



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени
Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «ИНФОРМАТИКА И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ»

КАФЕДРА «ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ЭВМ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ
ТЕХНОЛОГИИ» (ИУ7)

НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ 09.03.04 ПРОГРАММНАЯ ИНЖЕНЕРИЯ

ОТЧЕТ по лабораторной работе № 2

Название: Марковские процессы

Дисциплина: Моделирование

Студент

ИУ7-71Б
(Группа)

(Подпись, дата)

В.С.Плотников
(И.О.Фамилия)

Преподаватель

(Подпись, дата)

И.В.Рудаков
(И.О.Фамилия)

Москва, 2021

1. Задание лабораторной работы

Задача данной лабораторной работы для сложной системы S , имеющей не более 10 состояний, определить время нахождения системы в предельных состояниях, то есть при установившемся режиме работы.

2. Марковский процесс

Марковский процесс – случайный процесс, обладающий следующим свойством: для каждого момента времени t_0 вероятность любого состояния системы в будущем при $t > t_0$ зависит только от состояния системы в настоящем $t = t_0$ и не зависит от того, как процесс развивался в прошлом.

Для Марковского процесса используются уравнения Колмогорова:

$$F = (P'(t), P(t), \lambda) = 0 \quad (2.1)$$

где $P(t)$ – вероятность, λ – набор коэффициентов.

Вероятностью i -ого состояния называется вероятность $P_i(t)$ того, что в момент времени t система будет находиться в состоянии S_i . Для любого момента t сумма вероятностей всех состояний равна единице.

Для нахождения предельных вероятностей системы S_n следующего вида:

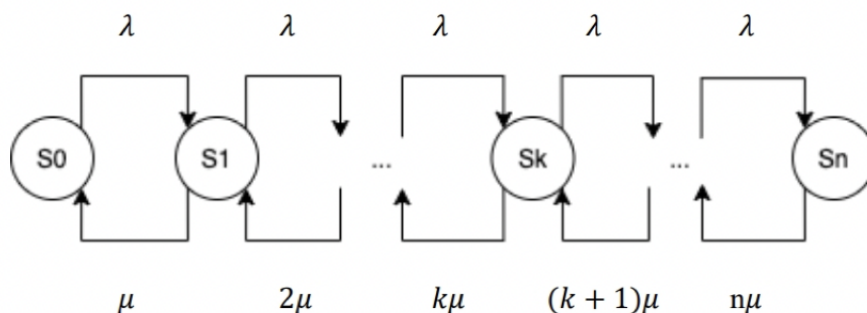


Рис. 2.1: Граф состояний

Используется система уравнений:

$$\begin{cases} p'_0 = -p_0\lambda + p_1\mu \\ p'_1 = -p_1\lambda - p_1\mu + p_0\lambda + p_22\mu \\ \dots \\ p'_k = -p_k\lambda - p_kk\mu + p_{k-1}\lambda - p_{k+1}(k+1)\mu' \\ \dots \\ p'_n = p_{n-1}\lambda - p_nn\mu \end{cases}$$

Рис. 2.2: Система уравнения Колмогорова

где каждое уравнение составляется по следующему принципу: в левой части каждого уравнения стоит производная вероятности состояния, а правая содержит столько членов, сколько стрелок связано с данным состоянием. Если стрелка направлена “из” состояния, соответствующий член имеет знак “–”, если “в” состояние, то знак “+”. Каждый член равен

произведению плотности вероятности перехода (интенсивности), соответствующий данной стрелке, и вероятности того состояния, из которого выходит стрелка.

3. Результаты работы

На рисунках 3.1 и 3.2 показаны примеры для систем, состоящих из 5 и 10 состояний.

Ввод данных

Размер матрицы: 5

Заполнить Обнулить

Вычислить

Матрица

0.0	0.08	0.5356	0.2912	0.0612
0.0221	0.0	0.2695	0.4611	0.3444
0.3454	0.4977	0.0	0.9475	0.3702
0.3258	0.3435	0.2782	0.0	0.7348
0.9325	0.8101	0.4808	0.4708	0.0

Результат

Состояние	Предельная вероятность	Время
STATE 0	0.2526	0.771
STATE 1	0.2473	2.579
STATE 2	0.1499	1.226
STATE 3	0.2297	2.668
STATE 4	0.1206	1.848

Рис. 3.1: Система из 5 состояний

Ввод данных

Размер матрицы: 10

Заполнить Обнулить

Вычислить

Матрица

0.0	0.3627	0.0322	0.7798	0.6864	0.2755	0.2467	0.9752	0.534	0.9708
0.1541	0.0	0.1418	0.3651	0.6406	0.5869	0.2848	0.9327	0.2566	0.1732
0.1068	0.1404	0.0	0.4232	0.4923	0.4339	0.9775	0.3411	0.449	0.0484
0.3493	0.2087	0.3257	0.0	0.0159	0.2999	0.0071	0.1055	0.1162	0.5567
0.877	0.8932	0.8968	0.4868	0.0	0.0615	0.658	0.7904	0.2767	0.1028
0.8475	0.3071	0.6446	0.5291	0.9667	0.0	0.5136	0.0774	0.4126	0.9561
0.1782	0.3852	0.0658	0.7699	0.6137	0.0431	0.0	0.5498	0.518	0.6023
0.5079	0.2903	0.3453	0.9082	0.8238	0.7823	0.4536	0.0	0.739	0.5685
0.4234	0.8503	0.7502	0.7932	0.2796	0.7266	0.6993	0.7414	0.0	0.0962
0.1388	0.3988	0.299	0.188	0.9971	0.1326	0.6725	0.5752	0.4494	0.0

Результат

Состояние	Предельная вероятность	Время
STATE 0	0.0702	1.028
STATE 1	0.0989	0.59
STATE 2	0.0963	1.04
STATE 3	0.2209	2.279
STATE 4	0.0946	0.164
STATE 5	0.0615	1.085
STATE 6	0.1043	0.32
STATE 7	0.0851	0.329
STATE 8	0.0647	0.342
STATE 9	0.1036	1.403

Рис. 3.2: Система из 10 состояний