osat} = -[R_C \| R_L] \cdot \Delta i_{Csat} = -[R_C \| R_L] \frac{V_{CEO}}{R_C \| R_L} = -V_{CEO} = -4,2 \text{ V}$$

Per tant, l'excursió màxima del senyal de sortida sense distorsió és de 4,2 V.

El valor del paràmetre de petit senyal r_π és

$$r_\pi = \frac{V_T \beta_F}{I_{CQ}} = 4,6 \text{ k}\Omega$$

L'anàlisi del circuit de petit senyal porta a

$$\Delta v_0 = -(R_C \| R_L) \beta_F \Delta i_B$$

$$\Delta i_B = \Delta i_S \frac{R_{Th}}{R_{Th} + r_\pi}$$

$$\Delta i_S = \frac{\Delta v_S}{R_S + (R_{Th} \| r_\pi)}$$

Si substituïm valors resulta

$$\Delta v_o = -168 \cdot \Delta v_S$$

Es tracta, per tant, d'un amplificador inversor de guany 168.

Exercici 7.10

Considereu que el transistor té ara una $\beta_F = 500$ i repetiu l'exemple anterior.

Solució: $I_{BQ} = 2,25 \mu\text{A}$; $I_{CQ} = 1,12 \text{ mA}$; $V_{CEO} = 3,8 \text{ V}$

$$\Delta v_{otall} = 5,38 \text{ V}; \Delta v_{osat} = -3,8 \text{ V}$$

$$r_\pi = 11,2 \text{ k}\Omega; \Delta v_o = -190 \Delta v_s$$

7.5.5 Estructura típica d'un amplificador integrat

En el disseny de circuits integrats no és convenient, per raons tecnològiques i de cost, utilitzar resistències. Per aquesta raó, se solen utilitzar transistors per fer les funcions de resistències. Una estructura típica d'un amplificador integrat és la presentada a la figura 7.39a. En aquest circuit, T1 té la mateixa funció que la del transistor del circuit discret. Com veurem més endavant, el conjunt format per T2, T3, R_o i V_{CC} equival, en un entorn determinat del punt de repòs, a una font de corrent constant amb una resistència en paral·lel

(equivalent de Norton). Per això es diu que T2 actua com a "càrrega activa". El transistor T3 es comporta com un díode, i serveix per fixar el valor de la font de corrent equivalent. Observeu que T1 és un transistor NPN mentre que T2 i T3 són PNP.

El transistor T3, amb la unió base-col·lector curtcircuitada, equival a un díode. En efecte, a partir del seu model equivalent (figura 7.40), es pot veure que el corrent que circula entre emissor i base (o col·lector) és

$$i_C = I_{eb} + \beta_F I_{eb} = (1 + \beta_F) I_{se} (e^{v_{EB}/V_T} - 1) \cong I_S (e^{v_{EB}/V_T} - 1) \quad (7.45)$$

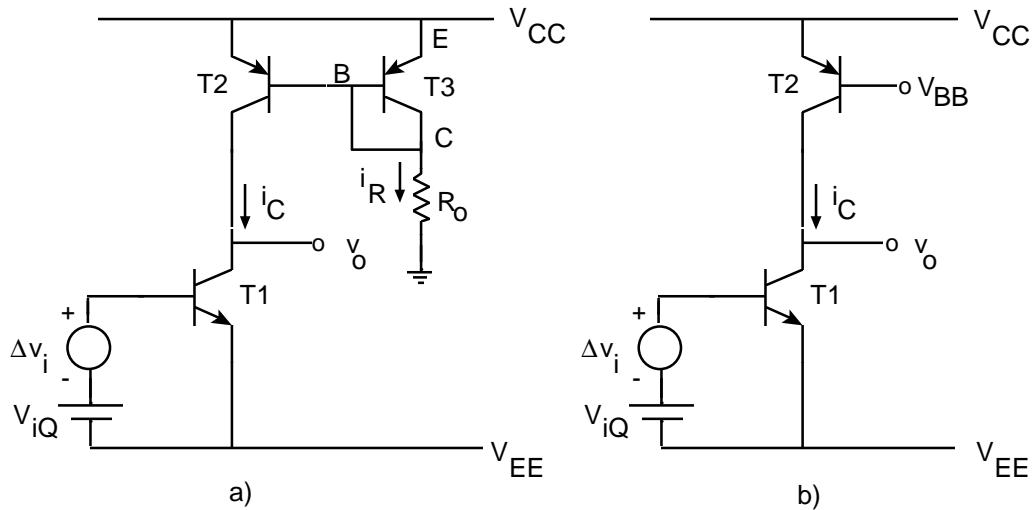


Figura 7.39 a) Estructura típica d'un amplificador de circuit integrat. b) Circuit equivalent

que no és res més que l'equació d'un díode connectat entre l'emissor i la base. Aleshores, la tensió en el col·lector de T3 és aproximadament $V_{CC} - V_\gamma$ i el corrent i_R és

$$i_R \cong \frac{V_{CC} - V_\gamma}{R_o} \quad (7.46)$$

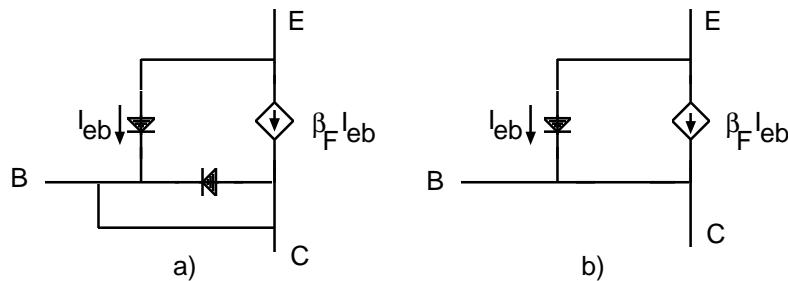


Figura 7.40 El transistor T3 connectat com a díode

Com que i_R és aproximadament constant, ja que V_γ val aproximadament 0,7 V i i_R és pràcticament igual a i_C , l'expressió 7.45 estableix que v_{EB} també ha de ser constant. Per aquesta raó, en el circuit de la figura 7.39b s'ha indicat que el transistor T2 és a una tensió fixa V_{BB} .

Les corbes característiques en emissor comú es van representar a l'apartat 7.2 prenent el corrent de base com a paràmetre. Les corbes $i_C(v_{CE})$, si prenem v_{BE} com a paràmetre, tenen una forma semblant, ja que, atès que i_B és igual a $I_{se}(e^{v_{BE}/V_T} - 1)$, un valor fix del corrent de base implica un valor constant de v_{BE} . A la figura 7.41a es representa la corba de sortida de T2 per a $v_{BE} = V_{BB}$. Observeu que el eix d'abscisses és v_{EC2} .

Les corbes característiques de sortida de T1 es donen a la figura 7.41b per diferents valors de $v_{EB} = v_i$. Sobre aquestes corbes característiques s'ha dibuixat la "corba de càrrega" del transistor T2. Observeu que v_{EC2} ve donat per

$$v_{EC2} = V_{CC} - v_o \quad (7.47)$$

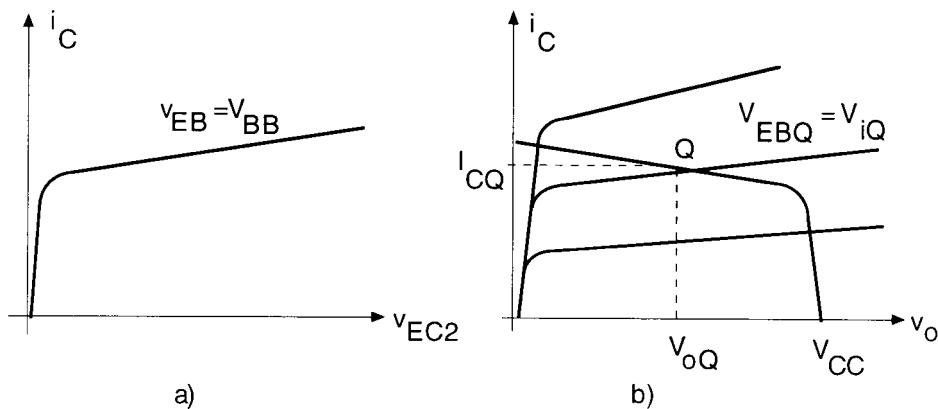


Figura 7.41 a) Corba característica de T2 per a $v_{BE} = V_{BB}$. b) Punt de repòs de l'amplificador de la figura 7.39

i que I_C és la mateixa per a ambdós transistors. Per això, quan v_o val V_{CC} , v_{CE2} és zero i i_C és zero. Quan v_o disminueix, v_{EC2} augmenta i i_C també augmenta. D'aquesta forma, es pot traslladar la corba de la figura 7.41a sobre el pla $i_C(v_o)$ del transistor T1, simplement "reflectint" aquesta corba sobre l'eix d'ordenades, i desplaçar-la a la dreta una quantitat V_{CC} . Aquesta corba fa la mateixa funció que la recta de càrrega de col·lector de l'amplificador analitzat anteriorment. Per això es diu que T2 actua com a transistor de càrrega.

Quan la tensió a la base de T1 varia al voltant del valor de repòs V_{iQ} per efecte del generador de senyal $\Delta v_i(t)$, el punt de treball es desplaça sobre la corba de càrrega i trasllada el senyal a la sortida. En un entorn del punt de treball, la corba de càrrega es pot aproximar per una recta, amb un pendent segons el model Early, és I_{CQ}/V_A . Com que el pendent de la recta de càrrega és la inversa de la resistència de col·lector, la corba de càrrega equival, en aquest entorn, a una resistència efectiva de col·lector de valor elevat. I en ser el guany proporcional a aquesta resistència, resulta que el guany d'aquest amplificador és molt superior al que se sol obtenir amb l'esquema de la figura 7.35.

Exemple 7.11

Calculeu el guany del circuit de la figura 7.39a. Suposeu que el corrent de polarització de T1 és 100 μ A, β_F igual a 100 i la tensió Early de T2 és de 50 V.

El guany del circuit és

$$\Delta v_o = -\frac{R_C \beta_F}{r_\pi} \Delta v_i$$

El valor de R_c és

$$R_C = \frac{V_A}{I_{CQ}} = \frac{50}{100 \cdot 10^{-6}} = 500 \text{ k}\Omega$$

El valor de r_π és

$$r_\pi = \frac{V_T}{I_{BQ}} = \frac{V_T \beta_F}{I_{CQ}} = 25 \text{ k}\Omega$$

Per tant, el guany del circuit és

$$G_v = \frac{\Delta v_o}{\Delta v_i} = -2.000$$

Exercici 7.11

Estimeu els marges dinàmics de la tensió v_o del circuit de la figura 7.39.

Solució:

$$\begin{aligned} \Delta v_o|_{sat} &= v_{oQ} - V_{CE1sat} \\ \Delta v_o|_{tall} &= v_{oQ} - (V_{CC} - V_{EC2sat}) \end{aligned}$$

7.5.6 Resistència d'entrada i resistència de sortida d'un amplificador

En general, es defineix la resistència per a petit senyal, "vista" des de dos terminals d'un circuit, com la resistència del circuit equivalent de Thévenin "vista" des d'aquests terminals, si considerem el circuit incremental. Si els terminals que s'escullen són els d'entrada de l'amplificador, s'anomena resistència d'entrada, R_i . Si els terminals són els de sortida, s'anomena resistència de sortida, R_o . Per al càlcul d'aquestes resistències es procedeix de la mateixa manera que per al càlcul de la resistència del circuit equivalent de Thévenin: es connecta entre els terminals considerats un generador de tensió v_x i es calcula el corrent que liura aquest generador, i_x , anul·lant les fonts independents del circuit. La relació v_x/i_x és la resistència "vista" des d'aquests terminals.

Exemple 7.12

Calculeu la resistència d'entrada de petit senyal vista des dels terminals a-a' de l'amplificador de la figura 7.35 i la resistència de sortida vista des dels terminals b-b' del mateix circuit.

El càlcul d'ambdues resistències es fa sobre el circuit per a petit senyal, representat a la figura 7.37. Per al càlcul de la resistència d'entrada es connecta un generador de tensió v_x entre a i a'. El corrent i_x que liura aquest generador és

$$i_x = \frac{v_x}{R_{th}} + \frac{v_x}{r_\pi} \Rightarrow R_i = \frac{v_x}{i} = \frac{R_{th} \cdot r_\pi}{R_{th} + r_\pi} = R_{th} \| r_\pi$$

De manera semblant, per calcular la resistència de sortida, R_o , vista des dels terminals b i b', es connecta entre aquests terminals un generador de tensió v_y i s'anula la font independent de senyal Δv_s per calcular el corrent i_y que lliura el generador

$$i_y = \frac{v_y}{R_C} + g_m \Delta v_{BE} = \frac{v_y}{R_C} \Rightarrow R_o = \frac{v_y}{i_y} = R_C$$

ja que $\Delta v_{BE} = 0$ V perquè Δv_s també ho és. Observeu que, en aquest cas, aquestes resistències es podrien obtenir per simple inspecció del circuit.

Exercici 7.12

Calculeu la resistència d'entrada de l'amplificador de C.I. del circuit de la figura 7.39.

Solució:

$$R_i = r_\pi$$



Un sistema amplificador sol ser format per tres blocs: un generador del senyal que es vol amplificar, l'amplificador i la càrrega a la qual es lliura el senyal. Un exemple d'aquest sistema podria ser un amplificador d'àudio. El generador de senyal modela, per exemple, un micròfon. Se sol representar pel seu equivalent de Thévenin (Δv_s , R_s). La càrrega seria, en aquest cas, l'altaveu, que es pot modelar per una resistència (R_L). L'esquema d'un sistema amplificador es presenta a la figura 7.42.

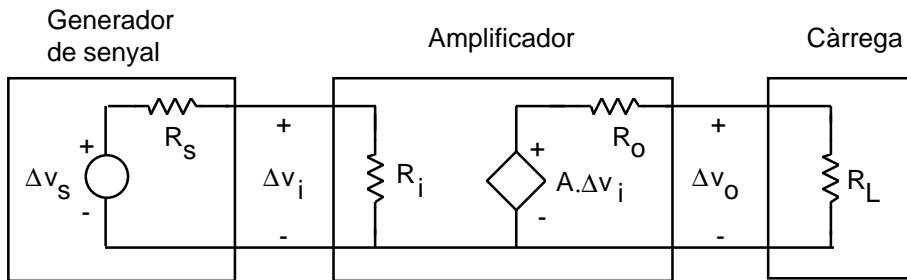


Figura 7.42 Blocs constituents d'un sistema amplificador

Normalment l'amplificador es pot modelar mitjançant el circuit equivalent representat a la figura 7.42. En efecte, el circuit que "veu" el generador de senyal (amplificador més càrrega) es pot substituir per un circuit equivalent de Thévenin. Però el generador de tensió d'aquest circuit equivalent ha de ser nul ja que, en petit senyal, l'amplificador i la càrrega no contenen fonts independents. Per tant, el generador de senyal només veu la resistència d'entrada R_i . De manera semblant, el circuit que veu la càrrega (amplificador i generador de senyal), es pot substituir per un circuit equivalent de Thévenin (o de Norton). La resistència d'aquest circuit equivalent és la resistència de sortida R_o , i el generador de tensió és proporcional al generador

independent de senyal Δv_s . Però com que hi ha una proporcionalitat entre el senyal, Δv_s , del generador, i Δv_i , també es pot expressar en funció d'aquesta última tensió.

Quan s'analitza el sistema amplificador de la figura 7.42, amb el bloc amplificador substituït pel seu circuit equivalent, resulten les expressions següents

$$\begin{aligned}\Delta v_o &= \frac{A\Delta v_i}{R_o + R_L} R_L \\ \Delta v_i &= \frac{\Delta v_s}{R_S + R_i} R_i \\ \Delta v_o &= A \frac{R_L}{R_L + R_o} \frac{R_i}{R_i + R_S} \Delta v_s\end{aligned}\tag{7.48}$$

La darrera expressió posa de manifest la influència de les resistències d'entrada i de sortida sobre el guany total del sistema amplificador. Per tal que no disminueixi apreciablement, cal que R_i sigui molt més gran que R_s i que R_o sigui molt inferior a R_L . Si no es compleixen aquestes relacions el guany "intrínsec" de l'amplificador, A, pot quedar molt reduït.

En alguns amplificadors pot resultar que la resistència de sortida R_o de la figura 7.42 prengui un valor molt elevat. En aquests casos, és convenient representar la sortida de l'amplificador per un circuit equivalent de Norton, en lloc de l'equivalent Thévenin usat anteriorment. Observeu que, en aquest cas, si R_o és molt més gran que R_L , es pot ignorar R_o , i aleshores l'amplificador, vist des de la seva sortida, equival a una font dependent de corrent.

7.6 El transistor bipolar com a amplificador: models en petit senyal

A l'apartat 7.5.3 es va justificar la necessitat de disposar d'un model que relacionés els increments de corrent en els terminals del transistor amb els increments de tensió aplicats. També es va introduir un primer model molt simplificat del transistor en petit senyal. En aquest apartat es dedueixen, de forma més rigorosa i completa, altres dos models equivalents del transistor bipolar en petit senyal, es troba la relació que hi ha entre ells i s'analitzen les limitacions del transistor bipolar com a amplificador.

7.6.1 El circuit equivalent híbrid en π

Considereu el model del transistor NPN representat a la figura 7.4a, en el qual se suposa que la font dependent de sortida ve donada per

$$I_{ct} = (\beta_F I_{be} - \beta_R I_{bc}) \left(1 + \frac{v_{CE}}{V_A} \right)\tag{7.49}$$

a fi d'incloure l'efecte Early. Suposem també que les capacitats C_e i C_c vénen donades per les expressions 7.11 i que les tensions aplicades a les unions emissora i col·lectora són

$$\begin{aligned}v_{BE} &= V_{BEQ} + \Delta v_{BE}(t) \\ v_{CB} &= V_{CBQ} + \Delta v_{CB}(t)\end{aligned}\tag{7.50}$$

on el primer terme del segon membre és el valor de polarització o repòs, i el segon el senyal. Suposeu finalment que el transistor bipolar treballa a la regió activa.

El corrent que circula pel diode connectat entre base i emissor és

$$I_{be} = \frac{I_S}{\beta_F} \left[e^{\frac{V_{BEQ} + \Delta V_{BE}}{V_T}} - 1 \right] = \frac{I_S}{\beta_F} \left[e^{\frac{V_{BEQ}}{V_T}} e^{\frac{\Delta V_{BE}}{V_T}} - 1 \right] \approx \frac{I_S}{\beta_F} \left[e^{\frac{V_{BEQ}}{V_T}} \left(1 + \frac{\Delta V_{BE}}{V_T} \right) - 1 \right] \quad (7.51)$$

on s'ha aproximat l'exponencial del senyal pels dos primers termes del seu desenvolupament de Taylor; això només és vàlid si l'amplitud del senyal és molt menor que V_T (aproximació de "petit senyal"). Si es desenvolupa la darrera expressió de la igualtat anterior resulta

$$I_{be} \approx \frac{I_S}{\beta_F} \left[e^{\frac{V_{BEQ}}{V_T}} - 1 \right] + \frac{I_S}{\beta_F} e^{\frac{V_{BEQ}}{V_T}} \frac{\Delta V_{BE}}{V_T} = I_{BQ} + \frac{\Delta V_{BE}}{r_\pi} \quad (7.52)$$

on el valor de r_π és

$$r_\pi = \frac{V_T}{I_{BQ}} = \frac{\beta_F V_T}{I_{CQ}} \quad (7.53)$$

ja que, en ser I_{bc} pràcticament zero, I_{CQ} coincideix amb $\beta_F I_{BQ}$. Per tant, l'increment de corrent en el diode connectat entre base i emissor degut al senyal ΔV_{BE} és el mateix que el que hi hauria si entre aquests dos terminals hi hagués connectada una resistència de valor r_π .

Pel diode connectat entre base i col·lector no circula corrent, ja que se suposa polaritzat inversament. Per tant, equival a un circuit obert. No obstant això, de vegades se substitueix per una resistència r_μ de valor molt alt (de l'ordre de desenes de megaohms) per tenir en consideració algunes no idealitats.

El corrent que circula per la font dependent I_{ct} és

$$I_{ct} \approx \beta_F I_{be} \left(1 + \frac{V_{CE}}{V_A} \right) \approx \left(\beta_F I_{BQ} + \beta_F \frac{\Delta V_{BE}}{r_\pi} \right) \left(1 + \frac{V_{CEQ}}{V_A} + \frac{\Delta V_{CE}}{V_A} \right) \quad (7.54)$$

on s'ha fet ús de 7.52 i, si es té en compte que V_A sol ser molt més gran que V_{CEQ} i que els increments són molt petits, la darrera expressió es pot aproximar per

$$I_{ct} = I_{CQ} + g_m \Delta V_{BE} + \frac{\Delta V_{CE}}{r_o} \quad (7.55)$$

on g_m i r_o vénen donats per

$$\begin{aligned} g_m &= \frac{\beta_F}{r_\pi} = \frac{I_{CQ}}{V_T} \\ r_o &= \frac{V_A}{I_{CQ}} \end{aligned} \quad (7.56)$$

L'expressió 7.55 mostra que l'increment de corrent per la font dependent es pot aproximar per un generador de corrent de valor $g_m \Delta V_{BE}$ en paral·lel amb una resistència de valor r_o .

El corrent que circula pels condensadors és

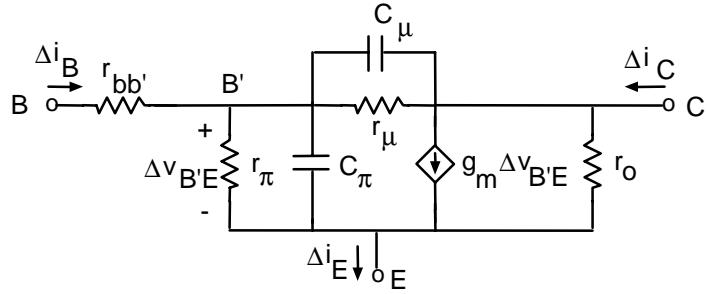
$$I_{C_i} = C_i(V_{iQ} + \Delta v_i) \frac{d(V_{iQ} + \Delta v_i)}{dt} \approx C_i(V_{iQ}) \frac{d(\Delta v_i)}{dt} \quad (7.57)$$

on s'aproxima el valor del condensador pel que té en repòs, i es mostra que només circula corrent en senyal. La capacitat de la unió col·lectora s'aproxima per

$$C_\mu = C_{jcQ} \quad (7.58)$$

atès que I_{bc} és nul (vegeu 7.11). La capacitat de la unió emissora s'aproxima per

$$C_\pi = C_{jeQ} + \tau_f \beta_F \left. \frac{dI_{be}}{dV_{BE}} \right|_Q = C_{jeQ} + \tau_f g_m \quad (7.59)$$



7.43 Circuit equivalent de petit senyal híbrid en π

Finalment, convé indicar que en el model de petit senyal sol incloure's una resistència en sèrie amb el terminal de base, que s'anomena $r_{bb'}$. Aquesta resistència inclou efectes deguts a l'estructura bidimensional del transistor real que no eren considerats en el model simple presentat a la figura 7.4. Aquesta resistència és un paràmetre específic de cada transistor i sol tenir un valor relativament petit (un valor típic és de 50Ω). Quan s'inclou aquest paràmetre en el model, cal modificar el valor de la font dependent $g_m \Delta v_{BE}$. El seu nou valor és $g_m \Delta v_{B'E}$, on B' i E són els terminals de la resistència r_π .

El model de petit senyal que s'ha deduït en aquest apartat es representa a la figura 7.43. S'anomena *circuit equivalent de petit senyal híbrid en π* .

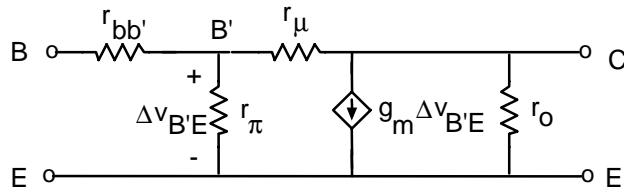


Figura 7.44 Circuit híbrid en π en baixa freqüència

En baixa freqüència, el circuit equivalent híbrid en π es pot aproximar si neglijim les seves capacitats, ja que a baixa freqüència equivalen a resistències de valor molt alt. El circuit simplificat es representa a la figura 7.44.

La resistència $r_{bb'}$ sol tenir un valor òhmic baix i sovint s'aproxima per un valor nul. La resistència r_μ sol tenir un valor molt elevat i sol negligir-se. Amb aquestes aproximacions resulta el circuit de la figura 7.45. Observeu que en aquest circuit

$$\Delta v_{B'E} = r_\pi \Delta i_B$$

de manera que la font independent val

$$g_m \Delta v_{B'E} = g_m r_\pi \Delta i_B = \beta_F \Delta i_B$$

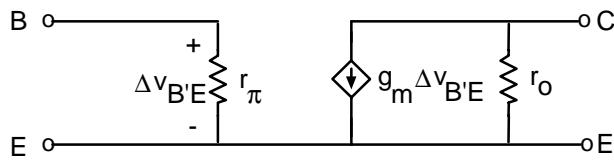


Figura 7.45 Versió simplificada del circuit híbrid en π en baixa freqüència

El circuit utilitzat a l'apartat 7.5.3 no és res més que aquest darrer circuit sense la resistència r_o , que és negligida perquè té un alt valor òhmic.

Exemple 7.13

Calculeu els paràmetres r_π , g_m i r_o del model híbrid en π si $I_{CQ} = 2$ mA, $V_A = 100$ V i $\beta_F = 100$.

Si apliquem les expressions 7.53 i 7.56 resulta

$$g_m = \frac{I_{CQ}}{V_T} = 0,08 \Omega^{-1}$$

$$r_\pi = \frac{\beta_F}{g_m} = 1,25k \Omega$$

$$r_o = \frac{V_A}{I_{CQ}} = 50k \Omega$$

Exercici 7.13

Repetiu l'exercici anterior si I_{CQ} passa a valer 0,2 mA i es manté V_A i β_F .

Solució: $r_\pi = 12,5 k\Omega$; $g_m = 0,008 \Omega^{-1}$; $r_o = 500 k\Omega$

7.6.2 El circuit equivalent de paràmetres h

Una forma alternativa de modelar el transistor bipolar en petit senyal és mitjançant un "quadripol equivalent de paràmetres h ". Aquest model, que va ser molt utilitzat tradicionalment pels fabricants de transistors, només s'utilitza en baixa freqüència i consisteix a descriure les variables incrementals d'entrada i de sortida del transistor connectat en emissor comú mitjançant les equacions següents

$$\begin{aligned}\Delta v_{BE} &= h_{ie}\Delta i_B + h_{re}\Delta v_{CE} \\ \Delta i_C &= h_{fe}\Delta i_B + h_{oe}\Delta v_{CE}\end{aligned}\quad (7.60)$$

Les expressions dels paràmetres h es poden deduir de les expressions anteriors

$$\begin{aligned}h_{ie} &= \left. \frac{\Delta v_{BE}}{\Delta i_B} \right|_{\Delta v_{CE}=0} \quad (\Omega) & h_{re} &= \left. \frac{\Delta v_{BE}}{\Delta v_{CE}} \right|_{\Delta i_B=0} \\ h_{fe} &= \left. \frac{\Delta i_C}{\Delta i_B} \right|_{\Delta v_{CE}=0} & h_{oe} &= \left. \frac{\Delta i_C}{\Delta v_{CE}} \right|_{\Delta i_B=0} \quad (\Omega^{-1})\end{aligned}\quad (7.61)$$

Aquestes expressions mostren que el paràmetre h_{ie} té dimensions de resistència, h_{oe} d'admitància i h_{re} i h_{fe} són adimensionals. Per això s'anomenen paràmetres híbrids. Les expressions 7.60 es poden representar mitjançant un circuit equivalent, que es mostra a la figura 7.46. Aquest circuit s'anomena circuit equivalent en paràmetres h .

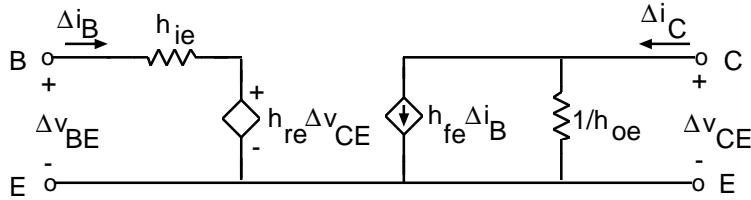


Figura 7.46 Circuit equivalent en paràmetres h

La relació entre els dos circuits equivalents del transistor en petit senyal, el circuit híbrid en π i el circuit de paràmetres h , es pot trobar si apliquem les expressions 7.61 al primer dels circuits equivalents esmentats. En el cas general, les expressions que resulten dels paràmetres h són complexes per la presència dels condensadors. Per aquesta raó, l'equivalència entre els circuits equivalents es redueix al cas de baixa freqüència en què els condensadors es negligeixen (figura 7.44).

Per trobar h_{ie} cal curtcircuitar els terminals de sortida, connectar una font independent de corrent a l'entrada de valor Δi_B i calcular Δv_{BE} . El resultat és

$$h_{ie} = r_{bb'} + r_\pi \| r_\mu \equiv r_{bb'} + r_\pi \quad (7.62)$$

Anàlogament es calculen els altres paràmetres. Els resultats que s'obtenen són

$$\begin{aligned}
 h_{fe} &= g_m(r_\pi \| r_\mu) \equiv g_m r_\pi = \beta_F \\
 h_{re} &= \frac{r_\pi}{r_\pi + r_\mu} \equiv \frac{r_\pi}{r_\mu} \\
 h_{oe} &= \frac{1}{r_o} + \frac{1}{r_\pi + r_\mu} + g_m \frac{r_\pi}{r_\pi + r_\mu} \equiv \frac{1}{r_o} + \frac{1}{r_\mu / \beta_F}
 \end{aligned} \tag{7.63}$$

Aquestes expressions també permeten calcular els paràmetres del model híbrid en π a partir dels paràmetres h i del punt de treball en repòs del transistor.

Observeu que quan $r_{bb'}$ s'aproxima a zero h_{ie} es redueix a r_π . Quan r_μ s'aproxima a infinit, h_{re} pren un valor nul. En aquest cas, l'entrada del transistor és independent de la sortida (vegeu la figura 7.46), de manera que el transistor es converteix en un dispositiu unidireccional (el senyal es transmet de l'entrada a la sortida però no a l'inrevés). Així mateix, amb aquesta aproximació de r_μ , h_{oe} coincideix amb la inversa de r_o .

Exemple 7.14

Calculeu els paràmetres h del transistor de l'exemple 7.13 si $r_{bb'} = 50\Omega$ i $r_\mu = 10\text{ M}\Omega$.

Si aplicuem les expressions 7.62 i 7.63, resulta

$$\begin{aligned}
 h_{ie} &= r_{bb'} + r_\pi = 1,3\text{ k}\Omega \\
 h_{re} &= \frac{r_\pi}{r_\mu} = 1,25 \cdot 10^{-4} \\
 h_{fe} &= \beta_F = 100 \\
 h_{oe} &= \frac{1}{r_o} + \frac{1}{r_\pi / \beta_F} = \frac{1}{33,3\text{ k}\Omega} = 30 \cdot 10^{-6}\text{ }\Omega^{-1}
 \end{aligned}$$

Exercici 7.14

Un transistor és polaritzat amb $I_{CQ} = 1\text{ mA}$ té $h_{ie} = 2,7\text{ k}\Omega$, $h_{fe} = 100$, $h_{oe} = 25 \cdot 10^{-6}\text{ }\Omega^{-1}$ i $h_{re} = 0$. Calculeu els paràmetres del model híbrid.

Solució: $g_m = 4 \cdot 10^{-2}\text{ }\Omega^{-1}$; $r_\pi = 2,5\text{ k}\Omega$; $r_{bb'} = 200\text{ }\Omega$; $r_o = 40\text{ k}\Omega$



Per calcular un amplificador amb "llapis i paper", aquests circuits solen simplificar-se. En baixa freqüència, solen negligir-se els paràmetres r_o , r_μ i $r_{bb'}$ del circuit híbrid en π , i els paràmetres h_{re} i h_{oe} del circuit de paràmetres h . El circuit aproximat és el representat a la figura 7.45, en què la font dependent $g_m \Delta v_{BE}$ també es pot expressar per $\beta_F \Delta i_B$ ja que Δv_{BE} és igual a $r_\pi \Delta i_B$, i el producte $g_m r_\pi$ és igual a β_F com mostra l'equació 7.56.

7.6.3 Limitacions del transistor bipolar en alta freqüència

La presència de les capacitats internes C_π i C_μ limita la capacitat d'amplificació del transistor. En efecte, una mesura de la capacitat amplificadora del transistor és el paràmetre h_{fe} ($h_{fe} = \Delta i_C / \Delta i_B$ amb Δv_{CE} igual a zero). Aquest paràmetre es calcula tot dividint la intensitat que circula pels terminals de sortida del transistor curtcircuitats (Δi_C) pel corrent d'entrada pel terminal de base (Δi_B). Si apliquem aquest càlcul al circuit 7.43 i suposem r_μ infinita, i es té en compte que la impedància que presenta un condensador és $Z_C = 1/j\omega C$ (vegeu 5.50).

$$h_{fe} = \frac{g_m \Delta v_{B'E} - Y_\mu \Delta v_{B'E}}{Y_\pi \Delta v_{B'E} + Y_\mu \Delta v_{B'E}} = \frac{g_m - j\omega C_\mu}{1/r_\pi + j\omega(C_\pi + C_\mu)} \quad (7.64)$$

on el valor de Y_π és

$$Y_\pi = \frac{1}{r_\pi || Z_{C_\pi}} = \frac{1 + j\omega r_\pi C_\pi}{r_\pi} \quad (7.65)$$

Podem simplificar l'expressió 7.64 si neglim el terme de C_μ al numerador

$$h_{fe} \approx \frac{\beta_F}{1 + j\omega r_\pi(C_\pi + C_\mu)} \quad (7.66)$$

La representació gràfica aproximada del logaritme del mòdul de h_{fe} en funció de la freqüència es dóna a la figura 7.47. Observeu que el mòdul d'aquest paràmetre es manté aproximadament constant fins a la freqüència f_β . A partir d'aquesta freqüència, disminueix. Quan s'assoleix la freqüència f_T el valor de h_{fe} és la unitat ($\log(1)=0$), i és menor que la unitat per a freqüències superiors. La freqüència f_T s'anomena *freqüència de transició* i és la freqüència màxima per la qual el transistor actua com a amplificador. A freqüències superiors el transistor atenua el senyal en lloc d'amplificar-lo. El valor de f_T es pot calcular a partir de la darrera expressió

$$f_T \approx \frac{g_m}{2\pi(C_\pi + C_\mu)} \approx \frac{1}{2\pi\tau_f} \quad (7.67)$$

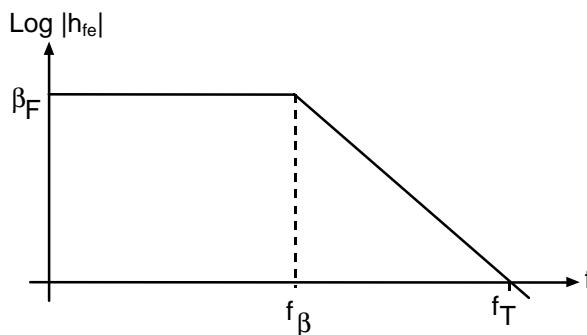


Figura 7.47 Variació aproximada del logaritme del mòdul del h_{fe} amb la freqüència

on la darrera aproximació s'ha obtingut suposant que C_π és molt més gran que C_μ i que, a la primera, domina C_s davant de C_j . En definitiva, el paràmetre del transistor bipolar que limita la seva resposta en alta freqüència és τ_f , que s'anomena temps de trànsit.

Exemple 7.15

Calculeu C_π , C_μ i f_T per a un transistor amb els paràmetres capacitius següents: $C_{jeo} = 1 \text{ pF}$, $V_{je} = 0,9 \text{ V}$, $m_e = 0,33$; $C_{jco} = 0,3 \text{ pF}$, $V_{jc} = 0,52 \text{ V}$, $m_c = 0,5$; $\tau_f = 0,35 \text{ ns}$ i està polaritzat en $I_{CQ} = 2 \text{ mA}$, $V_{CEQ} = 5 \text{ V}$ i $V_{BEQ} = 0,65 \text{ V}$.

Si apliquem les expressions 7.58, 7.59 i 7.11 resulta

$$C_\mu \approx C_{jc}(0,65 - 5) = \frac{0,3 \text{ pF}}{(1 + 4,35 / 0,52)^{0,5}} = 0,098 \text{ pF}$$

$$C_\pi \approx C_{je}(0,65) + \tau_F g_m = \frac{1 \text{ pF}}{(1 - 0,65 / 0,9)^{0,33}} + 0,35 \cdot 10^{-9} \cdot 0,08 = 1,53 \text{ pF} + 28 \text{ pF} = 29,5 \text{ pF}$$

$$f_T = \frac{g_m}{2\pi(C_\pi + C_\mu)} = 430 \text{ MHz}$$

Exercici 7.15

Estimeu el paràmetre τ_f d'un transistor amb una freqüència de transició de 400 MHz.

Solució: $\tau_f = 0,4 \text{ ns}$

7.7 El transistor bipolar com a amplificador: etapes elementals

Amb freqüència, el senyal que volem amplificar prové d'un "sensor" que converteix en elèctric un senyal d'una altra naturalesa (acústica, òptica, temperatura, pressió, etc.) i, una vegada amplificat, el lliura a un "actuador" que el torna a traduir en senyal de naturalesa diferent (acústica, mecànica, etc.). Per fer aquest procés amplificador amb eficàcia, cal que el factor d'amplificació tingui el valor precís i que hi hagi una transferència de senyal adequada entre el sensor i l'amplificador, d'una banda, i entre l'amplificador i l'actuador de l'altra. El compliment d'aquest conjunt de requisits sol requerir el concurs de diversos dispositius actius: un circuit per "condicionar" el senyal que procedeix del sensor, diversos amplificadors en cascada, és a dir, l'un darrere l'altre, per amplificar el senyal pel factor volgut i un circuit final per adequar el senyal a l'actuador. Cadascun d'aquests circuits s'anomena *etapa* del sistema amplificador.

Cada etapa d'un amplificador fa una funció específica: amplifica, adapta resistències (segons calgui transferència màxima de tensió, de corrent o de potència), proporciona potència a la sortida, etc. Normalment cada etapa conté un o diversos dispositius actius (transistors, amplificadors operacionals, etc.). En aquest apartat, s'exposen exclusivament algunes propietats de les etapes que contenen un únic transistor: l'etapa en emissor comú, el seguidor per emissor i l'etapa en base comuna. En el proper apartat també s'estudia una etapa amplificadora bàsica amb dos transistors: l'amplificador diferencial. Un tractament més complet d'aquest tema supera el marc d'aquest text.

Normalment les etapes d'un amplificador es connecten en cascada. Hi ha dues tècniques bàsiques per fer aquesta connexió: directament o bé mitjançant condensadors intercalats en sèrie entre les etapes. En el primer cas, que és la solució utilitzada en els circuits integrats, una variació en el punt de treball d'una etapa afecta la resta. En el segon cas, les etapes són aïllades en contínua, ja que els condensadors, en contínua, equivalen a circuits oberts i només transmeten el senyal. Aquesta sol ser la solució utilitzada en la realització d'amplificadors discrets.

Exemple 7.16

Calculeu el guany de l'amplificador de dues etapes representat a la figura 7.48.

En contínua els condensadors equivalen a circuits oberts, de manera que cada etapa és aïllada. Observeu que, en aquest exemple, les dues etapes són idèntiques en contínua i tenen, per tant, el mateix punt de treball. El càlcul de I_{CQ} és immediat

$$I_{CQ} = \beta I_{BQ} = \beta \frac{V_{CC} - V_{BE}}{R_B} = 2 \text{ mA}$$

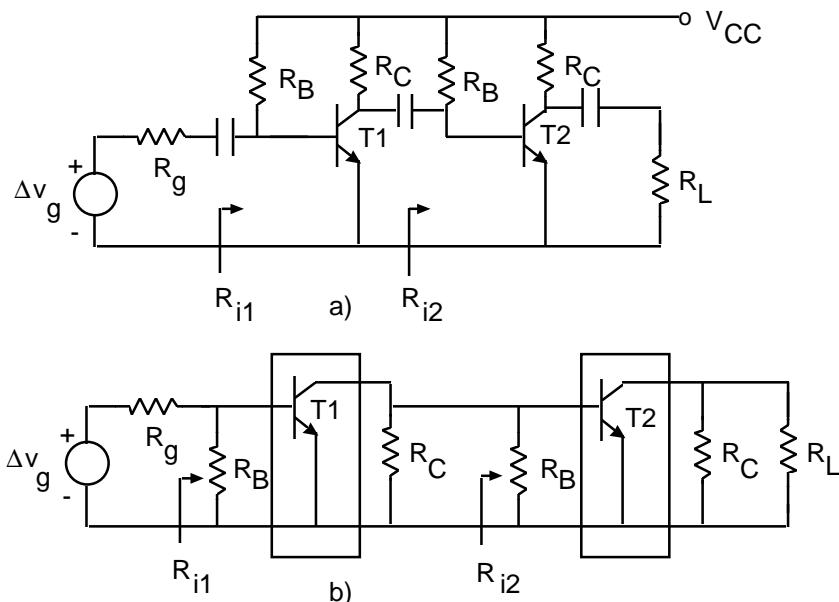


Figura 7.48 a) Amplificador de dues etapes de l'exemple 7.16. b) Circuit de petit senyal. (El transistor tancat en el rectangle ha de ser substituït pel seu model de petit senyal.) Considereu els valors numèrics següents: $R_g = 1 \text{ k}\Omega$; $R_B = 1,43 \text{ M}\Omega$; $R_C = 4 \text{ k}\Omega$; $V_{BE} = 0,7 \text{ V}$; $V_{CC} = 15 \text{ V}$; $\beta_F = 200$; $R_L = 1 \text{ k}\Omega$

El valor dels paràmetres de petit senyal és

$$g_m = \frac{I_{CQ}}{V_T} = 0,08 \text{ } \Omega^{-1} \quad r_\pi = \frac{\beta}{g_m} = 2.500 \text{ } \Omega$$

El càlcul del guany es pot iniciar des de la sortida (transistor 2) cap a l'entrada

$$\Delta v_o = -(R_L \| R_{C2}) \beta_2 \Delta i_{B2}$$

$$\Delta i_{B2} = \frac{\Delta v_{B2}}{r_{\pi 2}}$$

$$\Delta v_{B2} = -(R_{C1} \| R_{i2}) \beta_1 \Delta i_{B1}$$

$$\Delta i_{B1} = \frac{\Delta v_{B1}}{r_{\pi 1}}$$

$$\Delta v_{B1} = \Delta v_g \frac{R_{i1}}{R_{i1} + R_g}$$

on les resistències d'entrada R_{i1} i R_{i2} són

$$R_{i1} = R_{B1} \| r_{\pi 1}$$

$$R_{i2} = R_{B2} \| r_{\pi 2}$$

Si substituïm els valors numèrics a les expressions anteriors s'obté

$$G_v = \frac{\Delta v_o}{\Delta v_g} = 5.485$$

Observeu que a la solució d'aquest circuit s'ha substituït la segona etapa per R_{i2} , en el càlcul de Δv_{B2} , i la primera etapa per la seva resistència d'entrada R_{i1} , en el càlcul de Δv_{B1} en funció de Δv_g . També és possible calcular el circuit sense fer ús de R_{i1} i R_{i2} . Es deixa al lector la verificació que porta al mateix resultat.

Exercici 7.16

Calculeu els marges dinàmics a la sortida de cada etapa de l'amplificador de l'exemple 7.16 si tenim en compte que la resistència efectiva de càrrega de la primera etapa és la resistència d'entrada de la segona R_{i2} . Raoneu quin serà el marge dinàmic de l'amplificador global.

Solució:

El marge dinàmic de la segona etapa és $\Delta i_{C2màx} = 2 \text{ mA}$. Això implica $\Delta v_{omàx} = 1,6 \text{ V}$. El marge dinàmic de la primera etapa és $\Delta i_{C1màx} = 2 \text{ mA}$, que implica $\Delta v_{B2màx} = 3 \text{ V}$. Com que l'amplitud màxima del senyal sense distorsió a l'entrada de la segona etapa és de 3 V i el guany de tensió d'aquesta etapa és més gran que la unitat, l'etapa que limita l'amplitud del senyal a la sortida perquè no hi hagi distorsió és la segona. L'amplitud màxima del senyal sense distorsió a la sortida és de 1,6 V.

7.7.1 Anàlisi de les etapes elementals

Considereu el circuit de la figura 7.35. El seu circuit incremental es pot representar com s'indica a la figura 7.49a, on el transistor contingut en el rectangle central s'ha de substituir pel seu model en petit senyal. El circuit format pel generador de senyal i les resistències R_{th} i R_s es pot substituir per un circuit equivalent de Thévenin ($\Delta v_g R_g$) i les resistències R_C i R per una única resistència de càrrega (R_L). Amb aquestes substitucions el circuit anterior pren la forma del circuit 7.50, on el rectangle conté l'"emissor comú". En altres casos, el circuit es pot reduir a una estructura similar però amb un transistor en col·lector comú o en base comuna en el rectangle. En aquest apartat s'analitza el circuit 7.50 per als tres casos comentats: emissor comú, col·lector comú i base comuna.

L'anàlisi de l'etapa en emissor comú es fa a partir de la figura 7.49b, on el transistor en emissor comú s'ha substituït pel seu circuit equivalent simplificat en petit senyal (només els paràmetres r_π i β). Per simplificar la notació sol utilitzar-se β en lloc de β_F , ja que en amplificació el transistor sol ser a la regió activa. En aquest circuit és immediat comprovar els càlculs següents:

$$\begin{aligned} R_i &= \frac{\Delta v_i}{\Delta i_i} = r_\pi \\ \frac{\Delta i_o}{\Delta i_i} &= \beta \\ \frac{\Delta v_o}{\Delta v_s} &= -\frac{\beta R_L}{R_g + r_\pi} \end{aligned} \quad (7.68)$$

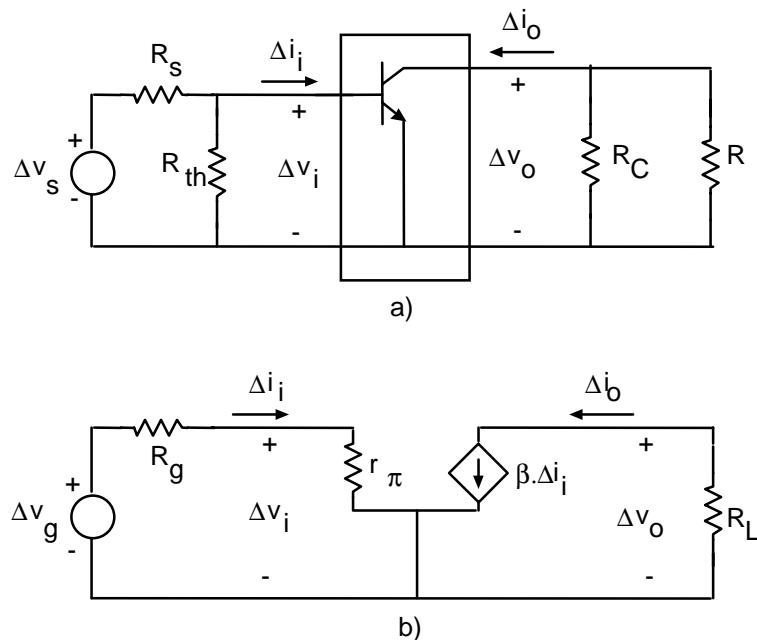


Figura 7.49 a) Circuit equivalent en petit senyal de l'amplificador de la figura 7.29.
b) Circuit bàsic en emissor comú

Per al càlcul de la resistència de sortida es completa el model anterior de petit senyal amb el paràmetre r_o , ja que si no es fa, s'obté un valor infinit per aquesta resistència. El valor que s'obté és

$$R_o = \left. \frac{\Delta v_o}{\Delta i_o} \right|_{\Delta v_s=0} = r_o \quad (7.69)$$

A partir dels valors calculats a 7.68 es pot observar que el guany de corrent d'aquesta etapa és superior a la unitat i el guany de tensió també, sempre que es prenguin valors adequats de resistències. Observeu també que l'amplificador inverteix el senyal de tensió.

La segona etapa elemental és el seguidor per emissor, també anomenada col·lector comú. El circuit bàsic és el representat a la figura 7.51. Observeu que la sortida es pren a l'emissor del transistor i que, en el circuit incremental, el col·lector es troba unit a la massa tal com s'indica a la figura 7.50. En aquest circuit, R_L és la resistència d'emissor R_E . En el circuit equivalent del transistor en petit senyal s'ha ignorat r_o ja que sol ser molt superior a R_E .

L'anàlisi d'aquest circuit porta als resultats següents

$$\begin{aligned} R_i &= r_\pi + (\beta + 1)R_E \\ R_o &= \frac{R_g + r_\pi}{\beta + 1} \\ \frac{\Delta i_o}{\Delta i_i} &= -(\beta + 1) \\ \frac{\Delta v_o}{\Delta v_g} &= \frac{(\beta + 1)R_E}{R_g + r_\pi + (\beta + 1)R_E} \end{aligned} \quad (7.70)$$

Observeu que el guany de tensió d'aquesta etapa és positiva (no inverteix el senyal) i que sempre és menor que la unitat. Quan $(\beta_F+1)R_E$ és molt més gran que R_g+r_π el guany tendeix a la unitat, d'aquí li ve el nom de "seguidor per emissor". La resistència d'entrada és elevada. Observeu també que la resistència de sortida pot ser molt baixa.

La tercera etapa elemental és l'anomenada base comuna; es representa a la figura 7.52 amb un circuit bàsic. Observeu que en senyal la base és connectada a massa i és comuna a l'entrada i a la sortida. En el circuit 7.52b es representa el circuit bàsic en petit senyal, amb només els paràmetres r_π i β . L'anàlisi d'aquesta etapa proporciona els resultats següents:

$$\begin{aligned} R_i &= \frac{r_\pi}{1 + \beta} \\ \frac{\Delta i_o}{\Delta i_i} &= -\frac{1}{\beta + 1} \\ \frac{\Delta v_o}{\Delta v_g} &= \frac{\beta R_L}{(\beta + 1)R_g + r_\pi} \cong \frac{R_L}{R_g} \end{aligned} \quad (7.71)$$

Per al càlcul de la resistència de sortida és convenient completar el model del transistor amb r_o , com s'ha fet a l'etapa d'emissor comú. El resultat que s'obté és

$$R_o = r_o + \frac{R_g(\beta r_o + r_\pi)}{R_o + r} \cong r_o \left(1 + \frac{\beta R_g}{R_g + r_\pi} \right) \quad (7.72)$$

Observeu el baix valor de la resistència d'entrada i l'alt valor de la de sortida. Destaca també que el guany de corrent és inferior a la unitat i que el guany de tensió pot ser elevat i no inverteix.

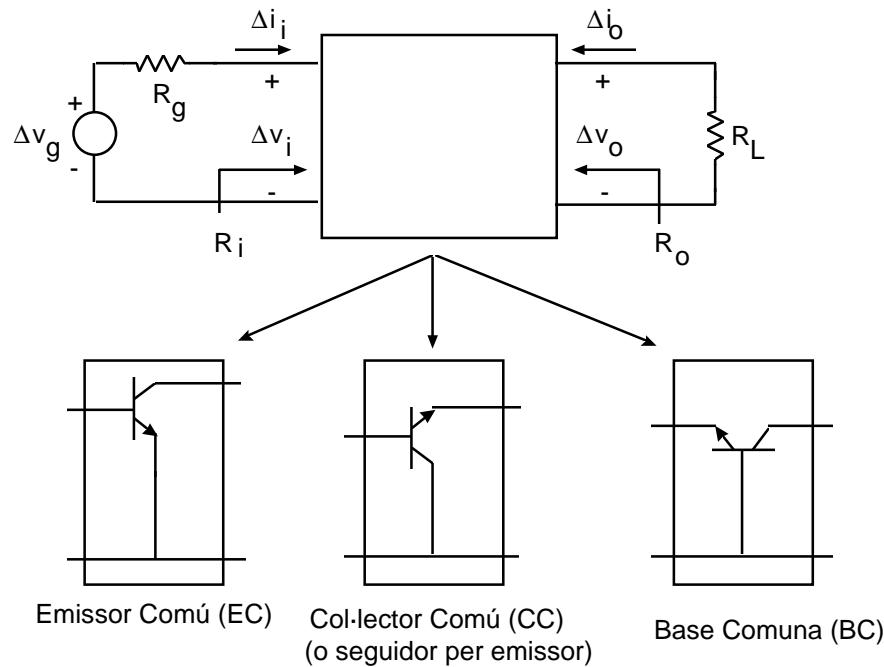


Figura 7.50 Estructura en petit senyal de les etapes elementals analitzades

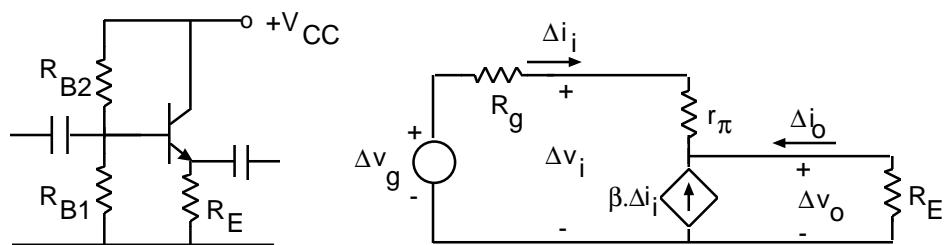


Figura 7.51 a) Seguidor per emissor (col·lectòr comú). b) Circuit bàsic en petit senyal

7.7.2 Comparació entre les etapes elementals

A la taula 7.5 es resumeixen els resultats trobats a l'apartat anterior. També s'inclouen uns valors representatius de cadascun d'ells i un comentari qualitatiu. A partir d'aquests resultats es justifica la seva utilització en amplificadors més complexos.

	Emissor comú (EC)	Collector comú (CC)	Base comuna (BC)
R_i	r_π típic: $1\text{ k}\Omega$ <i>entre CC i BC</i>	$r_\pi + (\beta + 1)R_E$ típic: $100\text{ k}\Omega$ <i>alta</i>	$r_\pi / (\beta + 1)$ típic: 10Ω <i>baixa</i>
R_o	r_o típic: $50\text{ k}\Omega$ <i>alta</i>	$\frac{r_\pi + R_g}{\beta + 1}$ típic: 20Ω <i>baixa</i>	$r_o \left(1 + \frac{\beta R_g}{R_g + r_\pi} \right)$ típic: $2,5\text{ M}\Omega$ <i>molt alta</i>
$\frac{\Delta v_o}{\Delta v_s}$	$\frac{-\beta R_L}{R_g + R_\pi}$ típic: -50 <i>pot ser alta</i>	$\frac{(\beta + 1)R_E}{R_g + r_\pi + (\beta + 1)R_E}$ típic: $0,98$ <i>menor que 1</i>	$\frac{\beta R_L}{\beta R_g + r_\pi}$ típic: $\frac{R_L}{R_g}$ <i>pot ser alta</i>
$\frac{\Delta i_o}{\Delta i_i}$	β típic: 100 <i>alta</i>	$-(\beta + 1)$ típic: -100 <i>alta</i>	$-\frac{\beta}{\beta + 1}$ típic: $-0,99$ <i>menor que 1</i>
Ús	<i>Etapa amplificadora normal</i>	<i>Etapa de sortida (adaptació de resistències)</i>	<i>Ús especial (alta freqüència, adaptació de resistències ...)</i>

Taula 7.5 Resum de les propietats més significatives de les etapes elementals. Els valors típics s'han calculat amb el conjunt de paràmetres següent: $\beta = 100$; $r_\pi = 1\text{ k}\Omega$; $r_o = 50\text{ k}\Omega$; $R_L = 1\text{ k}\Omega$; $R_g = 1\text{ k}\Omega$

L'etapa emissor comú és l'única que presenta guany de corrent i de tensió simultàniament. Per això és l'etapa d'amplificació més comuna. Observeu que les resistències d'entrada i de sortida prenen valors intermedis respecte de les entrades de seguidor per emissor i de base comuns.

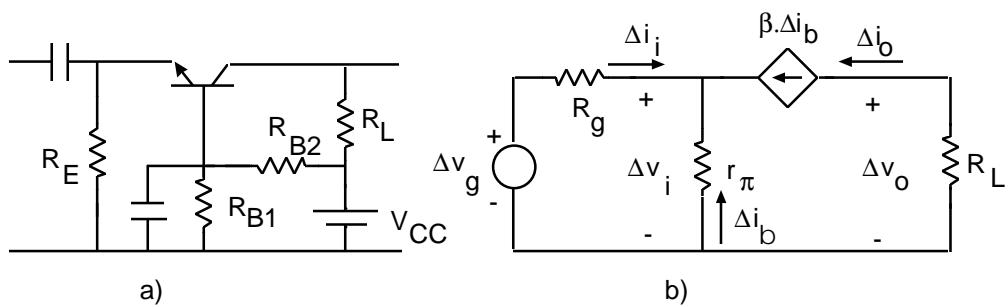


Figura 52 a) Circuit base comuna. b) Circuit bàsic en petit senyal

El seguidor per emissor no proporciona guany de tensió però presenta una resistència d'entrada alta i una de sortida baixa. Se sol utilitzar com a etapa de sortida per adaptar resistències. Un exemple d'aquesta adaptació de resistències podria ser el següent: atès que el guany de tensió d'un amplificador en emissor comú és proporcional a la resistència de càrrega, si aquesta pren un valor petit, com és habitual en molts sistemes d'amplificació (un altaveu, per exemple, pot presentar una resistència de $4\ \Omega$), el guany podria ser molt inferior a la unitat (l'amplificador atenuaria el senyal en lloc d'amplificar-lo). Per evitar-ho, es pot disposar un seguidor d'emissor a la sortida, amb una resistència alta a la darrera etapa amplificadora en emissor comú (la seva resistència d'entrada), que permet una resistència de càrrega R_E de valor baix sense degradar significativament el guany.

L'etapa en base comuna té una utilització menys freqüent en amplificació. El seu ús sol reservar-se per quan es vol amplificar senyals de freqüències molt elevades (la resposta de l'amplificador a senyals sinusoïdals de freqüències distintes queda fora de l'àmbit d'aquest text) o quan es requereix una resistència d'entrada molt baixa o una de sortida molt alta.

Exemple 7.17

La resistència de càrrega de l'amplificador de la figura és $R_L = 4\ \Omega$. Els transistors T2 i T3 de l'etapa de sortida formen una connexió anomenada *parell Darlington*. Es demana: a) Demostreu que el parell Darlington equival a un transistor amb β donada pel producte de les β dels dos transistors i amb V_{BE} el doble de la d'un transistor aïllat. b) Trobeu la resistència d'entrada de la segona etapa R_{i2} . c) Trobeu el guany de l'amplificador.

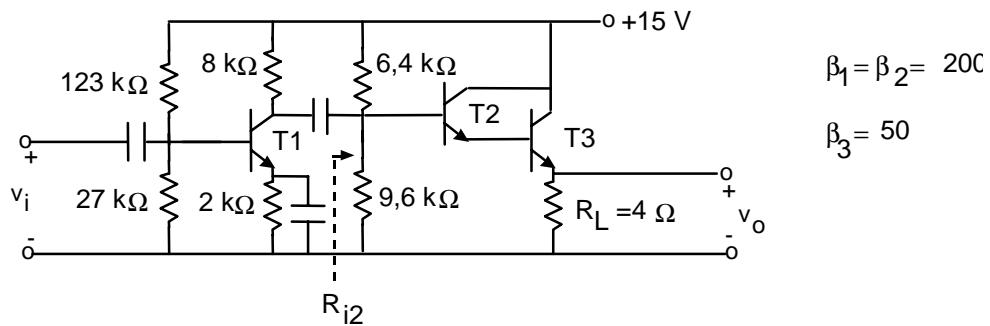


Figura 7.53 Circuit de l'exemple 7.17

a) Si anomenem I_C el corrent que entra pel col·lector del conjunt ($I_C = I_{C3} + I_{C2}$), I_B el corrent de base de T2 ($I_B = I_{B2}$), i I_E el d'emissor de T3 ($I_E = I_{E3}$), resulta

$$I_C = I_{C3} + I_{C2} = \beta_3 I_{B3} + \beta_2 I_{B2} = \beta_3 \beta_2 I_{B2} + \beta_2 I_{B2} = \beta_2 (\beta_3 + 1) I_B$$

ja que $I_{B3} = I_{C2}$. Per tant, el paràmetre β del conjunt és $\beta_2(\beta_3+1)$, expressió on normalment es pot negligir el "1".

La tensió V_{BE} del conjunt és $V_{BE2} + V_{BE3}$, aproximadament el doble del valor usual (0,7 V).

b) La resistència d'entrada de la segona etapa es pot calcular amb la substitució del parell Darlington pel transistor equivalent

$$R_{i2} \equiv 9,6k\Omega \| 6,4k\Omega \| (r_{\pi 2} + \beta_2 r_{\pi 3} + \beta_3 \beta_2 R_L) \equiv 3,84k\Omega \| 40k\Omega = 3,5 k\Omega$$

c) Per calcular el guany del circuit cal calcular prèviament els paràmetres de petit senyal, els quals depenen del punt de treball. Si fem l'anàlisi de la segona etapa en contínua s'obtenen $I_{C2Q} = 34 \text{ mA}$ i $I_{C3Q} = 1,7 \text{ A}$. L'anàlisi en contínua de la primera etapa proporciona $I_{C1Q} = 1 \text{ mA}$. Si suposem r_{bb}' negligible resulten els valors següents: $r_{\pi 1} = 5 \text{ k}\Omega$; $r_{\pi 2} = 144 \text{ }\Omega$; $r_{\pi 3} = 0,72 \text{ }\Omega$. El guany del circuit és

$$\begin{aligned} \Delta v_o &= 4\beta_3 \beta_2 \Delta i_{B2} \\ \Delta i_{B2} &= \frac{\Delta v_{B2}}{r_{\pi 2} + \beta_2 r_{\pi 3} + \beta_2 \beta_3 R_L} \\ \Delta v_{B2} &= -(8k\Omega \| R_{i2}) \beta_3 \Delta i_{B1} \\ \Delta i_{B1} &= \frac{\Delta v_i}{r_{\pi 1}} \end{aligned}$$

Si substituïm els valors numèrics resulta

$$G_v = \frac{\Delta v_o}{\Delta v_i} = -96$$

Exercici 7.17

Quin seria el guany de tensió del circuit anterior si s'hagués connectat la resistència de càrrega de 4 Ω directament després del condensador d'acoblament entre la primera i la segona etapes (és a dir, si eliminem l'etapa formada pels transistors T2 i T3)?

Solució: $G_v = -0,16$



Amb molta freqüència apareix una etapa amplificadora simple que no és cap de les tres estudiades. Es tracta de l'etapa amplificadora en *emissor comú amb resistència d'emissor sense desacoblar*, que es mostra a la figura 7.54. L'anàlisi d'aquesta etapa en petit senyal, només amb els paràmetres r_π i β , porta als resultats següents:

$$\begin{aligned}
 R_i &= r_\pi + (\beta + 1)R_E \\
 \frac{\Delta i_o}{\Delta i_i} &= \beta \\
 \frac{\Delta v_o}{\Delta v_i} &= -\frac{\beta R_L}{R_g + r_\pi + (\beta + 1)R_E}
 \end{aligned} \tag{7.73}$$

Observeu que la presència de R_E fa que disminueixi el guany de tensió i que augmenti la resistència d'entrada respecte de l'etapa en emissor comú. L'avantatge que es pot obtenir amb aquesta etapa és aconseguir que el guany de tensió prengui un valor determinat, independent de β . En efecte, si βR_E és molt més gran que $(R_g + r_\pi)$, la darrera de les equacions 7.73 porta a

$$G_v = \frac{\Delta v_o}{\Delta v_i} \approx \frac{R_L}{R_E} \tag{7.74}$$

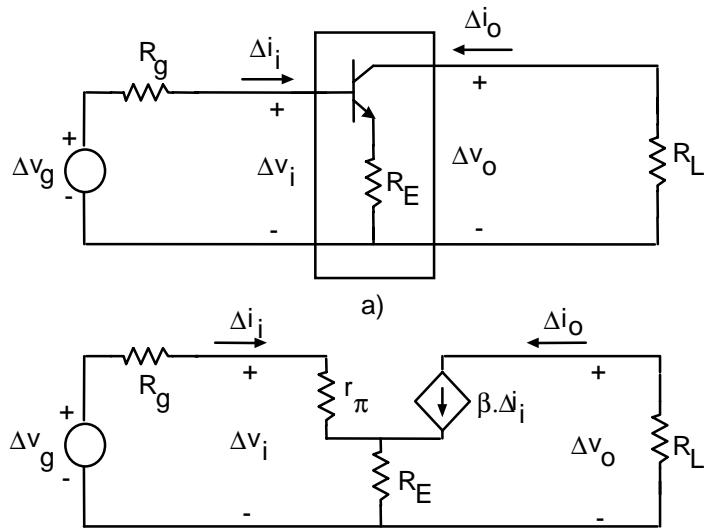


Figura 7.54 Etapa en emissor comú amb resistència d'emissor sense desacoblar

Per al càlcul de la resistència de sortida, és convenient afegir la resistència r_o al model elemental utilitzat en el càlcul anterior. El valor de resistència de sortida que s'obté és

$$R_o = r_o \left(1 + \frac{\beta R_g}{R_g + r_\pi + R_E} \right) \tag{7.75}$$

que pot ser molt més gran que la que presenta l'etapa en emissor comú.

7.8 El parell de transistors acoblats per emissor

El parell de transistors acoblats per emissor és una configuració bàsica molt utilitzada en circuits electrònics. Es troba, per exemple, a l'estapa d'entrada de l'amplificador operacional i a les portes lògiques d'alta velocitat anomenades ECL (de l'anglès *Emitter-Coupled Logic*). Aquesta estructura es mostra a la figura 7.55. Com es pot observar, consta de dos transistors, T1 i T2, dues resistències R_C , una font de corrent I_o , i dues fonts de tensió V_{CC} i V_{EE} . El circuit té dues entrades, v_1 i v_2 , una de les quals s'anomena inversora i l'altra no inversora. La sortida del circuit es pot prendre entre el col·lector de T2 i la massa, o entre el col·lector de T1 i la massa, o bé es pot prendre una sortida "diferencial $v_{o2}-v_{c1}$ " entre els dos col·lectors.

El comportament qualitatiu d'aquest circuit és el següent. Si suposem ambdós transistors idèntics, quan v_1 i v_2 són iguals, les tensions entre base i emissor d'ambdós transistors són iguals i, per tant, condueixen el mateix corrent d'emissor. Aquest corrent ha de ser $I_o/2$, ja que la suma dels corrents dels dos emissors ha de ser I_o . Quan v_1 es fa més gran que v_2 , el transistor T1 conduceix més, ja que la tensió base-emissor és més gran i, per tant, el seu corrent d'emissor és més gran que $I_o/2$. En conseqüència, el corrent d'emissor de T2 és inferior a $I_o/2$. Quan el desequilibri entre les dues entrades es fa més gran, T1 absorbeix tot el corrent I_o i T2 queda en estat de tall. Quan v_2 es fa més gran que v_1 és dona la situació simètrica.

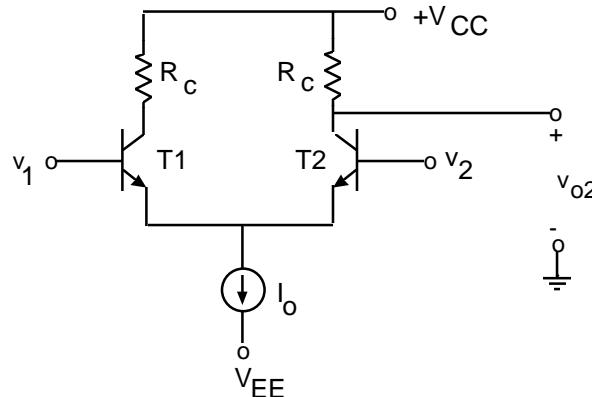


Figura 7.55 Estructura bàsica del parell de transistors acoblats per emissor

Suposeu, per simplificar, que la sortida es pren al col·lector de T2, és a dir, v_{o2} . La relació entre aquesta tensió i les d'entrada es pot deduir de la manera següent:

$$\begin{aligned} I_{C1} &\cong I_S e^{v_{BE1}/V_T} \quad I_{C2} \cong I_S e^{v_{BE2}/V_T} \quad \frac{I_{C1}}{I_{C2}} = e^{\frac{v_{BE1}-v_{BE2}}{V_T}} \\ v_1 = v_{BE1} - v_{BE2} + v_2 &\Rightarrow v_{BE1} - v_{BE2} = v_1 - v_2 = v_d \\ I_{E1} + I_{E2} = I_o &\Rightarrow I_{C1} + I_{C2} \cong I_o \end{aligned} \tag{7.76}$$

on s'han suposat els dos transistors idèntics, $\beta \gg 1$ i $v_{BE} \gg V_T$. Si aïllem I_{C1} a la primera de les equacions i substituïm a la darrera resulta

$$I_{C2} = \frac{I_o}{1 + e^{v_d/V_T}} \quad (7.77)$$

I finalment

$$v_{o2} = V_{CC} - I_{C2}R_C \quad (7.78)$$

Es pot procedir de forma similar per calcular I_{C1} i v_{o1} . I resulta

$$I_{C1} = \frac{I_o}{1 + e^{-v_d/V_T}} \quad v_{o1} = V_{CC} - I_{C1}R_C$$

La representació aproximada d'aquests corrents i tensions en funció de la tensió diferencial, $v_d = v_1 - v_2$, es dóna a la figura 7.56. Observeu que quan $v_1 - v_2$ és més gran que $4V_T$ el transistor T2 és en tall (I_{C2} és zero) i tot el corrent de la font I_o circula per T1. Per contra, quan $v_1 - v_2$ és menor que $-4V_T$ el transistor que es talla és T1 i tot el corrent és conduït per T2. Entre els dos valors esmentats de v_d els dos transistors condueixen i es reparteixen el corrent de la font I_o .

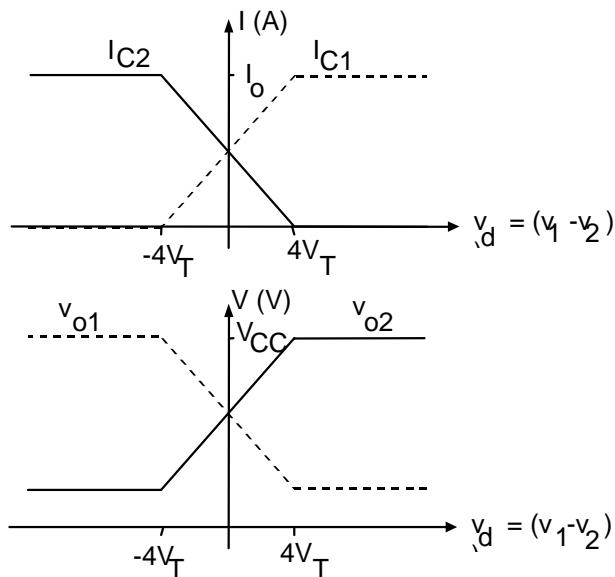


Figura 7.56 Corbes de transferència aproximades dels corrents i les tensions del parell de transistors acoblats per emissor

La característica de transferència deduïda posa de manifest les dues aplicacions fonamentals d'aquest circuit: com a amplificador de la diferència entre les dues tensions d'entrada (amplificador diferencial), si el circuit treballa amb tensions d'entrada amb una diferència que es mantingui a la regió lineal (aproximadament entre $-4V_T$ i $4V_T$), i com a porta lògica si treballa fora d'aquest marge.

En les proximitats de v_d igual a zero, la tensió de sortida v_{o2} és proporcional a v_d . És a dir, $v_{o2} = A \cdot v_d$, on la constant de proporcionalitat és el guany de tensió de l'amplificador diferencial. El valor d'aquest guany es pot calcular si derivem v_{o2} respecte v_d a l'origen

$$A = \frac{dv_{o2}}{dv_d} \Big|_{v_d=0} = -R_C \frac{dI_{C2}}{dv_d} \Big|_{v_d=0} = \frac{R_C I_o}{4V_T} \quad (7.80)$$

La utilització del parell acoblat per emissor com a porta lògica es basa en el circuit mostrat a la figura 7.57. L'entrada del transistor T2 es connecta a una tensió constant de referència, V_R , i es comparen les tensions aplicades a les bases de T1 i T1' amb aquesta tensió de referència. Si les dues tensions A i B són menors que V_R , els transistors T1 i T1' són tallats, T2 condueix tot el corrent i v_{o2} pren un nivell baix. Altrament, si A o B són més grans que V_R , T2 és tallat i v_{o2} pren un nivell alt.

La sortida d'aquesta porta lògica es pot prendre en el col·lector de T2, v_{o2} , o en el col·lector de T1, v_{o1} . El conjunt de sortides que s'obtenen en un cas o l'altre es presenten a la taula 7.6. La funció lògica que proporciona la sortida v_{o2} s'anomena *OR*, i la que proporciona v_{o1} s'anomena *NOR*.

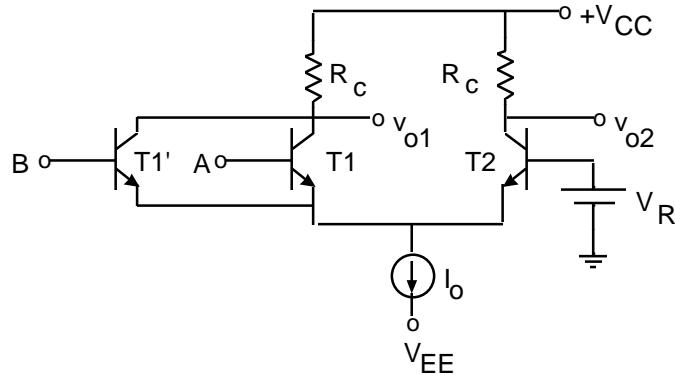


Figura 7.57 Estructura bàsica de la porta ECL

Aquesta porta lògica ECL presenta una alta velocitat d'operació pel fet que els retardos en la commutació són molt petits. Això és degut al fet que les capacitats internes dels transistors, C_e i C_c , prenen valors petits ja que els transistors no arriben a la regió de saturació (les unions col·lectores no s'arriben a polaritzar directament). Es dissenya el circuit perquè un transistor sigui a la regió activa quan condueix tot el corrent I_o .

A	B	v_{o1}	v_{o2}
baix	baix	alt	baix
baix	alt	baix	alt
alt	baix	baix	alt
alt	alt	baix	alt

Taula 7.6 Funcions lògiques de la porta ECL

7.8.1 L'amplificador diferencial

L'amplificador diferencial, amb una característica de transferència descrita a l'apartat anterior, amplifica la diferència entre els dos senyals d'entrada. Tot i això, la seva sortida no és del tot insensible al valor "comú"

de les entrades. De forma general, donats dos senyals d'entrada, v_1 i v_2 , es defineixen el senyal diferencial, v_d , i el senyal comú, v_c , (vegeu la figura 7.58) de la forma següent:

$$\begin{aligned} v_d &= v_1 - v_2 \\ v_c &= \frac{v_1 + v_2}{2} \end{aligned} \quad (7.81)$$

Aleshores, els senyals d'entrada vénen donats per

$$\begin{aligned} v_1 &= v_C + \frac{v_d}{2} \\ v_2 &= v_C - \frac{v_d}{2} \end{aligned} \quad (7.82)$$

El senyal de sortida de l'amplificador és, en general, dependent d'ambdues entrades i, per tant, del senyal diferència i del senyal comú

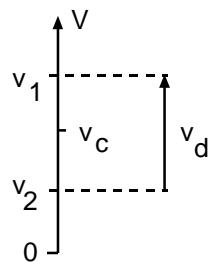


Figura 7.58 Definició del senyal diferència i del senyal comú a partir dels senyals d'entrada v_1 i v_2

$$v_o = A_1 v_1 + A_2 v_2 = A_d v_d + A_c v_c = A_d v_d \left(1 + \frac{A_c v_c}{A_d v_d} \right) \quad (7.83)$$

La qualitat d'un amplificador diferencial es mesura per la seva *relació de rebuig del mode comú*, també anomenat *CMRR* (de l'anglès *Common-Mode Rejection Ratio*), definit com

$$\rho = \frac{A_d}{A_c} \quad (7.84)$$

El senyal de sortida es pot expressar, aleshores, de la forma següent

$$v_o = A_d v_d \left(1 + \frac{v_c}{\rho v_d} \right) \quad (7.85)$$

Aquesta expressió posa de manifest que la sortida seria insensible al mode comú si ρ fos infinita. La relació de rebuig del mode comú sol expressar-se en forma logarítmica

$$CMRR = 20 \log(|\rho|) \quad (7.86)$$

En aquest cas, es diu que el CMRR ve expressat en decibels (dB).

Un altre aspecte important de l'esquema de la figura 7.55 és la font de corrent I_o , que sol fer-se de la forma mostrada als circuits de la figura 7.59. Quan el transistor de sortida treballa a la regió activa la font de corrent es pot representar pel seu equivalent Norton, tal com s'indica a la mateixa figura. Els valors de I_{oN} i R_o vénen donats per

$$I_{oN} = \frac{V_{CC} - V_{EE} - V_{BE}}{R} \quad R_o = \frac{V_A}{I_{oN}} \quad (7.87)$$

on V_A és la tensió Early del transistor.

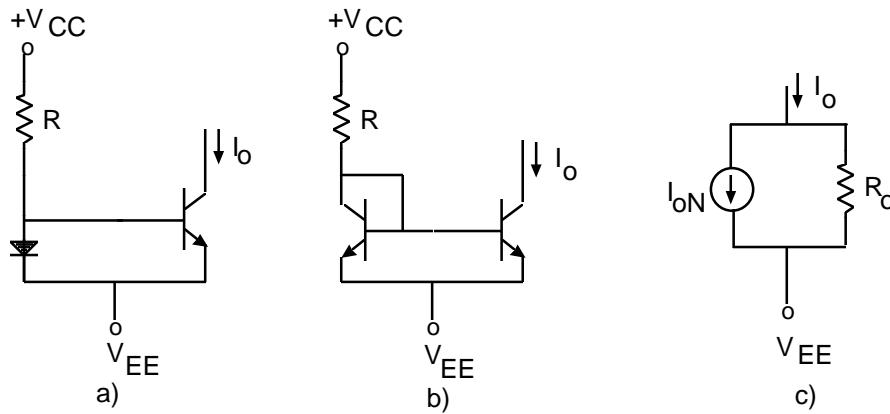


Figura 7.59 a) Font de corrent amb diòde. b) Font de corrent utilitzada en circuits integrats (observeu que el diòde es fa amb un transistor). c) Equivalent Norton de la font de corrent

Si substituïm la font de corrent pel seu equivalent Norton i obtenim el circuit incremental de l'amplificador diferencial total, resulta el circuit representat a la figura 7.60, on v_1 i v_2 s'han substituït per les expressions 7.82.

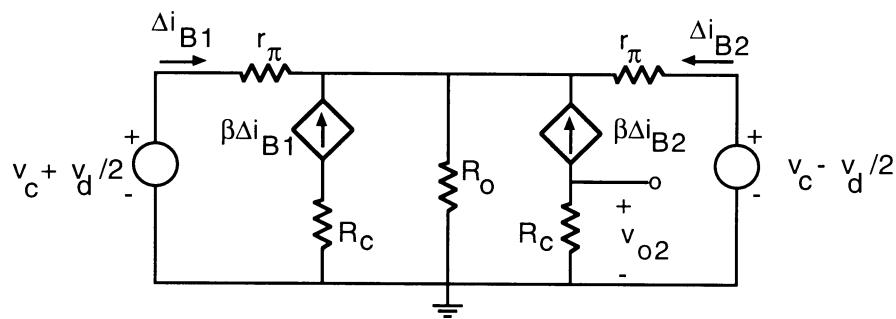


Figura 7.60 Circuit incremental de l'amplificador diferencial

L'anàlisi d'aquest circuit porta a les equacions següents:

$$\begin{aligned} v_c + \frac{v_d}{2} - \Delta i_{B1} r_\pi &= v_C - \frac{v_d}{2} - \Delta i_{B2} r_\pi \\ v_c + \frac{v_d}{2} &= \Delta i_{B1} r_\pi + R_o [(\beta + 1) \Delta i_{B1} + (\beta + 1) \Delta i_{B2}] \end{aligned} \quad (7.88)$$

Si aïllem Δi_{B2} en aquest parell d'equacions es calcula v_{o2}

$$v_{o2} = \frac{\beta R_C}{2r_\pi} v_d - \frac{\beta R_C}{r_\pi + 2(\beta + 1)R_o} v_C \quad (7.89)$$

Si identifiquem amb 7.83, resulten un guany diferencial i una relació de rebuig del mode comú donades per

$$\begin{aligned} A_d &= \frac{\beta R_C}{2r_\pi} = \frac{R_C I_o}{4V_T} \\ \rho &= \frac{1}{2} + \frac{(\beta + 1)R_o}{r_\pi} \approx \frac{(\beta + 1)R_o}{r_\pi} = \frac{(\beta + 1)V_A}{V_T} \end{aligned} \quad (7.90)$$

on s'ha tingut en compte la dependència de r_π amb I_{CQ} . Observeu que $I_{CQ} = I_o/2$ i que βR_o pren un valor molt gran.

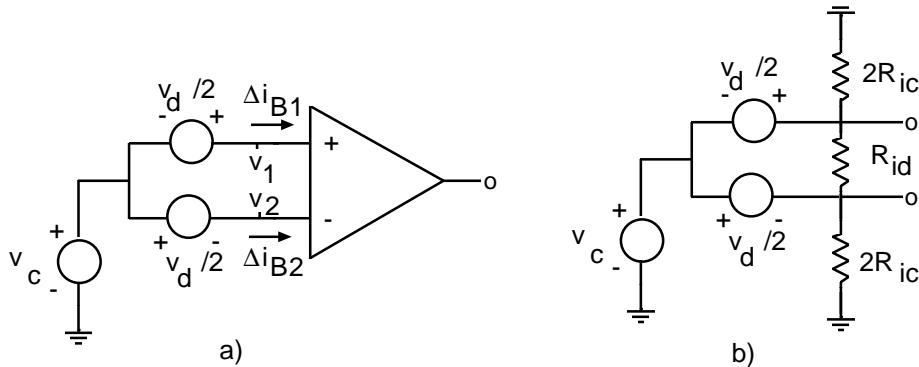


Figura 7.61 a) Representació dels modes diferencial i comú en un amplificador diferencial.
b) Circuit equivalent d'entrada en petit senyal de l'amplificador diferencial

Amb freqüència s'utilitza per a l'amplificador diferencial el mateix símbol de l'amplificador operacional, ja que aquest és només un amplificador diferencial seguit d'altres etapes amplificadores que proporcionen un guany elevat. Si emprem aquest símbol, la definició de v_1 i v_2 en funció del mode diferencial i del mode comú permet representar l'amplificador de la forma indicada a la figura 7.61.

En el model de petit senyal d'un amplificador diferencial sol definir-se la resistència d'entrada en mode diferencial i la resistència d'entrada en mode comú. La seva definició té una lectura senzilla a partir de la figura 7.61

$$R_{id} = \left. \frac{v_d}{\Delta i_{B1}} \right|_{v_c=0} \quad R_{ic} = \left. \frac{v_c}{\Delta i_{B1} + \Delta i_{B2}} \right|_{v_d=0} \quad (7.91)$$

El càlcul d'aquestes resistències d'entrada a partir del circuit incremental porta als valors següents

$$R_{id} = 2r_\pi \quad R_{ic} = \frac{r_\pi}{2} + (\beta + 1)R_o \quad (7.92)$$

7.8.2 La porta lògica ECL

L'estructura de la porta ECL és la representada a la figura 7.62. Com es pot observar, és la mateixa estructura que la comentada anteriorment (figura 7.57), amb dues diferències. La primera és que conté un seguidor per emissor a continuació del col·lector de T2, amb la missió de disminuir en 0,7 V la tensió de sortida. D'aquesta forma, el nivell baix de v_o té el mateix valor que el nivell baix aplicat a les entrades d'aquesta porta. L'altra diferència és que la font de corrent s'ha substituït per una resistència R_E . Aquesta resistència aproxima una font de corrent ja que l'emissor dels transistors és a una tensió aproximadament constant: $V_E = V_R - V_{BE}$. Per tant, $I_o = (V_E - V_{EE})/R_E$.

La tensió de referència V_R s'obté en l'emissor del circuit representat a la figura 7.62b. Amb els valors numèrics del circuit s'obté

$$V_R = -1,3 \text{ V} \quad (7.93)$$

Per a aquest tipus de portes lògiques sol aproximar-se V_{BE} per 0,8 V en comptes de 0,7. Això és degut al fet que els transistors d'aquestes portes soLEN fabricar-se de grandària molt petita i per tant amb una I_s molt petita, per tal de reduir les capacitats paràsites. Per tant, per obtenir els valors usuals de corrents cal aplicar-hi tensions més grans.

