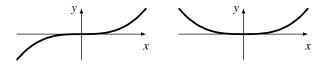
Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** L'insieme dei numeri reali  $\mathbb{R}$  è totalmente ordinato.

1.V

**Enunciato 2.** Se quello riportato a sinistra è il grafico di f(x), allora quello a destra è il grafico di f(-x).

2.F



x

**Enunciato 3.**  $\{x \in \mathbb{R} : |x| < a\} = (-a, a)$ 

3.V

**Enunciato 4.** L'altezza di un triangolo equilatero di lato unitario misura  $\sqrt{2}$ .

*4.F* 



**Enunciato 5.**  $\tan\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$ 

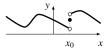
5.F

**Enunciato 6.** Se  $z \in \mathbb{C}$ , allora  $\overline{z^n} = -(\overline{z})^n$ .

6.F

**Enunciato 7.** Se quello riportato di seguito è il grafico della funzione f allora  $\lim_{x\to x_0^-} f(x) = f(x_0)$ .

7.F



Enunciato 8. La funzione tangente non è continua nel suo dominio di definizione.

8.F

**Enunciato 9.** Se  $\{a_n\}_n$  e  $\{c_n\}_n$  convergeno ad L e  $a_n \leq b_n \leq c_n$ , allora anche  $\{b_n\}_n$  converge ad L.

9.V

**Enunciato 10.** Se  $a_n, b_n > 0$ ,  $\sum_{n \ge 1} a_n$  diverge  $e \lim_{n \to +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$ , allora nulla si può dire della convergenza di  $\sum_{n \ge 1} b_n$ .

10.F

**Enunciato 11.** Se  $f:(a,b) \to \mathbb{R}$  è continua,  $\lim_{x\to a} f(x) = +\infty$  e  $\lim_{x\to b} f(x) = -\infty$ , allora esiste  $x_0 \in (a,b)$  tale che  $f(x_0) = 0$ .

11.V

**Enunciato 12.**  $\frac{d}{dx}\cos(x) = -\sin(x)$ 

12.V

Enunciato 13. Per la regola di De L'Hôpital si ha che

13.F

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x}{\arctan(x)} = \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{\frac{1}{1+x^2}} = \lim_{x \to +\infty} (1+x^2) = +\infty$$

**Enunciato 14.** Se  $f:[a,b] \to \mathbb{R}$  è integrabile, allora esiste  $c \in [a,b]$  tale che

$$\int_{a}^{b} f(x) dx = (b-a)f(c).$$

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

# Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** *L'insieme dei numeri naturali*  $\mathbb{N}$  *è totalmente ordinato.* 

2.F

*1.V* 

**Enunciato 2.**  $f: A \to B$  è strettamente crescente se per ogni  $x_1, x_2 \in A$  si ha

 $x_1 < x_2 \Longrightarrow f(x_1) > f(x_2)$ .

**Enunciato 3.**  $\{x \in \mathbb{R} : |x| < a\} = (-a, a)$ 

3.V

**Enunciato 4.**  $\sin(x+2\pi) = \sin(x)$ 

4.V 5.V

Enunciato 5.  $\cot\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$ 

**Enunciato 6.** Se  $z \in \mathbb{C}$ , allora  $\overline{z^n} = -(\overline{z})^n$ .

6.F

**Enunciato 7.** Data  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , si ha che  $\lim_{x \to x_0^-} f(x) = -\infty$  se

7.*V* 

 $\forall M > 0 \; \exists \delta = \delta(M) > 0 \; t.c. \; f(x) < -M \; \forall x \in (x_0 - \delta, x_0).$ 

**Enunciato 8.**  $\lim_{x \to 0} \frac{\sin(x)}{x} = \frac{1}{2}$ 

8.F

Enunciato 9. Ogni successione numerica limitata è convergente.

9.F

Enunciato 10. La serie telescopiche convergono.

10.F

**Enunciato 11.** Se  $f:(a,b) \to [a,b]$  è continua ed invertibile, allora anche  $f^{-1}:[a,b] \to (a,b)$  è continua.

11.V

Enunciato 12. Tutte le funzioni derivabili sono continue.

