

Fisica **per LT Informatica** **Università di Ferrara**

Lucia Del Bianco

*Dip.to di Fisica e Scienze della
Terra*



Forze di attrito

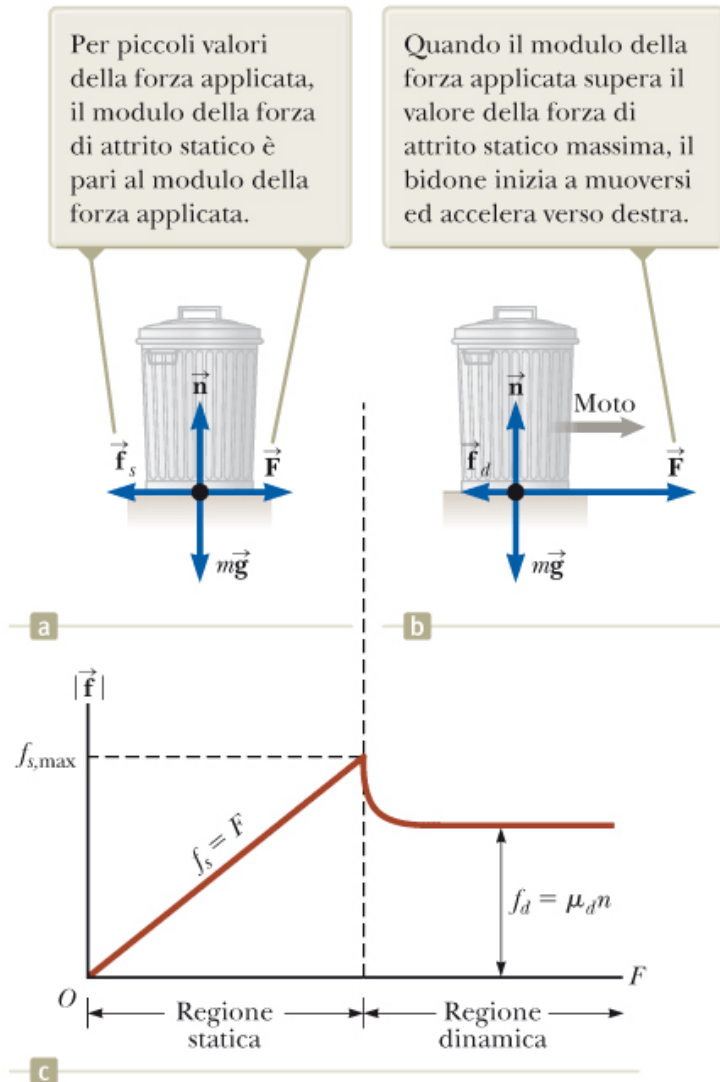


Figura 5.1 (a) e (b) Quando si trascina un bidone della spazzatura, la direzione della forza di attrito \vec{f} tra il bidone e la superficie scabra è opposta alla direzione della forza applicata \vec{F} . (c) Grafico delle forze di attrito in funzione della forza applicata. Si noti che $f_{s,max} > f_d$.

f_s = forza di attrito statico

$$F = f_s \text{ moduli}$$

f_d = forza di attrito dinamico

$F - f_d$ Forza netta nella direzione x produce accelerazione verso destra

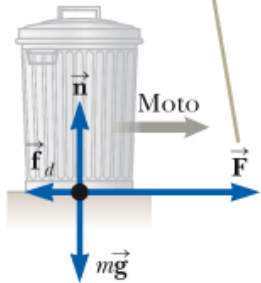
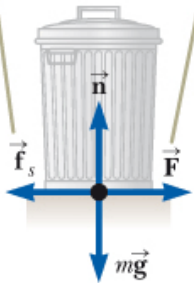
$F = f_d$ Accelerazione nulla \Rightarrow moto con velocità costante

Forze di attrito

Modello semplificato

Per piccoli valori della forza applicata, il modulo della forza di attrito statico è pari al modulo della forza applicata.

Quando il modulo della forza applicata supera il valore della forza di attrito statico massima, il bidone inizia a muoversi ed accelera verso destra.



$$f_s \leq \mu_s n$$

μ_s = coefficiente di attrito statico
 n = modulo della forza normale

$$f_s = f_{s,\max} = \mu_s n$$

Condizione di moto imminente

$$f_d = \mu_d n$$

μ_d = coefficiente di attrito dinamico
 n = modulo della forza normale

$$\mu_d < \mu_s$$

Il verso della forza di attrito è opposto a quello del moto o a quello del moto imminente del corpo relativamente alla superficie con la quale è in contatto.