El corrent de la font I_o és aleshores

$$I_o = \frac{V_E - V_{EE}}{R_E} = \frac{V_R - V_{BE} - V_{EE}}{R_E} = 4 \text{ mA} \quad (7.94)$$

Quan l'entrada A o la B prenen un nivell alt, T2 entra en tall ja que tot el corrent és absorbit per T1 o T1'. Aleshores la tensió en el col·lector de T2, v_{c2} , és de 0 V i la tensió de sortida, -0,8 V, que correspon al nivell alt com s'indica a la figura 7.63. Per aconseguir aquest valor de sortida cal una v_d més gran que $4V_T$, és a dir, que la tensió aplicada a l'entrada A (o a la B) sigui

$$V_A > V_R + 4V_T \cong -1,3V + 100mV = -1,2 \text{ V} \quad (7.95)$$

Quan les entrades A i B són ambdues de nivell baix, T1 i T1' són tallats i T2 conduceix tot el corrent I_o . Aleshores les tensions en col·lector i a la sortida són

$$v_{c2} = -I_o R_{c2} = -IV \quad \Rightarrow \quad v_o = -IV - 0,8V = -1,8 \text{ V} \quad (7.96)$$

Perquè T2 absorbeixi tot el corrent de la font I_o cal que la tensió aplicada a les entrades A i B sigui menor que

$$V_A < V_B - 4V_T \cong -1,4 \text{ V} \quad (7.97)$$

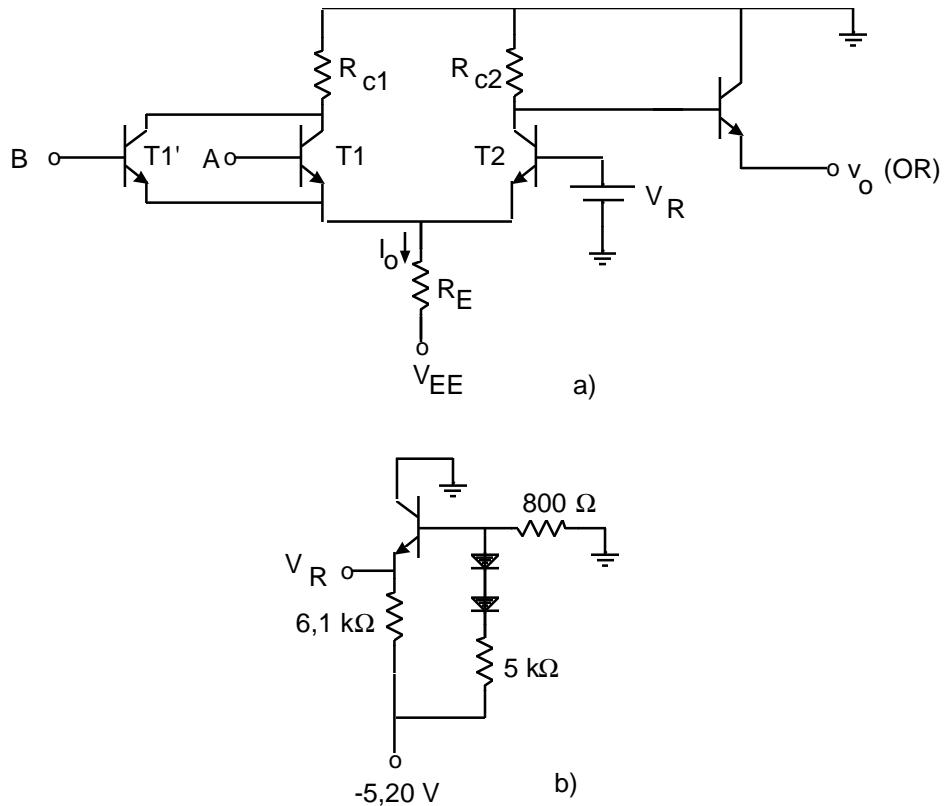


Figura 7.62 a) Porta ECL. Per simplicitat només es mostra la sortida OR. b) Realització de la tensió de referència V_R . Valors típics d'aquest circuit: $V_{EE} = -5,2 \text{ V}$; $R_{c1} = 220 \Omega$; $R_{c2} = 245 \Omega$; $R_E = 780 \Omega$; $V_R = -1,3 \text{ V}$

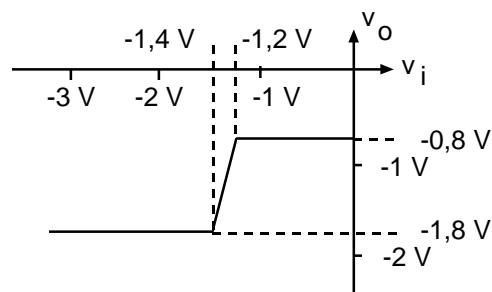


Figura 7.63 Corba de transferència de la porta ECL (sortida OR)

Encara que per simplicitat només s'ha estudiat la sortida OR de la porta ECL, s'aplica un tractament similar per a l'estudi de la sortida NOR (també cal afegir una etapa seguidor per emissor en aquesta sortida). Observeu que la diferència entre el nivell alt i el baix és molt petita, de l'ordre d'1 V. Aquesta característica ajuda a la velocitat d'operació d'aquestes portes ja que la variació de tensions en terminals de les capacitats paràsites entre els estats alt i baix és petita.

7.9 Limitacions en l'operació dels transistors bipolars

Les corbes característiques mostrades a la figura 7.8 no es mantenen per valors de les tensions o corrents arbitràriament alts. Quan aquestes magnituds creixen, apareixen fenòmens de "ruptura" que poden portar a la destrucció del transistor.

Un primer fenomen que cal considerar és la ruptura de les unions. Si es polaritza inversament la unió emissora amb una tensió superior a un valor determinat, aquesta unió entra en ruptura i conduceix un corrent molt intens, tal com passava amb el diode. El fabricant del transistor sol indicar el valor màxim de la polarització inversa de la unió emissora mitjançant el paràmetre $V_{EB0màx}$. Aquesta és la tensió de ruptura de la unió emissora si es deixa el terminal de col·lector en circuit obert. Un valor típic d'aquest paràmetre és 7 V.

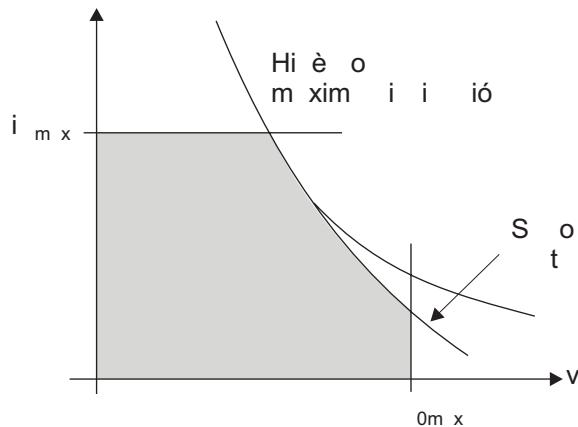


Figura 7.64 Àrea de funcionament segur del transistor bipolar

La tensió màxima inversa que es pot aplicar a la unió col·lectora entre els terminals de base i col·lector és $V_{CB0màx}$ (el 0 indica que l'emissor és en circuit obert). Quan el transistor és en emissor comú i el terminal de base es deixa en circuit obert la tensió màxima que es pot aplicar és $V_{CE0màx}$, la qual sol ser bastant inferior a $V_{CB0màx}$. Un valor típic d'aquesta tensió és 30 V.

Una altra limitació del transistor es presenta en el corrent de col·lector. Aquest corrent no pot superar un valor llindar que proporciona el fabricant, $I_{Cmàx}$, perquè la calor dissipada per efecte Joule pot destruir els conductors que connecten les regions del semiconductor amb els terminals externs.

De forma semblant al que passa amb el diode, la potència que dissipa el transistor ha de ser inferior a un valor màxim donat pel fabricant. La potència que absorbeix el transistor

$$P_D = i_C v_{CE} + i_B v_{BE} \cong i_C v_{CE} \leq P_{Dmax} \quad (7.98)$$

ja que normalment el corrent de col·lector és molt superior a la de base i v_{CE} sol ser molt superior a v_{BE} . La corba $i_C \cdot v_{CE} = P_{Dmàx}$ es coneix amb el nom d'hipèrbola de dissipació màxima i és una altra limitació que ha de ser respectada. La dissipació de potència produceix un increment de la temperatura del transistor i pot ser necessari un dissipador per evacuar la calor generada (vegeu l'apartat 6.6.2).

Aquestes limitacions de tensions i corrents es representen a la figura 7.64. Per evitar el risc de destruir el transistor s'ha de procurar que operi en l'"àrea de funcionament segur", és a dir, en l'àrea del primer quadrant limitada per la hipèrbola de dissipació màxima, l'ordenada de corrent de col·lector màxim i l'abscissa $V_{CE0màx}$. El fabricant sol restringir una mica més aquesta àrea introduint una nova limitació per "segona ruptura", tal com s'indica a la figura. Aquesta segona ruptura intenta evitar la concentració del corrent de col·lector en punts determinats del semiconductor.

7.10 Anàlisi de circuits amb transistors bipolars amb SPICE

L'anàlisi descrita fins ara per analitzar circuits amb transistors es basa en simplificacions importants en el model del transistor. Se suposa que $V_{BEQ} = 0,7$ V si el corrent de base no és nul, que β_F és constant i que, en saturació, v_{CE} és igual a 0,2 V. Per a algunes aplicacions, aquestes aproximacions donen resultats prou precisos. Tot i això, per a unes altres, es pot requerir una precisió més gran. En aquest cas, cal recórrer a models del transistor bipolar més exactes i calcular els circuits amb aquests models. Amb freqüència, aquestes analisis més detallades es fan amb l'ajut de l'ordinador. Per això ara es presenta breument com es modela el transistor bipolar en el programa d'anàlisi de circuits per ordinador SPICE.

7.10.1 Model del transistor bipolar en SPICE

En el programa SPICE s'utilitza, per al model del transistor bipolar, una denominació de corrents diferent a la utilitzada en aquest capítol. En lloc dels corrents I_{be} i I_{bc} s'utilitzen els corrents I_{cc} i I_{ec}

$$\begin{aligned} I_{cc} &= \beta_F I_{be} = I_s \left(e^{v_{BE}/V_T} - 1 \right) \\ I_{ec} &= \beta_R I_{bc} = I_s \left(e^{v_{BC}/V_T} - 1 \right) \end{aligned} \quad (7.99)$$

de manera que el valor de la font dependent passa a ser

$$I_{ct} = \beta_F I_{be} - \beta_R I_{bc} = I_{cc} - I_{ec}$$

El programa SPICE completa el model bàsic del transistor bipolar en tres aspectes:

- Permet considerar la dependència de β_F amb v_{CE} i amb i_C .
- Inclou els efectes capacitius associats al transistor bipolar.
- Permet incloure efectes de resistències paràsites.

a) Inclusió de la variació de β_F amb V_{CE} i amb I_C

Com s'ha vist a l'apartat anterior, l'efecte Early consisteix en l'increment de I_C quan augmenten V_{CE} i I_B es manté constant. La variació de β_F amb I_C es deu a la dependència diferent dels corrents de base i col·lector del transistor real amb les tensions aplicades a les unions. A la figura 7.65 es representa el logaritme de I_C i el de I_B en funció de V_{BE} per a $V_{BC}=0$. Observeu que el transistor opera en mode actiu i que la separació vertical entre els dos gràfics és $\log(\beta_F)$, ja que $\log(I_C) - \log(I_B)$ és igual a $\log(I_C/I_B)$ i per tant és $\log(\beta_F)$. La

separació vertical entre les corbes I_C i I_B varia amb V_{BE} , de manera que el gràfic 7.65 és una altra manera de representar la variació de β_F amb I_C donada per la figura 7.13b.

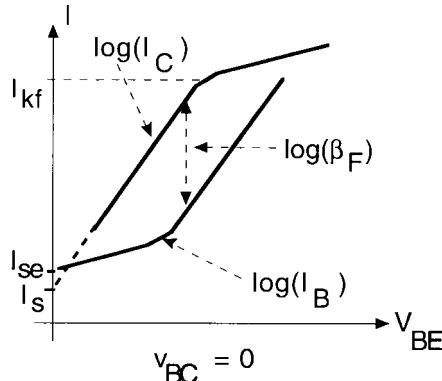


Figura 7.65 Gràfic de Gummel -Poon del transistor bipolar

Aquests fenòmens es modelen modificant el valor de la font dependent I_{ct} i els corrents pels diòdodes. El nou valor de I_{ct} és

$$I_{ct} = \frac{q_1}{q_b} [I_{cc} - I_{ec}] \quad (7.100)$$

on els valors de q_b i q_1 vénen donats per

$$\begin{aligned} q_b &= \frac{1}{2} \left[1 + \sqrt{1 + 4q_2} \right] \\ q_1 &= 1 - \frac{V_{BC}}{V_{AF}} - \frac{V_{BE}}{V_{AR}} \\ q_2 &= \frac{I_s}{I_{kf}} \left[e^{v_{BE}/V_T} - 1 \right] + \frac{I_s}{I_{kr}} \left[e^{v_{BC}/V_T} - 1 \right] \end{aligned} \quad (7.101)$$

Els corrents pels diòdodes passen a ser

$$\begin{aligned} \text{Díode base - emissor} \quad I_{be} &= \frac{I_{cc}}{\beta_F} + I_{sre} \left[e^{v_{BE}/2V_T} - 1 \right] \\ \text{Díode base - col·lektor} \quad I_{bc} &= \frac{I_{ec}}{\beta_R} + I_{src} \left[e^{v_{BC}/2V_T} - 1 \right] \end{aligned} \quad (7.102)$$

Les equacions 7.100 i 7.101 modelen l'efecte Early i la disminució del pendent de I_C per a nivells alts de corrent, que és responsable de la disminució de β_F per a valors de I_C alts. L'equació 7.102 modela el comportament de I_B en nivells de corrent baixos, que és responsable de la disminució de β_F per a valors petits de I_C . En efecte, com que el corrent de base és la suma de les dues equacions 7.102, el segon terme d'aquestes equacions produeix un augment del corrent de base, que provoca la disminució de β_F . L'efecte dels segons termes de 7.102 és negligible per a valors mitjans i alts de les tensions de polarització ja que I_{cc} i I_{ec} augmenten exponencialment amb aquestes tensions amb un factor d'idealitat 1.

Suposeu, de moment, que V_{BC} és zero. En aquest cas, I_{ct} val I_{cc}/q_b ja que l'equació 7.101 mostra que q_1 és aproximadament la unitat (observeu que $V_{BE} < 1$ V). Per als valors de V_{BE} que facin $4q_2$ molt inferior a 1, el valor de q_b és la unitat, i per tant, I_C és I_{cc} . Segons s'indica a la figura 7.65, i si tenim en compte l'equació 7.99, aquesta situació es compleix mentre I_C sigui molt inferior a I_{kf} . Quan, al contrari, I_C és molt superior a I_{kf} , q_2 és molt superior a la unitat i q_b es pot aproximar per l'arrel quadrada de q_2 . Aleshores,

$$I_C \cong \frac{I_{CC}}{\sqrt{q_2}} = \frac{I_s e^{V_{BE}/V_T}}{\sqrt{\frac{I_s}{I_{kf}} e^{V_{BE}/V_T}}} = \sqrt{I_s I_{kf}} \cdot e^{\frac{V_{BE}}{2V_T}} \quad (7.103)$$

Aquesta darrera equació mostra que, per a corrents elevats el pendent de $\log(I_C)$ es redueix a la meitat. L'ordenada de la intersecció de les dues asymptotes de I_C és I_{kf} .

L'efecte Early s'inclou mitjançant el factor q_1 . Observeu també que a la regió activa V_{BC} és negativa, de manera que q_1 és superior a la unitat i, en conseqüència, augmenta el valor de I_C .

Parametre	Valor per defecte
I_s	10^{-16} A
β_F	100
β_R	1
I_{kf}	∞
I_{kr}	∞
V_{AF}	∞
V_{AR}	∞
τ_{ff}	0
τ_r	0
r_c	0
r_e	0
r_{bb}	0

Taula 7.7 Valors per defecte d'alguns paràmetres del transistor bipolar en SPICE

b) Modelització dels efectes capacitius C_e i C_c

Aquestes dues capacitats es modelen de la forma expressada a l'apartat 7.3. Els valors per defecte de C_{joe} , C_{joc} , τ_F i τ_R són nuls, de manera que cap efecte capacitatiu no és considerat en SPICE si no és que es defineixin explícitament aquests paràmetres.

c) Inclusió d'efectes resistius

El programa SPICE també permet considerar resistències paràsites en sèrie amb els terminals d'emissor, base i col·lector. Aquestes resistències s'anomenen r_e , r_c i r_{bb} . Les dues primeres resistències prenen un valor fix, determinat per l'usuari. La tercera pren un valor que varia amb el valor del corrent de base I_B . Als manuals de SPICE es detalla l'equació que s'utilitza per modelar aquest efecte i també s'especifiquen altres detalls de segon ordre en el model SPICE del transistor bipolar.

A la taula 7.7 es dóna un resum dels valors dels paràmetres que pren el programa SPICE per defecte, quan l'usuari no li indica el seu valor.

7.10.2 Exemples d'anàlisi de circuits amb transistors mitjançant SPICE

En aquest apartat es presenten alguns exemples de l'ús del programa SPICE per analitzar circuits amb transistors bipolars. Es mostra també la utilització de la instrucció .AC de SPICE.

Exemple 7.18

Escriviu un fitxer d'entrada per al programa PSPICE que permeti obtenir $\beta_F(i_C)$ per a un transistor NPN. Representeu gràficament la corba obtinguda. Preneu per al transistor els paràmetres per defecte, excepte per a $\beta_F = 300$; $I_{kf} = 0,1 \text{ A}$; $I_{sre} = 0,01 \text{ pA}$ i $n_e = 2$.

El programa SPICE per obtenir la corba demandada és:

```
PROGRAMA DEPENDENCIA DE BETA AMB CORRENT IC
Q1 1 1 0 BC999
VBE 1 0 DC 1
.DC lin VBE 0.1 1.2 0.02
.Model BC999 NPN (BF=300 IKF=0.1 ISE=0.01p NE=2)
.PROBE
.END
```

Observeu que el nom que utilitza el programa per a I_{sre} és I_{se} . No confongueu aquest paràmetre amb el corrent invers de saturació del corrent I_{be} .

El gràfic obtingut es representa a la figura 7.66.

Exercici 7.19

Estimeu els valors que han de tenir I_{sre} i I_{kf} perquè la β_F del transistor disminueixi per valors de i_C més grans o iguals a 100 mA i per valors de i_B menors que 100 nA.

Solució:

$$I_{sre} = 10^{-5} \text{ A}$$

$$I_{kf} = 1 \text{ A}$$

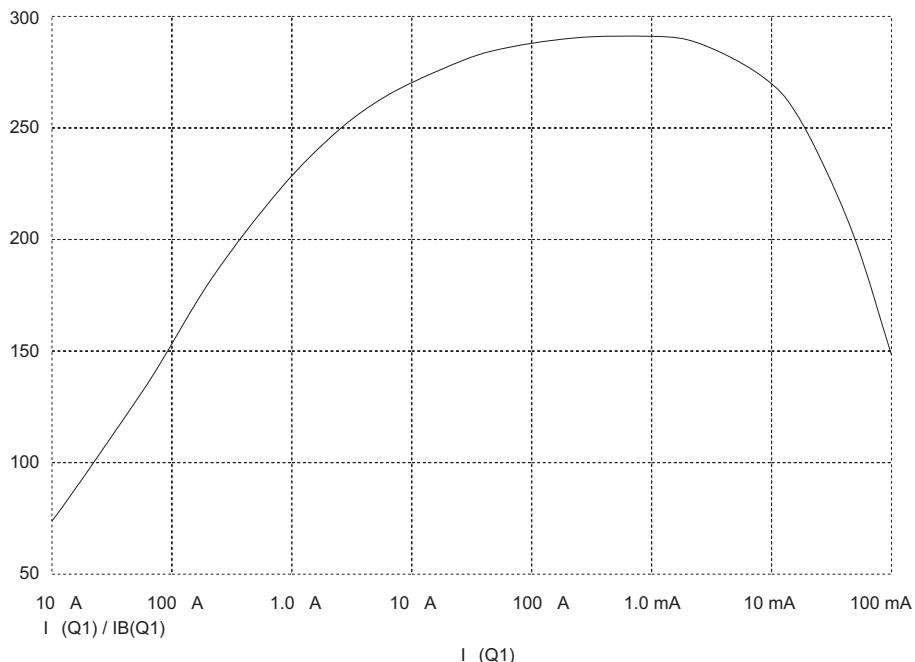


Figura 7.66 Resultats de l'exemple 7.18

Exemple 7.20

Analitzeu amb SPICE el circuit de la figura 7.14 amb el senyal d'entrada mostrat a la figura 7.19 i representeu els transistors de commutació del circuit, amb el conjunt de paràmetres següent: $\tau_{ff} = 0,2$ ns; $\tau_r = 15$ ns; $C_{jeo} = 0,30$ pF; $V_{je} = 0,9$ V; $m_e = 0,5$; $C_{jco} = 0,10$ pF; $V_{jc} = 0,7$ V; $m_c = 0,33$.

El fitxer d'entrada per a aquesta anàlisi és el següent:

```

ANÀLISI DE TRANSITORIS DE COMMUTACIÓ
RC 1 2 1K
RB 3 4 10K
Q1 2 4 0 BC999
VCC 1 0 DC 5
VI 3 0 PULSE(0 5 1p 1p 1p 50n 100n)
.MODEL BC999 NPN(TF=0.2n TR=15n CJE=0.30p
+VJE=0.9 MJE=0.5 CJC=0.10 pF VJC=0.7 MJC=0.33)
.TRAN 1n 200n
.PROBE
.END

```

A la figura 7.67 es presenten la tensió de sortida $v(2)$ i la d'entrada $v(3)$. S'observa que quan l'entrada commuta de 0 a 5 V la sortida assoleix el nivell baix després d'uns 5 ns i quan torna a commutar de 5 a 0 V la sortida es manté primer en nivell baix durant uns 15 ns i no assoleix el nivell alt fins després de 35 ns.

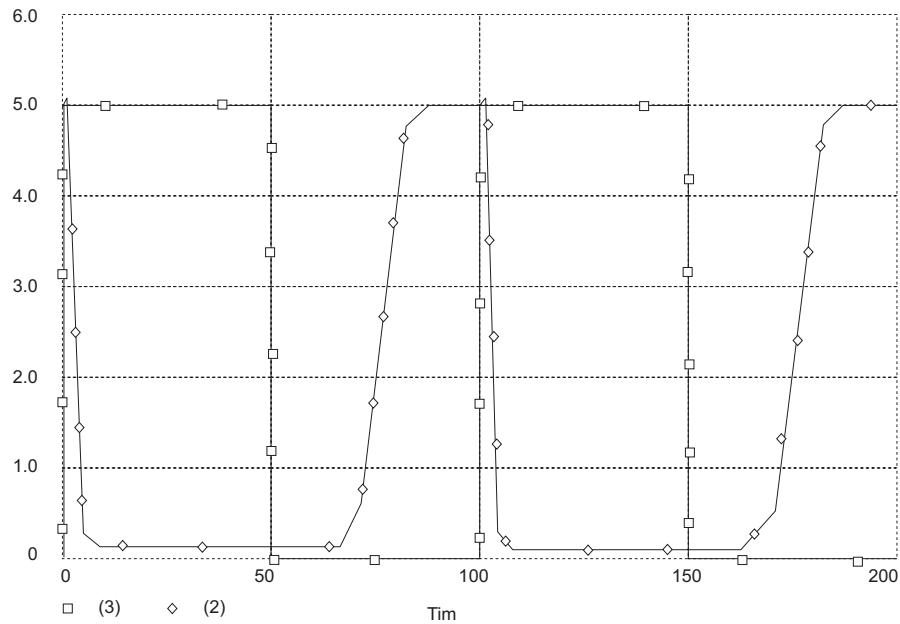


Figura 7.67 Tensions de sortida i entrada de l'exemple 7.20 obtingudes mitjançant el programa SPICE

Exemple 7.21

La instrucció .AC permet obtenir la "resposta en freqüència" d'un circuit. En aquest exemple, s'utilitza per aconseguir la resposta de l'amplificador de la figura B.1 de l'apèndix quan la freqüència del generador sinusoidal de senyal varia des de 10 Hz fins a 100 MHz sense variar la seva amplitud. Els paràmetres del transistor bipolar són els que s'indiquen al fitxer d'entrada.

El fitxer d'entrada del circuit és el següent:

```

RESPOSTA EN FREQÜÈNCIA DE L'AMPLIFICADOR B.1
RC 2 1 4K
RB 3 1 1MEG
CB 1 4 1U
VCC 3 0 DC 10
VIN 4 0 AC 5M
Q1 2 1 0 BC999
.MODEL BC999 NPN(IS=20F BF=120 VAF=120 EG=1.11 BR=0.8 NC=2 CJC=10P
+VJC=0.8 MJC=0.33)
.OP
.AC DEC 3 10 100MEG
.PROBE
.END

```

El programa proporciona els valors de polarització, els paràmetres del model del transistor en petit senyal i la corba de la resposta en freqüència. Les tensions en els nusos del circuit en contínua són:

NODE	VOLTAGE	NODE	VOLTAGE	NODE	VOLTAGE	NODE	VOLTAGE
(1)	0.6402	(2)	5.3316	(3)	10.0000	(4)	0.0000

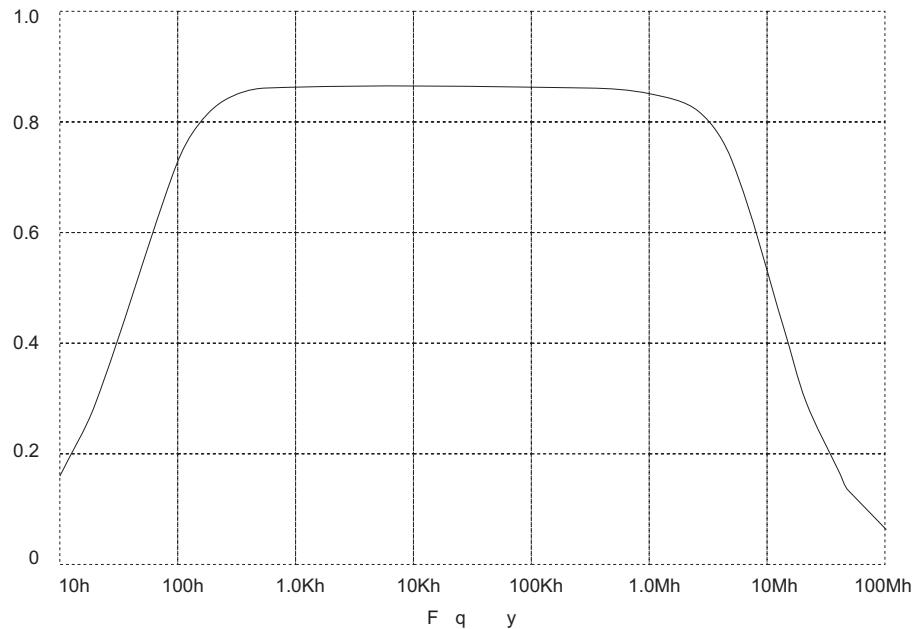


Figura 7.68 Resposta en freqüència de l'amplificador de la figura B.1

Els valors dels corrents i les tensions en el transistor bipolar en contínua i els dels seus paràmetres en petit senyal són:

BIPOLAR JUNCTION TRANSISTORS

NAME	Q1
MODEL	BC999
IB	9.36E-6
IC	1.17E-3
VBE	6.40E-1
VCB	-4.69E0
BETADC	1.25E+2
GM	4.51E-2
RPI	2.76E+3
RX	0.00E+0
RO	1.07E+5
CBE	0.00E+0
CBC	5.30E-12
CBX	0.00E+0
CJS	0.00E+0
BETAAC	1.25E+2
FT	1.36E+9

A la figura 7.68 es presenta la tensió a la sortida de l'amplificador en funció de la freqüència del generador sinusoïdal amb una amplitud que es manté constant a 1 mV. Com es pot observar, el guany de tensió en les freqüències centrals es manté constant en un valor de l'ordre de 170. El guany disminueix per a freqüències inferiors a uns 200 Hz, a causa dels condensadors d'acoblament i desacoblament, i per a freqüències superiors a 2 MHz a causa de les capacitats internes del transistor.

Qüestions

- C7.1** En una etapa en emissor comú autopolaritzada, quins paràmetres influeixen en la posició del punt de treball?
- C7.2** Com varia el punt de treball del col·lector d'un BJT en cadascuna de les condicions següents? a) Quan varia el corrent de base. b) Quan varia la tensió de polarització de col·lector V_{cc} . c) Quan varia la resistència de col·lector.
- C7.3** Definiu la diferència entre la recta de càrrega en alterna i la recta de càrrega en contínua. Justifiqueu quina de les dues s'ha d'utilitzar per al càlcul dels marges dinàmics.
- C7.4** Compareu els circuits de polarització del BJT amb resistència d'emissor i sense. Com depèn I_{CQ} de les variacions de β en cada cas?
- C7.5** Discutiu els avantatges i inconvenients de la presència d'una resistència en el terminal d'emissor, R_E , en l'amplificador EC, tant en contínua com en senyal.
- C7.6** Per què el marge dinàmic a saturació de la tensió de col·lector disminueix a causa de la presència d'una resistència d'emissor R_E sense desacoblar?
- C7.7** Quina influència té l'efecte Early sobre el guany d'un BJT?
- C7.8** Si es pretén utilitzar un transistor com a font de corrent, quines de les tres configuracions estudiades són més adequades? En quina zona ha de treballar el BJT per presentar una R_o elevada?
- C7.9** Quines diferències presenta una etapa amplificadora en base comuna davant d'una en col·lector comú i d'una en emissor comú?
- C7.10** Justifiqueu qualitativament les dependències dels paràmetres h_{ie} , h_{fe} i h_{oe} amb el corrent I_{CQ} que es presenten alsfulls de característiques de l'apèndix C.
- C7.11** Què s'entén per freqüència de transició i temps de trànsit d'un BJT que treballa com a amplificador de petit senyal en alta freqüència?
- C7.12** Suposeu que en un inversor amb BJT el retard del senyal de sortida és degut únicament a la capacitat C_E en la base i l'emissor del transistor. Si C_E augmenta fins al doble del seu valor inicial, què passa amb el retard? I si C_E disminueix a la meitat?
- C7.13** De quina forma es veu afectat el comportament del transistor BJT que treballa a alta freqüència? Quins elements del model en petit senyal condicionen aquest comportament?
- C7.14** Raoneu els avantatges i els inconvenients d'utilitzar la tecnologia TTL davant la tecnologia ECL per a la realització de portes lògiques.

- C7.15** Quines diferències de funcionament hi ha en els dos transistors que constitueixen un parell Darlington?
- C7.16** Es pot analitzar el marge dinàmic d'un circuit multietapa analitzant cadascuna de les etapes per separat? Justifiqueu la resposta.
- C7.17** Compareu la característica $v_{o2}(v_d)$ d'un amplificador diferencial basat en 2 BJT amb la d'un AO. Com es podria augmentar el guany de l'amplificador diferencial perquè el seu comportament s'aproximi al de l'AO?
- C7.18** Què s'entén per hipèrbola de dissipació màxima d'un BJT?

Problemes

Si no s'especifica el contrari, suposeu els valors numèrics següents: $V_{BEon} = 0,7$ V, $V_T = 25$ mV, $V_{CEsat} = 0,2$ V.

- P7.1** Suposeu un transistor bipolar NPN i ompliu la taula següent a partir del model complet del transistor. A la columna Mode s'ha de dir si el transistor és en inversa, tall, activa o saturació.

	I_S (A)	β_F	β_R	V_{BE}	V_{BC}	I_B (A)	I_C (A)	I_E (A)	V_{CE}	Mode
A	10^{-16}	100	1	0,7 V	-5 V			$1,46 \cdot 10^{-4}$		
B	$1,4 \cdot 10^{-16}$	200	2	0,7 V		$1,01 \cdot 10^{-6}$	$2,02 \cdot 10^{-4}$	$2,03 \cdot 10^{-4}$	2,7 V	
C	$2 \cdot 10^{-15}$	150	3		-2 V	$1,05 \cdot 10^{-3}$	$1,58 \cdot 10^{-1}$	$1,59 \cdot 10^{-1}$	2,8 V	
D			2	0,7 V	-2 V	$2,17 \cdot 10^{-7}$	$4,34 \cdot 10^{-5}$			

- P7.2** En el circuit de la figura P7.2 trobeu: a) la relació entre v_o i v_s quan el transistor es troba en la regió activa. b) Els valors de v_s perquè el transistor sigui en la regió de tall. c) Ídem per la regió de saturació. d) La representació gràfica de v_o en funció de v_s a partir dels resultats anteriors. e) El punt de treball si $v_s = 6 + 2 \cdot \sin \omega t$. f) El gràfic de $v_o(t)$ a partir de la característica de l'apartat anterior quan $v_s = 6 + 2 \cdot \sin \omega t$. g) Ídem per a $v_s = 6 + 6 \cdot \sin \omega t$. Preneu $\beta = 100$, $V_{BEon} = 0,6$ V, $V_{CEsat} = 0,2$ V.

- P7.3** Sigui el circuit de la figura P7.3. Es demana omplir la taula següent.

	R_1	R_2	R_C	R_E	V_{CC1}	V_{CC2}	V_{BEQ}	β_F	I_{CQ}	V_{CEQ}
A	15 k Ω	2,5 k Ω	4 k Ω	1 k Ω	10 V	0 V	0,7 V	125		
B	200 k Ω	100 k Ω	200 Ω	1 k Ω	15 V	0 V	0,7 V	100		
C	60 k Ω	40 k Ω		0 Ω	20 V	0 V	0,6 V	200		10,79 V
D	200 k Ω	50 k Ω	200 Ω		15 V	0 V	0,6 V		8,09 mA	5,30 V

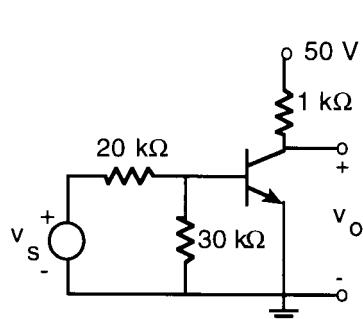


Figura P7.2

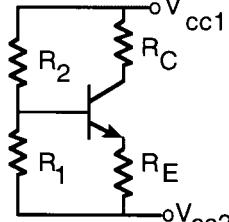


Figura P7.3

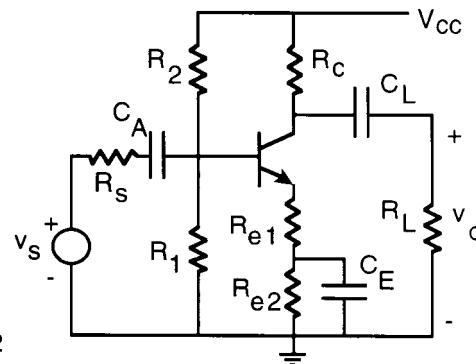


Figura P7.8

- P7.4** Trobeu el punt de treball Q del circuit amplificador de la figura P7.3, amb V_{CC2} igual a $-V_{CC1}$. Preneu en consideració els següents valors: $V_{CC1} = 10$ V, $R_1 = 2,5$ k Ω , $R_2 = 15$ k Ω , $R_C = 4$ k Ω , $R_E = 1$ k Ω i $\beta = 125$.

- P7.5** En el circuit de la figura P7.5, el transistor té les característiques de sortida adjuntes. Es demana trobar gràficament: a) Les coordenades del punt de treball quan R_I té un valor màxim. b) El desplaçament màxim del punt de treball quan es varia R_I . c) La β del transistor en el punt de treball per R_I màxim.

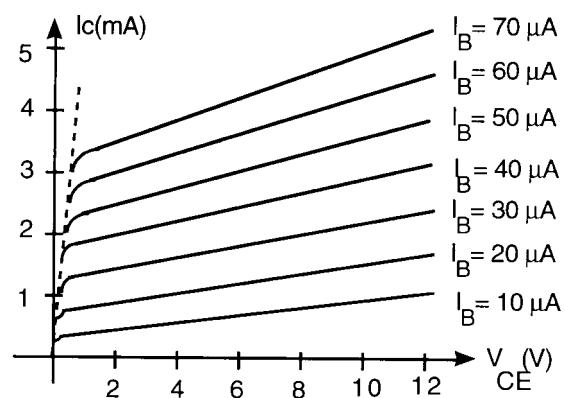
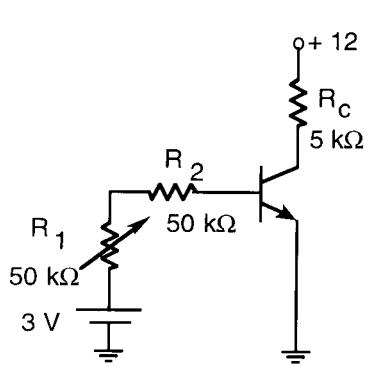


Figura P7.5

- P7.6** Repetiu l'exercici P7.5 suposant nul l'efecte Early. Suposeu que les corbes són horitzontals a partir de la regió de saturació. Resoldreu també numèricament per R_I màxim.

- P7.7** Considereu el circuit inversor de la figura 7.14 format per un transistor NPN, una resistència en sèrie amb la base de valor $R_B = 10$ k Ω , una alimentació $V_{cc} = 10$ V, i excitat per un pols de 5 V d'amplitud. Calculeu el valor de R_C perquè el circuit actuï com un inversor.

- P7.8** Considereu el circuit de la figura P7.8 sense R_L ni C_L i amb $R_S = 0$, $V_{cc} = 10$ V; $R_c = 4$ k Ω ; $R_I = 27$ k Ω ; $R_2 = 73$ k Ω i $\beta = 100$. Calculeu: a) $R_{el} + R_{e2}$ per a que $V_{CEQ} = 4$ V. b) g_m i r_π . c) R_{el} per a que el guany de tensió en petit senyal sigui -20. d) Els marges dinàmics de la tensió de sortida.

- P7.9** El circuit de la figura P7.8 (emissor comú degenerat) és un cas intermedi entre l'emissor comú sense R_E (R_E curtcircuitada en senyal per C_E) i l'emissor comú sense C_E . *a)* Calculeu el punt de treball del BJT (V_{CEQ} , I_{CQ}). *b)* Trobeu els paràmetres del model en petit senyal del BJT. *c)* Dibuixeu el circuit incremental de l'amplificador i calculeu $G_V = v_o/v_i$ i R_{in} en funció de x . *d)* Particularitzeu per als casos $x = 0$, $x = 0,5$ i $x = 1$. Comenteu la influència de x en el compromís $G_V \cdot R_i$. Dades: $R_S = 0$, $R_{e1} = x \cdot R_E$, $R_{e2} = (1-x) \cdot R_E$, $V_{cc} = 10$ V, $R_1 = R_2 = 100$ k Ω , $R_E = R_C = 1$ k Ω , $R_L = 4$ k Ω , C_J , C_2 i C_E tendeixen a infinit, $\beta = 200$. Tingueu en compte que $R_{e1} + R_{e2} = R_E$.
- P7.10** Trobeu els marges dinàmics de la tensió de sortida de l'amplificador de la figura 7.35 sense condensador de desacoblament de la resistència d'emissor, amb les dades següents: $V_{cc} = 15$ V; $R_c = 10$ k Ω ; $R_L = 10$ k Ω ; $R_E = R_{e1} + R_{e2} = 400$ Ω ; $R_1 = 4$ k Ω ; $R_2 = 50$ k Ω ; $\beta_F = 100$; $R_s = 100$ Ω .
- P7.11** Sigui el circuit de la figura P7.8 amb R_{e1} i R_{e2} nul·les. Calculeu el valor de β , V_{cc} , R_c , R_2 i R_L . Dades: $I_{CQ} = 15,1$ mA; $V_{CEQ} = 10$ V; $I_{BQ} = 151$ μ A; $R_1 = 100$ k Ω ; $R_s = 40$ Ω , $G_v = V_o/V_s = -38,4$. Preneu $R_L = R_c$.
- P7.12** Considerieu el circuit de la figura P7.8 sense R_L i amb R_s nul·la. Es demana que el circuit amplificador de la figura estigui polaritzat a $I_{CQ}=2,5$ mA, $I_{BQ}=20$ μ A i $V_{CEQ}=17,5$ V. La recta de càrrega de continua talla els eixos a 6 mA i 30 V. *a)* Trobeu els valors de R_C , R_E , R_1 , R_2 i V_{cc} si sabeu que $R_C = 9 \cdot R_E$, $R_1 = R_2$ i $V_{BE} = 0,6$ V. *b)* Trobeu g_m i r_π . *c)* Trobeu el guany de tensió de l'amplificador $\Delta v_o/\Delta v_s$. *d)* Trobeu els marges dinàmics de la tensió de sortida Δv_o . *e)* Trobeu l'amplitud màxima del senyal sinusoidal d'entrada perquè el senyal de sortida no estigui retallat. *f)* Trobeu la resistència d'entrada en petit senyal vista des dels terminals a-a'.
- P7.13** Dissenyeu una etapa en EC amb resistència d'emissor sense desacoblament que tingui un guany de tensió $G_V=-25$. Suposeu que el transistor tingui $\beta_F \geq 100$, $V_{BEQ} = 0,7$ V, $V_{cc} = 15$ V i que la resistència de l'equivalent de Thévenin del generador de senyal, R_s , té un valor de 100 Ω . Calculeu G_V quan $\beta_F = 300$.
- P7.14** Sigui l'etapa en col·lector comú de la figura P7.14 amb una resistència de càrrega $R_L = 500$ Ω connectada a la seva sortida i un generador de senyal V_s amb resistència equivalent $R_s = 1$ k Ω connectat a la seva entrada: *a)* Determineu el punt de treball del circuit (I_{CQ} , V_{CEQ} , V_{oQ}). *b)* Dibuixeu el model de petit senyal del circuit. *c)* Calculeu el guany $A = V_o/V_s$ i els marges dinàmics de V_o . *d)* Calculeu el guany de potència en petit senyal. Dades: $V_{BE} = 0,7$ V; $V_{CEsat} = 0,2$ V; $\beta = 100$; $V_{cc} = 12$ V; $R_{B2} = 100$ k Ω ; $R_{B1} = 50$ k Ω ; $R_E = 10$ k Ω .

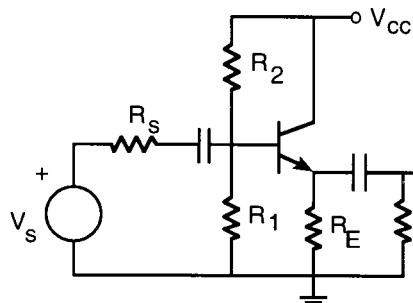


Figura P7.14

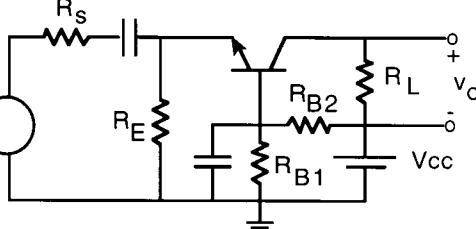


Figura P7.15

- P7.15** Per a l'amplificador en base comuna de la figura P7.15, es demana: *a)* Trobeu les expressions de la resistència d'entrada i de sortida. *b)* Trobeu l'expressió del guany de tensió. *c)* Si $\beta = 100$, $R_s = 600$ Ω , $R_E = 10$ k Ω i $R_L = 10$ k Ω , trobeu el valor de R_i , R_o i G_V .

- P7.16** Un transistor amb un corrent de polarització de $I_{CQ} = 2 \text{ mA}$ té el conjunt de paràmetres h següent: $h_{ie} = 2,7 \text{ k}\Omega$; $h_{re} = 5 \cdot 10^{-4}$; $h_{fe} = 200$; $h_{oe} = 60 \cdot 10^{-6} \Omega^{-1}$. Calculeu: a) Els paràmetres del model híbrid en π . b) El valor de la tensió de Early.
- P7.17** Les capacitats equivalents C_μ i C_π del model de petit senyal d'un determinat BJT són: $C_\mu = 0,1 \text{ pF}$ i $C_\pi = 30 \text{ pF}$. Calculeu la freqüència de transició f_T per a la qual el transistor deixa d'amplificar, quan és polaritzat de manera que el corrent del punt de treball és $I_{CQ} = 2 \text{ mA}$.
- P7.18** Suposeu que el transistor utilitzat en l'amplificador de la figura P7.17 té una resistència tèrmica transistor-ambient: $\theta_{TA} = 0,5 \text{ }^\circ\text{C}/\text{mW}$. Quina temperatura assoleix el transistor en les condicions d'operació sense senyal aplicada quan la temperatura ambient és de $25 \text{ }^\circ\text{C}$?
- P7.19** Considereu l'amplificador diferencial de la figura P7.19. L'alimentació és $V_{CC} = -V_{EE} = 5 \text{ V}$. Utilitzeu l'expressió 7.80 referida a la sortida v_{o2} : a) Si $I_o = 10 \mu\text{A}$, calculeu el punt de treball dels transistors en situació de repòs (negligiu R_o). b) Quin valor ha de tenir R_C perquè $A_d=50$? c) Quin valor té v_{o2} en repòs en aquest cas? d) Quin és el marge dinàmic de v_{o2} ? e) Quin valor ha de tenir R_o perquè $\text{CMRR}=20 \log(|A_d|/|A_c|)$ sigui de 100 dB?

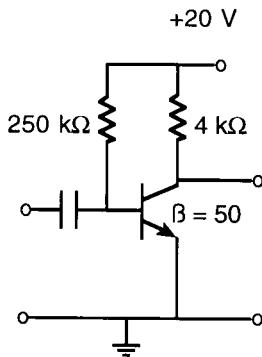


Figura P7.18

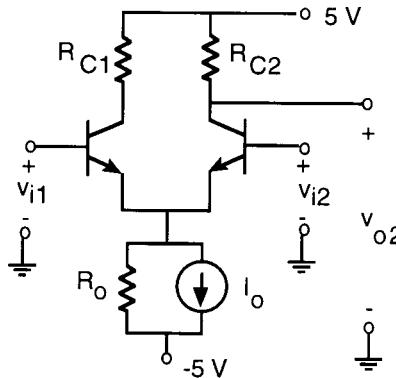


Figura P7.19

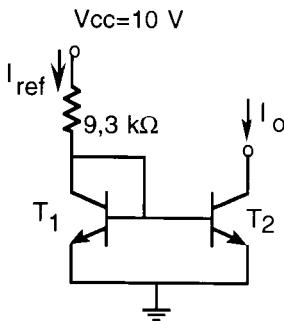


Figura P7.20

- P7.20** El circuit de la figura P7.20 és una font de corrent basada en un mirall de corrent. T_1 i T_2 se suposen iguals. a) Calculeu l'expressió i el valor de I_{ref} . b) Si es negligeixen els corrents de base quin és el valor de I_o ? c) Repetiu l'apartat anterior sense negligir els corrents de base. Quin és l'error que es comet si es fa l'aproximació de l'apartat b i es pren $\beta=100$? d) Si el col·lector de T_2 es connecta a una resistència amb l'extrem connectat a V_{cc} , quin és el valor màxim d'aquesta resistència perquè T_2 presenti una R_o elevada? e) Quin és el valor de R_o si $V_A=100 \text{ V}$?
- P7.21** En el circuit amplificador multietapa de la figura P7.21, els dos transistors que apareixen són iguals i tenen una $\beta=200$. Es demana: a) Calculeu el punt de treball Q de cadascuna de les etapes. b) Obtingueu el guany de tensió v_o/v_i . c) Calculeu els marges dinàmics de cadascuna de les etapes. d) Quina és la tensió de pic màxima que es pot tenir a l'entrada perquè cap de les etapes introdueixi distorsió en el senyal de sortida. e) Calculeu els valors de la resistència d'entrada R_i i de sortida R_o de l'amplificador multietapa.

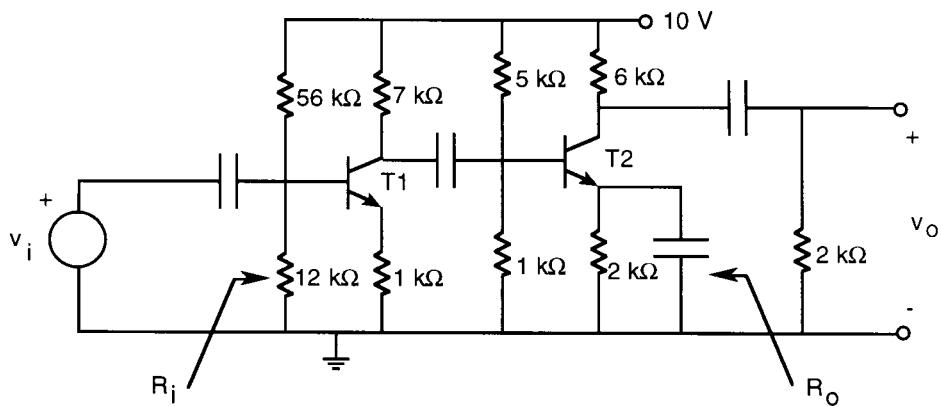


Figura P7.21

- P7.22** Sigui el circuit amplificador de la figura P7.22, que consta de 3 etapes. *a)* Considereu negligibles els corrents de base per determinar el punt de treball de les 3 etapes. *b)* Substituïu el model de petit senyal i calculeu el guany total V_o/V_i . Dades: $\beta = 150$; $V_z = 2,7$ V; $R_z = 0$ Ω .

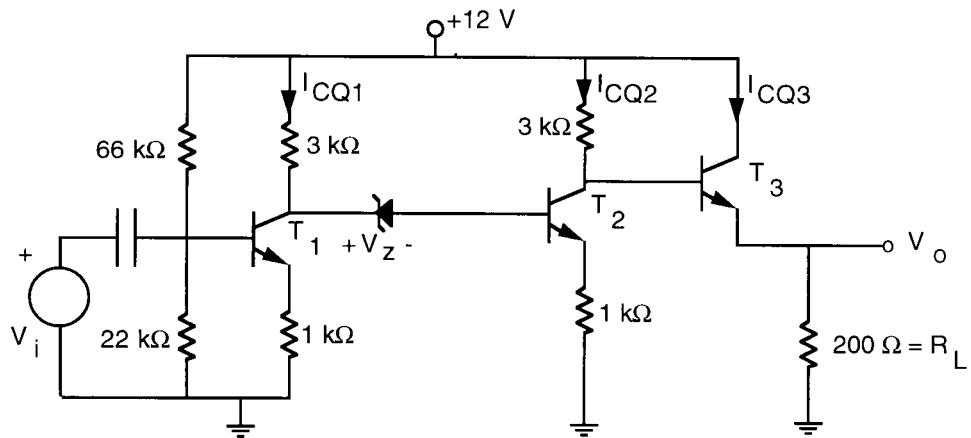


Figura P7.22

Capítol 8 El transistor MOS

El transistor d'efecte de camp MOS, també anomenat MOSFET (inicials angleses de *Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor*), és un dispositiu de tres terminals anomenats drenador (D, de l'anglès *Drain*), porta (G, de l'anglès *Gate*) i sortidor o font (S, de l'anglès *Source*). El corrent que circula entre drenador i sortidor és controlat per la tensió aplicada a la porta. Aquest transistor té, de fet, un quart terminal (B, de l'anglès *Bulk*) connectat al substrat. A aquest terminal se li aplica una tensió fixa. Un element fonamental en aquest transistor és el condensador de porta que, en els primers transistors, era format per un metall, una capa d'òxid de silici com a dielèctric i un semiconductor com a segona placa del condensador. Precisament el nom d'aquest transistor deriva d'aquesta estructura. Una propietat molt important d'aquest dispositiu és que sol ocupar una extensió menor sobre el silici que el transistor bipolar, i això permet una alta densitat d'integració.

8.1 El transistor d'efecte de camp MOS. Conceptes bàsics

L'estructura d'un *transistor MOS d'acumulació (o enriquiment) de canal N* es representa a la figura 8.1a. Aquest dispositiu és constituït per un semiconductor de tipus P, en què s'han creat dues regions N que constitueixen el drenador (D) i el sortidor (S). Entre aquestes dues regions N, es forma el condensador de porta, constituït per una placa metàl·lica, on el terminal de porta (G) fa contacte, un òxid de porta, que actua com a dielèctric, i el semiconductor, que forma la segona placa. El quart terminal, anomenat substrat (B), fa contacte amb el semiconductor P. Al capítol 10 s'exposen la teoria i la tecnologia de fabricació d'aquest dispositiu. A fi de facilitar al lector la comprensió d'aquest dispositiu, es fa una breu introducció als seus principis de funcionament.

Quan s'aplica una tensió positiva al terminal de porta es crea un camp entre les plaques del condensador que incideix perpendicularment sobre la superfície del semiconductor. Aquest camp atrau càrregues negatives cap a la superfície i repel·leix les positives. Si el camp té prou intensitat aconsegueix crear, a la proximitat de la superfície del semiconductor, una regió molt rica en càrregues negatives que s'anomena canal N. Aquest canal, de longitud L i amplària W (vegeu la figura 8.1a), connecta les dues regions N i permet el pas de corrent entre drenador i sortidor. Si el camp transversal es fa més intens, el canal es fa més ric en càrregues negatives, la seva resistència disminueix i permet el pas d'un corrent més gran. El transistor MOS s'anomena d'*efecte de camp* perquè el corrent que circula entre els terminals de drenador i sortidor és controlat per aquest camp perpendicular a la superfície del semiconductor entre les regions de drenador i sortidor.

A la figura 8.1b es representa el símbol d'aquest transistor. Observeu que la fletxa al terminal B va en el sentit del substrat P cap al canal N. A la figura 8.1c es representa la *característica de transferència* del transistor. El corrent de drenador augmenta en fer-se més positiva la tensió de porta respecte de la de sortidor. La tensió v_{GS} mínima necessària per què hi hagi corrent s'anomena *tensió llindar* del transistor MOS i el seu símbol és V_T (observeu que aquest símbol coincideix amb l'utilitzat per a la tensió tèrmica KT/q , encara que no hi té cap relació). L'estructura del transistor MOS és simètrica i, per tant, els terminals de drenador i sortidor són intercanviables. En el transistor MOS de canal N el terminal connectat a la tensió més gran actua com a drenador, i l'altre com a sortidor.

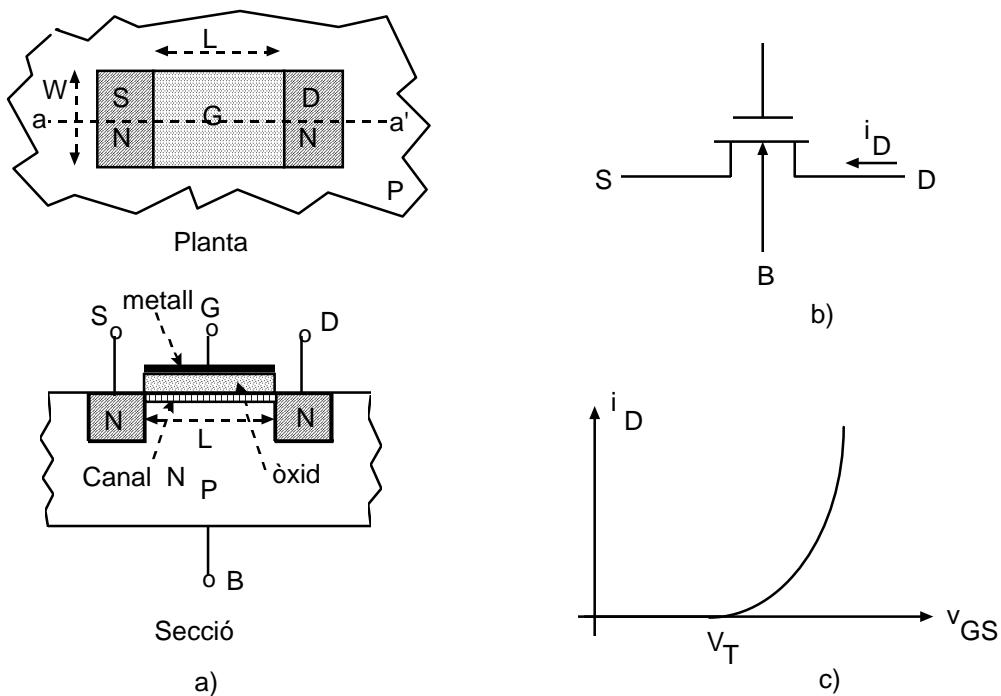


Figura 8.1 a) Estructura física del transistor MOS d'acumulació de canal N planta i secció.
b) Símbol. c) Característica $i_D(v_{GS})$

A la figura 8.2 es representa un transistor MOS d'acumulació de canal P. Observeu que és l'estruatura dual a l'anterior. El substrat és de tipus N i les regions de drenador i sortidor són de tipus P. Per crear un canal P cal aplicar una tensió negativa al terminal de porta respecte del substrat. Aquesta tensió crea un camp perpendicular a la superfície del semiconductor que té el sentit que va del semiconductor cap a la placa metàl·lica i que, en conseqüència, atrau les càrregues positives cap a la superfície del semiconductor. Aquesta acumulació de càrregues positives a la superfície del semiconductor crea el canal P, el qual connecta les dues regions P de drenador i sortidor. En fer-se més negativa la tensió a G, hi ha més càrregues positives al canal, la seva resistència disminueix i augmenta el corrent entre drenador i sortidor.

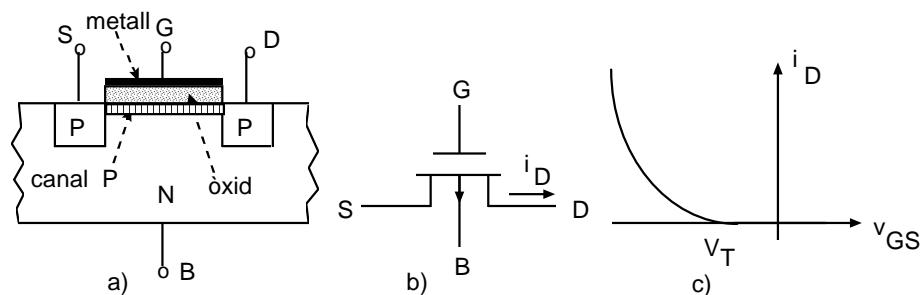


Figura 8.2 Transistor MOS d'acumulació de canal P. a) Estructura física. b) Símbol.
c) Característica $i_D(v_{GS})$

El seu símbol es diferencia de l'anterior pel sentit de la fletxa del terminal B. En aquest cas, va en el sentit del canal P cap al substrat N. La característica de transferència d'aquest transistor es representa a la figura 8.2c. Observeu que el corrent augmenta en fer-se més negativa la tensió de porta respecte del sortidor, v_{GS} . Observeu que la tensió llindar del MOS d'acumulació de canal P és negativa. Al MOS de canal P, el drenador és a una tensió més negativa que el sortidor. El corrent de drenador té el sentit contrari al que té al MOS de canal N.

A la figura 8.3 es representa un altre tipus de transistor MOS: el *MOS de buidatge de canal N*. Aquest transistor es distingeix del d'acumulació de canal N pel fet que durant el procés de fabricació s'ha implantat un canal N. Per això, en absència de tensió aplicada a la porta, hi ha un camí conductor entre drenador i sortidor que permet el pas de corrent. Per anular el corrent cal buidar de càrregues negatives el canal prefabricat, i això s'aconsegueix aplicant una tensió negativa entre la porta i el substrat. La característica de transferència es distingeix de la del MOS d'acumulació de canal N pel fet que la tensió llindar és negativa ja que, per a una v_{GS} nula, el transistor conduceix (figura 8.3c). En el seu símbol (figura 8.3b) s'indica la presència del canal prefabricat mitjançant un traç gruixut.

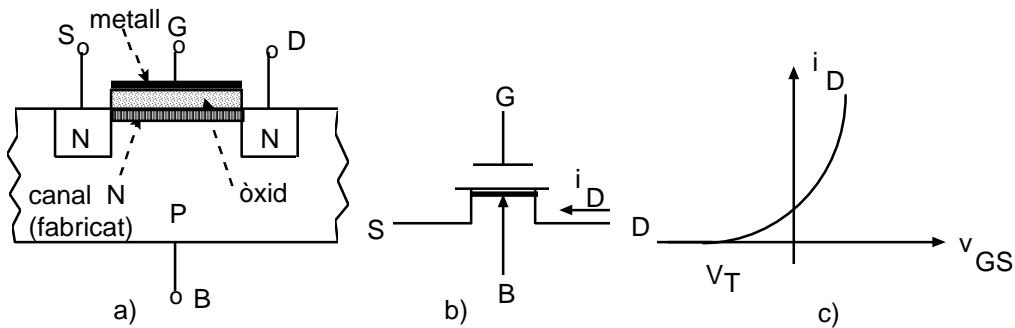


Figura 8.3 MOS de buidatge de canal N. a) Estructura. b) Símbol. c) Característica $i_D(v_{GS})$

Finalment, a la figura 8.4 es representa l'estrucció, el símbol i la característica del transistor *MOS de buidatge de canal P*. Observeu que la seva característica és igual a la del MOS d'acumulació de canal P, però desplaçada cap a la dreta, de forma que la seva tensió llindar és positiva.

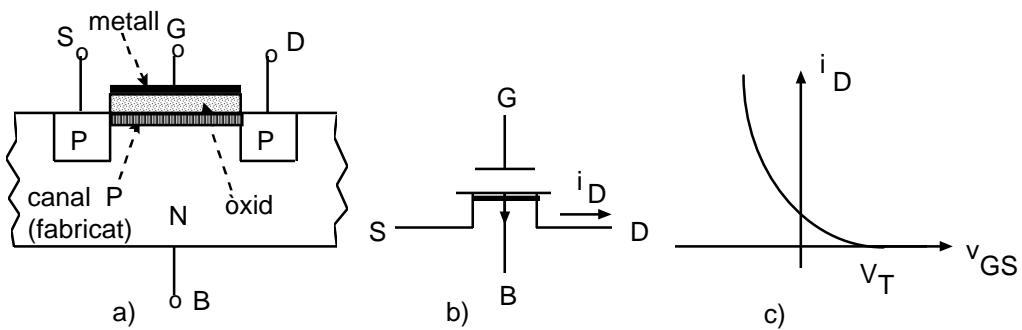


Figura 8.4 MOS de buidatge de canal P. a) Estructura. b) Símbol. c) Característica $i_D(v_{GS})$

El model representat a la figura 8.5 aproxima el comportament del transistor MOS de canal N. El model és el mateix per al transistor MOS d'acumulació i de buidatge. L'única diferència està en el signe de la tensió llindar d'ambdós transistors. Com s'observa a l'estructura física dels transistors MOS, hi ha dues unions PN formades pel substrat P i les regions N de drenador i sortidor. Per a un funcionament correcte del MOS, aquests *díodes sempre han d'estar polaritzats inversament*. En aquestes condicions, els díodes només equivalen a les seves capacitats paràsites, anomenades C_{bd} i C_{bs} , ja que el valor de la seva font dependent de corrent és nul. En el model del transistor se solen incloure dos díodes, modelats per l'equació exponencial, per poder tenir en compte els seus efectes en cas que es polaritzin directament. Les capacitats C_{gd} , C_{gs} i C_{gb} representen els efectes capacitius del condensador de porta. El valor de la font dependent I_d per al MOS de canal N ve donat per

$$\begin{aligned} \text{Per a } v_{GS} < V_T; \quad v_{DS} > 0 \quad I_d = 0 \\ \text{Per a } v_{GS} > V_T; \quad 0 < v_{DS} < v_{GS} - V_T \quad I_d = K \frac{W}{L} \left[(v_{GS} - V_T)v_{DS} - \frac{v_{DS}^2}{2} \right] \\ \text{Per a } v_{GS} > V_T; \quad v_{DS} > v_{GS} - V_T \quad I_d = \frac{K}{2} \frac{W}{L} (v_{GS} - V_T)^2 \end{aligned} \quad (8.1)$$

on V_T és la tensió llindar, W i L són l'amplària i la longitud del canal, respectivament, i K és l'anomenat paràmetre de transconductància, que és específic de cada transistor i té unes dimensions de A/V^2 . Uns valors típics d'aquests paràmetres són $V_T = 1 \text{ V}$; $W = L = 2 \mu\text{m}$; $K = 20 \mu\text{A/V}^2$.

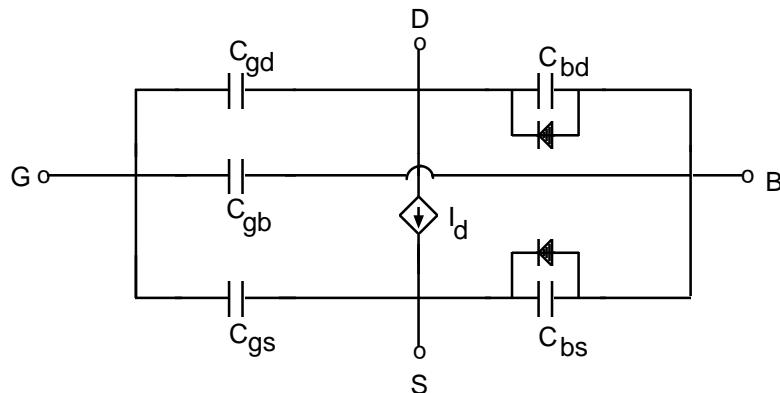


Figura 8.5 Model del transistor MOS de canal N

Exemple 8.1

Calculeu el corrent de drenador d'un transistor MOS si les tensions aplicades als seus terminals són $V_{DS} = 5 \text{ V}$ i $V_{GS} = 5 \text{ V}$. Els paràmetres del transistor són $V_T = 1 \text{ V}$; $K = 20 \mu\text{A/V}^2$ i $W/L = 1$.

Com que $V_{DS} = 5 \text{ V} > V_{GS} - V_T = 4 \text{ V}$ el corrent de drenador ve donat per la darrera de les equacions 8.1. Aleshores,

$$I_d = 10 \cdot 10^{-6} (5 - 1)^2 = 160 \cdot 10^{-6} \text{ A} = 160 \mu\text{A}$$

Exercici 8.1

Quina hauria de ser la relació W/L del transistor de l'exemple anterior perquè el corrent de drenador fos d'1 mA?

Solució: $W/L = 6,25$



El transistor MOS de canal P es modela igual que el de canal N, encara que amb dues diferències. La font dependent i els diòdols de substrat a drenador i a sortidor tenen sentits contraris. Les equacions que controlen la font dependent passen a ser

$$\begin{aligned} \text{Per a } v_{GS} > V_T; \quad v_{DS} < 0 \quad & I_d = 0 \\ \text{Per a } v_{GS} < V_T; \quad 0 > v_{DS} > v_{GS} - V_T \quad & I_d = K \frac{W}{L} \left[(v_{GS} - V_T)v_{DS} - \frac{v_{DS}^2}{2} \right] \\ \text{Per a } v_{GS} < V_T; \quad v_{DS} < v_{GS} - V_T \quad & I_d = \frac{K}{2} \frac{W}{L} (v_{GS} - V_T)^2 \end{aligned} \quad (8.2)$$

on tots els paràmetres tenen el mateix significat que per al MOS de canal N. Observeu que al transistor MOS de canal P les tensions i els corrents tenen signes i sentits contraris a les del MOS de canal N.

El transistor MOS té tres modes de funcionament corresponents a les tres expressions de 8.1 i 8.2. Per al MOS de canal N (canal P), quan v_{GS} és menor (més gran) que la tensió llindar, els corrents pel transistor són nuls, i es diu que el transistor és en *tall*. Quan el corrent de la font dependent a 8.1 i 8.2 és independent de v_{DS} , es diu que el MOS treballa en *mode saturat*. En cas contrari, es diu que treballa en *mode lineal o òhmic*, ja que per a V_{DS} molt petit, I_D és aproximadament lineal amb V_{DS} . A l'apartat següent es detallen aquests modes de funcionament.

La tensió llindar del MOS de canal N varia amb la tensió del substrat segons l'expressió següent

$$V_T = V_{TO} + \gamma \left[\sqrt{-2\phi_B - v_{BS}} - \sqrt{-2\phi_B} \right] \quad (8.3)$$

on v_{BS} és la tensió del substrat respecte de la del sortidor, V_{TO} és la tensió llindar per a una tensió v_{BS} nul·la, γ i ϕ_B són paràmetres que modelen la dependència de V_T amb les característiques del substrat (vegeu les expressions 10.34 i 10.35). Aquesta dependència de la tensió llindar amb la tensió del terminal B es coneix amb el nom d'*efecte substrat*. Amb freqüència v_{BS} és nul·la, de manera que $V_T = V_{TO}$.

Exemple 8.2

Quina seria la tensió llindar d'un transistor MOS de canal N de $V_{TO} = 1V$ si V_S fos igual a 5 V i V_B fos nul·la? Preneu $2\phi_B = -0,6$ V i $\gamma = 0,4$ V^{1/2}.

Si aplicuem l'expressió 8.3 amb $V_{BS} = -5$ V, resulta $V_T = 1,64$ V.

Exercici 8.2

Quina hauria de ser la V_{BS} del transistor MOS de l'exemple 8.1 perquè la disminució del corrent de drenador deguda a l'efecte substrat fos del 10 %? Preneu les mateixes dades que a l'exemple anterior.

Solució: $V_{BS} = -IV$



En el MOS de canal P l'equació de l'efecte substrat és

$$V_T = V_{TO} - \gamma \left[\sqrt{2\phi_B + v_{BS}} - \sqrt{2\phi_B} \right] \quad (8.4)$$

A la resta d'aquest capítol, si no s'indica explícitament una altra cosa, se suposa un MOS d'acumulació de canal N.

8.2 El transistor MOS en contínua

Quan les tensions aplicades als terminals del transistor MOS varien molt lentament, els corrents pels condensadors són molt petits i es poden ignorar. En aquest cas, el transistor MOS es comporta com una font dependent connectada entre drenador i sortidor controlada per les tensions aplicades als seus terminals. Observeu aleshores que el corrent de porta i_G és nul, com també ho és el corrent de substrat. En aquest cas, el circuit equivalent de la figura 8.5 es redueix a una font de corrent entre drenador i sortidor, amb un valor que depèn de la tensió v_{GS} . Per això, es diu que el MOS és un dispositiu controlat per tensió, no per corrent, com era el cas del transistor bipolar.

8.2.1 Corbes característiques

A la figura 8.6 es representen les corbes característiques d'un transistor MOS de canal N. Per a cada valor de v_{GS} hi ha una corba del corrent de drenador en funció de la tensió entre drenador i sortidor. Per a v_{GS} menor o igual que V_T les corbes coincideixen amb l'eix d'abscisses: el corrent de drenador és nul. A mesura que v_{GS} augmenta per sobre de V_T el corrent creix.

Aquestes corbes presenten dues regions ben diferenciades. Una, on les corbes són quasi horizontals, on I_D quasi no varia amb v_{DS} . És l'anomenada regió de saturació. L'altra, més propera a l'origen de coordenades, s'anomena regió òhmica o lineal. L'equació de la corba que separa ambdues regions és

$$v_{DSsat} = v_{GS} - V_T \quad (8.5)$$

Si substituïm aquest valor a la tercera de les equacions 8.1, s'obté l'equació que mostra la frontera entre la regió òhmica i la de saturació a la gràfica $i_D(v_{DS})$

$$i_D = \frac{K}{2} \frac{W}{L} v_{DSsat}^2$$

Així doncs, donada una corba característica corresponent a un valor determinat de v_{GS} , l'abscissa on comença la regió de saturació és el valor v_{DSsat} donat per l'equació 8.5.

A la regió de saturació el corrent de drenador és quasi independent de la tensió v_{DS} , i només depèn de la tensió de porta v_{GS} . Se sol representar aquesta dependència mitjançant la corba de transferència del transistor (figura 8.6b), obtinguda de 8.1. Observeu que aquesta corba només té validesa si el transistor MOS és en saturació.

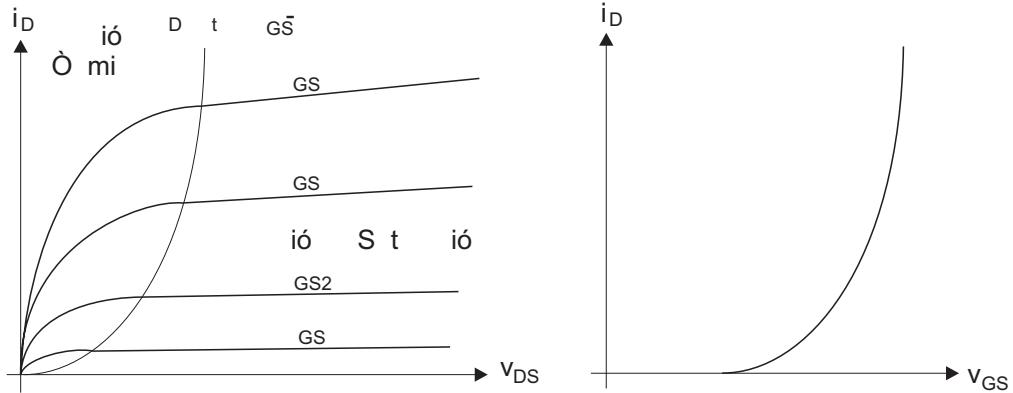


Figura 8.6 a) Corbes característiques de drenador d'un transistor MOS de canal N. b) Corba de transferència a la regió de saturació.

Exemple 8.3

Un transistor MOS de canal N té aplicada una tensió $V_{DS} = 5$ V. Per a quins valors de V_{GS} el transistor treballa a la regió òhmica? Suposeu $V_T = 1$ V.

Perquè el transistor treballi a la regió òhmica, V_{DS} ha de ser menor o igual a $V_{GS} - V_T$. Per tant, V_{GS} ha de ser més gran o igual que $V_{DS} + V_T$, és a dir, 6 V.

Exercici 8.3

Un transistor MOS de canal P té aplicada una tensió $V_{GS} = -5$ V. Per a quins valors de V_{DS} aquest transistor treballa a la regió de saturació?. Suposeu $V_T = -1$ V.

Solució: Per a $V_{DS} < -4$



El model descrit a l'apartat 8.1 aproxima aquestes corbes característiques. Observeu que si es representa l'equació del transistor MOS a la regió òhmica (figura 8.7a) per a un valor determinat de v_{GS} , la corba és una paràbola amb un vèrtex situat al punt d'abscissa v_{DS} igual a $v_{GS} - V_T$. Òbviament només té sentit físic la part de la paràbola situada a l'esquerra del seu vèrtex. L'altra branca de la paràbola no correspon al comportament real del transistor.

L'equació del transistor a la regió de saturació mostra que el valor de i_D és constant per a un valor donat de v_{GS} . Aquest valor coincideix amb el que proporciona l'equació anterior en el seu màxim. El caràcter quadràtic d'aquesta equació posa de manifest que la corba de transferència també és una paràbola amb un mínim, de valor nul, que es dóna per a $v_{GS} = V_T$. Aquesta paràbola prediu valors de corrent positius per a valors de v_{GS} menors que V_T , i això està en contradicció amb el comportament físic del transistor, ja que per a aquests valors no hi ha canal entre drenador i sortidor i, per tant, el corrent és nul.

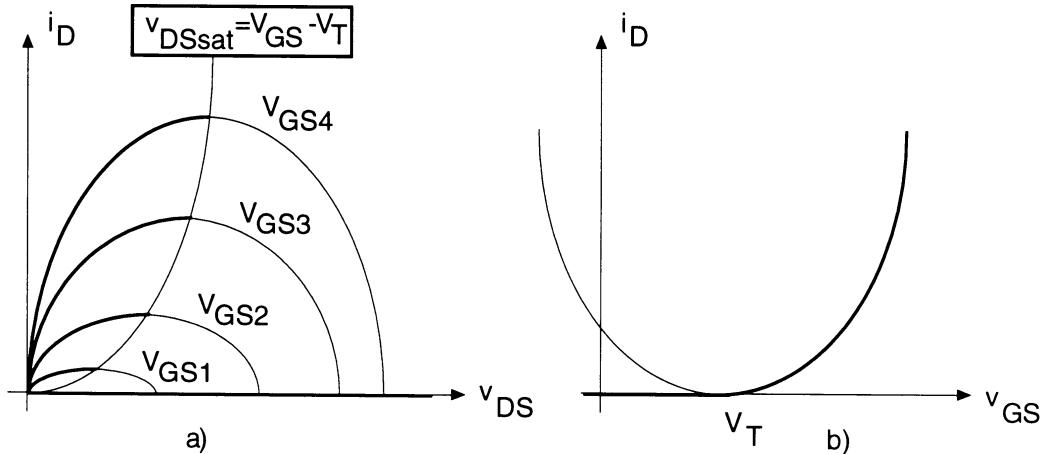


Figura 8.7 Representació de les equacions del transistor MOS. a) Regió òhmica.
b) Regió de saturació.

De forma similar al que hem fet amb els diòdols i els transistors bipolars, l'anàlisi de circuits amb transistors MOS requereix trobar la intersecció de la recta de càrrega, corresponent a l'equació de Kirchhoff d'una malla, amb la corba del transistor. Com que les corbes del transistor vénen donades per paràboles, hi ha, en general, dos punts d'intersecció. Però un d'ells correspon a la intersecció de la recta amb la branca de la paràbola que no té validesa física i, per tant, cal rebutjar-lo.

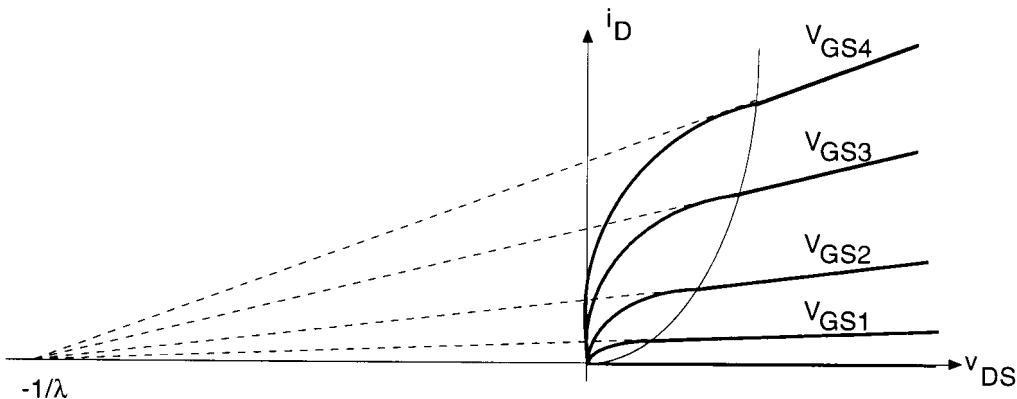


Figura 8.8 Modelització del pendent de les corbes a la regió de saturació

El model aproximat presentat a l'apartat 8.1 no coincideix exactament amb les corbes experimentals del transistor MOS. Una de les diferències més importants és que, a la regió de saturació, les corbes experimentals presenten una certa inclinació en lloc del valor constant que proporciona el model. Per tenir en compte aquest fenomen en les aplicacions que ho requereixin, es multipliquen les equacions anteriors pel factor $(1+\lambda v_{DS})$. Això equival a considerar que a la regió de saturació les corbes característiques són segments de recta que convergeixen al punt $v_{DS} = -1/\lambda$, tal com s'indica a la figura 8.8. La magnitud λ s'anomena *paràmetre de modulació de la longitud del canal*, en referència al fenomen físic que causa aquest comportament, tal com s'explica al capítol 10. Observeu la similitud amb l'efecte Early del transistor bipolar.

Per simplificar la representació de circuits amb transistors MOS, sovint no s'indica el terminal de substrat B. Si no es diu res en aquest sentit, se suposa que aquest terminal és connectat al sortidor. En aquest cas, la tensió llindar és V_{TO} . Malgrat tot, en algunes tecnologies hi pot haver una tensió v_{BS} diferent de zero, que modifica la tensió llindar.

8.2.2 Anàlisi de circuits amb transistors MOS en contínua

La tècnica d'anàlisi de circuits que contenen transistors MOS és essencialment la mateixa que la desenvolupada per a circuits amb transistors bipolars. Cal combinar les lleis de Kirchhoff al circuit que s'analitza amb les equacions que modelen el comportament del dispositiu.

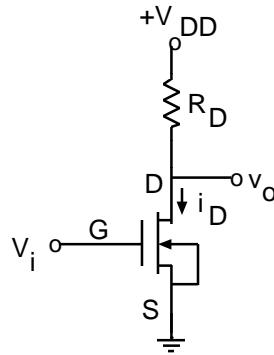


Figura 8.9 Circuit amb transistor MOS. Valors numèrics: $V_{DD} = 5 \text{ V}$; $R_D = 10 \text{ k}\Omega$; $V_T = 1 \text{ V}$; $W/L = 2$; $K = 20 \cdot 10^{-6} \text{ A/V}^2$

Considereu el circuit de la figura 8.9 i suposeu que V_i val 5 V. L'anàlisi de la malla porta-sortidor estableix que

$$v_{GS} = V_i \quad (8.6)$$

L'anàlisi de la malla de drenador condueix a

$$V_{DD} = i_D R_D + v_{DS} \quad (8.7)$$

Aquesta equació es pot representar sobre les característiques de drenador. Com en el cas del transistor bipolar, aquesta equació s'anomena recta de càrrega en contínua. El punt de treball ve donat per la intersecció d'aquesta recta amb la corba característica corresponent a $v_{GS} = V_i$. Aquesta anàlisi gràfica del circuit es presenta a la figura 8.10. En particular, quan $V_i^2 \leq V_T$, el punt de treball és Q_1 , i si $V_i = V_{DD}$ és Q_2 .

Tot i això, l'anàlisi gràfica és poc pràctica per analitzar circuits complexos. Una forma alternativa d'anàlisi consisteix a trobar numèricament el punt de treball resolent les equacions corresponents. El problema radica, com passava amb el transistor bipolar, en que cal fer hipòtesis sobre la regió de funcionament del MOS i posteriorment verificar-ne la validesa.

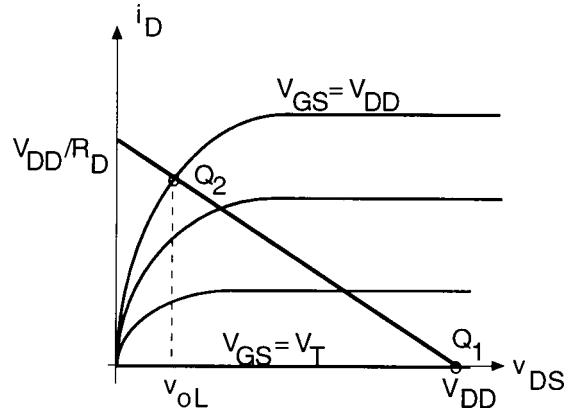


Figura 8.10 Anàlisi gràfica del circuit de la figura 8.9

Per a $V_i = V_{DD}$ fem la hipòtesi que el transistor treballa a la regió de saturació. Aleshores el corrent de drenador és

$$i_D = \frac{K}{2} \frac{W}{L} (V_i - V_T)^2 = 10 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot (5 - 1)^2 = 0,32mA$$

L'equació 8.7 proporciona

$$v_{DS} = V_{DD} - i_D R_D = 5 - 0,32 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 10^3 = 1,8V$$

Una vegada hem obtingut el resultat, cal verificar si és consistent amb la hipòtesi inicial. Perquè el transistor operi a la regió de saturació cal que v_{DS} sigui més gran que $v_{GS}-V_T$, és a dir, 4 V. Òbviament, això no és cert, de manera que el càlcul no és vàlid i cal repetir-lo amb una hipòtesi diferent.

Suposeu, per tant, que el transistor MOS treballa a la seva regió lineal

$$i_D = K \frac{W}{L} \left[(V_i - V_T) v_{DS} - \frac{v_{DS}^2}{2} \right] = 40 \cdot 10^{-6} \left[4v_{DS} - \frac{v_{DS}^2}{2} \right]$$

i, si substituïm a 8.7, resulta

$$v_{DS} = V_{DD} - R_D i_D = 5 - 0,4 \left(4v_{DS} - \frac{v_{DS}^2}{2} \right)$$

que, si operem, es pot expressar com

$$v_{DS}^2 - 13v_{DS} + 25 = 0$$

Si resolem aquesta equació trobem les solucions següents:

$$v_{DS} = 2,35V; \quad v_{DS} = 10,65V$$

La segona d'aquestes solucions no té sentit físic. La tensió v_{DS} no pot ser més gran que V_{DD} , ja que el corrent i_D és positiu. Aquesta solució correspon a la intersecció de la recta de càrrega amb la branca de la paràbola de la regió òhmica que no té validesa física. Per tant, la solució és 2,35 V.

Aquesta solució és consistent amb la hipòtesi que el transistor opera a la regió òhmica. En efecte, per treballar en aquesta regió cal que v_{DS} sigui inferior a $v_{GS} - V_T$, que és cert, ja que 2,35 V és inferior a 4 V.

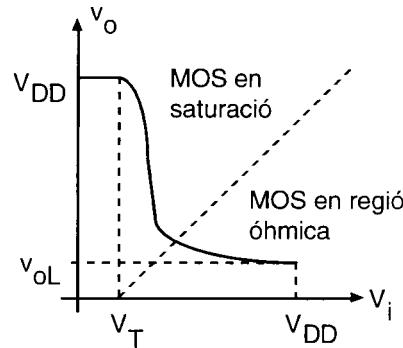


Figura 8.11 Característica de transferència del circuit de la figura 8.9

A la figura 8.11 es presenta la característica de transferència $v_o(V_i)$ d'aquest circuit. Com s'acaba de trobar, v_o val 2,35 V quan V_i és 5 V. Si V_i disminueix, el punt de treball es desplaça sobre la recta de càrrega cap a valors més grans de v_{DS} , fins que, per a V_i igual a zero, v_o val V_{DD} . Observeu que la sortida és V_{DD} mentre el transistor estigui en tall ($i_D = 0$), això passa per a $V_i < V_T$, ja que $v_{GS} = V_i$. A partir d'aquest valor de la tensió d'entrada, el transistor treballa primer a la regió de saturació i després a l'òhmica, com podem veure si seguim la recta de càrrega de la figura 8.10.

Exemple 8.4

Calculeu el punt de treball del circuit de la figura 8.12. Preneu $V_{GG} = 9$ V; $V_{DD} = 20$ V; $R_D = 10$ k Ω ; $R_S = 5$ k Ω ; $W/L = 10$, $V_T = 1$ V i $K = 20 \cdot 10^{-6}$ A/V 2 .

L'anàlisi de la malla porta sortidor condueix a l'equació

$$V_{GS} = V_{GG} - i_D R_S$$

ja que el corrent de porta és nul ($I_G = 0$) i per R_s circula el corrent de drenador.

Si fem la hipòtesi que el transistor treballa a la regió de saturació

$$i_D = \frac{K}{2} \frac{W}{L} (V_{GS} - V_T)^2$$

Si substituïm a l'equació anterior, aillem V_{GS} i utilitzem els valors numèrics, arribem a l'equació

$$V_{GS}^2 - 17 = 0$$

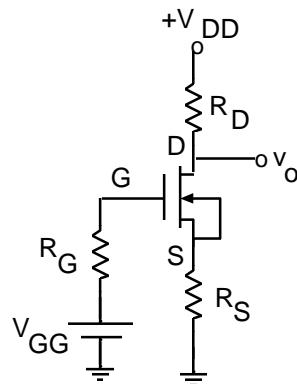


Figura 8.12 Circuit de l'exemple 8.12

que té les solucions $V_{GS} = 4,12$ V i $V_{GS} = -4,12$ V. La darrera solució no té sentit físic, ja que si V_{GS} fos negativa el transistor seria en tall, no en saturació com s'ha suposat. Si substituïm el valor trobat de V_{GS} a l'expressió de i_D , resulta un valor de 0,97 mA. El valor de V_{DS} és

$$V_{DS} = V_{DD} - i_D(R_D + R_S) = 20 - 14,6 = 5,4V$$

Com que V_{DS} és més gran que $V_{GS} - V_T$, el transistor treballa a la regió de saturació i la hipòtesi realitzada és correcta. El punt de treball ve donat pels valors trobats de V_{GS} , V_{DS} i i_D .

Exercici 8.4

Repetiu l'exemple anterior per a $V_{GG} = 8,3$ V

Solució: $i_D = 0,8 \mu A$; $V_{GS} = 4,3$ V; $V_{DS} = 1,62$ V

8.3 El transistor MOS en règim dinàmic

Quan els senyals que s'apliquen al circuit varien ràpidament amb el temps, les intensitats pels condensadors del model del transistor MOS poden ser importants, de manera que no es poden ignorar.

Les capacitats associades als diòdols de la figura 8.5 (capacitats C_{bd} i C_{bs}) es modelen tal com es va descriure al capítol 6.

