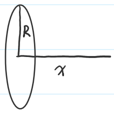
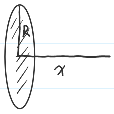
静电场

电场

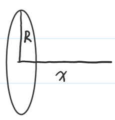
- 高斯定律: $\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_i$
- 常见模型
  - 点电荷: $\vec{E_p} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{r^2}\cdot\hat{r}$
  - 带电圆环: 

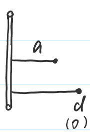
    $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qx}{(R^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}$
  - 无限长带电直线: 

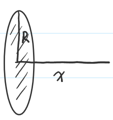
    $E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}$
  - 带电圆盘: 

    $E = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 R^2}\left[1-\frac{x}{\sqrt{R^2+x^2}}\right]$
  - 带电球面: $E = \begin{cases} 0 & r<R \\ \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & r>R \end{cases}$
  - 带电球体: $E = \begin{cases} \frac{Qr}{4\pi\varepsilon_0 R^3} & r<R \\ \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & r>R \end{cases}$
  - 无限大带电平面: $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$
- 环路定理: 保守性

电势

- 电势能:
  $A_{ab} = \int_a^b q\vec{E}\,d\vec{l} = W_a - W_b$
  $W_a = \int_a^{零点} q\vec{E}\,d\vec{l}$
- 电势: $U = \int_a^{零点} \vec{E}\,d\vec{l}$
- 电势差: $U_a - U_b = \int_a^b \vec{E}\,d\vec{l}$
- 常见模型
  - 点电荷 $\begin{cases} \oplus: & U_p = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r_p}\cdot\hat{r} \\ \ominus: & U_p = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r_p}\hat{r} \end{cases}$
  - 带电圆环: 

    $U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\sqrt{R^2+x^2}}$
  - 无限长带电直线: 

    $U = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{d}{a}$
  - 带电圆盘: 

    $U = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 R^2}\left[\sqrt{R^2+x^2} - x\right]$
  - 带电球面: $U = \begin{cases} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} & r<R \\ Q\ldots & r>R \end{cases}$

带电球面： $U=\begin{cases}\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} & r<R\\ \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} & r>R\end{cases}$

带电球体： $U=\begin{cases}\dfrac{Q}{8\pi\varepsilon_0 R}\left(3-\dfrac{r^2}{R^2}\right) & r<R\\ \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} & r>R\end{cases}$

无限大带电平面： 取S为0 ： $U=\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}(s-x)$

场强与电势的关系： $\vec{E}=-\mathrm{grad}\,U$

导体和电介质

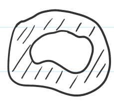
金属导体

静电平衡

- $E_内=0$
- 电荷分布在外表面
- 表面 $E=\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$

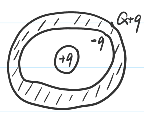
空腔导体

第一类



- 电荷只分布于外表面
- $E_内=0$，内部和导体内部等电势 ⇒ 外部场不影响内部场
- 可以屏蔽外电场

第二类



- 内表面有感应电荷
- 导体内部场强为0，等电势 ⇒ 接地后，内部场不影响外部场
- 外表面电荷分布与内部无关

电容／电容器

孤立导体的电容： $C=\dfrac{q}{U}$

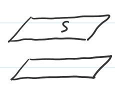
例：半径为R的球： $C=4\pi\varepsilon_0 R$

电容器的电容：

- Step 1： 假设带电 $+q$ $-q$
- Step 2： 求场强
- Step 3： 求电势差
- Step 4： $C=\dfrac{q}{U_A-U_B}$ $\qquad C=\varepsilon_r C_0$

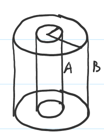
常见模型：

平行板电容器



$C=\dfrac{\varepsilon_0\varepsilon_r d}{S}$

圆柱形电容器：



$C=\dfrac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln\frac{R_B}{R_A}}$

球形电容器 $C=4\pi\varepsilon_0\left(\dfrac{R_A R_B}{R_B-R_A}\right)$ $\quad(R_A<R_B)$

电极化强度矢量 $\vec{P}=\dfrac{\sum\vec{p}_i}{\Delta V}=\varepsilon_0\chi_e\vec{E}$ 单位：C/m^2

χ_e：电极化率 $\quad \vec{E}$：合场强 $=\vec{E}_0+\vec{E}'$

$\oint\!\!\oint_S \vec{P}\cdot d\vec{s}=-\sum_{S内} q'_{极化}$

$$\oiint_S \vec{P} \cdot d\vec{S} = -\sum_{S内} q'_{极化}$$

极化电荷面密度 $\sigma'_{极化} = P\cos\theta = P_n$

电介质

电介质中的电场强度：$\vec{E} = \vec{E_0} + \vec{E'}$ $E = \frac{E_0}{\varepsilon_r}$ $\varepsilon_r = 1 + \chi_e$

相对介电常数

有介质的电容：$E = \frac{1}{\varepsilon_r} E_0$ $C = \varepsilon_r C_0$

电位移矢量：$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$

$$\oiint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum q_{自由}$$

$\vec{P}$ $\vec{D}$ $\vec{E}$ 关系 $\vec{D} \xrightarrow{\vec{D} = \varepsilon \vec{E}} \vec{E} \xrightarrow{\vec{P} = \varepsilon_0 \chi_e \vec{E}} \vec{P} \xrightarrow{\sigma' = P_n} \sigma'$

$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$

介电常量

极化电荷面密度

静电场的能量

点电荷系统 $W = \frac{1}{2} \sum q_i U_i$

电荷连续分布的带电体：$W = \frac{1}{2} \int U dq$

电容器：$W = \frac{1}{2} C U^2$

电场：能量密度 $w_e = \frac{1}{2} DE$

$$W = \int w_e dV = \int \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r E^2}{2} dV$$