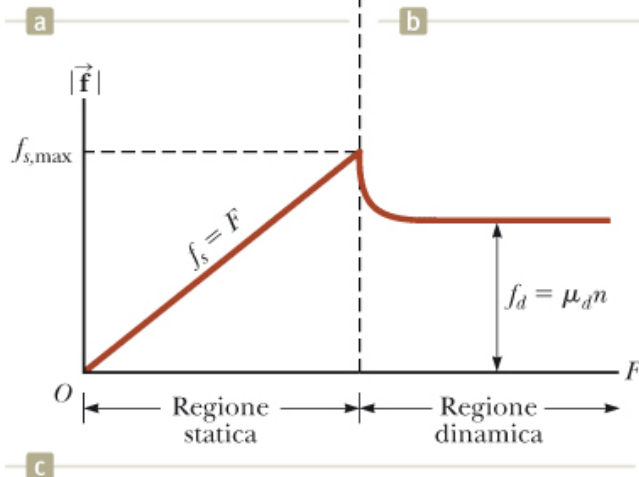


Figura 5.1 (a) e (b) Quando si trascina un bidone della spazzatura, la direzione della forza di attrito \vec{f} tra il bidone e la superficie scabra è opposta alla direzione della forza applicata \vec{F} . (c) Grafico delle forze di attrito in funzione della forza applicata. Si noti che $f_{s,\max} > f_d$.

TABELLA 5.1 | Coefficienti di attrito

	μ_s	μ_d
Gomma su cemento	1.0	0.8
Acciaio su acciaio	0.74	0.57
Alluminio su acciaio	0.61	0.47
Vetro su vetro	0.94	0.4
Rame su acciaio	0.53	0.36
Legno su legno	0.25-0.5	0.2
Legno cerato su neve bagnata	0.14	0.1
Metallo su metallo (lubrificato)	0.15	0.06
Legno cerato su neve secca	—	0.04
Teflon su teflon	0.04	0.04
Ghiaccio su ghiaccio	0.1	0.03
Giunti sinoviali negli uomini	0.01	0.003

Nota: tutti i valori sono approssimati. In alcuni casi il coefficiente di attrito può essere maggiore di 1.0.

$$\mu_d < \mu_s$$

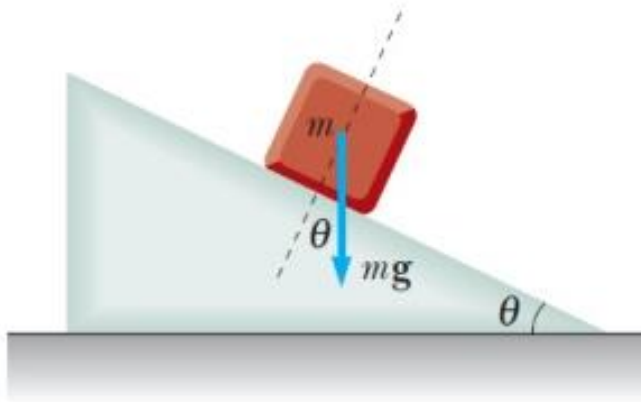
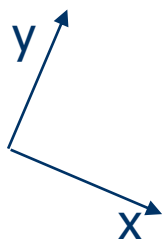
Forza di attrito dipendente dalla velocità

- Quando un corpo si muove in un fluido (ad es. un sasso nell'aria o in un liquido) quest'ultimo esercita una forza di attrito
- La caratteristica di opporsi al moto di un fluido è detto resistenza viscosa
- La forza di attrito agente su un corpo che si muove in un mezzo viscoso è proporzionale alla velocità

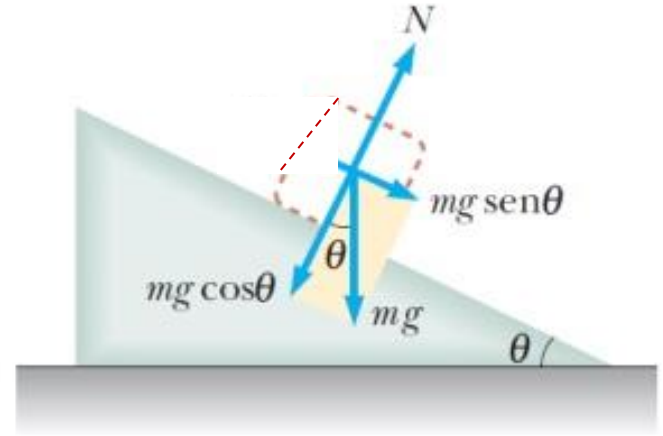
$$\vec{R} = -b\vec{v}$$

- Il segno – indica che la forza di attrito è opposta alla velocità, la costante b dipende dalle proprietà del mezzo e dalla forma del corpo

Piano inclinato



(a)



(b)