Les capacitats C_{gd} , C_{gs} i C_{gb} es modelen, cada una d'elles, mitjançant dos components. Un, de naturalesa paràsita, independent del punt de treball, que s'anomena capacitat de solapament, i un altre, que depèn de les tensions aplicades al transistor

$$\begin{aligned} C_{gs} &= C_{GSO} \cdot W + C_{ox} \cdot f_1(v_{GS}, v_{DS}) \\ C_{gd} &= C_{GDO} \cdot W + C_{ox} \cdot f_2(v_{GS}, v_{DS}) \\ C_{gb} &= C_{GBO} \cdot L + C_{ox} \cdot f_3(v_{GS}, v_{DS}) \end{aligned} \quad (8.8)$$

on C_{GSO} , C_{GDO} i C_{GBO} són les capacitats de solapament per unitat de longitud, entre porta i sortidor, porta i drenador, i porta i substrat, respectivament. Són específiques de cada transistor i depenen de les seves geometries. Els termes proporcionals a C_{ox} tenen el seu origen en la capacitat de porta. Aquesta capacitat es descompon en tres condensadors: entre la porta i els terminals de drenador, de sortidor i de substrat. El valor d'aquests condensadors depèn de si hi ha canal i, en cas afirmatiu, de la regió de funcionament del transistor. Per això, les funcions f_1 , f_2 i f_3 depenen de les tensions v_{GS} i v_{DS} i, per a càlculs manuals, se solen aproximar pels valors de la taula 8.1. C_{ox} és la capacitat de porta i el seu valor ve donat per la capacitat del condensador pla

$$C_{ox} = \frac{\epsilon A}{d} = \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} WL \quad (8.9)$$

on ϵ_{ox} és la permitivitat del dielèctric de porta i t_{ox} el seu gruix.

	Tall	Òhmica	Saturació
f_1	0	1/2	2/3
f_2	0	1/2	0
f_3	1	0	0

Taula 8.1 Valors dels factors capacitius fa cada regió de treball

Exemple 8.5

Calculeu la capacitat de porta d'un transistor MOS de dimensions $L = W = 5 \mu\text{m}$, amb un gruix de dielèctric de 700 Å. La constant dielèctrica de l'òxid de porta és 3,9.

D'acord amb l'expressió 8.9,

$$C_{ox} = \frac{3,9 \cdot 8,85 \cdot 10^{-14}}{700 \cdot 10^{-8}} (5 \cdot 10^{-4})(5 \cdot 10^{-4}) = 12,3 \text{ fF}$$

Exercici 8.5

Calculeu les capacitats C_{gs} , C_{gd} i C_{gb} del transistor de l'exemple anterior a la regió de saturació si suposem negligibles les capacitats de solapament.

Solució: $C_{gs} = 8,2 \text{ fF}; \quad C_{gd} \equiv 0; \quad C_{gb} \equiv 0$

Tal com passava amb els transistors bipolars, els efectes capacitius són importants als circuits on els senyals commuten entre dos nivells (circuits digitals) i als que amplifiquen senyals d'alta freqüència. En ambdós casos, el tractament d'aquestes capacitats és similar al que s'ha detallat en el cas dels transistors bipolars.

8.4 El transistor MOS com a resistència

El transistor MOS és un dispositiu que s'utilitza fonamentalment en circuits integrats. L'ús de resistències no és convenient en circuits integrats per raons tecnològiques (una resistència de valor elevat requereix molta àrea de silici). Per aquesta raó soLEN UTILITZAR-SE TRANSISTORS MOS PER FER LA FUNCIO DE RESISTÈNCIA. Aquests transistors també són anomenats càrregues actives. De vegades, també s'utilitza la característica lineal del MOS en un entorn de $v_{DS} = 0$, com a resistència dependent de la tensió v_{GS} .

8.4.1 Càrregues saturades i càrregues de buidatge

Hi ha dues formes bàsiques d'aproximar una resistència amb un transistor MOS. Una consisteix a utilitzar un transistor MOS d'acumulació amb la porta connectada al drenador. L'altra utilitza un transistor de buidatge amb la porta connectada al sortidor. A la figura 8.13 es representen ambdues aproximacions amb les corbes $i-v$ que proporcionen.

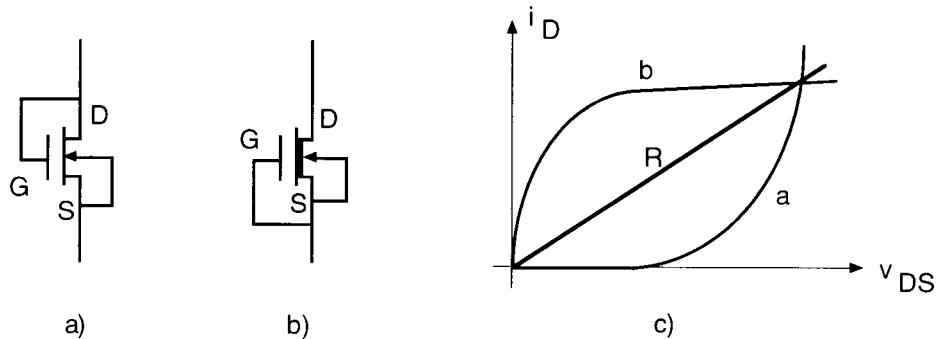


Figura 8.13 a) Transistor MOS d'acumulació connectat com a resistència. b) Transistor MOS de buidatge connectat com a resistència. c) Característiques $i-v$ dels transistors MOS connectats com a resistència, i d'una resistència lineal

La connexió mostrada a la figura 8.13a força el transistor a treballar a la regió de saturació. En efecte, a causa de la connexió entre porta i drenador

$$v_{DS} = v_{GS} > v_{GS} - V_T \quad (8.10)$$

de manera que és en saturació. Se sol dir que es tracta d'una càrrega saturada. En aquesta regió la característica corrent - tensió és

$$\begin{aligned} i_D &= \frac{K}{2} \frac{W}{L} (v_{DS} - V_T)^2 && \text{si } v_{DS} \geq V_T \\ i_D &= 0 && \text{si } v_{DS} < V_T \end{aligned} \quad (8.11)$$

L'altra aproximació consisteix a utilitzar un transistor de buidatge amb la porta unida al sortidor. Atès que en aquest transistor la tensió llindar és negativa, circula corrent pel transistor encara que v_{GS} sigui nul·la. A la figura 8.13c es representa la corba característica d'aquest MOS per a v_{GS} igual a zero. Aquesta corba constitueix una altra aproximació a la resistència.

Exemple 8.6

Trobeu v_o a l'inversor amb càrrega saturada de la figura 8.14 quan: a) v_i és nul·la; b) v_i és 5 V. Preneu per als dos transistors els paràmetres emprats en el circuit de la figura 8.9.

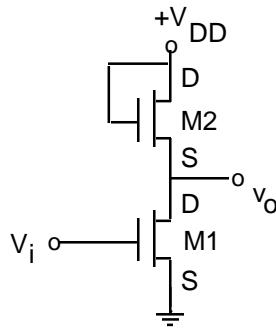


Figura 8.14 Inversor NMOS amb càrrega saturada. Ambdós substrats estan connectats a massa

Tal com s'ha indicat als paràgrafs anteriors, el transistor M2 sempre treballa en saturació, ja que $v_{DS2} = v_{GS2} > v_{GS2} - V_{T2}$. Per aquest motiu, el corrent ve donat per 8.11.

Quan V_i és nul·la, el corrent i_{D1} també ho és ja que el transistor M1 és en tall. Per tant, i_{D2} també és nul i, d'acord amb 8.11, v_{DS2} és igual a V_{T2} . (A la sortida del circuit sempre hi ha una capacitat paràsita de càrrega. Quan M1 es talla, aquesta capacitat és carregada per M2. Quan la tensió entre els seus terminals assoleix el valor $V_{DD} - V_{T2}$, el corrent per M2 s'anul·la i s'atura la càrrega d'aquesta capacitat.) La sortida en aquesta situació és, per tant, $V_{DD} - V_{T2}$.

Quan V_i valgui 5 V, la tensió a la sortida serà v_{oL} . Per calcular-la se suposa que M1 treballa a la regió òhmica. Si tenim en compte que el corrent per ambdós transistors és el mateix

$$\frac{K}{2} \left[\frac{W}{L} \right]_2 (V_{DD} - v_{oL} - V_{T2})^2 = K \left[\frac{W}{L} \right]_1 \left[(V_i - V_{T1}) v_{oL} - \frac{v_{oL}^2}{2} \right]$$

Si suposem ambdós transistors idèntics i amb els paràmetres del transistor de la figura 8.9, resulta l'equació

$$v_{oL}^2 - 8v_{oL} + 8 = 0$$

amb les solucions 1,17 V i 6,82 V. La segona de les solucions no té sentit físic, de manera que es rebutja. El valor de v_{OL} és, per tant, 1,17 V.

Exercici 8.6

Una variant del circuit anterior consisteix a connectar la porta del transistor M2 a una tensió constant V_{GG} en lloc de connectar-la a la tensió V_{DD} . Quina seria la tensió V_{GG} mínima que caldria perquè v_o fos V_{DD} quan V_i fos nul·la?

$$\text{Solució: } V_{GG} = V_{DD} + V_{T2}$$

8.4.2 L'inversor NMOS

A continuació s'analitza un circuit com el de la figura 8.9, però amb un transistor MOS de buidatge amb la porta i el drenador curtcircuitats en comptes de la resistència R_D , tal com es representa a la figura 8.15. Aquest circuit es coneix com a *inversor NMOS*. Fa alguns anys, aquest circuit era la base d'una família de circuits integrats molt utilitzats. Tot i això, actualment s'estan substituint pels circuits basats en l'inversor CMOS, que es descriu més endavant en aquest capítol. Distingim les variables i els paràmetres del MOS de càrrega amb un subíndex 2, i els corresponents al MOS d'acumulació amb el subíndex 1.

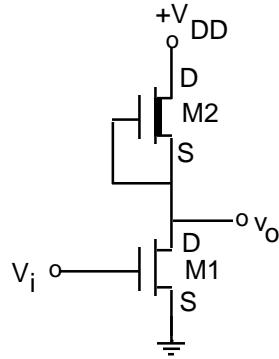


Figura 8.15 Inversor NMOS. El MOS de buidatge actua com a càrrega activa.
Ambdós substrats són connectats a massa

En el MOS de càrrega, la tensió entre porta i substrat és nul·la: $v_{GS2}=0$. Per aquest MOS circula corrent en aquestes condicions ja que es tracta d'un MOS de buidatge que té una tensió llindar V_{T2} negativa. La corba característica d'aquest MOS es representa a la figura 8.16a. El transistor M1 té el mateix comportament que al circuit de la figura 8.9. Les seves corbes característiques es representen a la figura 8.16b. Sobre aquestes corbes també s'ha representat la "corba de càrrega" del transistor M2. Observeu a la figura 8.15 que

$$\begin{aligned} v_{DS2} &= V_{DD} - v_o \\ i_{D2} &= i_{D1} \end{aligned} \tag{8.12}$$

Per tant, quan v_o val V_{DD} , el valor de v_{DS2} és nul i el de i_{D2} també. Quan v_o és nul·la, v_{DS2} val V_{DD} i el corrent i_D es pot obtenir a través de la figura 8.16a per a aquest valor de tensió. Així doncs, la corba de càrrega no és més que la corba del transistor M2 reflectida sobre l'eix d'ordenades i desplaçada una quantitat V_{DD} cap a la

dreta. Aquesta "corba de càrrega" substitueix la recta de càrrega que hi havia a l'anàlisi gràfica quan la càrrega era una resistència R_D .

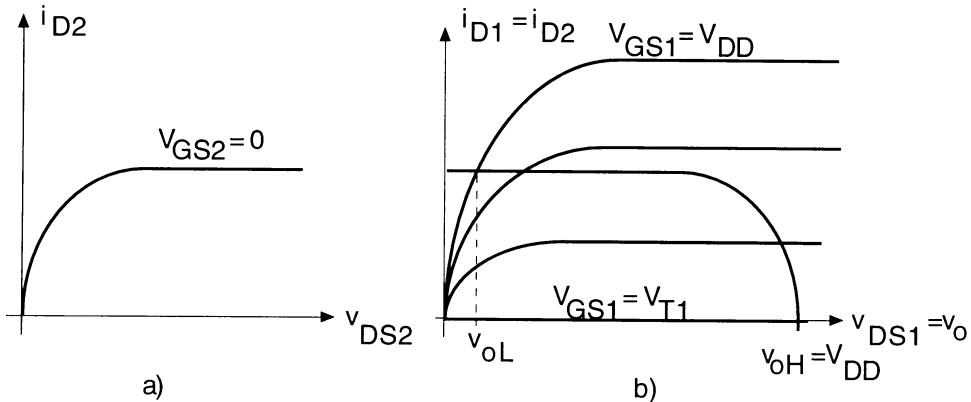


Figura 8.16 a) Corba característica del MOS de càrrega de la figura 8.15 . b) Anàlisi gràfica del circuit de la figura 8.15

La resposta del circuit ve donada per la intersecció de la corba de càrrega amb la corba característica del transistor M1 per al valor $V_{GS1}=V_i$. La característica de transferència que s'obté es representa a la figura 8.17, on es compara amb la d'un inversor amb càrrega resistiva i amb la d'un altre amb càrrega saturada. Quan V_i és inferior a V_{T1} , el transistor M1 és en tall i v_o val V_{DD} . A mesura que V_i creix per sobre de V_{T1} , la intersecció amb la corba de càrrega es dóna per a valors menors de v_{DS1} , fins que per a V_i igual a V_{DD} la intersecció es produeix per al valor de v_o menor, que s'anomena v_{oL} .

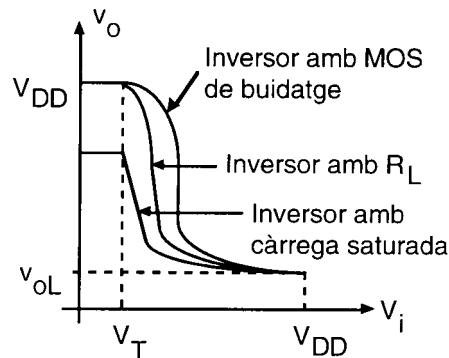


Figura 8.17 Corbes de transferència de l'inversor NMOS amb càrrega de buidatge, amb càrrega resistiva i amb càrrega saturada (exemple 8.6)

Observeu que, en aquesta excursió del punt Q sobre la corba de càrrega, els transistors M1 i M2 canvien de regió de funcionament. D'acord amb la figura 8.16b, quan V_i és nul·la, M1 és en tall i el corrent per M2 és nul (ja que $v_{DS2} = 0$). Quan V_i augmenta just per sobre de V_{T1} , el transistor M1 treballa a la regió de saturació i M2 a la seva regió òhmica. Un augment més gran de la tensió d'entrada provoca que els dos transistors treballin en saturació. I, finalment, per als valors més grans de V_i , el transistor M2 continua en saturació i M1 entra a la seva regió òhmica.

Per resoldre numèricament el circuit cal fer hipòtesis sobre la regió de funcionament de cada transistor. A continuació procedim al càlcul de v_{oL} . Per al MOS de càrrega suposem $V_{T2}=-4$ V, $K=20 \mu\text{A}/\text{V}^2$, i $(W/L)_2=1/2$. Per al MOS M1 prenem la mateixa K , $V_T=1$ V i $W/L=2$.

Inicialment suposem que quan V_i és 5 V, el transistor M1 és a la regió òhmica i M2 en saturació. Aleshores

$$i_{D2} = \frac{K_2}{2} \left[\frac{W}{L} \right]_2 (0 - V_{T2})^2 = 80 \cdot 10^{-6} \text{ A}$$

$$i_{D1} = K_1 \left[\frac{W}{L} \right]_1 \left[(V_i - V_{T1}) v_{oL} - \frac{v_{oL}^2}{2} \right] = 40 \cdot 10^{-6} \left[4 v_{oL} - \frac{v_{oL}^2}{2} \right]$$

Atès que el corrent per ambdós transistors ha de ser el mateix, resulta, en igualar les dues expressions anteriors, que

$$v_{oL}^2 - 8v_{oL} + 4 = 0$$

amb les solucions

$$v_{oL} = 7,46 \text{ V}; \quad v_{oL} = 0,53 \text{ V}$$

La primera de les solucions no té sentit físic, ja que és una tensió més gran que V_{DD} i el corrent i_D és positiu, de manera que cal rebutjar-la. La solució és, doncs, $v_{oL} = 0,53$ V.

Aquesta solució és vàlida si les hipòtesis inicials es compleixen. Perquè M1 treballi a la seva regió òhmica cal que $v_{DS1}=v_{oL}$ sigui inferior a (V_i-V_{T1}) . Aquesta condició es compleix ja que 0,53 és inferior a 4. Perquè M2 treballi a la seva regió de saturació cal que es compleixi que v_{DS2} sigui superior a $(v_{GS2}-V_{T2})$. Com que v_{DS2} és igual a $(V_{DD} - v_{oL})$, resulta ser igual a 4,47 V. D'altra banda, $(v_{GS2}-V_{T2})$ és igual a 4V. Per tant, M2 treballa en saturació ja que 4,47 és superior a 4. En complir-se ambdues hipòtesis, l'anàlisi és correcta i v_{oL} val 0,53 V.

La funció d'un inversor és proporcionar un nivell de sortida baix quan l'entrada és de nivell alt, i viceversa. Una manera d'entendre el comportament d'aquest circuit és mitjançant un divisor de tensió. El MOS de buidatge equival a una certa resistència de càrrega R_2 , i el MOS d'acumulació a una resistència R_1 . La tensió de sortida és

$$v_o = V_{DD} \frac{R_1}{R_1 + R_2} \tag{8.13}$$

Quan la tensió d'entrada és de nivell baix, el transistor M1 és en tall i R_1 tendeix a infinit. En aquestes condicions, l'expressió anterior mostra que v_o val V_{DD} . Quan l'entrada és alta (V_{DD}), R_1 pren un valor finit. Aleshores, perquè v_o sigui un valor petit, cal que R_2 sigui molt superior a R_1 . És a dir, $(K_W/L)_2 \ll (K_W/L)_1$.

La tensió de sortida v_{oL} de l'inversor és realment baixa si un altre inversor connectat a la sortida del primer dóna, a la seva sortida, un nivell alt. Per assegurar aquest comportament cal que v_{oL} de l'inversor sigui inferior a V_T . D'aquesta forma, el transistor d'acumulació del segon inversor és en tall i produeix una sortida de nivell alt.

Suposeu que quan l'entrada és de nivell alt, el MOS d'acumulació treballa a la regió òhmica i el de buidatge en saturació. Aleshores,

$$K_1 \left[\frac{W}{L} \right]_1 \left[(V_i - V_{T1})v_{oL} - \frac{v_{oL}^2}{2} \right] = \frac{K_2}{2} \left[\frac{W}{L} \right]_2 (-V_{T2})^2 \quad (8.14)$$

Si suposem que $K_1 = K_2$, $V_i = V_{DD} = 5$ V, $V_{T1} = 1$ V i que $V_{T2} = -4$ V (valors típics), resulta

$$\frac{\left[W/L \right]_1}{\left[W/L \right]_2} = \frac{V_{T2}^2}{2(V_{DD} - V_{T1} - v_{oL}/2)v_{oL}} = \frac{16}{(8 - v_{oL})v_{oL}} \quad (8.15)$$

Si es vol que, per assegurar un bon funcionament, v_{oL} valgui $V_{T1}/2$, l'expressió anterior conduceix a

$$k_r = \frac{\left[W/L \right]_1}{\left[W/L \right]_2} = 4,2 \quad (8.16)$$

És a dir, la relació de l'amplària dividida per longitud de canal del MOS d'acumulació ha de ser unes 4 vegades la del MOS de buidatge. Aquest paràmetre k_r s'anomena *relació de l'inversor*. A la figura 8.18 es mostra una possible geometria per satisfer aquesta relació de l'inversor.

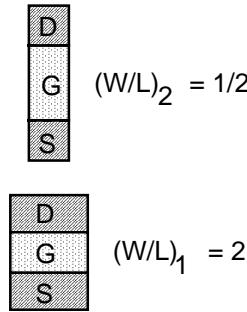


Figura 8.18 Possible geometria dels transistors de l'inversor NMOS per satisfer la relació de l'inversor

Exemple 8.9

Quina seria la relació de l'inversor necessària per mantenir la mateixa v_{oL} a $V_T/2$ quan la tensió d'entrada fos $V_{DD}-V_T$ en lloc de V_{DD} ? Preneu $V_T=1$ V i $V_{DD}=5$ V.

D'acord amb l'expressió 8.14

$$\frac{\left[W/L \right]_1}{\left[W/L \right]_2} = \frac{V_{T2}^2}{2(V_{DD} - 2V_T - v_{oL}/2)v_{oL}} \cong 6$$

Exercici 8.9

A l'inversor NMOS, els substrats dels dos transistors estan connectats a massa. El transistor de buidatge pot presentar una tensió V_{BS2} no nul·la, que afecta la seva tensió llindar (efecte substrat). Calculeu la tensió llindar del transistor de càrrega quan $V_i = 0$ V. Preneu $\gamma = 0,4$ V $^{1/2}$, $2\phi_B = 0,6$ V i $V_{T0} = -4$ V.

Solució: $V_{T2} = -3,4$ V



Un altre aspecte que cal considerar són els transistors de commutació en aquest inversor. Supposeu que a la sortida de l'inversor hi ha una capacitat paràsita C_L , que agrupa les diverses capacitats paràsites de la sortida (observeu que en circuits MOS la presència de capacitats paràsites és inevitable ja que la porta del transistor és un condensador). Supposeu també que el transistor d'acumulació es comporta com un interruptor ideal i commuta en un temps nul de conducció a tall, i viceversa.

Considereu, en primer lloc, la commutació de nivell baix a alt a la sortida (commutació que és produïda per una commutació de nivell alt a baix a l'entrada). El valor inicial de la tensió de sortida és v_{oL} , que per simplificar aproximem a 0 V. A mesura que el condensador C_L es carrega a través del transistor de buidatge, ja que suposem que el transistor M1 és en tall, la tensió v_o augmenta cap a V_{DD} .

La càrrega de C_L presenta dues fases diferenciades. A l'instant inicial, el valor de v_{DS2} és V_{DD} , ja que v_o és zero. En aquestes condicions, el transistor de càrrega treballa en saturació i proporciona un corrent constant. El condensador C_L es carrega inicialment seguint una rampa fins que la tensió de sortida assoleix un valor tal que v_{DS2} és igual a $-V_{T2}$ (és a dir, v_o ha de ser igual a $V_{DD} + V_{T2}$). A partir d'aquest instant, el transistor treballa a la regió òhmica. A la figura 8.19 es representen les dues fases de càrrega de C_L .

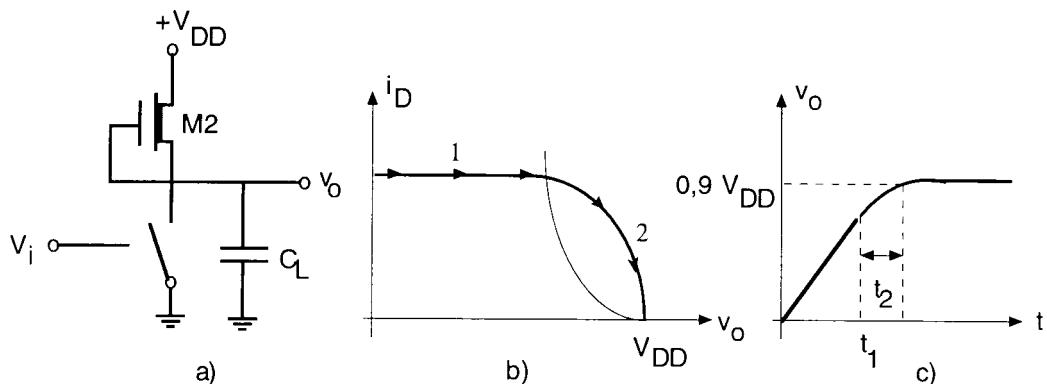


Figura 8.19 Commutació de nivell baix a alt a la sortida. a) Circuit . b) Corba de càrrega de C_L . c) Evolució de la tensió de sortida

El temps que dura la càrrega de C_L a intensitat constant és

$$t_1 = \frac{C_L(V_{DD} + V_{T2})}{I_{Dsat}} = \frac{2C_L(V_{DD} + V_{T2})}{K_2(W/L)_2 V_{T2}^2} \quad (8.17)$$

A la segona fase, el transistor treballa a la regió òhmica. L'equació que regeix aquesta càrrega és

$$C_L \frac{dv_o}{dt} = i_D = K_2 \left[\frac{W}{L} \right]_2 \left[(-V_{T2})(V_{DD} - v_o) - \frac{(V_{DD} - v_o)^2}{2} \right] \quad (8.18)$$

El temps que triga la sortida a anar des de $V_{DD} + V_{T2}$ fins a $0,9 V_{DD}$ és

$$t_2 = \int_{t_1}^{t_1+t_2} dt = \int_{V_{DD} + V_{T2}}^{0,9V_{DD}} \frac{C_L}{i_D} dv_o = \frac{C_L}{K_2 [W/L]_2 V_{T2}} \ln \left(\frac{V_{DD}}{-20V_{T2} - V_{DD}} \right) \quad (8.19)$$

El temps total que triga la tensió de sortida a assolir el 90 % del valor final és, doncs,

$$t_{BA} = t_1 + t_2 = \frac{2C_L}{K_2 [W/L]_2 V_{T2}} \left[\frac{V_{DD} + V_{T2}}{V_{T2}} + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{V_{DD}}{-20V_{T2} - V_{DD}} \right) \right] \quad (8.20)$$

Per al cas usual que V_{T2} sigui igual a $-0,8 V_{DD}$, l'expressió anterior es converteix en

$$t_{BA} \equiv \frac{4C_L}{K_2 [W/L]_2 V_{DD}} \quad (8.21)$$

on t_{BA} significa el temps necessari perquè la sortida faci la transició de nivell baix a nivell alt.

Un càlcul similar es pot fer per calcular el temps que cal perquè la sortida vagi del nivell alt al baix, t_{AB} . En aquest cas, el transistor d'acumulació ha de descarregar C_L des de V_{DD} fins a zero. Com que el corrent pel transistor de càrrega sol ser molt inferior al del transistor d'acumulació (a causa de la relació de l'inversor), es fa l'aproximació de neglidir el corrent que proporciona el transistor de buidatge. Amb aquesta aproximació

$$t_{AB} \equiv \frac{2C_L}{K_1 [W/L]_1 (V_{DD} - V_{T1})} \left[\frac{V_{T1}}{V_{DD} - V_{T1}} + \frac{1}{2} \ln \left(\frac{19V_{DD} - 20V_{T1}}{V_{DD}} \right) \right] \quad (8.22)$$

Si suposem que V_{T1} és igual a $0,2 V_{DD}$, aquest temps es pot aproximar a

$$t_{AB} = \frac{4C_L}{K_1 [W/L]_1 V_{DD}} \quad (8.23)$$

Observeu que ambdós temps augmenten quan ho fa la capacitat C_L i disminueixen quan augmenta el corrent de càrrega (augment del denominador de les expressions anteriors). Observeu també que si $K_1 = K_2$

$$t_{AB} \equiv \frac{t_{BA}}{k_R} \quad (8.24)$$

on k_R és la relació de l'inversor.

Exemple 8.10

Calculeu els temps de commutació t_{AB} i t_{BA} d'un inversor NMOS si $C_L = 0,3 \text{ pF}$, la relació W/L del MOS de càrrega és 0,5 i la del MOS d'acumulació és 2. Suposeu la mateixa K per a ambdós transistors igual a $20 \mu\text{A/V}^2$. Preneu $V_{DD} = 5 \text{ V}$.

D'acord amb l'expressió 8.21,

$$t_{BA} = \frac{4 \cdot 0,3 \cdot 10^{-12}}{20 \cdot 10^{-6} \cdot 0,5 \cdot 5} = 24 \text{ ns}$$

Segons 8.23,

$$t_{AB} = \frac{4 \cdot 0,3 \cdot 10^{-12}}{20 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 5} = 6 \text{ ns}$$

Exercici 8.10

Quina hauria de ser la W/L del transistor de buidatge de l'exemple anterior per carregar C_L en 1 ns?

Solució: $(W/L)_2 = 12$



Com es pot observar, el mètode de càlcul dels transistors de commutació és complicat, de manera que és un mètode poc pràctic per analitzar circuits complexos. Per aquesta raó, se sol recórrer a l'anàlisi per ordinador, o bé a fer aproximacions en el model del transistor que permeten una estimació ràpida dels temps de commutació. Aquestes aproximacions se solen basar a substituir els transistors per resistències equivalents.

8.4.3 El MOS com a resistència controlada per tensió

El transistor MOS també s'utilitza de vegades com a resistència controlada per la tensió de porta. La característica $i(v)$ del transistor, a la regió òhmica i quan v_{DS} és petita, es pot aproximar per una recta que passa per l'origen. És a dir, per una resistència. El pendent d'aquesta recta, que no és més que la inversa del valor d'aquesta resistència, depèn de la tensió v_{GS} . Per això, en aquesta utilització es diu que el transistor MOS equival a una resistència amb un valor controlat per la tensió de porta.

El valor d'aquesta resistència es pot aproximar per

$$R_{DS(on)} = \left. \frac{v_{DS}}{i_D} \right|_{v_{DS} \approx 0} = \frac{1}{(KW/L)(v_{GS} - V_T - v_{DS}/2)} \cong \frac{1}{(KW/L)(v_{GS} - V_T)} \quad (8.25)$$

Observeu que el valor de $R_{DS(on)}$ disminueix en augmentar v_{GS} . A la figura 8.20 es representen les característiques del transistor MOS en un entorn de l'origen, per a v_{DS} petita, i es posa de manifest aquest concepte.

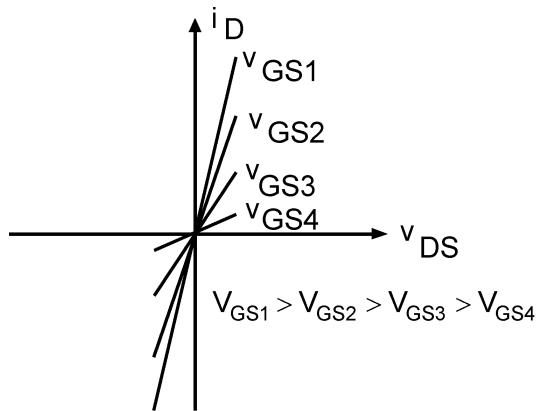


Figura 8.20 Corbes característiques del transistor MOS per a v_{DS} molt petita.
Les corbes s'aproximen per rectes amb un pendent que depèn de v_{GS}

8.5 El transistor MOS com a interruptor

L'operació del transistor MOS en molts circuits és essencialment la d'un interruptor. O bé és en estat de tall, de manera que impedeix la circulació de corrent, o bé conduceix un corrent significatiu presentant una caiguda de tensió petita entre drenador i sortidor. L'objectiu d'aquest apartat consisteix a estudiar el comportament del transistor MOS en aquestes aplicacions. En particular, s'analitza la seva utilització com a transistor de pas i la seva utilització en circuits digitals simples.

8.5.1 El MOS com a transistor de pas

Considereu el circuit de la figura 8.21, on se suposa un transistor d'acumulació de canal N. En aquest circuit, el transistor MOS actua com un interruptor. Quan la tensió que s'aplica a la porta és nul·la, el transistor és en tall i equival a un circuit obert. Quan aquesta tensió pren un valor elevat (nivell alt), el transistor equival a una petita resistència, $R_{DS(on)}$, que connecta els circuits 1 i 2.

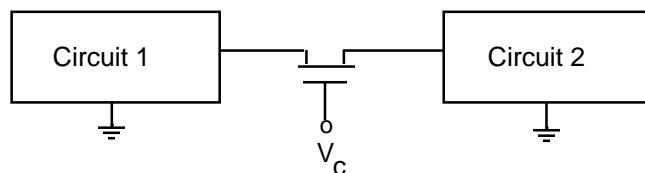


Figura 8.21 El transistor MOS de canal N com a transistor de pas

Perquè el transistor de pas s'aproximi a un interruptor ideal cal que $R_{DS(on)}$ sigui petita, de manera que es requereix el valor més gran possible per v_{GS} .

Exemple 8.7

Quin valor hauria de tenir W/L perquè $R_{DS(on)} = 100 \Omega$ si $v_{GS} = 10 \text{ V}$ i $K = 20 \cdot 10^{-6} \text{ A/V}^2$? Preneu $V_T = 1 \text{ V}$.

A partir de l'expressió 8.25,

$$\frac{W}{L} = \frac{1}{R_{DS(on)} K (v_{GS} - V_T)} \cong 55$$

Exercici 8.7

Quin seria el valor de $R_{DS(on)}$ per a un transistor amb $W/L = 1$ i $v_{GS} = 5 \text{ V}$? Preneu els valors de K i de V_T de l'exemple anterior.

Solució: $R_{DS(on)} = 12,5 \text{ k}\Omega$



Un problema que presenta aquest transistor de pas és que s'allunya del comportament com a interruptor ideal quan transmet senyals de valor proper a V_{DD} . Considerem el circuit de la figura 8.22 on es vol transmetre la tensió V_{DD} al condensador C_L (transmissió d'un nivell alt). Se suposa que inicialment el transistor de pas és en tall i el condensador C_L descarregat. En $t = 0$ s'aplica a la porta del transistor una tensió de valor V_{DD} . El drenador del transistor és el terminal de l'esquerra, connectat a V_{DD} , per ser més positiu que el de la dreta (que inicialment és nul). Aleshores, el transistor treballa a la regió de saturació, ja que v_{DS} és igual a v_{GS} i, per tant, és més gran que $v_{GS} - V_T$. El corrent pel transistor carrega la capacitat C_L i segueix l'equació de saturació. La tensió de sortida augmenta a mesura que el condensador es carrega, i això provoca que disminueixi la tensió v_{GS} . Quan v_S val $V_{DD} - V_T$ el corrent s'anula, ja que v_{GS} val V_T , i s'atura la càrrega del condensador C_L . La tensió màxima amb què es pot carregar aquest condensador és, per tant, inferior a V_{DD} en una quantitat V_T .

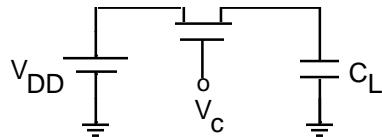


Figura 8.22 Quan V_c val V_{DD} el condensador només es pot carregar fins a $V_{DD} - V_T$

El transistor de pas permet, malgrat tot, una bona transmissió d'una tensió baixa. Suposeu que a la figura 8.22 hi hagués un curt circuit en lloc de la bateria V_{DD} i que C_L estigués carregat a una tensió propera a V_{DD} . El circuit permet la descàrrega completa del condensador (bona transmissió d'un nivell baix). En efecte, en aquest cas, el drenador és el terminal connectat al condensador per ser més positiu que l'altre. Quan s'aplica una tensió V_{DD} a la porta, el valor de v_{GS} queda fixat a V_{DD} ja que v_S és igual a zero. El punt de treball del transistor es desplaça sobre la corba de sortida corresponent a v_{GS} igual a V_{DD} des d'un valor inicial de v_{DS} proper a V_{DD} fins a 0 V, quan C_L s'ha descarregat completament.

Exemple 8.8

Si al circuit de la figura 8.22 el transistor de pas fos de canal P en lloc de canal N, quina hauria de ser la tensió de control de porta perquè el transistor conduís? Quina seria la tensió que assoliria el condensador C_L ? Supposeu C_L inicialment descarregat.

En el transistor de canal P el drenador del MOS és el terminal més negatiu. En aquest cas seria el connectat a C_L . Perquè aquest transistor condueixi, la tensió v_{GS} ha de ser més negativa que V_T (que en el MOS d'acumulació de canal P és negativa). Per tant, la tensió de control que s'aplica a la porta ha de ser inferior a V_{DD} (tensió de sortidor) almenys en V_T . En els circuits usuals es pren $V_c = 0$ V (nivell baix).

Si es pren $V_c = 0$ V, la tensió v_{GS} és $-V_{DD}$, de manera que el punt de treball es desplaça sobre la corba corresponent a aquest valor de v_{GS} des d'un valor inicial de v_{DS} de $-V_{DD}$ fins a un valor final nul. Per tant, el condensador es carrega fins a V_{DD} . Es diu que el transistor de canal P permet una bona transmissió del nivell alt.

Exercici 8.8

Considereu el circuit de la figura 8.22 amb un curt circuit en lloc de la bateria V_{DD} i un transistor de canal P en lloc del de pas. Supposeu C_L inicialment carregada a V_{DD} i que V_c és nul·la. Quin és el valor final de la tensió a C_L ?

Solució: La tensió final a C_L és $|V_{TP}|$



Una aproximació millor a un interruptor ideal la constitueix la connexió d'un transistor P en paral·lel amb un altre de canal N. Les portes dels dos transistors han de ser excitades amb senyals complementaris (si la tensió aplicada al N és alta, l'aplicada al P ha de ser baixa, i viceversa). Aquest circuit, representat a la figura 8.23, s'anomena *porta de transmissió CMOS*. El transistor de canal P permet la transmissió completa d'una tensió alta mentre que el transistor N permet la transmissió completa d'una tensió baixa.

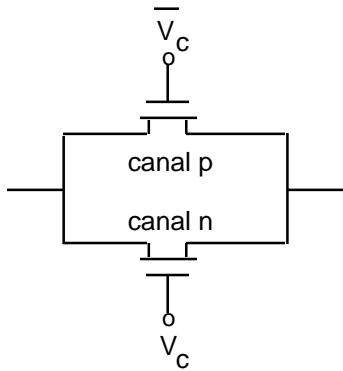


Figura 8.23 Porta de transmissió CMOS. Observeu que la porta del transistor MOS de canal P és excitada pel senyal complementari ($V_{DD} - V_c$) del que excita la porta del transistor MOS de canal N (V_c)

8.5.2 L'inversor CMOS

El nom CMOS deriva de l'ús de transistors MOS complementaris: de canal N i de canal P. L'esquema de l'inversor CMOS es representa a la figura 8.24a. Com es pot observar, el transistor d'acumulació de canal N és igual al de l'inversor NMOS. En canvi, el transistor de buidatge s'ha substituït per un transistor PMOS, amb una porta connectada directament a l'entrada. Observeu que el sortidor del transistor P és el terminal connectat a V_{DD} , ja que és menys negatiu que el drenador, que és connectat a v_o . Per al transistor de canal N el sortidor està connectat a massa i el drenador a la sortida.

L'operació del circuit es pot entendre si substituïm els dos transistors per dos interruptors, tal com s'indica a la figura 8.24b. Suposeu que s'aplica a l'entrada una tensió de 0 V. El transistor N és en tall i equival a un circuit obert. El transistor P té aplicada una tensió $v_{GS} = 0 - V_{DD}$, que, en ser més negativa que V_{TP} , força que aquest MOS treballi sobre la corba de drenador, no nul-la, corresponent a aquest valor. Com que el corrent de drenador ha de ser nul, perquè també ho sigui la del transistor de canal N, el transistor P ha de tenir una v_{DS} igual a zero. És a dir, equivalent a un curt circuit. En conseqüència, la tensió de sortida és V_{DD} .

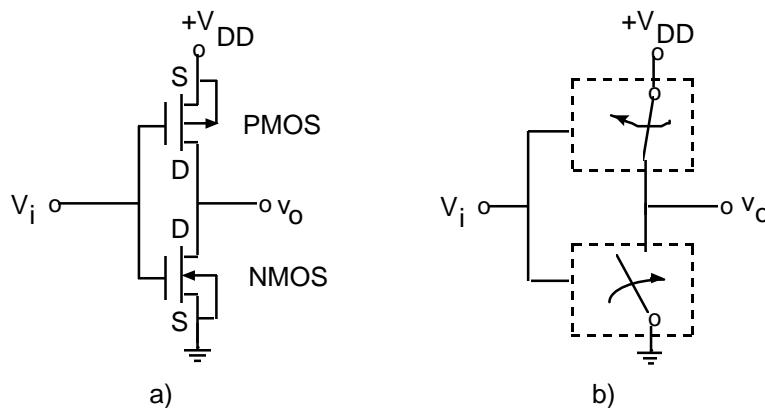


Figura 8.24 a) Inversor CMOS. b) Actuació dels transistors com a interruptors

Quan l'entrada és V_{DD} regeix un raonament dual: el transistor P equival a un circuit obert i el de canal N a un curt circuit, que connecta la sortida a massa. Observeu que, per a cap de les dues entrades considerades entre V_{DD} i massa, no circula corrent. Per tant, per a qualsevol de les dues entrades el consum de potència és nul. Això dóna lloc al baix consum en repòs que caracteritza els circuits CMOS.

La corba de transferència de l'inversor $v_o(v_i)$ es pot obtenir de forma gràfica o bé de forma analítica. L'anàlisi gràfica és similar a la presentada a la figura 8.16b, amb una modificació important. El transistor PMOS no treballa sobre una única corba com el transistor de buidatge de l'inversor NMOS, sinó sobre una família de corbes com el transistor d'acumulació. Per a cada valor de V_i , el punt de treball ve determinat per la intersecció de la corba característica del transistor NMOS per a $v_{GSN} = V_i$ amb la corba característica del PMOS corresponent a $v_{GSP} = V_i - V_{DD}$.

L'obtenció analítica de la característica de transferència consisteix a calcular els punts de treball a través d'equacions. Per simplificar aquest càcul és convenient dividir el pla v_o-V_i en diverses regions segons els modes de treball d'ambdós transistors, tal com es mostra a la figura 8.25a. El transistor NMOS és en tall si v_{GSN} , amb un valor V_i , és menor o igual que V_T . Aquest transistor és en saturació si

$$v_{DSN} \geq v_{GSN} - V_{TN} \Rightarrow v_o \geq V_i - V_{TN} \quad (8.26)$$

La regió de saturació és, doncs, per sobre de la recta de pendent 45° que talla l'eix d'abscisses a V_{TN} . Per sota d'aquesta recta, el NMOS treballa a la regió òhmica.

El transistor PMOS és en tall si v_{GSP} és més gran que V_{TP} (recordeu que el seu valor numèric és negatiu). És a dir, si $V_i - V_{DD}$ és més gran que V_{TP} . Aquest transistor és en saturació si

$$v_{DSP} \leq v_{GSP} - V_{TP} \Rightarrow v_o - V_{DD} \leq V_i - V_{DD} - V_{TP} \Rightarrow v_o \leq V_i - V_{TP} \quad (8.27)$$

La regió de saturació és per sota de la recta de 45° que talla l'eix d'abscisses per V_{TP} .

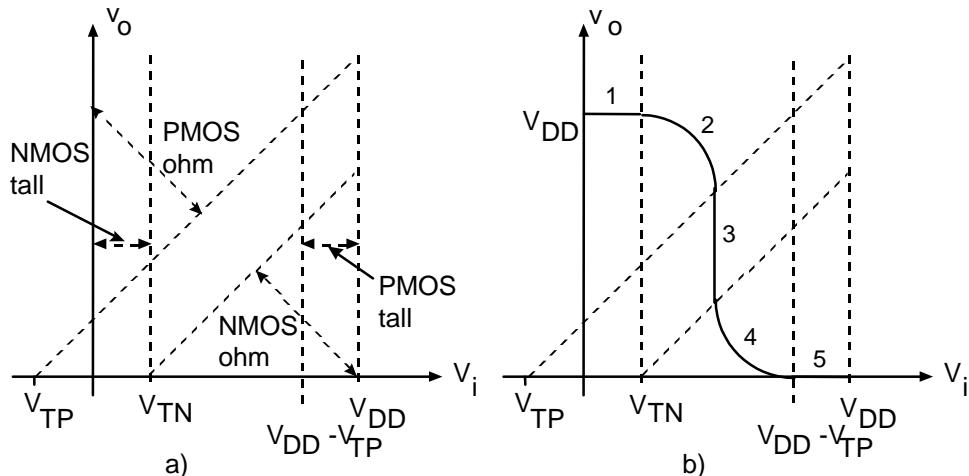


Figura 8.25 a) Regions de funcionament de l'inversor CMOS. b) Corba de transferència

La característica de transferència de l'inversor es representa a la figura 8.25b. Al tram 1, el transistor NMOS és en tall i el PMOS a la regió òhmica. Com que el corrent per ambdós és nul, v_{DSP} ha de ser zero i, en conseqüència, v_o val V_{DD} . El tram 5 correspon a la situació dual, que porta a un valor de $v_o = 0$ V. Al tram 3 ambdós transistors són en saturació. Per tant,

$$\frac{K_N}{2} \left[\frac{W}{L} \right]_N (V_i - V_{TN})^2 = \frac{K_P}{2} \left[\frac{W}{L} \right]_P (V_i - V_{DD} - V_{TP})^2 \quad (8.28)$$

Si anomenem β a KW/L , podem aïllar V_i a l'expressió anterior

$$V_i = \frac{\sqrt{\beta_N} V_{TN} + \sqrt{\beta_P} (V_{TP} + V_{DD})}{\sqrt{\beta_N} + \sqrt{\beta_P}} \quad (8.29)$$

i si β_N fos igual a β_P i V_{TP} fos igual a $-V_{TN}$, l'expressió anterior portaria a

$$V_i = \frac{V_{DD}}{2} \quad (8.30)$$

A la regió 2 de la corba de transferència, el transistor PMOS és a la regió òhmica i el NMOS en saturació. Si igualem els corrents d'aquests transistors, cada un d'acord amb el mode de funcionament del transistor, es pot obtenir l'equació d'aquest tram de la corba de transferència. A la regió 4 es dóna una situació anàloga.

Exemple 8.11

Representeu gràficament el corrent que lliura la font d'alimentació V_{DD} a l'inversor CMOS en funció de la tensió d'entrada V_i .

Quan el transistor NMOS o el PMOS són en tall, el corrent que lliura la font és nul. Això passa per a V_i menor o igual a V_{TN} i per a V_i més gran o igual a $V_{DD} + V_{TP}$ (V_{TP} és negativa).

Quan V_i es fa una mica més gran que V_{TN} , la corba de drenador del NMOS comença a separar-se de l'eix d'abscisses i talla la corba del PMOS corresponent a $v_{GSP} = V_i - V_{DD}$ en un punt situat al primer quadrant. És a dir, el corrent de drenador ja no és nul.

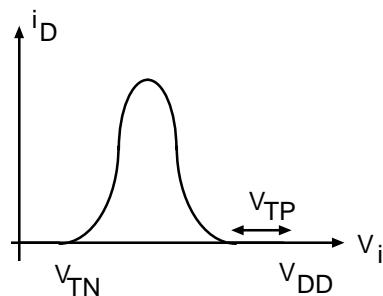


Figura 8.26 Corrent que lliura la font V_{DD} a l'inversor CMOS en funció de V_i

El corrent és màxim quan ambdós transistors són en saturació. En aquest cas el corrent ve donat pel primer membre de la igualtat 8.28, on el valor de V ve donat per 8.29. Si es compleix 8.30 (β_N igual a β_P i V_{TP} igual a $-V_{TN}$), aquest valor és:

$$i_{D_{max}} = \frac{K_N}{2} \left[\frac{W}{L} \right]_N \left(\frac{V_{DD}}{2} - V_{TN} \right)^2$$

El gràfic aproximat de i_D en funció de V_i es representa a la figura 8.26

Exercici 8.11

L'inversor CMOS no consumeix corrent quan s'aplica a la seva entrada un nivell alt ni quan s'aplica un nivell baix. Tot i això, absorbeix corrent de la font V_{DD} quan fa una commutació des del nivell baix al nivell alt. Calculeu el corrent mitjà absorbit per l'inversor CMOS de la font d'alimentació en funció de la freqüència d'un senyal quadrat que s'aplica a la seva entrada.

Solució: $I_{mitjà} = V_{DD} \cdot C_L f$

Els transitoris de commutació de l'inversor CMOS es poden calcular de forma similar a com ho hem fet per a l'inversor NMOS. Si se suposa una capacitat de càrrega C_L a la sortida de l'inversor, el temps que la sortida triga a fer la transició de nivell baix a nivell alt és

$$t_{BA} = \frac{4C_L}{V_{DD}K_P(W/L)_P} \quad (8.31)$$

i el temps per a la transició des de nivell alt a nivell baix

$$t_{AB} = \frac{4C_L}{V_{DD}K_N(W/L)_N} \quad (8.32)$$

A la primera de les transicions, el transistor NMOS se suposa en tall i C_L es carrega a través del transistor PMOS. A la segona, el PMOS és en tall i C_L es descarrega a través del transistor NMOS. En aquests càlculs s'ha suposat que $V_{TN} = -V_{TP} = 0,2 V_{DD}$. La relació entre aquests temps és

$$\frac{t_{BA}}{t_{AB}} = \frac{K_N(W/L)_N}{K_P(W/L)_P} \quad (8.33)$$

Si la relació (W/L) d'ambdós transistors fos la mateixa, la relació anterior tindria un valor proper a 2 a causa de la diferència entre les transconductàncies entre el transistor N i el P. A igualtat de W/L , el transistor P té menys capacitat de corrent i triga més a carregar C_L des de zero fins a V_{DD} (t_{BA}).

8.5.3 Portes lògiques NMOS i CMOS

Els transistors MOS s'utilitzen molt en circuits lògics. En aquests circuits, tal com s'ha descrit al capítol anterior, la sortida és una funció lògica de les entrades aplicades.

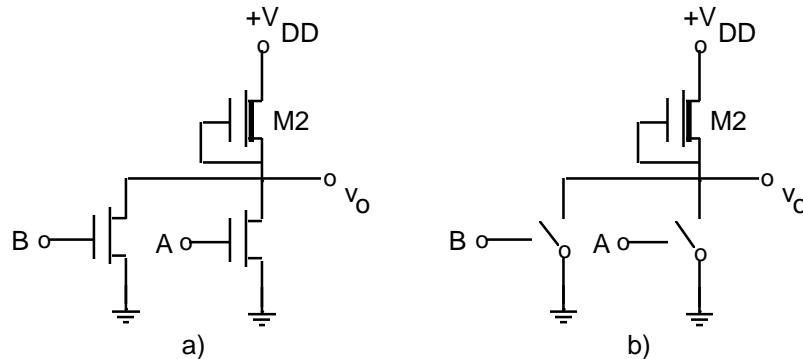


Figura 8.27 Porta lògica NOR en tecnologia NMOS. Els substrats estan connectats a massa

Considereu el circuit NMOS de la figura 8.27. Si les tensions aplicades a les entrades A i B són de nivell baix, els dos transistors seran en tall i la sortida v_o serà de nivell alt, com passava a l'inversor NMOS. En els altres casos, la sortida és de nivell baix, ja que almenys un dels transistors conduceix (considereu l'esquema

dels interruptors de la figura 8.27b). Aleshores es pot escriure la taula 8.2 descrivint tots els casos possibles. Aquesta taula indica que la sortida és alta només si totes les entrades són baixes. Aquesta relació lògica s'anomena funció NOR.

A	B	v_o
baix	baix	alt
baix	alt	baix
alt	baix	baix
alt	alt	baix

Taula 8.2 Quadre d'estats possibles del circuit 8.27a

Considereu el circuit CMOS de la figura 8.28. Si la tensió aplicada a l'entrada A o a l'entrada B tenen nivell baix, la sortida té nivell alt. En efecte, si l'entrada A és de nivell baix el transistor M1 és en tall i equival a un circuit obert, mentre que M2 conduceix i equival a un interruptor tancat. La sortida és connectada a V_{DD} i desconnectada de massa, de manera que és de nivell alt. Una situació similar es dóna si l'entrada B és de nivell baix. Aquesta relació lògica entre la sortida i les entrades, expressada a la taula 8.3, indica que la sortida és baixa només si les dues entrades són altes. S'anomena funció NAND.

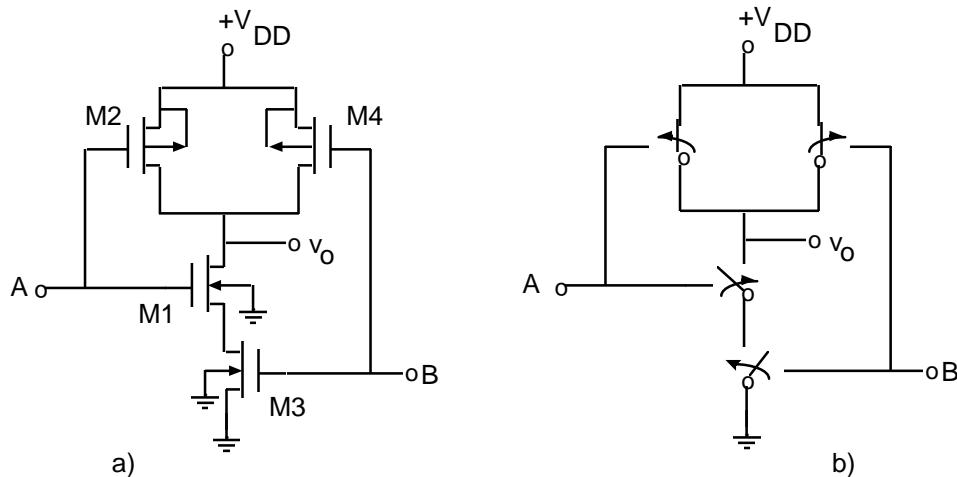


Figura 8.28 Porta lògica NAND en tecnologia CMOS

A	B	v_o
baix	baix	alt
baix	alt	alt
alt	baix	alt
alt	alt	baix

Taula 8.3 Quadre d'estats possibles del circuit 8.25a

Com el lector pot imaginar, aquests conceptes es poden estendre per realitzar funcions lògiques més complexes. A l'exemple 8.12 es mostra una porta lògica més complexa.

Exemple 8.12

Enuncieu la funció lògica que fa el circuit NMOS de la figura 8.29.

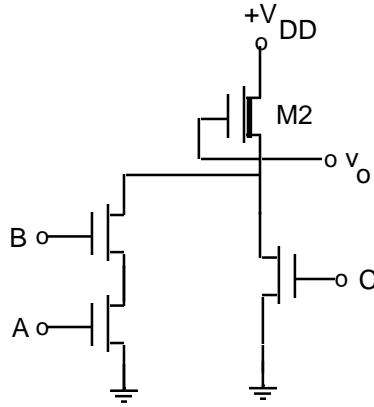


Figura 8.29 Porta lògica NMOS de l'exemple 8.12. Els substrats estan connectats a massa

La tensió de sortida és de nivell baix si l'entrada C és de nivell alt o si les entrades A i B són de nivell alt simultàniament.

Exercici 8.12

La realització de la funció NAND amb tecnologia NMOS consta de dos transistors d'acumulació en sèrie units al transistor de buidatge (circuit de la figura 8.29, sense el transistor d'entrada C). Si els transistors d'acumulació i de buidatge tinguessin la mateixa geometria (W i L) que els utilitzats en un inversor NMOS, com seria la tensió de sortida de nivell baix v_{oL} ? I a la porta NOR?

Solució:

A la porta NAND la tensió de nivell baix v_{oL} seria superior a la de l'inversor i, a la porta NOR, la tensió v_{oL} seria menor, ja que els transistors d'acumulació queden connectats en sèrie i, paral·lel, respectivament.

8.6 El transistor MOS com a amplificador

El transistor MOS també s'utilitza per amplificar senyals, de forma similar a com ho feia el transistor bipolar. Quan el transistor MOS s'utilitza com a amplificador, sol polaritzar-se a la regió de saturació, ja que a la regió òhmica l'amplificació del transistor MOS i els seus marges dinàmics són menors.

8.6.1 Circuits bàsics

Els amplificadors amb transistors MOS es poden fer amb components discrets o formant part de circuits integrats. Com s'ha indicat anteriorment, en la tecnologia integrada sol evitar-se l'ús de resistències de valor alt. Per això, els amplificadors integrats soLEN utilitzar transistors fent la funció de resistències. Per contra, en

tecnologia de components discrets, s'utilitzen resistències i condensadors, amb un cost que sol ser menor que el dels transistors discrets.

A la figura 8.30a es mostra un esquema d'amplificador fet amb components discrets. En contínua, els condensadors equivalen a circuits oberts. Per a la nostra anàlisi, el circuit de polarització de porta se sol substituir pel seu equivalent de Thévenin, tal com s'indica a la figura 8.30b. Aquest circuit ja va ser analitzat a l'exemple 8.4. Tingueu en compte que

$$\begin{aligned} V_{GSQ} &= V_{GG} - I_{DQ}R_S \\ V_{GG} &= V_{DD} \frac{R_1}{R_1 + R_2} \end{aligned} \quad (8.34)$$

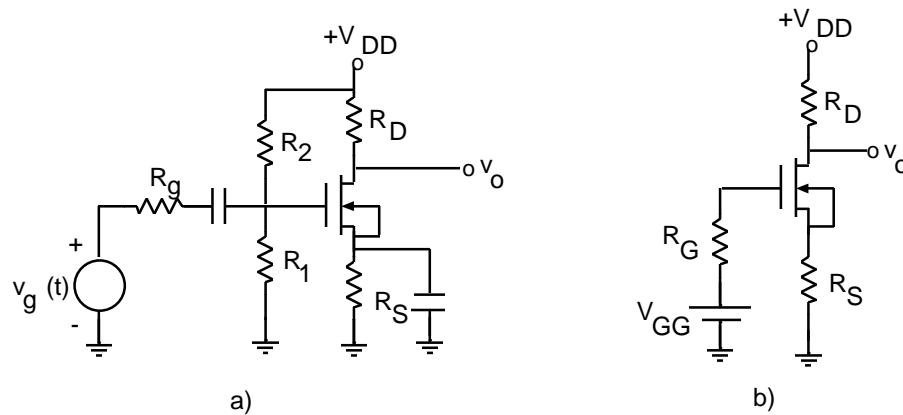


Figura 8.30 a) Amplificador amb components discrets. b) Circuit equivalent de polarització

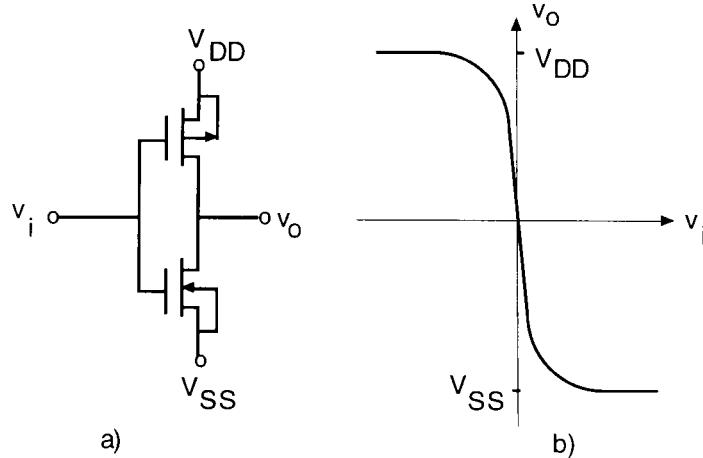


Figura 8.31 a) Amplificador inversor CMOS. b) Corba de transferència

Aquestes equacions, junt amb les pròpies del transistor i les resultants d'aplicar les lleis de Kirchhoff a la malla de drenador, permeten trobar el punt de repòs I_{DQ} , V_{DSQ} i V_{GSQ} .

A la figura 8.31a es presenta l'esquema d'un amplificador integrat basat en tecnologia CMOS. Observeu que no és més que un inversor CMOS, però polaritzat per una tensió positiva V_{DD} en el terminal superior i per una tensió V_{SS} (normalment negativa) en el terminal inferior. En el cas ideal, si ajustem les tensions d'alimentació i les geometries dels transistors, es podria aconseguir una corba de transferència entre l'entrada i la sortida com la indicada a la figura 8.31b, on s'observa que una tensió d'entrada nul·la produeix una tensió de sortida nul·la. Aquest és, precisament, el punt de repòs. Quan hi ha un increment de tensió a l'entrada es produeix un increment de signe contrari a la sortida. Es tracta, doncs, d'un amplificador inversor. El seu guany és la relació entre els increments d'entrada i sortida, és a dir, el pendent de la corba de transferència a l'origen. Observeu que si s'ignora el paràmetre de modulació de la longitud del canal, λ , en ambdós transistors, la part central de la característica de transferència seria vertical, i això portaria a un guany infinit. Per això no es pot ignorar aquest paràmetre.

8.6.2 Model de petit senyal del transistor MOS saturat

El model de petit senyal del transistor MOS (model incremental) es pot deduir a partir del model dinàmic del transistor. Si suposem que el transistor treballa a la regió de saturació, la font dependent I_d ve donada per

$$I_d = \frac{K}{2} \frac{W}{L} [v_{GS} - V_T]^2 \cdot (1 + \lambda v_{DS}) \quad (8.35)$$

El senyal $\Delta I_d(t)$, que se superposa al valor de polarització I_{dQ} és degut a les variacions de les tensions v_{GS} , v_{DS} i v_{BS} . L'efecte d'aquesta darrera es dóna a través de la variació de V_T amb la tensió entre substrat i sortidor. Si l'amplitud del senyal és petita, la relació entre aquests senyals es pot expressar mitjançant

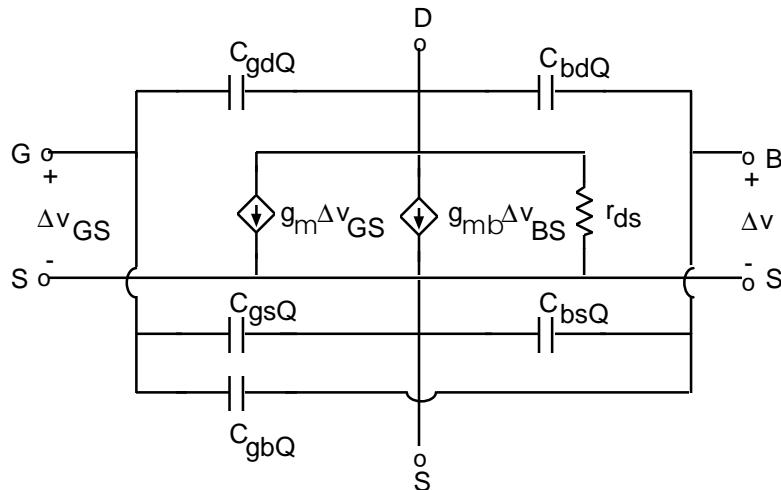


Figura 8.32 Model de petit senyal del transistor MOS

$$\Delta I_d = \frac{\partial I_d}{\partial v_{GS}} \Big|_Q \Delta v_{GS} + \frac{\partial I_d}{\partial v_{DS}} \Big|_Q \Delta v_{DS} + \frac{\partial I_d}{\partial v_{BS}} \Big|_Q \Delta v_{BS} \quad (8.36)$$

$$\Delta I_d = g_m \Delta v_{GS} + \frac{\Delta v_{DS}}{r_{ds}} + g_{mb} \Delta v_{BS}$$

Els valors dels tres paràmetres de petit senyal es calculen a partir de les expressions 8.35 i 8.36. Aquests valors són

$$g_m = \sqrt{2K \frac{W}{L} I_{DQ}} \quad (8.37)$$

$$r_{ds} = \frac{1/\lambda}{I_{DQ}} = \frac{1}{\lambda I_{DQ}}$$

$$g_{mb} = \eta g_m$$

$$\text{on } \eta = \frac{\gamma}{2\sqrt{2\phi - V_{BSQ}}}$$

Els condensadors del model dinàmic del transistor MOS prenen els valors corresponents al punt de treball en repòs. El seu circuit incremental en petit senyal és, doncs, el representat a la figura 8.32.

En baixa freqüència, els corrents que circulen per les capacitats del model anterior són negligibles, de manera que es poden aproximar per circuits oberts. Aleshores, el model de petit senyal del transistor MOS se simplifica en la forma representada a la figura 8.33.

El model de la figura 8.33 fins i tot se sol simplificar més quan s'utilitza per analitzar circuits amb "llapis i paper". Normalment l'efecte de la font $g_{mb}\Delta v_{BS}$ es pot ignorar perquè és molt menor que el de $g_m\Delta v_{GS}$. Tot i això, hi ha circuits en els quals la seva presència té efectes importants. També es pot ignorar r_{ds} en els circuits on les resistències que apareixen entre drenador i sortidor del model incremental del circuit són molt menors. En aquestes condicions, el circuit de petit senyal del transistor MOS simplificat és el representat a la figura 8.34, on es posa de manifest que es comporta, essencialment, com una font de corrent controlada per la tensió Δv_{GS} .

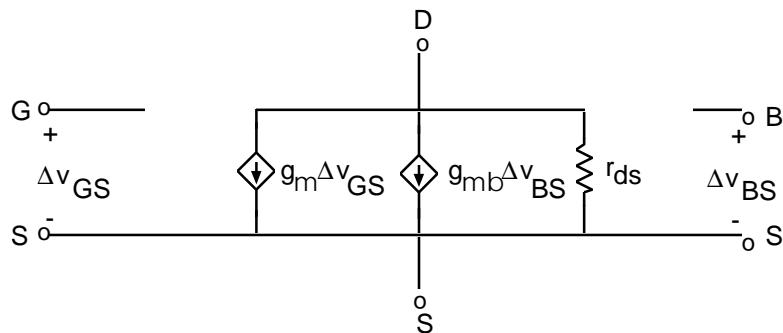


Figura 8.33 Model de petit senyal en baixa freqüència

L'anàlisi d'un amplificador amb transistor MOS es fa aplicant els mateixos conceptes que es van descriure a l'anàlisi de l'amplificador amb transistor bipolar. A l'exemple que es desenvolupa a continuació s'il·lustra aquesta anàlisi.

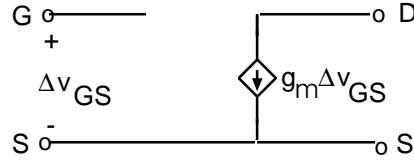


Figura 8.34 Model simplificat del transistor MOS en petit senyal

Exemple 8.13

Trobeu el guany de tensió de l'amplificador de la figura 8.30. Quins són els marges dinàmics de v_o que garanteixen que el transistor es manté a la regió de saturació? Per al transistor preneu $V_{TN} = 1$ V; $K_N = 20 \cdot 10^{-6}$ A/V²; $W/L = 10$; $\lambda_N = 0$. Considereu que $V_{DD} = 20$ V i les resistències $R_S = 5$ kΩ; $R_D = 10$ kΩ; $R_I = 45$ kΩ; $R_2 = 55$ kΩ i $R_g = 100$ Ω.

L'equivalent de Thévenin del circuit format per R_I , R_2 i V_{DD} proporciona un valor de $v_{GG} = 9$ V i $R_G = 25$ kΩ. L'anàlisi en contínua d'aquest amplificador (figura 8.30b) ja es va fer a l'exemple 8.4 (figura 8.12), i es van obtenir els resultats aproximats següents

$$V_{GSQ} = 4,12\text{V}; \quad V_{DSQ} = 5,4\text{ V}; \quad I_{DQ} = 0,97\text{ mA}$$

El paràmetre g_m de petit senyal d'aquest transistor en aquest punt de treball és

$$g_m = \sqrt{2K \frac{W}{L} I_{DQ}} = 6,2 \cdot 10^{-4} \Omega^{-1}$$

El paràmetre r_{ds} se suposa infinit ja que $\lambda_N = 0$. El guany de tensió és

$$\begin{aligned} \Delta v_o &= -R_D g_m \Delta v_{GS} \\ \Delta v_{GS} &= \Delta v_S \frac{R_G}{R_G + R_g} \\ G_v &= \frac{\Delta v_o}{\Delta v_S} = -R_D g_m \frac{R_G}{R_G + R_g} \end{aligned}$$

Si substituïm valors numèrics resulta $G_v = -6,2$.

Els marges dinàmics de v_o perquè el transistor es mantingui a la regió de saturació es poden calcular de la forma següent

La recta de càrrega en senyal és

$$\Delta i_D R_D + \Delta v_{DS} = 0 \Rightarrow (i_D - I_{DQ}) R_D + (v_{DS} - V_{DSQ}) = 0$$

El marge dinàmic fins al tall es troba immediatament prenent i_D nul a l'equació anterior. Resulta una variació de v_o de 9,7 V. El marge dinàmic de v_o fins que el transistor assoleixi la regió òhmica ve donat per la intersecció de la recta de càrrega en senyal amb la corba frontera entre les regions de saturació i òhmica

$$i_D = \frac{K}{2} \frac{W}{L} v_{DSsat}^2$$

Si substituïm la darrera expressió a l'anterior i operem, resulta $v_{DS} = 3,4$ V. La variació de la tensió de sortida és, per tant, de $5,4 - 3,4 = 2$ V.

Per consegüent, l'amplitud màxima d'un senyal simètric a la sortida seria de 2 V per tal de garantir que el transistor es manté a la regió de saturació.

Exercici 8.13

Elimineu el condensador de desacoblament de R_s i repetiu el càcul del guany del circuit anterior.

Solució: $G_v = -1,52$

Exemple 8.14

Considereu l'amplificador CMOS de la figura 8.31 amb $V_{DD} = -V_{SS} = 5$ V, i els paràmetres següents. Per al NMOS: $V_{TN} = 1$ V; $K_N = 20 \cdot 10^{-6}$ A/V²; $\lambda_N = 0,01$ V⁻¹. Per al PMOS: $V_{TP} = -1$ V; $K_P = 10 \cdot 10^{-6}$ A/V²; $\lambda_P = 0,02$ V⁻¹.

- a) Si la relació (W/L) del transistor NMOS val 1, quin ha de ser el valor d'aquest paràmetre en el PMOS perquè la característica de transferència passi per l'origen?
- b) Per al valor trobat de W/L , calculeu els paràmetres de petit senyal dels dos transistors.
- c) Calculeu el guany i la resistència de sortida de l'amplificador.

a) Si suposem que ambdós transistors treballen en saturació

$$I_N = \frac{K_N}{2} \left[\frac{W}{L} \right]_N (v_i - V_{SS} - V_{TN})^2 [1 + \lambda_N (v_o - V_{SS})]$$

$$I_P = \frac{K_P}{2} \left[\frac{W}{L} \right]_P (v_i - V_{DD} - V_{TP})^2 [1 - \lambda_P (v_o - V_{DD})]$$

Si igualarem ambdós corrents i forcem que, per a $v_i = 0$, sigui $v_o = 0$, resulta

$$\left[\frac{W}{L} \right] = 1,91$$

b) Si aplicuem 8.37 i ignorem g_{mb} , resulta

$$g_{mN} = 82 \cdot 10^{-6} \Omega^{-1} \quad r_{dN} = 595 k\Omega$$

$$g_{mP} = 80 \cdot 10^{-6} \Omega^{-1} \quad r_{dP} = 298 k\Omega$$

c) El circuit incremental de l'amplificador CMOS, que obtenim si substituem els transistors pels seus circuits equivalents, és l'indicat a la figura 8.35. El guany de l'amplificador és

$$G_v = -(g_{mN} + g_{mP})(r_{dN} \parallel r_{dP}) = -32$$

La resistència de sortida és

$$R_o = r_{dN} \parallel r_{dP} = 198\text{k}\Omega$$

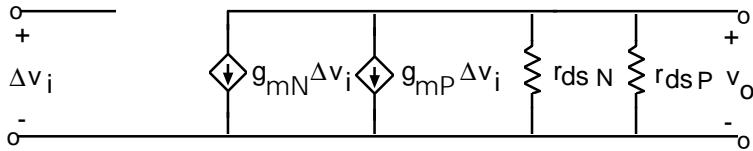


Figura 8.35 Circuit incremental de l'amplificador CMOS

Exercici 8.14

L'inversor NMOS de la figura 8.15 es vol utilitzar com a amplificador. Calculeu el seu guany si suposem que es polaritza a $V_{oQ} = V_{DD}/2$ mitjançant una tensió contínua aplicada a la seva entrada i superposada al senyal. Considereu els valors numèrics següents: Alimentació $V_{DD} = 25$ V. Per al MOS de buidatge, $V_T = -4$ V, $K = 20 \cdot 10^{-6}$ A/V², $W/L = 0,5$ i $\lambda = 0,01$ V⁻¹. Per al MOS d'acumulació, $V_T = 1$ V, $W/L = 2$ i els mateixos valors anteriors per a K i λ .

Solució $I_{DQ} = 7 \cdot 10^{-5}$ A; $G_v = -26,5$

8.7 Efectes de segon ordre en els transistors MOS

El model utilitzat per descriure el comportament del transistor MOS als paràgrafs precedents és el model més simple que s'utilitza. Tot i això, la correspondència entre el comportament del transistor i aquest model és limitada. Per aquesta raó, si les aplicacions que es consideren ho requereixen, cal utilitzar models més elaborats del transistor que s'ajustin amb més exactitud a les dades experimentals. Aquests models presenten, en contrapartida, una formulació més complexa. En aquest apartat es fa un comentari general sobre aquests models i es descriu l'operació del transistor a la regió subllindar (inversió feble).

8.7.1 Models més precisos dels transistors MOS

Els models del transistor MOS que presenten una correspondència més gran entre els valors predicts per les equacions i els mesurats experimentalment tenen una formulació diferent, tant del corrent del transistor MOS en funció de les tensions aplicades com de les seves capacitats, respecte de la descrita fins ara. Hi ha diverses formulacions més exactes, unes de caràcter més teòric i altres de naturalesa més empírica. Cada una té els seus avantatges i inconvenients, encara que totes són dificultoses per fer càlculs de circuits amb llapis i paper.

En general, aquests models soelen prendre en consideració la influència de les dimensions físiques del dispositiu (canal curt, canal estret, etc.) sobre els paràmetres elèctrics del circuit, com també la dependència del paràmetre K (transconductància) amb les tensions de porta i drenador.

8.7.2 Conducció a la regió d'inversió feble

Considereu un transistor NMOS d'acumulació. Quan v_{GS} és més gran que V_T es diu que el transistor treballa en inversió forta i condueix corrents significatius. Quan v_{GS} és menor que V_T (però positiva i propera a V_T) es diu que el transistor treballa en inversió feble. El corrent que circula en aquestes condicions és petit, encara que no nul. En el model de primer ordre desenvolupat als apartats anteriors se suposava que era zero; això no és exacte i pot induir a errors en algunes aplicacions.

Se suposa que les expressions dels corrents per a inversió forta són vàlides per a v_{GS} més gran o igual a $V_T + 2nV_t$, on V_t és la tensió tèrmica KT/q , simbolitzada en aquestes expressions amb el subíndex en minúscula per no confondre-la amb la tensió llindar V_T . Per a tensions menors, el transistor treballa a la regió d'inversió feble i el corrent de drenador es pot aproximar per

$$\begin{aligned} I_d &= I_{do} \frac{W}{L} e^{(v_{GS} - V_T)/nV_t} \\ I_{do} &= \frac{2K(nV_t)^2}{e^2} \end{aligned} \quad (8.38)$$

on K és el paràmetre transconductància del MOS, n representa una constant de valor entre 1 i 2, i e és la base dels logaritmes neperians.

8.8 Anàlisi de circuits amb transistors MOS utilitzant SPICE

El programa d'ordinador SPICE per a l'anàlisi de circuits també permet el càlcul de circuits amb transistors MOS. En aquest apartat es presenta com es modela un transistor MOS en SPICE i es donen alguns exemples d'anàlisi de circuits amb transistors MOS amb SPICE.

8.8.1 Model del transistor MOS en SPICE

El model del transistor MOS en el programa SPICE difereix de la filosofia seguida en el díode i en el transistor bipolar en dos aspectes. Un és que en comptes de construir un únic model complet, que es pot simplificar deixant de definir alguns paràmetres, l'usuari ha d'escol·lir entre models diferents per al transistor MOS. L'elecció del model s'especifica amb el paràmetre LEVEL. En aquest apartat només es detalla el model corresponent a LEVEL = 1, que és el model descrit en aquest capítol.

El segon aspecte diferenciador és la intervenció, en les equacions, de molts paràmetres de les característiques del semiconductor i dels processos seguits en la fabricació del transistor. Tot i això, en el model més simple, que es descriu a continuació, es pot definir quasi tot el model sense haver de declarar paràmetres relatius a l'estrucció física del transistor.

El model LEVEL = 1 de transistor MOS que utilitza SPICE és, bàsicament, el representat a la figura 8.5. Aquest circuit es pot completar, si es vol, amb cinc resistències: una resistència en sèrie amb els terminals de drenador, sortidor, porta i substrat, i una darrera resistència en paral·lel amb la font dependent I_d . El valor per defecte de les quatre primeres resistències és zero i el de la cinquena és infinit.

El corrent de la font dependent I_d es modela, en un transistor MOS de canal N, tal com s'ha descrit als apartats anteriors, que per comoditat es reproduceix a continuació:

$$\begin{aligned}
 & Si v_{GS} < V_T \quad I_d = 0 \\
 & Si v_{DS} < v_{GS} - V_T \quad I_d = K \frac{W}{L} \left[(v_{GS} - V_T) v_{DS} - \frac{v_{DS}^2}{2} \right] (1 + \lambda v_{DS}) \\
 & Si v_{DS} \geq v_{GS} - V_T \geq 0 \quad I_d = \frac{K}{2} \frac{W}{L} (v_{GS} - V_T)^2 \cdot (1 + \lambda v_{DS})
 \end{aligned} \tag{8.39}$$

Aquestes expressions són vàlides mentre v_{DS} sigui positiva. Quan aquesta tensió és negativa, el terminal de drenador es pren com a sortidor i el de sortidor com a drenador. La tensió V_T a les expressions anteriorss es calcula segons l'expressió 8.3.

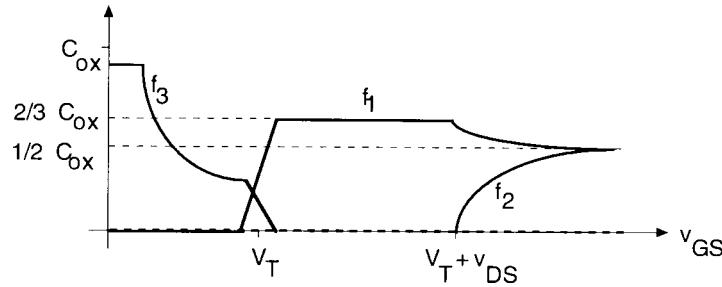


Figura 8.36 Variació de les funcions f_1 , f_2 , i f_3 amb les tensions

Els diòdols del circuit 8.5 s'aproximen pel seu model exponencial, amb un factor d'idealitat que pot definir l'usuari. El valor per defecte del corrent invers de saturació d'aquests diòdols és de 10^{-14} A.

Paràmetre	Valor per defecte
V_{TO}	1 V
K	$20 \mu\text{A} / \text{V}^2$
γ	0
2ϕ	0,6 V
λ	0
t_{ox}	0,1 μm
C_{GBO}	0
C_{GDO}	0
C_{GSO}	0

Taula 8.4 Paràmetres per defecte del transistor MOS en el model LEVEL = 1 de SPICE

Les capacitats es modelen segons les equacions 8.8 i 8.9. Les funcions f_1 , f_2 i f_3 varien amb les tensions aplicades d'una forma similar a la representada a la figura 8.34 i el programa les calcula internament.

Els valors per defecte que pren SPICE en el model que s'ha descrit es donen a la taula 8.4. El programa SPICE pren per defecte el model LEVEL = 1.

Els paràmetres que defineixen aquest model del transistor MOS també poden ser calculats pel programa SPICE a partir de magnituds relatives a l'estructura física del transistor. Així, per exemple, el paràmetre elèctric K pot ser calculat a través de l'expressió $K=\mu \cdot \epsilon_{ox} / t_{ox}$ si μ i t_{ox} s'introdueixen com a paràmetres físics. L'usuari pot escollir introduir les magnituds físiques del transistor (vegeu el capítol 10), o bé les magnituds elèctriques descrites abans, o bé una combinació d'ambdues. En cas de conflicte, el programa pren el valor del paràmetre elèctric entrat en comptes de calcular-lo a partir de les magnituds físiques.

8.8.2 Exemple d'anàlisi de circuits amb transistors MOS utilitzant SPICE

Com a il·lustració de l'ús de SPICE per analitzar circuits amb transistors MOS, s'analitza el retard de propagació d'un inversor NMOS amb càrrega capacitativa.

Exemple 8.15

Considereu l'inversor NMOS de la figura 8.15. Entre la sortida v_o i la massa es connecta un condensador C_L de valor 5 pF que simula una càrrega capacitativa paràsita. L'alimentació és $V_{DD} = 5$ V. El transistor de buidatge té una tensió llindar de -4 V, una longitud de canal d'1 μm i la seva amplària també és d'1 μm . El MOS d'acumulació té una tensió llindar d'1 V, una longitud de canal d'1 μm i la seva amplària és de 4 μm . El gruix de l'òxid de porta és de 600 Å per a tots els transistors. Es vol trobar el retard de propagació d'aquesta porta amb SPICE.

Per tal de disminuir aquest retard s'augmenten les amplàries dels transistors de l'inversor, i es manté la proporció 1 a 4. Quines haurien de ser les W dels transistors perquè el retard de propagació fos de l'ordre d'1 ns?

El fitxer d'entrada per a l'anàlisi del circuit és

```
ANÀLISI RETARDS INVERSOR NMOS
ML 3 2 2 0 MV W=1U L=1U
MI 2 1 0 0 MA W=4U L=1U
VDD 3 0 DC 5
VI 1 0 PULSE(0 5 10P 10P 10P 1000N 2000N)
CL 2 0 5P
.MODEL MV NMOS (LEVEL=1 VTO=-4 TOX=600E-10)
.MODEL MA NMOS(LEVEL=1 VTO=1 TOX=600E-10)
.TRAN 100N 3000N
.END
```

El resultat obtingut es mostra a la figura 8.35. Com es pot observar, el temps de commutació dominant es produeix quan la sortida fa la transició de nivell baix a nivell alt. El seu valor és d'uns 150 ns.

Per obtenir un temps de commutació de l'ordre d'1 ns, les amplàries dels transistors han de ser de 200 μm per al MOS de buidatge, i de 800 μm per al d'acumulació.

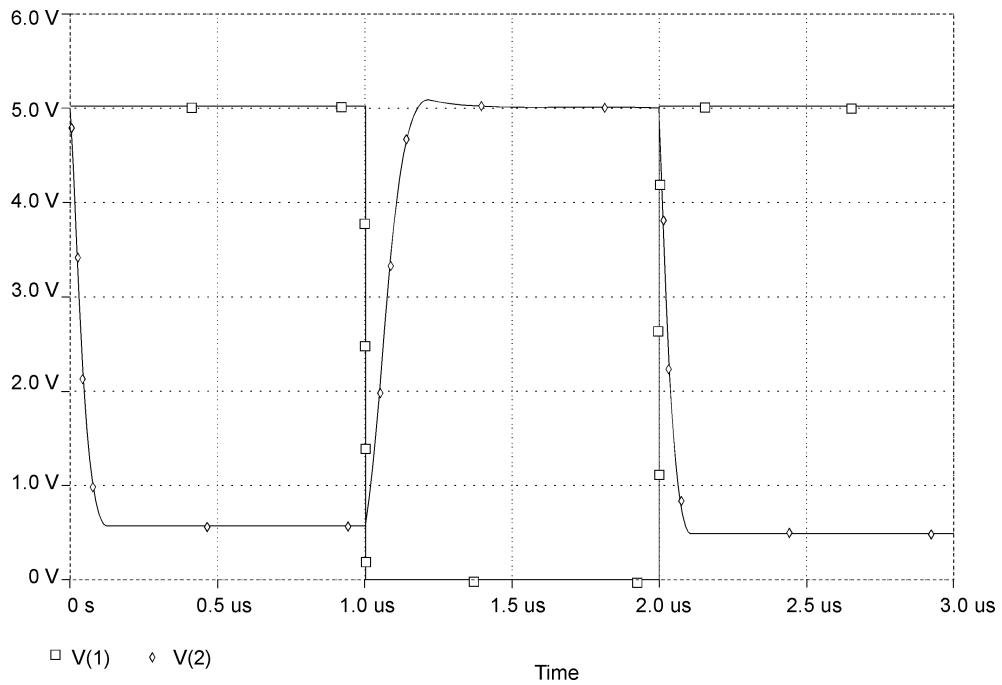


Figura 8.37 Transistoris de commutació a l'inversor NMOS

Exercici 8.15

Perquè el retard de propagació de l'inversor de l'exemple anterior fos de l'ordre d'1 ns, calia que els transistors tinguessin una amplària de porta molt gran. Aquesta característica provoca una gran capacitat d'entrada de l'inversor NMOS, ja que és proporcional a l'àrea de porta. Per aconseguir un retard de propagació petit també cal evitar que la càrrega de la capacitat d'entrada duri un temps excessiu. Per això s'utilitza una cadena de tres inversors en cascada. El primer té els transistors de grandària mínima ($L=1 \mu\text{m}$; $W=1 \mu\text{m}$ per al de buidatge, i $L=1 \mu\text{m}$; $W=4 \mu\text{m}$ per al d'acumulació), i l'últim inversor, el calculat a l'exemple anterior. Calculeu les amplàries dels transistors de l'inversor intermedi per aconseguir un temps de retard total de l'ordre d'1 ns.

Solució: $W_L = 10 \mu\text{m}$; $W_I = 40 \mu\text{m}$

Qüestions

- C8.1** Discutiu les semblances i les diferències que hi ha entre els transistors MOS i els bipolars.
- C8.2** Donat un transistor MOS de canal N, indiqueu quin efecte té sobre la seva tensió llindar el fet que sigui d'acumulació o de buidatge. Respongueu la mateixa qüestió per al cas d'un transistor de canal P.
- C8.3** Per què els terminals pels quals circula I_D s'anomenen drenador i sortidor? Discutiu en quines condicions són intercanviables i per què.
- C8.4** Raoneu físicament per què les tensions i els corrents en un transistor PMOS tenen signe contrari que les d'un transistor NMOS.
- C8.5** Indiqueu qualitativament com es veu modificat el valor de I_D per causa de l'efecte substrat.
- C8.6** Quines condicions han de complir V_{DS} i V_{GS} perquè un transistor MOS es comporti com una resistència (relació lineal entre V_{DS} i I_D). Demostreu-ho matemàticament a partir de les equacions del transistor MOS.
- C8.7** Quin és el valor ideal per a la resistència de pas R_{on} d'un transistor MOS que actua com a interruptor. Per què?
- C8.8** Actualment, els circuits digitals CMOS han desplaçat quasi completament els basats en tecnologia NMOS. Discutiu-ne els motius possibles.
- C8.9** Quina condició han de complir dos inversors CMOS perquè, connectats en cascada, la sortida del segon coincideixi amb l'entrada del primer?
- C8.10** En un circuit integrat CMOS, per motius tecnològics, els substrats dels transistors NMOS es connecten a l'alimentació negativa V_{SS} i els dels transistors PMOS es connecten a la positiva V_{DD} . Descriuixi quines restriccions imposa aquest fet a les tensions de drenador i sortidor dels transistors. Per què?
- C8.11** Discutiu les estratègies possibles que cal seguir per obtenir circuits digitals CMOS més ràpids.
- C8.12** En un circuit digital, les capacitats associades a les portes dels transistors MOS causen efectes no volguts a causa del retard que imposen a la propagació del senyal. Discutiu si és possible donar alguna utilitat a la capacitat de porta en un circuit digital.
- C8.13** Compareu les diferències entre els marges dinàmics d'un amplificador basat en un transistor MOS i un altre basat en un transistor bipolar.
- C8.14** Raoneu els motius pels quals els amplificadors basats en transistors MOS es polaritzen a la regió de saturació.
- C8.15** Raoneu els avantatges i els inconvenients d'utilitzar càrregues actives en el disseny d'un amplificador integrat basat en transistors MOS.