Agisce solo la forza peso

$$\vec{P} + \vec{N} = m\vec{a}$$

$$-mg \cos \theta + N = 0$$

1) lungo y

$$mg \sin \theta = ma$$

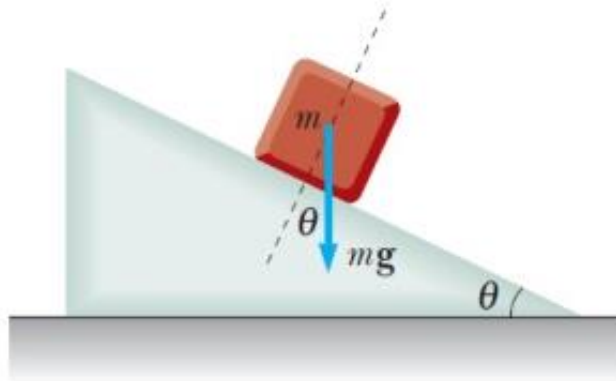
2) lungo x

**Moto uniformemente
accelerato**

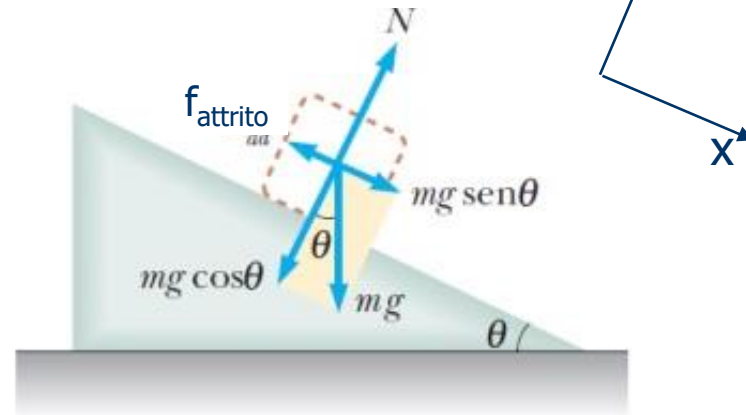
$$N = mg \cos \theta$$

$$a = g \sin \theta < g$$

Piano inclinato con attrito



(a)



(b)

Il moto NON può avvenire se:

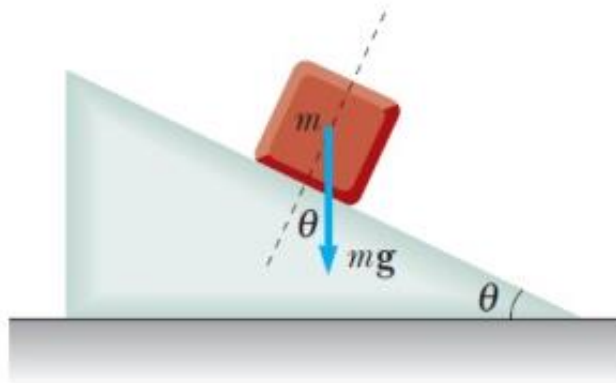
$$mg \sin \theta \leq f_{s, \max} = \mu_s N = \mu_s mg \cos \theta \quad \text{lungo } x$$

$$\frac{mg \sin \theta}{mg \cos \theta} \leq \mu_s$$

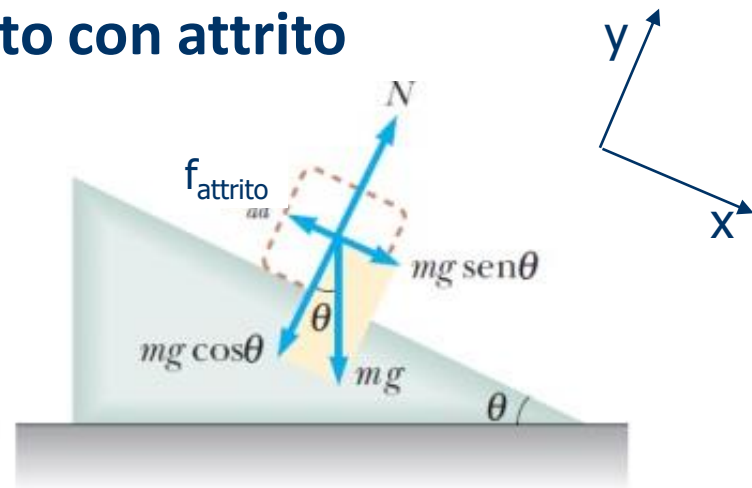
$$\tan \theta \leq \mu_s$$

Condizione per equilibrio statico

Piano inclinato con attrito



(a)



(b)