Problemes

- P8.1** Calculeu el corrent de drenador d'un transistor MOS d'acumulació de canal N que té un canal amb igual amplària que longitud. Dades: $K = 28 \mu\text{A}/\text{V}^2$, $V_T = 1 \text{ V}$, $V_{GS} = 10 \text{ V}$, $V_{DS} = 6 \text{ V}$
- P8.2** Dibuixeu les corbes característiques $I_D(V_{DS})$ del PMOS amb els paràmetres que es faciliten per als valors de V_{GS} (-4, -2, -1, 0, 1), en el rang de V_{DS} comprès entre 0 i -5 V. Dades: $K = 15 \mu\text{A}/\text{V}^2$, $V_T = -1.2 \text{ V}$.
- P8.3** Determineu, per a un transistor NMOS amb $V_T = 2 \text{ V}$ i $K \cdot (W/L) = 30 \mu\text{A}/\text{V}^2$, el valor del corrent I_d en els casos següents: a) $V_{GS} = 10 \text{ V}$ i $V_{DS} = 3 \text{ V}$ b) $V_{GS} = 10 \text{ V}$ i $V_{DS} = 10 \text{ V}$ c) $V_{GS} = 1 \text{ V}$ i $V_{DS} = 10 \text{ V}$
- P8.4** Calculeu, per a un transistor determinat NMOS, el valor del paràmetre γ que modela l'efecte substrat si quan $V_{BS} = -1.5 \text{ V}$, la tensió llindar és un 72 % més gran de com ho era quan $V_{BS} = 0$. Dades: $\phi_B = 0.25 \text{ V}$, $V_{TO} = 1 \text{ V}$
- P8.5** Donat el circuit de la figura P8.5 fet amb un transistor PMOS i les corbes característiques del transistor que s'indiquen, calculeu i representeu la resposta del circuit al senyal de la figura. Suposeu negligible l'efecte de totes les capacitats.

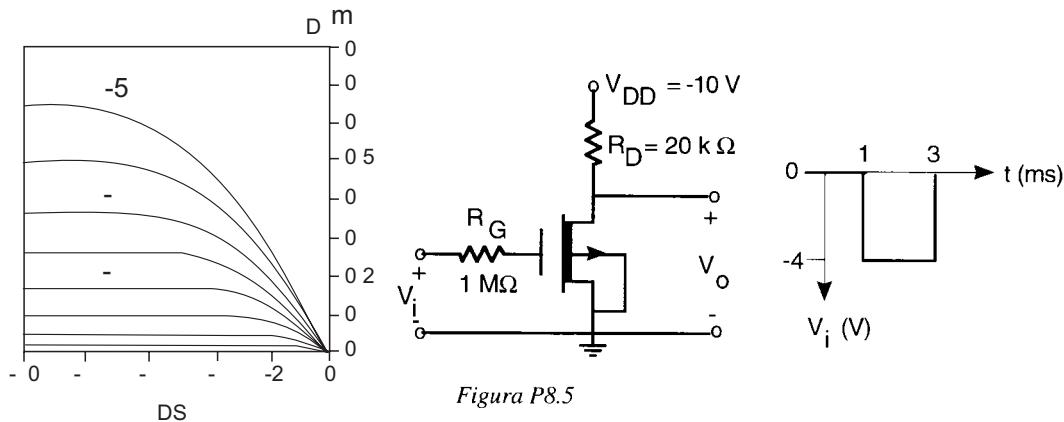
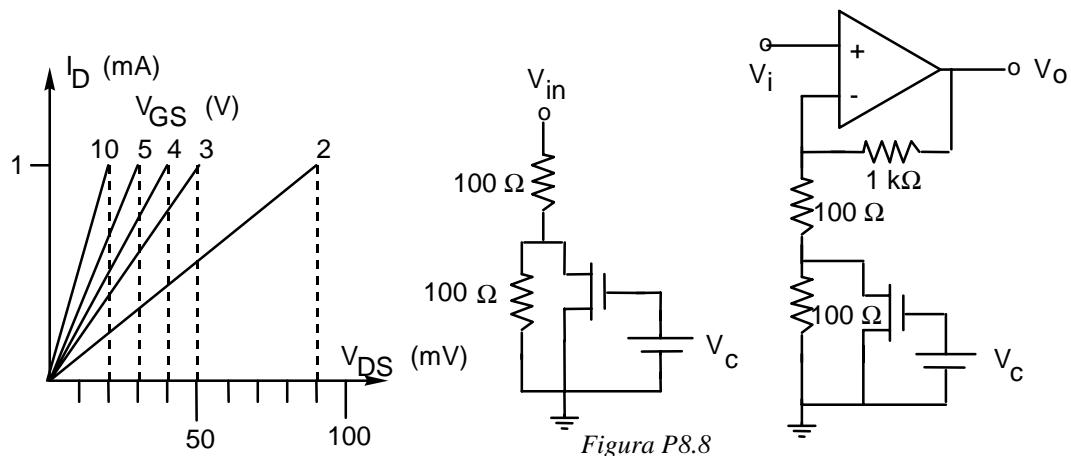


Figura P8.5

- P8.6** Escriviu les expressions del corrent de drenador d'un transistor MOS quan no es pot considerar negligible la influència del paràmetre de modulació de la longitud del canal.

- P8.7** Calculeu la capacitat C_{gs} d'un transistor MOS, en el qual $L = W = 2 \mu\text{m}$ i el gruix de l'òxid de porta és de 1.000 \AA , per a cadascun dels tres modes de funcionament del transistor (tall, saturació o lineal). Dades: $\epsilon_r \text{ } \text{òxid} = 3.9$, $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$
- P8.8** El gràfic de la figura P8.8 mostra la característica $I_D(V_{DS})$ d'un transistor MOS de canal N en zona òhmica ($V_{DS} \ll V_{GS} - V_T$) en funció del valor de V_{GS} . a) Determineu el valor de la resistència del canal R_{DS} quan V_{GS} val 2 V, 5 V i 10 V, respectivament. b) Amb el transistor MOS de l'apartat anterior construïm el circuit següent, on V_c és una tensió que pot variar entre 2 i 10 V. b.1) Calculeu els valors màxim i mínim de la resistència equivalent R_{eq} entre V_{in} i massa. b.2) Si V_{in} varia entre 0 i 0,3 V. Quin valor màxim pot assolir V_{DS} en el transistor MOS? Podem suposar que sempre es trobarà en zona lineal? c) Fem el circuit següent a partir del descrit a l'apartat anterior. Determineu el guany $G_v = V_o/V_i$ per a $V_c = 2 \text{ V}$ i per a $V_c = 10 \text{ V}$. Quina utilitat pot tenir aquest circuit?



- P8.9** Donat el circuit de polarització de la figura, calculeu el punt de treball del transistor I_{DQ} , V_{DSQ} . Dades: $R_2 = 800 \text{ k}\Omega$, $R_I = 400 \Omega$, $R_S = 200 \Omega$, $R_D = 200 \text{ k}\Omega$, $V_{DD} = 10 \text{ V}$, $W/L = 1$, $K = 20 \mu\text{A}/\text{V}^2$, $V_T = 2 \text{ V}$

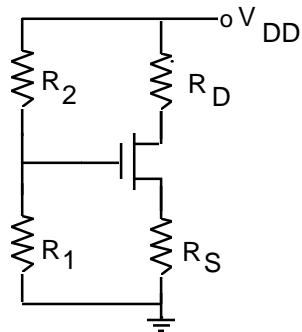


Figura P8.9

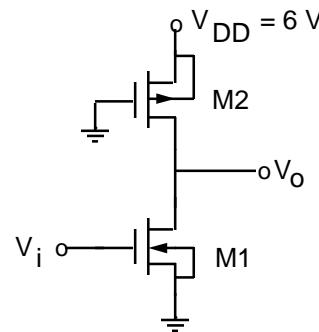


Figura P8.11

- P8.10** A l'inversor de la figura 8.9, compost per un transistor NMOS i una resistència, a) determineu el valor mínim de R_D que fa que el nivell baix a la sortida sigui inferior a 2 V quan $V_i = 5 \text{ V}$. b) Dibuixe la característica de transferència $V_o(V_i)$ per a aquest valor de R_D i indiqueu a quina regió de treball es troba el transistor per a cada valor de V_i . Dades: $V_{DD} = 5 \text{ V}$, $V_T = 1 \text{ V}$, $K = 20 \mu\text{A}/\text{V}^2$, $W/L = 2$.
- P8.11** El circuit de la figura P8.11 s'anomena inversor pseudo-NMOS perquè utilitza un transistor PMOS en lloc d'una càrrega de buidatge. Determineu el valor de V_o que obtindrem per als valors V_i : 0, 3 i 6 V en cadascun dels casos següents: a) $K_2 = K_1$. b) $K_2 = 0,1 \cdot K_1$ c) $K_2 = 0,01 \cdot K_1$. Preneu $V_{TN} = 1 \text{ V}$ i $V_{TP} = -1 \text{ V}$. Suposeu la mateixa W/L per als dos transistors.
- P8.12** Sigui la porta NMOS de la figura P8.12. a) Ompliu la taula següent amb valors exactes, sense considerar C_L . b) De quin tipus de porta es tracta? c) Calculeu el retard entre el 10 % i el 90 % de l'excursió de V_o quan es canvién les entrades des de $V_a = V_b = 0$ fins a $V_a = 0$, $V_b = 5$. Per fer el càlcul suposeu que un transistor que conduceix pot ser modelat mitjançant una resistència de valor mitjà. Dades: $K = 15 \mu\text{A}/\text{V}^2$, $V_{DD} = 5 \text{ V}$, $V_{T1} = V_{T2} = 1$, $V_{TL} = -4 \text{ V}$, $W_1 = W_2 = 6 \mu\text{m}$, $L_1 = L_2 = 3 \mu\text{m}$, $W_L = 4 \mu\text{m}$, $L_L = 8 \mu\text{m}$, $C_L = 1 \text{ pF}$.

$$R_{eq} \approx \frac{1}{2K \frac{W}{L} (V_{GS} - V_T)}$$

V_a (V)	V_b (V)	V_o (V)
0	0	
0	5	
5	0	
5	5	

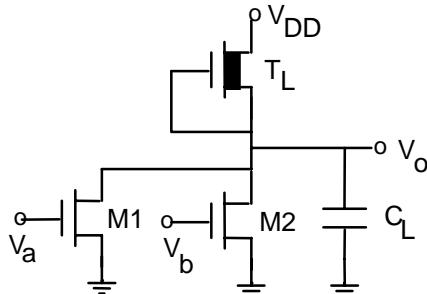


Figura P8.12

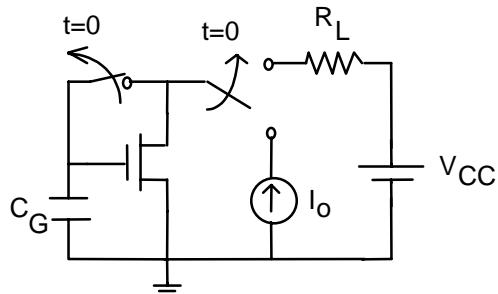


Figura P8.13

- P8.13** El circuit de la figura, basat en un transistor NMOS, s'anomena copiador de corrent. Mentre $t < 0$, emmagatzemava la informació del corrent I_o generada per la font de corrent per fer passar aquest mateix corrent I_o a través de R_L quan $t > 0$. a) Determineu la regió d'operació del transistor per a $t < 0$. b) Determineu també la tensió V_{GS} que s'assolirà en el condensador C_G , en règim permanent, en el mateix interval. c) Determineu quines restriccions ha de tenir R_L perquè el corrent que hi circula sigui I_o quan $t > 0$. Dades: $K = 20 \mu\text{A}/\text{V}^2$, $V_T = 0,8 \text{ V}$, $W/L = 2$, $I_o = 0,1 \text{ mA}$, $V_{DD} = 5 \text{ V}$. NOTA: Es pot afegir una resistència R_o , arbitràriament gran, en paral·lel amb la font I_o , per evitar l'incompliment del KCL quan $t > 0$.

- P8.14** El circuit de la figura P8.14, basat en transistors NMOS, fa una funció lògica que s'anomena NOR exclusiva (XNOR). Si considerem que els transistors es comporten com a interruptors, ompliu els valors de V_o a la taula adjunta. Suposeu que la resistència de pas dels transistors és molt inferior a R . Dades: $V_T = 1 \text{ V}$, $V_{DD} = 5 \text{ V}$

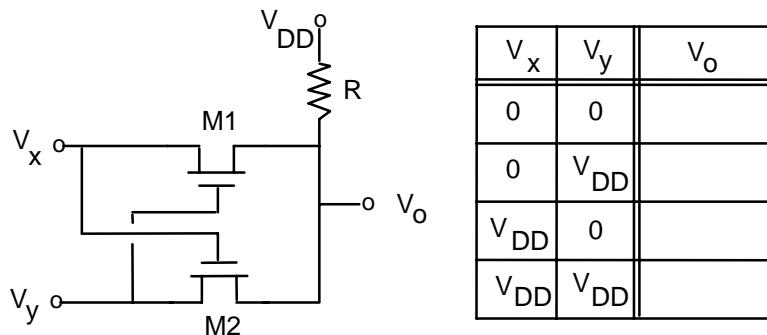


Figura P8.14

P8.15 Al circuit de la figura, si V_i és molt petita, el transistor NMOS actua com una resistència amb un valor que es pot aproximar mitjançant l'invers del pendent a l'origen de la característica $I_D(V_{GS})$. Determineu el valor que ha de tenir V_{GS} perquè $V_o = V_i/4$. Dades: $K = 25 \mu\text{A}/\text{V}^2$, $W/L = 2$, $V_T = 1 \text{ V}$.

P8.16 Es vol connectar un generador de senyal a una càrrega R_L . Per fer-ho, utilitzem un transistor MOS de canal N que es comporta com a interruptor, tal com s'indica al circuit de la figura P8.16. Suposem que quan el transistor conduceix ($V_c=10 \text{ V}$), el transistor es pot suposar equivalent a una certa resistència R_{on} , mentre que quan no conduceix ($V_c=0 \text{ V}$) el transistor equival a un condensador C_{ds} entre drenador i sortidor. *a)* Calculeu el valor de R_{on} (vegeu el problema 8.15) si supposeu $V_g \ll V_c$, i amb $W/L = 50$, $V_c = 10 \text{ V}$, $V_T = 1 \text{ V}$ i $K = 20 \mu\text{A}/\text{V}^2$ *b)* Observeu que quan l'interruptor es troba tancat, el conjunt R_s , R_{on} , R_L forma un divisor de tensió. Calculeu el valor mínim que ha de tenir W/L en el transistor de pas perquè la tensió a la càrrega difereixi en menys de l'1% de la que hi hauria si l'interruptor fos ideal *c)* Quan l'interruptor és obert, el transistor es pot modelar mitjançant un condensador C_{ds} que supposem de 20 pF. Calculeu quina és la tensió a la càrrega si a l'entrada tenim un senyal esglaó d'1 V d'amplitud, amb l'interruptor obert. Dades: $R_L = 100 \text{ k}\Omega$, $R_s = 50 \Omega$

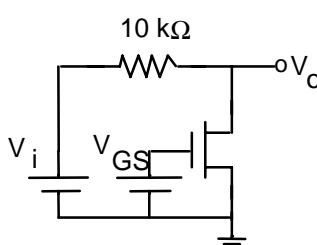


Figura P8.15

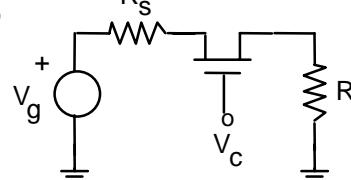


Figura P8.16

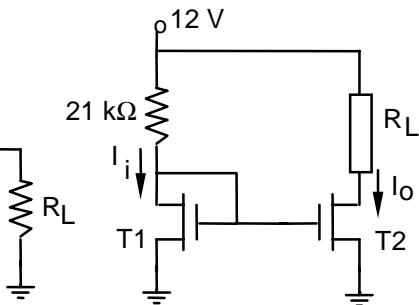


Figura P8.17

P8.17 El circuit de la figura s'anomena mirall de corrent. *a)* Si tenim en compte que tant T1 com T2 són transistors NMOS. Determineu la zona de funcionament de T1. *b)* Si supposem T1 i T2 iguals amb paràmetres $K(W/L) = 4 \text{ mA}/\text{V}^2$, $V_T = 1 \text{ V}$, calculeu el valor de I_i i I_o suposant que ambdós són a la mateixa regió d'operació. *c)* Trobeu els valors límit de la càrrega R_L per a que ambdós transistors es trobin en la mateixa regió d'operació. *d)* Trobeu el valor de I_o si T2 posseeix una relació W/L doble de la que té T1 *e)* Trobeu el circuit equivalent de petit senyal vist des de R_L si $\lambda = 0,02 \text{ V}^{-1}$

P8.18 Donada la porta següent, realitzada en tecnologia CMOS: *a)* Determineu quins transistors són NMOS i quins són PMOS. *b)* Ompliu la taula següent sense considerar C_L . *c)* Torneu a omplir la taula en el cas que tinguem una resistència de $50 \text{ k}\Omega$ connectada en paral·lel amb C_L . *d)* De quin tipus de porta es tracta? *e)* Calculeu el retard entre el 10 % i el 90 % de l'excursió de V_o quan es canvién les entrades des de $V_a = V_b = 5$ fins a $V_a = V_b = 0$. Per fer el càclul supposeu que un transistor que conduceix pot ser modelat mitjançant una resistència de la mateixa manera que es va fer al problema 8.12. Dades: $K_N = 20 \mu\text{A}/\text{V}^2$, $K_P = 10 \mu\text{A}/\text{V}^2$, $V_{TN} = 1$, $V_{TP} = -1,5$, $V_{DD} = 5 \text{ V}$, $W = 6 \mu\text{m}$, $L = 2 \mu\text{m}$ a tots els transistors.

$V_a (\text{V})$	$V_b (\text{V})$	$V_o (\text{V})$
0	0	
0	5	
5	0	
5	5	

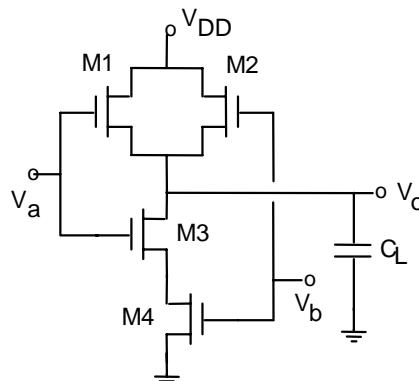


Figura P8.18

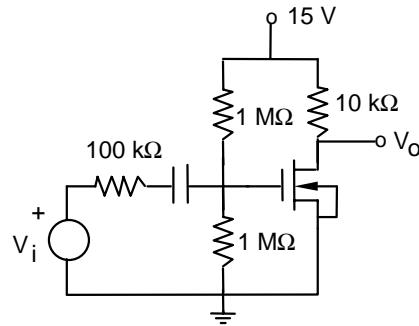


Figura P8.20

- P8.19** Donat un inversor CMOS, determineu el valor de la tensió d'inversió V_{inv} que compleix $V_{inv} = V_i = V_o$, és a dir, el punt de la característica de transferència $V_o(V_i)$ que interseca la bisectriu del primer quadrant. Expresseu aquest valor de V_{inv} en funció de β_N , β_P , V_{TN} , V_{TP} i V_{DD} , on

$$\beta_N = K_N \frac{W_N}{L_N} \quad \beta_P = K_P \frac{W_P}{L_P}$$

- P8.20** Considereu el circuit amplificador de la figura. *a*) Calculeu el punt de repòs del circuit. *b*) Calculeu g_m i r_{ds} del model de petit senyal del transistor. *c*) Calculeu els marges dinàmics de la tensió de sortida V_o . *d*) Dibuixeu el circuit de petit senyal i calculeu els paràmetres de l'amplificador: guany, resistència d'entrada i resistència de sortida. Dades: $V_T = 1$ V, $K = 20 \mu\text{A/V}^2$, $\lambda = 0,01 \text{ V}^{-1}$, $W/L = 1$.

- P8.21** Dissenyeu els valors de R_1 , R_2 , R_D i R_S d'una etapa d'amplificació basada en el circuit de la figura P8.21, de manera que compleixi les especificacions següents: $A = -1$, $Z_i = 15 \text{ k}\Omega$, per a una resistència de càrrega R_L d' $1 \text{ k}\Omega$. Com a informació addicional, sabem que el punt de treball és: $V_{GSQ} = 3$ V; $I_{DQ} = 7$ mA; $V_{DSQ} = 10$ V, i que el paràmetre g_m per a aquesta polarització és $g_m = 2,3 \cdot 10^{-3} \text{ A/V}$

- P8.22** Donat l' esquema de la figura P8.22, on la part puntejada correspon a la font de corrent del problema 8.17, amb el transistor MOS T3 de canal P en comptes de R_L : *a*) Calculeu el valor de V_i perquè $V_o = V_{DD}/2 = 6$ V amb els paràmetres del PMOS següents: T3 $K_P(W/L)_P = 4 \text{ mA/V}^2$, $V_{TP} = -1$ V, $\lambda = 0,02 \text{ V}^{-1}$. Si superposem a aquesta V_i un component sinusoïdal de petit senyal ΔV_i ; *b*) Trobeu el valor dels paràmetres de petit senyal de T3. *c*) Dibuixeu el model incremental de l'amplificador complet. És recomanable utilitzar el resultat de l'apartat *e* del problema 8.17. *d*) Determineu els paràmetres de l'amplificador: guany, resistència d'entrada i resistència de sortida.

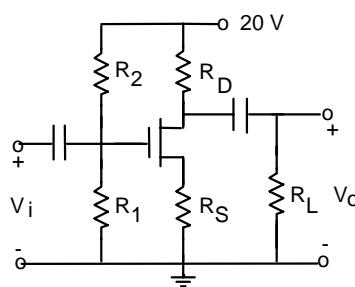


Figura P8.21

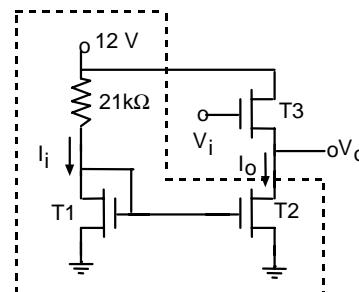


Figura P8.22

Capítol 9 Altres dispositius semiconductors

L'objectiu d'aquest capítol és presentar alguns dispositius semiconductors que, si bé no són d'ús tan general en l'electrònica actual com el díode i els transistors bipolars i MOS, s'utilitzen àmpliament en circuits electrònics de caràcter més específic. Aquests dispositius es presenten en tres blocs: dispositius optoelectrònics, dispositius utilitzats per a l'electrònica de potència i el transistor d'efecte de camp d'unió JFET.

9.1 Dispositius optoelectrònics

La llum és una radiació electromagnètica de la mateixa naturalesa que les ones de radiocomunicacions i els raigs X. El paràmetre que distingeix una radiació d'una altra és la seva freqüència o la seva longitud d'ona. L'ull humà és sensible a les radiacions electromagnètiques de longituds d'ona compreses entre 0,38 μm (violat) i 0,76 μm (vermell). Les ones electromagnètiques de longitud d'ona inferior a 0,38 μm formen l'anomenat espectre ultraviolat, mentre que les de longitud d'ona superior a 0,76 μm constitueixen l'espectre infraroig. La sensibilitat de l'ull humà és màxima a la longitud d'ona de 0,55 μm (verd) i disminueix a mesura que s'allunya d'aquest màxim en totes dues direccions.

L'optoelectrònica és la tècnica que tracta de la interacció entre la radiació lluminosa i el corrent elèctric en dispositius semiconductors. Els dispositius optoelectrònics cobreixen un ampli ventall de funcions. Uns generen senyals lluminosos a partir de senyals elèctrics, com el díode electroluminescent i el díode làser, o al revés, com el fotodiode i el fototransistor. La cèl·lula solar converteix l'energia lluminosa en energia elèctrica. Les longituds d'ona en què operen els dispositius optoelectrònics s'estenen des de l'infraroig a l'ultraviolat.

9.1.1 El díode electroluminescent (LED)

El díode electroluminescent, conegut també com LED (inicials de *Light Emitting Diode*), és un díode d'unió P-N que emet llum quan està polaritzat en directa. La intensitat de la llum emesa és aproximadament proporcional a la intensitat del corrent que travessa el díode. La longitud d'ona de la llum emesa (color) depèn del material amb què està fabricat el díode.

A la figura 9.1b es presenta un espectre típic de la llum emesa per un LED. Observeu que aquest espectre s'estén en un marge estret de longituds d'ona al voltant d'un màxim. A la figura 9.1c es presenta la intensitat emesa pel díode en funció de l'angle mesurat des del seu eix central. Observeu que quan la direcció des de la qual s'observa el díode forma un angle d'una mica més de 30° respecte a l'eix, la intensitat emesa és només el 50 % de l'emesa amb angle nul.

La comprensió del principi físic en què es basa l'emissió de llum pel díode exigeix un coneixement mínim del comportament dels semiconductors. La llum emesa es deu a "l'energia d'excés" que s'allibera en un procés de recombinació d'un parell electró-forat. Aquesta energia d'excés s'emet en forma de calor en alguns semiconductors com el silici, però en d'altres materials, com per exemple l'arseniür de gal·li,

s'allibera en forma de radiació electromagnètica. Remetem el lector interessat al capítol 10, on s'explica aquest fenomen físic.

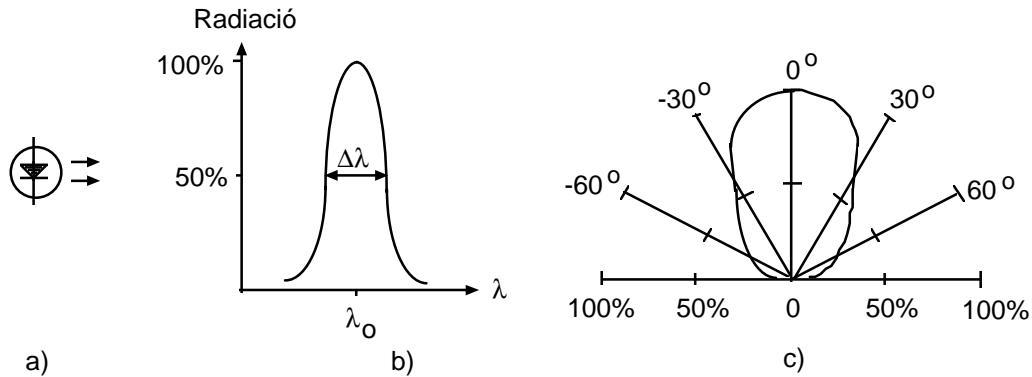


Figura 9.1 a) Símbol del LED. b) Espectre d'emissió del LED. c) Diagrama de radiació de l'emissió del LED

Una diferència important entre el LED i els diòdols normals de silici és la tensió llindar. Com que els materials que s'utilitzen per fabricar el LED són diferents del silici, la tensió llindar del diòde també és diferent. Mentre que per al silici la tensió llindar és d'uns 0,7 V, la tensió llindar dels LED sol variar entre 1,5 i 2,5 V, depenent del material utilitzat per a la fabricació del diòde.

El circuit típic per excitar el LED es compon de la connexió en sèrie d'una font d'alimentació, V_{DD} , una resistència, R_S , el LED i un interruptor (un transistor, per exemple). Quan l'interruptor és obert, no circula corrent pel LED, de manera que es manté apagat. Amb l'interruptor tancat, circula corrent pel diòde, de manera que emet llum. El corrent pel diòde és

$$i_D = \frac{V_{DD} - V_\gamma}{R_S} \quad (9.1)$$

Un valor típic de corrent per un LED per tal que s'il·luminï és d'uns 10 mA. Normalment la tensió inversa de ruptura d'aquest diòde és petita, i 5 V n'és un valor típic.

Un altre dispositiu emissor de llum és el *díode làser*. Es tracta d'un dispositiu similar al LED, però la radiació que emet presenta dues diferències importants. D'una banda, el seu espectre d'emissió és molt més estret, i pràcticament es redueix a una única longitud d'ona, de manera que diem que és una radiació monocromàtica. D'altra banda, les ones electromagnètiques emeses són en fase, propietat que s'anomena coherència.

9.1.2 El fotodiode

El fotodiode és un diòde d'unió PN en què es permet que la radiació lluminosa que incideix sobre ell penetri a l'interior del semiconductor. Aquesta radiació electromagnètica genera un corrent, i_L , que és proporcional a la intensitat d'aquesta radiació, que se suma al corrent normal del diòde. El corrent que circula pel fotodiode, i_{FD} , és

$$i_{FD} = I_S(e^{v_{FD}/V_T} - 1) - i_L \quad (9.2)$$

on I_S és el corrent invers de saturació del diode i v_{FD} és la tensió aplicada entre terminals del dispositiu. A la figura 9.2 es representa l'equació anterior per a valors diferents de i_L .

Si el fotodiode es polaritza amb una tensió inversa ($v_{FD} < 0$), el corrent pel diode és

$$i_{FD} = -I_S - i_L \equiv -i_L \quad (9.3)$$

sempre que $i_L \gg I_S$. El corrent pel diode és, per tant, aproximadament i_L , que és proporcional a la intensitat de la radiació lluminosa.

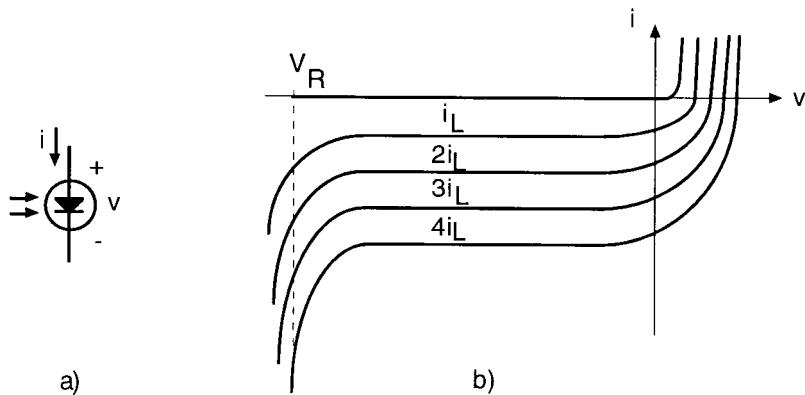


Figura 9.2 a) Símbol del fotodiode. b) Característica i-v d'un fotodiode per a diferents valors de i_L

Una característica important d'un fotodiode és la seva resposta espectral, és a dir, la gamma de longituds d'ona a les quals el fotodiode és sensible i ofereix senyal de sortida. Aquesta característica depèn del material amb què està fabricat el dispositiu. Es poden trobar fotodiodes que detecten radiació a l'espectre infraroig, a l'ultraviolat i en diversos marges de l'espectre visible. De manera semblant al que passava amb els LED, la sensibilitat del fotodiode depèn de l'angle d'incidència de la radiació amb el dispositiu.

Hi ha dues estructures importants de fotodiodes: els fotodiodes PIN i els APD. Els primers deuen el seu nom a la seva estructura: un semiconductor P, seguit d'un d'intrínsec (I) i llavors el semiconductor N (vegeu el capítol 10). Amb aquesta estructura s'aconsegueixen fotodiodes en què el retard del senyal elèctric respecte a l'òptica que l'ha generat és molt petit.

El fotodiode APD (de l'anglès *Avalanche Photo Diode*) opera a la regió de ruptura. Com es pot observar a la figura 9.2, si es treballa amb una tensió inversa fixa en aquesta regió s'aconsegueixen corrents més grans per a la mateixa il·luminació. Es diu que el diode presenta un "factor de multiplicació" del corrent fotogenerat, que pot ser de valor molt elevat.

9.1.3 La cèl·lula solar

La cèl·lula solar és un dispositiu que converteix l'energia de la radiació lluminosa que incideix sobre ella en energia elèctrica. Consisteix en un fotodiode que treballa en el quart quadrant. Observeu que la potència dissipada pel dispositiu és positiva en el primer i el tercer quadrants, però és negativa en el quart. Una potència dissipada negativa significa que el dispositiu lliura potència en lloc de consumir-la.

A la figura 9.3 es representa la característica i-v d'una cèl·lula solar i la potència que lliura en funció de la tensió entre els seus terminals. Es fa treballar la cèl·lula solar en el punt de la seva característica on la potència lliurada és màxima. La potència elèctrica que lliura, en aquest punt, és $I_M V_M$. El corrent que lliura quan es curtcircuiteuen els seus terminals ($V = 0$) s'anomena corrent de curt circuit de la cèl·lula, I_{SC} . La tensió que presenta entre els seus terminals quan es mantenen en circuit obert s'anomena tensió de circuit obert, V_{OC} . S'anomena factor de forma, FF, la relació següent

$$FF = \frac{I_M V_M}{I_{sc} V_{oc}} \quad (9.4)$$

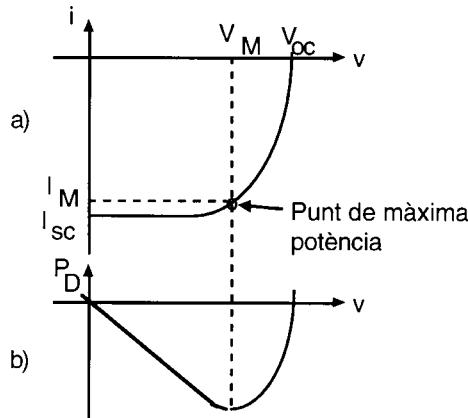


Figura 9.3 a) Característica i-v d'una cèl·lula solar. b) Potència lliurada en funció de la tensió

Un paràmetre important de la cèl·lula solar és el seu rendiment o eficiència de conversió, que és la relació entre la potència elèctrica que lliura i la potència lluminosa incident

$$\eta = \frac{P_{elec}}{P_{llum}} = \frac{I_M V_M}{P_{llum}} = \frac{I_{sc} V_{oc} FF}{P_{llum}} \quad (9.5)$$

La potència lluminosa incident procedent del Sol, a la superfície terrestre, és de l'ordre de 100 mW/cm^2 . Un valor típic d'eficiència de conversió a les cèl·lules actuals és el 15 %. Per tant, una cèl·lula solar pot proporcionar uns 15 mW/cm^2 d'energia elèctrica. Valors típics dels altres paràmetres en cèl·lules solars de silici són: $V_{OC} = 0,6 \text{ V}$; $I_{SC} = 30 \text{ mA/cm}^2$; $FF = 0,83$.

Per aconseguir uns valors pràctics de tensió elèctrica a través de cèl·lules solars se'n solen connectar diverses en sèrie. Si es connecten n en sèrie, el conjunt equival a una bateria que lliura un corrent I_M i una tensió $n \cdot V_M$. Aquest conjunt de cèl·lules interconnectades s'anomena *panell fotovoltaic*.

A la figura 9.4 es representa una cèl·lula solar. El contacte metàl·lic de la superfície il·luminada ha de permetre la penetració de la radiació solar. Per això té forma d'espina de peix. A les regions de la superfície on no hi ha metall es diposita una capa antireflex per evitar les pèrdues per reflexió a la superfície. La superfície posterior és completament metal·litzada. Entre ambdues superfícies es troba el dispositiu actiu, que consisteix en una unió PN d'un gruix total d'uns 0,3 mm.

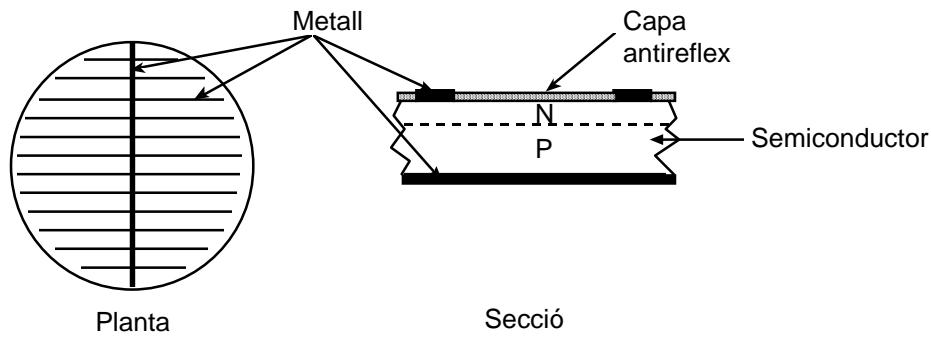


Figura 9.4 Estructura d'una cèl·lula solar

Exemple 9.1

Quina superfície de cèl·lules solars és necessària per alimentar un llum incandescent de 100 W durant quatre hores al dia? Suposeu que la radiació solar efectiva és de 100 mW/cm² durant quatre hores al dia i que l'eficiència de les cèl·lules és del 15 %.

El consum del llum és de (100 W) (4 h) (3.600 s/h), és a dir, $1,44 \cdot 10^6$ J.

La generació d'energia elèctrica per les cèl·lules és $(100 \cdot 10^{-3} \text{W/cm}^2)(0,15)(4 \text{ h})(3.600 \text{ s/h})$, és a dir, 216 J/cm^2 .

La superfície de cèl·lules necessària és $1,44 \cdot 10^6 / 216 \text{ cm}^2 = 6.667 \text{ cm}^2 = 0,67 \text{ m}^2$.

Exercici 9.1

Quina seria la potència elèctrica generada per un panell de 36 cèl·lules solars circulars de 10 cm de diàmetre? Suposeu una eficiència del 15 % i una il·luminació de 100 mW/cm².

Solució: 42 W

9.1.4 El fototransistor

El fototransistor és un transistor en el qual la radiació lluminosa penetra a l'interior de la unió base-col·lector, i provoca que el corrent de col·lector sigui proporcional a la intensitat de la radiació. El fototransistor, de vegades, no té terminal de base, de manera que $i_B = 0$.

Si suposem un transistor NPN i que la unió col·lectora és polaritzada en inversa, el model de transistor descrit al capítol 7 permet escriure

$$\begin{aligned} i_C &= \beta_F I_{se} (e^{v_{BE}/V_T} - 1) + \beta_R I_{sc} \\ i_B &= I_{se} (e^{v_{BE}/V_T} - 1) - I_{sc} \end{aligned} \quad (9.5)$$

on I_{se} i I_{sc} són els corrents inversos de saturació del model del transistor. Si igualem la segona equació a zero i substituïm a la primera, s'obté

$$i_C = (\beta_F + \beta_R)I_{sc} \quad (9.6)$$

En il·luminar la unió col·lectora, es genera un corrent i_L , proporcional a la intensitat de la radiació, que se suma a I_{SC} . El corrent de col·lector serà, per tant,

$$i_C = (\beta_F + \beta_R)(I_{sc} + i_L) = I_{fosc} + (\beta_F + \beta_R)i_L \cong (\beta_F + \beta_R)i_L \quad (9.7)$$

expressió que posa de manifest que el corrent de col·lector, si la il·luminació és prou intensa, és proporcional al corrent fotogenerat i, per tant, a la intensitat de la radiació incident. Observeu que, a diferència del fotodiode normal, el photocurrent i_L és multiplicat per un factor ($\beta_F + \beta_R$). Malgrat tot, l'avantatge d'aquesta autoamplificació està compensat per una resposta en freqüència pitjor i una linealitat pitjor que les que presenta el fotodiode PIN.

Són característiques específiques dels fototransistors la resposta espectral i el diagrama de radiació, similars a les del fotodiode, i el corrent fotogenerat per a una radiació incident donada. Un exemple representatiu de fototransistor és el BPX95C. Aquest transistor presenta un màxim de resposta espectral per a una longitud d'ona de 800 nm; un ample de banda de 400 nm per al 50 % del màxim; un angle de 20° entre direccions de meitat de sensibilitat i un corrent de col·lector d'uns 10 mA per a una il·luminació d'1 mW/cm² de radiació de 930 nm, si mantenim $V_{CE} = 5$ V. El corrent d'obscuritat del fototransistor és inferior a 100 nA. A la figura 9.5 es representa el símbol del fototransistor i les seves característiques de sortida en funció de la intensitat de la radiació incident, E.

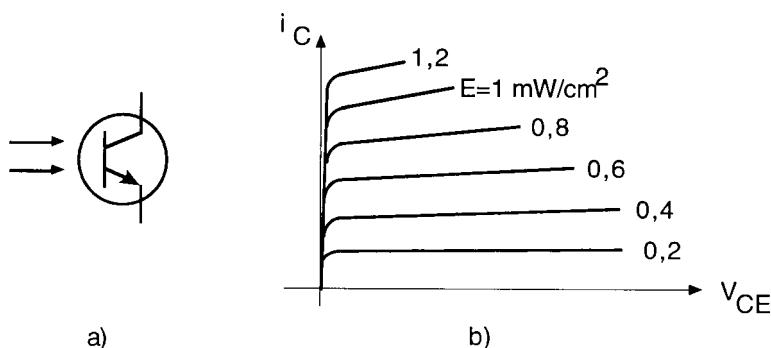


Figura 9.5 a) Símbol del fototransistor. b) Característiques de sortida

Un dispositiu comercial resultant de la combinació d'un emissor de llum i un fotodetector és el *parell optoacoblat*. Normalment consisteix en un LED i un fototransistor encapsulats conjuntament, tal com es mostra a la figura 9.6. El LED transmet el senyal al fototransistor per via lluminosa. La característica fonamental del conjunt és que el circuit del LED està elèctricament aïllat del circuit del fototransistor. Això permet transmetre el senyal entre circuits elèctricament aïllats i és molt útil per protegir circuits en aplicacions determinades.

Alguns paràmetres importants específics del parell optoacoblat són la tensió d'aïllament entre el circuit emissor i el receptor, que sol ser de l'ordre dels quilovolts, i la relació de transferència de corrent del parell, definida com el corrent de col·lector del fototransistor dividida pel corrent del LED. Valors típics d'aquesta magnitud són dins el marge de 0,1 a 0,5.

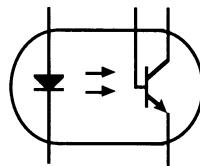


Figura 9.6 Parell optoacoblat

Exemple 9.2

El circuit de la figura 9.7 utilitza un optoacoblador per transmetre impulsos des de v_i a v_o . Trobeu R_1 i R_2 per tal que un impuls de 5 V a v_i doni un impuls de 5 V a v_o . Tingueu en compte que el corrent màxim pel LED és de 50 mA i la seva tensió llindar és de 2 V i que la relació de transferència de corrent de l'optoacoblador és de 0,1.

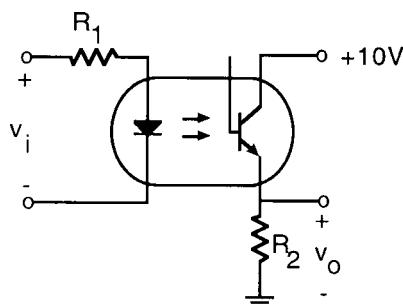


Figura 9.7 Circuit de l'exemple 9.2

Si prenem, per exemple, un corrent de 10 mA en el LED (inferior a la màxima permesa), per a $v_i = 5$ V, resulta

$$R_1 = \frac{5 - 2}{10 \cdot 10^{-3}} = 300\Omega$$

Quan el LED emet radiació, el corrent de col·lector del fototransistor és d'1 mA ($10\text{ mA} \cdot 0,1$). Per tenir una sortida de 5 V en v_o , cal que

$$R_2 = \frac{5}{1 \cdot 10^{-3}} = 5k\Omega$$

Exercici 9.2

Determineu el valor màxim de R_2 en el circuit de l'exemple anterior per tal que el transistor es mantingui a la regió activa quan pel LED circula un impuls de 10 mA. Suposeu $V_{CEsat} = 0,2$ V.

Solució:

$$R_2 = 9,8\text{ k}\Omega$$

9.2 Dispositius per a l'electrònica de potència

Per electrònica de potència s'entén la branca de la tecnologia electrònica que tracta de la transferència i el control de l'energia elèctrica, en lloc del processament del senyal elèctric. Per aquest motiu, els circuits i els dispositius de l'electrònica de potència soLEN operar amb tensions i corrents de valor elevat. Tensions de quilovolts i corrents de centenars d'amperes són típics en les aplicacions d'aquesta tecnologia. Dos grans camps d'aplicació de l'electrònica de potència són la conversió d'energia elèctrica (d'alterna a contínua, de contínua a contínua i de contínua a alterna) i el control de motors. Aquestes tècniques es troben en aplicacions que van des dels sistemes de calefacció i refrigeració d'ús domèstic fins al control de robots i compressors que es troben a la indústria.

Una primera classificació dels dispositius per a l'electrònica de potència permet agrupar-los en dos blocs: un, consistent en l'adaptació dels dispositius d'ús general per a aplicacions d'electrònica de potència (dòfodes, transistors bipolars i transistors MOS), i un altre, constituït per dispositius específics (tiristors, IGBT, etc.). Bàsicament tots ells operen en forma digital: en tall o en conducció. En l'estat de tall el corrent que els travessa és nul i, per tant, la potència que dissipen també és nul·la. En l'estat de conducció equivalen a un interruptor tancat i permeten el pas de corrents elevats. Per tal que la potència que dissipen en aquestes condicions sigui tolerable per al dispositiu, la caiguda de tensió entre els seus terminals ha de ser molt petita.

Les característiques especials que soLEN presentar els *dòfodes de potència* són una alta tensió de ruptura (fins a uns quants quilovolts), una petíssima resistència sèrie en directa, perquè els corrents intensos que els travessen (de fins a alguns quiloampères) produueixin una caiguda de tensió petita, i temps de commutació petits.

Els *transistors bipolars* que s'utilitzen com a dispositius d'electrònica de potència treballen en estat de tall o en saturació, on la tensió V_{CEsat} és molt petita (de l'ordre d'1 V). La variable de control d'aquest interruptor de potència és el corrent de base: si $I_B=0$ el transistor està en tall, mentre que si pren un valor elevat, porta el transistor a saturació. Aquests transistors poden suportar tensions V_{CE} molt elevades, sense entrar en la regió de ruptura, i corrents de col·lector molt intensos.

El guany de corrent β_F que presenten aquests transistors quan treballen amb corrents elevats sol ser petit, de l'ordre de 5 a 10. Per mantenir el transistor en saturació calen corrents de base elevats, ja que s'ha de complir que $I_B > I_C / \beta$. Per disminuir aquest corrent soLEN utilitzar-se configuracions Darlington amb dos o tres transistors encapsulats en un únic dispositiu (anomenades MD, de *monolithic Darlington*). Recordeu que en la configuració Darlington (vegeu l'exemple 7.17) els col·lectors dels transistors estan units entre si, mentre que l'emissor del primer transistor està connectat directament a la base del següent. La β_F del transistor equivalent del conjunt és aproximadament el producte de les β_F dels transistors individuals.

Els *transistors MOS de potència* treballen en estat de tall, quan $V_{GS} < V_T$, o bé a la regió òhmica, quan V_{GS} és prou gran. En aquestes condicions, el transistor equival a la resistència R_{DSOn} . El valor d'aquesta resistència en els transistors MOS de potència és molt petit, per tal que el corrent, que pot assolir els 100 A, produueix una caiguda de tensió petita. La tensió V_{DS} pot prendre valors molt alts (fins a 1.000 V) abans que el transistor entri en ruptura. El transistor MOS actua com un interruptor controlat per la tensió V_{GS} .

A diferència dels transistors, els *tiristors* no requereixen mantenir la variable de control en un valor alt (I_B en els bipolars o V_{GS} en els MOS) per tenir l'interruptor tancat. N'hi ha prou a injectar un impuls de corrent pel terminal de control per fer que el dispositiu passi de l'estat de tall a l'estat de conducció i s'hi mantingui. Així mateix, mentre que els transistors treballen amb tensions unipolars, els tiristors admeten una tensió inversa entre els seus terminals mantenint-se en estat de tall. Als apartats següents es descriuen els principals tiristors.

A la figura 9.8 es presenten les característiques idealitzades dels principals dispositius de potència. La característica del dòfode correspon a la del dòfode ideal ja que la tensió en conducció és molt petita respecte a

les presents al circuit. Les característiques del transistor bipolar i MOS es representen a 9.8b. L'estat de tall és el semieix positiu d'abscisses ($v_{AK} = v_{CE} > 0$ per al bipolar o $v_{AK} = v_{DS} > 0$ per al MOS) i l'estat de conducció el semieix positiu d'ordenades ($i_C > 0$ o $i_D > 0$). El pas de l'estat de tall al de conducció és bidireccional i controlat per la variable de control (I_B o V_{GS}). La característica idealitzada del tiristor és la que es presenta a 9.8c. L'estat de tall és l'eix d'abscisses, tant per a tensions v_{AK} positives com negatives. L'estat de conducció és el semieix positiu d'ordenades (el tiristor és unidireccional per al pas de corrent, a excepció del triac, que es comenta més endavant). Només és possible el pas d'estat de tall a estat de conducció per a v_{AK} positives, i no és possible el pas en el sentit contrari, tal com s'explica a l'apartat següent.

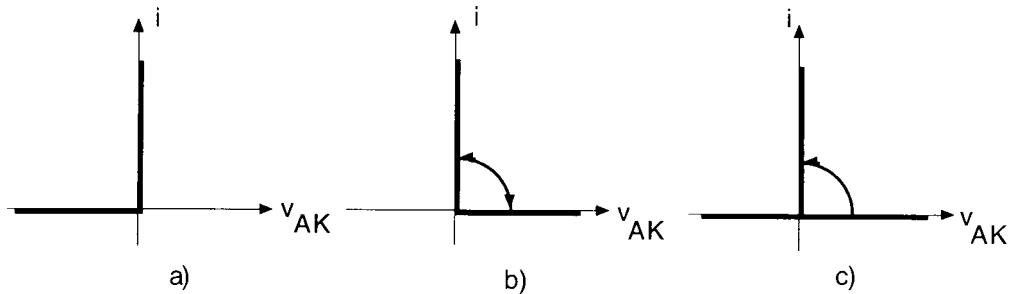


Figura 9.8 Característiques idealitzades de: a) Díode. b) Transistors de potència. c) Tiristors

Dispositiu	Potència controlable	Velocitat de commutació
Transistor MOS	Baixa	Alta
Transistor bipolar	Mitjana	Mitjana
Tiristor	Alta	Baixa

Taula 9.1 Comportament dels principals dispositius de potència

A la taula 9.1 es presenta una comparació dels diversos dispositius de potència respecte de la potència controlable i la seva velocitat de commutació. Els tiristors són els que poden controlar potències més grans, però són els més lents. Els transistors MOS són els que tenen menys capacitat de treballar a alta potència però són els més ràpids. Els transistors bipolars presenten una posició intermèdia en ambdós aspectes.

9.2.1 El rectificador controlat de silici (SCR)

El rectificador controlat de silici, també anomenat SCR (inicials de *Silicon Controlled Rectifier*), és el membre més conegut de la família dels tiristors, i de vegades s'anomena tiristor. El seu símbol, estructura física simplificada i corbes característiques es representen a la figura 9.9.

Com es pot observar a les corbes característiques, el SCR impedeix el pas de corrent quan v_{AK} és negativa, si no és que aquesta supera la tensió de ruptura inversa V_{RM} . Quan s'aplica una tensió v_{AK} positiva i el corrent de porta I_G és nul, el SCR també impedeix el pas de corrent fins que v_{AK} assoleix la tensió de ruptura directa V_{DM} . Quan s'arriba a aquesta tensió, el SCR fa una transició a l'estat de conducció, en què permet el pas d'un corrent elevat en el sentit d'ànode a càtode, i manté entre els seus terminals una caiguda de tensió petita, de l'ordre d'1 V. Quan s'injecta un corrent I_G per la seva porta, la tensió directa necessària per passar a l'estat de conducció disminueix, i aquesta disminució és més gran com més gran és I_G .

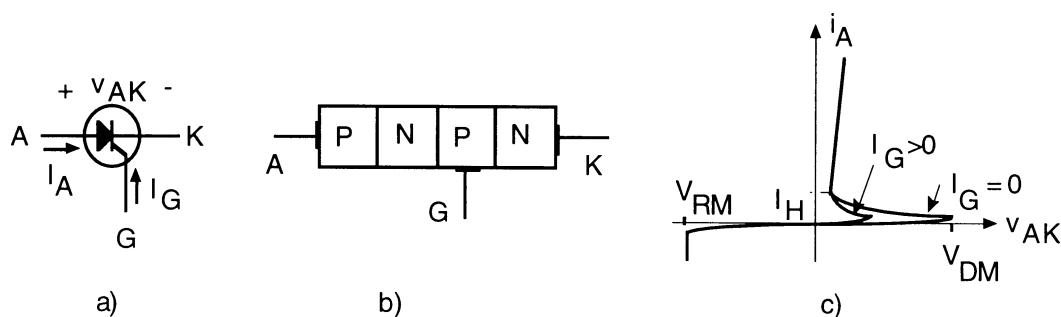


Figura 9.9 a) Símbol del SCR. b) Estructura física simplificada. c) Corbes característiques

Quan el SCR ja ha fet la transició a l'estat de conducció, hi roman encara que s'anuli el corrent I_G . Només torna a l'estat de tall si el corrent que circula de l'ànode al càtode es fa menor que un valor crític anomenat corrent de manteniment I_H . Per aquesta raó, es diu que és el circuit el que força la transició del tiristor de conducció a tall.

El comportament físic d'aquest dispositiu es pot entendre a través de l'analogia de dos transistors. Observeu que l'estructura de quatre capes PNPN es pot descompondre en dos transistors bipolars, un PNP i un altre NPN, connectats l'un amb l'altre, tal com s'indica a la figura 9.10. Quan la tensió v_{AK} és positiva, la unió emissora del PNP i la unió emissora del NPN estan polaritzades en directa, mentre que la unió col·lectora (unió central) ho està en inversa. Per tant, els transistors estan polaritzats a la regió activa.

Suposeu inicialment que el corrent I_A sigui nul i que també ho sigui I_G . En aquestes condicions, els dos transistors estan en tall ja que tots els corrents són nuls. És un estat estable.

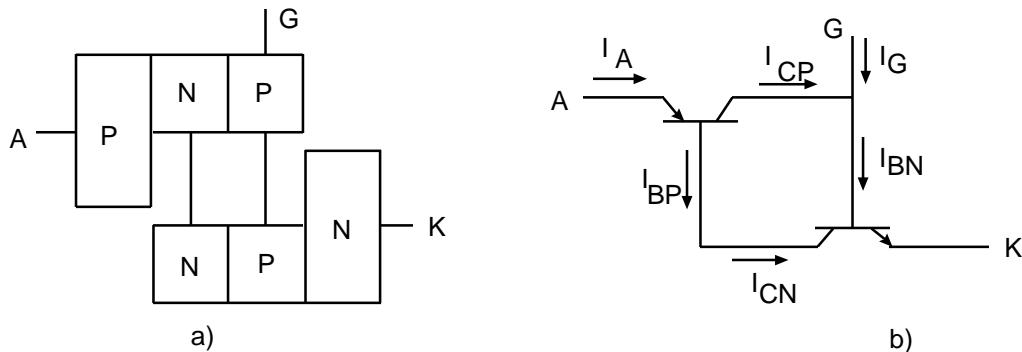


Figura 9.10 a) Descomposició del tiristor en dos transistors. b) Circuit equivalent

Suposeu ara que, per algun motiu, hi ha un corrent de base del NPN, I_{BN} , no nul. Com que els transistors estan en activa, el corrent de col·lecto del NPN, I_{CN} , augmenta, i com que coincideix amb el de base del transistor PNP, I_{BP} , provoca un augment del corrent I_{CP} . Per tant, un augment de I_{BN} provoca, a través del llaç tancat dels dos transistors, el seu propi augment. Es diu que hi ha una *realimentació positiva*. Aquesta realimentació pot provocar que els corrents pels dos transistors augmentin indefinidament i que el tiristor

entri en estat de saturació. En aquest estat, les tres unions estan polaritzades en directa, i la caiguda de tensió total del tiristor equival a la d'una unió PN en directa (uns 0,7 V), ja que les tensions de les altres dues unions es neutralitzen mútuament.

Aquest mecanisme de realimentació pot ser estudiat quantitativament si substituïm els transistors de la figura 9.10b pels seus circuits equivalents i calculem el valor de I_A . Si es negligeix l'aportació de $\beta_R I_{cb}$ davant de la de $\beta_F I_{eb}$ en ambdós transistors, com que la unió col·lectora és polaritzada inversament, resulta

$$I_A = \frac{(\beta_{FN} + 1)I_{sc} + \beta_{FN} I_G}{1 - \beta_{FN} \beta_{FP}} \quad (9.8)$$

Recordeu que, en un transistor bipolar, β_F pren valors petits quan I_C és petit (vegeu la figura 7.13b). En un tiristor en estat de tall, el corrent és pràcticament nul i el producte $\beta_{FN} \beta_{FP}$ és molt menor que la unitat, per això I_A (vegeu 9.8) és pràcticament nul si I_G ho és. Malgrat això, si I_A augmenta, sigui perquè s'injecta un corrent I_G , sigui perquè I_{SC} augmenta perquè la unió central entra a la seva regió de ruptura, els valors de β_{FN} i de β_{FP} augmentaran i, quan el seu producte tendeix a la unitat, l'expressió 9.8 mostra que I_A creix indefinidament. Aquest creixement de I_A provoca que els dos transistors entrin a la regió de saturació. Una vegada en saturació, els corrents es mantenen elevats i els valors de β_{FN} i β_{FP} són suficients perquè I_A tendeixi a infinit encara que I_G s'anul·li i I_{SC} prengui un valor petit.

La transició d'un SCR a l'estat de conducció pot ser degut a dos motius. Si I_G és nul, l'inici de la realimentació positiva el produeix el creixement de I_{SC} pel fet que la unió central inicia la ruptura. Això es produeix per a una tensió v_{AK} igual a V_{DM} . Si s'injecta un corrent I_G , la condició $\beta_{FN} \beta_{FP} = 1$ es dóna per a un valor menor de la polarització inversa de la unió central del tiristor, és a dir de v_{AK} , pel fet que I_G produeix l'augment dels corrents que fan augmentar les β_F dels dos transistors.

Els tiristors solen presentar un mecanisme de disparament no volgut, a causa d'un valor excessiu de dv_{AK}/dt . L'origen d'aquest mecanisme està en les capacitats paràsites associades al dispositiu. El corrent de càrrega del condensador paràsit, semblant al present en un diòde, seria

$$i_C = C \frac{dv_{AK}}{dt} \quad (9.9)$$

El corrent i_C pot desencadenar un procés de realimentació positiva semblant al desencadenat pel corrent I_G . Els fabricants de dispositius solen proporcionar el valor de dv_{AK}/dt per al qual s'inicia aquest procés no volgut de disparament. Un valor típic és de 100 V/ μ s.

Una altra limitació que presenten els tiristors és el valor màxim permès a dI_A/dt . Si el corrent I_A creix massa de pressa en la transició a l'estat de conducció, el corrent es pot concentrar en àrees molt petites a l'interior del dispositiu, que es poden malmetre de forma irreversible. Un valor típic d'aquesta limitació és de 100 A/ μ s.

Per evitar els inconvenients produïts per un creixement excessiu de v_{AK} , se sol disposar d'un circuit de protecció en paral·lel amb el tiristor, tal com s'indica a la figura 9.11a. Quan v_{AK} augmenta, el condensador C es carrega a través del diòde. Encara que aquest corrent de càrrega sigui elevat, el creixement de v_{AK} es manté petit ja que el condensador impedeix un canvi abrupte de la tensió en els seus borns i la caiguda de tensió en el diòde és petita. Quan el tiristor passa a l'estat de conducció, la tensió entre els seus terminals disminueix abruptament. Aleshores, el condensador C es descarrega a través del tiristor i la resistència R, la qual limita el corrent de descàrrega de C i impedeix un valor elevat de dI_A/dt .

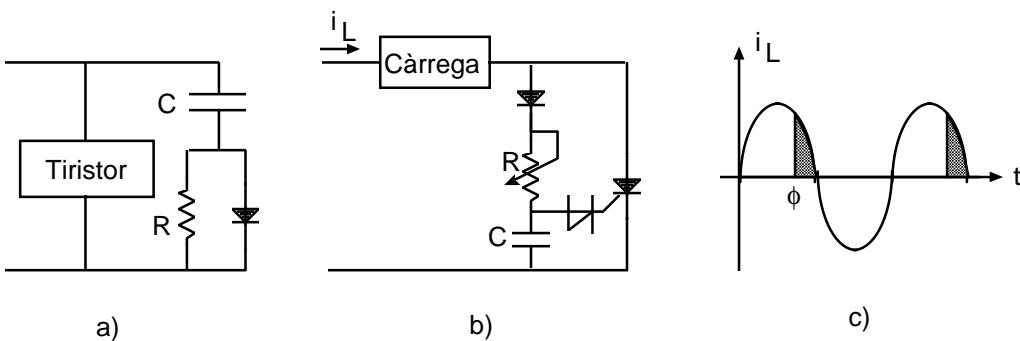


Figura 9.11 a) Circuit de protecció del tiristor. b) Circuit rectificador amb control de fase. c) Forma d'ona del corrent a la càrrega en el circuit 9.11b

Si es treu el terminal de porta G del SCR, queda un dispositiu de dos terminals que s'anomena *díode Shockley*. La seva característica $i-v$ coincideix amb la del SCR per a I_G nul. El seu símbol és el que podem veure al circuit de la figura 9.11b entre el punt intermedi de C i R i la porta G del SCR. Se sol utilitzar en sèrie amb la porta del SCR per bloquejar el pas de corrent mentre la tensió a G sigui inferior a V_{DM} d'aquest díode, i per produir un impuls fort de corrent I_G quan la tensió iguala o supera aquest valor.

El funcionament del circuit 9.11b és el següent. Suposeu que el circuit és excitat amb una tensió sinusoïdal i que, a l'instant inicial, aquesta tensió és nul·la i el SCR és en estat de tall. Quan la tensió sinusoïdal augmenta, el corrent per la càrrega serà nul ja que el SCR equival a un circuit obert i el valor de la resistència variable és prou elevat perquè el corrent que el travessa sigui insignificant. En aquestes condicions circularà un corrent pel díode que anirà carregant el condensador C. Quan la tensió a C superi la tensió V_{DM} del díode Shockley, aquest farà la transició a l'estat de conducció, la tensió entre els seus terminals disminuirà abruptament, i el condensador es descarregarà ràpidament de manera que generarà un impuls intens a I_G , que forçarà la transició a conducció del SCR. A partir d'aquest moment, el SCR equivaldrà a un curt circuit que permetrà que tota la tensió sinusoïdal s'apliqui a la càrrega.

Quan la tensió sinusoïdal torni a passar per zero, el corrent pel SCR s'anul·larà i provocarà el seu pas a l'estat de tall. Recordeu que, per portar al tall un SCR, el corrent ha de ser inferior a I_H . Durant el semicicle negatiu de la tensió sinusoïdal, el SCR roman en estat de tall (se suposa que l'amplitud de la sinusoide és inferior a V_{RM}). En el semicicle positiu es repeteix el comportament anterior. La forma d'ona resultant és la indicada a la figura 9.11c. L'angle d'"engegada" ϕ del SCR es pot controlar a través de la resistència R. Si es disminueix el seu valor, augmenta el corrent que carrega C i aquest arriba abans a la tensió de disparament del SCR. D'aquesta forma es controla el valor mitjà del corrent lliurat a la càrrega.

Exemple 9.3

Dissenyeu el circuit de la figura 9.11b per tal que pugui rectificar una tensió sinusoïdal de 220 V_{ef} d'amplitud i 50 Hz , amb un control de l'angle de fase des de 0° a 180° , si la càrrega efectiva és de $10\text{ }\Omega$.

El SCR haurà de tenir unes tensions de ruptura directa i inversa superiors a $220 \cdot \sqrt{2} = 300\text{ V} = 311\text{ V}$. Ha de poder suportar un corrent de pic repetitiu de $31,1\text{ A}$ ($311\text{ V}/10\text{ }\Omega$) i un corrent mitjà d'uns 10 A , ja que el valor mitjà és V_p/π , on V_p és l'amplitud.

Suposeu que el díode Shockley té una tensió de ruptura directa de 15 V . L'impuls de corrent a la porta del SCR s'originarà quan la tensió en borns del condensador assoleixi una tensió una mica superior a 15 V .

Suposeu també que aquest corrent de porta ha de ser de l'ordre de 30 mA i ha de durar, com a mínim, 20 μ s. Perquè el condensador pugui lliurar aquest corrent ha de tenir un valor mínim de

$$C > \frac{q}{v_c} = \frac{30 \cdot 10^{-3} \cdot 20 \cdot 10^{-6}}{15} = 40 \text{nF}$$

Suposeu que s'escull un valor de 100 nF. El problema restant consisteix a escollir la resistència variable que sigui capaç de carregar aquest condensador a 15 V a partir d'un senyal sinusoidal, des d'un temps pràcticament nul fins a més de 10 ms. Evidentment la càrrega ràpida serà per al valor mínim de la resistència variable, mentre que la càrrega més lenta serà per al seu valor màxim.

La tensió en borns del condensador es pot aproximar de la forma següent

$$v_c = \frac{\int_0^t dt(v_i - v_c)/R}{C} \equiv \frac{1}{RC} \int_0^t v_i dt = \frac{1}{RC} \int_0^t V_p \sin(\omega t) dt$$

ja que V_p val 311 V i v_C , com màxim, 15 V. La resolució d'aquesta integral porta a

$$v_c \equiv \frac{V_p}{\omega RC} [1 - \cos(\omega t)]$$

Com que es vol que v_C valgui 15 V quan l'angle del cosinus sigui 180° , resulta

$$15 = \frac{V_p}{RC\omega} (2) \Rightarrow R \equiv 1,3 M\Omega$$

És a dir, amb una resistència variable de valor màxim 1,3 M Ω es pot aconseguir que el condensador es carregui a 15 V quan l'angle de la sinusoida és de 180° .

Exercici 9.3

Descriuïu el comportament del circuit de la figura 9.12, on la "càrrega" representa la resistència efectiva d'una alarma.

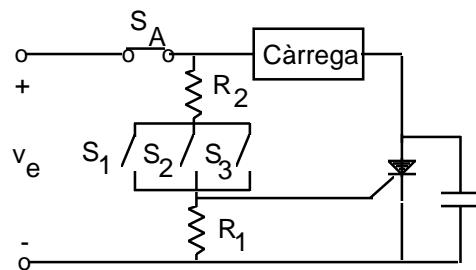


Figura 9.12 Circuit de l'exercici 9.3

Solució: Quan s'acciona S_1 , S_2 o S_3 s'activa l'alarma, i es manté activada encara que l'interruptor es torni a obrir. Només es desactiva l'alarma si es talla l'alimentació, obrint l'interruptor S_A .

9.2.2 El triac

El triac és un tiristor bidireccional de tres terminals. Permet el pas de corrent del terminal A1 al A2 i a l'inrevés, i pot ser disparat amb tensions de porta d'ambdós signes. Bàsicament equival a dos SCR oposats i acoblats lateralment, amb una regió de porta propera a un dels dos terminals. La seva estructura esquemàtica es representa a la figura 9.13b.

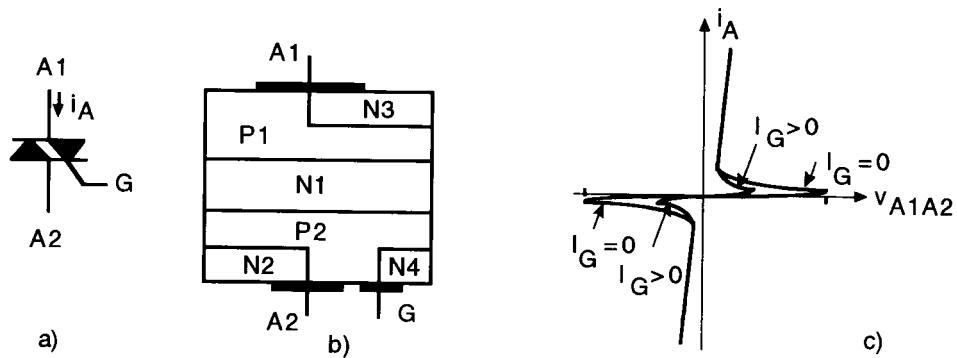


Figura 9.13 a) Símbol. b) Estructura física simplificada d'un triac. c) Característica i-v del triac

La seva característica i - v es representa a la figura 9.13c. Com es pot observar, equival a dos SCR connectats en paral·lel i amb el càtode i l'ànode invertits l'un respecte de l'altre. Presenta estat de conducció tant per a i_A positiu com negatiu, i pot ser disparat des de l'estat de tall al de conducció tant per a v_{A1A2} positiva com negativa. A més, el corrent de porta que força la transició de l'estat de tall al de conducció pot ser tant positiu com negatiu. En general, malgrat tot, les tensions i els corrents necessaris per produir la transició del triac són diferents segons siguin les polaritats de les tensions aplicades.

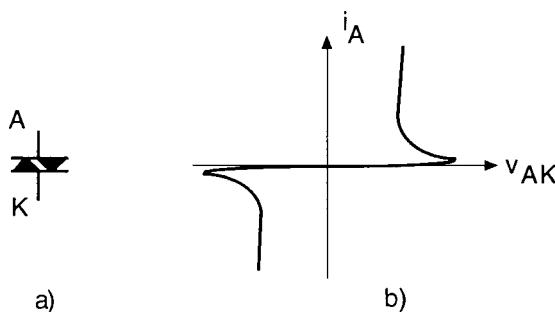


Figura 9.14 a) Símbol del diac. b) Característica i-v del diac

Un dispositiu amb una característica $i-v$ similar a la del diode Shockley però bidireccional és el *diac*. Els seus símbol i característica $i-v$ es representen a la figura 9.14. Consisteix en una estructura de tres capes, similar a la del transistor bipolar encara que sense terminal de base. La tensió a la qual es produeix la transició a l'estat de conducció sol ser d'uns 25 a 40 V, i la disminució de la tensió entre els seus terminals, en passar a l'estat de conducció, és d'uns 10 V. Se sol utilitzar fonamentalment en els circuits de disparament dels triacs. Una aplicació típica del triac és la de rectificador amb control de fase (vegeu la figura 9.15). Una de les seves aplicacions és el control de la intensitat d'una font de llum. Observeu que aquest circuit es pot obtenir a partir del de la figura 9.11b, si substituïm el SCR pel triac i el diode Shockley pel diac. L'avantatge d'aquest circuit és que permet un aprofitament millor de l'energia de la tensió alterna, ja que permet el control de fase tant en els semicicles positius com negatius.

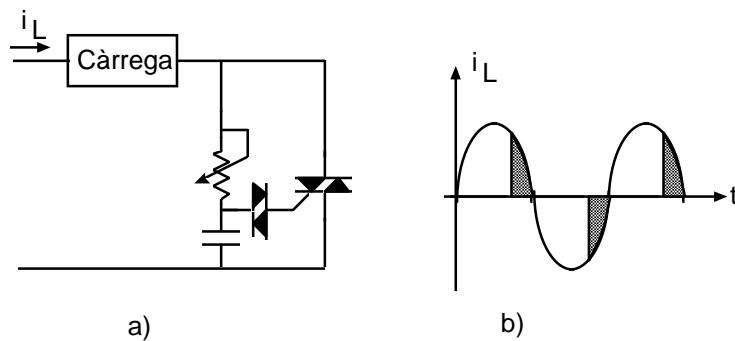


Figura 9.15 a) Circuit rectificador amb control de fase amb un triac i un diac.
b) Forma d'ona del corrent de sortida

9.2.3 El GTO i l'IGBT

El GTO i l'IGBT són dos representants de la família dels interruptors controlats. A diferència del SCR i del triac, aquests dispositius poden ser commutats de l'estat de conducció al de tall mitjançant un impuls aplicat a la seva porta. A diferència del transistor bipolar i del MOS, poden bloquejar el corrent en sentit invers.

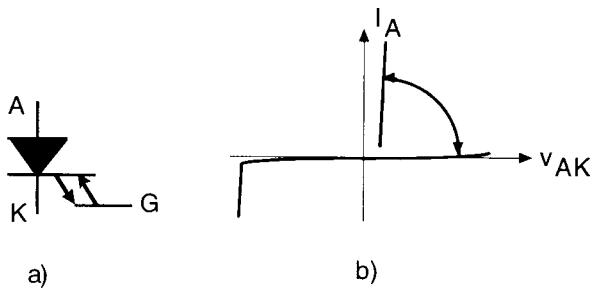


Figura 9.16 a) Símbol del GTO. b) Corba $i-v$

El *GTO* és un membre de la família dels tiristors. El seu nom procedeix de les inicials de les paraules angleses *Gate Turn-Off Switch*, que significa interruptor obert per porta. És a dir, es tracta d'un tiristor que, a més de commutar de tall a conducció mitjançant un impuls de porta, també pot fer la commutació inversa de

conducció a tall mitjançant un altre impuls. El seu símbol i la seva característica i - v es representen a la figura 9.16.

Suposeu que el GTO és a l'estat de conducció. En el circuit equivalent de dos transistors de la figura 9.10, el corrent I_{BN} es pot aproximar per

$$I_{BN} = I_{CP} + I_G \equiv \alpha_p I_A + I_G \quad (9.10)$$

D'altra banda, I_{CN} val aproximadament

$$I_{CN} = I_{BP} \equiv (1 - \alpha_p) I_A \quad (9.11)$$

Perquè el transistor NPN deixi la regió de saturació (estat de conducció) cal que

$$I_{BN} < \frac{I_{CN}}{\beta_N} \quad (9.12)$$

Si utilitzem les dues equacions anteriors arribem a

$$I_G < -\frac{\alpha_p(\beta_n + 1) - 1}{\beta_N} I_A = -\frac{I_A}{\beta_{off}} \quad (9.13)$$

És a dir, cal un corrent de porta negatiu de valor I_A/β_{off} . Perquè aquest valor de I_G sigui relativament petit cal que β_{off} sigui el més gran possible, i això s'aconsegueix dissenyant l'estructura física del GTO de forma que β_N sigui gran i α_p petita.

Quan es compleix 9.12 durant un cert temps, el transistor NPN abandona la regió de saturació i entra a la regió activa. Per tant, el corrent I_{CN} disminueix; això implica la disminució de I_{BP} i força que el transistor PNP també surti de saturació. La disminució de I_{CP} produeix una nova disminució de I_{BN} , i aquest procés de realimentació positiva acaba quan ambdós transistors assoleixen l'estat de tall.

El nom d'*IGBT* procedeix de les inicials de les paraules angleses *Insulated Gate Bipolar Transistor*, és a dir, transistor bipolar de porta aïllada. Tal com suggereix aquest nom, es tracta d'un dispositiu híbrid entre el transistor bipolar i el MOS. Els seus símbol, estructura i característica i - v es representen a la figura 9.17.

De forma semblant al transistor MOS, l'IGBT presenta una alta resistència de porta, ja que la porta és essencialment un condensador, de manera que només cal una quantitat d'energia petita per commutar l'interruptor. Com al transistor bipolar, la caiguda de tensió en estat de conducció (saturació) és molt petita. Igual que el GTO, l'IGBT es pot dissenyar per mantenir-se en estat de tall quan se li apliquen tensions negatives. Les seves prestacions quant a la potència que pot controlar i la seva velocitat de commutació ocupen una posició intermèdia entre els tiristors (potència màxima) i els transistors MOS (velocitat de commutació màxima).

A més dels dispositius descrits en aquests apartats, també n'hi ha d'altres que tenen aplicació en l'electrònica de potència. Entre aquests es poden esmentar els tiristors activats per llum, els tiristors controlats per camp i els dispositius basats en el JFET. La seva descripció, però, supera l'abast d'aquest text.

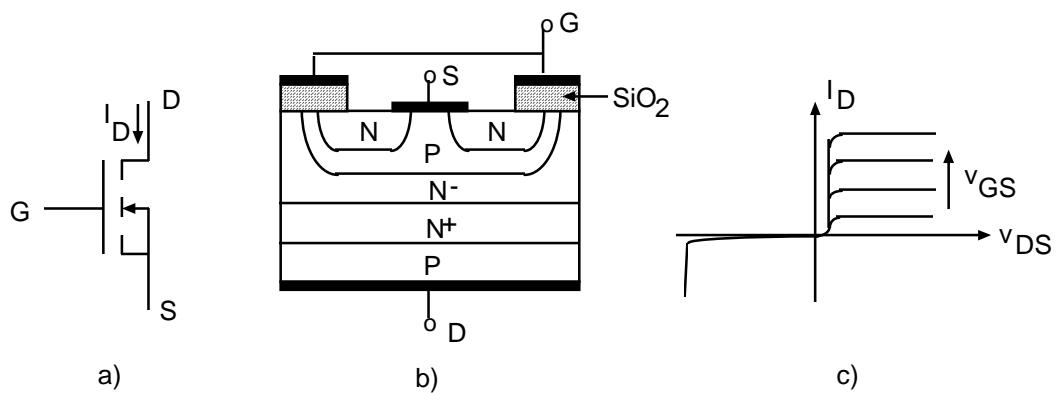


Figura 9.17 a) Símbol de l'IGBT. b) Estructura. c) Corbes característiques

Exemple 9.4

El circuit de la figura 9.18 és un convertidor de contínua a contínua amb reducció de tensió. El circuit utilitza un interruptor controlat pel senyal v_S , que pot ser un transistor bipolar, un transistor MOS o un IGBT. Aquest interruptor és tancat un temps t_C i obert un temps t_a . Aquesta seqüència (tancat - obert) es repeteix periòdicament amb un període $T_S = t_C + t_a$. a) Descriuvi el funcionament del circuit 9.18a i trobeu-ne la tensió de sortida. b) Descriuvi el funcionament del circuit 9.18b.

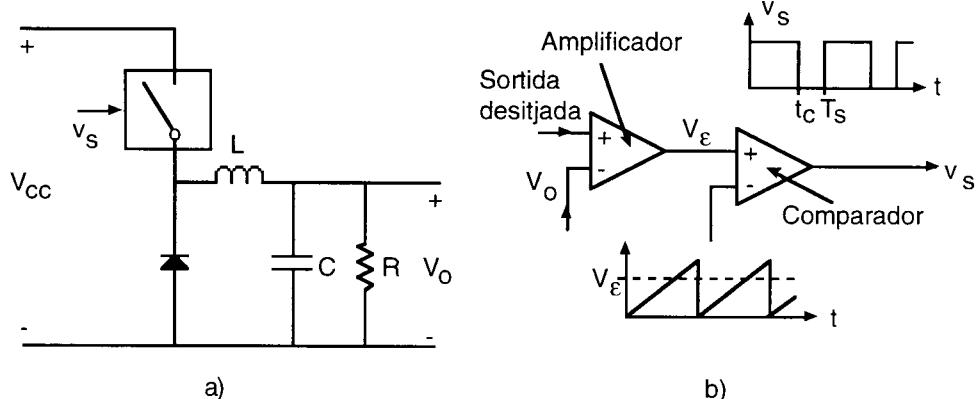


Figura 9.18 a) Convertidor reductor DC-DC. b) Circuit generador del senyal de control

a) Quan l'interruptor és tancat, la tensió V_{CC} polaritza inversament el díode, de manera que equival a un circuit obert. Si suposem que la tensió de sortida V_O és constant, la caiguda de tensió en terminals de la bobina és el valor constant $V_{CC} - V_O$. Aquest valor constant de la caiguda de tensió produeix un valor constant de la derivada de la intensitat per la bobina, de manera que augmenta de forma lineal. L'augment de i_L durant el temps t_C és, per tant,

$$\Delta i_L = \frac{di_L}{dt} t_c = \frac{V_{cc} - V_o}{L} t_c$$

Quan l'interruptor s'obre, el corrent de la bobina manté la continuïtat a través del diòde. Si s'ignora la petita caiguda de tensió pel diòde, la tensió aplicada en borns de la bobina serà $-V_o$. De manera semblant al cas anterior, el corrent a la bobina disminuirà de forma lineal. La disminució de i_L durant el temps t_a serà

$$\Delta i_L = \frac{di_L}{dt} t_a = \left(-\frac{V_o}{L} \right) t_a$$

Aquestes variacions de i_L segons quin sigui el senyal v_S es representen a la figura 9.19. En règim permanent, l'augment de i_L ha de ser el mateix que la seva disminució. Per tant

$$\frac{V_{cc} - V_o}{L} t_c = \frac{V_o}{L} t_a$$

A partir d'aquesta expressió s'obté d'immediat

$$V_o = V_{cc} \frac{t_c}{T_s}$$

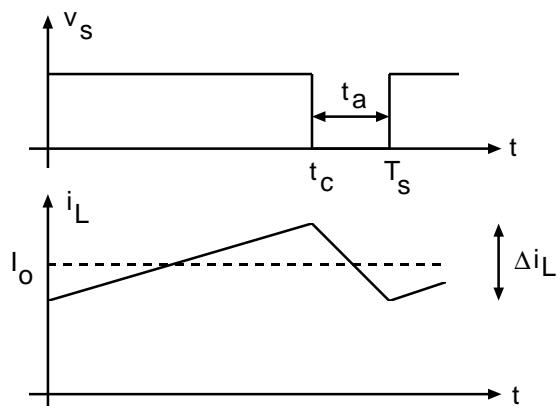


Figura 9.19 Variació de i_L segons el senyal v_S

Es deixa com a exercici per al lector la demostració que la variació de la tensió de sortida és aproximadament

$$\frac{\Delta V_o}{V_o} \cong \frac{t_a T_s}{8LC}$$

Per a això, suposeu que l'increment de càrrega en el condensador és

$$\Delta q_c = \frac{1}{2} \frac{\Delta i_L}{2} \frac{T_s}{2}$$

b) El circuit de la figura 9.18b és el que genera el senyal v_s que governa l'interruptor i per mitjà d'ell controla el valor de la tensió de sortida V_o . El seu funcionament és el següent. El valor de la tensió de sortida, V_o , es compara amb el valor volgut. La diferència, amplificada, és V_e . Aquesta tensió es compara amb un senyal en dent de serra. Si V_e és superior a la dent de serra, la sortida del comparador és alta. Si és inferior és baixa.

Si per algun motiu V_o disminuís, la tensió d'error V_e augmentaria i, en comparar-se amb la dent de serra, donaria senyal alt durant més temps. És a dir, augmentaria t_C i, en conseqüència, V_o . De forma similar, si V_o augmentés, el circuit produiria un t_C menor, que faria disminuir V_o .

Exercici 9.4

El circuit de la figura 9.20 és un convertidor de contínua a contínua amb elevació de tensió. Descriuvi el funcionament del circuit i trobeu-ne la tensió de sortida. Suposeu que v_s té la forma de l'exemple anterior.

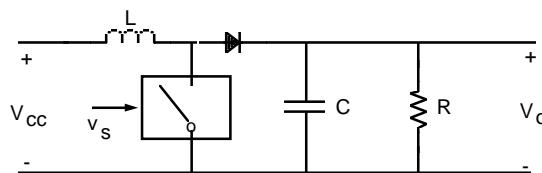


Figura 9.20 Convertidor elevador DC-DC

Solució:

$$V_o = V_{cc} \frac{T_s}{t_a}$$

9.3 El transistor d'efecte de camp d'unió (JFET)

El transistor d'efecte de camp d'unió, també anomenat JFET (inicials del seu nom en anglès *Junction Field Effect Transistor*) és un dispositiu de tres terminals. El corrent flueix entre els terminals de drenador i sortidor, i és controlat per la tensió aplicada entre el terminal de porta i el de sortidor. Hi ha dos tipus de JFET: el de canal N i el de canal P. Les seves estructures físiques simplificades i els seus símbols es representen a la figura 9.21.

En el JFET de canal N el corrent circula per la regió N, que s'estén entre els contactes de drenador i sortidor. Observeu que en aquest dispositiu hi ha una unió PN entre el terminal de porta i el canal N. En el seu funcionament com a transistor aquesta unió PN sempre ha d'estar polaritzada inversament. Aleshores, el corrent de porta és aproximadament zero. Quan augmenta la polarització inversa d'aquesta unió, l'amplària efectiva del canal N disminueix (vegeu el capítol 10) i, en conseqüència, augmenta la resistència del canal. Per aquesta raó, per a una mateixa tensió aplicada entre drenador i sortidor, el corrent disminueix en polaritzar més inversament la unió PN de porta. De forma similar, en el JFET de canal P el corrent circula per la regió P, entre drenador i sortidor. L'amplària del canal és modulada per la polarització inversa aplicada a la unió PN de porta.

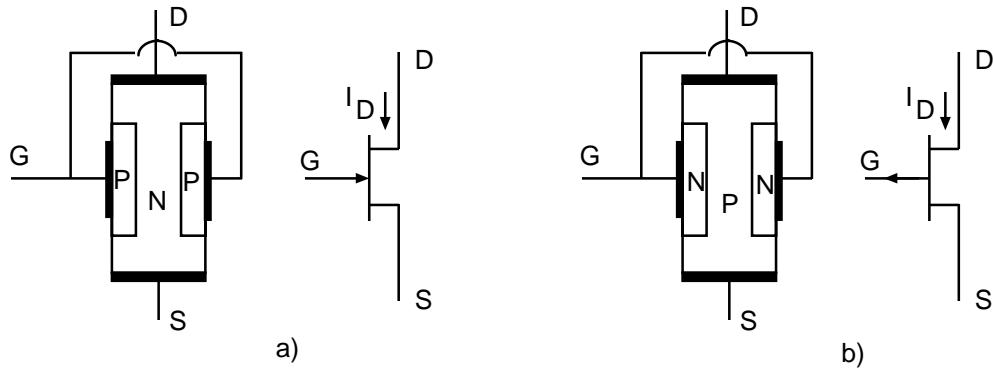


Figura 9.21 Estructura física i símbol del JFET. a) De canal N. b) De canal P

A la figura 9.22 es representen les corbes característiques del JFET de canal N. Observeu que tenen una forma similar a les del transistor MOS. Hi ha una regió propera a l'origen anomenada regió òhmica, i una altra regió més allunyada, en la qual les corbes són rectes quasi horitzontals, que s'anomena regió de saturació. La separació entre ambdues regions ve donada per la corba

$$V_{DSsat} = V_{GS} - V_p \quad (9.14)$$

on V_p és un paràmetre del JFET anomenat tensió d'estrangulació del canal. Aquesta expressió significa que, fixada una tensió V_{GS} , la regió de saturació es produeix per a tensions V_{DS} més grans que V_{DSsat} donada per 9.14.