Se il corpo è in moto:

$$N = mg \cos \theta$$

1) lungo y

$$mg \sin \theta - \mu_d N = ma$$

2) lungo x

$$a = g \sin \theta - \mu_d g \cos \theta$$

$$a = (\sin \theta - \mu_d \cos \theta) g$$

Se il corpo parte da fermo, deve essere

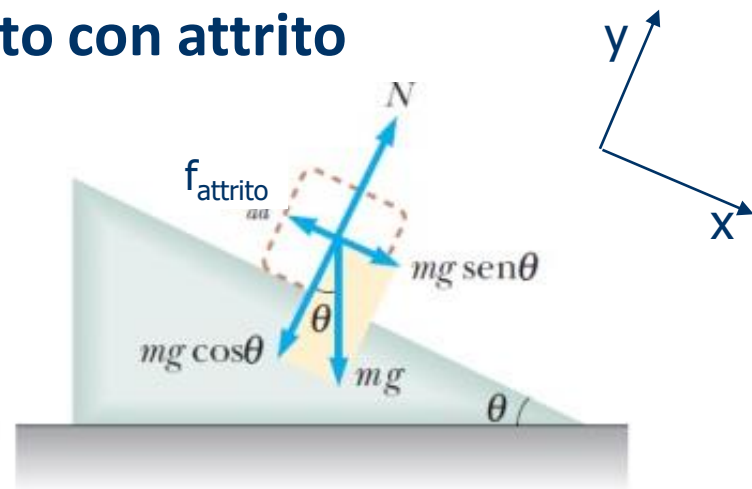
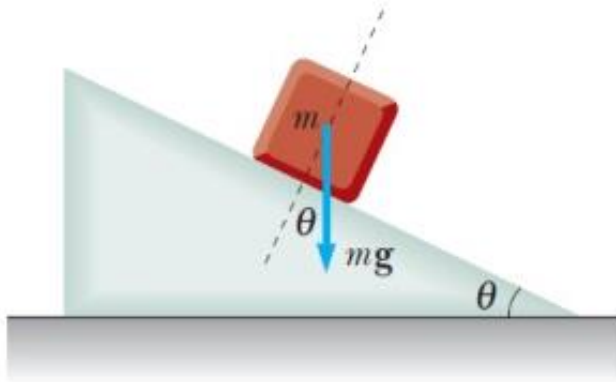
$$\tan \theta > \mu_d$$

In particolare, se

$$\tan \theta = \mu_d \Rightarrow a = 0$$

Il moto è uniforme

Piano inclinato con attrito



(b)

Riassumendo

Il corpo resta fermo per

$$0 < \theta < \theta_s$$

tale che

$$\tan \theta_s = \mu_s$$

Il corpo scende sul piano per

$$\theta > \theta_s$$

Una volta che ha cominciato a scendere

$$\mu_d < \mu_s$$

Allora si può avere moto anche per

$$\theta_d < \theta < \theta_s$$

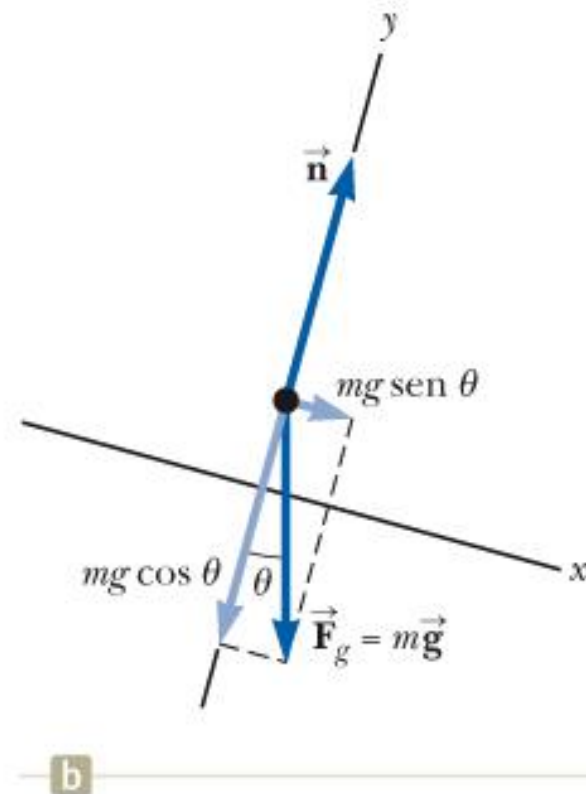
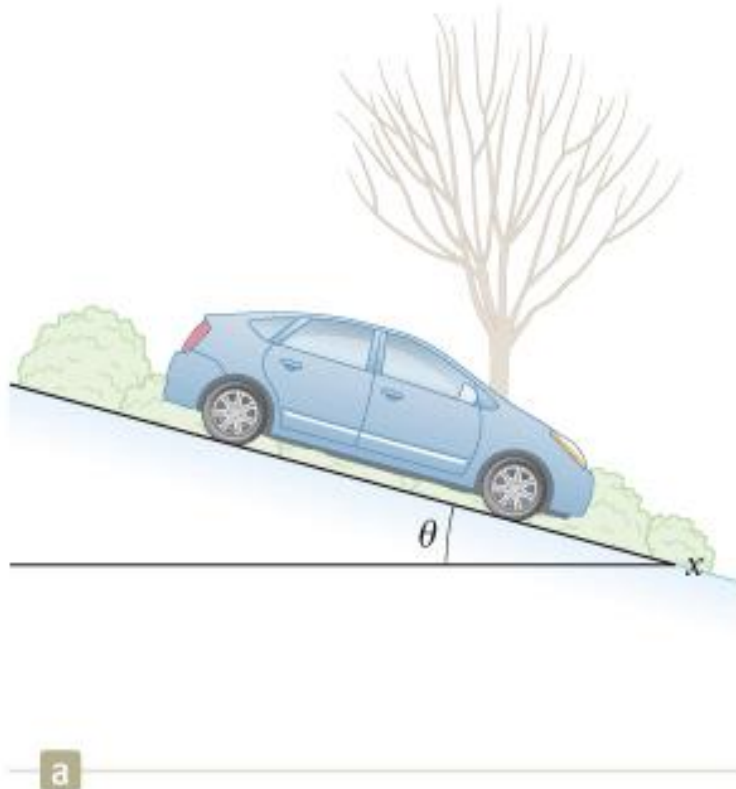
tale che

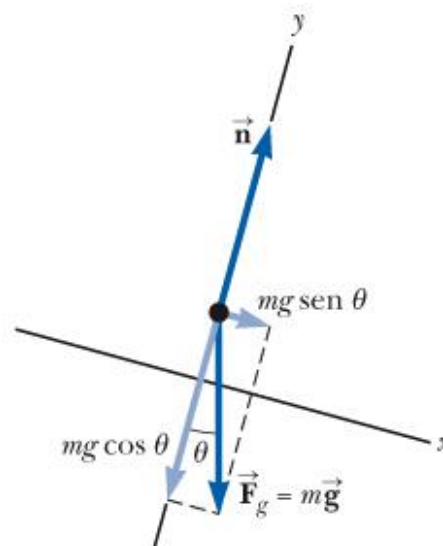
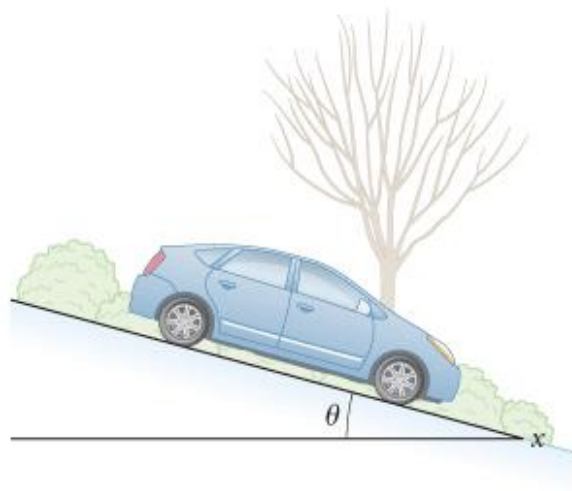
$$\tan \theta_d = \mu_d$$

ESERCIZIO

Un'auto di massa m si trova lungo una discesa ghiacciata che forma un angolo θ , come in Figura 4.11a.

(A) Determinare l'accelerazione della macchina, assumendo che il pendio sia privo di attrito.





$$(1) \sum F_x = mg \sin \theta = ma_x$$

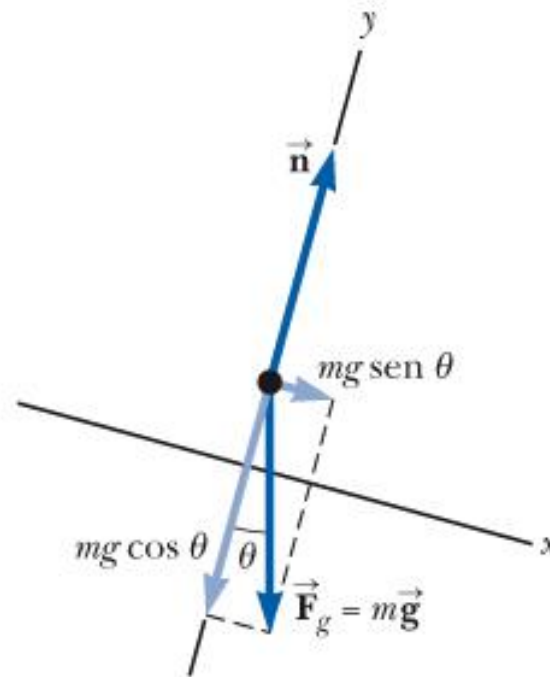
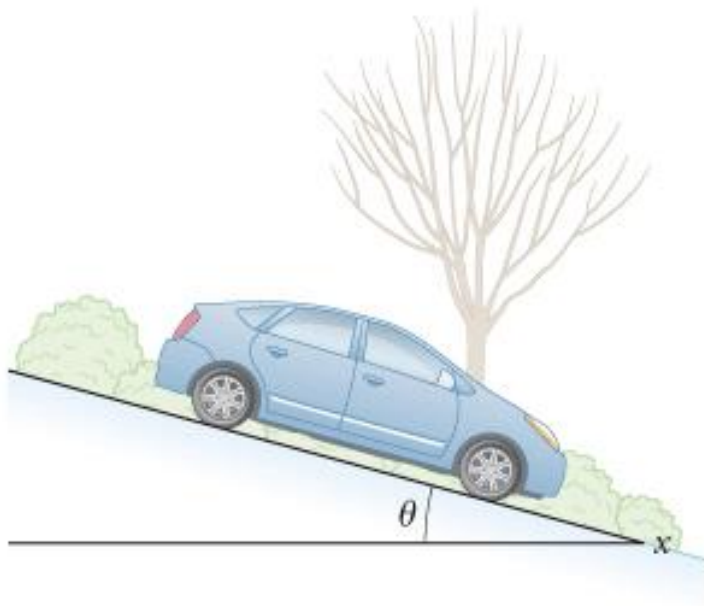
$$(2) \sum F_y = n - mg \cos \theta = 0$$