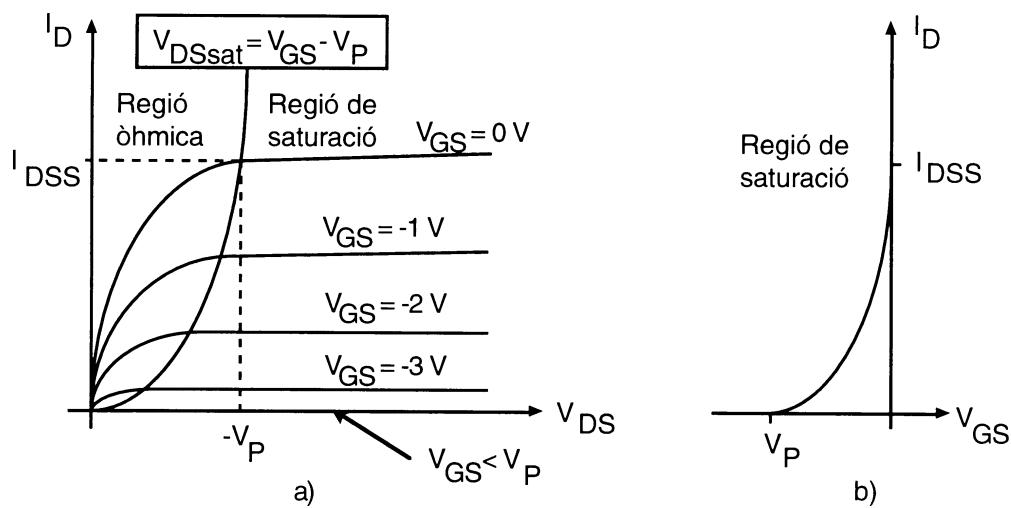


Figura 9.22 a) Corba de sortida del JFET de canal N. b) Corba de transferència

A la regió de saturació, el corrent és quasi independent de V_{DS} , i se sol aproximar per:

$$I_D = I_{DSS} \left[1 - \frac{V_{GS}}{V_p} \right]^2 \quad (9.15)$$

que segueix una llei parabòlica similar a la que presenta el transistor MOS a la regió de saturació. En el JFET de canal N, però, els valors de V_{GS} són negatius, mentre que en el MOS de canal N eren positius. El valor més gran possible és $V_{GS} = 0$, a causa de la necessitat de mantenir la unió PN de porta polaritzada inversament. Per això, el valor més gran possible de I_D és I_{DSS} . El corrent es fa nul quan $V_{GS} = V_p$. (Observeu que V_p té un valor numèric negatiu.)

Per similitud amb el transistor MOS, la característica a la regió òhmica es pot aproximar per

$$I_D = \frac{2I_{DSS}}{V_p^2} \left[(V_{GS} - V_p)V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2} \right] \quad (9.16)$$

encara que de vegades s'aproxima de forma més simple i menys precisa, si suposem que la regió òhmica es redueix a una recta

$$I_D \equiv I_{DSS} \frac{V_{DS}}{|V_p|} \quad (9.17)$$

Exemple 9.5

Trobeu el punt de treball del JFET en el circuit de la figura 9.23. Preneu $I_{DSS} = 10 \text{ mA}$ i $V_p = -8 \text{ V}$.

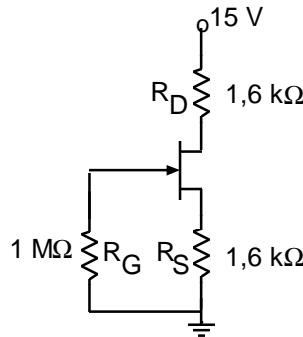


Figura 9.23 Circuit de l'exemple 9.5

Com que el corrent de porta és nul, la tensió V_{GS} serà

$$V_{GS} = -I_D R_S = -I_D \cdot 1,6 \cdot 10^3$$

Si suposem que el JFET treballa a la regió de saturació

$$I_D = I_{DSS} \left[1 - \frac{V_{GS}}{V_p} \right]^2 = 10 \cdot 10^{-3} \left[1 - \frac{V_{GS}}{-8} \right]^2$$

Si combinem aquestes dues equacions resulta

$$V_{GS}^2 + 20V_{GS} + 64 = 0$$

amb les solucions $V_{GS} = -4$ V i $V_{GS} = -16$ V. La segona d'aquestes solucions no té sentit físic, ja que, en ser una tensió inferior a V_p , el JFET estaria en estat de tall, I_D seria nul i, per tant, també ho seria V_{DS} . En conseqüència, la solució correcta és $V_{GS} = -4$ V.

Si substituïm aquest valor a la segona de les equacions obtenim $I_D = 2,5$ mA. Amb aquest valor de I_D es pot calcular V_{DS}

$$V_{DS} = 15 - I_D(R_D + R_S) = 7 \text{ V}$$

Aquest resultat confirma que la hipòtesi que el JFET treballa en saturació és correcta, atès que V_{DS} és més gran que $V_{GS} - V_p$, que és igual a 4 V.

Exercici 9.5

Calculeu el valor de V_p del JFET del circuit de l'exemple anterior si el corrent de drenador fos d'1 mA i I_{DSS} tingüés un valor de 9 mA.

Solució: $V_p = -2,4$ V



Una de les aplicacions importants del JFET és com a amplificador d'alta resistència d'entrada. L'alta resistència d'entrada es deu al fet que entre porta i sortidor hi ha una unió PN polaritzada inversament. Per il·lustrar aquesta aplicació deduirem, en primer lloc, el model de petit senyal del JFET.

L'increment del corrent de drenador es pot expressar de la forma següent:

$$dI_D = \left. \frac{\partial I_D}{\partial V_{GS}} \right|_{V_{DS}=\text{constant}} dV_{GS} + \left. \frac{\partial I_d}{\partial V_{DS}} \right|_{V_{GS}=\text{constant}} dV_{DS} \quad (9.18)$$

per tant, el model incremental serà

$$\Delta I_d = g_{fs} \Delta V_{GS} + g_{os} \Delta V_{DS} \quad (9.19)$$

Per treballar com a amplificador es procura que el JFET estigui a la regió de saturació, ja que en aquesta regió presenta un guany i uns marges dinàmics més grans. El valor del paràmetre g_{fs} serà

$$g_{fs} = g_m = \left. \frac{\partial I_D}{\partial V_{GS}} \right|_Q = \frac{2I_{DSS}}{(-V_p)} \left(1 - \frac{V_{GSQ}}{V_p} \right) \quad (9.20)$$

Per tenir un valor elevat de g_m cal operar amb un valor de polarització de V_{GS} proper a 0 V. Com es feia amb el transistor MOS, el valor de g_{os} sol aproximar-se per

$$g_{os} = \frac{1}{r_o} \approx \frac{I_{DQ}}{(1/\lambda)} \quad (9.21)$$

on λ té el mateix significat que a les corbes del transistor MOS.

Com que I_G és pràcticament nul, la porta hauria d'estar aïllada del drenador i el sortidor. Malgrat tot, per tenir en compte els efectes capacitius de la unió PN, se sol modelar l'entrada del JFET en petit senyal mitjançant dues xarxes RC, tal com es mostra a la figura 9.24.

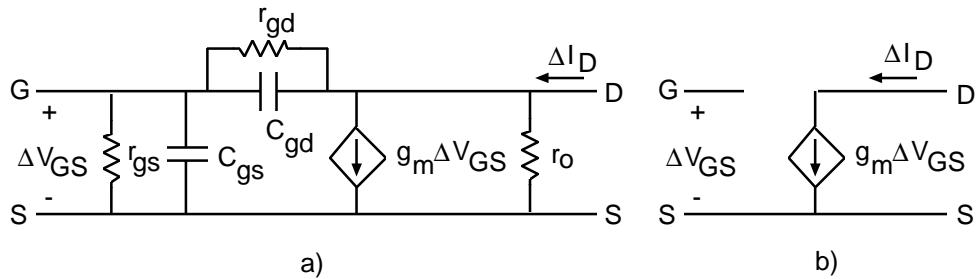


Figura 9.24 a) Circuit equivalent del JFET en petit senyal. b) Circuit simplificat en baixa freqüència

Exemple 9.6

Trobeu el guany de tensió i la resistència d'entrada del circuit de la figura 9.25a. Suposeu $V_p = -8$ V, $I_{DSS} = 10$ mA.

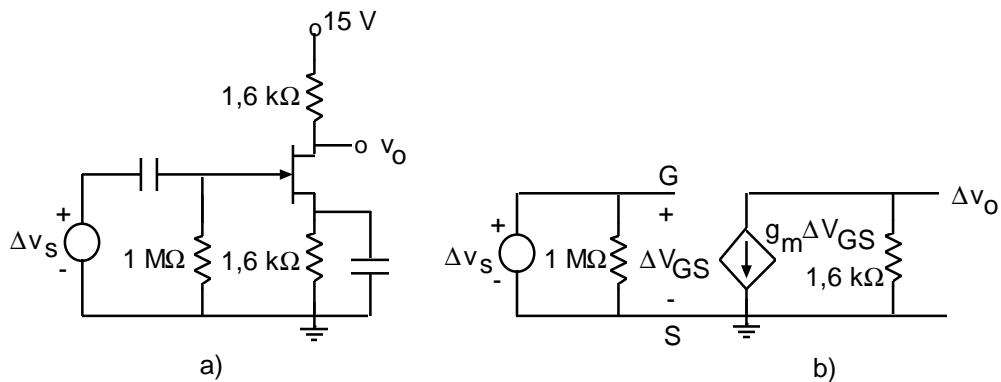


Figura 9.25 a) Circuit de l'exemple 9.6. b) Circuit equivalent en petit senyal

El circuit en contínua és l'analitzat a l'exemple 9.5. El punt de treball en repòs és, per tant, $V_{GSQ} = -4\text{ V}$ i $I_{DQ} = 2,5\text{ mA}$. El paràmetre g_m es calcula aplicant 9.20. El seu valor resulta ser

$$g_m = 1,25 \cdot 10^{-3} \text{ A/V}$$

L'anàlisi del circuit incremental porta a

$$\begin{aligned}\Delta v_o &= -1,6 \cdot 10^3 \cdot g_m \cdot \Delta v_{GS} \\ \Delta v_{GS} &= \Delta v_S \\ G_v &= \frac{\Delta v_o}{\Delta v_S} = -2\end{aligned}$$

D'altra banda, si inspeccionem el circuit 9.25b, s'observa immediatament que la resistència d'entrada és la resistència entre porta i massa, amb un valor que es pot escollir dins un ampli marge, pel fet que hi circula un corrent pràcticament nul (el corrent invers de saturació de la unió de porta del JFET). En aquest circuit, $R_i = 1\text{ M}\Omega$.

Exercici 9.6

Dissenyeu una etapa amplificadora semblant a la del circuit 9.25a de guany de tensió -5 i resistència d'entrada $5\text{ M}\Omega$, amb el mateix JFET que a l'exemple 9.5.

Solució: Una possible solució és $R_G = 5\text{ M}\Omega$; $R_S = 5,5\text{ k}\Omega$; $R_D = 6,4\text{ k}\Omega$; $V_{DD} = 15\text{ V}$

Qüestions

- C9.1** Per què els diòdols electroluminescents solen tenir una tensió llindar més gran que $0,7\text{ V}$?
- C9.2** Esmenteu avantatges i desavantatges d'un fotodiode respecte d'un fototransistor.
- C9.3** Supposeu dues cèl·lules solars idèntiques en sèrie. Quins seran el corrent i la tensió del conjunt si ambdós són il·luminats igualment? I si un no s'il·lumina?
- C9.4** Es podria fer un optoacoblador amb qualsevol LED i amb qualsevol fotodiode? Per què?
- C9.5** Per què un diode de quatre capes polaritzat inversament no presenta realimentació positiva?
- C9.6** Descriuïu les coincidències i les diferències entre un SCR i un GTO. A què es deuen?
- C9.7** Per què la potència controlable per un transistor MOS és inferior a la d'un transistor bipolar? Per què la seva velocitat de commutació és més gran?
- C9.8** Descriuïu les coincidències i les diferències entre un transistor MOS i un JFET.

C9.9 Compareu els valors de g_m d'un transistor bipolar i d'un JFET amb valors típics. Per què el transistor bipolar és "millor" amplificador que el JFET?

C9.10 Quin fenomen limita el valor de la resistència de porta R_G en un amplificador amb JFET?

Problemes

P9.1 Dissenyeu un circuit que permeti visualitzar un senyal binari amb un valor alt de 5 V i el baix de 0 V. Utilitzeu només una resistència i un LED de 2 V de tensió llindar i 15 mA d'intensitat perquè emeti llum.

P9.2 Voleu fer un optoacoblador amb el LED del problema anterior i un fototransistor. Dissenyeu el circuit receptor del senyal emès pel LED, de forma que permeti reproduir el senyal elèctric binari que excitava el LED. Suposeu un factor de transferència de corrent del 5 %.

P9.3 Quina serà la potència nominal d'un panell fotovoltaic format per 36 cèl·lules solars connectades en sèrie sota una radiació de 100 mW/cm²? Supposeu les cèl·lules circulars de 10 cm de diàmetre, amb una eficiència del 15 %, un factor de corba FF de 0,80 i una tensió de circuit obert de 0,6 V. Quina serà la tensió que proporcionarà el panell en circuit obert?

P9.4 El circuit de la figura P9.4 és un generador d'un senyal en dent de serra. Calculeu la freqüència d'aquest senyal. Preneu una tensió de ruptura del diode Shockley de 12 V.

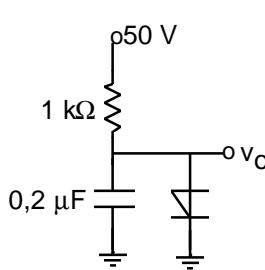


Figura P9.4

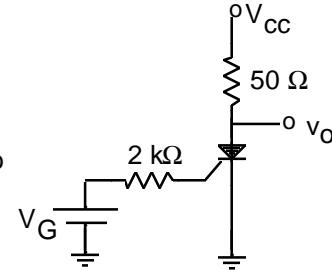


Figura P9.5

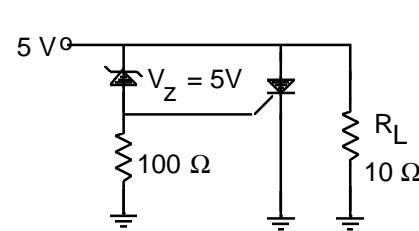


Figura P9.6

P9.5 El SCR de la figura P9.5 requereix una tensió de porta de 0,7 V i un corrent de porta de 3 mA per provocar la transició a l'estat de conducció. El corrent de manteniment és de 5 mA. Quina tensió V_G cal per disparar el SCR? Quina tensió V_{CC} cal perquè el SCR es talli?

P9.6 El circuit de la figura P9.6 s'utilitza per protegir de sobretensions la càrrega R_L . Expliqueu el funcionament del circuit, si suposem que per alguna raó l'alimentació de 5 V augmenta, i calculeu a quina tensió el SCR passarà a l'estat de conducció. Supposeu que per provocar la transició a l'estat de conducció del SCR, es requereix una tensió de porta de 0,75 V i un corrent de porta de 20 mA.

P9.7 Dissenyeu el circuit de la figura 9.15 perquè es pugui realitzar el control de l'angle de fase entre 30° i 150°. Supposeu que el diac té una tensió de ruptura de 30 V i que el triac es dispara per a una tensió de porta d'1 V i un corrent de porta de 15 mA durant 20 μs. Supposeu una tensió d'entrada de 220 V_{ef}.

- P9.8** El circuit de la figura és un regulador de tensió commutat (estabilitzador). La tensió d'entrada és un senyal sinusoïdal de 8 Vef i es vol obtenir a la sortida una tensió contínua pràcticament constant de 8 V sobre una càrrega R_L de 8Ω . Un sistema de control, que no es detalla, obre i tanca el circuit a una freqüència de 20 kHz. D_1 i D_2 són ideals.

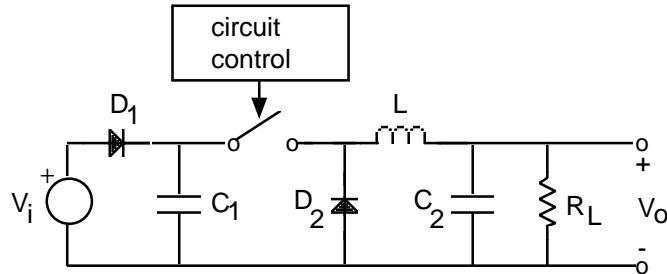


Figura P9.8

a) Si considerem l'interruptor sempre obert, quin valor prendrà v_I ? Quina funció fa D_1 ? Com a hipòtesi de treball (que després es verificarà) se suposa que v_I i v_O es mantenen constants (aproximadament). Això és raonable si suposem que les capacitats C_1 i C_2 són grans. A $t = 0$ es tanca l'interruptor. b) En quin estat es troba D_2 ? c) Trobeu i dibuixeu l'evolució temporal del corrent que circula per L (suposeu un valor inicial I_0 més gran que 0) des de $t = 0$ fins a $t = t_1$. A $t = t_1$ s'obre l'interruptor. d) En quin estat es troba D_2 ? Justifiqueu la necessitat d'aquest diode. e) Trobeu i dibuixeu l'evolució temporal del corrent que circula per L des de $t = t_1$ fins a $t = T$. f) Quin valor ha de prendre t_1 perquè $i_L(T) = i_L(0)$? g) Si tenim en compte la tensió de sortida i la càrrega, quant val el corrent nominal (component constant) que circula per L? h) Quin valor ha de prendre L com a mínim perquè $\Delta i_L \geq 1\%$ del corrent nominal? i) Quins valors de capacitat han de tenir com a mínim C_1 i C_2 perquè les tensions v_I i v_O variïn menys de l'1% (i així compleixin la hipòtesi de treball)?

- P9.9** En el circuit de la figura P9.4 se substitueix la resistència per un JFET de canal N amb la porta curtcircuitada amb el sortidor. El JFET té una tensió d'estrangulament de -4 V i una I_{DSS} de 20 mA. Quina ha de ser la tensió de ruptura del diode Shockley per a que el JFET actuï com a font de corrent?

- P9.10** Calculeu el guany de tensió i la resistència d'entrada de l'amplificador de la figura P9.10. Preneu per al JFET una I_{DSS} de 10 mA i una V_P de -4 V.

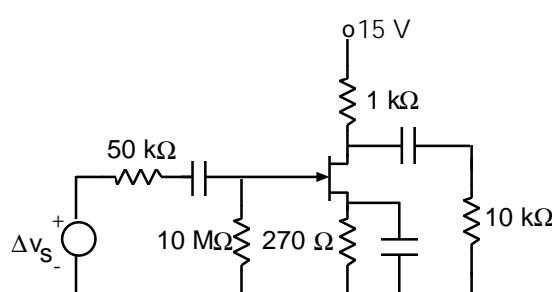


Figura P9.10

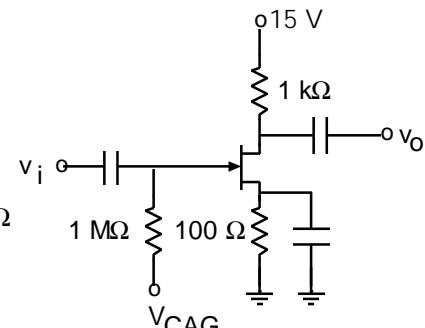


Figura P9.11

- P9.11** El circuit de la figura P9.11 s'utilitza per al control automàtic de guany. El senyal de sortida, que se suposa sinusoïdal, és rectificat i filtrat, de forma que V_{CAG} és una tensió negativa de valor

proporcional a l'amplitud de la sinusode. Es vol que, quan l'amplitud de la sinusode de sortida augmenti (V_{CAG} més negativa), el guany disminueixi, i viceversa. Calculeu el guany del circuit quan V_{CAG} és zero i quan val -3 V. Preneu $I_{DSS} = 12 \text{ mA}$ i $V_P = -4 \text{ V}$.

- P9.12** El circuit de la figura P9.12 utilitza el JFET com a interruptor. La tensió v_i és un senyal de 20 mV pic a pic. Quin valor tindrà v_o quan $V_{GS} = 0 \text{ V}$? I quan valgui -3 V? Considereu per al JFET $I_{DSS} = 12 \text{ mA}$ i $V_P = -2 \text{ V}$

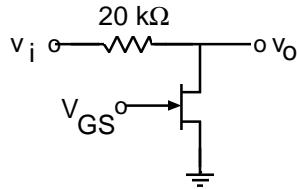


Figura P9.12

Capítol 10 Teoria i tecnologia de dispositius semiconductors

Als capítols anteriors s'han descrit els dispositius electrònics a partir de les seves característiques terminals i s'ha explicat *com funcionaven*. Un objectiu central d'aquest capítol és justificar breument *per què funcionen així*. Un altre objectiu és introduir el lector en la tecnologia de fabricació d'aquests dispositius. L'evolució de la tecnologia electrònica als darrers temps tendeix cap a la realització de circuits i sistemes en forma de circuits integrats. Això comporta la col·laboració entre tècnics dissenyadors de circuits i tècnics fabricants de dispositius i circuits integrats. L'eficàcia d'aquesta cooperació millora en la mesura que ambdós emprin un vocabulari comú. Per aquest motiu és important que les persones que dissenyen circuits i sistemes conequin els principis de la teoria dels dispositius i la seva tecnologia, i viceversa.

10.1 Conducció elèctrica en semiconductors

Els dispositius que s'estudien en aquest capítol són el diòde d'unió PN, el transistor bipolar i el transistor MOS. Tots es fabriquen amb materials semiconductors, de manera que és imprescindible començar el seu estudi amb una descripció breu de les característiques principals de la conducció elèctrica en aquests materials.

10.1.1 Estructura cristal·lina dels semiconductors

Els semiconductors són materials que ocupen una posició intermèdia entre els aïllants i els conductors. Els primers posseeixen molt poques càrregues mòbils i, en conseqüència, presenten una resistència molt alta al pas del corrent (idealment una resistència infinita). La resistència elèctrica que presenten els segons és molt baixa (idealment zero) a causa de la seva riquesa en aquestes càrregues. Els semiconductors soLEN ser aïllants a 0 K, i permeten el pas de corrent a la temperatura ambient. Aquesta capacitat de conduir corrent es pot controlar mitjançant la introducció en el material d'àtoms diferents al del semiconductor, anomenats *impureses*. Quan un semiconductor presenta impureses es diu que està *dopat*.

El material semiconductor més utilitzat en la tecnologia actual és el silici (Si). També s'utilitzen per a aplicacions especials (optoelectrònica, operació a velocitat molt alta, etc.) altres semiconductors com l'arsenur de gal·li (AsGa) i semiconductors compostos (AlGaAs, PGaAsIn, etc.). Atesa la utilització destacada del silici, durant aquest capítol el considerarem com el semiconductor de referència.

Segons el grau d'ordenació dels seus àtoms, els sòlids es classifiquen en:

- | | |
|---------------------------|------------------------------------------------------------|
| <i>Amorfs</i> : | quan no hi ha cap ordenació |
| <i>Monocristal·lins</i> : | quan tots els seus àtoms estan perfectament ordenats |
| <i>Policristal·lins</i> : | quan el sòlid és format per una agrupació de monocristalls |

Els dispositius electrònics que estudiarem en aquest capítol normalment es fabriquen en un semiconductor monocristal·lí.

L'àtom de silici té catorze electrons. D'aquests, els quatre més allunyats del nucli són els electrons de valència que participen en els enllaços amb altres àtoms. El silici és, per tant, un *àtom tetravalent*.

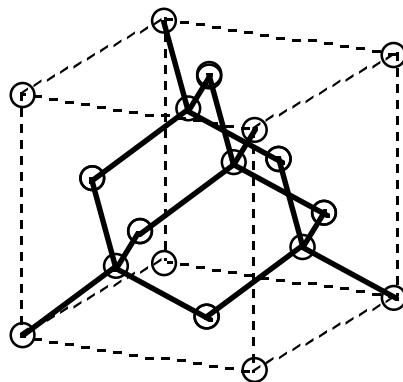


Figura 10.1 Estructura cristal·lina del silici

El silici que s'utilitza per fabricar dispositius electrònics és un monocristall amb una estructura cristal·lina anomenada de diamant (vegeu la figura 10.1). Cada àtom de silici és unit a altres quatre mitjançant enllaços covalents. Un enllaç covalent es forma entre dos àtoms que comparteixen dos electrons. Cadascun dels electrons de l'enllaç és aportat per un àtom diferent. Tal com s'indica a la figura, la cèl·la bàsica del cristall és un cub de 5,43 àngstroms d'aresta ($1 \text{ àngstrom} = 1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$). Aquesta estructura comporta una densitat de $5 \cdot 10^{22}$ àtoms de silici per centímetre cúbic.

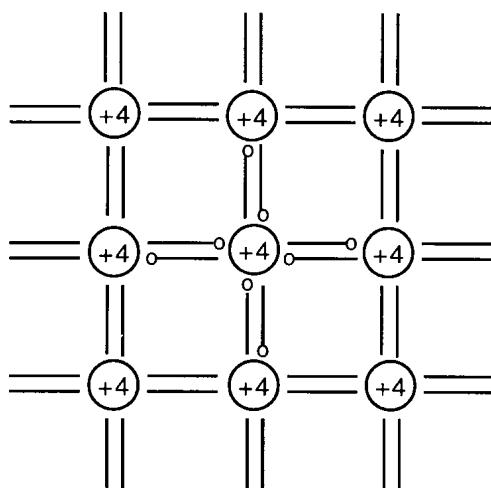


Figura 10.2 Model bidimensional d'enllaços per al silici. Els cercles grans representen el nucli i els electrons interns. Observeu que la càrrega total de cada àtom és nul·la, ja que la càrrega "+4" és neutralitzada pels quatre electrons de valència que completen l'embolcall electrònic. L'enllaç entre dos àtoms està constituït per un enllaç covalent, format per dos electrons de valència que són compartits pels dos àtoms. Cada electró de l'enllaç és aportat per un dels àtoms.

Resulta molt complicat treballar amb la representació cristal·lina tridimensional que s'ha descrit. Per això se sol recórrer a un esquema bidimensional, anomenat *model d'enllaços*, on es representa la característica essencial de l'estruatura cristal·lina: cada àtom és unit a quatre àtoms veïns mitjançant enllaços covalents (vegeu la figura 10.2). En aquest model, cada àtom dedica els seus quatre electrons de valència a constituir quatre enllaços covalents.

10.1.2 Semiconductors intrínsecos

Un semiconductor s'anomena intrínsec quan no conté àtoms estranys al material semiconductor i té una estructura perfectament cristal·lina.

Un semiconductor intrínsec té la propietat de ser aïllant a 0 K. Els electrons de valència estan lligats a l'enllaç covalent i els electrons de les capes més interiors ho estan al nucli. En aplicar un camp elèctric no circula corrent perquè no hi ha càrregues mòbils: el semiconductor és un aïllant.

Un electró que forma part d'un enllaç covalent hi està lligat fortament. Cal proporcionar-li, com a mínim, una energia E_g per aconseguir arrencar-lo de l'enllaç i que es pugui moure lliurement pel cristall. Aquesta energia E_g s'anomena energia de la *banda prohibida* (en anglès, la banda prohibida rep el nom de *gap*, per això de vegades s'anomena energia del *gap*).

Si s'augmenta la temperatura a partir del zero absolut, els àtoms del cristall vibren al voltant de la seva posició d'equilibri. Es diu que tenen una energia de vibració o *energia tèrmica*. La física quàntica posa de manifest que l'energia es presenta en forma de paquets indivisibles, anomenats *quanta d'energia*, que poden tenir grandàries diferents. Un electró de valència pot absorbir un quàntum d'energia de valor més gran o igual a E_g i alliberar-se del seu lligam a l'enllaç covalent. Aquest *electró lliure* no està lligat a un àtom particular i es pot moure lliurement pel cristall i deixar darrere seu un *enllaç covalent trencat* (vegeu la figura 10.3a).

Quan s'aplica un camp elèctric al cristall, exerceix una força sobre l'electró lliure que l'obliga a desplaçar-se en sentit contrari al camp elèctric. Aquest moviment de l'electró lliure en resposta al camp elèctric dóna lloc a un corrent elèctric. Per això, l'electró lliure s'anomena *portador de corrent*.

L'enllaç covalent trencat exerceix una força sobre els electrons del seu entorn, atès que hi ha un desequilibri cristal·lí que "reclama" la reconstrucció de l'enllaç. La intensitat d'aquesta força provoca que, amb molt poca energia, un electró de valència proper salti a la posició de l'enllaç trencat i el refaci. Però amb aquest moviment, l'electró que ha saltat deixa darrere seu un nou enllaç covalent trencat. En definitiva, tot es produeix com si l'enllaç covalent trencat es mogués lliurement a l'interior del cristall.

En aplicar un camp elèctric, la força que exerceix l'enllaç trencat es combina amb la que exerceix el camp i s'afavoreixen els salts dels electrons de valència que estan situats en la direcció i el sentit marcats pel camp elèctric. El resultat és que l'enllaç covalent trencat es mou en el sentit del camp elèctric (vegeu la figura 10.3b).

Aquestes direcció i sentit preferents dels salts dels electrons de valència a conseqüència de l'aplicació d'un camp elèctric donen lloc a un corrent en la direcció del camp elèctric. Es demostra que el corrent degut a aquests electrons de valència, que ocupen successivament la posició de l'enllaç trencat, equival al corrent produït per una càrrega positiva fictícia de valor $+q$ (on $-q$ és la càrrega de l'electró) que s'anomena *forat*. El forat també és un portador de corrent.

La ruptura d'un enllaç covalent implica, doncs, l'aparició d'un parell de portadors de corrent: un electró lliure (de vegades anomenat electró de conducció) de càrrega $-q$ i un forat de càrrega $+q$. Aleshores es diu que s'ha generat un *parell electró-forat*.

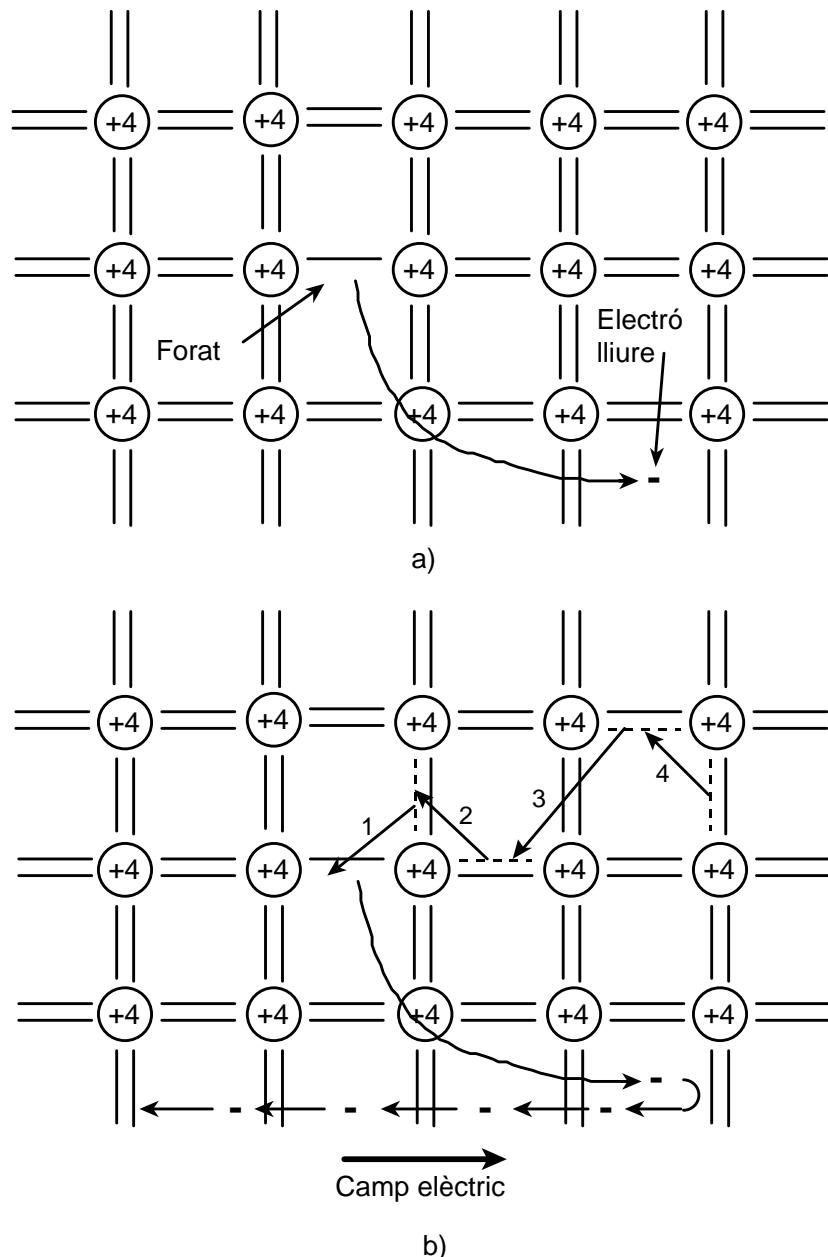


Figura 10.3 a) Generació d'un parell electró-forat per ruptura d'un enllaç covalent. b) Desplaçament dels portadors per acció d'un camp elèctric. L'electró lliure es mou en direcció contrària al camp. L'enllaç covalent trencat és reconstruït per un electró de valència d'un enllaç proper (transició 1), el qual deixa darrere seu l'enllaç trencat, que al seu torn, és ocupat per un altre electró de valència (transició 2), etc.

Els canvis energètics que experimenten els electrons de valència per convertir-se en portadors de corrent es representen mitjançant un model anomenat de *bandes d'energia*. A la figura 10.4 podem veure aquest model esquematitzat. Els electrons de valència, que formen els enllaços covalents, tenen unes energies que

s'agrupen a una zona anomenada *banda de valència*. El límit superior d'aquesta banda d'energia és E_v . Per sobre d'aquesta banda d'energia hi ha una regió d'energies prohibides, d'amplitud E_g , que s'anomena *banda prohibida o gap d'energia*. Just per sobre d'aquesta hi ha una altra regió d'energies permeses: l'anomenada *banda de conducció*, amb un límit inferior E_c . Quan un electró de valència absorbeix energia i es deslliga de l'enllaç covalent, passa a tenir una energia situada a la banda de conducció del semiconductor. Observeu que, perquè un electró de valència passi a la banda de conducció, ha d'absorir una energia més gran o igual que E_g .

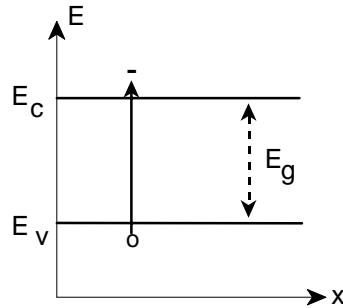


Figura 10.4 Model de bandes d'energia en un semiconductor. Les energies inferiors a E_v corresponen a les dels electrons de valència. Les superiors a E_c als electrons lliures. El gap d'energia E_g és l'energia mínima que cal lliurar a un electró de valència per deslligar-lo de l'enllaç covalent

A 0 K la banda de valència està completament plena pels electrons de valència i la banda de conducció completament buida. En augmentar la temperatura hi ha electrons de valència que salten a la banda de conducció i apareixen forats a la de valència.

Un paràmetre que caracteritza la capacitat conductora d'un semiconductor és la *concentració de portadors*, és a dir, el nombre d'electrons de conducció per centímetre cúbic, quantitat que es representa per n , i el nombre de forats per centímetre cúbic, anomenat p . En un semiconductor intrínsec la concentració de forats és igual a la d'electrons lliures, atès que ambdós es generen per parells. Aquesta quantitat s'anomena *concentració intrínseca* de portadors del semiconductor i es representa per n_i .

La concentració intrínseca d'un semiconductor depèn del material i de la temperatura. Aquesta dependència ve donada per

$$n_i = A \cdot T^{3/2} \cdot e^{-E_g / 2KT} \quad (10.1)$$

on A és una constant que varia lleugerament d'un semiconductor a un altre, T és la temperatura en kelvin, E_g és el *gap d'energia*, que és específic de cada semiconductor, i K és la constant de Boltzmann. Observeu que quant més gran sigui E_g , menor és n_i , ja que cal més energia per alliberar un electró. D'altra banda, amb més temperatura hi ha més quanta d'energia tèrmica i, per tant, hi haurà més electrons de valència que hauran pogut absorbir un quàntum i passar a la banda de conducció i, en conseqüència, augmentar n_i .

A la figura 10.5 es representa la variació de n_i amb la temperatura per a tres semiconductors: el silici, que té una $E_g = 1,1$ eV, l'arseniür de gal·li, amb $E_g = 1,42$ eV, i el germani, amb $E_g = 0,68$ eV. La concentració intrínseca d'aquests tres semiconductors a temperatura ambient (300 K) és

$$\begin{aligned}
 n_i(Si) &= 1,5 \cdot 10^{10} \text{ portadors / cm}^3 \\
 n_i(AsGa) &= 2 \cdot 10^6 \text{ portadors / cm}^3 \\
 n_i(Ge) &= 2,5 \cdot 10^{13} \text{ portadors / cm}^3
 \end{aligned} \tag{10.2}$$

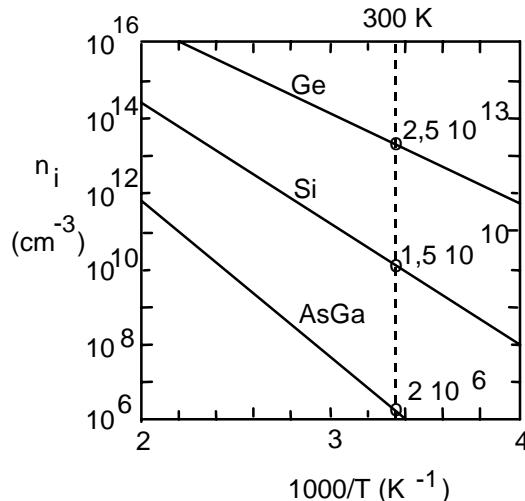


Figura 10.5 Dependència de la concentració intrínseca amb la temperatura per a tres semiconductors típics

10.1.3 Semiconductors extrínsecos

Un semiconductor extríncsec és un monocristall que, a més dels àtoms propis del semiconductor, en conté d'altres anomenats *impureses*. Les impureses es classifiquen en donadores i acceptores. Per al silici les impureses donadores són àtoms pentavalents (cinc electrons de valència), i les acceptores són àtoms trivalents. Les *impureses donadores* donen lloc a un semiconductor extríncsec de *tipus N* i les *acceptores* a un de *tipus P*.

a) Semiconductor de tipus N

Les impureses en un cristall semiconductor extríncsec sempre estan en una concentració molt menor que els àtoms propis del semiconductor. Quan s'introduceix un àtom d'impuresa pentavalent (per exemple, fòsfor) en un cristall, aquest substitueix un àtom de silici en un nus de la xarxa cristal·lina. L'àtom d'impuresa dedica quatre dels seus cinc electrons de valència a construir els quatre enllaços covalents que demana l'estruatura cristal·lina (vegeu la figura 10.6a). Aquests quatre electrons estan lligats fortament a la seva posició i cal, com a mínim, l'energia E_g per alliberar-los. El "cinquè electró" queda unit feblement a l'àtom a través de la força atractiva de Coulomb entre l'electró i el nucli, i cal molt poca energia per deslligar-lo. Aquesta situació es representa en el model de bandes mitjançant un nivell donador E_d a la banda prohibida, molt proper a la banda de conducció. Aquest nivell d'energia correspon a l'energia del "cinquè electró": l'energia que cal per arrencar-lo és la que el separa de la banda de conducció, la qual és molt menor que E_g (vegeu la figura 10.6b).

Quan es liura una energia més gran o igual que $E_c - E_d$ al "cinquè electró", aquest es desliga de l'àtom d'impuresa i es converteix en un electró lliure, idèntic als que procedeixen de la ruptura d'un enllaç covalent.

S'ha generat, per tant, un electró portador de corrent. Malgrat això, a diferència del cas del silici intrísec, no deixa darrere seu un forat (enllaç covalent trencat), sinó l'àtom d'impuresa ionitzat positivament (per la pèrdua d'un electró) que és fix a la xarxa cristal·lina. Es diu, aleshores, que *la impuresa s'ha ionitzat*.

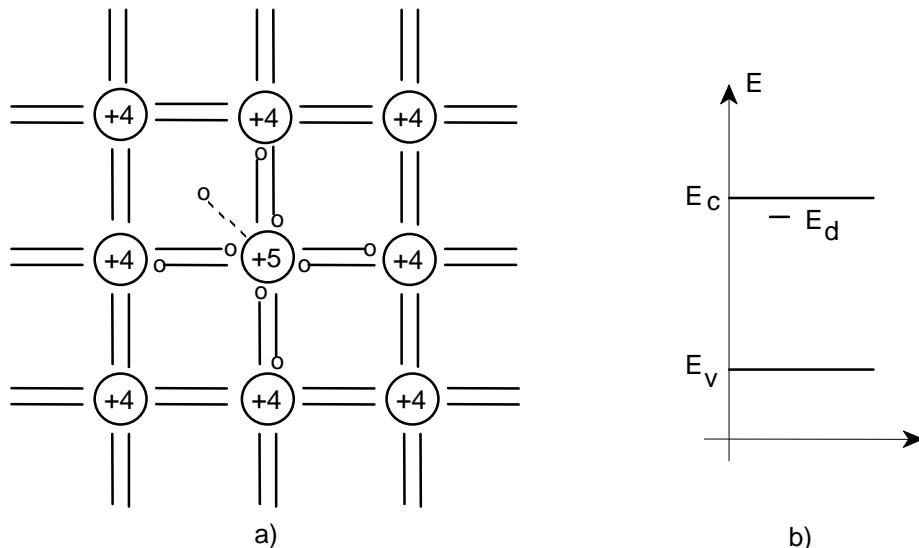


Figura 10.6 Semiconductor tipus N. a) Model d'enllaços. b) Model de bandes.

A 0 K tots els “cinquens” electrons estan units als seus àtoms d’impuresa. El semiconductor, per tant, és aïllant. En augmentar la temperatura es generen quanta d’energia tèrmica, i alguns “cinquens” electrons els absorbeixen i passen a la banda de conducció. És la fase d’ionització d’impureses. També alguns electrons de valència absorbeixen un quàntum tèrmic i produeixen un parell electró-forat. Malgrat això, la producció d’aquest parell requereix una energia gran (E_g) i es dóna en una mesura molt menor que la ionització d’impureses.

En el silici, a temperatura ambient, totes les impureses solen estar ionitzades. Les concentracions d’electrons de conducció, n , i de forats, p , són, per tant,

$$\begin{aligned} n &= N_D + n_r \equiv N_D \\ p &= n_r \end{aligned} \tag{10.3}$$

on N_D és la concentració d’àtoms d’impureses donadores i n_r és la d’enllaços covalents trencats. Normalment, per a concentracions normals d’impureses i a temperatura ambient, n_r és molt inferior a N_D , de manera que n és molt més gran que p . Per això es diu que els portadors *majoritaris* són els electrons i els *minoritaris* són els forats. Es diu que el semiconductor és tipus N perquè dominen els electrons, que posseeixen càrrega negativa.

Una vegada s’han ionitzat totes les impureses, els quanta tèrmics disponibles s’inverteixen a trencar enllaços covalents, de manera que, per a temperatures prou altes, el nombre d’enllaços trencats, n_r , pot ser més gran que N_D . En aquesta situació, n i p tendeixen a igualar-se i es diu que el semiconductor tendeix a intrísec. La figura 10.7 mostra aquesta evolució de n i p amb la temperatura.

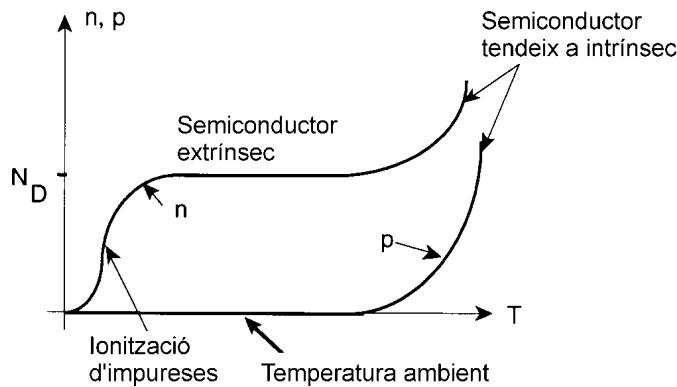


Figura 10.7 Evolució de n i p amb la temperatura en un semiconductor N . A temperatura ambient, totes les impureses solen estar ionitzades, de manera que n és igual a N_D

b) Semiconductor de tipus P

Si en lloc d'impureses pentavalents s'introdueixen en el cristall de silici impureses trivalents, s'obté un semiconductor de tipus P. Quan un àtom d'impuresa trivalent (per exemple, bor) substitueix un àtom de silici en el cristall, utilitza els seus tres electrons de valència per formar tres enllaços covalents i unir-se als seus veïns. Queda, però, el "quart enllaç" sense completar.

Aquest enllaç covalent incomplet, associat a la impuresa trivalent, exerceix una força d'atracció sobre els electrons de valència veïns. Quan un d'aquests electrons absorbeix una petita quantitat d'energia salta a completar l'enllaç i, per tant, ionitza la impuresa negativament (perquè té un electró de més). En aquest procés, l'electró que ha saltat deixa darrere seu un enllaç covalent trencat, idèntic als que es produeixen quan un electró de valència salta a la banda de conducció. S'ha generat, doncs, un forat, sense que s'hagi generat un electró de conducció (vegeu la figura 10.8a), ja que l'electró queda fixat en la impuresa.

En el model de bandes d'energia, la presència d'una impuresa acceptora es representa mitjançant un nivell acceptador E_a a la banda prohibida, molt propera a la banda de valència. És l'energia que té l'electró que completa el "quart enllaç" covalent de la impuresa trivalent. Un electró de valència salta a aquest nivell des de la banda de valència i deixa darrere seu un forat (vegeu la figura 10.8b).

De forma similar al cas anterior, a 0 K el semiconductor P és aïllant. A mesura que augmenta la temperatura s'ionitzen les impureses trivalents i la concentració p augmenta. A temperatura ambient, totes les impureses estan ionitzades i la concentració d'enllaços covalents trencats encara és molt petita. Per això,

$$\begin{aligned} p &= N_A + n_r \cong N_A \\ n &= n_r \end{aligned} \tag{10.4}$$

on N_A és la concentració d'impureses trivalents (acceptores). En aquest cas, els portadors majoritaris són els forats i els minoritaris els electrons. En dominar els forats, que són càrregues positives, es diu que el semiconductor és de tipus P. Si la temperatura continua augmentant, n_r augmenta, i quan es fa més gran que N_A les concentracions d'electrons i forats tendeixen a igualar-se i es diu que el semiconductor tendeix a intríncsec. L'evolució de n i p amb la temperatura és dual a la representada a la figura 10.7. Només cal intercanviar les corbes de n i de p .

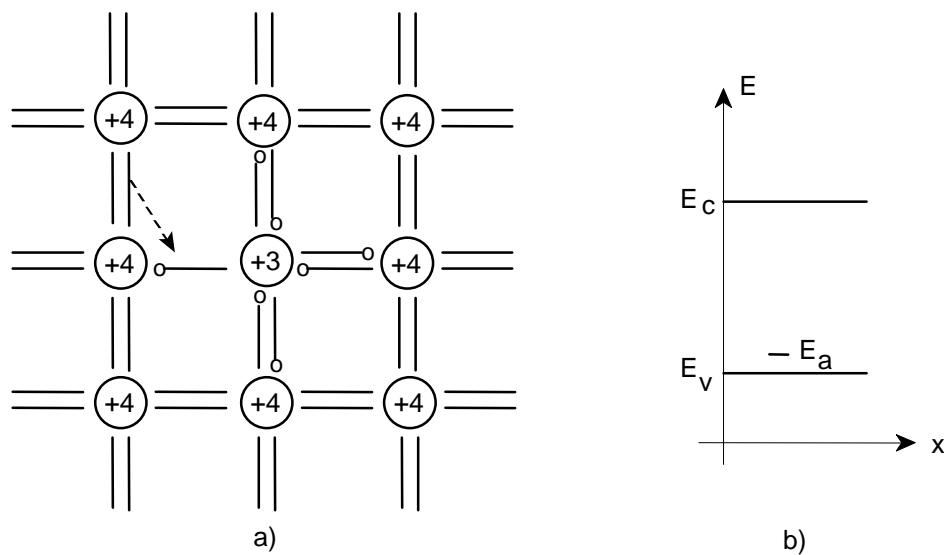


Figura 10.8 Semiconductor P. a) Model d'enllaços. b) Model de bandes

Freqüentment els cristalls semiconductors contenen impureses dels dos tipus. Aleshores es diu que es produeix una *compensació d'impureses*: a l'efecte de concentració de portadors, tot succeeix com si una impuresa donadora i una impuresa acceptora es neutralitzessin mútuament. El semiconductor es comporta com si tingués un *dopatge net* igual a la diferència entre els dopatges totals. El dopatge determina el tipus de semiconductor i la diferència entre ells la concentració efectiva d'impureses.

Aquesta propietat té una importància clau en els processos tecnològics ja que permet convertir un semiconductor N en un P, i viceversa: només cal afegir al semiconductor una quantitat d'impureses acceptores més gran que la d'impureses donadores presents al semiconductor.

El fonament físic d'aquesta propietat es basa en el fet que els "cinquens electrons" de les impureses donadores es transfereixen als àtoms trivalents per completar els seus "quarts enllaços", sense que es generin portadors en aquesta transferència.

10.1.4 Generació i recombinació de portadors en un semiconductor

Els processos de generació de portadors són els que donen lloc a la creació de càrregues mòbils (normalment mitjançant la ruptura d'un enllaç covalent). Perquè tinguin lloc cal proporcionar a l'electró de valència prou energia perquè venci les forces de lligadura i se'n pugui alliberar.

Segons el tipus d'energia que es proporciona al portador, els processos de generació es classifiquen en:

Generació tèrmica. L'energia que ha absorbit el portador per alliberar-se és d'origen tèrmic. És el mecanisme que s'ha descrit als paràgrafs anteriors.

Generació òptica. L'electró absorbeix un fotó per trencar l'enllaç covalent. Un fotó és un quàntum d'energia electromagnètica. L'energia del fotó ve donada per

$$E_{ft} = h \cdot v = \frac{h \cdot c}{\lambda} \quad (10.5)$$

on h és la constant de Planck, v la freqüència de la radiació, λ la seva longitud d'ona i c la velocitat de la llum. Les radiacions electromagnètiques de longitud d'ona entre 375 nm i 750 nm són detectades pels nostres ulls i corresponen a l'anomenat espectre visible. Les longituds d'ona més llargues constitueixen l'infraroig i les més curtes l'ultraviolet. Més lluny d'aquests marges es troben a una banda les ones utilitzades en comunicacions (λ més grans) i a l'altra els raigs X. Observeu que els fotons amb energia inferior a la E_g del semiconductor no seran absorbits per aquest. El semiconductor serà transparent a aquesta radiació.

Generació mitjançant ionització per impacte. Un portador a gran velocitat emmagatzema gran quantitat d'energia cinètica, que es pot transferir per col·lisió (impacte) a un altre portador. En aquest cas seria alliberat. L'efecte *allau* es fonamenta en aquest mecanisme.

Generació per camp. Si en una regió del cristall hi ha un camp elèctric molt intens, pot arribar a arrencar electrons dels enllaços covalents. L'efecte *zener* es fonamenta en aquest procés.

La recombinació és el fenomen contrari a la generació: és l'anul·lació d'un parell electró-forat mitjançant la reconstrucció de l'enllaç covalent. Com que l'electró lliure té més energia que l'electró de valència, en el procés de recombinació s'ha de desprendre de l'energia en excés.

Segons el tipus d'energia que despren l'electró en el procés de recombinació, aquesta s'anomena de maneres diferents:

Recombinació tèrmica: l'energia en excés s'allibera en forma d'energia tèrmica. Aquest és el cas del silici. De vegades aquest procés s'anomena recombinació a través de centres.

Recombinació òptica: l'energia en excés s'allibera en forma de fotó. És el cas del AsGa. Aquesta recombinació també s'anomena recombinació radiactiva, atès que s'irradia energia electromagnètica. Aquest procés constitueix la base física per la qual els LED i els làser semiconductors emeten llum.

Recombinació Auger: és el procés contrari a la generació per impacte. Dos electrons lliures col·lideixen. Un d'ells, el que es recombinà, cedeix la seva energia d'excés a l'altre en forma d'energia cinètica (l'accelera).

En una situació estacionària (règim permanent) el nombre de portadors que es generen per unitat de temps i de volum ha de ser, en mitjana, igual al dels que es recombinen. Això implica que un portador "viu" un cert temps: des que es genera fins que es recombinà. De forma similar al que succeeix amb els éssers vius, la "vida" dels portadors no és igual per a tots ells: uns viuen més que d'altres. S'anomena *temps de vida mitjà* d'un tipus de portador el valor mitjà dels temps de vida d'aquest tipus de portador.

Quan el semiconductor assoleix l'estat estacionari a una temperatura donada, sense que se li comuniqi cap tipus d'energia (òptica, elèctrica, etc.), es diu que és en equilibri tèrmic. Les concentracions d'electrons de conducció i de forats en un semiconductor en equilibri tèrmic tenen una propietat important que és coneguda com la *llei d'acció de masses*. El seu producte és una constant que és independent del dopatge. En haver de complir aquesta llei per a dopatge nul (semiconductor intrínsec), aquesta constant ha de ser igual al quadrat de la concentració intrínseca. Per això es formula de la manera següent:

$$n \cdot p = n_i^2 \quad (10.6)$$

Observeu que, d'acord amb (10.1), aquest producte només depèn del material (E_g) i de la temperatura. Aquesta propietat té el seu origen físic en el fet que la generació de portadors i la ionització d'impureses són

processos que consumeixen energia. Com que a una temperatura donada només hi ha disponible una quantitat determinada d'energia tèrmica, si es dedica preferentment a ionitzar impureses hi ha menys energia disponible per trencar enllaços covalents.

10.1.5 Corrents en un semiconductor

L'estudi dels corrents que es poden induir en un semiconductor té una importància particular en electrònica, ja que els senyals que processen els circuits són tensions i corrents. Hi ha dos mecanismes bàsics que provoquen el moviment net dels portadors i que, per tant, donen lloc a corrents elèctrics en els semiconductors: el moviment provocat per un camp elèctric, que dóna lloc al corrent *d'arrossegament*, i l'originat per diferències de concentració, que dóna lloc a l'anomenat *corrent de difusió*.

A l'interior del semiconductor els portadors de corrent són sotmesos a un *moviment d'agitació tèrmica*. Es tracta d'un moviment aleatori, ja que no hi ha cap direcció preferent. Un portador es mou en una direcció, col·lideix amb un àtom o un altre portador, es freua o canvia de direcció, pateix l'impacte d'un portador que l'accelera, etc. A la figura 10.9 es representa la trajectòria seguida per una partícula en aquest tipus de moviment. Evidentment, aquesta agitació tèrmica no dóna lloc a cap corrent atès que no hi ha cap direcció privilegiada. Donada una secció del semiconductor, el nombre d'electrons que la travessen en un sentit serà el mateix, en mitjana, que el dels que la travessen en sentit contrari.

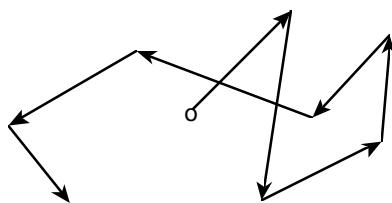


Figura 10.9 Moviment aleatori d'agitació tèrmica

Quan s'aplica un camp elèctric al semiconductor es produeix un corrent anomenat *corrent d'arrossegament*. El camp elèctric exerceix una força sobre el portador que se superposa al moviment d'agitació tèrmica. Durant el camí lliure del portador entre col·lisions, la seva trajectòria es desvia en la direcció que determina el camp elèctric: els forats, en el sentit del camp; els electrons, en sentit contrari. En el trajecte entre col·lisions, el camp elèctric accelera el portador i li dóna energia cinètica. Però aquesta energia cinètica és transferida al cristall quan col·lideix amb els àtoms del semiconductor o les impureses, de manera que la partícula es freua. Aquesta transferència d'energia fa que el moviment net del portador en la direcció determinada pel camp elèctric no sigui un moviment uniformement accelerat, com és en el buit, sinó un *moviment a velocitat constant*.

Considerem la figura 10.10. El corrent que travessa la secció A del semiconductor, provocada pel camp elèctric E, està format per la càrrega que travessa aquesta secció en la direcció del camp elèctric en un interval de temps dt . Per calcular-la, suposem que les càrregues positives (forats) es mouen a una velocitat v_p en el sentit del camp elèctric, i les càrregues negatives (electrons) a una velocitat v_n en sentit contrari. Com que en un temps dt els portadors s'han desplaçat una longitud $v \cdot dt$, només hauran pogut travessar la secció A les càrregues positives contingudes en el volum de longitud $v_p \cdot dt$ a l'esquerra de la secció, i les càrregues negatives del cilindre corresponent a la dreta d'aquesta secció

$$\vec{i} = \frac{dq}{dt} \cdot \vec{u} = \frac{dq_p \cdot \vec{u} + (-dq_n) \cdot (-\vec{u})}{dt} = \frac{(qAv_p dt \cdot p) \cdot \vec{u} + (-qAv_n dt \cdot n) \cdot (-\vec{u})}{dt}$$

$$\vec{i} = (qAv_p p + qAv_n n) \cdot \vec{u} = qA(v_p p + v_n n) \cdot \vec{u} \quad (10.7)$$

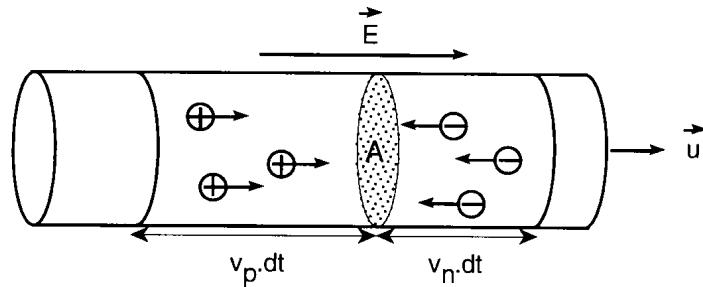


Figura 10.10 Corrent d'arrossegament en un semiconductor

En aquesta formulació p i n són les densitats de forats i electrons respectivament, v_p i v_n els mòduls de les seves velocitats i \vec{u} és el vector unitari en la direcció del camp elèctric. Com es pot observar, el corrent degut als forats ($qAv_p p$) té el mateix signe que el degut als electrons ($qAv_n n$).

Per a camps elèctrics no excessivament elevats, les velocitats són proporcionals a aquest camp

$$\vec{v}_p = \mu_p \cdot \vec{E}_{el}$$

$$\vec{v}_n = -\mu_n \cdot \vec{E}_{el} \quad (10.8)$$

on les constants μ_p i μ_n s'anomenen *mobililitats* dels forats i dels electrons, respectivament. Les mobilitats d'un semiconductor varien amb el dopatge. Si substituïm 10.8 a 10.7

$$\vec{i} = qA(\mu_p p + \mu_n n) \vec{E}_{el}$$

$$\vec{i} = A \cdot \sigma \cdot \vec{E}_{el} \quad (10.9)$$

on σ s'anomena *conductivitat* del semiconductor.

Si s'aplica una diferència de potencial a un semiconductor homogeni de longitud d i secció A , resulta

$$E_{el} = \frac{V}{d} \Rightarrow i = \left(\frac{A\sigma}{d} \right) V = \frac{V}{R} \quad (10.10)$$

que no és més que la llei d'Ohm. La resistència és, per tant,

$$R = \frac{1}{\sigma} \frac{d}{A} = \rho \frac{d}{A} \quad (10.11)$$

La inversa de la conductivitat, ρ , s'anomena *resistivitat* del material.

Aquestes relacions només són vàlides quan el camp elèctric no és excessivament elevat. Si supera un cert valor, la velocitat dels portadors deixa de ser proporcional al camp i les velocitats inicien una saturació (vegeu la figura 10.11). Quan els camps són molt elevats, les velocitats deixen d'augmentar i es fixen en uns valors constants, anomenats *velocitats de saturació*, propers a 10^7 cm/s. Observeu que quan les velocitats deixen de ser proporcionals al camp elèctric, es deixa de complir la llei d'Ohm, ja que la resistivitat deixa de ser constant.

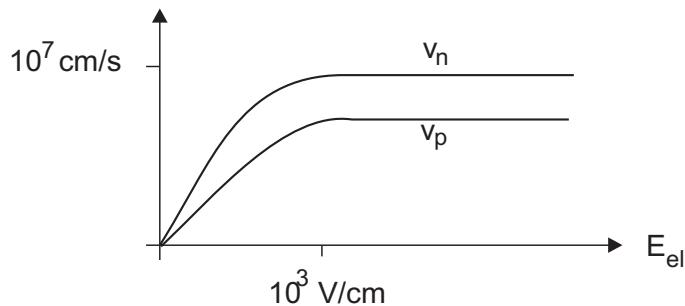


Figura 10.11 Velocitat dels portadors en funció del camp elèctric

Un dels fets clau de les propietats electròniques dels semiconductors és que es pot controlar la resistivitat del semiconductor, en un ampli marge d'ordres de magnitud, si en variem el dopatge, ja que σ depèn de n i p (vegeu l'equació 10.9).

Exemple 10.1

Calculeu, a temperatura ambient, la resistivitat del silici intrínsec i del silici de tipus P dopat, amb $N_A = 2 \cdot 10^{20}$ àtoms/cm³. Dades: $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; $n_i = 1,5 \cdot 10^{10}$ cm⁻³. Per al silici intrínsec: $\mu_n = 1500$ cm²/V·s; $\mu_p = 500$ cm²/V·s. Per al silici P: $\mu_p = 30$ cm²/V·s

Per al silici intrínsec: $n = p = n_i$. Per tant,

$$\rho = \frac{1}{q(\mu_n n_i + \mu_p n_i)} = \frac{1}{qn_i(\mu_n + \mu_p)} = \frac{1}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,5 \cdot 10^{10} \cdot 2000} = 208 \text{ k}\Omega \cdot \text{cm}$$

Per al silici P, $p = N_A$ i $n \ll p$;

$$\rho \approx \frac{1}{q\mu_p N_A} = \frac{1}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 30 \cdot 2 \cdot 10^{20}} = 0,001 \Omega \cdot \text{cm}$$

Aquest valor tan petit de la resistivitat és degut a l'alta concentració d'impureses acceptores. Observeu que l'aproximació feta a la darrera expressió es deu al fet que la concentració dels electrons minoritaris és molts ordres de magnitud inferior a la dels forats majoritaris ($n = n_i^2/N_A$).

Per tant, hi ha una variació en la resistivitat entre els dos tipus de silici de més de vuit ordres de magnitud.

Exercici 10.1

Es disposa de silici de tipus P de resistivitat $1 \Omega\cdot\text{cm}$. Quina concentració d'impureses donadores cal afegir al semiconductor per convertir-lo en un de tipus N de $0,1 \Omega\cdot\text{cm}$ de resistivitat? Dades: $\mu_n = 1.200 \text{ cm}^2/\text{Vs}$; $\mu_p = 400 \text{ cm}^2/\text{Vs}$

$$\text{Solució: } N_D = 6,76 \cdot 10^{16} \text{ àtoms/cm}^3$$



El *corrent de difusió* és un altre tipus de corrent en un semiconductor. Aquest corrent es produeix quan hi ha diferències en la concentració d'un portador en el volum del semiconductor. En aquest cas, hi ha un *flux de portadors a l'interior del semiconductor que va en el sentit de tendir a igualar la concentració*. Com que els portadors tenen càrrega, el seu moviment origina un corrent.

L'origen físic d'aquest corrent de portadors es deu al seu moviment d'agitació tèrmica i es dóna en tots els sistemes amb partícules que presenten aquest moviment erràtic. Aquest és el cas, per exemple, del que passa en depositar una gota de tinta a la superfície d'un vas d'aigua. Sense necessitat d'agitar-la, després d'alguns temps tota l'aigua és tenyida del color de la tinta uniformement: les seves molècules s'han difós des de la gota inicial i tendeixen a igualar la seva concentració en tot el vas. Però també es pot comprovar que si es deposita sobre un tros de gel una gota congelada de tinta i el conjunt es manté congelat, no es produeix la distribució uniforme de les molècules de tinta.

Per entendre per què es produeix el fenomen de la difusió, n'hi ha prou a considerar la figura 10.12. A l'esquerra de x_0 hi ha una concentració c_1 de partícules, i a la seva dreta una concentració c_2 . Se suposa que aquestes partícules estan sotmeses a una agitació aleatòria que, per simplificar, suposem unidimensional. A causa del seu caràcter aleatori, no hi ha cap direcció preferent; per tant, després d'un interval dt , la meitat de les partícules que ocupen el volum situat a l'esquerra de x_0 , de secció A i longitud d (el camí lliure mitjà entre col·lisions), passen a la dreta de x_0 , mentre que l'altra meitat es desplaça en sentit contrari. Passa el mateix amb les que ocupen el volum situat a la dreta de x_0 . El flux net de partícules en un temps dt a través de la secció A situada a x_0 és

$$\phi_{12} = \frac{1}{2} Adc_1 - \frac{1}{2} Adc_2 = \frac{1}{2} Ad(c_1 - c_2) \quad (10.12)$$

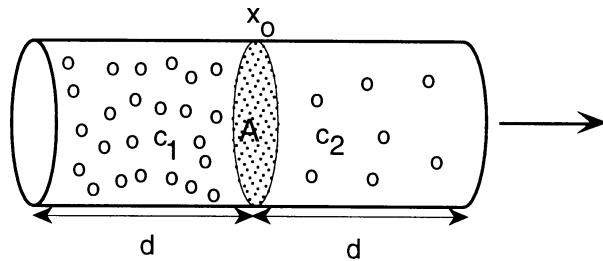


Figura 10.12 a) La diferència de concentració de partícules a ambdós costats de x_0 origina un corrent de difusió

Si fem l'aproximació

$$c_2 = c_1 + \frac{dc}{dx} d \quad (10.13)$$

resulta

$$\phi_{12} = -\frac{1}{2} Ad^2 \frac{dc}{dx} = -Ak \frac{dc}{dx} \quad (10.14)$$

El flux de partícules és, per tant, directament proporcional a la derivada de la concentració i de signe contrari. Si les partícules tenen càrrega, el seu desplaçament origina un corrent que ve donat pel flux de partícules multiplicat per la càrrega de cadascuna d'elles.

Les expressions dels corrents de difusió per als electrons i els forats són les següents

$$\begin{aligned} i_p &= -qAD_p \frac{dp}{dx} \\ i_n &= +qAD_n \frac{dn}{dx} \end{aligned} \quad (10.15)$$

on D_p i D_n s'anomenen *constants de difusió de forats i d'electrons*, respectivament. Els seus valors, d'acord amb la relació d'Einstein, vénen donats pel producte de la mobilitat per la tensió tèrmica ($D = \mu.(KT/q)$). Observeu la presència del signe diferent per als corrents d'electrons i forats, pel fet que aquests portadors tenen càrregues de signe contrari.

10.2 Principi d'operació del diòde d'unió P-N

Com ja es va comentar al capítol 6, els diòdes semiconductors més utilitzats en els circuits electrònics estan formats per la unió d'un semiconductor P i un altre N. Aquesta unió es realitza conservant la continuïtat de l'estrucció cristal·lina del semiconductor. És a dir, dins un mateix monocristall, una regió és P i l'altra és N. En un altre apartat veurem com es fa aquesta unió tecnològicament. En aquest apartat es descriuen les principals característiques físiques d'operació del diòde.

10.2.1 La unió P-N en equilibri tèrmic

Considereu un semiconductor de tipus P i un altre tipus N, tal com s'indica a la figura 10.13a. El semiconductor P conté àtoms trivalents ionitzats negativament que estan fixos en nusos de la xarxa cristal·lina. També conté forats majoritaris i electrons minoritaris. Per a dopats normals (majors o iguals a 10^{15} àtoms/cm³) hi ha una diferència de més de deu ordres de magnitud entre les concentracions d'ambdós portadors. Per representar-les gràficament s'utilitza, aleshores, un eix d'ordenades logarítmic. Si ignorem els minoritaris, els forats han de neutralitzar la càrrega dels ions negatius, ja que cada impuresa ionitzada ha generat un forat, i suposem el semiconductor dopat homogèniament. Observeu que l'escala logarítmica pot donar una impressió visual errònia sobre la concentració dels minoritaris. En el semiconductor N es dóna la situació dual.

En "unir" el semiconductor P amb el N, apareixen diferències considerables en la concentració dels portadors entre un costat i l'altre de la unió. Aquestes diferències de concentració originen uns *corrents de difusió* que intenten igualar les concentracions de portadors en el volum del semiconductor. Els forats es

difonen des de la regió P, on són majoritaris, cap a la regió N, on són minoritaris. En conseqüència, la seva concentració disminueix en el costat P a prop de la unió i augmenta en el costat N, tal com s'indica a la figura 10.13c. Amb els electrons es produeix un comportament dual.

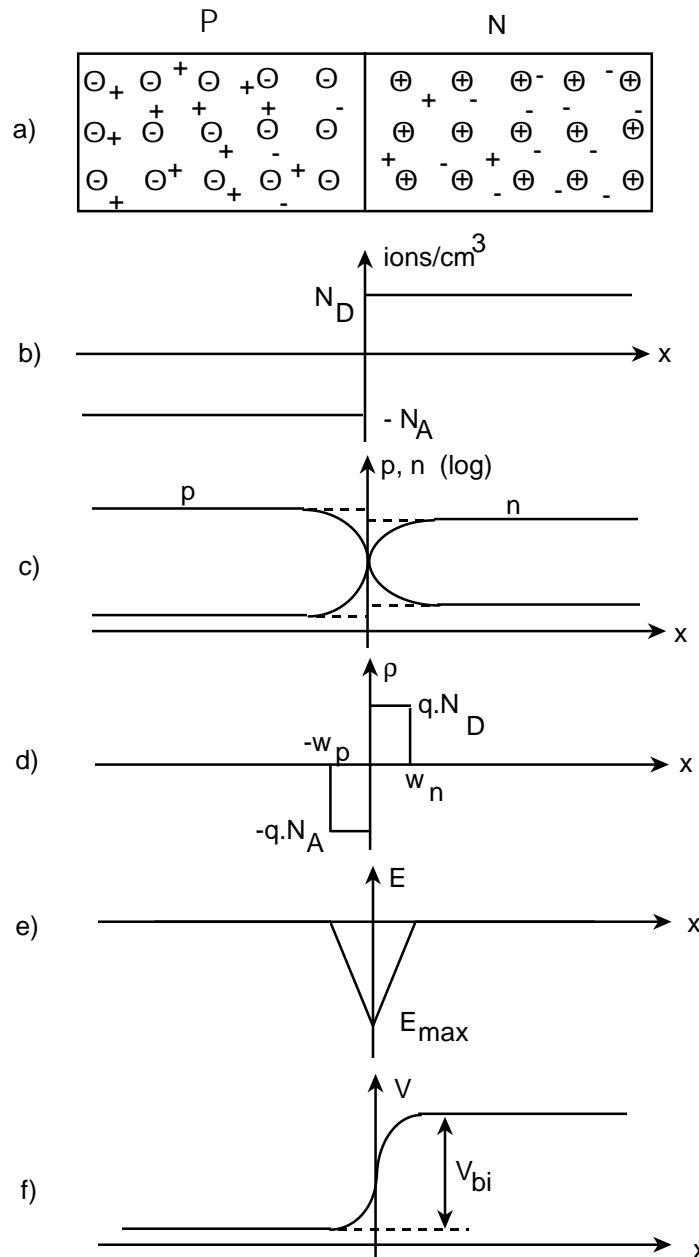


Figura 10.13 a) Ions i portadors en el semiconductor (els ions són representats per cercles). b) Concentració d'ions. c) Concentració de portadors. d) Densitat de càrrega (aproximació rectangular). e) Camp elèctric. f) Potencial intern: formació d'una "barrera de potencial" entre les regions N i P

En el semiconductor P aïllat, els forats neutralitzen els ions negatius en tots els punts del cristall, ja que les concentracions d'ambdós són iguals. En realitzar la unió d'aquest semiconductor amb un de tipus N, la disminució de la concentració de forats que té lloc en el volum del semiconductor P proper a la unió, degut a la seva difusió, trenca la neutralitat anterior, i apareix en aquesta regió la càrrega negativa dels ions sense neutralitzar. Es produeix un procés semblant en el volum del semiconductor N proper a la unió: els electrons disminueixen la seva concentració per efecte de la seva difusió cap a la regió P i deixen darrere seu, sense neutralitzar, els àtoms donadors ionitzats positivament. Per tant, apareix un *dipòl de càrrega* entre els dos costats de la unió que, per simplificar els càlculs, suposem que té forma rectangular. Al costat P l'ordenada és $\rho = -q \cdot N_A$ i l'abscissa $-w_p$, i al costat N, $\rho = +q \cdot N_D$ i w_n .

Les lleis de Gauss i Poisson estableixen que la càrrega elèctrica origina un camp elèctric, i aquest una diferència de potencial

$$\frac{dE}{dx} = \frac{\rho}{\epsilon} \quad (10.16)$$

$$\frac{dV}{dx} = -E \quad (10.17)$$

L'equació 10.16 ens permet obtenir el camp elèctric a la regió de la unió, si integrem la densitat de càrrega. El camp elèctric resulta negatiu (vegeu la figura 10.13e), és a dir, va en el sentit de x decreixents. S'oposa, per tant, a la difusió dels portadors majoritaris. Per difusió, els forats es desplacen cap a la dreta mentre el camp elèctric els arrossega cap a l'esquerra. Per als electrons es dóna la situació dual. L'equació 10.17 mostra que el camp elèctric provoca que el semiconductor N estigui a un potencial superior que el semiconductor P.

La difusió inicial provoca, per tant, una reacció en forma de camp elèctric que tendeix a neutralitzar-la. En la mesura que la difusió de portadors es mantingui, augmenta el dipòl de càrrega en la unió, de manera que provoca un augment del camp elèctric, que torna els portadors a la seva regió d'origen. S'arriba a un equilibri dinàmic entre ambdós corrents. En tots els punts del semiconductor el corrent de difusió de forats és neutralitzat pel corrent d'arrossegament de forats i dóna un corrent net nul. Passa el mateix amb els electrons. Quan s'assoleix aquest equilibri, existeixen uns valors determinats del camp elèctric, dels gruixos de les regions en les quals hi ha càrrega sense neutralitzar (que anomenem *regió de càrrega espacial o regió de transició*) i de la diferència de potencial entre la regió N i la P. Aquesta diferència de potencial en equilibri tèrmic s'anomena *potencial de difusió*, V_{bi} , i el seu valor ve donat per

$$V_{bi} = V_T \ln \left[\frac{N_A N_D}{n_i^2} \right] \quad (10.18)$$

El camp elèctric i el potencial es poden calcular si integrem la densitat de càrrega i el camp elèctric. La forma rectangular de la càrrega produeix una forma triangular per al camp elèctric i dos trams parabòlics per al potencial. Observeu que, com que el semiconductor era originàriament neutre i només s'ha produït una separació de càrregues, la càrrega total negativa ha de ser igual a la càrrega total positiva.

$$\begin{aligned} w_{po} N_A &= w_{no} N_D & w_o &= \sqrt{\frac{2\epsilon}{q} \left[\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right] V_{bi}} \\ E_{\text{màx}o} &= \frac{q N_A w_{po}}{\epsilon} & \Rightarrow & \quad w_{po} = \frac{w_o N_D}{N_A + N_D} \\ V_{bi} &= \frac{1}{2} w_o E_{\text{màx}o} & E_{\text{màx}o} &= \sqrt{\frac{2q}{\epsilon} \frac{N_A N_D}{N_A + N_D} V_{bi}} \end{aligned} \quad (10.19)$$

on el subíndex "o" indica valors d'equilibri i $w_o = w_{po} + w_{no}$ és el gruix total de la zona de càrrega espacial.

Exemple 10.2

En un diòde d'unió P-N de silici, trobeu el gruix de la zona de càrrega espacial i el valor del camp elèctric màxim a la unió, si els dopatges són $N_A = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ i $N_D = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$. Dades: $\epsilon(\text{Si}) = 10^{-12} \text{ F/cm}$; $q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $n_i = 1,5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$.

El potencial de difusió és

$$V_{bi} = 25 \cdot 10^{-3} \ln\left(\frac{10^{15} \cdot 10^{17}}{2,25 \cdot 10^{20}}\right) = 0,67 \text{ V}$$

El gruix de la zona de càrrega espacial és

$$w_o = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-12} \cdot 0,67}{1,6 \cdot 10^{-19}}} \cdot 1,01 \cdot 10^{-15} = 0,92 \cdot 10^{-4} \text{ cm} = 0,92 \mu\text{m}$$

Quasi tot el gruix correspon a la part menys dopada, a causa de la neutralitat global de càrrega

$$\begin{aligned} w_{po} &= 0,92 \frac{10^{-17}}{10^{-17} + 10^{-15}} = 0,91 \cdot 10^{-2} \mu\text{m} \\ w_{po} &= 0,92 - 0,91 \cdot 10^{-2} = 0,91 \mu\text{m} \end{aligned}$$

I el camp elèctric màxim en la unió és

$$E_{\max,o} = \frac{2V_{bi}}{w_o} = 14565 \text{ V/cm}$$

Exercici 10.2

Repetiu l'exercici anterior per a $N_A = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ i $N_D = 10^{19} \text{ cm}^{-3}$.

Solució: $V_{bi} = 0,9 \text{ V}; w_o = 0,1 \mu\text{m}; E_{\max,o} = 169 \text{ kV/cm}$

10.2.2 La característica i-v de la unió P-N

Polaritzar una unió P-N significa aplicar-hi una diferència de potencial entre els seus extrems. Quan la tensió aplicada a P és positiva respecte de l'aplicada a N es diu que la unió es polaritza directament. En cas contrari, la polarització s'anomena inversa.

La diferència de potencial aplicada se superposa al potencial intern de la unió PN, comentat a l'apartat anterior. En la teoria bàsica del diòde d'unió se suposa que *tota la tensió aplicada s'inverteix a disminuir la barrera de potencial de la unió (en polarització directa) o a augmentar-la (en inversa)*. Aquesta

aproximació és prou exacta per a corrents febles i no tant quan són intensos. La barrera de potencial d'una unió polaritzada s'aproxima, doncs, a $V_{bi} - V$. En polarització directa es pren la tensió aplicada V positiva, i en inversa negativa.

Aquest canvi en la barrera de potencial exigeix un canvi en el camp elèctric que la produeix (tota diferència de potencial és produïda per un camp elèctric d'acord amb 10.17). Si la barrera disminueix, el camp elèctric ha de disminuir i, si augmenta, el camp elèctric ha d'augmentar. Aquesta variació del camp elèctric en la unió trenc l'equilibri que es donava entre els corrents de difusió i d'arrossegament a la zona de càrrega espacial sense polarització. Si el camp elèctric disminueix, també ho fa el corrent d'arrossegament i, per tant, domina el de difusió. Si augmenta, domina el corrent d'arrossegament sobre el de difusió.

Per tant, *en una unió P-N polaritzada directament domina el corrent de difusió sobre el d'arrossegament*. Això produeix una *forta injecció* de forats des de la regió P cap a la regió N i una altra injecció d'electrons de N cap a P. Aquestes injeccions fortes de portadors des de les regions on són majoritaris donen lloc a uns corrents molt intensos en el sentit de P cap a N.

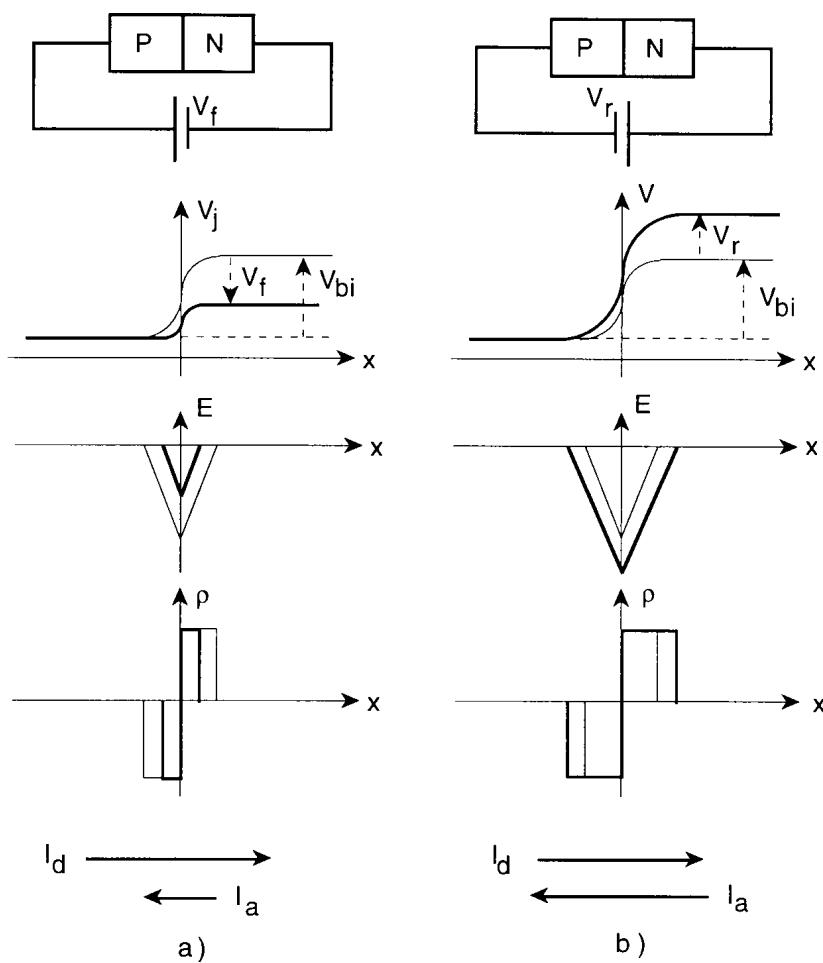


Figura 10.14 Efecte d'una tensió de polarització sobre la unió. a) Polarització directa.
b) Polarització inversa

Quan es polaritza inversament, la unió augmenta el camp elèctric i domina el corrent d'arrossegament sobre el de difusió. Aquest corrent esgota ràpidament els forats i els electrons a la regió de càrrega d'espai. Una vegada esgotada la seva presència a la zona de càrrega d'espai, el corrent passa a estar constituït pels forats que arriben a la zona de càrrega d'espai procedents de la regió N i pels electrons que hi arriben procedents de la regió P. Com que aquests portadors són minoritaris en aquestes zones d'origen, arriben en quantitat petita i donen lloc a corrents molt febles. D'aquí l'efecte rectificador de la unió PN.

Una teoria més completa de la unió P-N demostra que el corrent de forats que injecta la regió P a la regió N i el corrent d'electrons que la regió N injecta a la regió P vénen donats per

$$\begin{aligned} i_p &= k_p \frac{n_i^2}{N_D} (e^{v/V_T} - 1) = I_{sp} (e^{v/V_T} - 1) \\ i_n &= k_n \frac{n_i^2}{N_A} (e^{v/V_T} - 1) = I_{sn} (e^{v/V_T} - 1) \end{aligned} \quad (10.20)$$

on k_p i k_n són constants que depenen dels temps de vida i de les constants de difusió dels forats i electrons a les regions N i P, respectivament (on són minoritaris), com també de les seves dimensions. El corrent total en la unió és

$$i = i_p + i_n = (I_{sp} + I_{sn}) \cdot (e^{v/V_T} - 1) = I_s (e^{v/V_T} - 1) \quad (10.21)$$

que no és més que l'equació del model exponencial del diòde. Observeu que aquestes expressions mostren que els corrents i_p i i_n són inversament proporcionals al dopatge. Si controlem el dopatge es pot controlar el valor de cadascun d'ells. La regió menys dopada és la que domina el corrent invers de saturació del diòde. La dependència de I_s del diòde amb la temperatura és la mateixa que n_i^2 .

Exemple 10.3

Si suposem que k_p i k_n són aproximadament iguals, trobeu la relació i_p/i_n a la unió PN de l'exemple 10.2. Si el corrent invers de saturació d'aquest diòde fos de 10^{-14}A , estimeu el valor de k_p .

La relació de corrents és

$$\frac{i_p}{i_n} = \frac{k_p N_A}{k_n N_D} \cong \frac{N_A}{N_D} = \frac{10^{17}}{10^{15}} = 10^2$$

És a dir, la regió P injecta un corrent de forats a la regió N que és unes 100 vegades superior al corrent d'electrons que injecta la regió N a la P.

El valor de k_p és

$$\begin{aligned} I_s &= I_{sp} + I_{sn} \cong 1,01 \quad I_{sp} \cong k_p \frac{n_i^2}{N_D} \\ k_p &= \frac{I_s N_D}{n_i^2} = \frac{10^{-14} \cdot 10^{15}}{(1,5 \cdot 10^{10})^2} = 4,4 \cdot 10^{-20} \text{ Acm}^3 \end{aligned}$$

Exercici 10.3

Calculeu i_p/i_n per a la unió PN de l'exercici 10.2, si suposem k_p igual a k_n . Quin seria el valor de I_s si k_p tingüés el valor trobat a l'exercici anterior?

$$\text{Solució: } i_p/i_n = 10^{-2} \quad I_s = 10^{-16} \text{ A}$$

10.2.3 Ruptura de la unió

Una segona conseqüència de la variació del camp elèctric en la unió és l'anomenada ruptura de la unió. Si la unió es polaritza inversament el camp elèctric augmenta. Quan el camp elèctric assoleix un valor crític, anomenat *camp elèctric de ruptura*, es produeix un increment sobtat i molt intens del corrent: és la ruptura de la unió.

Les expressions del camp elèctric màxim i del gruix de la zona de càrrega d'espai trobades per a l'equilibri tèrmic s'han de modificar quan s'aplica una polarització al diòde. El canvi efectiu que es produeix és la variació de la barrera de potencial en la unió: el potencial a l'equilibri, V_{bi} , es transforma en $V_{bi}-V$, on V és la tensió de polarització. Així doncs,

$$\begin{aligned} E_{\max} &= \sqrt{\frac{2q(N_A N_D)}{\epsilon(N_A + N_D)}(V_{bi} - V)} \Rightarrow E_{\max} = E_{\max o} \sqrt{1 - \frac{V}{V_{bi}}} \\ w &= \sqrt{\frac{2\epsilon}{q} \left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right) (V_{bi} - V)} \Rightarrow w = w_o \sqrt{1 - \frac{V}{V_{bi}}} \end{aligned} \quad (10.22)$$

Observeu que les darreres expressions permeten trobar fàcilment els valors en polarització a partir dels de l'equilibri. A la figura 10.15 es mostra el camp elèctric de ruptura en funció del menor dels dopatges, N_A o N_D , de la unió. Recordeu que el corrent invers de saturació ve determinat pel menor dels dopats.

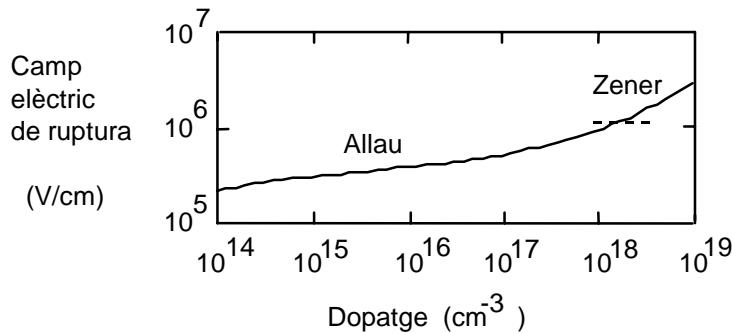


Figura 10.15 Camp elèctric de ruptura per al silici en funció del menor dels dos dopatges de la unió

La ruptura de la unió pot ser deguda a dos mecanismes diferents: la ionització per impacte, o efecte allau, i la generació per camp, o efecte zener. Ambdós mecanismes s'han descrit a l'apartat 10.1.4. L'efecte allau

consisteix en el fet que un portador, que entra a la zona de càrrega d'espai de la unió, experimenta una forta acceleració pel camp elèctric, acumula energia cinètica i, en col·lidir amb un altre electró de valència l'arrenca de l'enllaç covalent i li traspassa part de la seva energia cinètica. L'electró inicial, l'electró arrencat i el forat generat repeteixen cadascun el procés anterior. La conseqüència és que el corrent es multiplica per un factor molt superior a la unitat. L'efecte zener consisteix en que és el mateix camp elèctric el qui arrenca els electrons dels enllaços covalents, lo qual també generen una multiplicació dels portadors i, per tant, del corrent. L'efecte allau sol predominar quan els dopats no són molt alts, mentre que l'efecte zener es dóna per a dopats molt elevats.