Risolvendo l'Equazione (1) rispetto a a_x :

$$(3) a_x = g \sin \theta$$

(B) Supponiamo che la macchina sia lasciata andare da ferma alla sommità del pendio, e la distanza tra il paraurti anteriore della macchina ed il fondo del pendio sia d .

Quanto tempo impiegherà la parte anteriore della macchina per raggiungere il fondo, e quale sarà la sua velocità proprio quando arriva in questo punto?

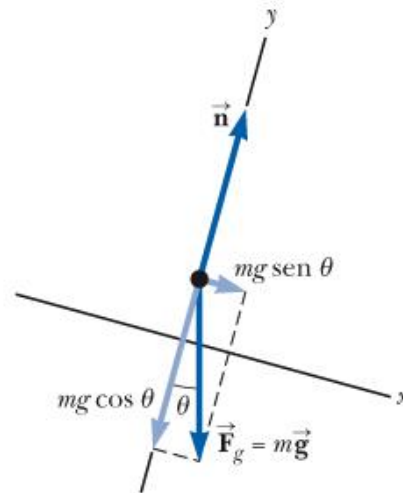
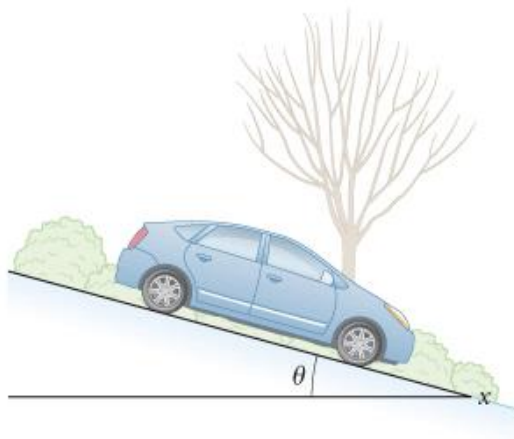


Moto uniformemente accelerato

Formule generali del moto uniformemente accelerato

$$v_f = v_i + at$$

$$x_f = x_i + v_i t + \frac{1}{2} at^2$$



Analisi Usiamo l'Equazione 2.13, per descrivere la posizione del paraurti anteriore della macchina. Definiamo la posizione iniziale $x_i = 0$ e la posizione finale $x_f = d$. Poiché la macchina inizia a scivolare da ferma, $v_{xi} = 0$.

$$d = \frac{1}{2} a_x t^2$$

Risolviamo rispetto a t :