Exemple 10.4

Calculeu la tensió de ruptura de la unió de l'exemple 10.2. Tingueu en compte que el camp crític per a aquests dopatges és de $3 \cdot 10^5$ V/cm.

Si utilitzem l'expressió 10.18

$$3 \cdot 10^5 = 14565 \sqrt{1 - \frac{v}{0,67}} \Rightarrow v = -284 \text{ V}$$

Exercici 10.4

Calculeu la tensió de ruptura de la unió de l'exercici 10.2 si suposem un camp crític de $7 \cdot 10^5$ V/cm per aquests dopatges.

Solució: $V = -14,5 \text{ V}$

10.2.4 Capacitat de transició

Una tercera conseqüència de la variació del camp elèctric en la unió, quan s'aplica una tensió de polarització, és la *variació del gruix de la regió de transició*. El camp elèctric és produït pel dipol de càrrega que hi ha a la regió de càrrega espacial. Per disminuir el camp elèctric cal disminuir el dipol de càrrega, però, com que les seves ordenades en un costat i l'altre de la unió són fixes ($-q \cdot N_A$ i $q \cdot N_D$), només es pot aconseguir si en disminuïm el gruix. L'expressió 10.22 expressa aquesta variació del gruix de la zona de transició amb la tensió de polarització.

Per disminuir el gruix de la zona de càrrega espacial *s'han d'injectar forats* al costat P *que neutralitzin els ions negatius* situats al costat de la frontera de la regió de transició, i *injectar electrons* al costat N *que neutralitzin els ions positius correspondents* (vegeu la figura 10.16). És a dir, s'han d'injectar unes càrregues que queden emmagatzemades en la proximitat de la zona de càrrega d'espai. Però això no és més que un efecte capacitiu: emmagatzemar càrregues a les armadures d'un condensador. Aquest efecte capacitiu s'anomena *capacitat de transició* i es modela amb un condensador C_j .

La capacitat de transició es defineix com $C_j = dq_j/dV$, on $q_j = qAN_Aw_p$. Quan es calcula aquesta derivada i s'utilitzen les expressions 10.22 resulta

$$C_j = \frac{A\mathcal{E}}{w} = \frac{A\mathcal{E}/w_o}{\sqrt{1-V/V_{bi}}} = \frac{C_{jo}}{\sqrt{1-V/V_{bi}}} \quad (10.23)$$

on A és la secció de la unió P-N, ϵ la permitivitat del semiconductor, w el gruix de la zona de transició i C_{jo} la capacitat de transició en equilibri tèrmic.

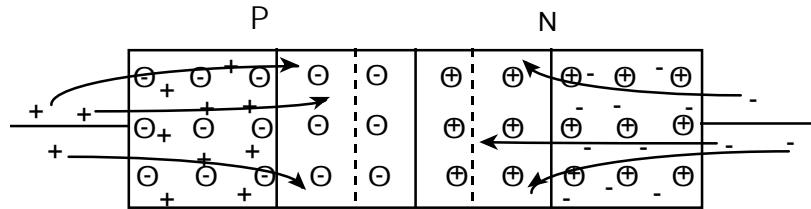


Figura 10.16 Emmagatzematge de càrregues a les vores de la regió de transició per acomodar el seu gruix a la tensió de polarització

Exemple 10.5

Calculeu la capacitat de transició de la unió P-N de l'exemple 10.2 en equilibri tèrmic i just abans de la ruptura. Dades: $\epsilon(\text{Si}) = 10^{-12} \text{ F/cm}$; $A = 10^{-4} \text{ cm}^2$.

La capacitat C_{jo} és

$$C_{jo} = \frac{10^{-4} \cdot 10^{-12}}{0,92 \cdot 10^{-4}} = 1,08 \text{ pF}$$

La capacitat quan $V = -284 \text{ V}$ és

$$C_j = \frac{1,08 \text{ pF}}{\sqrt{1 + 284/0,67}} = 0,05 \text{ pF}$$

Observeu que la disminució de C_j és deguda a l'augment del gruix de la zona de càrrega espacial en polarització inversa.

Exercici 10.5

Calculeu la capacitat de transició del díode de l'exercici 10.2 en equilibri tèrmic i just abans de la ruptura.

Solució: $C_{jo} = 10 \text{ pF}; C_j(-14,5V) = 2,4 \text{ pF}$

10.2.5 Capacitat de difusió

Quan s'augmenta la tensió de polarització s'incrementen les concentracions de minoritaris a les regions P i N. Aquest increment de les concentracions és el resultat del domini del corrent de difusió sobre el d'arrossegament: la regió P inunda amb forats la regió N, i viceversa. *L'increment de la concentració de portadors en una regió del semiconductor implica injectar aquests portadors des del terminal extern i emmagatzemar-los en aquesta regió.* Es tracta d'un altre efecte capacitiu, anomenat capacitat de difusió.

La capacitat de difusió és associada als corrents que travessen la zona de transició del díode. És a dir, el corrent del díode. Aquesta capacitat ve donada per

$$C_s = \tau_t \frac{dI_d}{dV} = \tau_t \frac{I_s}{V_T} e^{V/V_T} \quad (10.24)$$

on τ_t és una constant de proporcionalitat que té dimensions de temps i s'anomena temps de trànsit. I_d és el corrent pel díode, V_T la tensió tèrmica i I_s el corrent invers de saturació del model exponencial del díode. Observeu que aquesta capacitat té una dependència exponencial amb la tensió de polarització. Quan V és positiva, C_s té un valor elevat, però en polarització inversa sol ser negligible. El temps de retard per emmagatzematge en el transitori de commutació del díode, que es va estudiar al capítol 6, sol ser determinat per aquesta capacitat.

Exemple 10.6

Calculeu la capacitat de difusió del díode de l'exemple 10.2 per a $V = 0,6$ V. Dades: $\tau_t = 10^{-7}$ s, $I_s = 10^{-14}$ A.

La capacitat de difusió és

$$C_s = 10^{-7} \frac{10^{-14}}{25 \cdot 10^{-3}} e^{600/25} = 4 \cdot 10^{-20} e^{24} = 1,06 \text{ nF}$$

Observeu que és un valor molt superior als trobats per a C_j , però que per a $V = 0$ ja és totalment negligible.

Exercici 10.6

Calculeu la capacitat de difusió del díode de l'exercici 10.2 per a $V = 0,7$ V. Dades: $\tau_t = 10^{-8}$ s; $I_s = 10^{-16}$ A

Solució: $C_s = 57,8 \text{ pF}$

10.3 El transistor bipolar

El transistor bipolar és un dels dispositius bàsics en l'electrònica actual. Va ser descobert fortuitament l'any 1948 per Bardeen, Brattain i Shockley quan intentaven crear un transistor d'efecte de camp de germani. El nou dispositiu descobert va substituir en pocs anys els antics dispositius basats en una tecnologia de tubs de buit. Una característica destacada del transistor bipolar és la seva rapidesa d'operació, que es basa en la seva capacitat de conduir corrents molt intensos en molt poca àrea de silici, la qual cosa permet una càrrega i una descàrrega ràpida de les capacitats. En aquest apartat descriurem el principi d'operació del transistor bipolar PNP. Les característiques del NPN són duals a les del PNP.

10.3.1 Principi d'operació del transistor bipolar

L'estrucció PNP és constituïda, com el seu nom indica, per tres regions. Una regió P que forma l'emissor, una altra N per a la base i la regió P de col·lector. Aquesta estructura conté dues unions: la *unió emissora* i la *unió col·lectora*. En una primera impressió es podria pensar que el transistor es comporta com dos díodes connectats en oposició, com s'indica a la figura 10.17. En aquest model el corrent de col·lector vindria determinat per la tensió entre col·lector i base V_{CB} , d'acord amb l'equació exponencial del díode de col·lector;

el corrent d'emissor per la tensió entre emissor i base V_{EB} , d'acord amb l'equació del diode d'emissor, i el corrent de base per la diferència entre els dos anteriors. No obstant això, aquest model és *fals* perquè ignora un efecte d'importància crucial en aquest dispositiu: *l'efecte transistor*.

En efecte. Si suposem de moment que la unió emissora és polaritzada directament ($V_{EB} > 0$) i la unió col·lectora inversament ($V_{CB} < 0$), d'acord al model dels dos diodes en oposició, hi hauria un corrent entre emissor i base degut al diode d'emissor, i el corrent pel terminal de col·lector seria nul ja que el diode de col·lector equivaldría a un circuit obert.

Malgrat tot, la situació és molt diferent quan considerem l'estrucció física del transistor, tal com es representa a la figura 10.18a. A la zona de càrrega espacial de la unió emissora circulen uns corrents de forats i electrons que obedeixen la llei del diode segons les equacions 10.20. A conseqüència de la polarització directa, l'emissor injecta molts forats a la regió N de la base. A la regió de base on no hi ha càrrega espacial, no hi ha camp elèctric, ja que no hi ha dipol de càrrega. Per això, els forats avancen a través d'aquesta regió per difusió (la seva concentració és elevada a la frontera amb la zona de transició d'emissor i, a causa de la polarització inversa de la segona unió, és nul·la a la frontera amb la zona de càrrega d'espai de col·lector). Si el gruix de la regió N de la base és petit, molts dels forats que l'emissor injecta a la base arriben a la zona de càrrega d'espai del col·lector. En aquesta regió hi ha un camp elèctric molt intens que té el sentit de base cap al col·lector (teoria de la unió P-N), el qual arrossega aquests forats cap al col·lector i dóna lloc a un corrent I_c .

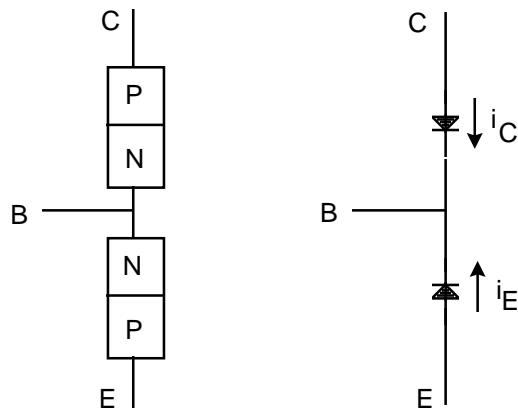


Figura 10.17 Dos diòdes connectats a "mode de transistor"

El corrent de col·lector estarà constituït pels forats que arriben a la unió col·lectora, i_{pC} . Serà, doncs, una fracció del corrent de forats que injecta l'emissor a la base, i_{pE} . Alguns dels forats injectats es perdran a la base ja que l'avanc per difusió és lent, i si un forat supera el seu temps de vida desapareix per recombinació. Per tant, es pot establir que *el corrent de col·lector és una fracció del corrent d'emissor*: $i_c = \alpha_F \cdot i_F$, on $i_F = i_{pE} + i_{nE}$ és el corrent d'emissor en aquestes condicions de polarització del transistor (i_{nE} és el corrent d'electrons que la base injecta a l'emissor) i α_F és una constant que ha de ser inferior a la unitat

$$\alpha_F = \frac{i_{pC}}{i_{pE} + i_{nE}}$$

L'efecte transistor es modela incloent una font dependent entre la base i el col·lector de valor $\alpha_F \cdot i_F$, tal com es representa a la figura 10.18b. El corrent de base del transistor de la figura 10.18a és constituït pels

electrons que la base injecta a l'emissor (teoria d'operació de la unió P-N) i pels electrons que s'injecten des del terminal exterior per recombinar amb els forats que es perdren a la base. Si no s'injectessin aquests electrons, els forats que es recombinen a la base esgotarien els electrons d'aquesta, ja que estem en una situació de règim permanent.

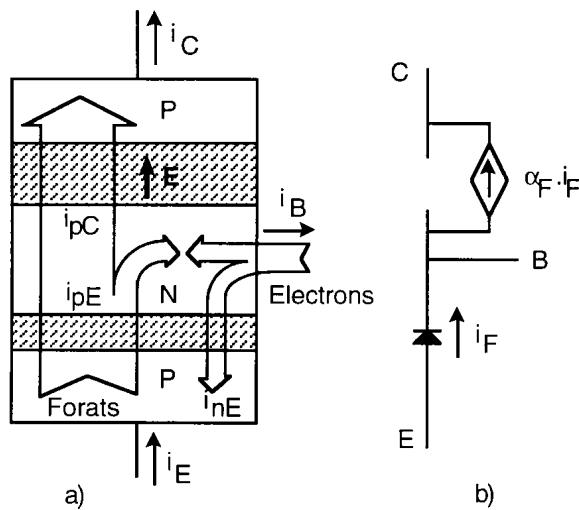


Figura 10.18 a) Corrents a través del transistor amb $V_{EB}>0$ i $V_{CB}<0$.
b) Modelització de l'efecte transistor

Un paràmetre molt important del transistor bipolar és β_F . Aquest paràmetre és la relació entre el corrent de col·lector i el de base quan el transistor treballa a la regió activa. És a dir,

$$\beta_F = \frac{i_C}{i_B} = \frac{i_{pC}}{i_{nE} + (i_{pE} - i_{pC})} \quad (10.25)$$

Si es divideixen el numerador i el denominador de l'expressió anterior per $i_{pE}+i_{nE}$ resulta

$$\beta_F = \frac{\alpha_F}{1 - \alpha_F} \quad (10.26)$$

Per tenir un transistor amb una β_F de valor elevat cal tenir un α_F de valor molt proper a la unitat. Per aconseguir-lo cal que i_{pC} sigui el més proper possible a $i_{pE}+i_{nE}$. I això exigeix dues condicions:

- que el corrent que la base injecta a l'emissor, i_{nE} , sigui molt més petit que el que l'emissor injecta a la base i_{pE} ,
- que les pèrdues de forats per recombinació a la base siguin mínimes, a fi que i_{pC} sigui proper a i_{pE} .

Per explicitar aquestes dues condicions s'acostuma a expressar α_F com a producte de dos factors: l'eficiència d'emissor, γ_E , i el factor de transport, α_T ,

$$\alpha_F = \frac{i_{pC}}{i_{pE} + i_{nE}} = \frac{i_{pC}}{i_{pE}} \frac{i_{pE}}{(i_{pE} + i_{nE})} = \alpha_T \cdot \gamma_E \quad (10.27)$$

El *factor de transport*, α_T , mesura les pèrdues per recombinació a la base. Podem disminuir aquestes pèrdues si fem la base més prima, ja que aleshores els forats triguen menys temps en travessar-la.

L'*eficiència d'emissor*, γ_E , és una mesura de la relació entre els corrents de forats i d'electrons a través de la unió emissora. Si utilitzem les expressions 10.20 trobem que

$$\gamma_E \equiv \frac{i_{pE}}{i_{pE} + i_{nE}} = \frac{1}{1 + i_{nE} / i_{pE}} = \frac{1}{1 + \frac{k_n}{k_p} \frac{N_B}{N_E}} \quad (10.28)$$

Aquesta expressió posa de manifest que, perquè l'eficiència d'emissor sigui elevada cal que el dopatge d'emissor N_E sigui molt superior al de base N_B . Observeu també que l'eficiència d'emissor mai no pot ser superior a la unitat.

Exemple 10.7

En un transistor NPN, suposeu un factor de transport a la base d'1. Si $k_p = k_n$ a la unió emissora, quin ha de ser el dopatge d'emissor per aconseguir una β_F més gran o igual a 100 si el dopatge de base és de $5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$?

El paràmetre α_F serà

$$\alpha_F = \frac{\beta_F}{\beta_F + 1} = \frac{100}{101} = 0,99$$

Com que el factor de transport se suposa la unitat, l'eficiència d'emissor val 0,99. Així doncs,

$$\gamma_E = \frac{1}{1 + N_B / N_E} = 0,99$$

Si aillem N_E d'aquesta darrera expressió, resulta

$$N_E = 100 \cdot N_B = 5 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$$

Exercici 10.7

Quin seria el valor de β_F del transistor de l'exemple anterior si el seu factor de transport fos de 0,9 en lloc de la unitat?

Solució: $\beta_F=8,17$

10.3.2 Model del transistor bipolar

A la figura 10.18 es va modelar l'efecte transistor quan se li aplicava una polarització directa a la unió emissora i inversa a la col·lectora. Si la polarització fos simètrica a l'anterior, és a dir, si v_{CB} fos positiva i v_{EB} negativa, el comportament de l'estruatura seria dual a l'anterior: el col·lector faria d'emissor i l'emissor de col·lector. Aquest funcionament invers del transistor es pot modelar mitjançant un diòde de col·lector pel qual circula un corrent I_R en sentit col·lector base i una font dependent entre base i emissor de valor $\alpha_R I_R$.

Quan es considera una polarització arbitrària, el model del transistor és el representat a la figura 10.19a. Aquest model s'anomena d'*Ebers-Moll d'injecció*. Les equacions que se'n desprenden són

$$\begin{aligned} i_E &= I_{ES} \left(e^{V_{EB}/V_T} - 1 \right) - \alpha_R I_{CS} \left(e^{V_{CB}/V_T} - 1 \right) \\ i_C &= \alpha_F I_{ES} \left(e^{V_{BE}/V_T} - 1 \right) - I_{CS} \left(e^{V_{CB}/V_T} - 1 \right) \end{aligned} \quad (10.29)$$

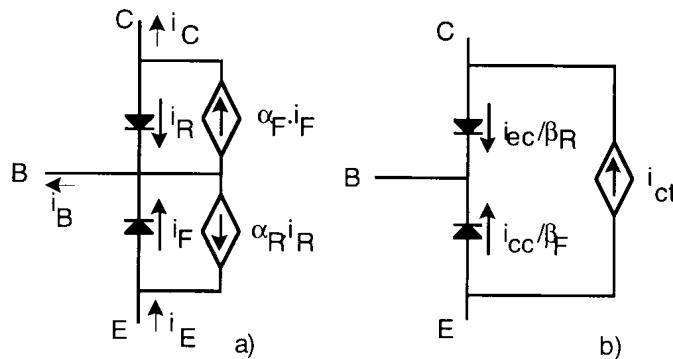


Figura 10.19 a) Model d'Ebers-Moll de injecció. b) Model d'Ebers-Moll de transport

L'anàlisi física de l'estruatura del transistor exigeix que es compleixi que

$$\alpha_F I_{ES} = \alpha_R I_{CS} = I_S \quad (10.30)$$

anomenada condició de reciprocitat.

Quan s'analitzen circuits amb transistors se sol utilitzar un model de transistor més simple. S'anomena *model d'Ebers-Moll de transport*. Aquest model s'obté de l'anterior si aïllem I_{ES} i I_{CS} en funció de I_S a la darrera expressió i substituïm α_F i α_R en funció de β_F i β_R , respectivament. Després d'operar, s'obté

$$\begin{aligned} i_E &= \frac{i_{CC}}{\beta_F} + i_{CC} - i_{EC} = \frac{i_{CC}}{\beta_F} + i_{CT} \\ i_C &= -\frac{i_{EC}}{\beta_R} - i_{CC} + i_{EC} = -\frac{i_{EC}}{\beta_R} - i_{CT} \end{aligned} \quad (10.31)$$

on $i_{CT} = i_{CC} - i_{EC}$, i els corrents i_{CC} i i_{EC} vénen donats per

$$\begin{aligned} i_{CC} &= I_S \left(e^{V_{EB}/V_T} - 1 \right) \\ i_{EC} &= I_S \left(e^{V_{CB}/V_T} - 1 \right) \end{aligned} \quad (10.32)$$

Observeu que aquest model, representat a la figura 10.19b, té una font dependent menys que el model d'injecció. N'hi ha prou amb tres paràmetres per definir-lo: I_S , β_F i β_R , en lloc dels quatre paràmetres involucrats en el primer model. Observeu també que els diòdols del model de transport no representen els diòdols d'emissor i col·lector. Per ells només circula una fracció del corrent total del diòde; la que correspon a la base. Al capítol 7 es va utilitzar aquest model amb una lleugera modificació. El corrent pel diòde entre emissor i base es va anomenar i_{eb} , i el corrent entre col·lector i base i_{cb} . Aleshores,

$$i_{eb} = \frac{i_{CC}}{\beta_F} \quad i_{cb} = \frac{i_{EC}}{\beta_R} \quad i_{ct} = \beta_F i_{eb} - \beta_R i_{cb} \quad (10.33)$$

El model d'Ebers-Moll presentat fins ara és un model per a operació en règim permanent. Quan els senyals que s'apliquen al transistor varien amb el temps, el model del transistor bipolar s'ha de completar amb les capacitats de transició i de difusió de la unió emissora i de la unió col·lectora, tal com es va descriure al capítol 7.

10.4 El transistor d'efecte de camp MOS

El transistor d'efecte de camp MOS deu el seu nom a l'estrucció de la seva part central: Metall-Òxid-Semiconductor. Des de la seva posada en escena a principi dels anys seixanta ha anat incrementant la seva presència en els circuits electrònics fins a ser, sense cap dubte, el dispositiu més utilitzat en els circuits electrònics fabricats en la darrera dècada. Encara que el seu principi d'operació va ser ideat fa més de seixanta anys, les dificultats tecnològiques en van impedir la realització d'una manera fiable i repetitiva. El seu predomini en l'electrònica actual es deu a la seva capacitat de miniaturització i a la possibilitat de realitzar circuits que consumeixen molt poca potència.

10.4.1 Principi d'operació del transistor MOS

Considerem l'estrucció física de la figura 10.20a. Òbviament el corrent que circularà entre el terminal D i el S serà pràcticament nul, sigui quina sigui la tensió V_D , ja que en el seu trajecte sempre es troba un diòde polaritzat en inversa.

Si en direcció perpendicular a la superfície compresa entre les regions N^+ s'aplica un camp elèctric en la forma indicada a la figura 10.20c, les concentracions de portadors en el semiconductor P es modifiquen. El camp elèctric rebutja els forats cap a l'interior del semiconductor i atrau els electrons cap a la superfície. Això provoca una disminució de la concentració de forats i un augment de la concentració d'electrons a la regió propera a la superfície, tal com s'indica a la figura 10.20d. Si el camp és prou intens, pot provocar que a la superfície del semiconductor la concentració d'electrons sigui superior a la de forats. Aleshores es diu que la superfície s'ha invertit, o que s'ha creat un *canal d'electrons*.

Aquest canal, ric en electrons, és una regió N que connecta les dues regions N^+ . S'ha obert un camí de conducció alternatiu als dos diòdols en oposició (vegeu la figura 10.20e), que permet el pas de corrent. El corrent que circula entre drenador (D) i sortidor (S) depèn de la resistència del canal. Quan hi ha menys resistència circula més corrent. La resistència disminueix en augmentar el camp elèctric transversal, ja que

augmenta el nombre d'electrons a la superfície. Per tant, el corrent es pot controlar a través del camp elèctric perpendicular a la superfície. Per això es diu que és un *dispositiu d'efecte de camp*.

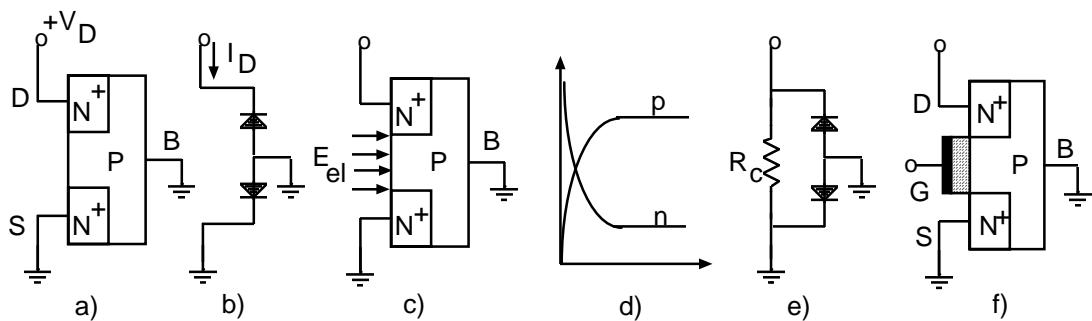


Figura 10.20 Efecte de camp en el MOS. a) Estructura de partida. b) Circuit equivalent. c) Aplicació d'un camp elèctric transversal. d) Efecte del camp sobre la concentració de portadors. e) Aparició d'un canal conductor. f) Transistor MOS

El camp elèctric perpendicular a la superfície es crea mitjançant un condensador format per una placa metàl·lica, anomenada porta, un aïllant i el mateix semiconductor que constitueix l'altra placa del condensador. L'aïllant sol ser SiO_2 . En aplicar una tensió positiva a G es crea un camp elèctric transversal que, si té prou intensitat, crea el canal a la superfície del semiconductor. Aquest dispositiu s'anomena *transistor MOS de canal N*.

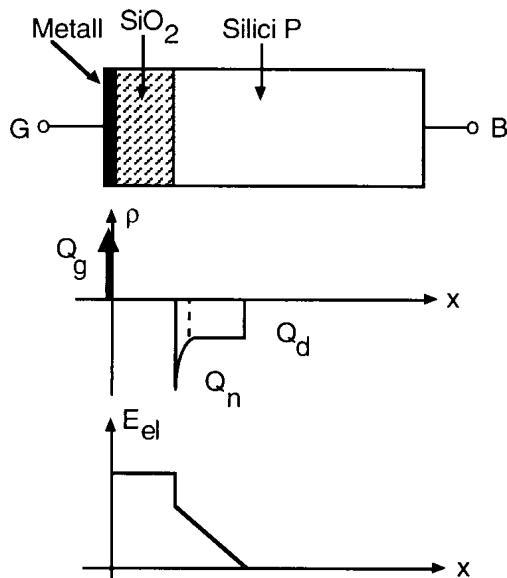


Figura 10.21 Estructura MOS. Distribució de càrregues i de camp elèctric. La càrrega a l'armadura metàl·lica del condensador és positiva i es distribueix en forma d'una pel·lícula prima a la superfície del metall. La càrrega en el semiconductor és negativa i de valor absolut igual a la càrrega positiva del metall. És formada per la càrrega del canal, Q_n , i la càrrega deguda a les impureses ionitzades, Q_d

A l'estrucció MOS que s'acaba de descriure apareixen unes càrregues amb la distribució que es representa a la figura 10.21. En aplicar una tensió positiva a la porta, V_G , la placa metàl·lica de porta es carrega positivament amb una càrrega Q_g , i el semiconductor, que constitueix l'altra placa, amb una càrrega $-Q_g$. Aquesta càrrega negativa del semiconductor té dos components: la càrrega constituïda pels electrons que formen el canal, Q_n , enganxada a la superfície i, a continuació, la càrrega constituïda per les impureses acceptores ionitzades negativament del semiconductor P, Q_d . La presència d'aquesta segona càrrega és conseqüència directa de la modificació de les concentracions de portadors induïda pel camp a prop de la superfície. En absència de camp elèctric, els forats neutralitzaven aquestes impureses. En disminuir la concentració de forats a prop de la superfície, les impureses queden sense neutralitzar.

Quan la tensió aplicada a la porta respecte del sortidor és petita, la modificació de les concentracions no és suficient per crear el canal. Al semiconductor només hi haurà càrrega deguda a impureses ionitzades. A mesura que s'augmenta la tensió de porta augmenten les càrregues fins que arriba un moment en què es comença a formar canal. S'anomena *tensió llindar* V_T del transistor MOS el valor mínim de la tensió de porta que induceix canal. Així, si V_{GS} és menor que la tensió llindar V_T , el corrent de drenador és pràcticament nul perquè no hi ha canal.

Una teoria més completa de dispositius semiconductors mostra que la tensió llindar ve donada per

$$V_T = V_{T0} + \gamma \cdot \left[\sqrt{-2\phi_B - V_{BS}} - \sqrt{-2\phi_B} \right] \quad (10.34)$$

on

$$\begin{aligned} \phi_B &= -\frac{KT}{q} \cdot \ln(N_A/n_i) \\ \gamma &= \frac{\sqrt{2 \cdot q \cdot \epsilon_{Si} \cdot N_A}}{C_{ox}} \\ C_{ox} &= \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} \end{aligned} \quad (10.35)$$

L'expressió 10.34 mostra que la tensió llindar ve donada per una constant V_{T0} més un terme que depèn de la diferència de tensió entre el terminal de substrat B i el de sortidor. Aquesta dependència s'anomena *efecte substrat*. La constant V_{T0} depèn de les característiques específiques del metall de porta i del dopatge del silici. En aquestes expressions, C_{ox} és la capacitat del condensador de porta per unitat de superfície, on t_{ox} és el gruix de l'òxid de porta. Durant el procés de fabricació del transistor MOS el paràmetre V_{T0} es pot ajustar si implantem ions a la superfície del semiconductor a la regió del canal.

Una altra característica important del transistor MOS és la saturació del corrent per *l'estrangulació del canal*. Per entendre aquest fenomen, imaginem que el condensador de porta està constituït per un conjunt de condensadors elementals connectats en paral·lel, tal com s'indica a la figura 10.22. Supposeu, de moment, que V_{GS} és més gran que V_T , i que V_{DS} és igual a zero. En aquestes condicions, hi ha un canal uniforme a tota la superfície del semiconductor compresa entre drenador i sortidor. Quan V_{DS} comença a augmentar, el condensador elemental més proper a D té aplicada una tensió entre els seus terminals de valor $V_{GS}-V_{DS}$, que és inferior a l'aplicada al condensador proper a S. En conseqüència, la càrrega a la regió semiconductor d'aquest condensador elemental és menor que en els altres condensadors, i el camp elèctric transversal també és menor.

Si V_{DS} continua augmentant arriba un moment en què el canal desapareix en el condensador elemental més proper a D pel fet que la tensió aplicada és inferior a la tensió llindar. Es diu que el canal s'ha estrangulat. Això es produeix quan

$$V_{GS} - V_{DS} \leq V_T \quad (10.36)$$

Si V_{DS} continua augmentant, la desaparició del canal afecta a més d'un condensador elemental, ja que la zona de càrrega espacial de la unió N⁺-P de drenador s'ha d'eixamplar per augmentar la seva polarització inversa. El canal s'estrangeula en el punt en què la diferència de tensió entre les plaques del condensador elemental és justament V_T . És a dir, la tensió al canal en el punt d'inici de l'estrangulació serà sempre $V_{GS} - V_T$.

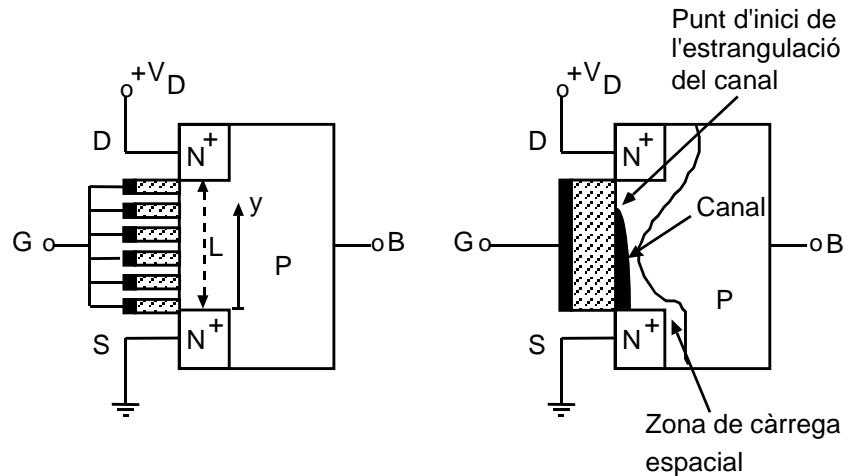


Figura 10.22 a) Divisió del condensador de porta en condensadors elementals.
b) Estrangulació del canal

La desaparició del canal a la regió d'estrangulació significa que, en ella, la concentració d'electrons deixa de superar la d'impureses ionitzades. Però aquesta situació no impedeix que si s'hi injecten electrons, aquests poden travessar la regió fins a assolir el drenador. N'hi ha prou amb que hi hagi un petit camp longitudinal de drenador a sortidor.

El mecanisme de transport de portadors en condicions d'estrangulació és el següent. L'extrem del canal a la regió estrangulada és a una tensió $V_{GS} - V_T$ superior al sortidor. Aquesta diferència de tensió crea un camp elèctric longitudinal en el canal que arrossega els electrons des del sortidor fins a la regió estrangulada. L'acumulació d'electrons en aquesta regió origina un camp elèctric longitudinal a la regió estrangulada que els arrossega fins al drenador.

Si la posició del punt d'estrangulació fos fixa, el corrent seria constant, ja que el camp elèctric en el canal ho seria. Malgrat tot, la longitud del canal es redueix lleugerament en augmentar la tensió de drenador, ja que augmenta l'amplada de la regió estrangulada. Aquesta disminució de la longitud del canal provoca un lleuger increment del camp elèctric, ja que la diferència de tensió entre els extrems del canal es manté constant. I aquest augment del camp elèctric produeix un lleuger augment del corrent de drenador a la regió de saturació.

Observeu que en el transistor MOS el drenador i el sortidor són intercanviables. En el transistor MOS de canal N, actua com a drenador la regió N, que és a un potencial més gran. Com que l'estructura del transistor, en allò que afecta les regions N, és simètrica, la característica $i(v)$ del transistor és igual tant si actua de drenador una regió N com l'altra.

10.4.2 Model del transistor MOS

Suposeu que el canal no està estrangulat i considereu un dels condensadors elementals de la figura 10.22 de longitud diferencial dy . Aquest condensador elemental té aplicada una tensió V_{GS} a la placa de porta i una tensió $V_c(y)$ a la placa semiconductor. Aquesta darrera tensió pren un valor intermedi entre la tensió aplicada al drenador i al sortidor. La càrrega negativa de la placa semiconductor, per unitat de superfície de porta, és

$$Q'_n(y) + Q'_d = -C'_{ox} [V_{GS} - V_c(y)] \quad (10.37)$$

on Q'_n és la càrrega per unitat de superfície deguda als electrons del canal i Q'_d la deguda a les impureses ionitzades. Ara bé, quan la polarització del condensador és V_T , la càrrega del canal és zero, de manera que Q'_d ha de ser igual a $-C'_{ox}V_T$. Per tant, la càrrega del canal és

$$Q'_n(y) = -C'_{ox} [V_{GS} - V_T - V_c(y)] \quad (10.38)$$

Si pel canal circula un corrent I_D , la caiguda de tensió que provoca en aquest element de canal de longitud dy és

$$dV_c(y) = I_D dR(y) = I_D \rho(y) \frac{dy}{We} = I_D \frac{1}{q\mu_n n(y) We} dy \quad (10.39)$$

on $\rho(y)$ és la resistivitat del canal en el punt y , e n'és el gruix, W l'amplària i $n(y)$ la concentració d'electrons, amb un valor $-Q'_n(y)/qeW$. Si substituïm aquesta expressió a 10.39, i la integrem al llarg del canal entre 0, on V_c val zero, i L , on V_c val V_{DS} , s'obté

$$\begin{aligned} I_D &= K \frac{W}{L} \left[(V_{GS} - V_T)V_{DS} - \frac{1}{2}V_{DS}^2 \right] \\ K &= \mu_n C'_{ox} = \mu_n \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} \end{aligned} \quad (10.40)$$

Aquesta expressió és vàlida mentre el canal s'estengui entre el sortidor i el drenador. Quan el canal inicia l'estrangulació la tensió de drenador és $V_{GS}-V_T$ i l'expressió 10.40 es converteix en

$$I_D = \frac{K}{2} \frac{W}{L} (V_{GS} - V_T)^2 \quad (10.41)$$

En aquest model elemental se suposa que el corrent es manté constant quan el canal és estrangulat. Les expressions 10.40 i 10.41 modelen el comportament del transistor MOS en mode estàtic a la regió lineal (canal estès entre sortidor i drenador) i a la regió de saturació (canal estrangulat).

Exemple 10.8

Calculeu la constant K d'un transistor MOS si prenem un gruix de l'òxid de porta de 1000 Å, la constant dielèctrica relativa de l'òxid de porta de 3,9 i la mobilitat dels electrons en el canal de $600 \text{ cm}^2/\text{Vs}$.

La capacitat del condensador de porta per unitat de superfície serà

$$C_{ox} = \frac{1 \cdot 3,9 \cdot 8,85 \cdot 10^{-14}}{1000 \cdot 10^{-8}} = 3,45 \cdot 10^{-8} F/cm^2$$

La constant K serà

$$K = 3,45 \cdot 10^{-8} \cdot 600 = 20 \cdot 10^{-6} A/V^2$$

Exercici 10.8

Un transistor MOS està caracteritzat per un valor de K igual a $20 \mu\text{A}/\text{V}^2$ i una tensió llindar d'1 V. Quina ha de ser l'amplària W del canal si es vol un corrent de saturació d'1 mA quan s'apliquin 5 V a la porta? Dada: longitud del canal, $L = 2 \mu\text{m}$.

Solució: $W = 12,5 \mu\text{m}$



Quan s'apliquen al transistor MOS senyals que varien amb el temps cal complementar el model anterior amb les capacitats de l'estructura. Les unions N⁺-P de drenador i sortidor són polaritzades inversament. En aquestes condicions, presenten unes capacitats de transició C_{JD} i C_{JS} , respectivament. Entre la porta i el semiconductor hi ha el condensador de porta. En el terminal semiconducteur aquesta capacitat és distribuïda al llarg del canal. Per simplificar els càlculs, se sol modelar mitjançant tres capacitats concentrades: C_{GD} , C_{GS} i C_{GB} . Aquest model dinàmic del MOS és el que es va descriure al capítol 8.

L'extensió d'aquesta teoria al *transistor de canal P* és immediata: és el cas dual. N'hi ha prou a intercanviar electrons i forats, dopatge N i dopatge P, i canviar el signe de les tensions i els corrents.

La teoria d'operació del *MOS de buidatge* de canal N és igual a la del MOS d'acumulació descrit sense més que considerar que a la superfície del semiconductor hi ha un canal d'impureses donadores (càrrega positiva), creat durant el procés de fabricació. Aleshores, amb V_{GS} nul·la ja hi ha canal conductor. Cal aplicar una tensió V_{GS} negativa per buidar aquest canal i poder anul·lar el corrent I_D .

10.5 Processos tecnològics bàsics en els semiconductors

La immensa majoria de dispositius semiconductors es fabriquen amb silici monocristal·lí. El silici és el segon element més abundant de l'escorça terrestre (28 %), per darrere de l'oxigen. S'obté a partir de la sílice (SiO_2) mitjançant un procés de reducció i purificació. Posteriorment, mitjançant un procediment de cristal·lització s'obté el silici monocristal·lí.

El procés d'obtenció del silici monocristal·lí consta de cinc etapes. En primer lloc, es redueix la sílice de la sorra a alta temperatura en presència de carboni. Així s'obté silici molt impur. En una segona etapa, es fa reaccionar aquest silici amb clor per obtenir triclorosilà (SiHCl_3), que és un compost líquid que es pot aconseguir amb un alt grau de pureza mitjançant un procés de destil·lació fraccionada. Aquest triclorosilà ultrapur es descompon tèrmicament a 1.000 °C en atmosfera d'hidrogen i s'obté silici policristal·lí ultrapur. La darrera etapa del procés consisteix a obtenir un monocristall de silici a partir d'aquest silici policristal·lí. Hi ha dues tècniques bàsiques per aconseguir-lo: el mètode de Czochralski i el mètode de zona flotant.

El *mètode de Czochralski* consisteix a fondre el silici monocristal·lí en un gresol. A l'extrem inferior d'un suport vertical es col·loca un petit cristall de silici, anomenat llavor cristal·lina, que es posa en contacte amb el silici fos, just a la superfície del gresol. S'imprimeix un moviment de gir i elevació lenta al suport vertical. La llavor cristal·lina es fon una mica quan fa contacte amb el silici fos, però en fer-la girar s'aconsegueix que àtoms de silici fos es vagin agrupant al seu voltant i que en refredar-se, quan deixen d'estar en contacte directe amb el silici fos degut al moviment d'elevació del suport, es vagin fixant a les posicions que determina la llavor cristal·lina, de forma que els nous àtoms de silici continuen l'estructura cristal·lina de la llavor. S'obté, per aquest mètode, un lingot cilíndric de silici monocristal·lí, d'uns 15 centímetres de diàmetre i d'alguns metres d'altura.

El *mètode de zona flotant* parteix d'una columna vertical de silici policristal·lí subjecta als extrems per dos suports. Una bobina d'una espira, per la qual circula un corrent de radiofreqüència, envolta la columna i produeix una fusió localitzada del silici de la columna a la secció de la bobina. Aquesta bobina es pot desplaçar verticalment al llarg de tota l'extensió de la columna de silici. La bobina comença a fondre el silici de l'extrem inferior, i en pujar lentament provoca que la zona fosa del centre de la bobina es vagi desplaçant cap a dalt. En desplaçar-se la bobina, la zona fosa que queda per sota de la bobina recristal·litza seguint una estructura monocristal·lina. Per tant, la zona fosa queda flotant entre dues zones sòlides. El silici té la propietat que els àtoms d'impuresa "prefereixen" la fase líquida a la sòlida, de manera que el procés de cristal·lització va acompanyat d'un altre de purificació. El lingot monocristal·lí aconseguit d'aquesta forma sol contenir menys impureses que l'obtingut pel mètode de Czochralski.

Finalment, el cilindre monocristal·lí obtingut és tallat en discs o oblies d'uns 350 µm de gruix, que és el material de sortida per a la fabricació de dispositius i circuits integrats.

Per fabricar un dispositiu calen un conjunt d'operacions i processos bàsics que permeten crear regions N i P dins un mateix cristall, dipositar capes aïllants i conductores sobre la superfície del silici, eliminar aquestes capes en unes regions i conservar-les en altres, connectar, mitjançant pistes metàl·liques, les diferents parts d'un dispositiu i aquests entre si, de forma que es puguin construir les estructures que hem vist als apartats anteriors. Els apartats següents es dediquen a descriure els processos bàsics que s'utilitzen per fabricar els dispositius semiconductors.

10.5.1 Deposició de capes sobre el silici

L'objectiu d'aquests processos és dipositar capes de materials diferents sobre una oblia de silici, amb un gruix que es pugui controlar durant el procés (vegeu la figura 10.23). Aquestes capes poden ser conductors (p. ex. d'alumini) o aïllants (p. ex. de nitrur de silici).

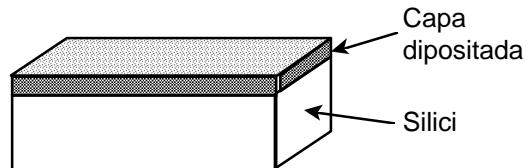


Figura 10.23 Deposició d'una capa sobre el silici

Hi ha dues tècniques bàsiques per dipositar capes sobre el silici:

Tècnica PVD (de l'anglès *Physical Vapor Deposition*): els àtoms que es depositen sobre el substrat de silici procedeixen d'un material que ha estat disagregat per mètodes físics. Per exemple, l'alumini es pot evaporar en el buit per un increment de temperatura i els àtoms disagregats així cauen i es depositen sobre el silici.

Tècnica CVD (de l'anglès *Chemical Vapor Deposition*): els àtoms que es depositen sobre el silici són el producte d'una reacció química entre dos gasos. La reacció química té lloc sobre el silici i el producte de la reacció cau sobre el silici. Així, per exemple, es pot depositar una capa de nitrur de silici (Si_3N_4) si fem reaccionar amoníac (NH_3) amb silà (SiH_4).

Una analogia intuïtiva sobre el procés de deposició d'una capa és el creixement d'una capa de neu sobre el terra durant una nevada. El gruix d'aquesta capa augmenta a mesura que transcorre el temps de nevada i segons la seva intensitat.

Un cas especial de capa depositada el constitueix el *creixement epitaxial*. Consisteix a depositar una capa de silici sobre un substrat de silici. Si la temperatura és superior a 1.100 °C, els àtoms que es depositen sobre el silici continuen l'estructura cristal·lina del substrat. Si durant el creixement epitaxial també es depositen àtoms dopants, la capa crescuda de silici tindrà un dopatge controlat.

10.5.2 Oxidació del silici

El diòxid de silici (SiO_2) té unes propietats clau en la tecnologia microelectrònica. Actua de màscara en els processos d'introducció d'impureses dins del silici (que es descriuen més endavant), constitueix un dielèctric d'alta qualitat per fer transistors MOS (òxid de porta) i és un bon protector de les superfícies de silici. La seva obtenció i el seu control són de gran importància en la tecnologia actual.

Com el nitrur de silici, el diòxid de silici es pot obtenir per CVD. Aquesta és la forma normal d'obtenció quan cal un gruix considerable i els requisits sobre la seva qualitat no són molt estrictes.

Malgrat tot, quan cal un òxid de gran qualitat es procedeix a fer l'oxidació del substrat de silici. Aquesta oxidació consisteix a fer reaccionar els àtoms de silici del substrat monocristal·lí amb àtoms d'oxigen que s'introdueixen al forn en forma gasosa. Aquesta reacció és eficaç a una temperatura d'uns 1.000 °C. El producte de la reacció és SiO_2 i queda com una capa a la superfície del silici. A mesura que el gruix d'aquesta capa augmenta la reacció es fa més lenta, ja que els àtoms d'oxigen han de travessar la capa de SiO_2 per poder reaccionar amb els àtoms de silici del substrat. La rapidesa de creixement de la capa de diòxid de silici es pot incrementar si s'afegeix vapor d'aigua a l'oxigen (la reacció s'anomena aleshores oxidació humida), encara que en aquest cas disminueix la qualitat de l'òxid resultant.

10.5.3 Fotolitografia

La paraula fotolitografia procedeix del grec i significa gravat (grafía) de pedres (lito) amb llum (foto). L'objectiu d'aquest procés és transferir un cert dibuix sobre una capa de material que cobreix la superfície del silici (per exemple una capa de SiO_2 , de Si_3N_4 o de metall). És un altre procés clau per a la fabricació de dispositius semiconductors. La seva realització consta de les etapes següents (vegeu la figura 10.24):

- Es recobreix la superfície de l'oblia amb *resina fotosensible* (en anglès *photoresist*), que és un tipus de plàstic amb unes propietats químiques que canviem quan és exposat a radiació ultraviolada.
- Es col·loca una *màscara* sobre la fotoresina. La màscara és un tipus de vidre, transparent a la radiació ultraviolada, que a la part posterior té dibuixat amb material opac a la radiació el dibuix que es vol transferir sobre la superfície del silici.

- S'il·lumina el conjunt format pel silici, la fotoresina i la màscara amb *radiació ultraviolada*. A les àrees on la màscara és transparent la radiació arriba a la resina fotosensible i provoca els canvis esmentats abans. A les àrees opaques de la màscara la radiació no arriba a la fotoresina, i aquesta no experimenta canvis.

- A continuació es procedeix al *revelatge* de la fotoresina, que consisteix a introduir l'oblia i la fotoresina que la cobreix en el líquid de revelatge, que dissol la fotoresina il·luminada i deixa intacta la no il·luminada. (També hi ha fotoresines, anomenades negatives, en les quals el revelador dissol les parts no il·luminades i deixa intactes les exposades a la llum ultraviolada).

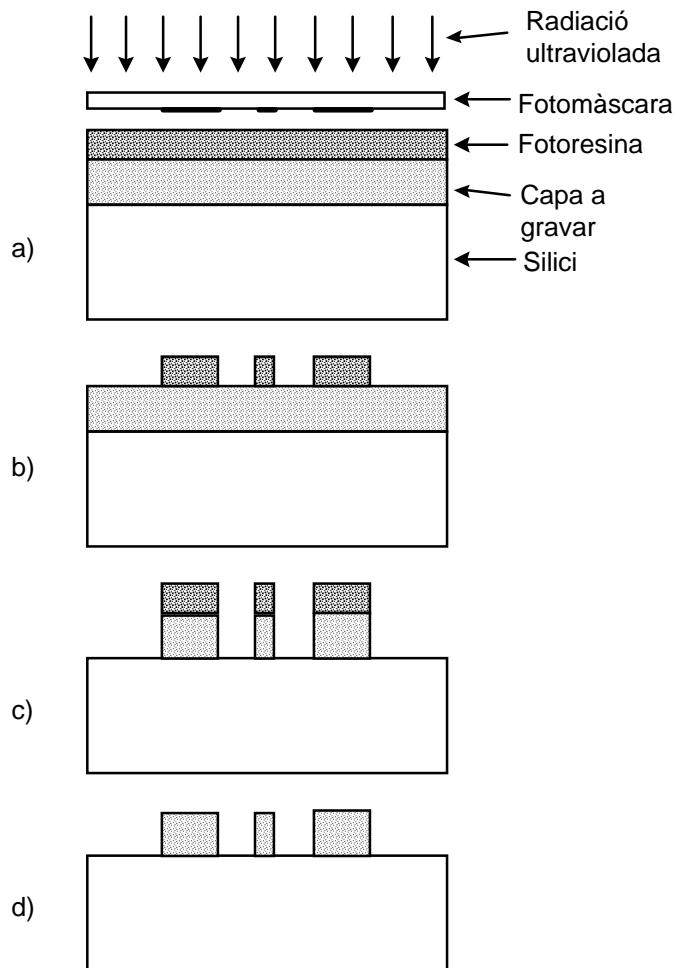


Figura 10.24 a) Irradiació de la fotoresina. b) Revelatge de la fotoresina.
c) Gravat de la capa. d) Eliminació de la fotoresina

- Una vegada revelada la fotoresina, es procedeix al *gravat* de la capa (vegeu la figura 10.24c). Aquesta etapa consisteix a introduir l'oblia de silici amb la fotoresina revelada en un medi que ataquí la superfície no coberta amb la fotoresina i deixi intactes les àrees cobertes amb ella. Després d'un temps en aquest medi, la capa que es vol gravar ha desaparegut completament a les àrees no protegides, i roman a les que eren cobertes amb la fotoresina.

- La darrera etapa consisteix a *eliminar la fotoresina* que ha protegit la capa atacada a l'etapa anterior. El resultat final és que el dibuix opac de la màscara s'ha gravat sobre la capa que cobria inicialment el silici.

En algunes tecnologies avançades, el procés anterior es modifica. En lloc de radiació ultraviolada s'utilitzen raigs X o un feix d'electrons de longituds d'ona inferiors a les de la radiació ultraviolada. Amb això s'aconsegueix una resolució millor en la transferència de dibuixos molt petits.

10.5.4 Gravat de capes sobre el silici

Gravar una capa significa eliminar aquesta capa en unes àrees i conservar-la en altres segons un dibuix pre-establert. Com s'ha indicat a l'apartat anterior, una etapa del procés de fotolitografia és el gravat de la capa dipositada sobre el silici. Hi ha dos mètodes per aconseguir-ho: el gravat humit i el gravat sec.

El *gravat humit* consisteix a submergir l'oblia amb la fotoresina revelada en un líquid que dissolgui el material de la capa que es vol gravar però no la fotoresina. El líquid ataca el material de la capa de forma isotòpica, és a dir, l'atac es produeix igualment en totes les direccions a les àrees del material en contacte amb el líquid. Això provoca que també desaparegui una mica de material a les vores de la capa sota de la fotoresina. En conseqüència es perd resolució en la transferència del dibuix de la màscara.

El *gravat sec* consisteix a atacar l'oblia amb un gas de baixa pressió. D'aquesta forma es pot aconseguir un gravat anisòtrop: només s'ataca el material de la capa en direcció vertical, ja que les molècules del gas de baixa pressió ataquen aquesta capa seguint trajectòries rectilínies. S'aconsegueix una resolució més gran en la transferència de la imatge.

10.5.5 Difusió

La difusió d'estat sòlid és un dels mecanismes habituals per *introduir impureses a l'interior d'un semiconductor*. Com el seu nom indica, aquest mecanisme es basa en la tendència a igualar concentracions que experimenten els sistemes de partícules subjectes a una agitació tèrmica aleatòria. Per dotar els àtoms, que són les partícules que es difonen en aquest sistema, d'una agitació tèrmica, cal elevar la temperatura del sistema a uns 1.000 °C. A aquesta temperatura, els àtoms de la xarxa cristal·lina vibren amb gran amplitud al voltant de la seva posició d'equilibri i permeten el pas als àtoms de dopant que també són subjectes a agitació tèrmica.

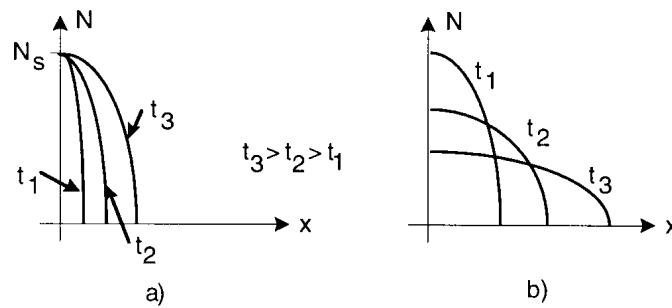


Figura 10.25 Concentració d'impureses en funció de la profunditat des de la superfície, segons el paràmetre temps. a) Amb difusió a font il·limitada. b) Després de la difusió de redistribució

Hi ha un fet d'especial importància en el procés de difusió: *el diòxid de silici actua com a màscara*, és a dir, impedeix que els àtoms de dopant el travessin. Aquest fenomen permet seleccionar àrees concretes per

realitzar la difusió. Si es recobreix tota la superfície del silici amb una capa de SiO_2 i s'hi fa una obertura rectangular mitjançant la fotolitografia, només penetren els àtoms d'impuresa a l'interior del semiconductor a través d'aquesta "finestra" rectangular. A la resta de la superfície, la capa de diòxid de silici ho impedeix. (De fet, les impureses també s'estenen una mica per sota de les vores de la finestra: és l'anomenada difusió lateral.)

Hi ha dues modalitats de difusió: la *difusió a font il·limitada* i la *difusió de redistribució*. En la primera, la concentració de dopant a la superfície del silici és constant. En aquest cas, la concentració de dopatge en direcció perpendicular a la superfície ve donada per una funció del tipus: $N_s \cdot \text{erfc}(\alpha x)$ (funció complementària d'error), que es dóna en forma tabulada. En la difusió de redistribució el nombre d'àtoms d'impuresa dins el silici es manté constant, i només es produeix una redistribució d'impureses. La distribució de dopatge és de tipus gaussià: $N_o \cdot \exp(-x^2/\beta)$. Observeu que, per realitzar una difusió de redistribució primer cal introduir les impureses en el semiconductor.

10.5.6 Implantació iònica

La implantació iònica és un altre procés d'introducció d'impureses dins d'un semiconductor. Consisteix a ionitzar els àtoms de dopant, accelerar-los mitjançant camps elèctrics i magnètics i dirigir-los contra la superfície del semiconductor. A conseqüència de la col·lisió, els àtoms penetren una certa profunditat dins del semiconductor (s'implanten). Aquesta profunditat depèn de l'energia cinètica dels ions.

També, en la implantació iònica, la capa de diòxid de silici actua de màscara. Impedeix que els ions la travessin. En la implantació es "bombardeja" amb ions tota l'oblia, però les impureses penetren només a les finestres obertes a la capa de SiO_2 . La implantació es fa a una temperatura molt inferior a la de difusió. Malgrat tot, en el procés d'implantació l'estructura cristal·lina rep un dany considerable a conseqüència de les col·lisions dels àtoms d'impuresa. Per això, una vegada realitzada la implantació es procedeix a una *recuita del cristall*: s'eleva la temperatura durant un temps perquè els àtoms del cristall tornin a col·locar-se en els nusos de la xarxa cristal·lina. Aquest procés de recuita també produeix una certa redistribució de les impureses implantades dins el silici.

10.5.7 Muntatge i encapsulació dels dispositius

La capacitat de fabricar simultàniament un gran nombre de dispositius i circuits idèntics ha revolucionat l'electrònica en les darreres dècades. Si bé el cost del procés d'una oblia sencera és elevat, el gran nombre de dispositius o circuits que s'hi fabriquen simultàniament produeix un cost petit per unitat. La possibilitat de fer un gran nombre de dispositius a la vegada es deu a la dimensió petitíssima de cadascun d'ells. Per això, es fabriquen un gran nombre de dispositius o circuits integrats, cadascun en una petita àrea de l'oblia de silici anomenada *dau*. Així, una vegada acabats els processos sobre l'oblia cal procedir a trencar l'oblia en els seus daus, i separar-los els uns dels altres.

Una vegada obtingut un dau i comprovat el seu funcionament correcte, es procedeix a muntar-lo en un encapsulació adequada per al seu ús en equips electrònics. Aquest procés sol consistir a fixar el dau en un suport, a connectar els terminals exteriors de l'encapsulació ("pins") als punts precisos de les pistes metàl·liques definides sobre la superfície del semiconductor i a proporcionar al conjunt resistència mecànica, a la humitat i als agents corrosius exteriors.

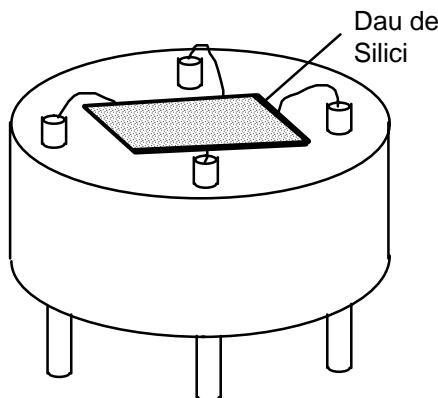


Figura 10.26 Muntatge del dau de silici que conté el dispositiu o el circuit integrat a l'encapsulació

10.6 Fabricació del transistor bipolar

Els transistors bipolars es poden fabricar com a dispositius discrets o bé formant part de circuits fabricats sobre un dau de silici. Aquests circuits fabricats sobre el silici se'ls anomena circuits integrats (CI). En aquest apartat descriurem l'estrucció que sol prendre el transistor bipolar en CI i la tecnologia utilitzada per fabricar aquests circuits que contenen transistors bipolars, que es coneix amb el nom de tecnologia bipolar.

10.6.1 Estructura física del transistor bipolar de CI

En els CI es fabriquen un cert nombre de dispositius sobre un mateix cristall (transistors, resistències, condensadors, etc.). Tots ells comparteixen el mateix substrat. Per això s'han de buscar *procediments per aïllar uns dispositius dels altres* i interconnectar-los per formar un circuit. Suposem que el circuit integrat es fabrica sobre un substrat de silici monocristal·lí del tipus P. Si d'alguna forma s'aconsegueix crear una zona N dins del cristall P i s'aplica a la regió P una tensió negativa i a la N una tensió positiva, la unió P-N està polaritzada inversament i equival a un circuit obert. Aleshores, tots els dispositius que es fabriquin dins de la regió N estarán aïllats del substrat P. Aquest és precisament el medi que se sol utilitzar per aïllar uns dispositius dels altres en la tecnologia bipolar. Cada dispositiu es fabrica en una "illa" N immersa en el substrat P. Per realitzar l'aïllament *es polaritza inversament la unió P-N que envolta la illa*. La interconnexió d'uns dispositius amb altres es realitza mitjançant pistes metàl·liques que corren per la superfície del dau semiconductor.

Per permetre que cadascun dels terminals del transistor pugui ser connectat a un altre element, cal que els tres terminals del transistor bipolar siguin accessibles des de la superfície. Això força que el corrent que circula pel transistor tingui un recorregut bidimensional en lloc de l'unidimensional considerat a la teoria bàsica: el corrent entra per la superfície del dau, recorre un cert camí per dins del semiconductor i torna a sortir per la superfície. Si aquest camí és relativament llarg, la resistència que ofereix el semiconductor pot ser elevada, i les prestacions del dispositiu es degraden. Per evitar aquesta degradació es procura un *camí de baixa resistència* dins del volum del semiconductor a través de l'anomenada *capa soterrada* a la figura 10.27. Aquesta capa soterrada té un dopatge molt elevat a fi d'aconseguir una resistivitat baixa.

L'estructura física representada en aquesta figura mostra un transistor NPN. El terminal d'emissor entra en contacte amb una pista metàl·lica que també temps fa contacte amb una regió N^+ (l'exponent "+" significa que el dopatge és molt elevat, normalment més gran de 10^{19} àtoms/cm 3). Aquesta regió N^+ d'emissor és envoltada per una regió P que constitueix la base del transistor. El terminal de base fa contacte amb aquesta regió des de la superfície de forma similar al terminal d'emissor. La regió P es troba envoltada per una regió N que constitueix el col·lector. Observeu que en la vertical de l'emissor apareix l'estructura NPN que s'ha descrit a la teoria bàsica. El corrent que arriba al col·lector ha de tornar a sortir per la superfície a través del terminal de col·lector. La capa soterrada proporciona un camí de baixa resistència a aquest corrent. La regió N^+ que fa contacte amb el terminal de col·lector disminueix la resistència de la interície semiconductor-metall.

Observeu que tot el transistor bipolar ha estat fabricat en una illa N completament envoltada de semiconductor P. L'aïllament d'aquest transistor s'aconsegueix fent que les tensions aplicades als terminals siguin positives i la del substrat zero o negativa.

En aquesta representació gràfica de l'estructura del transistor no s'han respectat les escales reals. Les dimensions horitzontals són molt més grans que les verticals.

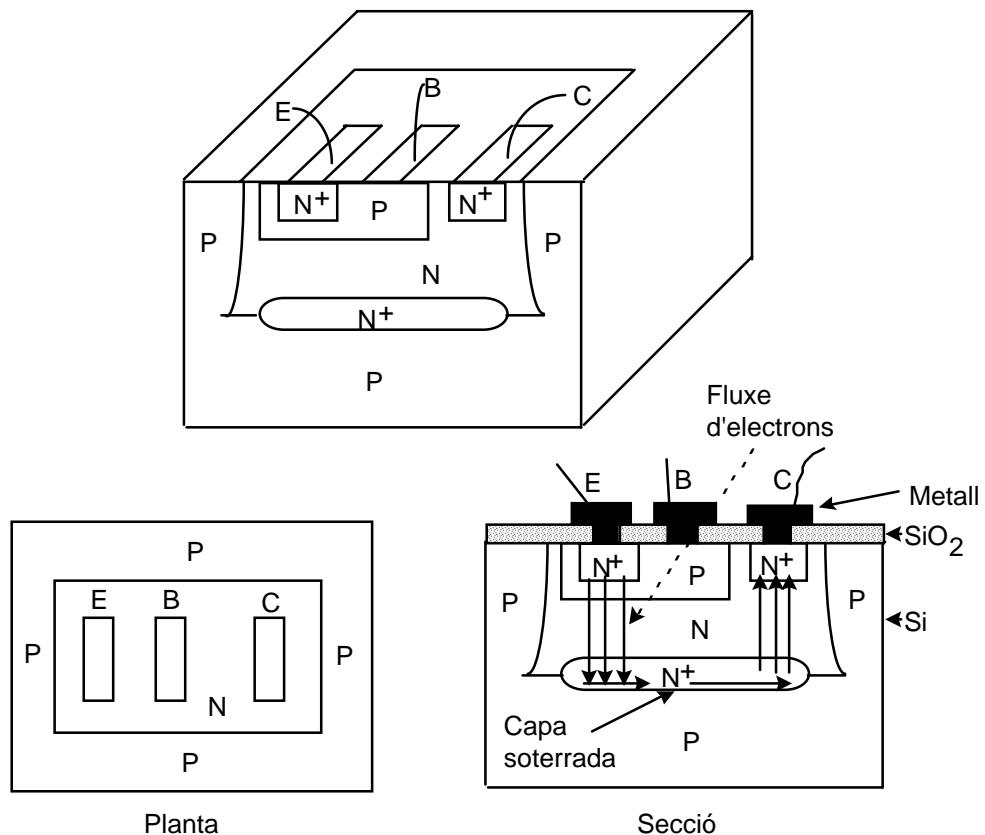


Figura 10.27 Estructura física del transistor bipolar

10.6.2 La tecnologia bipolar: procés de fabricació d'un transistor de CI

La fabricació de l'estructura descrita a l'apartat anterior requereix utilitzar tota una seqüència de processos tecnològics bàsics que es descriuen a continuació, resumits a la figura 10.28. Es parteix d'una oblia de silici monocristal·lí del tipus P.

- 1 Fabricació de la capa soterrada. L'objectiu és crear una capa N⁺ a la superfície del silici de forma rectangular. Per això es procedeix de la forma següent:
 - 1.1 S'oxida la superfície de l'oblia.
 - 1.2 Mitjançant fotolitografia es grava a l'òxid una finestra de forma rectangular utilitzant la *màscara per a la capa soterrada*.
 - 1.3 Es crea la regió N⁺ introduint impureses pentavalents per la finestra oberta a l'òxid. S'utilitza o bé una difusió o bé una implantació.
 - 1.4 S'elimina l'òxid de la superfície.
- 2 Creixement de la capa epitaxial N. L'objectiu és fer créixer el cristall a partir de la superfície de l'oblia i, al mateix temps dopar amb àtoms donadors la capa de silici que va creixent. A conseqüència del creixement d'aquesta capa epitaxial, la capa N⁺ anterior ha quedat soterrada.
- 3 Difusió d'aïllament. L'objectiu d'aquesta etapa consisteix a dividir aquesta capa epitaxial N en illes completament envoltades de semiconductor P. Dins de cadascuna d'aquestes illes es fabrica un dispositiu. El procediment que se segueix és el següent:
 - 3.1 S'oxida tota l'oblia.
 - 3.2 Mitjançant fotolitografia s'obren finestres a través de les quals s'introduiran les impureses acceptores. Per això s'utilitza la *màscara d'aïllament* que s'ha d'alinear amb cura amb la capa anterior soterrada, per tal que aquesta darrera quedi al fons de l'illa N resultant.
 - 3.3 Es fa una difusió P. A continuació, mitjançant una difusió de redistribució, es fa que aquesta regió P arribi fins al substrat P.
 - 3.4 S'elimina l'òxid de la superfície.
- 4 Difusió de base. L'objectiu és crear la regió P de la base.
 - 4.1 S'oxida la superfície.
 - 4.2 S'obre la finestra per introduir les impureses acceptores de la base. S'utilitza fotolitografia amb la *màscara de base*, que ha d'estar alineada amb les altres regions.
 - 4.3 Es fa la difusió de base.
 - 4.4 S'elimina l'òxid de la superfície.
- 5 Difusió de les regions N⁺ d'emissor i col·lector.
 - 5.1 S'oxida l'oblia.
 - 5.2 S'obren les finestres per realitzar les difusions N⁺. S'utilitza la *màscara d'emissor i contacte de col·lector*, que s'han d'alinear amb les capes anteriors.
 - 5.3 Es realitza una difusió N⁺.
 - 5.4 S'elimina l'òxid de la superfície
- 6 Obertura de finestres per contactes d'emissor, base i col·lector.
 - 6.1 S'oxida tota la superfície de l'oblia.
 - 6.2 S'obren finestres en les àrees en què el metall, que es dipositarà posteriorment, ha de fer contacte amb les regions internes del semiconductor. Per a això s'utilitza la *màscara d'obertura de contactes*.
- 7 Metal·lització. L'objectiu d'aquesta etapa és definir unes pistes metà·liques a la superfície de l'oblia, que interconnecten unes regions amb altres.
 - 7.1 Es diposita una capa metà·lica sobre tota la superfície del semiconductor. Aquesta capa farà contacte amb el semiconductor a les finestres obertes a l'etapa anterior. Pel que fa a la resta, estarà dipositada sobre el diòxid de silici, que és aïllant.
 - 7.2 Mitjançant fotolitografia, i utilitzant la *màscara de metal·lització*, s'elimina el metall de totes les àrees que no formin part de les pistes d'interconnexió.

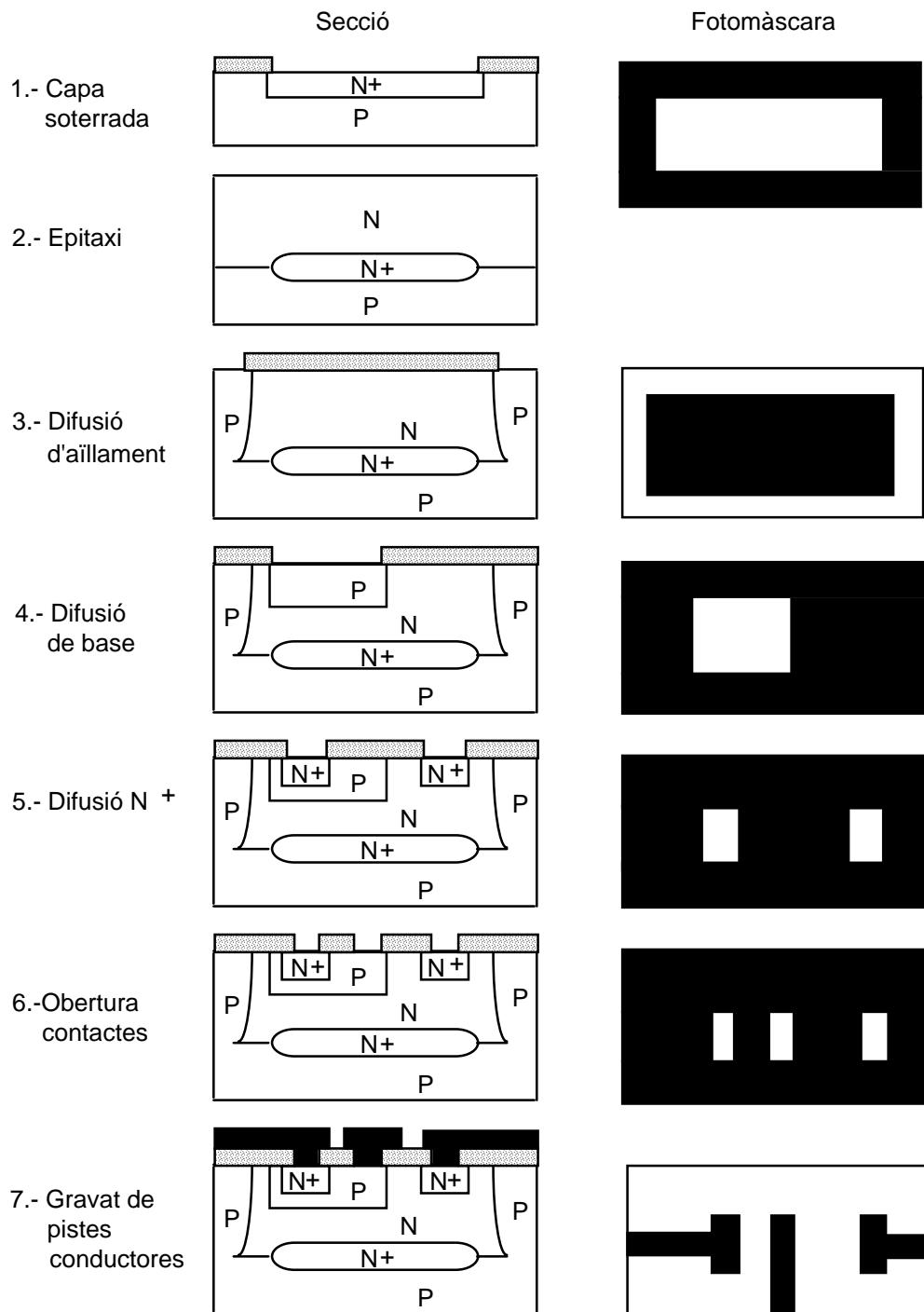


Figura 10.28 Tecnologia bipolar

Després de la metal·lització es diposita sobre tota l'oblia una capa aïllant que la protegeixi de la humitat i de la corrosió per agents externs (passivació de l'oblia). Finalment es procedeix a dividir l'oblia en daus i es fa el muntatge i l'encapsulació de cadascun d'ells.

10.7 Fabricació d'un transistor MOS

En aquest apartat descriurem l'estructura física del transistor d'acumulació MOS utilitzat en circuits integrats. L'estructura dels transistors MOS capaços de dissipar molta potència, i que es fabriquen com a dispositius discrets, és diferent.

10.7.1 Estructura física del transistor MOS

Com en el cas dels transistors bipolars, un problema clau en la fabricació de dispositius per CI és l'aïllament de cada dispositiu que forma part del circuit i que comparteix el mateix substrat semiconductor. En la tecnologia MOS la tècnica d'aïllament és, malgrat tot, diferent: perquè hi hagi conducció entre dues regions N⁺ cal crear un canal mitjançant l'estructura MOS. Si no s'indueix el canal, les dues regions N⁺ són aïllades de forma natural.

A primera vista podria semblar que n'hi ha prou a no crear l'estructura MOS a les regions que volem aïllades. No obstant la situació real no és tan simple. Perquè el CI funcioni cal que els senyals arribin als terminals del transistor. I la forma d'arribar a una regió N⁺ és a través d'una pista conductora per la superfície de l'oblia. Si aquesta pista fa contacte amb altres regions N⁺, les interconnecta. Si s'aïlla aquesta pista de la superfície del semiconductor mitjançant una capa aïllant, pot induir canals sota seu, com ho fa a la regió de porta. Aleshores aquests canals poden interconnectar les diferents regions a través de la superfície del silici.

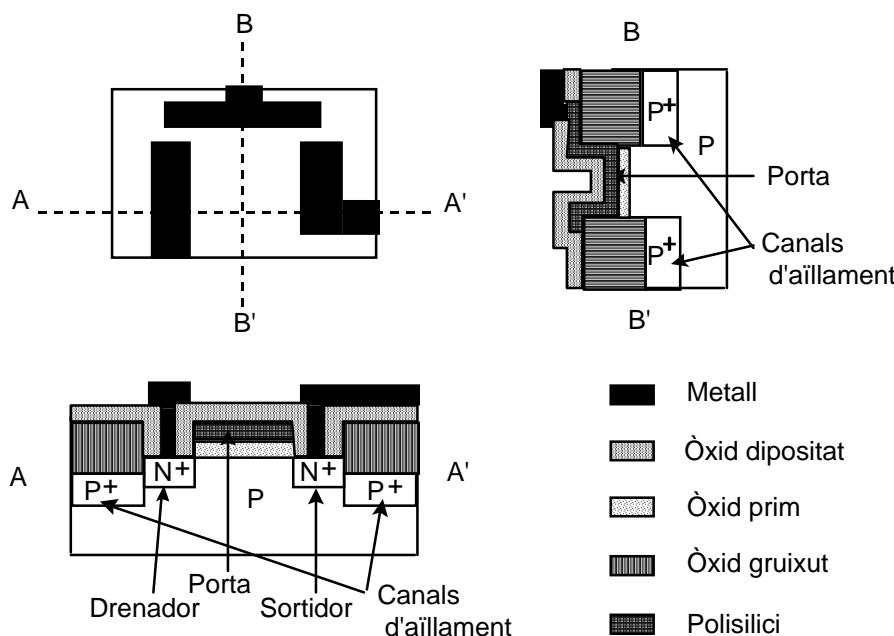


Figura 10.29 Estructura física del transistor MOS

L'opció adoptada per evitar aquesta aparició no controlada de canals es representa a la figura 10.29: creixement d'un *òxid gruixut i difusió d'un canal P⁺ d'aïllament* sota seu. Les pistes metàl·liques que s'estenen per sobre d'aquestes regions d'òxid gruixut no poden generar canals conductors dins del semiconductor. Aquests només es creen sota les regions d'òxid prim de porta. El motiu és simple: si l'òxid és gruixut, la capacitat és petita i també ho és la càrrega que induceix una tensió determinada. Si a més hi ha una capa P⁺, l'acció del camp transversal es limitarà a disminuir la concentració de forats en aquesta capa. En llenguatge intuïtiu se sol descriure aquesta forma d'aïllament dient que el transistor es fabrica en una vall, anomenada àrea activa, envoltada d'un altiplà constituït per l'òxid gruixut d'aïllament.

Una altra característica de la tecnologia descrita a la figura 10.29 és que la placa conductora de porta està fabricada amb silici policristal·lí molt dopat, que s'anomena *polisilici*. Normalment aquesta capa va soterrada sota una capa depositada de SiO₂. S'obren finestres en aquesta capa per permetre que les pistes metàl·liques de superfície entrin en contacte amb ella.

10.7.2 La tecnologia MOS: procés de fabricació del transistor MOS

La fabricació d'un transistor MOS de canal N per a CI consta de les etapes següents, representades a la figura 10.30:

- 1 Definició de l'àrea activa. El seu objectiu és delimitar l'àrea en què es farà el dispositiu i aïllar-la de la resta. Consta de les fases següents:
 - 1.1 Deposició d'una capa de Si₃N₄ sobre tota l'oblia de silici P.
 - 1.2 Eliminació del nitrur de silici en totes les àrees en què no hi haurà transistors. Es fa mitjançant fotolitografia amb la *màscara d'àrea activa*.
 - 1.3 Implantació del canal d'aïllament P⁺. El nitrur de silici actua de màscara en aquesta implantació i impedeix que els ions acceptadors el travessin i arribin al silici.
- 2 Creixement d'òxid gruixut. Mitjançant un procés d'oxidació es fa créixer un òxid d'un micròmetre de gruix. El nitrur de silici impedeix que aquest òxid creixi en l'àrea activa.
- 3 Creixement de l'òxid prim.
 - 3.1 Eliminació del Si₃N₄
 - 3.2 Creixement d'un òxid prim de porta a tota l'oblia.
- 4 Deposició i gravat del polisilici de porta.
 - 4.1 Es diposita una capa de silici policristal·lí per tota la superfície de l'oblia.
 - 4.2 Es grava aquesta capa mitjançant un procés de fotolitografia utilitzant la *màscara de polisilici*. També s'elimina l'òxid prim a les àrees en què s'ha eliminat el polisilici.
- 5 Implantació N⁺: realització del drenador, sortidor i dopatge del polisilici. En aquest procés el polisilici actua de màscara: evita que els ions donadors implantats arribin a la regió del canal. L'òxid gruixut també actua de màscara.
- 6 Obertura de contactes amb pistes metàl·liques. Consta de les fases següents:
 - 6.1 Deposició d'una capa de SiO₂ a tota l'oblia.
 - 6.2 Obertura de finestres per a contactes. Mitjançant fotolitografia i utilitzant la *màscara de contactes*, s'obren finestres en la capa de SiO₂ perquè la capa metàl·lica que es dipositarà a l'etapa següent contacti amb les regions N⁺ i/o la porta de polisilici.
- 7 Metal·lització. Aquesta etapa consisteix en:
 - 7.1 Deposició d'una capa metàl·lica en tota la superfície
 - 7.2 Definició de les pistes mitjançant fotolitografia utilitzant la *màscara de metal·lització*.
- 8 Verificació, separació de daus, muntatge i encapsulació.

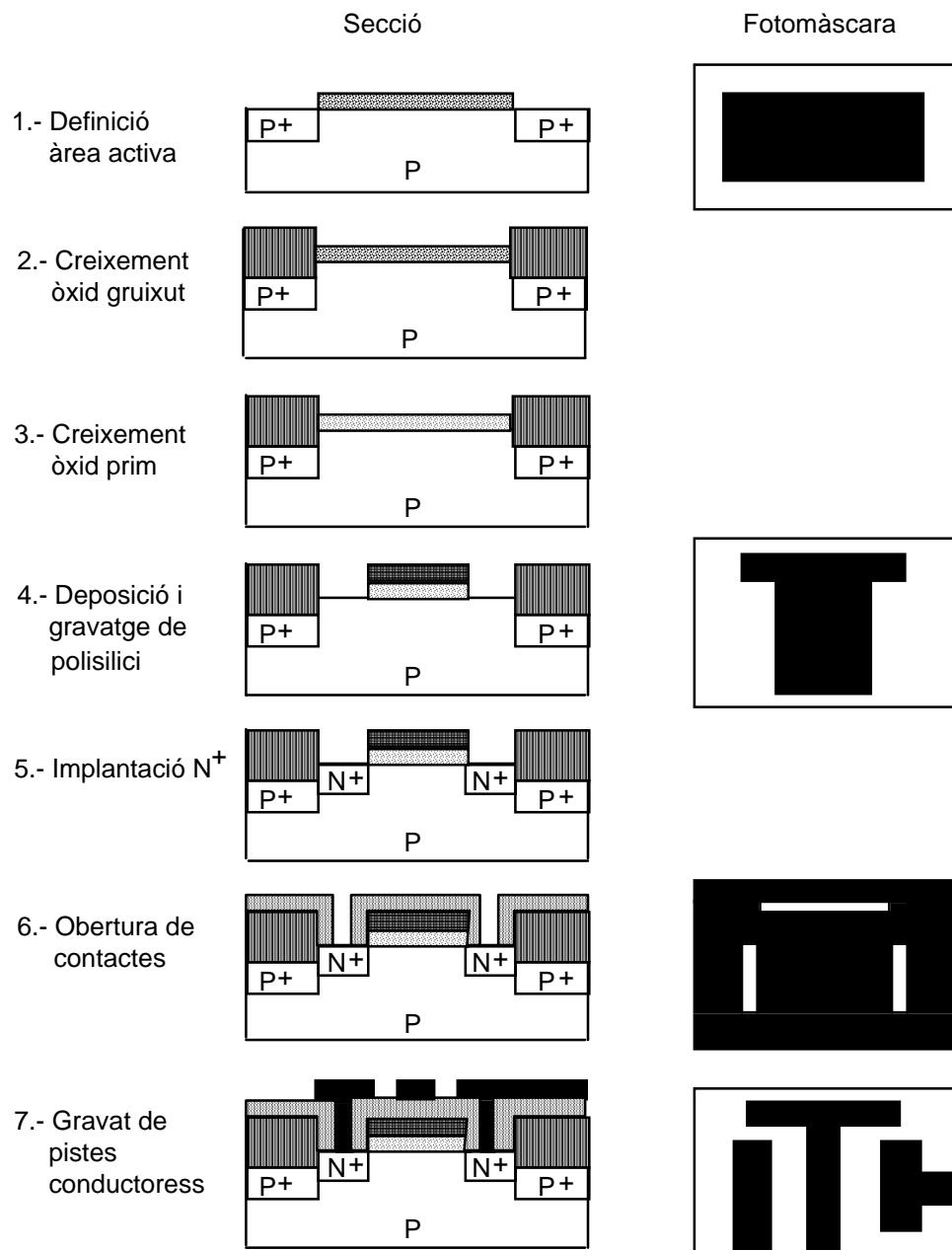


Figura 10.30 Tecnologia MOS

La fabricació d'un CI requereix, en darrera instància, *dissenyar un conjunt de màscares per a la seva fabricació*. Aquestes màscares són les que definiran els diferents components electrònics i la seva interconnexió. Quan cal fabricar un gran nombre de circuits idèntics (actualment de l'ordre dels milers),

resulta més barat fabricar un CI específic per a aquesta aplicació que construir el circuit ensamblant dispositius discrets sobre una placa de circuit imprès. Per aquest motiu, la tendència de futur de l'electrònica apunta que el disseny final d'un circuit sigui la definició del conjunt de màscares, que seran aplicades, en un procés similar al descrit en aquest apartat, per fabricar el circuit sobre el silici.

Qüestions

- C10.1** La resistivitat d'un semiconductor disminueix amb la temperatura excepte a temperatures intermèdies, en les quals sol augmentar. Justifiqueu aquest comportament a partir de la figura 10.7. Tingueu en compte que la mobilitat sol disminuir lleugerament amb la temperatura.
- C10.2** Els semiconductors d'arseniür de gal·li, formats per un element pentavalent (Ga) i un altre trivalent (As) units per enllaços quasicovalents (anomenats compostos del tipus III-V), s'utilitzen en aplicacions d'electroòptica i d'alta velocitat. Per obtenir silici extrínsec s'utilitzen dopants del tipus III i V. Discutiu raonadament quin tipus de dopants utilitzarieu per obtenir AsGa extrínsec del tipus *p* i *n*.
- C10.3** Per què la mobilitat dels portadors en un semiconductor intrínsec ($N_A=N_D=0$) és més gran que en un semiconductor compensat dopat amb un mateix nombre (elevat) d'impureses acceptores i donadores? Discutiu si tecnològicament és possible convertir en intrínsec un semiconductor extrínsec si el dopem amb el mateix nombre d'impureses complementàries de les que posseeix. Tingueu en compte els valors típics de concentració intrínseca de portadors i els nivells de dopatge.
- C10.4** Si en trencar-se un enllaç covalent es genera un parell electró-forat, per què és molt superior el nombre d'electrons al de forats en un semiconductor extrínsec del tipus N a temperatura ambient? Què passa amb la densitat de portadors si $T \gg T_{amb}$?
- C10.5** Una radiació de longitud d'ona λ_o incideix sobre dues làmines de semiconductors diferents. A l'altra banda del primer semiconductor es detecta radiació i, en canvi, no es detecta en el segon. A què és degut? Raoneu-ho a partir de l'energia del fotó i del fet que l'energia de *gap* depèn del material semiconductor.
- C10.6** Per què apareix un camp elèctric a l'interior d'un semiconductor amb un dopatge que varia amb la posició? Raoneu la resposta en termes de corrents d'arrossegament i difusió. (Tingueu en compte que si el semiconductor és aïllat el corrent net a cada punt ha de ser zero.)
- C10.7** Com evolucionen els valors de les capacitats de transició i de difusió d'una unió PN amb la polarització aplicada? Quina és la capacitat dominant en les situacions de polarització directa i polarització inversa?
- C10.8** Discutiu els avantatges i inconvenients dels models Ebers-Moll d'injecció i transport.
- C10.9** Quins dos mètodes de gravat existeixen? Indiqueu els avantatges i els inconvenients de cadascun d'ells.
- C10.10** Descriuvi de forma detallada el procés tecnològic complet necessari per fer i encapsular un diòde a partir d'una oblia semiconductora dopada P. Descriuvi també el procés per fabricar un transistor bipolar discret (Connecteu directament el terminal de col·lector al substrat).

C10.11 Si tenim dos transistors de dimensions idèntiques, un PMOS i l'altre NMOS, quin té el paràmetre de conductància K més gran i per què?

C10.12 En una unió PN apareix un potencial de difusió V_{bi} a la regió de transició. De forma similar, també apareix una diferència de potencial en un contacte metall semiconductor. Circularà corrent per una resistència connectada entre els terminals d'una unió PN en equilibri tèrmic? Quina relació ha d'existir entre els potencials de difusió i contacte d'una unió PN en equilibri?

Problemes

Dades generals per a tots els problemes (si no s'especifiquen):

$T = 300 \text{ K}$, $n_i(300 \text{ K}) = 1,5 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$, $q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $V_T = KT/q = 25 \text{ mV}$, $\epsilon(\text{Si})=10^{-12} \text{ F/cm}$, $K=8,62 \cdot 10^{-5} \text{ eV/K}$.

- P10.1** Determineu la resistivitat a temperatura ambient d'una mostra de silici dopada amb $N_A = 2 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$. A continuació s'hi afegeixen impureses donadores amb $N_D = 5 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$. Quina és la resistivitat final? Determineu també les concentracions de portadors n i p en equilibri. Dades: $\mu_n = 1500 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $\mu_p = 500 \text{ cm}^2/\text{Vs}$
- P10.2** S'injecta un corrent d' $1 \mu\text{A}$ entre 2 cares oposades d'un cub de silici intrínsec de 2 mm de costat i es mesura entre ells una diferència de potencial d' 1 V . Quina és la concentració intrínseca de portadors en el silici utilitzat? Dades: $\mu_n = 1500 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $\mu_p = 500 \text{ cm}^2/\text{Vs}$

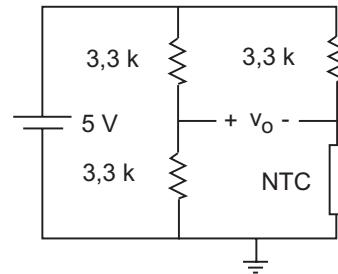
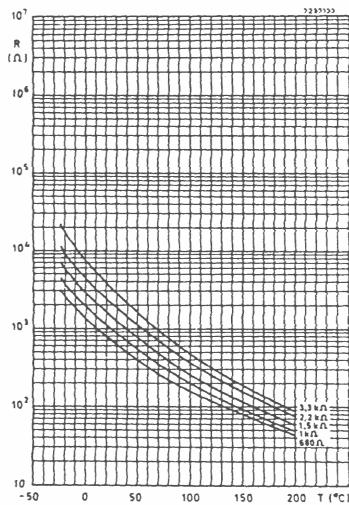


Figura P10.4 Gràfics de la NTC i circuit del problema P4

- P10.3** Si tenim en compte la dependència entre la concentració intrínseca de portadors (n_i) d'un semiconductor i la temperatura (equació 11.1): *a)* Calculeu la relació entre n_i d'un semiconductor a dues temperatures T_1 i T_2 . *b)* Particularitzeu per al silici ($E_g = 1,1 \text{ eV}$), amb $T_1 = 300 \text{ K}$ i $T_2 = 500 \text{ K}$. *c)* Si considerem les mobilitats dels portadors constants amb la temperatura, calculeu la relació

entre les resistivitats del Si intrínsec a $T_1 = 300$ K i $T_2 = 500$ K. Dades: $\mu_n = 1200$ cm²/Vs, $\mu_p = 400$ cm²/Vs.

- P10.4** Els termistors són resistències que varien amb la temperatura. Els de coeficient de temperatura negatiu (NTC) disminueixen la seva resistència amb T i es basen en la generació tèrmica de portadors en els semiconductors. *a)* Per què al cap d'alguns temps d'augmentar el corrent a través d'un termistor NTC, la tensió entre terminals disminueix? A la figura P10.4 apareix el gràfic de resistència en funció de T per a diversos termistors NTC. Es vol utilitzar el de 3,3 kΩ per implementar un termòmetre mitjançant el circuit en pont de resistències. *b)* Per a quina temperatura $V_o = 0$? *c)* Indiqueu el valor de V_o per a $T = 0^\circ\text{C}$ i per a $T = 150^\circ\text{C}$.

- P10.5** En una regió semiconductor, la constant de difusió de forats és $D_p = 10$ cm²/s, i la seva concentració en funció de x (en cm) ve donada per l'expressió:

$$p(x) = 10^{19} e^{-(x/2 \cdot 10^{-4})^2} \text{ cm}^{-3}$$

Calculeu la densitat del corrent de difusió de forats.

- P10.6** Donada una unió abrupta de Si amb $N_A = 2 \cdot 10^{15}$ cm⁻³ i $N_D = 10^{15}$ cm⁻³, calculeu: *a)* V_{bi} ; *b)* w_{no} , w_{po} , w_o ; *c)* la distribució de la càrrega acumulada en la zce; *d)* E_{max} .

- P10.7** Donada la distribució de càrrega de la figura P10.7: *a)* Representeu gràficament $E(x)$ i $V(x)$. *b)* Calculeu E_{max} i V_{bi} en funció de w_{no}

- P10.8** Determineu N_D i N_A per a un diòde si es vol $w_{po} = 10w_{no}$ i una tensió de ruptura per allau de 20 V. Dada: $E_{ruptura} = 500$ kV/cm, $V_{bi} = 0,8$ V.

- P10.9** En una unió PN amb $N_A = 10^{18}$ cm⁻³ i $N_D = 10^{15}$ cm⁻³, $A = 10^{-2}$ cm² i $V_{bi} = 0,75$ V, calculeu E_{max} , C_{jo} i la tensió de ruptura si $E_{ruptura} = 3 \cdot 10^5$ V/cm.

- P10.10** En una unió PN amb $N_A = 10^{17}$ cm⁻³, $N_D = 10^{15}$ cm⁻³ i $A = 2 \cdot 10^{-5}$ cm². *a)* Calculeu C_{jo} . *b)* Calculeu C_j per a $V_D = -2$ V i -11 V

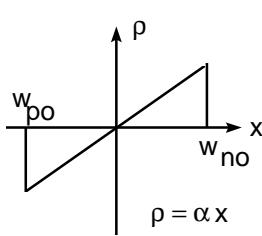


Figura P10.7

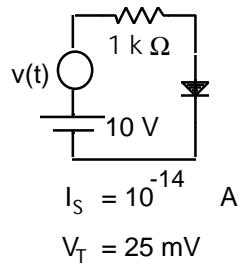


Figura P10.11

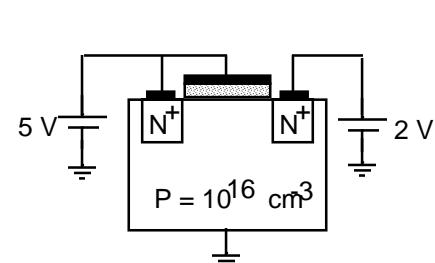


Figura P10.14

- P10.11** Mitjançant el circuit de la figura P10.11 es vol trobar experimentalment el valor del temps de trànsit del diòde. Per a això es polaritza el diòde en directa i se superposa una forma d'ona quadrada d'amplitud molt petita, de manera que es pugui complir la hipòtesi de petit senyal. *a)* Calculeu la tensió i el corrent en el diòde en corrent continu. *b)* Quina és la resistència dinàmica del diòde per al punt de treball? *c)* Dibuixeu el circuit en petit senyal. *d)* Calculeu la capacitat de difusió si sabeu que la resposta del circuit són exponencials de constant de temps 30 ns. *e)* Obtingueu el temps de trànsit a partir del resultat de l'apartat anterior

P10.12 Supposeu un transistor bipolar amb un factor de transport igual a la unitat. Quin serà l'efecte sobre β_F si es multiplica per deu el dopatge d'emissor i es mantenen idèntics els altres paràmetres físics del transistor?

P10.13 Un procés de fabricació de transistors MOS té les característiques següents: $t_{ox} = 200 \text{ \AA}$; $\epsilon_{ox} = 3.9 \epsilon_0$ ($\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-14} \text{ F/cm}$); $\mu_n = 600 \text{ cm}^2/\text{Vs}$; $\mu_p = 200 \text{ cm}^2/\text{Vs}$. *a)* Trobeu la capacitat del condensador de porta per μm^2 d'àrea. *b)* Trobeu la constant K del transistor de canal N. *c)* Trobeu la constant K del transistor de canal P. *d)* Quina relació hi ha d'haver entre les dimensions de les portes d'ambdós transistors perquè tinguin el mateix valor del corrent de saturació?

P10.14 Calculeu I_o al circuit de la figura P10.14. Considereu l'efecte substrat. Dades: $W = 10 \mu\text{m}$; $L = 2 \mu\text{m}$; $\epsilon_{ox} = 3.44 \cdot 10^{-13} \text{ F/cm}$; $V_{T0} = 0,7 \text{ V}$; $\mu_n = 500 \text{ cm}^2/\text{Vs}$; $C_{ox} = 100 \text{ nF/cm}^2$.

Apèndix A: Característiques dels components passius

A.1 Components electrònics

A.1.1 Concepte i classificació

Els equips electrònics són sistemes tècnics complexos construïts amb peces diferents connectades entre si per realitzar unes funcions electròniques concretes, com ara la rectificació, l'amplificació, l'oscil·lació, la conversió analògica/digital, etc., algunes de les quals ja s'han descrit en capítols anteriors i altres són tractades en textos més avançats.

Cadascuna d'aquestes peces es designa generalment amb el nom de *component electrònic*, concepte que es pot definir com “*l'element elèctric que fa una funció física simple per si mateix, si s'utilitza de manera adequada*”. La noció de *component* implica la idea d'indivisibilitat, és a dir, un component no pot ser dividit en parts sense perdre la seva funció específica. Però el terme *component* s'utilitza també per designar un conjunt funcional dins un sistema; així per exemple, un sintonitzador és un component d'una cadena d'àudio o un disc dur és un component d'un ordinador, i ambdós es poden descompondre en parts més simples. Aquest apèndix A només es refereix a components electrònics no divisibles.

A cada component electrònic li corresponen unes propietats elèctriques i mecàniques que permeten definir el seu comportament amb precisió en condicions determinades. Aquest conjunt de propietats i condicions és el que constitueix les *especificacions tècniques*, que són utilitzades com a bases o normes que en permeten garantir les característiques d'ús i la intercanviabilitat. Entre aquestes especificacions es troben les dimensions geomètriques, la forma de fer la connexió elèctrica, les característiques elèctriques típiques i màximes d'ús, les condicions ambientals extremes (temperatura, humitat, etc.), la fiabilitat expressada mitjançant el *temps mitjà fins a la fallada*, i altres.

Segons el tipus de funció que exerceixen en els circuits electrònics, els components es poden classificar de la manera següent:

Components actius, capaços de realitzar funcions de control i amplificació de potència, o altres més complexes. Són els transistors, els tubs electrònics i els circuits integrats.

Components passius, que no poden realitzar funcions de control o amplificació ni altres funcions electròniques complexes. La tensió i el corrent presents en ells solen estar relacionades per una proporcionalitat, una derivació o una integració respecte del temps. Són les resistències, els condensadors, les bobines, els transformadors, els diòdols, els termistors i els varistors.

Transductors, capaços de transformar una energia en una altra de diferent tipus. Per exemple, tubs de raigs catòdics, motors, altaveus, micròfons, detectors, càpsules gravadores o reproductores, etc.

Elements de commutació i interrupció, que inclouen commutadors, interruptors i relés.

Elements de connexió, que inclouen fils i cables de connexió, plaques de circuits impresos, connectors, sòcols, etc.

Els components estudiats en aquest apèndix A són els anomenats *passius*, resistències, condensadors i bobines, que no s'han de confondre amb els *elements de circuit* amb els mateixos noms considerats en els diferents capítols d'aquest llibre, ja que a la pràctica no hi ha components electrònics "purs" que es puguin identificar totalment amb ells. Així, per exemple, tots els condensadors tenen, a més de l'efecte capacitiu preponderant, uns efectes resistiu i inductiu amb una influència que dependrà de la freqüència de treball del circuit i de la seva aplicació particular.

A.1.2 Característiques comunes dels components passius

Els components electrònics presenten algunes característiques que es poden definir de manera semblant per a tots ells. Aquestes característiques "comunes" són: valor nominal, tolerància del valor nominal, estabilitat, coeficient de temperatura, coeficient de tensió, potència nominal, característica de dissipació, resistència tèrmica, temperatura màxima de treball, tensió màxima de treball i fiabilitat.

El valor nominal (resistència, capacitat o coeficient d'autoinducció) és l'especificat pel fabricant i està marcat sobre el cos del component mitjançant un codi de colors o alfanumèric. És un valor mitjà normalitzat dels que resulten del procés de fabricació del component. Cada *valor nominal* ha de dur associada una *tolerància*, que indica la desviació màxima possible entre el valor real i el nominal i que dependrà de la variabilitat inherent als materials i dels processos emprats en la seva fabricació.

L'estabilitat és la propietat que determina la possibilitat de variació dels paràmetres del component (principalment el seu valor nominal) amb el temps i amb l'ús. Es refereix sempre a variacions de caràcter permanent. Es determina mitjançant una prova de funcionament, generalment de 1.000 hores de durada, en unes condicions establecudes i controlades. S'especifica expressant la variació relativa de la característica mesurada abans i després de la prova.

El coeficient de temperatura proporciona la variació relativa del valor N del component (resistència, capacitat o autoinducció) amb la temperatura i es defineix matemàticament mitjançant

$$\alpha_T = \frac{1}{N} \frac{\partial N}{\partial T}$$

Pot ser positiu o negatiu. No ha de ser obligadament un paràmetre constant, sinó que pot dependre de la temperatura.

El coeficient de tensió expressa la variació relativa del valor N del component amb la tensió elèctrica aplicada entre els seus borns. Es defineix matemàticament com

$$\alpha_V = \frac{1}{N} \frac{\partial N}{\partial V}$$

La potència nominal $P_{màx}$ és la màxima que pot dissipar el component en condicions d'ús normals i quan la temperatura ambient no supera la *temperatura* T_S (vegeu la figura A.1). Per sobre d'aquesta temperatura T_S , cal reduir la potència dissipada per tal d'evitar la destrucció del component. La figura A.1 representa la *característica de dissipació de potència* en funció de la temperatura ambient.

El pendent de la característica de dissipació a partir de la *temperatura màxima* $T_{màx}$ determina la *resistència tèrmica* entre el component i l'ambient, i expressa la reducció que ha d'experimentar la potència màxima de treball per a cada increment de temperatura ambient per sobre de $T_{màx}$, per tal d'evitar la destrucció del component per excés tèrmic.

La tensió màxima de treball V_{\max} és la tensió elèctrica més gran que es pot aplicar al component sense que se sobrepassin la potència nominal ni la tensió de ruptura.

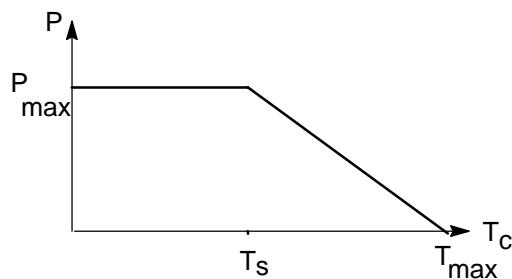


Figura A.1 Potència dissipada en funció de la temperatura del cos del component T_c

La fiabilitat és la característica que garanteix el bon funcionament del component en una aplicació determinada i durant un temps estableert. El paràmetre més utilitzat per especificar aquesta característica és el temps mitjà fins a la fallada MTTF (Mean Time To Failure) o el seu recíproc, la tasa de fallada λ , que se sol expressar en FIT (Failure Unit), unitat que indica una fallada cada 10^9 hores de funcionament acumulades.

A.2 Resistències lineals

A.2.1 Concepte, tipus i aplicacions

El component elèctric anomenat *resistència* és aquell que s'ha dissenyat i fet perquè presenti una resistència elèctrica determinada, de manera que la seva funció física elemental sigui produir una caiguda de tensió elèctrica quan hi circula un corrent, d'acord amb la llei d'Ohm, $v/i = R$ (constant). Això només és una aproximació a la realitat, com veurem posteriorment, però en aplicacions de baixa freqüència, i dins de les limitacions tèrmiques imposades pel fabricant, es pot acceptar plenament.

També s'utilitza la paraula *resistor* per designar el component resistiu i diferenciar-lo així del terme *resistència*, reservat per indicar el valor òhmic del component. S'ha considerat tan encertada la denominació americana que la Real Academia de la Lengua Espanyola l'ha inclòs al seu diccionari.

Una altra forma de definir el component *resistència*, o *resistor*, és com a element elèctric amb capacitat de dissipar energia en forma de calor, que és precisament la propietat que el diferencia dels altres components passius, el *condensador* i l'*inductor* (o bobina).

Segons la característica *i-v*, els resistors poden ser *lineals* o *no lineals*, segons la possibilitat de variar el seu valor òhmic, *fixos* o *variables* (reòstats, potenciòmetres i trimmers) i segons el sistema de muntatge, *amb terminals axials* per a la seva inserció en circuits impresos, *sense terminals per al muntatge superficial (SMD)*, etc.

S'utilitzen diverses tecnologies per fabricar resistors. Això ha donat lloc a la coexistència, en el mercat de components, de diversos tipus de resistors, concebut cadascun per a un camp d'aplicacions, potència baixa ($< 1 \text{ W}$), potència alta ($> 2 \text{ W}$), ús general, precisió, calefacció, o diferents sistemes de muntatge. Un dels elements diferencials d'aquestes tecnologies és el material resistiu emprat en cada cas, amb *resistivitat* ρ (propietat inversa a la *conductivitat*) que, junt amb les dimensions del component, determinen la *resistència*, la qual per a un material homogeni i de di-mensions uniformes d (longitud) i A (àrea de la secció transversal) es calcula mitjançant la fórmula $R = \rho \cdot (d/A)$.

La taula A.1 recopila els tipus de resistors lineals comercials més usuals, amb la indicació del material resistiu, el mètode emprat en la seva fabricació i les seves aplicacions principals.

TIPUS	MATERIAL I MÈTODE	ρ ($\Omega \cdot \text{cm}$) (valor orientatiu)	APLICACIONS
<i>Resistor de pel·lícula de carbó</i>	Carbó depositat mitjançant piròlisi	$3.000 \cdot 10^{-6}$	Potència baixa ($\leq 1\text{W}$) Polsons de potència Estabilitat alta
<i>Resistor de pel·lícula d'aliatge metàl·lic</i>	Ni-Cr vaporitzat en buit alt	$100 \cdot 10^{-6}$	Potència baixa Estabilitat molt alta Precisió
<i>Resistor de pel·lícula metàl·lica Au/Pt</i>	Au/Pt per reducció de sal del metall al forn	$40 \cdot 10^{-6}$	Potència baixa Estabilitat alta Suporta la humitat
<i>Resistor de pel·lícula d'òxids metàl·lics</i>	SnO_2	$1.000 \cdot 10^{-6}$	Potència baixa Estabilitat alta
<i>Resistor de carbó de composició</i>	Pols de carbó amb un aglomerant aïllant	Depèn de la mescla	Potència baixa Poca estabilitat
<i>Resistor bobinat de potència</i>	Fil de Ni80-Cr20 bobinat	$100 \cdot 10^{-6}$	Potència alta Temperatures elevades
<i>Resistor bobinat de precisió</i>	Fil de Ni40-Cu60 bobinat	$50 \cdot 10^{-6}$	Potència baixa Precisió
<i>Resistor de capa fina</i>	Capa resistiva metàl·lica aplicada sobre suport de vidre per reducció química	Depèn del material resistiu metàl·lic emprat	Potència baixa Circuits híbrids
<i>Resistor de capa gruixuda</i>	Mescla resistiva líquida o semilíquida aplicada sobre suport ceràmic mitjançant serigrafia	Depèn del líquid o pasta resistiva	Potència baixa Circuits híbrids
<i>Resistor SMD</i>	Carbó o pel·lícula metàl·lica	Depèn del material resistiu	Potència baixa Muntatge superficial sense terminals

Taula A.1 Tipus de resistors comercials

A.2.2 Característiques dels resistors

Encara que les dues propietats principals que defineixen el funcionament d'un resistor són la resistència i la dissipació d'energia, hi ha altres paràmetres i particularitats que no s'han d'oblidar en utilitzar aquest component. Les característiques tècniques diverses que cal especificar per a aquest tipus de component són: *resistència nominal i tolerància, estabilitat, coeficient de temperatura, coeficient de tensió, tensió màxima de treball, potència dissipada màxima, temperatura màxima de treball, resistència tèrmica, soroll elèctric, comportament en alta freqüència, fiabilitat, forma i dimensions*. La majoria d'aquestes característiques ja s'han definit a l'apartat A.1.2.

Les *resistències nominals* normalitzades per als resistors comercials es recullen a unes sèries de valors acceptades universalment i que s'anomenen amb les sigles E6, E12, E24, E48, E96 i E192, que representen

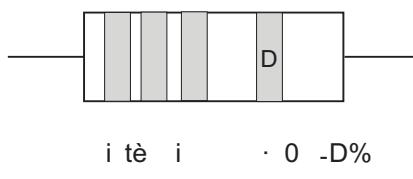
altres tantes progressions geomètriques de raó $r = (10)^{1/k}$, on k és el nombre de la sèrie i expressa la quantitat de valors normalitzats. La taula A.2 recopila les resistències i les toleràncies normalitzades per a les tres primeres sèries. Els fabricants de resistors de precisió (de toleràncies 2%, 1% o 0,5%) no solen utilitzar tots els valors normalitzats de les sèries superiors, sinó només els 24 valors de la sèrie E24, encara que garanteixen les baixes toleràncies especificades.

SÈRIE	VALORS NORMALITZATS DE RESISTÈNCIES	TOLERÀNCIA
E24	10 11 12 13 15 16 18 20 22 24 27 30 33 36 39 43 47 51 56 62 68 75 82 91	5 %
E12	10 12 15 18 22 27 33 39 47 56 68 82	10 %
E6	10 15 22 33 47 82	20 %

Taula A.2 Valors normalitzats dels resistors comercials

Els valors de resistència nominal i tolerància dels resistors se solen marcar sobre ells amb un codi de franges de colors, com es mostra a la taula A.3.

Quan, per alguna raó, no s'utilitza el marcatge amb franges de colors, s'escriu sobre el cos del component el valor de la resistència nominal amb nombres i lletres, emprant la R per a resistències de menys de $1.000\ \Omega$, la K per a valors compresos entre $1\ k\Omega$ i $1\ M\Omega$ i la M per a resistències d' $1\ M\Omega$ o més. Per exemple, R51, 5R1, 51R, 5K1, 51K i 5M1 designen, respectivament, resistències de $0,51\ \Omega$, $5,1\ \Omega$, $51\ \Omega$, $5,1\ k\Omega$, $51\ k\Omega$ i $5,1M\Omega$.

MARCATGE AMB FRANGES DE COLORS	COLOR	A i B	C	D(%)
	negre	0	0	
	marró	1	1	± 1
	vermell	2	2	± 2
	taronja	3	3	
	groc	4	4	
	verd	5	5	
	blau	6	6	
	violeta	7	7	
	gris	8	8	
	blanc	9	9	
	plata		-2	± 10
	or		-1	± 5

Taula A.3 Marcatge de resistències mitjançant franges de colors

Els *coeficients de temperatura* dels resistors poden ser positius (per a materials resistius metàl·lics) o negatius (per al carbó i materials semiconductors). Per als resistors lineals comercials els valors típics van de $-200 \cdot 10^{-6}$ a $-1.000 \cdot 10^{-6}$ per als resistors de pel·lícula de carbó; de $-300 \cdot 10^{-6}$ a $-1.200 \cdot 10^{-6}$ per als resistors de composició; de $250 \cdot 10^{-6}$ a $600 \cdot 10^{-6}$ per a les resistències de pel·lícula d'Au-Pt; $200 \cdot 10^{-6}$ per a les resistències d'aliatge metàl·lic de Ni80-Cr20 i $20 \cdot 10^{-6}$ per a les de Ni60-Cu40.

El coeficient de tensió d'un resistor es calcula experimentalment amb la fórmula

$$\alpha_V = \frac{1}{R_o} \frac{R_n - R_o}{V_n - V_o}$$

on V_n és la tensió màxima nominal, $V_o = V_n/10$, R_n és la resistència mesurada sota la tensió V_n i R_o la mesurada amb la tensió V_o . Generalment el valor d'aquest coeficient és negligible en els resistors lineals, però pot prendre un valor molt elevat en els resistors no lineals de tipus *varistor*.

La tensió màxima de treball V_m d'un resistor està limitada per la potència nominal P_m i el seu valor òhmic i per la tensió de ruptura dielèctrica del material aïllant que recobreix el seu cos. Quan el resistor treballi en règim d'impulsos serà particularment important la consideració de la rigidesa dielèctrica d'aquest material, encara que la potència dissipada sigui petita.

CARACTERÍSTICA	RESISTOR DE PEL·LÍCULA DE CARBÓ	RESISTOR DE PEL·LÍCULA METÀL·LICA	RESISTOR DE POTÈNCIA BOBINAT	RESISTOR DE PRECISIÓ BOBINAT
<i>Resistència nominal (sèrie)</i>	E12 i E24 $R_{\max} \leq 5 \text{ M}\Omega$	E24 $R_{\max} \leq 4,3 \text{ M}\Omega$	E12 i E24	No normalitzat
<i>Tolerància (%)</i>	$\pm 10\% \text{ i } \pm 5\%$	$\pm 5\%, \pm 2\%, \pm 1\%$	$\pm 10\% \text{ i } \pm 5\%$	$\pm 1\% \text{ i } \pm 0,02\%$
<i>Estabilitat (%) de variació</i>	1,5%	0,1% a 0,5%	< 5%	$10^{-5} \text{ a } 30 \cdot 10^{-6}$
<i>Coeficient de temperatura (ppm/}^{\circ}\text{C})</i>	-200 a -1.000	+150 a +600	< +200	< +20
<i>Coeficient de tensió</i>	baix	baix	baix	molt baix
<i>Potència màxima (W)</i>	1/10 a 2 W	1/10 a 2 W	alta	1/2 a 2 W
<i>Temperatura màxima (}^{\circ}\text{C})</i>	125	200	260 a 600	70
<i>Tensió màxima (V)</i>	< 1.000	< 1.000	7 a 20 V/mm	-
<i>Soroll elèctric</i>	negligible	negligible	negligible	negligible
<i>Comportament en freqüència alta</i>	bo, excepte les espiralades	bo	dolent	bo fins a 30 MHz
<i>Taxa de fallada (cada 10⁹ hores)</i>	3	3	30	18

Taula A.4 Característiques dels resistors fixos comercials més usuals

L'efecte de *soroll elèctric* que pot provocar un resistor es manifesta per la presència en els seus borns de senyals aleatoris, aliens al circuit, i que interfereixen el senyal que processa. Aquest efecte no volgut pot ser produït per la pròpia agitació tèrmica de les càrregues elèctriques lliures en el si del material resistiu (*efecte Johnson*) o tenir el seu origen en la variació de la resistència de contacte entre les partícules que constitueixen aquest material (*efecte Bernamont*). En general, el soroll tèrmic és el predominant en els resistors i la seva tensió eficaç, v_r , depèn de la temperatura, del valor resistiu i de l'ample de banda considerat.

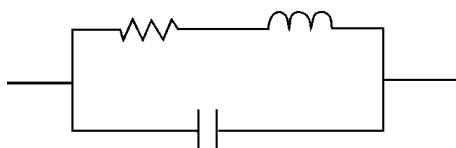


Figura A.2 Circuit equivalent d'un resistor en freqüència alta

El comportament en alta freqüència d'un resistor depèn dels efectes capacitius i inductius associats al component, a més de l'efecte resistiu predominant en freqüències baixes. Això porta a la necessitat de considerar el resistor real, no com un únic element resistiu, sinó com un dispositiu passiu més complex amb un circuit equivalent que pot ser el de la figura A.2. L'efecte inductiu és molt significatiu en els resistors bobinats, per la gran longitud del fil d'aliatge metàl·lic utilitzat en la seva fabricació, i en els resistors de pel·lícula de valor òhmic elevat (superior a 100 kΩ), que requereixen un "espiralat" (tall en forma d'espiral de la pel·lícula resistiva) per aconseguir una resistència alta en un cos resistiu de poca longitud.

La taula A.4 recopila valors típics de les característiques dels resistors fixos més usuals.

A.2.3 Resistors variables

Són resistors lineals amb tres terminals, dos de fixos en els extrems del component i un de mòbil intermedi. La resistència entre un dels terminals fixos i el mòbil ve determinada per la posició d'aquest sobre el material resistiu. S'utilitzen en els circuits en què cal efectuar variacions de nivells de tensió elèctrica, en aplicacions com ara controls de volum o de tot de so, controls de brillantor o de contrast de la imatge, etc., o per ajustar la resistència d'un element de circuit a un valor adequat per tal que funcioni correctament.

Són possibles dos modes de muntatge per a un resistor variable: en *sèrie* o en *paral·lel* amb la resta del circuit. En el primer cas el resistor actua com a *reostat* i en el segon com a *potenciómetre*.

Les característiques d'aquest tipus de component són les que ja s'han esmentat per als resistors lineals i les derivades de la possibilitat de variació del valor òhmic a voluntat, com:

Resistències residuals, inicial i final

Recorregut del cursor mòbil

Mode de desplaçament del terminal mòbil (en gir o longitudinal)

Llei de variació de la resistència amb el desplaçament (lineal, exponencial, logarítmic)

Resolució de la variació de la resistència

Segons la seva construcció, els resistors variables poden ser *bobinats* (l'element resistiu és un fil d'aliatge metàl·lic) o *no bobinats* (fabricats amb bandes resistives de carbó o de pel·lícula metàl·lica sobre suport aïllant). En general, els *bobinats* s'utilitzen en aplicacions de potència o de precisió, i els *no bobinats*, en aplicacions de poca potència (< 1 W).

A.3 Resistors no lineals: termistors i varistors

Són components caracteritzats perquè la seva relació $i(v)$ no és lineal i el seu valor òhmic depèn d'una altra magnitud, com ara la temperatura (per als *termistors*) o la tensió elèctrica (per als *varistors*). Els primers presenten uns coeficients de temperatura elevats, que poden ser negatius (NTC) o positius (PTC). Els segons tenen coeficients de tensió de valor alt. Tots ells utilitzen com a element resistiu materials ceràmics semiconductors.

Els *termistors NTC* es fabriquen utilitzant com a material resistiu ceràmiques policristal·lines obtingudes a base d'una mescla d'òxids homogenis tractats a temperatures altes. La dependència de la resistència R amb la temperatura absoluta T es pot aproximar mitjançant el model exponencial

$$R = Ae^{B/T}$$

$$\alpha_T = \frac{1}{R} \frac{\partial R}{\partial T} = -\frac{B}{T^2}$$

on A i B són constants que depenen de la forma del resistor (vareta, disc o perla) i de la mescla semiconductora emprada. El valor de B sol ser entre 2.500 i 5.700 K. Això, a 300 K de temperatura ambient, dóna lloc a coeficients de temperatura de valor absolut entre el 2,77 % i el 6,33 %. La figura A.3 reproduceix gràficament la característica $i-v$ i la dependència de la resistència amb la temperatura.

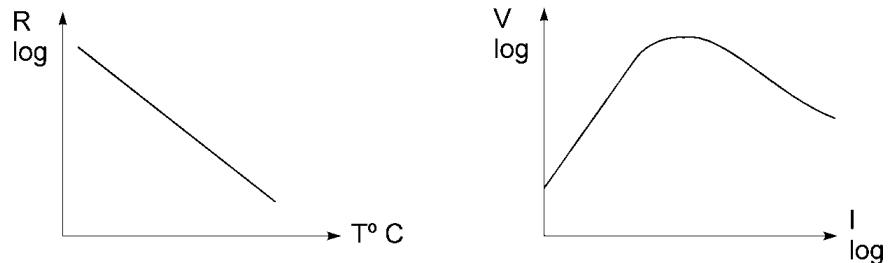


Figura A.3 Característiques R-T i V-I dels termistors NTC

Els termistors NTC s'utilitzen principalment en circuits per mesurar la temperatura, la compensació de derives tèrmiques, la limitació d'intensitat i la protecció tèrmica. Els fabricants d'aquests resistors solen especificar les característiques tècniques següents: *Potència màxima admissible (a 25°C i a 60°C)*. *Resistència elèctrica nominal i tolerància*. *Valor de B i tolerància*. *Resistència tèrmica a l'aire lliure*. *Constant de temps de refredament*.

La constant de temps de refredament és el temps necessari per tal que, en deixar refredar el termistor en el buit, es redueixi la seva temperatura en un 63 % de la diferència entre les temperatures inicial i final.

Els *termistors PTC* es fabriquen a partir de ceràmiques ferroelèctriques de titanat de bari (TiO_3Ba) amb impureses conductores. La dependència del valor òhmic amb la temperatura a la zona de resistència netament positiva es pot aproximar mitjançant el model

$$R = C + Ae^{BT} \cong Ae^{BT}$$

$$\alpha_T = \frac{1}{R} \frac{\partial R}{\partial T} \cong B$$

Els valors positius de α_T solen ser entre 1 i 60 %/°C. La característica $i-v$ i la dependència tèrmica de la resistència es presenten a la figura A.4, on s'observa que, per a temperatures per sota d'un valor determinat (393 K), anomenat punt de Curie, la resistència presenta un coeficient tèrmic lleugerament negatiu. Just en aquest punt es produeix un canvi al-lotòpic dels cristalls de titanat de bari, que passen del sistema tetragonal al cúbic i canvien les seves propietats físiques.

Les aplicacions principals dels termistors PTC se centren en les pròpies dels sensors tèrmics (mesurament de temperatura i protecció contra sobrecàrregues) i en els circuits per a l'estabilització de la intensitat de corrent. Les dades tècniques especificades pels fabricants són les següents: *Resistència nominal a 25°C i tolerància*. *Tensió màxima de treball*. *Temperatura de referència* (per a la qual s'inicia el creixement ràpid de la resistència). *Coeficient de temperatura típic*. *Temps de resposta tèrmica*. *Intensitats de commutació* (valor òhmic baix i per a valor alt). *Temps de commutació per a intensitat de nivell alt*. *Constant de temps de refredament*. *Resistència tèrmica*. *Temperatura màxima de funcionament*.

Totes aquestes característiques són definides adequadament als manuals d'especificacions tècniques dels fabricants de termistors.

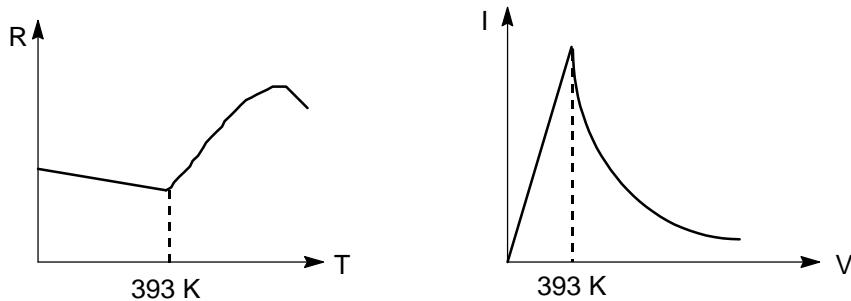


Figura A.4 Característiques R-T i i-v dels termistors PTC

Els varistors o VDR (Voltage Dependent Resistor) es fabriquen amb materials ceràmics a base de carbur de silici o d'òxid de zinc, que presenten uns coeficients de tensió considerables. La relació i-v d'aquests resistors es pot aproximar mitjançant el model no lineal següent:

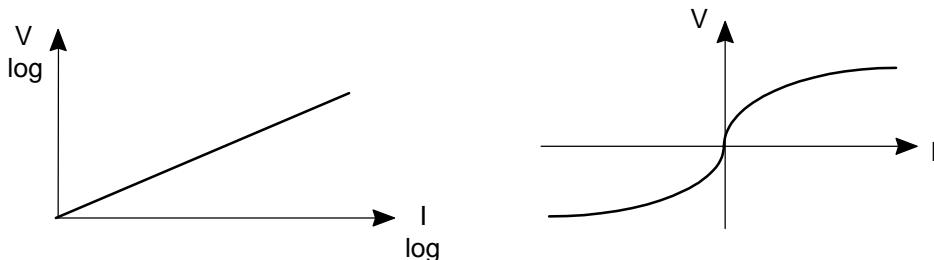


Figura A.5 Característica I-V d'un varistor

$$V = C I^\beta$$

$$\alpha_V = \frac{1}{R} \frac{\partial R}{\partial V} = \frac{1 - 1/\beta}{V}$$

on C és un paràmetre constructiu dependent de la forma del component, que pot variar des de 14 a alguns milers, i β és una constant dependent del tipus de material resistiu, que pot prendre valors entre 0,03 (per a les ceràmiques d'òxids metàl·lics) i 0,20 (per a les ceràmiques de carbur de silici). Els valors de α_V resultants sempre són positius i depenen de la tensió V aplicada. La figura A.5 reproduceix una característica i-v i un gràfic logarítmic de variació de la resistència amb la tensió, per a un varistor.

Les aplicacions principals dels varistors són com a dispositius per a la protecció contra el salt d'arc elèctric i com a dispositiu estabilitzador de tensió.

A.4 Condensadors

A.4.1 Concepte, tipus i aplicacions

Els condensadors són components electrònics de dos terminals, constituïts bàsicament per dues plaques metàl·liques enfrontades (*armadures*), separades per un material aïllant (*dielèctric*), que emmagatzemem energia electrostàtica, gràcies a l'acció del camp elèctric establert en el seu interior quan se li aplica una tensió elèctrica. Aquesta acció consisteix en un desplaçament limitat de les càrregues elèctriques o en una orientació de les molècules dipolars contingudes en el dielèctric del condensador (fenomen conegut amb el nom de *polarització*), i això provoca l'acumulació de càrregues elèctriques en les proximitats de les *armadures*, sense que hi hagi conducció elèctrica.

Les propietats del dielèctric condicionen fortament les característiques de funcionament del condensador. Això ha donat lloc al fet que la majoria dels tipus de condensadors comercials són designats amb el nom del dielèctric emprat en la seva fabricació: condensadors de paper, de plàstic, de mica, ceràmics, de vidre. Una excepció a aquest costum és la dels condensadors electrolítics, que es diferencien segons el material de les seves armadures, com els condensadors electrolítics d'*alumini* (dielèctric Al_2O_3) i de *tàntal* (dielèctric Ta_2O_5). A la taula A.6 es recopilen les característiques i les aplicacions dels diferents tipus de condensadors comercials.

Els dos paràmetres que més caracteritzen un dielèctric són la *constant dielèctrica k* (quotient entre la permitivitat del material dielèctric i la del buit) i la *rigidesa dielèctrica* (màxim camp elèctric que pot suportar el dielèctric sense que es produueixi la ruptura). La taula A.5 conté els materials dielèctrics més usuals en la fabricació de condensadors i les seves constant i rigidesa dielèctriques respectives i la temperatura màxima d'ús.

MATERIAL DIELÈCTRIC	CONSTANT k	RIGIDESÀ (kV/mm)	TEMP. MÀXIMA
Paper "KRAFT"	4,5	de 2,5 a 50	de 85 a 100°C
Mica	5,4	30	200°C
Ceràmica esteatita (permitivitat baixa)	de 5,4 a 7	10	de 50 a 200°C
Ceràmica de rutil (permitivitat mitjana)	de 70 a 90	5	120°C
Ceràmica de titanat (permitivitat alta)	de 1.000 a 7.000	5	120°C
Vidre	de 0,5 a 6,8	de 50 a 80	200°C
Polietilè	2,3	20	70°C
Poliestirè i poliestirol (STYROFLEX)	2,5	75	70°C
Policarbonat ("MAKROFOL")	3	180	140°C
Politetrafluoretilè ("TEFLON")	2	20	265°C
Tereftalat de polietilè ("MYLAR")	3,1	100	130°C
Òxid d'alumini	8,4	1.000	85°C
Òxid de tàntal	25		125°C

Taula A.5 Materials dielèctrics més usuals en la fabricació de condensadors

Les aplicacions dels condensadors són molt diverses; per exemple, emmagatzematge d'energia, flaix fotogràfic, electrònica de potència, eliminació de components de tensió continua (*condensadors de pas*),

circuits RC, circuits ressonants, filtres passius, circuits antiparasitaris, etc. Això requereix que el mercat ofereixi una gran diversitat de tipus i valors. Remetem el lector als catàlegs dels principals fabricants de condensadors, SIEMENS, PHILIPS, THOMSON, etc.

En la majoria d'aplicacions s'utilitzen *condensadors fixos*, però algunes (sintonitzadors, oscil·ladors, etc.) exigeixen l'ús de *condensadors variables* en els què sigui possible variar la seva capacitat a voluntat, dins uns certs marges. Aquests últims poden ser *regulables* per l'usuari de l'equip electrònic (per exemple, un condensador de sintonia de ràdio) o *ajustables* a un determinat valor per sempre (*condensadors trimmer*). Els regulables soLEN estAR constituïts per dos jocs de plaques metà·liques paral·leles i intercalades entre si, separades per aire o per mica com a dielèctric i muntades mecànicament de manera que un dels grups de plaques podEN girar i així variar l'àrea de les porcions de superfícies metà·liques confrontades i, consegüentment, modificar el valor de la capacitat. Els condensadors ajustables, o *trimmers*, utilitzen com a dielèctric mica, ceràmica o aire, i fan l'ajustament del valor de la capacitat actuant mecànicament sobre la separació de les armadures o sobre les porcions d'armadures confrontades. Remetem el lector als catàlegs de fabricants de condensadors variables perquè pugui observar els diferents tipus de construcció existents.

A.4.2 Característiques tècniques dels condensadors

Encara que la capacitat i la tensió de treball són els dos paràmetres principals dels condensadors, hi ha altres característiques i propietats que s'han de tenir en compte per a l'ús correcte d'aquests components en els equips electrònics. Els paràmetres i les característiques tècniques que cal especificar en un condensador són: *capacitat nominal i tolerància, estabilitat, coeficient de temperatura, temperatura màxima de treball, tensió màxima de treball, resistència d'aïllament, corrent de fuites en corrent continu, corrent màxim de treball en corrent altern, paràmetres de pèrdues en corrent altern (resistències equivalents de pèrdues, factors de potència, dissipació i qualitat), comportament en funció de la freqüència, fiabilitat, forma i dimensions geomètriques*. La majoria d'ells s'han definit a l'apartat A.1.2.

La capacitat nominal és l'especificada pel fabricant i és marcada sobre el cos del component, mitjançant un codi de colors, semblant a l'emprat per al marcatge de resistors, o una xifra i una lletra d'unitats (*p* per a picofarads, *n* per a nanofarads, *μ* para microfarads i *m* per a mil·ifarads). En els condensadors ceràmics, amb la capacitat expressada en pF, s'elimina de vegades el marcatge de la *p* i s'utilitza, si és necessari, la lletra *k* corresponent al prefix "mil". Així, per exemple, els marcatges p15, 1p5, 15 i 15k en un condensador ceràmic indiquen, respectivament, 0,15 pF, 1,5 pF, 15 pF i 15.000 pF. Cada valor nominal ha de dur associada una *tolerància*, que es marca mitjançant un color o mitjançant una segona lletra. A més, se sol marcar la tensió nominal i, si fos necessari (condensadors ceràmics amb coeficient de temperatura establert), el coeficient de temperatura, ja sigui amb una franja de color o amb una lletra.

Encara que la Comissió Electrotècnica Internacional (CEI) ha establert unes normes per al marcatge dels diversos tipus de condensadors, els fabricants no segueixen estrictament aquestes directrius, de manera que, en tot cas, atesa la gran diversitat de fabricants i tipus, es recomana consultar el full d'especificacions tècniques del fabricant per a una interpretació correcta del marcatge de cada condensador.

El coeficient de temperatura és, en general, un paràmetre dependent de la temperatura i és particularment important en els condensadors ceràmics de permibilitat baixa i mitjana, amb coeficient de temperatura constant i establert. En aquests casos s'especifica aquest coeficient mitjançant una lletra (N per als coeficients negatius i P per als coeficients positius) seguida del valor numèric del coeficient en ppm (parts per milió). El coeficient de temperatura nul s'especifica mitjançant el codi NPO.

La tensió màxima de treball depèn de la rigidesa dielèctrica del material dielèctric emprat en la fabricació del condensador i s'ha de tenir molt en compte quan es treballa en corrent continu.

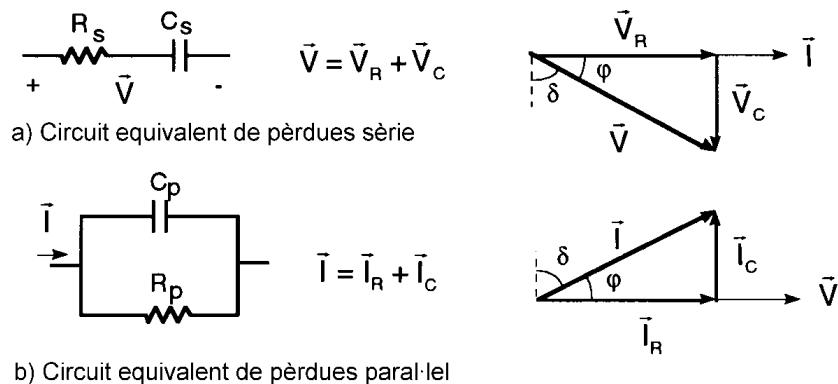


Figura A.6 Circuits equivalents de pèrdues d'un condensador en corrent altern amb els diagrames vectorials respectius

La resistència d'aïllament R_α és la mesurada en borns del condensador en corrent continu i està relacionada amb la capacitat C del condensador, la resistivitat ρ i la permitivitat ϵ del dielèctric mitjançant l'expressió

$$R_\alpha C = \rho \epsilon$$

R_α augmenta quan la temperatura i la tensió disminueixen.

El corrent de fuita es refereix al petit corrent elèctric que circula en corrent continu a través del condensador, degut al fet que el dielèctric no és un aïllant perfecte, i resulta més gran quant menor és la resistència d'aïllament.

Quan un condensador treballa en corrent altern, pot circular per ell un corrent elevat i cal considerar les pèrdues possibles en el condensador que es posen de manifest mitjançant la dissipació de calor en el component. Aquestes pèrdues es poden representar per una resistència de pèrdues en sèrie R_s o per una resistència de pèrdues en paral·lel R_p , mitjançant els circuits equivalents dibuixats a la figura A.6, que inclouen els diagrames vectorials de tensió i intensitat de corrent altern corresponents.

Les pèrdues al condensador són més grans com més gran és l'angle δ resultant dels diagrames vectorials de la figura, i per això rep el nom d'*angle de pèrdues*.

Els factors de potència FP , de dissipació D i de qualitat Q es defineixen segons s'indica a continuació

$$FP = \cos \phi$$

$$D = \tan \delta = \frac{R_s}{X_s} = \frac{1/R_p}{1/X_p}$$

$$Q = \tan \phi$$

TIPUS DE CONDENSA-DOR	CAPACITAT I TOLERÀNCIA	TENSIÓ MÀXIMA	PÈRDUES (tanδ x 10 ³)	TEMPERAT. MÍN. I MÀX.	λ* (FIT)	APLICACIONS
<i>Paper metal-litzat</i>	0,1 μF a 64 μF ±10 % i ±20 %	250 V a 1.000 V	6 a 10 (1 kHz)	-55 a 85°C	8,7	Acoblament i aplanament
<i>Mica</i>	2 pF a 220 nF 2 %, 5 % i 10 %	160 V a 5.000 V	1 (1 MHz)	-55 a 100°C	1,5 a 37	Filtratge, sintonia, patrons
<i>Ceràmic de baixa K (7-400)</i>	1 pF a 47 nF ±5 % i ±10 %	50 V a 100 V	1,5 (1 kHz)	-55 a 125°C	2,2	Coef. temp. constant. Oscil·ladors
<i>Ceràmic d'alta K (700-7000)</i>	220 pF a 2,2 μF (multicapa) ±10 % i ±20 %	50 V 100 V	25 a 30 (1 kHz)	-55 a 125°C	7,4	Coef. temp. no constant. Aco-blament, filtres
<i>Ceràmic SIBATIT 50000</i>	22 nF a 0,2 μF -20 %/+50 %	63 V	50 a 60 (1 kHz)	-40 a 85°C	7,4	Acoblament, filtratge, antiparàsits
<i>Vidre</i>	1 pF a 10 nF 2 %, 5 % i 10 %	300 V 500 V	3 (1 KHz)	-55 a 200°C	0,96	Oscil·lador de freqüència alta
<i>Acetat de cel·lulosa</i>	33 nF a 100 μF ±10 % i ±20 %	25 V a 630 V	12 a 15 (1 kHz)	-55 a 85°C	9,2	Corrent continu
<i>Tereftal. de polietilè (MYLAR)</i>	680 pF a 10 μF ±5 % a ±20 %	50 V 12,5 kV	5 a 7 (1 kHz)	-40 a 100°C	9,2	Corrent continu i altern. Acoblament i desacoblament
<i>Policarbonat</i>	1 nF a 1 μF ±5 % a ±20 %	100 V 250 V	1 a 3 (1 kHz)	-55 a 100°C	9,2	Corrent continu i altern
<i>Polipropilè</i>	1,5nF a 4,7 μF ±5 % a ±20 %	250 V 40 kV	0,25 (1 kHz)	-40 a 70°C	9,2	Deflexió televisió.
<i>STYRO-FLEX</i>	2 pF a 330 nF ±0,5 % a ±5 %	25 V 630 V	0,1-0,3 (1 kHz)	-40 a 70°C	9,2	Oscil·ladors, acoblament-desacoblament
<i>Electrolític d'alumini</i>	0,47 μF a 390000 μF -10 % /+50 %	6,3 V 450 V	60-150 (100 Hz)	-25 a 125°C	61	Filtratge, bloqueig, acoblament, flash fotogràfic
<i>Electrolític de tàntal</i>	0,1μF a 1200μF ±5 % a ±20 %	4 V 125 V	50-80 (120 Hz)	-55 a 125°C	4	Filtratge, acoblament, aplanament
<i>De paper (potència)</i>	0,1μF-4800μF ±10 % i ±20 %	320 V a 3.000 V	0,2 a 6 (50 Hz)	-25 a 70°C	8	Electrònica de potència

* λ: Taxa de fallada segons MIL-HDBK-217F, per a ambient G_F (equips fixos, a terra)

Taula A.6 Característiques tècniques de diferents tipus de condensadors comercials

La impedància d'un condensador amb pèrdues s'expressa mitjançant

$$Z = R_s + j\omega C_s = \frac{1}{\frac{1}{R_p} + \frac{1}{j\omega C_p}}$$

Si considerem les impedàncies dels circuits equivalents en sèrie i en paral·lel iguals, es poden calcular les relacions entre els elements d'ambdós circuits, i resulta

$$R_p = R_s \left(1 + \frac{1}{D^2} \right)$$

$$C_s = C_p (1 + D^2)$$

El comportament del condensador en funció de la freqüència es determina mitjançant el seu circuit equivalent en alta freqüència dibuixat a la figura A.7. A freqüències elevades s'incrementen els efectes inductius i fins i tot es pot trobar una *freqüència de ressonància* pròpia del condensador, per a la qual s'anulen els components reactius, i el condensador es comporta, per a aquesta freqüència, com una resistència de valor petit.

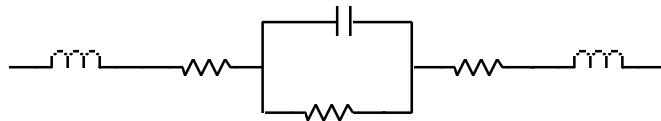


Figura A.7 Circuit equivalent d'un condensador en alta freqüència

La taula A.6 recopila de forma comparativa les característiques tècniques dels diferents tipus de condensadors existents al mercat de components electrònics.

A.5 Components inductius: bobines i transformadors

A.5.1 Bobina

La *bobina* o *inductor* és un component elèctric de dos terminals amb la funció física fonamental d'emmagatzemar energia magnètica quan per ell passa un corrent elèctric *i*. Les seves aplicacions principals se centren en les fonts d'alimentació, els filtres per eliminació de senyals paràsits i els circuits sintonitzats. Les seves peculiaritats es resumeixen a la taula A.7.

TIPUS DE BOBINA	FUNCIÓ	λ (FIT)*	OBSERVACIONS
<i>Xoc d'alimentació</i>	Reduir l'arrissat del senyal rectificat.	160	Porten nucli magnètic d'alta μ per aconseguir alta L.
<i>Filtre de radiofreqüències</i>	Eliminar les tensions paràsites que s'introdueixen per la xarxa.	7,3	A la freqüència de xarxa (50 Hz) s'han de comportar com a curtcircuits.
<i>Bobines de sintonia</i>	Variar, o ajustar, la freqüència de sintonia.	15	Porten nucli de profunditat ajustable per variar L.

* Taxa de fallada segons MIL-HDBK-217F, per a ambient G_F .

Taula A.7 Tipus de bobines, segons les seves aplicacions

Una bobina es construeix enrotllant un fil conductor sobre un nucli de material magnètic, amb una permeabilitat, una forma i unes dimensions que determinen, junt amb el nombre d'espires conductores, el paràmetre principal d'una bobina: el coeficient d'autoinducció L , que s'expressa en henrys. La dependència de L amb els elements constructius de la bobina ve donada, tal com es va justificar al capítol 5, per la fórmula

$$L = \mu \frac{N^2 S}{l}$$

Aquesta expressió només es compleix per a una bobina ideal, sense *dispersió de flux magnètic* i sense *pèrdues elèctriques*.

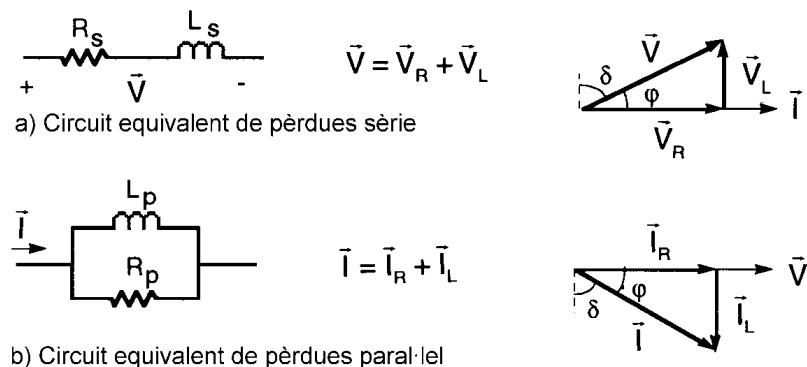


Figura A.8 Circuits equivalents de pèrdues d'una bobina en corrent altern i diagrames vectorials respectius

La *dispersió de flux* es produeix quan algunes línies de camp magnètic se surten del nucli i segueixen altres "camins magnètics" alternatius, o a través del mateix aire que envolta la bobina. Aquest efecte és particularment important en bobines sense nucli i produeix una reducció de l'autoinducció L .

Les *pèrdues elèctriques* es produeixen en el fil conductor del bobinat, per *efecte Joule*, i en el nucli magnètic, per *histèresi* i pels *corrents de Foucault*. Les pèrdues al nucli poden resultar particularment importants quan la bobina funciona en un circuit de corrent altern. En cada període, el nucli passa per un cicle d'imantació complet que utilitza una certa energia W , que és proporcional al volum del nucli i a la histèresi.

Les pèrdues per *efecte Foucault* són degudes als corrents induïts que circulen pel nucli magnètic, que sol ser un material ferromagnètic i, per tant, conductor elèctric. Per reduir els corrents de Foucault, s'han d'emprar nuclis de material magnètic laminat o aglomerat, que presenten una conductivitat elèctrica baixa.

Les pèrdues de corrent altern en una bobina, com en els condensadors, es poden representar per una *resistència de pèrdues en sèrie* R_s o per una *resistència de pèrdues en paral·lel* R_p , tal com es dibuixa als circuits equivalents de la figura A.8, que inclou els diagrames vectorials d'intensitat i de tensió corresponents al corrent altern.

Els *factors de potència FP*, de *dissipació D* i de *qualitat Q* d'una bobina en corrent altern es defineixen amb les mateixes funcions angulars amb què es van definir els mateixos factors per al condensador amb pèrdues, de manera que resulta

$$Q = \frac{X_{Ls}}{R_s} = \frac{1/X_{Lp}}{1/R_p}$$

$$R_p = R_s(1+Q^2)$$

$$L_p = L_s(1+1/Q^2)$$

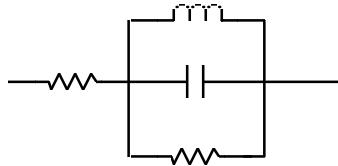


Figura A.9 Circuit equivalent d'una bobina en alta freqüència

El comportament de la bobina en funció de la freqüència es determina mitjançant el circuit equivalent en freqüència alta dibuixat a la figura A.9. A freqüències elevades, l'efecte capacitiu en paral·lel amb l'element inductiu pot ser tan fort que arribi a la *antiresonància* i anul·li el component reactiu i la bobina es comporti com una resistència de valor molt elevat.

A.5.2 Transformador

Un *transformador* és un component passiu de quatre terminals o més, compost per dues bobines o més acoblades magnèticament, la funció física fonamental del qual és transferir energia elèctrica als diversos circuits associats a cada bobina, amb poca pèrdua energètica, o també procurar una transformació d'impedàncies per adaptar convenientment dos circuits. L'acoblament magnètic de les bobines que formen el transformador s'aconsegueix enrotllant les bobines sobre el mateix nucli. En circular corrent elèctric per un dels debanats es crea un camp magnètic, les seves línies són "empaquetades" pel nucli comú i donen lloc a un flux magnètic a través de l'altre enrotllament, que provoca un corrent induït. Aquest corrent crea un camp i un flux magnètic nous, que travessa l'enrotllament primer, i així successivament, tal com es va descriure al capítol 5.

Les equacions deduïdes són vàlides per a un transformador ideal sense pèrdues, però a la pràctica tots els transformadors presenten algunes pèrdues, per *efecte Joule*, en els fils conductors dels bobinats i, per *histèresi* i *efecte Foucault*, al nucli. Això fa que un transformador real calgui representar-lo circuitalment mitjançant l'esquema elèctric de la figura A.10, que inclou un transformador ideal de relació 1:n, les resistències equivalents de pèrdua, R_{b1} , R_{b2} i R_n , les inductàncies de fuga, L_{fb1} i L_{fb2} , i la inductància de magnetització, L_m .

La resistència equivalent de pèrdues en els bobinats ($R_{b1}+R_{b2}/n^2$) es pot estimar empíricament mitjançant un *assaig de curtcircuit* (consistent a aplicar corrent al primari, i_{1sc} , quan el secundari està curtcircuitat, $v_2 = 0$). La resistència equivalent de pèrdues dels bobinats serà

$$R_{b1} + \frac{R_{b2}}{n^2} = \frac{P_{1sc}}{i_{1sc}^2}$$

on P_{1sc} és la potència lliurada al transformador en l'*assaig de curtcircuit*.

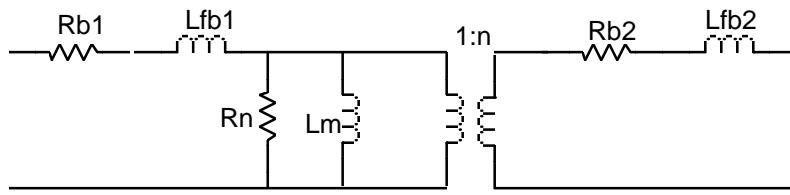


Figura A.10 Circuit equivalent del transformador real

La resistència equivalent de pèrdues en el nucli del transformador es pot estimar empíricament mitjançant un *assaig de circuit obert* (consistent a aplicar tensió al primari, v_{loc} , quan el secundari és en circuit obert, $i_2 = 0$). La resistència equivalent de pèrdues del nucli serà

$$R_n = \frac{v_{loc}^2}{P_{loc}}$$

on P_{loc} és la potència emprada en l'*assaig de circuit obert*.

El *rendiment d'un transformador* expressa la relació entre la potència recollida a la sortida i la lliurada al primari.

La *regulació de tensió d'un transformador* (referida al secundari) s'expressa mitjançant el factor de regulació de tensió FR_v , donat per l'equació següent:

$$FR_v = \frac{v_{s(buit)} - v_{s(carrega)}}{v_{s(carrega)}}$$

TIPUS DE TRANSFORMADOR	PECULIARITATS	λ (FIT)*
Transformador d'alimentació	Potència elevada. Tensions i freqüències fixes. Rendiment elevat.	160
Transformador de polsos	Poca potència. Distorsió baixa.	23
Transformador d'àudio	Potència mitjana o alta. Adaptació d'impedància de sortida àudio a impedància altaveu. Distorsió baixa.	46
Transformador de RF	Treballen dins un marge de freqüències específicat. Distorsió baixa.	28

* Taxa de fallada segons MIL-HDBK-217F, per a ambient G₈

Taula A.8 Tipus de transformadors més usuals.

La *regulació de corrent d'un transformador* (referida al secundari) s'expressa mitjançant el factor de regulació de corrent FR_i , que es defineix com

$$FR_i = \frac{i_{s(curt)} - i_{s(Vmax)}}{i_{s(Vmax)}}$$

Anàlogament, es poden definir els coeficients de regulació d'un transformador referits al primari.

La taula A.8 recull els tipus més usuals de transformadors amb indicació d'algunes de les seves peculiaritats.

A.5.3 Materials magnètics per a nuclis de bobines i transformadors

L'enginyer dissenyador d'equips electrònics sempre trobarà al mercat resistors i condensadors comercials normalitzats aptes per a l'ús en els seus circuits. Malgrat tot, no passarà el mateix amb els components inductius. Els prototipus d'aquests els haurà de dissenyar i construir ell mateix, o encarregar-los a un especialista amb les especificacions pertinents. Això requereix, per la seva part, el coneixement de les propietats i les característiques d'aplicació dels nuclis magnètics que cal emprar. En aquest apartat, es donen algunes nocions breus sobre els materials magnètics. El lector que els requereixi ha de consultar els catàlegs dels fabricants especialitzats en materials magnètics per a bobines i transformadors.

Són materials magnètics aquells en els quals es poden crear fluxos magnètics induïts i que presenten zones moleculars (de 0,001 a 10 mm³) anomenades "*dominis magnètics*", caracteritzats per les diferents direccions dels moments magnètics a cada domini. Les seves propietats principals són la *permeabilitat* ($\mu = B/H$), que es mesura en H/m (per al buit, $4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m), el *coeficient de temperatura* de la permeabilitat, la forma del *cicle d'histeresi* (característica B-H) i la *resistivitat elèctrica*, conceptes que s'expliquen als capítols sobre electromagnetisme dels llibres de física elemental.

Segons el cicle d'histeresi, els materials magnètics es classifiquen en "*tous*" (amb petit *camp coercitiu* H_c i elevada *permeabilitat inicial* μ_i) i "*durs*" (H_c gran i μ_i petita). Els primers són els adequats com a nuclis de components inductius.

Segons el tipus de "dominis magnètics", hi ha materials *ferromagnètics* (amb tots els moments magnètics de cada "domini" en la mateixa direcció) i *ferrimagnètics* (amb "dominis" amb direccions oposades, però superant una d'elles la contrària).

Els materials ferromagnètics són elements metàl·lics (ferro, cobalt i níquel) o els seus aliatges, presentats en forma de làmines o d'aglomerat. Tenen valors elevats de permeabilitat i de saturació magnètica i, per això, s'utilitzen principalment en aplicacions de freqüències baixes. Els tipus diferents existents són: l'acer pobre en carboni, l'acer al silici (1 % al 5 % de Si) amb gra orientat o sense, els aliatges de ferro i níquel o *permalloys*, rics en níquel (72 % al 80 % de Ni) o pobres en níquel (40 % al 50 % de Ni) i els aliatges de ferro i alumini. Els tipus laminats es presenten, segons la normativa concreta aplicable en cada cas, en forma de U, E, I, M, L, etc. Els aliatges es poden presentar també en formes aglomerades modelades.

Els materials ferrimagnètics o *ferrites* són compostos d'un òxid de ferro (Fe_2O_3) amb un o més òxids d'un altre metall, amb la formulació general $M_xFe_yO_z$, on M és un metall. Les ferrites més utilitzades en la fabricació de nuclis per a bobines i transformadors són les que contenen algun metall divalent, i la seva estructura cristal·lina és similar a la del mineral espinel·la ($MgAl_2O_4$) o a la de la magnetita (Fe_3O_4). N'hi ha d'altres que presenten estructura hexagonal ($Ba_6Fe_2O_3$) i que són més adequades per a la fabricació d'imants permanents, i també altres amb estructura de granat ($M_3Fe_5O_{12}$, on M és un metall trivalent), que s'utilitzen en aplicacions de microones.

La pols de ferrita és premsada i sinteritzada (a uns 1.300°C) en motlls, de manera que li dóna diferents formes, que són comercialitzades com a nuclis cilíndrics, tubulars, roscats, en corona (o "pot tancat"), toroïdals, en U, E, PM, RM, etc.

Les ferrites es diferencien dels materials ferromagnètics principalment per la seva resistivitat elèctrica elevada (d'1 a 10^5 Ωm, davant dels 10^{-7} a 10^{-6} Ωm dels metalls). Això fa que els nuclis de ferrita tinguin unes pèrdues per corrents de Foucault negligibles. Presenten valors de permeabilitat i inducció de saturació inferiors als materials ferromagnètics. El seu ús és especialment indicat per a aplicacions de freqüència alta (1 a 1.000 MHz).

Apèndix B: Introducció al simulador PSPICE

SPICE, sigles de l'expressió anglesa *Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis*, s'ha convertit en el programari estàndard per a l'anàlisi de circuits electrònics. Va ser desenvolupat per la Universitat de Berkeley, California, cap a la meitat de la dècada dels setanta. PSPICE és una versió d'aquest programa capaç de ser executada en un PC i distribuïda per MicroSim Corporation.

L'objectiu d'aquest apèndix és proporcionar al lector una primera aproximació a la utilització de PSPICE. Descriu de manera resumida les característiques més bàsiques d'aquest programa a fi de situar el lector ràpidament en el context. En particular, aquest apèndix es refereix a la versió 4.02. Amb el temps apareixen de manera regular noves versions d'aquest programa, entre les quals cal esmentar les versions d'avaluació, de finalitat educativa, que permeten simular circuits amb un nombre limitat de components i que són de distribució gratuïta. La utilització adequada de PSPICE requereix completar la lectura d'aquestes notes amb textos més complets com els que s'esmenten a les referències.

Aquestes notes introductòries s'organitzen en tres blocs:

- * Descripció del circuit en SPICE
- * Tipus d'anàlisi que pot fer SPICE
- * Com utilitzar PSPICE en mode interactiu

B.1 Descripció del circuit

La primera tasca que cal acabar per fer una anàlisi amb SPICE és descriure el circuit en un llenguatge que pugui entendre el programa. Aquesta descripció s'efectua confeccionant un "fitxer de dades" que, a més de contenir els components del circuit i les seves interconnexions, també ha de tenir instruccions sobre les anàlisis que es volen fer i indicacions sobre on emmagatzemar els resultats obtinguts.

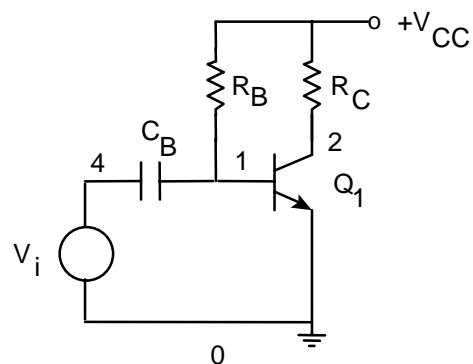


Figura B.1 Circuit exemple d'anàlisi amb SPICE

La primera línia del fitxer de dades és obligatòriament el títol de l'anàlisi que cal fer, que és de lliure elecció per l'usuari. A continuació, cada línia conté una instrucció. Si la instrucció resulta ser més llarga que la línia, pot ser continuada en la línia següent sense fer res més que posar un signe "+" a la primera posició de la línia següent. Un signe "*" a la primera posició d'una línia indica que es tracta d'un comentari i que no és una dada d'entrada. Un signe "." a la primera posició indica que és una instrucció de control. La darrera línia del fitxer de dades ha de ser ".END". Un exemple de fitxer de dades relatiu al circuit de la figura B.1 es presenta a la taula B.1.

EXEMPLE DE FITXER DE DADES

AMPLIFICADOR EMISSOR COMÚ DE LA FIGURA B1

* A continuació es descriu el circuit

Q1 2 1 0 BC999

RC 3 2 4K

RB 3 1 1MEG

CB 1 4 100U

VCC 3 0 DC 10

VI 4 0 AC 5M

* El model de transistor és el següent

.MODEL BC999 NPN(IS=20F BF=400 VAF=120 EG=1.11 BR=0.8 NC=2

+ CJC=10P VJC=0.8 MJC=0.33)

* Les anàlisis que cal realitzar són:

.DC NPN BC999(BF) 1 400 10

.OP

.AC DEC 10 1HZ 100MEGHZ

*Els resultats d'aquesta darrera anàlisi es volen tractar

*amb el processador gràfic "PROBE"

.PROBE

*Imprimir els resultats de l'anàlisi DC en una taula

.PRINT DC v(2)

* Indiqueu quin és el final del fitxer:

.END

Taula B.1 Exemple de fitxer de dades corresponent al circuit de la figura B.1

El primer pas per descriure el circuit consisteix a numerar tots els seus nusos. Un dels nusos ha de ser designat com el de referència (massa) i assignar-li el número zero. L'assignació de números als altres nusos és arbitrària. Sempre ha d'existir un camí per al corrent continu entre un nus i la massa. Si resulta necessari, es connecta al nus una resistència de valor molt alt.

B.1.1 Descripció de resistències, condensadors i bobines

La instrucció que descriu cadascun d'aquests elements té la forma següent:

NOM NUS A NUS B VALOR

Entre cadascun dels quatre paràmetres hi ha d'haver un espai en blanc o més. Per a les resistències, la primera lletra del nom ha de ser *R*. Per als condensadors, *C*, i per a les bobines, *L*. Les altres lletres del nom són arbitràries. Els nusos A i B indiquen els nusos entre els quals està connectat l'element en qüestió. El valor del component pot estar en format sencer, decimal o científic. Es poden utilitzar els sufíxos llistats a la taula B.2 (convé indicar que en aquesta implementació l'ordinador no distingeix les majúscules de les minúscules). Als condensadors i a les bobines es pot afegir, a les quatre entrades descrites, una cinquena entrada relativa a les condicions inicials (tensió per al condensador i corrent per a la bobina). Així,

CB 1 4 100U IC=10

on la condició inicial del condensador, IC, significa que està carregat a 10V, amb el positiu en el nus 1 (el primer nus esmentat) i el negatiu en el 4. Per a la bobina el valor de IC significa el corrent inicial.

T	G	MEG	K	M	U	N	P	F
10¹²	10⁹	10⁶	10³	10⁻³	10⁻⁶	10⁻⁹	10⁻¹²	10⁻¹⁵

Taula B.2 Sufíxos d'escala reconeguts per SPICE

Vegeu a l'exemple de la taula B.1 la descripció de les resistències R_B , R_C , i del condensador C_B .

B.1.2 Descripció de generadors independents

La instrucció per a aquests components és del tipus següent:

NOM N1 N2 TIPUS ESPECIFICACIONS

La primera lletra del nom ha de ser *V* si es tracta d'un generador independent de tensió o *I* si és de corrent. La polaritat d'una font de tensió s'indica mitjançant els nusos positiu (N1) i negatiu (N2). En una font de corrent la intensitat circula del nus N1 al N2. Els dos darrers termes descriuen el tipus de generador tal com es detalla a la taula B.3.

Observeu que entre els tipus DC i AC i les seves especificacions hi ha un espai en blanc o més. A la resta s'obre el parèntesi immediatament després del TIPUS. Els paràmetres dins el parèntesi se separen per espais en blanc.

B.1.3 Descripció de generadors dependents

El format d'instrucció per als generadors dependents lineals *controlats per una tensió* ($v_a=E(v_b)$; $i_a=G(v_b)$) és

NOM N1 N2 NC+ NC- COEFICIENT

El nom ha de començar per la lletra E si és un generador de tensió, i per G si és de corrent. En el cas d'un generador de tensió, N1 és el nus en què està connectat el terminal positiu de la font i N2 el negatiu. Per a un generador de corrent, aquest circula de N1 a N2. La tensió de control és l'existent entre els nusos NC+ i NC-. El valor del generador dependent és la tensió de control multiplicada pel coeficient.

TIPUS	ESPECIFICACIÓ	DESCRIPCIÓ
DC	VALOR	Generador de corrent continu
AC	MAGNITUD FASE	Generador sinusoïdal per a anàlisi freqüèncial
SIN(V0 VA F TD DF φ)		Gen. sinusoïdal per a anàlisi transitòria
PULSE(V1 V2 TD TR TF PW PER)		Tren d'impulsos periòdics
PWL(T1 V1 T2 V2 T3 V3..)		Senyal definit per trams lineals
EXP(V1 V2 TD1 τ1 TD2 τ2)		Senyal exponencial

Taula B.3 Fonts independents reconegudes per SPICE

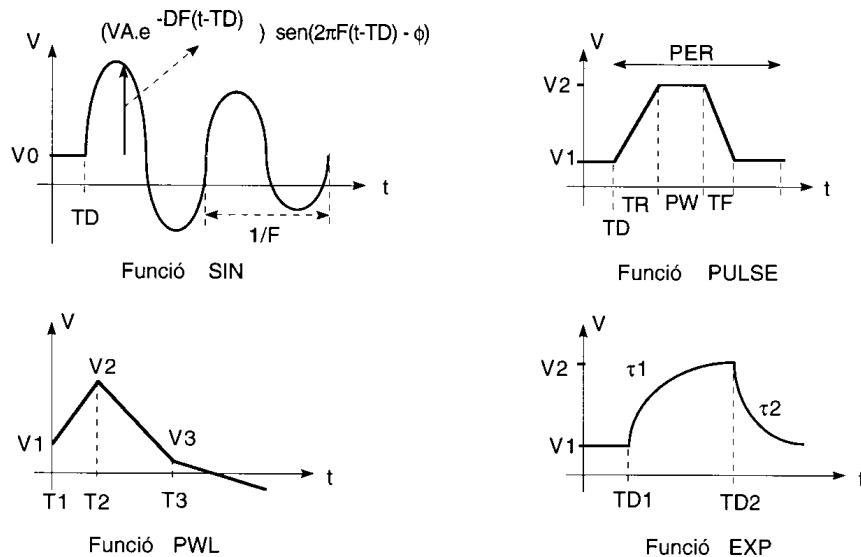


Figura B.2 Formes d'ona de les fonts independents i paràmetres associats

Per als generadors controlats per un corrent ($i_a=F(i_b)$; $v_a=H(i_b)$):

NOM N1 N2 VC COEFICIENT

El nom ha de començar per la lletra *F* si és un generador de corrent o per *H* si és de tensió. El significat de *N1*, *N2* i *COEFICIENT* és el mateix que en el cas anterior. El corrent de control és el que circula pel generador de tensió de nom *VC*. Si no hi ha un generador de tensió a la branca per la qual circula el corrent de control, en cal inserir un de valor zero.

B.1.4 Descripció de dispositius semiconductors

El format d'instrucció per descriure aquests dispositius és

NOM NUS A NUS B NUS C ... MODEL ÀREA

La primera lletra del nom i el significat dels nusos *A*, *B*, *C* i *D* es dóna a la taula B.4. Per al BJT la declaració del nus de substrat és optativa (si no s'indica, el programa el pren com a zero). Per al MOS és obligatòria. El model és el nom del tipus de dispositiu que s'ha d'especificar en una instrucció especial ("MODEL") que serà comentada més endavant. El terme "Àrea" és un paràmetre d'escala. És el factor pel qual es multipliquen els corrents i les capacitats del dispositiu definit a .MODEL i pel qual es divideixen les resistències del dispositiu. Si s'omet, es pren per defecte el valor 1. Per al transistor MOS, en comptes del terme ÀREA s'utilitza

W=valor L=valor

on *W* i *L* són l'amplària i la longitud del canal. Si no s'especifiquen, se'ls assigna el valor 10^{-4} m. En aquest dispositiu també hi ha opció d'especificar l'àrea i el perímetre de les regions de drenador i de sortidor.

DISPOSITIU	1a LLETRA NOM	NUS A	NUS B	NUS C	NUS D
Díode	D	Costat P	Costat N		
BJT	Q	Collector	Base	Emissor	Substrat
MOS	M	Drenador	Porta	Sortidor	Substrat
JFET	J	Drenador	Porta	Sortidor	

Taula B.4 Tipus de dispositius semiconductors i els seus nusos d'especificació

La instrucció anterior que descriu un dispositiu semiconductor, s'ha de completar amb una instrucció .MODEL que defineix els paràmetres del dispositiu en qüestió. La seva forma és

.MODEL MODEL TIPUS (paràmetre=valor paràmetre=valor...)

En aquesta instrucció, *MODEL* és el nom del tipus de dispositiu utilitzat en la descripció anterior de dispositius semiconductors amb el terme *MODEL*. El *TIPUS* ha de ser: per a díodes, *D*; per a BJT, *NPN* o *PNP*; per a MOS, *NMOS* o *PMOS*; per a JFET, *NJF* o *PJF*. Els paràmetres que s'esmenten en el parèntesi d'aquesta instrucció són opcionals. Si no s'especifica el valor d'un paràmetre, el SPICE n'hi assigna un per defecte. Als capítols 6, 7 i 8, que tracten del díode, del transistor bipolar i del MOS, s'especifiquen aquests paràmetres i els seus valors per defecte. Vegeu a l'exemple de la figura B.1 la descripció del transistor *Q1* i la seva instrucció *MODEL* associada.

Es poden formar "llibreries" amb els models dels dispositius. Consulteu en alguna de les referències la utilització de llibreries de SPICE mitjançant la instrucció .LIB.

B.1.5 Descripció d'un subcircuit

SPICE permet definir un circuit com si es tractés d'un bloc amb un nom específic que pot ser esmentat repetidament en el fitxer de dades. La definició d'un circuit com a subcircuit es fa de la forma següent:

```
.SUBCKT SUBNOM NUS X NUS I ... NUS N
Instruccions dels elements que
defineixen el bloc del subcircuit
.ENDS SUBNOM
```

El terme SUBNOM té un paper similar al de MODEL en els dispositius semiconductors. L'assignació de noms als nusos que apareixen a la definició .SUBCKT és local d'aquest subcircuit i independent de la del circuit principal, a excepció del nus 0 que, en cas d'utilitzar-se, se suposa comú al nus de referència del programa principal. Els nusos X, I,... N de la instrucció anterior són els que connecten el subcircuit a la resta del subcircuit.

La inserció d'un subcircuit en el circuit principal es fa amb una instrucció del tipus:

```
NOM NUS A NUS B ... NUS M SUBNOM
```

en què la primera lletra del NOM ha de ser **X**. El SUBNOM és el que identifica el subcircuit i ha de coincidir amb l'usat a .SUBCKT. Els nusos A, B,... N són els nusos del circuit principal als quals es connecta el subcircuit. La connexió es fa seguint l'ordre (A a X, B a I, M a N). Al capítol 4 s'il·lustra la utilització d'aquesta instrucció.

B.2 Tipus d'anàlisi que pot fer SPICE

SPICE pot fer, entre altres, les anàlisis següents:

- 1 Càlcul del punt de repòs (.OP).
- 2 "Escombratge DC" (.DC): Anàlisi en corrent continu del circuit per a cadascun dels valors que prenen una o diverses variables, els quals "escombrén" un marge determinat. Les variables que poden ser "escombrades" són: la tensió o el corrent d'un generador, un paràmetre d'un model o la temperatura
- 3 Càlcul de la funció de transferència (.TF)
- 4 Càlcul de resposta en freqüència (.AC)
- 5 Resposta transitòria (.TRAN).

A més d'aquests anàlisis, que es descriuen a continuació, SPICE en pot portar a terme d'altres, tals com les anàlisis de soroll (.NOISE), de distorsió (.DISTO), de sensibilitat (.SENS), de temperatura (.TEMP) i algunes més, per a les quals s'han de consultar referències més detallades sobre aquest simulador.

B.2.1 Anàlisi .OP

El format d'aquesta instrucció és:

.OP

La inclusió al fitxer de dades d'aquesta instrucció produeix una informació detallada (tensions en els nusos, corrents i potència que lliuren les fonts, valors dels paràmetres dels models de petit senyal, etc.) sobre el punt de repòs del circuit. Si no s'inclou, l'única informació sobre el punt de repòs és una relació de les tensions en els nusos.

B.2.2 Anàlisi .DC

El format d'instrucció per a un "escombratge lineal" té la forma:

.DC NOM1 VI1 VF1 INC1 NOM2 VI2 VF2 INC2

Els quatre darrers termes són opcionals i s'utilitzen per fer un doble escombratge (per a cada valor que prengui NOM2 es fa un escombratge complet de la variable NOM1). El programa fa una anàlisi en corrent continu per a cadascun dels valors que prengui la variable NOM. Aquesta variable pren valors des d'un d'inicial (VI) fins a un de final (VF) en passos de valor INC.

Si la variable que fa l'escombratge és un generador independent de tensió o corrent, el terme NOM és el nom d'aquest generador. En aquest anàlisi no es té en compte el valor d'aquest generador definit en el fitxer de dades del circuit. Malgrat tot, els altres tipus d'anàlisi són fets amb aquest valor.

Si la variable que fa l'escombratge és la temperatura, el NOM ha de ser TEMP i els seus valors s'expressen en graus centígrads.

Si la variable és un paràmetre d'un model, NOM es compon de tres elements de la instrucció .MODEL. En primer lloc TIPUS, després el nom del MODEL i entre parèntesi el nom del paràmetre. A l'exemple de la figura B.1 es fa un escombratge en funció del paràmetre BF del transistor *Q1*, si comencem amb el valor 1 i incrementem de 10 en 10 fins a un valor de 400.

També és possible fer un *escombratge logarítmic* per dècades o octaves. El format per a aquest cas és

.DC TIPUS NOM VI VF NP

on TIPUS ha de ser OCT o DEC segons si es vol un escombratge per octaves o dècades, i NP és el nombre de punts per octava o dècada.

B.2.3 Anàlisi .TF

Aquesta anàlisi calcula la funció de transferència, en corrent continu, entre una variable de sortida respecte d'una altra d'entrada, la resistència d'entrada i la resistència de sortida. El format d'aquesta instrucció és:

.TF SO SI

on SO és la variable de sortida i SI la d'entrada. Quan s'inclou aquesta instrucció, SPICE calcula, en primer lloc, el punt de treball en corrent continu. A continuació substitueix, si és el cas, els dispositius no lineals pel seu model incremental lineal, els condensadors per un circuit obert i les bobines per un curtcircuit. Amb aquest circuit incremental lineal calcula el guany, definit com $\Delta SO / \Delta SI$, la resistència d'entrada i la de sortida. La variable de sortida pot ser un corrent o una tensió. En cas de ser un corrent, és restringit a ser el

corrent a través d'una font de tensió. Aquesta instrucció pot ser utilitzada per trobar el circuit equivalent de Thévenin o de Norton, tal com s'indica al capítol 4.

B.2.4 Anàlisi .AC

Aquesta anàlisi calcula la resposta d'un circuit en un rang determinat de freqüències. SPICE calcula en primer lloc el punt de treball del circuit i, a continuació, substitueix els dispositius no lineals pels seus models en petit senyal. La resposta en freqüència és calculada fixant un valor de freqüència a totes les fonts AC del circuit, i fent escombrar aquest valor en un marge especificat. El format d'aquesta instrucció és

.AC ESCALA NP FI FF

on ESCALA ha de ser LIN, DEC o OCT per indicar que l'escombratge de freqüències ha de ser lineal, per dècades o per octaves, respectivament, NP és el número total de punts en cas d'escala lineal, o el nombre de punts per dècada o octava si les escales són d'aquest tipus, FI és la freqüència inicial i FF la freqüència final. Al fitxer de dades de l'exemple es pot trobar una instrucció d'aquest tipus. Al capítol 7 es donen exemples d'utilització d'aquesta instrucció.

B.2.5 Anàlisis .TRAN

Aquesta instrucció indica a SPICE que es faci una anàlisi transitòria (sortida en funció del temps en resposta a excitacions no "permanents"). El seu format és

.TRAN TPAS TFIN TI TINCR UIC

on els tres darrers termes són opcionals. L'anàlisi sempre comença a $t = 0$ i acaba a TFIN, i es fa per a uns valors de temps determinats. Aquests valors són fixats internament pel programa d'acord amb l'evolució de la resposta transitòria. Si el canvi és lent, els passos entre els instants de càlcul augmenten, mentre que si és ràpid disminueixen. El paràmetre TINCR indica el valor màxim d'increment de temps. Si TINCR s'omet, el valor màxim de l'increment es fixa en el menor d'entre: TPAS i $(TFIN - TI)/50$. La sortida en funció del temps s'aproxima mitjançant un polinomi de segon ordre que passa pels punts calculats. TPAS indica l'increment de temps en què volem que el programa imprimeixi els resultats de l'anàlisi transitòria (poden ser punts calculats o valors interpolats). TI indica l'instant a partir del qual volem que s'imprimeixi la sortida (el seu valor per defecte és zero). El terme UIC indica que l'anàlisi transitòria s'ha de fer tenint en compte les condicions inicials definides al fitxer de dades.

Perquè aquesta anàlisi es pugui fer cal definir alguna font independent del tipus SIN, PULSE, PWL o EXP. Al capítol 5 es donen exemples de l'ús d'aquesta anàlisi.

B.3 Interacció amb l'ordinador

Els aspectes que descriurem en aquest apartat són:

- * Com crear el fitxer de dades
- * Com realitzar anàlisis amb PSPICE
- * Com obtenir els resultats de l'anàlisi

Convé posar de manifest que la versió de PSPICE a la qual fa referència aquesta introducció és el resultat d'un llarg procés d'evolució durant el qual s'ha anat enriquint el nucli inicial amb programes que faciliten la seva utilització a l'usuari. Inicialment SPICE era un programa que s'executava en grans ordinadors en mode *batch*: no hi havia cap interacció amb l'usuari; s'editava el fitxer de dades, s'executava SPICE, que llegia el fitxer, i els resultats s'emmagatzemaven en un fitxer de sortida, el qual era posteriorment imprès i inspeccionat per l'usuari. En la versió de PSPICE que es comenta hi ha un programa de suport ("CONTROL SHELL") que permet un cert grau d'interacció i que, en coexistir amb el nucli anterior, duplica, en casos determinats, algunes funcions. Hi ha versions més modernes que permeten introduir de forma gràfica l'esquema del circuit.

B.3.1 Com crear el fitxer de dades

Quan ja som al directori que conté PSPICE cal teclejar PS. Apareixerà la pantalla anomenada "PSPICE CONTROL SHELL". Aquesta pantalla ofereix a la part superior un menú horitzontal en el qual apareixen els termes:

Files Circuit StmEd Analysis Display Probe Quit

Mitjançant les tecles del cursor es pot ressaltar algun d'aquests termes, que se selecciona presionant la tecla <Enter>. Per sortir d'un menú i tornar al menú previ cal prémer la tecla <Esc>.

Per crear un fitxer de dades cal seleccionar el menú *Files* i, una vegada en ell, es desplega un menú nou en el qual cal seleccionar *Current*. Aleshores apareix una finestra en la qual cal escriure el nom del fitxer de dades. Aquest nom ha d'acabar amb l'extensió ".cir". A continuació cal prémer <Enter>. En el cas que vulguem modificar o ampliar un fitxer creat anteriorment, cal que premem la tecla <F4> en lloc d'escriure el nom del fitxer. S'obre una finestra en la qual apareixen tots els fitxers amb extensió ".cir", i si selecciona el que es vulgui. El nom del *Current File* escrit o seleccionat apareix a la part inferior de la pantalla.

A continuació, si seleccionem la funció "Edit" del menú *Files*, s'obre una finestra amb l'encapçalament *Circuit File Editor*, en la qual es poden escriure les instruccions del fitxer de dades. Una vegada escrit el nou fitxer, o modificat l'antic, premeu la tecla <Esc> per sortir de l'editor. A continuació apareix una pregunta sobre si es volen desar els canvis fets, que s'ha de respondre amb les tecles S o D, tal com s'indica a la pantalla.