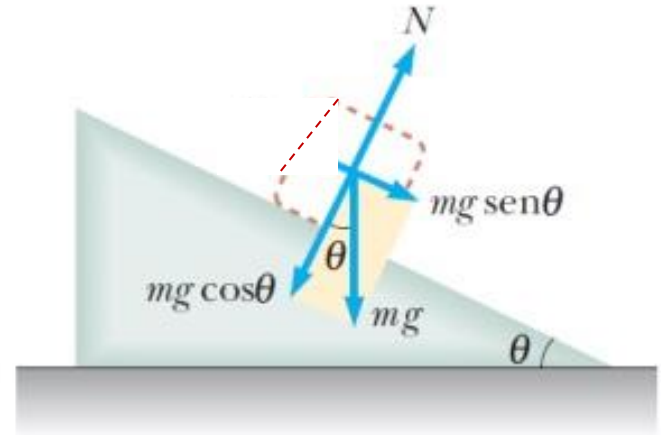
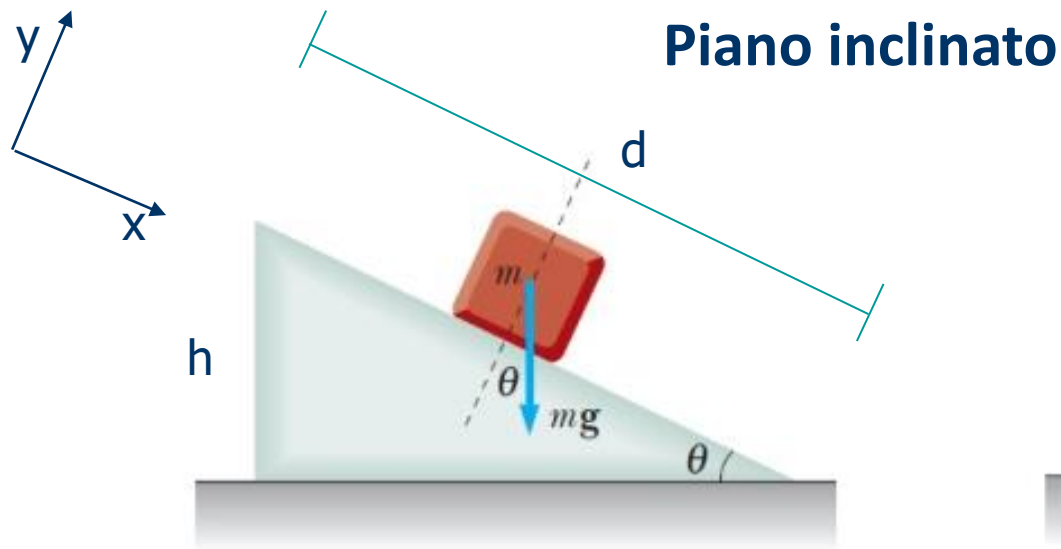
$$(4) \quad t = \sqrt{\frac{2d}{a_x}} = \sqrt{\frac{2d}{g \sin \theta}}$$

Usiamo l'Equazione 2.14, con $v_{xi} = 0$, per trovare la velocità finale della macchina:

$$v_{xf}^2 = 2a_x d$$

$$(5) \quad v_{xf} = \sqrt{2a_x d} = \sqrt{2gd \sin \theta}$$





(b)

Calcoliamo la velocità con cui il corpo, lanciato dal vertice del piano inclinato con **velocità v_i** , arriva alla base. E' nota l'altezza h .

$$h = d \sin \theta$$

NO ATTRITO

$$a = g \sin \theta \quad \text{costante}$$

Moto uniformemente accelerato

Formule generali del moto uniformemente accelerato

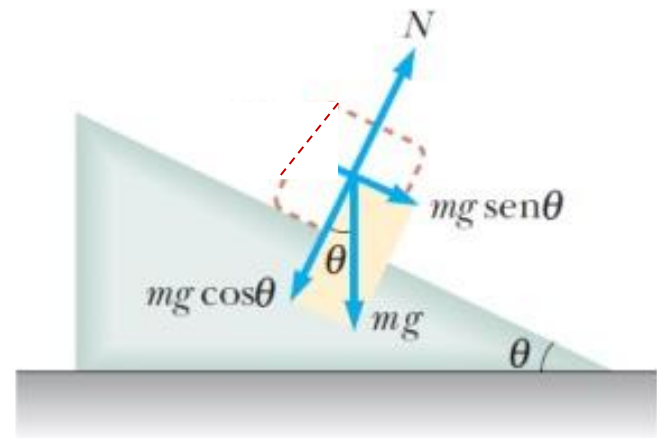
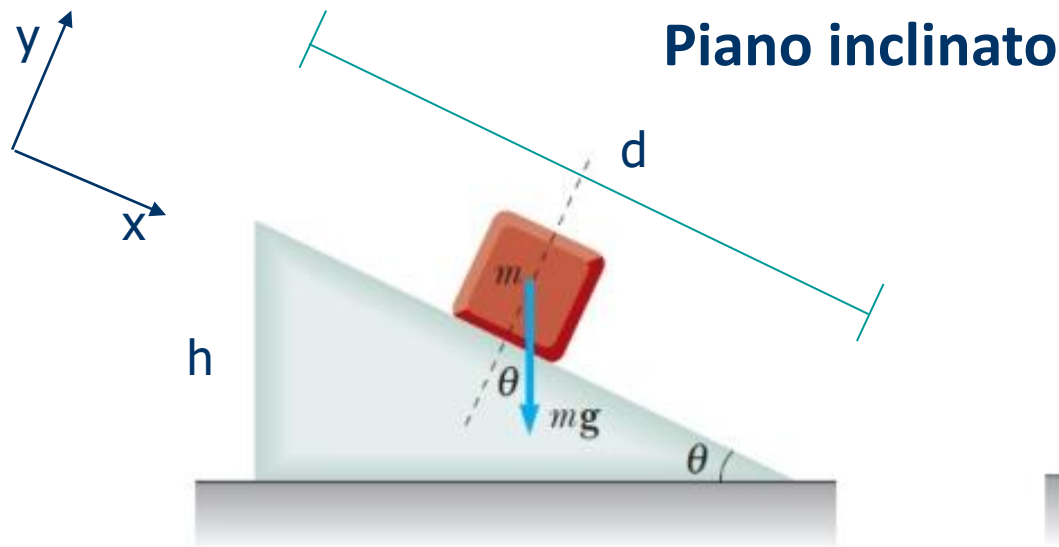
$$v_f = v_i + at$$

$$x_f = x_i + v_i t + \frac{1}{2} at^2$$

Ricavo t dalla prima e lo sostituisco nella seconda

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i)$$

Formula generale



(b)

NO ATTRITO

Calcoliamo la velocità con cui il corpo, lanciato dal vertice del piano inclinato con **velocità** v_i , arriva alla base

$$a = g \sin \theta \quad \text{costante}$$

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i)$$

Formula generale

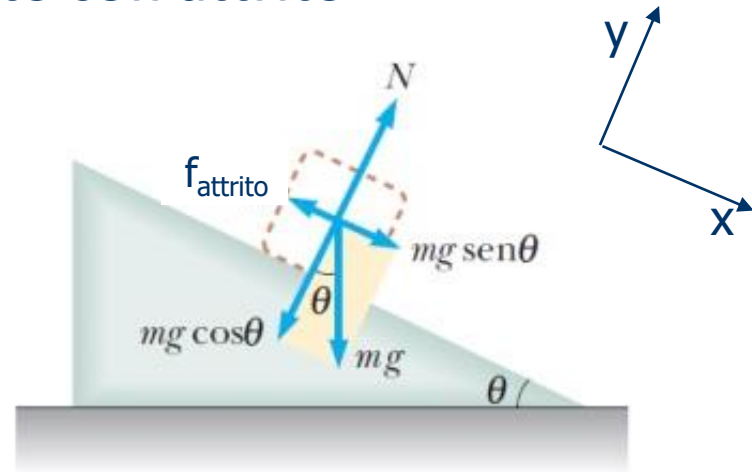
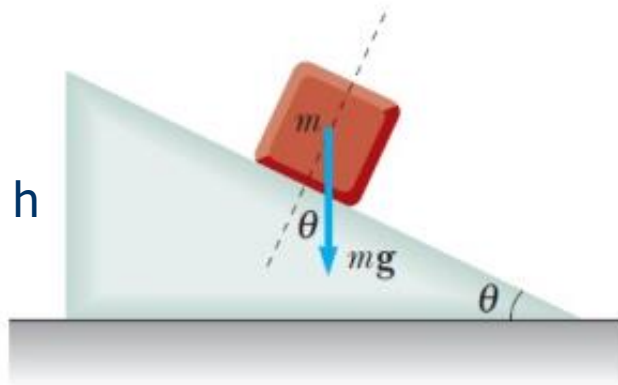
$$v_f^2 = v_i^2 + 2g \sin \theta d$$

$$h = d \sin \theta$$

$$v_f^2 = v_i^2 + 2gh$$

La velocità finale non dipende da θ (è la stessa che abbiamo ricavato per il corpo in caduta libera)

Piano inclinato con attrito



(b)

Calcoliamo la velocità con cui il corpo, lanciato dal vertice del piano inclinato con **velocità** v_i , arriva alla base

CON ATTRITO

$$a = (\sin \theta - \mu_d \cos \theta) g$$

$$h = d \sin \theta$$

$$v_f^2 = v_i^2 + 2g(\sin \theta - \mu_d \cos \theta)d$$

$$d \cos \theta$$

lunghezza base
(varia con θ , a parità di h)

$$v_f^2 = v_i^2 + 2g(d \sin \theta - \mu_d d \cos \theta)$$

La velocità finale dipende da θ : essa diminuisce al diminuire di θ , cioè al crescere di d .

Piano inclinato con attrito

$$v_f^2 = v_i^2 + 2g(d \sin \theta - \mu_d d \cos \theta)$$

1° caso

$$v_f > v_i \quad \text{Moto accelerato} \quad \sin \theta - \mu_d \cos \theta > 0 \quad \tan \theta > \mu_d$$

2° caso

$$v_f = v_i \quad \text{Moto uniforme} \quad \sin \theta - \mu_d \cos \theta = 0 \quad \tan \theta = \mu_d$$

3° caso

$$v_f < v_i \quad \text{Moto decelerato} \quad \sin \theta - \mu_d \cos \theta < 0 \quad \tan \theta < \mu_d$$