En sortir de l'editor apareix a la part inferior de la pantalla, a sobre de *F6=Errors*, la paraula *Loaded* o *Errors*, que indica si el fitxer és correcte i està llest per ser executat, o té errors de sintaxi. Si els tingués, cal corregir-los, tornant a entrar a "EDIT" i aleshores prémer <F6>, de manera que s'obre una finestra en la qual s'indiquen els errors i el nombre de la línia en la qual s'han comès (si descomptem la línia d'encapçalament). Cal prémer <F6> una altra vegada i amb l'editor corregir els errors fins a conseguir eliminar-los.

El PSPICE CONTROL SHELL ofereix una forma alternativa per modificar un fitxer de dades ja existent que facilita una simulació interactiva entre l'usuari i l'ordinador. Es tracta dels menús *Circuit*, *StmEd* i *Analysis*. El primer permet modificar valors de components i dispositius, el segon modificar fonts independents i el tercer suprimir o activar tipus d'anàlisi. Una vegada fetes les modificacions utilitzant aquests menús es pot tornar a executar el programa sense tornar a editar el fitxer. Les línies modificades mitjançant aquests menús es graven al fitxer de dades, i s'indica aquesta procedència imprimint-se al final de la línia la terminació " ; *isp*". Les tecles <F1> i <F3> permeten fer consultes sobre com utilitzar aquests menús.

B.3.2 Com fer anàlisis amb PSPICE

Una vegada el fitxer de dades és correcte, perquè PSPICE analitzi aquest circuit n'hi ha prou a seleccionar el menú *Analysis* i, dins seu, seleccionar la funció *Start*. Aleshores PSPICE llegeix el *current file* i fa les anàlisis que s'hi indiquen. Com es deia al final del paràgraf anterior, el menú *analysis* permet activar i desactivar el tipus d'anàlisi, com també canviar els seus paràmetres. Una vegada fets els canvis, podem tornar a executar el programa si seleccionem la funció *Start*.

B.3.3 Com obtenir els resultats de l'anàlisi

PSPICE escriu els resultats obtinguts en un fitxer de sortida amb un nom que és el mateix que el de dades però amb l'estensió ".out". Aquest fitxer pot ser consultat des del *Pspice Control Shell* si seleccionem la funció *Browse*. A més d'aquesta sortida, PSPICE incorpora un processador gràfic, anomenat *Probe*, que permet visualitzar a la pantalla les variables que es vulguin en forma gràfica. Tant el fitxer de sortida com els gràfics es poden imprimir.

La informació que conté el *fitxer de sortida* es pot agrupar en quatre tipus:

- * Descripció del circuit analitzat
- * Sortida directa des d'algunes de les anàlisis
- * Sortida en forma de taules
- * Informació sobre l'execució del programa (memòria utilitzada, temps d'execució, etc.)

Normalment el fitxer de sortida comença amb un llistat del fitxer de dades. Aquesta informació es pot suprimir si s'indica en una instrucció anomenada *.OPTIONS*.

La realització d'alguns tipus d'anàlisi genera informació automàtica al fitxer de sortida. Aquest és el cas, entre d'altres, de les anàlisis *.OP* i *.TF*. El format de sortida és específic de cada anàlisi.

Els resultats de les anàlisis *.DC*, *.AC* i *.TRAN* es poden obtenir mitjançant el processador gràfic *PROBE* o impresos en un fitxer mitjançant la instrucció *.PRINT*. Per utilitzar el processador gràfic cal incloure la instrucció:

.PROBE

al fitxer d'entrada. Aquesta instrucció fa que els resultats de l'anàlisi s'emmagatzemin en un fitxer anomenat *PROBE.DAT*, que és el fitxer d'entrada del programa *PROBE*.

En executar-se el programa *PROBE*, apareix una pantalla amb el nom del circuit simulat i un menú a la part inferior de la pantalla amb les anàlisis que s'hagin realitzat. Si s'escull una d'aquestes opcions apareix una altra pantalla amb un menú a la part inferior que permet definir la presentació gràfica dels resultats de l'anàlisi. Es poden representar diverses variables simultàniament (amb l'opció *ADD TRACE*), com també el resultat de fer operacions entre les variables de sortida. L'opció *Hard copy* permet treure el gràfic per la impressora.

Les variables d'un circuit poden ser dels tipus següents:

- * Tensió en el nus N: $V(N)$
- * Tensió del nus N1 respecte del N2: $V(N1,N2)$
- * Tensió entre terminals d'un dispositiu de dos terminals: $V(<\text{nom dispositiu}>)$
- * Tensió en el terminal x d'un dispositiu de tres terminals: $Vx(<\text{nom dispositiu}>)$
- * Tensió entre els terminals x i y d'un dispositiu de tres terminals: $Vxy(<\text{nom dispositiu}>)$
- * Corrent a través d'un dispositiu de dos terminals: $I(<\text{nom dispositiu}>)$
- * Corrent entrant pel terminal x d'un dispositiu de tres terminals: $Ix(<\text{nom dispositiu}>)$

Per a l'anàlisi AC, s'afegeix a les variables V i I anteriors un sufix:

- * M per a l'amplària de pic: VM(4)
- * P per a la fase en graus: VP(2,3)
- * R per a la part real VR(2)
- * I per a la part imaginària VI(2)

En absència d'un sufix es pren M per defecte.

El format de la instrucció PRINT és:

.PRINT ANAL VAR1 VAR2 VAR3...

on ANAL és el tipus d'anàlisi fet i ha de ser DC, AC o TRAN. Els termes VAR* indiquen les variables que s'imprimiran a la taula. Al llistat de sortida de la instrucció PRINT s'expressa a cada fila el valor que prenen les variables especificades per a cada valor de la variable que és escombrada: per a .TRAN, el temps; per a .AC, la freqüència; per a .DC la variable escombrada. Aquesta variable apareix a la primera columna de la taula impresa. Al fitxer de dades de l'exemple de la figura 1 apareix una instrucció PRINT per imprimir una taula amb els resultats de l'anàlisi .DC.

Per sortir de *Pspice Control Shell* cal seleccionar el menú QUIT i, en ell, la funció EXIT TO DOS.

REFERÈNCIES

- * *Manual d'utilització del programa PSPICE*, versió 4.02. MicroSim. 1989
- * *SPICE for Circuits and Electronics Using PSPICE*
Muhammad Rashid
Prentice Hall, 1990
- * *SPICE. A Guide to Circuit Simulation and Analysis Using PSPICE*.
P. W. Tuinenga. MicroSim Corporation
Prentice Hall, 1988

Apèndix C: Característiques de dispositius semiconductors

Els fabricants de components i dispositius electrònics informen de les característiques dels seus productes mitjançant el que es coneix amb el nom de fulls d'especificacions dels components, en anglès *data sheet*. A les pàgines següents podem observar els fulls d'especificacions d'alguns components (dòides, transistors bipolars i transistors MOS). Solen estar dividits en quatre seccions.

La primera secció sol contenir una taula de característiques generals on s'inclouen les especificacions més rellevants del component; però no s'hi inclouen totes, només és una guia ràpida per saber si un component determinat ha de cobrir, en principi, les nostres necessitats. Aquesta taula en anglès rep el nom de *quick reference data*.

La segona secció és una taula de valors màxims aplicables als diferents components, en anglès *absolute maximum ratings*. En aquesta taula es detallen els valors màxims de tensions, corrents, etc. aplicables al dispositiu sense que aquest es destrueixi. Abans d'utilitzar un component determinat és important consultar aquest tipus de taules per evitar malmetre el component per una mala utilització. En el disseny del circuit, cal tenir en compte que el dispositiu s'ha de mantenir allunyat d'aquests valors per tal de mantenir un marge de seguretat.

Les seccions tercera i quarta constitueixen el cos central del conjunt d'especificacions del component. La tercera secció sol contenir una taula o un conjunt de taules on s'especifiquen, de forma exhaustiva, les característiques del component, en unes condicions de funcionament determinades (temperatura, tensió d'alimentació, corrent de polarització, etc.). El fabricant sol indicar en lletra petita, al final de la taula, les condicions en les quals s'han mesurat les especificacions. En aquesta taula, per a cadascuna de les característiques del component, trobem el valor mínim, el valor típic i el valor màxim. Això ens pot donar una idea de la dispersió que cada paràmetre tindrà a la pràctica.

Evidentment el fabricant no sol mesurar els valors de les especificacions de tots els seus components. Es fa un mostreig i s'escullen un conjunt d'elements a l'atzar, dels quals se'n mesuren les característiques. El nombre d'elements ha de ser prou elevat per poder establir una estadística dels valors mesurats. Per exemple, per a la β d'un transistor el fabricant especifica tres valors: el mínim 125, el màxim 260 i el típic 220. Aquests tres valors s'han d'interpretar de la manera següent: generalment tindrem una β , que serà més gran que el valor mínim i més petita que el valor màxim, i tindrem una probabilitat relativament elevada que el seu valor s'apropi al valor típic. Convé tenir en compte si aquests valors s'especifiquen per a tot el marge de temperatures i tensions d'alimentació o només per a un marge restringit.

Per a alguns dispositius de qualitat el fabricant especifica uns valors 100 % verificats (100 % *tested*) per a un paràmetre determinat del component. Això vol dir que el fabricant assegura que cap component no sortirà dels marges establerts pels valors màxim i mínim per a aquell paràmetre. En altres casos (igualment de qualitat), proporciona l'histograma de l'estadística efectuada.

Les taules anteriors no cobreixen la totalitat dels paràmetres del dispositiu per a totes les condicions de mesura possibles. La variació del valor d'un paràmetre respecte d'una condició determinada (tensió

d'alimentació, temperatura, etc.) se sol donar en forma de gràfic. Aquests gràfics constitueixen la quarta secció de les esmentades anteriorment.

Generalment, els gràfics només donen la variació del valor típic d'un paràmetre respecte d'un altre, encara que en alguns casos també s'inclou la variació del valor màxim i mínim del paràmetre. Per exemple, en les especificacions d'un transistor bipolar podem trobar el corrent de col·lector del transistor respecte de la tensió col·lector emissor, parametritzada per a diferents valors del corrent de base, amb els valors associats a la corbes mesurades a 25 °C. Es pot subministrar un conjunt de gràfics anàlegs corresponents a temperatures diferents.

Les pàgines següents contenen la reproducció parcial* dels fulls de característiques d'alguns dispositius d'ús general. Per raons d'espai, no s'inclouen totes les taules i gràfics que el fabricant subministra, i s'han escollit les que tenen una relació més gran amb el contingut d'aquest text. Les especificacions completes es poden consultar als catàlegs del fabricant, que a més soLEN incloure annexos que contenen les definicions dels paràmetres específicats, els seus mètodes de mesura i alguns circuits d'aplicació l'estudi dels quals sol ser de gran ajut ja que aporta idees pràctiques.

* Publicació autoritzada per Philips Components.



GENERAL PURPOSE DIODE

Silicon planar epitaxial diode in a DO-35 envelope; intended for general purpose and can also be used as regulator.

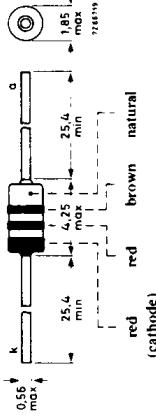
QUICK REFERENCE DATA

	V _{RRM}	max.	10	V
Repetitive peak reverse voltage	I _{FRM}	max.	400	mA
Repetitive peak forward current	T _{stg}	-65 to +200	°C	
Storage temperature	T _j	max.	200	°C
Junction temperature				
Thermal resistance from junction to ambient	R _{th j-a}	=	500	K/W
Forward voltage at I _F = 0, 1 mA	V _F	460 to 520	mV	
I _F = 1, 0 mA	V _F	560 to 620	mV	
I _F = 10 mA	V _F	680 to 750	mV	
I _F = 100 mA	V _F	825 to 950	mV	
Diode capacitance at V _R = 0; f = 1 MHz	C _d	<	2, 5	pF
Reverse recovery time when switched from I _F = 10 mA to I _R = 60 mA; R _L = 100 Ω; measured at I _R = 1 mA	t _{rr}	<	4	ns

MECHANICAL DATA

DO-35 (SOD27)

Dimensions in mm



	V _{RRM}	max.	10	V
Average rectified forward current (averaged over any 20 ms period)	I _{F(AV)}	max.	200	mA
Forward current (d.c.)	I _F	max.	200	mA
Repetitive peak forward current	I _{FRM}	max.	400	mA
Non-repetitive peak forward current t = 1 μs	I _{FSM}	max.	4000	mA
t = 1 s	I _{FSM}	max.	1000	mA
Storage temperature	T _{stg}	-65 to +200	°C	
Junction temperature	T _j	max.	200	°C
THERMAL RESISTANCE				
From junction to ambient in free air	R _{th j-a}	=	500	K/W
CHARACTERISTICS				
Forward voltage	V _F	460 to 520	mV	
I _F = 0, 1 mA	I _F	1, 0	mA	
I _F = 5, 0 mA	I _F	5, 0	mA	
I _F = 10 mA	I _F	10	mA	
I _F = 100 mA	I _F	100	mA	
Reverse current	I _R	<	1500	nA
V _R = 10 V				
Diode capacitance	C _d	<	2, 5	pF
V _R = 0; f = 1 MHz				

Diodes may be either type-branded or colour-coded.

1) For sinusoidal operation I_{F(AV)} = 130 mA.

April 1982

April 1982

RATINGS Limiting values in accordance with the Absolute Maximum System (IEC 134)

Repetitive peak reverse voltage

Repetitive peak forward current

Forward current (d.c.)

Repetitive peak forward current

Non-repetitive peak forward current

Storage temperature

Junction temperature

Thermal resistance from junction to ambient

Forward voltage at I_F = 0, 1 mA

I_F = 1, 0 mA

I_F = 10 mA

I_F = 100 mA

Diode capacitance at V_R = 0; f = 1 MHz

Reverse recovery time when switched from I_F = 10 mA to I_R = 60 mA; R_L = 100 Ω; measured at I_R = 1 mA

Dimensions in mm

Reverse current

Diode capacitance

V_R = 0; f = 1 MHz

General purpose diode

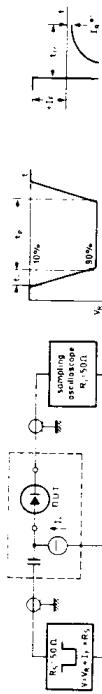
BA220

CHARACTERISTICS (continued)

Reverse recovery time when switched from

 $I_F = 10 \text{ mA}$ to $I_R = 60 \text{ mA}$; $R_L = 100 \Omega$;measured at $I_R = 1 \text{ mA}$ $T_j = 25^\circ\text{C}$ $t_{rr} < 4 \text{ ns}$

Test circuit and waveforms :



Input signal : Rise time of the reverse pulse

 $t_r = 0.6 \text{ ns}$

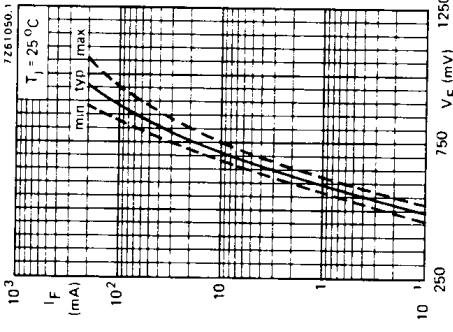
Reverse pulse duration

 $t_p = 100 \text{ ns}$

Duty factor

 $\delta = 0.05$

Oscilloscope : Rise time

 $t_r = 0.35 \text{ ns}$ Circuit capacitance $C \leq 1 \text{ pF}$ (C : oscilloscope input capacitance + parasitic capacitance)

April 1992

April 1992

BZV85 SERIES

VOLTAGE REGULATOR DIODES



Silicon planar voltage regulator diodes in hermetically sealed DO-41 glass envelopes intended for stabilization purposes. The series covers the normalized E24 (±5%) range of nominal working voltages ranging from 3.6 V to 75 V.

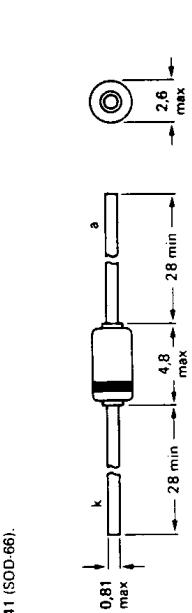
QUICK REFERENCE DATA

Working voltage range	V _Z	nom.	3.6 to 75 V
Total power dissipation	P _{tot}	max.	1.3 W*
Non-repetitive peak reverse power dissipation $t_p = 100 \mu s, T_j = 25^\circ C$	P _{ZSM}	max.	60 W
Junction temperature	T _j	max.	200 °C

* If leads are kept at $T_{ip} = 55^\circ C$ at 4 mm from body.

MECHANICAL DATA

Fig. 1 DO-41 (SD-D6).



Cathode indicated by coloured band.
The diodes are type branded.

RATINGS

Limiting values in accordance with the Absolute Maximum System (IEC 134)

Working current (d.c.)	I _Z	limited by P _{tot} max
Non-repetitive peak reverse current $t_p = 10 \mu s$, half sine wave; $T_{amb} = 25^\circ C$	I _{ZSM}	see table below
Repetitive peak forward current	I _{FRM}	max. 250 mA
Total power dissipation (see also Fig. 2)	P _{tot}	max. 1.30 W*
Non-repetitive peak reverse power dissipation $t_p = 100 \mu s, T_j = 25^\circ C$	P _{ZSM}	max. 60 W
Storage temperature	T _{stg}	-65 to +200 °C
Junction temperature	T _j	max. 200 °C
THERMAL RESISTANCE E		
From junction to tie-point	R _{th j-p}	= 110 K/W*
From junction to ambient mounted on a printed-circuit board	R _{th j-a}	= 175 K/W**
Non-repetitive peak reverse current (I _{ZSM} (mA))		
BZV86-...	max.	max.
C3V6	2000	600
C3V8	1950	540
C4V3	1850	500
C4V7	1800	450
C5V1	1750	400
C5V6	1700	380
C6V2	1620	333
C6V8	1550	320
C7V5	1500	296
C8V2	1400	270
C9V1	1340	246
C10	1200	226
C11	1100	208
C12	1000	186
C13	900	171
C15	760	161
C16	700	

* If the temperature of the leads at 4 mm from the body are kept up to $T_p = 55^\circ C$.

** Measured in still air up to $T_{amb} = 25^\circ C$ and mounted on printed-circuit board with lead length of 10 mm and print copper area of 1 cm² per lead.

April 1992

Products approved to CECC 50 005:010

April 1992

BZV85 SERIES

Voltage regulator diodes

CHARACTERISTICS $T_j = 25^\circ\text{C}$ Forward voltage at $I_F = 50 \text{ mA}$ $V_Z (\text{V})$ $< 1.0 \text{ V}$ working voltage
 $E24 (\pm 5\%)$ at $I_{Z\text{test}}$

min. nom. max.

 $I_Z\text{test} (\text{mA})$

max.

differential
resistance
 $r_{\text{diff}} (\Omega)$ at $I_{Z\text{test}}$

min. max.

temperature
coefficient
 $Sz (\text{mV/K})$ at V_R

min. max.

reverse
current
 $I_R (\mu\text{A})$ at V_R

min. max.

test
voltage
 $V_R (\text{V})$ at V_R

min. max.

min. max.

max. max.

min. max.

Preliminary specification

Philips Semiconductors

Preliminary specification

Philips Semiconductors

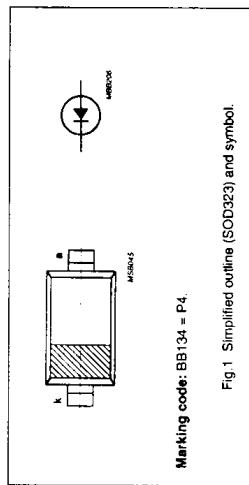
UHF variable capacitance diode**BB134****DESCRIPTION**

The BB134 is a silicon, double-implanted variable capacitance diode in planar technology, intended for use in UHF tuners. It has a high linearity and is encapsulated in the ultra-small plastic SMD package, SOD323. A feature of this diode is the excellent matching performance, achieved by the Direct Matching Assembly procedure.

The diodes are delivered on tape in several matched groups. The unmatched type, BB135, has the same specification.

Note1. V_R is the value at which $C_d = 9 \text{ pF}$.**QUICK REFERENCE DATA**

SYMBOL	PARAMETER	CONDITIONS	MIN.	MAX.	UNIT
V_R	continuous reverse voltage		-	30	V
I_R	reverse current		30 nA	-	nA
C_d	diode capacitance	$V_R = 0.5 \text{ V};$ $f = 1 \text{ MHz}$	17.5 pF	-	pF
C_{dS} / C_{dV}	capacitance ratio	$V_R = 28 \text{ V};$ $f = 1 \text{ MHz}$	1.7	2.1	
R_s	series resistance	$I = 470 \text{ MHz};$ note 1	0.75 Ω	-	Ω
$\Delta C/C$	capacitance matching			0.5%	%

Note1. V_R is the value at which $C_d = 9 \text{ pF}$.

Marking code: BB134 = P4.

Fig 1 Simplified outline (SOD323) and symbol.

LIMITING VALUES

In accordance with the Absolute Maximum System (IEC 134).

SYMBOL	PARAMETER	CONDITIONS	MIN.	MAX.	UNIT
V_R	continuous reverse voltage		-	30	V
V_{RH}	reverse voltage	peak value	-	30	V
I_F	forward current	DC value	-	20 mA	
T_{Sp}	storage temperature range		-55 °C	150 °C	100
T_{amb}	ambient operating temperature range		-55 °C	125 °C	

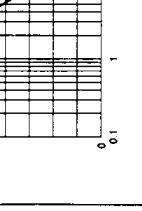
 $I = 1 \text{ MHz}; T_{amb} = 25^\circ\text{C}$.

Fig 2 Diode capacitance as a function of reverse voltage, typical values.

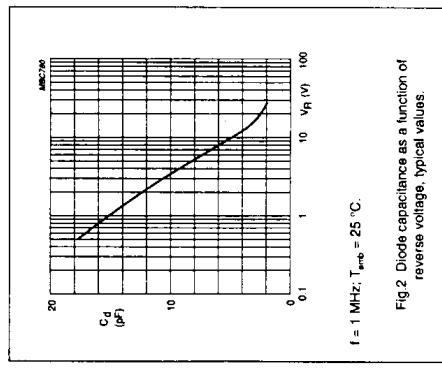
Specification in accordance with CECC 50 006

April 1992

CHARACTERISTICS $T_{amb} = 25^\circ\text{C}$ unless otherwise specified.

SYMBOL	PARAMETER	CONDITIONS	MIN.	MAX.	UNIT
I_R	reverse current	$V_R = 30 \text{ V};$ $T_{amb} = 85^\circ\text{C}$	-	10 nA	nA
C_d	diode capacitance	$V_R = 1.5 \text{ V};$ $f = 1 \text{ MHz}$	17.5 pF	21 pF	pF
C_{dS}/C_{dV}	capacitance ratio	$V_R = 28 \text{ V};$ $f = 1 \text{ MHz}$	1.7	2.1	pF
R_s	series resistance	$f = 370 \text{ MHz};$ note 1	0.75 Ω	-	Ω
$\Delta C/C$	capacitance matching	$V_R = 0.5 \text{ to } 28 \text{ V};$ in a sequence of 4 diodes (gliding)	0.5%	-	%
		$V_R = 0.5 \text{ to } 28 \text{ V};$ in a sequence of 15 diodes (gliding)	-	2%	%

Note

1. V_R is the value at which $C_d = 9 \text{ pF}$.

April 1992

1N4001ID TO 1N4007ID 1N4001ID TO 1N4007ID

SILICON DIFFUSED RECTIFIER DIODES

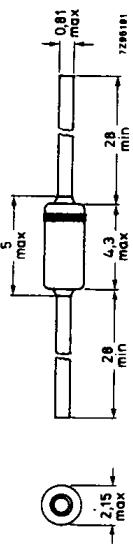
This data sheet contains a range of silicon rectifier diodes for general purpose use.

QUICK REFERENCE DATA

	1N4001ID	4002ID	4003ID	4004ID	4005ID	4006ID	4007ID
Repetitive peak reverse voltage V_{RRM}	max. 50	100	200	400	600	800	1000 V
Continuous reverse voltage V_R	max. 50	100	200	400	600	800	1000 V
Average forward current							
Repetitive peak forward current							
Non-repetitive peak forward current							
Storage temperature							
Junction temperature							

MECHANICAL DATA

Dimensions in mm



The marking band indicates cathode.

Fig. 1 SOD-81.

RATINGS

Limiting values in accordance with the Absolute Maximum System (IEC 134)

	1N4001ID	4002ID	4003ID	4004ID	4005ID	4006ID	4007ID
Repetitive peak reverse voltage V_{RRM}	max. 50	100	200	400	600	800	1000 V
Continuous reverse voltage V_R	max. 50	100	200	400	600	800	1000 V
Average forward current (averaged over any 20 ms period)							

up to $T_{amb} = 75^\circ\text{C}$
at $T_{amb} = 100^\circ\text{C}$
Repetitive peak forward current
Non-repetitive peak forward current (half cycle sinewave, 60 Hz)
Storage temperature
Junction temperature

$I_F(\text{AV})$	$I_F(\text{AV})$	$I_F(\text{AV})$	$I_F(\text{AV})$
max. 1,0	1,0	1,0	1,0
A	A	A	A
$I_{F, \text{RM}}$	$I_{F, \text{RM}}$	$I_{F, \text{RM}}$	$I_{F, \text{RM}}$
max.	max.	max.	max.
A	A	A	A
I_{FSM}	I_{FSM}	T_{stg}	T_{stg}
max.	max.	-65 to +175	-65 to +175
oC	oC	oC	oC
T_j	T_j	max.	max.
		175	175
		oC	oC

THERMAL RESISTANCE

Influence of mounting method

- Thermal resistance from junction to tie point at a lead length of 10 mm
- Thermal resistance from junction to ambient; device mounted on an 1.5 mm thick epoxy glass printed circuit board; Cu thickness $\geq 40 \mu\text{m}$

$R_{th,j,fp}$	$R_{th,j,a}$
=	=
60 K/W	60 K/W

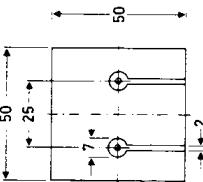


Fig. 2 Device mounted on a printed circuit board

November 1987

November 1987

N4001D TO 1N4007D

Silicon diffused rectifier diodes

CHARACTERISTICS

 $T_{amb} = 25^\circ C$, unless otherwise stated

Forward voltage

 $I_F = 1 A$

Full-cycle average forward voltage

 $I_F(AV) = 1 A$

Reverse current

 $V_R = V_{Rmax}$ $V_R = VR_{max}$, $T_{amb} = 100^\circ C$

Full-cycle average reverse current

 $V_R = VR_{Rmax}$, $T_{amb} = 75^\circ C$

V_F	<	1.1	V
$V_F(AV)$	<	0.8	V
I_R	<	10	μA
I_R	<	50	μA

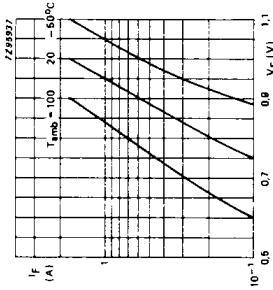


Fig. 3 Typical forward current as a function of forward voltage.

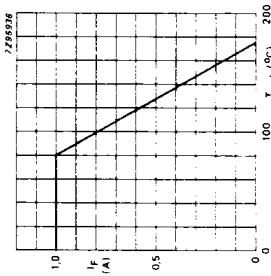


Fig. 4 Maximum forward current as a function of temperature.

November 1987

A.F. SILICON PLANAR EPITAXIAL TRANSISTORS



BC107 to 109

BC107 to 109

N-P-N transistors in TO-18 metal envelopes with the collector connected to the case.

The BC107 is primarily intended for use in driver stages of audio amplifiers and in signal processing circuits of television receivers.

The BC108 is suitable for multitude of low-voltage applications e.g. driver stages or audio preamplifiers and in signal processing circuits of television receivers.

The BC109 is primarily intended for low-noise input stages in tape recorders, hi-fi amplifiers and other audio frequency equipment.

QUICK REFERENCE DATA

	BC107	BC108	BC109
Collector-emitter voltage ($V_{BE} = 0$)	V_{CES} max. 50	30	30
Collector-emitter voltage (open base)	V_{CEO} max. 45	20	20
Collector current (peak value)	I_{CM} max. 200	200	200
Total power dissipation up to $T_{amb} = 25^\circ C$	P_{tot} max. 300	300	300
Junction temperature	T_j max. 175	175	175
Small-signal current gain at $T_j = 25^\circ C$	h_{fe} $>$	125	125
Transition frequency $f_T = 35\text{ MHz}$	f_T typ. 500	900	900
Noise figure at $R_S = 2\text{ k}\Omega$	F typ. <	—	—
$I_C = 200\text{ }\mu A; V_{CE} = 5\text{ V}$ $f = 30\text{ Hz to } 15\text{ kHz}$ $f = 1\text{ kHz; } B = 200\text{ Hz}$	F typ. 2	—	—

MECHANICAL DATA

Fig. 1 TO-18.
Collector connected to case
 116 mm^2

Accessories: 56246 (distance dien).

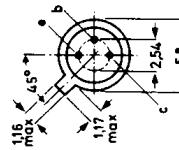


Fig. 1 TO-18.
Collector connected to case
 116 mm^2

Accessories: 56246 (distance dien).

Products approved to CECC 50 002-076/078.

RATINGS

Limiting values in accordance with the Absolute Maximum System (IEC 134)

	BC107	BC108	BC109
Collector-base voltage (open emitter)	V_{CBO} max.	50	30
Collector-emitter voltage ($V_{BE} = 0$)	V_{CES} max.	50	30
Collector-emitter voltage (open base)	V_{CEO} max.	45	20
Emitter-base voltage (open collector)	V_{EBO} max.	6	5
Collector current (d.c.)	I_C max.	100	100
Collector current (peak value)	I_{CM} max.	200	200
Emitter current (peak value)	$-I_{EM}$ max.	200	200
Base current (peak value)	I_{BM} max.	200	200
Total power dissipation up to $T_{amb} = 25^\circ C$	P_{tot} max.	300	300
Storage temperature	T_{stg} max.	-65 to +175	0°C
Junction temperature	T_j max.	175	175
THERMAL RESISTANCE			
From junction to ambient in free air	$R_{th(j,a)}$ =	0.5	K/mW
From junction to case	$R_{th(j,c)}$ =	0.2	K/mW
CHARACTERISTICS			
$T_j = 25^\circ C$ unless otherwise specified			
Collector cut-off current	I_{CBO} typ.	<	15
$I_E = 0; V_{CB} = 20\text{ V}; T_j = 150^\circ C$	V_{BE} typ.	550 to 700	μA
Base-emitter voltage*	V_{BE} typ.	<	620
$I_C = 2\text{ mA}; V_{CE} = 5\text{ V}$	V_{CEsat} typ.	770	mV
$I_C = 10\text{ mA}; V_{CE} = 5\text{ V}$	V_{CEsat} typ.	90	mV
Saturation voltages**	V_{BEsat} typ.	250	mV
$I_C = 10\text{ mA}; I_B = 0.5\text{ mA}$	V_{BEsat} typ.	700	mV
Dimensions in mm			
$I_C = 100\text{ mA}; I_B = 5\text{ mA}$	V_{CEsat} typ.	200	mV
Collector connected to case	V_{BEsat} typ.	600	mV
		900	mV

* V_{BE} decreases by about 2 mV/K with increasing temperature.

** V_{BEsat} decreases by about 1.7 mV/K with increasing temperature.

September 1985

September 1985

BC107 to 109

A.F. silicon planar epitaxial transistors

Collector capacitance at $f = 1 \text{ MHz}$ $I_E = I_E = 0; V_{CB} = 10 \text{ V}$	C_C	typ.	2.5	pF
Emitter capacitance at $f = 1 \text{ MHz}$ $I_C = I_C = 0; V_{EB} = 0.5 \text{ V}$	C_E	typ.	9	pF
Transition frequency at $f = 35 \text{ MHz}$ $I_C = 10 \text{ mA}; V_{CE} = 5 \text{ V}$	f_T	typ.	300	MHz
Small signal current gain at $f = 1 \text{ kHz}$ $I_C = 2 \text{ mA}; V_{CE} = 5 \text{ V}$	h_{FE}	>	125	BC107 BC108 BC109
Noise figure at $R_S = 2 \text{ k}\Omega$ $I_C = 200 \mu\text{A}; V_{CE} = 5 \text{ V}$	F	<	500	900
$f = 30 \text{ Hz to } 15 \text{ kHz}$		typ.	2	1.4 dB 4 dB
$f = 1 \text{ kHz}; B = 200 \text{ Hz}$	F	typ.	< 10	2 1.2 dB 4 dB
BC107ABC107B/BC108C BC108ABC108B/BC109C BC109B				
DC current gain $I_C = 10 \mu\text{A}; V_{CE} = 5 \text{ V}$	h_{FE}	>	40	100
$I_C = 2 \text{ mA}; V_{CE} = 5 \text{ V}$		typ.	90	150
h_{FE} parameters at $f = 1 \text{ kHz}$ (common emitter)		>	110	200
$I_C = 2 \text{ mA}; V_{CE} = 5 \text{ V}$		typ.	180	290
Input impedance		<	220	450
Reverse voltage transfer ratio	h_{RE}	typ.	1.6	3.2
Small signal current gain	h_{FE}	typ.	2.7	4.5
Output admittance	h_{OE}	typ.	< 30	$60 \mu\text{A}^{-1}$ $110 \mu\Omega^{-1}$

Typical behaviour of collector current versus collector-emitter voltage

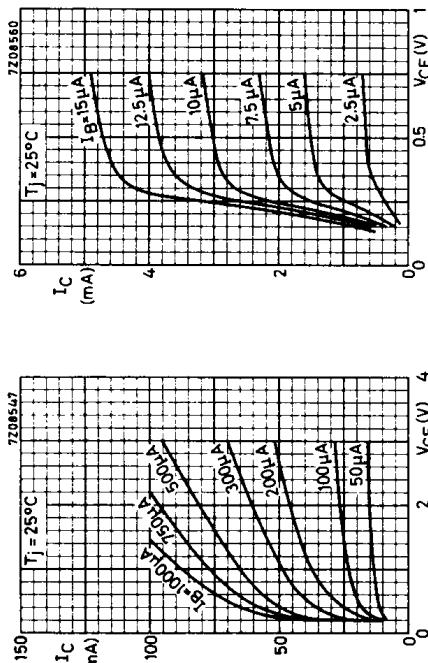


Fig. 3.

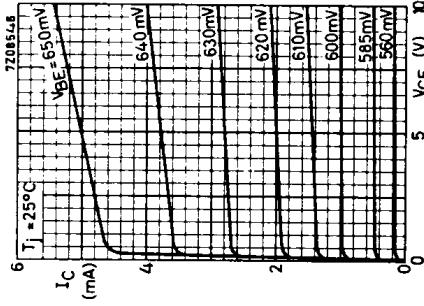


Fig. 4.

Typical behaviour of collector current versus collector-emitter voltage

September 1985

September 1985

461

BC107 to 109

A.F. silicon planar epitaxial transistors

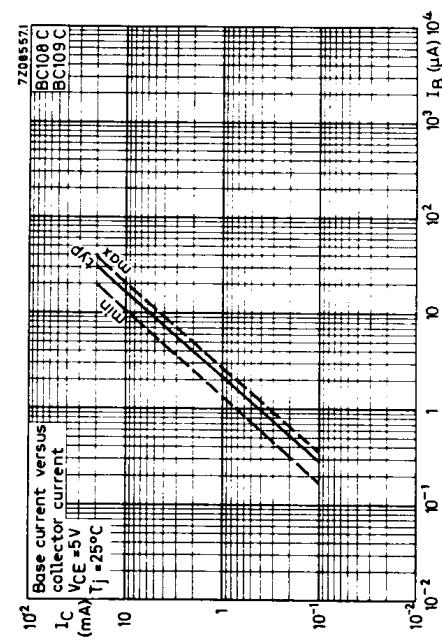


Fig. 7.

BC107 to 109

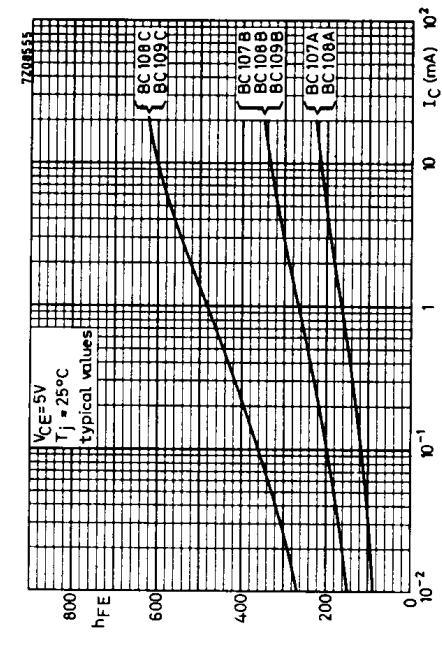


Fig. 10.

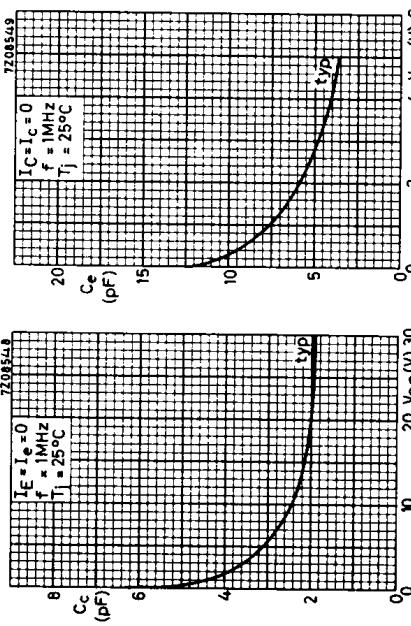


Fig. 8.

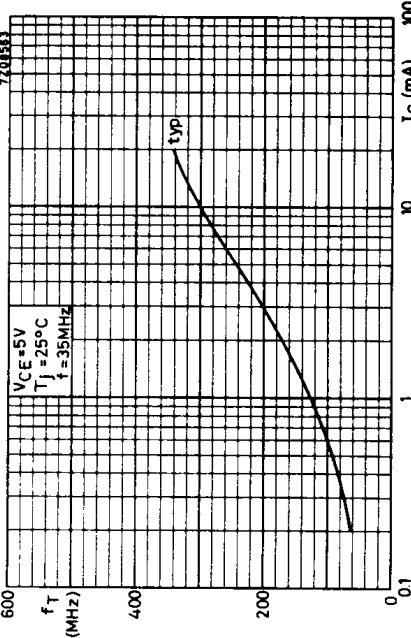


Fig. 9.

September 1985

September 1985

BC107 to 109

BC107 to 109

A.F. silicon planar epitaxial transistors

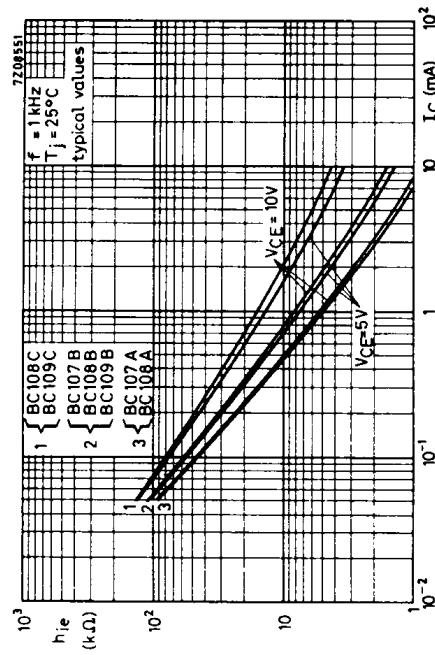


Fig. 18.

BC107 to 109

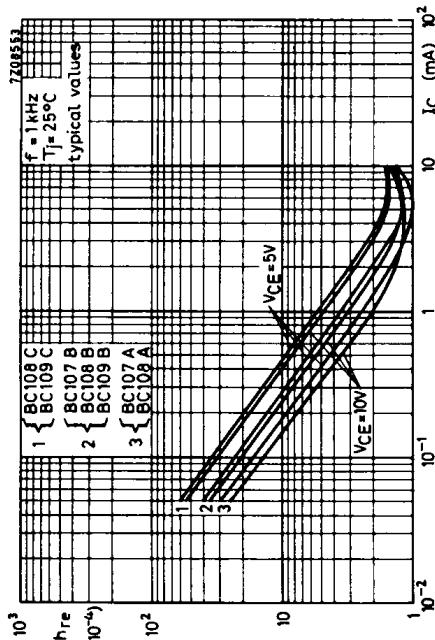


Fig. 19.

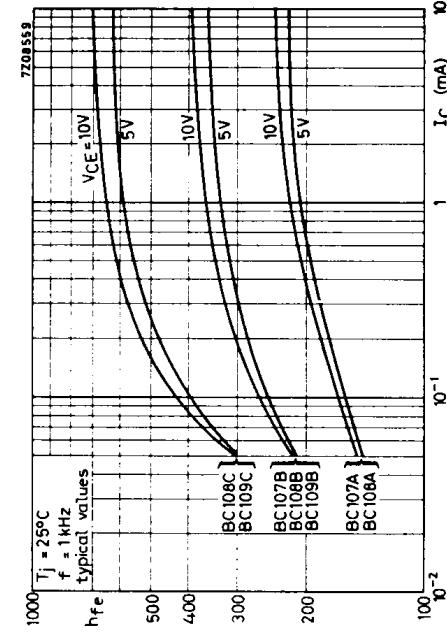


Fig. 20.

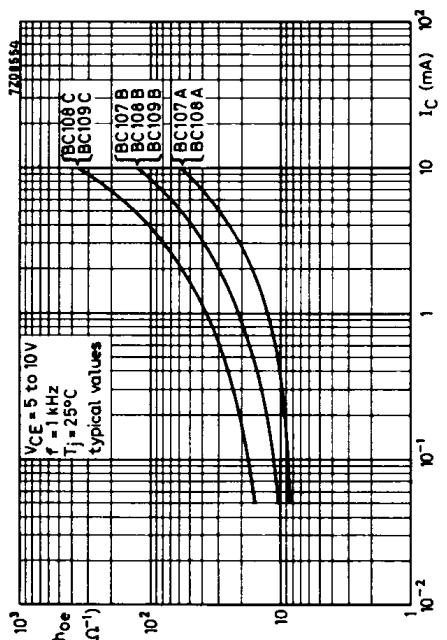


Fig. 21.

September 1985

September 1985

MOSFET N-channel enhancement switching transistor

Source-drain leakage current
 $V_{GD} = V_{BD} = -2 \text{ V}; V_{SD} = 6.6 \text{ V}$
 Forward transconductance at $f = 1 \text{ kHz}$
 $V_{DS} = 10 \text{ V}; V_{SB} = 0; I_D = 20 \text{ mA}$

Gate-source threshold voltage
 $V_{DS} = V_{GS}; V_{SB} = 0; I_D = 1 \mu\text{A}$
 Drain-source ON-resistance
 $I_D = 0, 1 \text{ mA},$
 $V_{GS} = 5 \text{ V}; V_{SB} = 0$
 $V_{GS} = 10 \text{ V}; V_{SB} = 0$
 $V_{GS} = 3.2 \text{ V}; V_{SB} = 6.8 \text{ V}$ (see Fig. 4)

Gate-substrate zener voltages
 $V_{DB} = V_{SB} = 0; -I_G = 10 \mu\text{A}$
 $V_{DB} = V_{SB} = 0; +I_G = 10 \mu\text{A}$
 Capacitances at $f = 1 \text{ MHz}$
 $V_{GS} = V_{BS} = -15 \text{ V}; V_{DS} = 10 \text{ V}$
 Feed-back capacitance
 Input capacitance
 Output capacitance
 Switching times (see Fig. 2)
 $V_{DD} = 10 \text{ V}; V_I = 5 \text{ V}$

Pulse generator:
 $R_I = 50 \Omega$
 $t_r < 0.5 \text{ ns}$
 $t_f < 1.0 \text{ ns}$
 $t_p = 20 \text{ ns}$
 $\delta < 0.01$

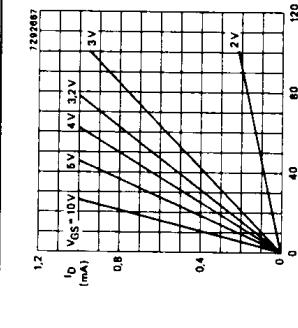
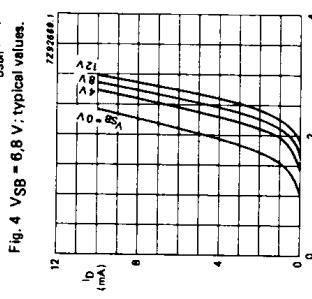
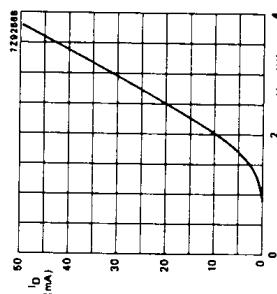
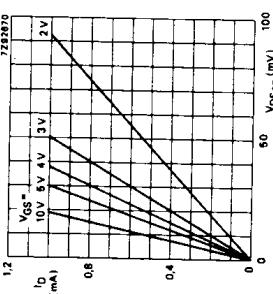
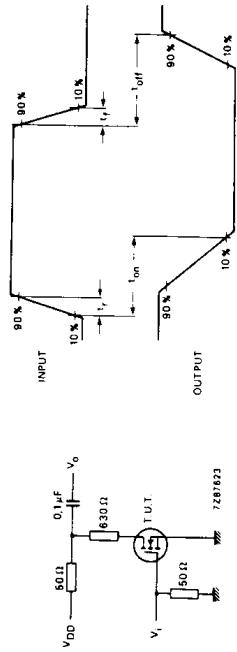
Fig. 3 $V_{SB} = 0$; typical values.Fig. 4 $V_{SB} = 6.8 \text{ V}$; typical values.Fig. 5 $V_{DS} = 0$; typical values.Fig. 6 $V_{DS} = 10 \text{ V}; V_{GS} = V_{GSt(h)}$.

Fig. 2 Switching times test circuit and input and output waveforms.



December 1988

July 1984

Resultats de problemes

Capítol 1

P1.1 Punt en què s'anula el camp (35,7 m, 0). Potencial en aquest punt 0 V.

P1.2 a) $q=0,21 \mu\text{C}$, b) $x = 8 \text{ m}$

P1.3 a) $E_A = 0 \text{ V/m}$, $V_A = 0 \text{ V}$, b) $E_B = 6364 \text{ V/m}$, $V_B = 1273 \text{ V}$, c) $W = 5,27 \cdot 10^{-10} \text{ J}$

P1.4 a) $350 \mu\text{m}$, b) $4,87 \text{ ms}$, c) $39,1 \text{ F}$, d) 50 ns , e) 82 aN/C

P1.6 $P = 4,5 \text{ W}$

P1.8 $V_m = 17/8$, $V_{ef} = \sqrt{11}$

P1.9 a) $V_m = A/2$, $V_{ef} = A/\sqrt{3}$, b) $V_m = 0$, $V_{ef} = A/\sqrt{3}$, c) $V_m = A/\pi$, $V_{ef} = A/2$, d) $V_m = 2A/\pi$, $V_{ef} = A/\sqrt{2}$,

e) $V_m = dA$, $V_{ef} = A\sqrt{d}$, f) $V_m = 3A/8$, $V_{ef} = A\sqrt{5}/2$

P1.10 a) Cas 1: $p(t) = I_o \sin(\omega t) \cdot V_o \sin(\omega t)$; Cas 2: $p(t) = I_o \sin(\omega t) \cdot V_o \cos(\omega t)$

b) Cas 1: $P_{\text{media}} = I_o V_o / 2$; Cas 2: $P_{\text{media}} = 0$ c) Cas 1: $W_{\text{activa}} = I_o V_o T / 2$; Cas 2: $W_{\text{activa}} = 0$

P1.12 a) sí, b) no, c) sí, d) sí, e) no (si $V_1 \neq V_2$), f) no, g) no, h) sí i) no, j) no.

P1.15 $V_{ab} = 3 \text{ V}$

P1.16 a) 2 V, b) 0,5 V, $I_c = -10 \text{ A}$, $I_c = -5 \text{ A}$

Capítol 2

P2.1 a) $1,71 \Omega$, b) 167Ω

P2.2 $R = 1/3 \Omega$, $P_m = 37,5 \text{ W}$

P2.3 $i_{AB} = (6V-25)/5000$, $i_{CA} = (6V-5)/5000$,

P2.4 a) 6 V en sèrie amb 3 Ω , b) $i = V/3 = 2$, c) $V = 0,6 \text{ V}$, $i = -1,8 \text{ A}$, d) $V_o = 0,3 \text{ V}$

P2.5 $V_R = 100 \text{ V}$, $R = 10 \text{ k}\Omega$

P2.6 $x = 0,5$

P2.7 $P(5V) = 57,7 \text{ mW}$, $P(30 \text{ mA}) = -184,6 \text{ mW}$

P2.9 a) $i_x = -0,314 \text{ mA}$, $V_x = 13,143 \text{ V}$, b) $i_x = 7,26 \text{ mA}$, $V_x = -11,3 \text{ V}$, c) $i_x = -1,875 \text{ mA}$, $V_x = 50 \text{ V}$, d) $i_x = 2,6 \text{ mA}$, $V_x = 7,4 \text{ V}$

P2.10 $i_x = I_p/8$

P2.11 $i_o = 42,5 \text{ mA}$

P2.12 $V_{cc} = 14 \text{ V}$

P2.13 $V_a = 67 \text{ V}$

P2.14 $R_x = \frac{R_1 R_2}{R_3}$

P2.15 a) $20 \text{ k}\Omega$, b) 10Ω , c) 50Ω , d) $1,5 \Omega$

P2.16 a) $R_{eq} = R_o + \frac{2}{3}R_1$, b) $i_2(V_o) = \frac{3}{2} \frac{V_o}{4R_o + 3R_1}$, c) $V_1(V_o) = \frac{R_1}{4R_o + 3R_1}V_o$, d) $P = \frac{V_o^2}{R_o + \frac{3}{4}R_1}$,

e) $P_{R_1} = \frac{R_1}{(4R_o + 3R_1)^2}V_o^2$, f) $R_o \rightarrow 0$

P2.17 $R_1 = 274 \Omega$, $R_2 = 55 \Omega$

Capítol 3

P3.1 a) No lin., b) No lin., c) Lin., d) Lin., e) Lin., f) No lin.

P3.2 No és lineal perquè $v(x+y) \neq v(x)+v(y)$

P3.3 $R_{TH} = R_2$, $V_{TH} = V_1$

P3.4 Sí, són equivalents.

P3.5 $V_o = \frac{R_o I_o}{2}, I_a = \frac{R_o + R_1}{R_o + 2R_1} I_o - \frac{1}{R_o + 2R_1} V_1 + \frac{R_1}{R_o + 2R_1} I_1$

P3.6 a) $R_{TH} = 200/3 \Omega$, $V_{TH} = 20/3 \text{ V}$, b) $R_{TH} = 75 \Omega$, $V_{TH} = 4,75 \text{ V}$

P3.7 $V_{TH} = \frac{V_1 + RI_1}{3}, R_{TH} = \frac{2R}{3}, V_L = \frac{R_L(V_1 + RI_1)}{2R + 3R_L} V_1 ; P_{max} = \frac{(V_1 + RI_1)^2}{24R}$

P3.9 $V_x = \frac{R_2 R_3 V_1 + R_1 R_2 V_2 + R_1 R_2 R_3 I_1}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}$

P3.10 a) $R_T = 1,5 \text{ k}\Omega$, b) $R_T = 0,33 \Omega$, $V_T = -1 \text{ V}$, $I_N = -3 \text{ A}$, c) $R_T = -3 \Omega$, $V_T = 3 \text{ V}$, $I_N = 1 \text{ A}$, d) $R_T = 625 \Omega$, $V_T = 5 \text{ V}$, $I_N = 8 \text{ mA}$

P3.12 $V_p = \frac{4}{7}V_a + \frac{1}{7}V_B$

P3.13 $V_{TH} = \frac{V_a}{8} + \frac{R_1 I_a}{4}, R_{TH} = \frac{11}{16}R_1$

P3.15 a) $R_L = 3 \Omega$, $P_{Lmax} = 1/12 \text{ W}$, b) $R_L = 0,8 \text{ o } 11,2 \Omega$, c) sí (veure la figura 3.10)

P3.16 a) $R_T = 7,5 \text{ k}\Omega$, $V_T = 10 \text{ V}$, b) $I_L(R_L) = \frac{10 \text{ mA}}{7,5 + R_L(\text{k}\Omega)}$ c) $P = 1,63 \text{ mW}$, d) $R_L = 0 \Omega$, e) $R_L = R_T = 7,5 \text{ k}\Omega$

P3.18 a) $R_T = 140 \Omega$, b) $R_T = 5,4 \Omega$

Capítol 4

P4.1 $V_o = -R_3 g_m \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_1$

P4.2 $V_1 = 10V$, $V_2 = 5V$

P4.4 a) $V_o = -R_3 \beta \left(\frac{V_2}{R_2} + \frac{V_1}{R_1} \right)$, $R_T = R_3$, b) $V_T = 0V$, $R_T = R_2 + \frac{R_1}{\beta + 1}$

P4.6 a) $R_T = \frac{1}{g_m}$, b) $R_T = (\beta + 1)R_2$, c) $R_T = \frac{R_2}{\beta + 1}$, d) $R_T = R_2$

P4.8 a) $R_i \gg R_s$, b) $P_s = 0$, c) $R_L = R_o$, d) $P_{max} = \frac{(kV_s)^2}{4R_o}$

P4.9 $\frac{V_o}{V_s} = \frac{\beta R_L}{R_s + R_p}$

P4.10 $\frac{V_o}{V} = \frac{(\beta+1)R_L}{R_p + (\beta+1)R_L}$ circuit a) $\frac{\beta R_L}{R_p}$ circuit b) $-\frac{\beta R_L}{R_p + (1+\beta)R_e}$ circuit c)
 $\frac{V_o}{V_s} = \frac{(\beta+1)R_L}{R_s + R_p + (\beta+1)R_L}$ $\frac{\beta R_L}{R_p + (1+\beta)R_s}$ $\frac{-\beta R_L}{R_p + R_s + (1+\beta)R_e}$

$R_{in} = R_s + R_p + (\beta+1)R_L \quad R_p / (1+\beta) \quad R_p + (1+\beta)R_e$

$R_o = (R_s + R_p) / \beta + 1 \quad \infty$

P4.11 a) $P_i = \frac{R_2 + R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3} V_i^2$, b) $P_L = -\frac{R_2^2 R_F^2}{R_L (R_2 + R_3)} P_i$, c) $V_o = -\frac{R_2 R_F}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3} V_i$

P4.13 a) $V_o = \frac{R_2}{R_1} (V_2 - V_1)$, b) $V_o = V_2 - V_1$

P4.14 a) $V_o = -\frac{R_2}{R_1} V_1 + \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{R_4}{R_3 + R_4} V_2$, b) $V_o = -10V_1 + 10V_2$, c1) 10 V, c2) 15 V

P4.17 a) $V_o = \frac{A}{1+A} V_i$, b) $V_o = V_i$, c) $e = 0,1\%$

Capítol 5

P5.2 $V_{imax} = 337,8$ V

P5.3 $C_{eq} = 11,6$ μF , $Q_{10\mu} = 100$ μC , $Q_{5\mu} = 11,1$ μC , $Q_{3\mu} = 4,4$ μC

P5.4 15 k Ω en sèrie amb 1,55 μF en sèrie amb 11,6 mH

P5.6 a) $V_c(0) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_1$, $V_c(\infty) = \frac{R_2 R_3 V_1 + R_1 R_2 V_2}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}$

b) $t < 0 \Rightarrow \begin{cases} V_T = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_1 \\ R_T = R_1 // R_2 \end{cases}$, $t > 0 \Rightarrow \begin{cases} V_T = V_c(\infty) \\ R_T = R_1 // R_2 // R_3 \end{cases}$

P5.7 a) $V_c(t) = e^{-t/\tau}$, $\tau = RC$, b) $R = \frac{10ms}{C}$, c) $p(t) = \frac{e^{-2t/\tau}}{R}$

P5.8 $t = 69$ s

P5.9 $V_o(t) = \frac{V_i}{5} \left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ $\tau = \frac{3}{5} RC$

P5.10 $V_c(t) = 20e^{-t/\tau}$, $\tau = 14ms$, $I_c(t) = -1,43e^{-t/\tau} mA$, $I_1(t) = 0,143e^{-t/\tau} mA$

P5.13 a) $V_o(t) = V_i \left(1 + \frac{R_3}{R_2}\right) e^{-t/\tau}$, $\tau = 0,5s$, d) $R_L = 500 \Omega$

P5.15 $I_2(t) = -e^{-t/2\mu s} \text{ mA}$

P5.16 $I_L(t) = I_1 \frac{R_2}{R_1 + R_2} e^{-t/\tau}, \quad \tau = \frac{L}{R_1 + R_2}$

P5.20 $i(t) = 0,1 \sin(\omega t)$

P5.21 $R_T = n^2 R, \quad V_T = -niR$

P5.23 $I_{ef} = 0,284 \text{ A}$

Capítol 6

P6.3 $V_D = 0,647 \text{ V}$

P6.6 $V_D = 1,08 \text{ V}, \quad I_D = 0,96 \text{ A}$

P6.8 $V_x = 1,11 \text{ V}$

P6.9 $V_D = 0,609 \text{ V}, \quad I_D = 1,7 \text{ mA}$

P6.14 $V_i < 0 \text{ V} \Rightarrow \text{D1ON D2OFF i } V_o = -V_i R_f / R_a, \quad V_i > 0 \text{ V} \Rightarrow \text{D1OFF D2ON i } V_o = 0 \text{ V}$

P6.15 a) $V_c = 1,26 \text{ V}$, b) $V_c(t) = 1,5 - 0,5 e^{-t/\tau}, \quad \tau = 0,5 \text{ s}$

P6.17 a) $C = 2 \text{ mF}$, b) $t = 14 \text{ ms}$, c) $q = 92 \mu\text{C}$

P6.21 Si $V_i > -V_B \Rightarrow V_o = V_i$. Si $V_i < -V_B \Rightarrow V_o = -V_B$

P6.26 DON $\Rightarrow V_o = -V_i \cdot \text{DOFF} \Rightarrow V_o = -2V_i$

P6.29 a) $C_{D1} = 0,3 \mu\text{F}, \quad C_{D2} = 1 \text{ pF}$, b) $C_s = 2 \cdot 10^{-21} e^{-\frac{V_d}{0,025}}, \quad C_j = \frac{2 \cdot 10^{-21}}{\sqrt{1-V_d}}$

P6.30 a) $55 \text{ }^\circ\text{C/W}$, b) $1,7 \text{ }^\circ\text{C/W}$

P6.31 a) $190 \text{ }^\circ\text{C}$, b) $150 \text{ }^\circ\text{C}$, c) $130 \text{ }^\circ\text{C}$, d) 250 cm^2

Capítol 7

P7.2 a) $v_o = 55-5 v_s$, b) $v_s < 1 \text{ V}$, c) $v_s > 11 \text{ V}$, e) $I_{cq} = 25 \text{ mA}, \quad V_{ceq} = 25 \text{ V}$.

P7.3 $I_{cq} \cong 1,56 \text{ mA}, \quad I_{BQ} = 2 \text{ mA}, \quad V_{ceq} = 0,2 \text{ V}, \quad I_{EQ} = 3,56 \text{ mA} \Rightarrow \text{Sat}$

P7.5 a) $I_{cq} = 1,2 \text{ mA}, \quad V_{ceq} = 4,7 \text{ V}$, b) $\Delta I_c = 1 \text{ mA}, \quad \Delta V_{ce} = 3,7 \text{ V}$, c) $\beta = 56$

P7.7 $R_c \geq 228 \Omega$

P7.9 a) $V_{ceq} = 3,1 \text{ V}, \quad I_{cq} = 3,4 \text{ mA}$, b) $r_\pi = 1,45 \text{ k}\Omega, \quad g_m = 137 \text{ m } \Omega^{-1}$, d) $x=0 \Rightarrow R_i = 1,4 \text{ k}\Omega, \quad G_v = -110, \quad x=0,5 \Rightarrow R_i = 33 \text{ k}\Omega, \quad G_v = -1,6, \quad x=1 \Rightarrow R_i = 40 \text{ k}\Omega, \quad G_v = -0,8$

P7.12 a) $R_c = 4,5 \text{ k}\Omega, \quad R_E = 500 \Omega, \quad R_1 = R_2 = 1315 \text{ k}\Omega, \quad V_{cc} = 30 \text{ V}$, b) $g_m = 0,1 \text{ } \Omega^{-1}, \quad r_\pi = 1,25 \text{ k}\Omega$,
c) $G_v = -450$, d) $\Delta V_{otall} = 11,25 \text{ V}, \quad \Delta V_{osat} = 17,5 \text{ V}$, e) $\Delta V_i = 25 \text{ mV}$, f) $R_i \cong r_\pi = 1,25 \text{ k}\Omega$

P7.14 a) $V_{ceq} = 8,8 \text{ V}, \quad I_{cq} = 320 \mu\text{A}$, b) $r_\pi = 7,8 \text{ k}\Omega, \quad g_m = 12,8 \text{ m } \Omega^{-1}$, c) $A=0,82, \quad \Delta V_o = 0,15 \text{ V}$, d) $G_p = 29,3$

P7.16 a) $r_\pi = 2,5 \text{ k}\Omega, \quad g_m = 80 \text{ m } \Omega^{-1}, \quad r_o = 50 \text{ k}\Omega, \quad r_x = 200 \Omega, \quad r_\mu = 5 \text{ M}\Omega$

P7.17 $f_T = 423 \text{ MHz}$

P7.18 $T = 33,8 \text{ }^\circ\text{C}$

P7.21 a) T1: $V_{ceq} = 2 \text{ V}, \quad I_{cq} = 1 \text{ mA}$, T2: $V_{ceq} = 6,13 \text{ V}, \quad I_{cq} = 483 \mu\text{A}$, b) $r_{\pi_1} = 5 \text{ k}\Omega, \quad g_{m1} = 40 \text{ m } \Omega^{-1}, \quad r_{\pi_2} = 10,3 \text{ k}\Omega, \quad g_{m2} = 19,4 \text{ m } \Omega^{-1}$, c) $\Delta V_o = 2,9 \text{ V}, \quad \Delta V_{cl} = 0,7 \text{ V}$, d) $\Delta V_i = 147 \text{ mV}$, e) $R_i = 9,5 \text{ k}\Omega, \quad R_o = 6 \text{ k}\Omega$

P7.22 a) T1: $V_{ceq1} = 3,7 \text{ V}, \quad I_{cq1} = 2,1 \text{ mA}$, b) T2: $V_{ceq2} = 2,44 \text{ V}, \quad I_{cq2} = 2,4 \text{ mA}$, c) T3: $V_{ceq3} = 7,9 \text{ V}, \quad I_{cq3} = 20,7 \text{ mA}$, b) $G = 7,8$

Capítol 8

P8.1 $I_D = 1 \text{ mA}$

P8.3 a) $I_d = 585 \mu\text{A}$, b) $I_d = 960 \mu\text{A}$, c) $I_d = 0 \text{ A}$

P8.4 $\gamma = 1,02 \text{ V}^{1/2}$

P8.7 $C_{ox} = 1,38 \text{ fF}$

P8.8	a)	V_{GS}	2 V	5 V	10 V
		R_{ds}	90 Ω	30 Ω	20 Ω

b1) $R_{eqmàx} = 147,4 \Omega$, $R_{eqmín} = 116,7 \Omega$, b2) $V_{dsmàx} = 0,1 \text{ V}$, c) $G(2 \text{ V})=7,78 \text{ V}$, $G(10 \text{ V})=9,57 \text{ V}$

P8.10 $R_D = 12,5 \text{ k}\Omega$

P8.11	$V_i = 0 \text{ V}$	$V_i = 3 \text{ V}$	$V_i = 6 \text{ V}$
a)	$V_o = 6 \text{ V}$	$V_o = 5,58 \text{ V}$	$V_o = 3 \text{ V}$
b)	$V_o = 6 \text{ V}$	$V_o = 0,77 \text{ V}$	$V_o = 0,26 \text{ V}$
c)	$V_o = 6 \text{ V}$	$V_o = 63 \text{ mV}$	$V_o = 25 \text{ mV}$

P8.13 SAT, $V_{GS} = 3 \text{ V}$, $R_L < 28 \text{ k}\Omega$

P8.14	V_x	0	0	V_{cc}	V_{cc}
	V_y	0	V_{cc}	0	V_{cc}
	V_o	V_{cc}	0	0	V_{cc}

P8.15 $V_{GS} = 7 \text{ V}$

P8.16 a) $R_{on} = 111 \Omega$, b) $W/L = 3679$

P8.17 a) SAT, b) $I_o = I_i = 0,5 \text{ mA}$, c) $R_L < 22,4 \text{ k}\Omega$, d) $I_o = 1 \text{ mA}$, e) $100 \text{ k}\Omega$

P8.20 a) $V_{GSQ} = 7,5 \text{ V}$, $I_{DSQ} = 0,42 \text{ mA}$, $V_{DSQ} = 10,8 \text{ V}$, b) $g_m = 1,3 \cdot 10^{-4} \Omega^{-1}$, $r_{ds} = 238 \text{ k}\Omega$, d) $R_i = 500 \text{ k}\Omega$, $R_o = 10 \text{ k}\Omega$, $A = -1,3$

Capítol 9

P9.1 $R < 200 \Omega$

P9.2 $V_{cc} > 5,2 \text{ V}$, $R_E = 6,7 \text{ k}\Omega$

P9.3 a) $P_{panell} = 42,4 \text{ W}$, b) $V_{oc \text{ panell}} = 21,6 \text{ V}$

P9.4 $f = 18,2 \text{ kHz}$

P9.5 a) $V_G \geq 6,7 \text{ V}$, b) $V_{cc} < 1 \text{ V}$

P9.6 $V_i \geq 5,75 \text{ V}$

P9.7 $C = 500 \text{ nF}$, Potenciòmetre de 1 MΩ

P9.8 a) $V_i \approx 11,3 \text{ V}$, b) D2 en inversa c) $\frac{di_L}{dt} = \frac{V_1 - V_o}{L}$, d) D2 condueix, e) $\frac{di_L}{dt} = -\frac{V_o}{L}$, f) $t_1 = \frac{V_o}{V_1} T$,

g) 1A, h) $L \geq 11,7 \text{ mH}$, i) $C_2 = 780 \text{ nF}$, $C_1 = 313 \mu\text{F}$

P9.9 $V_R < 46 \text{ V}$

P9.10 $G_v = -3,11$, $R_i = 10 \text{ M}\Omega$

P9.11 a) $G_v = -4,8$ si $V_G = 0 \text{ V}$, b) $G_v = -1,425$ si $V_G = -3 \text{ V}$

P9.12 a) $V_o = 83 \mu\text{V}$ si $V_{GS} = 0 \text{ V}$, b) $V_o \approx V_i$ si $V_{GS} = -3 \text{ V}$

Capítol 10

P10.1 a) $\rho = 0,0625 \Omega \cdot \text{cm}$, b) $\rho = 0,0139 \Omega \cdot \text{cm}$

P10.2 $n_i = 1,56 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$

$$\mathbf{P10.3} \text{ a) } \frac{n_i(T_2)}{n_i(T_1)} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{Eg}{2k} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right)}, \text{ b) } \frac{n_i(500)}{n_i(300)} = 10652, \text{ c) } \frac{\rho(500)}{\rho(300)} = \frac{1}{10652}$$

P10.4 a) Perquè en augmentar T disminueix R . b) $V_o(0) = -0,97 \text{ V}$, c) $V_o(150) = 2,22 \text{ V}$

$$\mathbf{P10.5} I = 8 \cdot 10^8 e^{-\left(\frac{x}{2 \cdot 10^{-4}}\right)^2}$$

P10.6 a) $V_{bi} = 0,57 \text{ V}$, b) $\omega_{no} = 0,69 \mu\text{m}$, $\omega_{po} = 0,34 \mu\text{m}$; $\omega_o = 1,035 \mu\text{m}$, d) $E_{max} = 11 \text{ kV/m}$

$$\mathbf{P10.7} \text{ b) } E_{max} = \frac{\alpha}{2\epsilon} \omega_{no}^2 \quad V_{bi} = \frac{2}{3} \frac{\alpha}{\epsilon} \omega_{no}^3$$

P10.8 $N_D = 4,12 \cdot 10^{17} \text{ cm}^{-3}$, $N_A = 4,12 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$

P10.9 $E_{omax} = 15.491 \text{ V/cm}$, $C_{jo} = 0,103 \text{ nF}$, $V_R = -280 \text{ V}$

P10.10 a) $C_{jo} = 0,217 \text{ pF}$, b) $C_j(-2V) = 0,108 \text{ pF}$, c) $C_j(-11V) = 0,052 \text{ pF}$

P10.11 a) $V_D = 0,689 \text{ V}$, $I_D = 9,31 \text{ mA}$, b) $r_d = 2,68 \Omega$, c) $C_D = 11,2 \text{ nF}$, d) $\tau_T = 30 \text{ ns}$

P10.12 β_F també es multiplica per 10.

$$\mathbf{P10.13} \text{ a) } C'_{ox} = 1,72 \cdot 10^{-15} \text{ F}/\mu\text{m}^2, \text{ b) } K_n = 103 \mu\text{A}/\text{V}^2, \text{ c) } K_p = K_n / 3, \text{ d) } \left(\frac{\omega}{L} \right)_p = 3 \left(\frac{\omega}{L} \right)_N$$

P10.14 $V_T = 1,161 \text{ V}$, $I_o = 423 \mu\text{A}$

Bibliografía

Circuitos y señales : Introducción a los circuitos lineales y de acoplamiento

Thomas R.E., Rosa A.J.

Reverté, 1992

Text excel·lent d'anàlisi de circuits. Abraça la temàtica dels cinc primers capítols d'aquest llibre amb profunditat i de forma pedagògica.

Microelectrónica

Millman J., Gravel A.

Hispano Europea, 1991

Els llibres escrits pel professor Millman constitueixen una referència obligada de l'ensenyament de l'electrònica en les darreres tres dècades. Presenta de forma asequible la major part de la temàtica presentada en els darrers cinc capitols.

Diseño digital. Una perspectiva VLSI-CMOS

Alcubilla R., Pons J., Bardés D.

Edicions UPC, 1995

Text que tracta de forma actualizada i completa les aplicacions digitals dels dispositius electrònics, i fa un èmfasi especial en els circuits basats en el transistor MOS.

Spice for circuits and electronics using Pspice

Rashid M. H.

Prentice Hall Inc., 1990

El lector pot trobar en aquest text una ampliació de la simulació de circuits electrònics per ordinador que s'ha introduït en aquest llibre.

Modular Series on Solid State Devices. Vol I, II, III, IV, V

Neudeck G.W., Pierret R.F., De.

Addison Wesley, 1988

Obra excel·lent dedicada a la temàtica presentada en el capítol 10 d'aquest llibre. Els autors han aconseguit una presentació molt asequible i pedagògica de la teoria de dispositius. Hi ha una traducció al castellà d'alguns volums de l'obra feta per l'editorial Addison-Wesley Iberoamericana.

Índex alfabetíc

A

acció de masses 380
 acceptor 376; 378; 383; 401; 412; 415; 417
 acoblament 70; 349; 366; 367
 acumulació 295; 300; 308; 310; 312; 319; 326; 332; 335; 402; 404; 414; 430
 adaptació 74; 91; 146; 350; 437
 agitació 381; 384; 408; 426
 ajustable 431; 434
 alta freqüència 261; 290; 308; 425; 433; 436; 439
 alta injecció 199
 amorf 371
 amper 17; 30
 amplificador diferencial 86; 263; 275; 290; 293; 297
 amplificador integrat 251
 amplificador inversor 83; 88; 99; 105; 251; 327
 amplificador no inversor 84; 100
 amplificador operacional 75; 81; 83; 90; 98; 273; 279
 amplificador sumador 86
 anàlisi gràfica 167; 193; 228; 304; 311; 321
 anàlisi numèrica 226; 228
 AND 235
 ànode 157; 160; 166; 174; 180; 184
 àrea activa 415
 armadura 392; 400; 430
 Auger 380
 autoinducció 131; 150

B

baixa freqüència 162; 166; 167; 172; 192; 194; 206; 210; 217; 258; 329
 bandes d'energia 348; 373; 426
 barrera de potencial 386; 388; 391
 bipolar 213; 221; 229; 234; 236; 238; 241; 244; 249; 256; 259; 261; 281; 285; 288; 291; 343; 350; 357; 366; 371; 394; 396; 398; 410; 414; 417; 419; 444; 452
 BJT 213; 290; 292., 444
 bobina 107; 131; 147; 149
 Boltzman 162; 375

buidatge 297; 308; 312; 320; 326; 332; 335; 404
 buit 343; 373; 377; 380; 385; 389; 392; 395; 399; 401; 404; 415; 417; 419

C

camp elèctric 13; 30; 107; 112; 373; 380; 386; 391; 395; 399; 430
 camp magnètic 131; 133; 137; 143; 435; 436
 canal 295; 307; 313; 317; 327; 332; 335; 340; 342; 361; 368; 399; 414; 420; 444
 capa antirreflex 346
 capa enterrada 410
 capacitat 107; 112; 114; 124; 128; 131; 150
 capacitat de difusió 190; 393; 419
 capacitat de transició 190; 392
 càrrega activa 251; 310
 càrrega emmagatzemada 107; 112; 151
 càrrega de buidatge 311; 339
 càrrega elèctrica 13; 15; 17; 31
 càrrega inicial 109; 111; 120; 123; 141
 càrrega saturada 309, 311
 càrregues mòbils 371; 373; 379
 cascada 263
 càtode 157; 160; 166; 174; 180
 cèl-lula solar 343; 345
 circuit actiu 80
 circuit de polarització 246; 326, 339
 circuit equivalent 46; 49; 55; 64; 71; 80; 83; 97; 101; 105; 145; 152; 159; 165; 171; 194; 196; 218; 233; 244; 254; 258; 266; 300, 330, 341
 circuit incremental 192; 206; 244; 247; 250; 254; 266; 278; 292; 329, 331
 circuit obert 31; 108; 118; 125; 144; 154
 CMOS 310; 319; 327; 331; 337; 341
 CMRR 277; 293
 codi 422; 425; 431
 coherència 344
 col·lector obert 237
 comparador 91; 100; 105
 compartiment de càrrega 111
 compensació 379; 428

component 19; 28; 368; 401; 416; 421; 427; 429; 434; 436; 438; 441; 448; 452
 concentració 375; 383; 395; 409; 415; 417; 418
 condensador d'acoblamet 245; 272
 condensador pla 107; 112
 conductància 36; 417
 conductivitat 382; 424; 435
 connexió 183; 210; 344; 410; 421; 445
 conformador 188; 206
 commutació 190; 203; 210; 230; 232; 276; 287; 314, 316, 323, 335, 336
 constant de difusió 419
 constant de temps 24; 118; 122; 125; 136; 138; 153
 control de fase 354; 357
 conversió 172; 174; 178
 corrent de fuita 431
 corrent de manteniment 352; 367
 corrent invers de saturació 162; 197; 287; 345; 366; 390; 394
 curtcircuit virtual 82; 85; 100; 104
 Coulomb 13; 17; 31; 376
 coulomb 13; 16; 30; 107; 122
 covalent 372; 376; 381; 392; 417
 cristal·lí 371; 376; 404; 406; 408; 427; 438
 corba de càrrega 252; 310,
 CVD 406
 Czochralski 404

D

dau 409; 410; 416
 Darlington 271; 290; 350
 decibel 277
 desmodulador 178
 densitat 372; 382; 386; 417; 419
 deposició de capes 405; 415
 desacoblamet 245; 247; 289; 292; 331
 desactivació 137
 descàrrega 109; 111; 113; 115; 117; 120; 124; 129; 141; 150; 152; 174; 179; 183
 detector 178; 209
 diac 356
 diagrama de radiació 344; 348
 dielectric 406; 430
 diferència de potencial 15; 20; 28; 33; 382; 387; 418
 difusió 381; 384; 386; 395; 399; 408; 412; 415; 417
 digital 230; 234; 235; 237; 308, 317, 337
 díode 157; 421; 444; 452
 disparament 353
 dissipador 282
 distorsió 242; 249; 265; 294; 47
 doble ona 173; 208

donador 376; 379; 384; 387; 404; 412; 415; 417
 dopatge 371; 379; 383; 385; 388; 392; 397; 401; 404; 406; 409; 411; 415; 417; 419
 drenador 295; 307; 310; 317; 322; 327; 329; 332; 337; 341; 361; 364; 399; 401; 415; 444
 DTL 235

E

Early 223; 253; 256; 277; 283; 290; 292
 Ebers-Moll 398; 417
 ECL 273; 276; 279; 290
 equació del díode 162; 164; 167; 189; 195; 395
 equació diferencial 116; 119; 125; 129; 136
 efecte de camp 295; 343; 361; 394; 399
 eficiència 346; 367; 397
 electrolític 430
 electrò lliure 373; 376; 380
 electrònica de potència 343; 350; 358; 431; 433
 element de circuit 20; 35; 427
 elevador 146
 encapsulació 348; 409; 414; 416
 enriquit (vegeu acumulació)
 envelopant 178; 180; 209
 epitàxi 406; 412
 esglào 22; 32
 especificacions 421; 429; 431; 438; 442; 452; 453
 espectre 343; 380
 estabilitat 422; 424; 431
 estabilitzador 176; 206; 209
 estrangulació 307; 362; 368; 401
 etapa 237; 263; 279; 281; 290; 293
 Euler 28
 exponencial 22; 24; 116; 122; 127; 138; 140; 155; 174; 175; 179; 183; 189; 190; 206

F

factor de forma 346
 factor d'idealitat 162; 199; 284; 334
 factor de multiplicació 345
 factor de transport 397; 419
 fase 25; 30; 33; 344; 354; 357; 367; 377; 405; 411; 415; 449
 fiabilitat 421; 425; 431
 fitxer 96; 98; 148; 204; 286; 335; 439; 445
 fixador de nivell 182; 209
 filtre 174; 179; 209
 flux magnètic 133; 145; 155; 435
 forma d'ona 22; 24; 26
 fotodíode 343; 348; 366

fotolitografia 406; 408; 412; 415
 fototransistor 343; 347; 366
 fotovoltaic 346; 367
 Foucault 435; 438
 freqüència de transició 262; 290
 font d'alimentació 172; 175; 178; 206

G

Gauss 387
 generació 347; 379; 391; 419
 germani 375; 394
 gravat 406; 415; 417; 421
 GTO 357; 358; 366
 guany 215; 219; 238; 241; 243; 245; 247; 251; 253;
 256; 264; 267; 275; 327; 330; 338; 342; 350; 364; 368;
 446

H

henri 131
 híbrid 256; 258; 293
 hipèrbola 282; 290; 435; 438

I

IGBT 350; 357
 impacte 380; 391
 impedància 130; 140
 implantació 409; 412; 415
 impureses 371; 376; 381; 383; 400; 408; 412; 417; 428
 inducció mútua 144
 inductor 131; 144; 150; 423; 434
 infraroig 343; 345; 380
 integració 295; 421
 interacció 343; 447
 interruptor 20; 111; 115; 120; 122; 129; 135; 137; 152
 intrínsec 345; 373; 375; 377; 380; 383; 417
 inversió feble 332
 inversor 231; 238; 273; 290; 292; 309; 320; 326; 335;
 339; 342
 injecció 389; 398; 417
 ionització 377; 380; 385; 391; 392; 401; 409; 415; 468
 illa 410

J

JFET 343; 359; 361; 444
 Joule 36; 435

L

Laplace 141
 làser 343
 LED 343; 348; 366; 380
 limitacions 256; 282
 lineal 59; 70; 115; 117; 139; 141; 157; 162; 165; 170;
 185; 188; 202; 205; 244; 275; 299; 304; 308; 337; 348;
 360; 403; 423; 429; 442; 446
 llindar 163; 299, 332; 401
 logarítmica 163; 188; 202
 lògica 323, 337
 longitud d'ona 343; 348; 380; 417

M

majoritaris 377; 383; 385; 389
 malla 28; 33; 42; 54; 56
 marges dinàmics 240; 248; 254; 265; 290; 292; 326,
 330, 337, 342
 màscara 406; 412; 415
 materials magnètics 438
 metal-lització 412; 414; 416
 minoritaris 377; 383; 385; 390; 393
 mitja ona 158; 173; 179; 206; 209
 mobilitat 382; 385; 403; 417
 model d'enllaços 373
 model exponencial 162; 164; 167; 170; 172; 194; 197;
 199; 200; 207
 model per trams lineals 166; 172
 mode comú 277; 279; 293
 mode diferencial 279
 modulació 178; 209; 303, 327, 338
 monocristall 371; 376; 385; 404; 410; 412
 MOS 295; 306; 328; 343; 350; 357; 358; 362; 365;
 371; 399; 406; 414; 420; 444; 452
 multiemisor 236
 muntatge 414; 416; 423; 427

N

NAND 324
 neutralitat 387
 nivell 237; 275; 280; 284; 288; 308; 312; 317; 323;
 326; 335; 339
 nominal 367; 422; 428; 431
 NOR 234; 275; 281; 324, 326
 Norton 64
 NOT 231; 340
 NTC 418; 427

nucli 372; 376; 434; 447
nusos 39; 41; 44; 49; 52; 54; 56

punt de treball 168; 192; 194; 196; 206; 226; 239; 249;
253; 260; 263; 272; 290; 303; 319; 321; 329; 339; 342
PVD 405

O

obertura de contactes 415
oblia 405; 412; 414; 415; 417
Ohm 36; 39; 43
òhmica 300; 305; 307; 309; 312; 321; 326; 330; 338;
350; 362
òptica 345; 379; 417
optoacoblament 348
optoelectrònica 343; 371
oxidació 406; 415
òxid prim 415
òxid gruixut 415

P

panell 346; 367
paràmetres h 259; 290; 293
pentavalent 376; 378; 412; 417
pèrdues 346; 396; 431; 435
permanent 118; 122; 125; 127; 136; 138; 140; 148;
152
permitivitat 13; 107; 112; 393; 430
petit senyal 192; 194; 206; 210; 243; 249; 254; 258;
264; 266; 272; 279; 288; 290; 292; 328; 341
Poisson 387
polarització 160; 162; 166; 169; 185; 190; 194; 199;
201; 203; 215; 228; 238; 243; 247; 250; 253; 256; 282;
284; 288; 290; 293; 327; 328; 342
policristal-lí 404; 415
polisilici 415
portador 373; 377; 380; 383; 389; 399; 417
potenciòmetre 55; 423; 427
primari 145; 151; 155
príncipi de funcionament 176; 187
processador 441; 449
procés 343; 353; 358; 378; 387; 392; 401; 404; 408;
412; 415; 417; 420; 422; 447
protecció 189; 210
PSPICE 96; 199; 203; 286; 333; 439; 447
PTC 427
pont 173
porta 231; 234; 273; 275; 279; 290; 295; 300; 301;
303; 305; 307; 314; 316; 325; 332; 335; 341
polz 22
punt de repòs 246; 248; 251; 327, 342

Q

quantum 373; 375; 377; 379

R

radiació 343; 367; 380; 406; 417
radiactiva 380
rampa 22; 32
reciprocitat 398
recuit 409
recta de càrrega 167; 170; 194; 226; 240; 249; 253;
290; 292; 302; 305; 311; 330
rectificador de precisió 184; 208
redistribució 408; 412
reductor 146
referència 275; 280; 303
règim dinàmic 190; 213; 229; 306
regió activa 219; 227; 240; 241; 245; 249; 256; 266;
276; 285; 349; 352; 358; 396
regió de tall 221; 228; 231; 237; 242
regió de saturació 222; 224; 226; 230; 234; 238; 242;
276; 300; 311; 318; 321; 326; 328; 330; 337; 353; 358;
362; 402
regió inversa 173; 222; 236
regulador 209
relació de rebuig 277; 279
rendiment 346; 437
reòstat 423; 427
resina 406
resistència d'entrada 254; 265; 268; 279; 292; 342
resistència de sortida 254; 266; 268; 273; 293; 331,
342
resistència dinàmica 194; 196; 206; 245
resistència tèrmica 197; 211; 293; 422; 424
resistència variable 48; 354
resistivitat 383; 403; 410; 418; 423; 432; 438
resistor 423; 431; 438
resposta en freqüència 288; 348; 445
resposta espectral 345; 348
resposta forçada 127
resposta natural 127; 129
retallador 180; 184
retard de propagació 231; 233; 238; 276; 290; 292;
335, 336; 337, 339, 341
revelatge 407

RTL 234

S

SCR 351; 366; 443
 Schmitt 93
 Schottky 238
 secundari 145; 151; 155
 senyal comú 276
 Shockley 354; 357; 367; 394
 siemens 36
 sílice 404
 silici 160; 162; 197; 211; 343; 346; 351; 371; 375; 378; 380; 383; 388; 391; 394; 401; 404; 412; 414; 417; 429; 438
 sinusoide 22; 25
 solapament 307
 sortidor 295; 302; 305; 307; 317; 328; 333; 337; 341; 361; 364; 368; 399; 401; 415; 444
 SPICE (ver PSPICE)
 subcircuit 96; 98; 444
 superposició 59; 63; 70; 72; 78; 80; 87; 141; 157; 192; 244

T

tensió de ruptura 160; 169; 177; 197; 206; 282; 350; 355; 367; 392; 419; 423; 426
 tensió màxima 115; 150; 422; 426; 431
 tensió tèrmica 162; 192; 197; 206; 215; 295, 333; 385; 394
 tensió llindar 163; 174; 184; 186; 197; 206; 238; 295; 297; 299; 303; 309; 314; 333; 335; 338; 344; 349; 366; 401; 404
 termistor 37; 419; 421; 427
 Thévenin 64; 68; 70; 78; 97; 100
 temps de trànsit 190; 229; 262; 290; 394; 419
 temps de vida 380; 395
 tiristor 350; 356; 358
 tolerància 422; 424; 428; 431
 totem pole 237
 transconductància 298, 332
 transferència 68; 70; 74; 229; 263; 275; 281; 295; 297; 301; 305; 311; 321; 327; 331, 339, 342; 348; 362; 367; 379; 381; 408; 445
 transformador 107; 143; 151; 154
 transistor de càrrega 253; 314
 transistor d'efecte de camp 361; 399
 transistor de pas 317; 341
 transistors acoblats 273

transitori 117; 128; 147; 190; 203; 210; 230; 233; 287; 314, 316, 323
 transmissió 318
 tres estats 237
 triac 356; 367
 trimmer 423; 431
 trivalent 376; 378; 385; 417; 438
 TTL 234; 238; 290

U

ultraviolat 343; 345; 380; 406
 unió 159; 206; 211; 213; 221; 228; 235; 240; 242; 251; 257; 282; 343; 346; 352; 361; 371; 385; 402; 410; 417

V

valència 37; 53; 372; 392
 valor mig 26
 varicap 196
 varistor 37; 421; 426; 429; 430
 VDR 429
 volt 16; 18; 30

W

watt 18; 30

Z

zener 165; 169; 176; 181; 189; 206; 208; 380; 391
 zona flotant 404