12.V

**Enunciato 13.** Se  $f:[a,b] \to \mathbb{R}$  è derivabile ed f(a) = f(b), allora esiste  $x_0 \in (a,b)$  tale che  $f'(x_0) = 0$ .

13.V

Enunciato 14.

 $\int \frac{\mathrm{d}x}{\cos(x)^2} = \tan(x) + c$ 

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

#### Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** L'insieme dei numeri reali  $\mathbb{R}$  è totalmente ordinato.

*1.V* 

**Enunciato 2.** Se  $n \in \mathbb{N}$  è dispari allora  $f(x) = x^n$  è una funzione pari nel suo dominio di definizione.

2.F

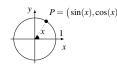
**Enunciato 3.** Siano  $a,b,c \in \mathbb{R}$  con a > 0. Se  $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ , allora

Enunciato 3. Siano 
$$a, b, c \in \mathbb{R}$$
 con  $a > 0$ . Se  $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ , altora
$$\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c > 0\} = (-\infty, x_1) \cup (x_2, +\infty),$$

dove  $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} e x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ .

3.V

Enunciato 4.



**4.***F* 

tan(-x) = -tan(x)Enunciato 5.

5.V

**Enunciato 6.** Se  $z \in \mathbb{C}$ , allora  $\overline{z^n} = (\overline{z})^n$ .

6.V

**Enunciato 7.** Data  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , si ha che  $\lim_{x \to x_0^-} f(x) = +\infty$  se  $\forall M > 0 \ \exists \delta = \delta(M) > 0 \ t.c. \ f(x) > M \ \forall x \in (x_0 - \delta, x_0).$ 

7.*V* 

$$\forall M > 0 \; \exists \delta = \delta(M) > 0 \; t.c. \; f(x) > M \; \forall x \in (x_0 - \delta, x_0).$$

Enunciato 8. La funzione tangente non è continua nel suo dominio di definizione.

8.F 9.F

**Enunciato 9.** Se esiste una sottosuccessione di  $\{a_n\}_n$  che converge ad L, allora  $\lim_{n \to \infty} a_n = L$ .

10.V

**Enunciato 10.** Se 
$$\sum_{n\geq 1} b_n$$
 converge  $e\ 0 \leqslant a_n \leqslant b_n$ , allora anche  $\sum_{n\geq 1} a_n$  converge.

11.V

**Enunciato 11.** *Se*  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  *è monotona ed* f([a,b]) *è un intervallo, allora* f *è continua in* [a,b].

**Enunciato 12.** 
$$\frac{d}{dx}\cos(x) = \sin(x)$$

12.F

**Enunciato 13.** Se  $f:[a,b] \to \mathbb{R}$  è derivabile ed  $x_0 \in (a,b)$  è tale che  $f'(x_0) = 0$ , allora  $x_0$  è un punto di massimo o di minimo.

13.F

Enunciato 14.

$$\int \sin(x) \, \mathrm{d}x = -\cos(x) + c$$

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** L'insieme dei numeri naturali  $\mathbb{N}$  è totalmente ordinato.

*1.V* 

Enunciato 2. Quello riportato di seguito è il grafico di una funzione.

2.*F* 

Enunciato 3. 
$$\sqrt{p(x)} \geqslant \sqrt{q(x)} \Longleftrightarrow \begin{cases} p(x) \geqslant 0 \\ q(x) \geqslant 0. \end{cases}$$

*3.F* 

**Enunciato 4.** Ciascun angolo di un quadrato misura  $\pi/2$ .

4.V



 $\cot\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$ Enunciato 5.

 $x \in (a,b)$ .

5.F

**Enunciato 6.** Se  $z, w \in \mathbb{C}$  ed  $n \in \mathbb{N}$ , allora  $\overline{z+w} = \overline{z} + \overline{w}$ 

6.V

**Enunciato 7.** Data  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , si ha che  $\lim_{x \to x_0^+} f(x) = L$  se  $\forall \varepsilon > 0 \ \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0 \ t.c. \ |f(x) - L| < \varepsilon \ \forall x \in (x_0, x_0 + \delta).$ 

7.*V* 

$$\forall \varepsilon > 0 \ \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0 \ t.c. \ |f(x) - L| < \varepsilon \ \forall x \in (x_0, x_0)$$

8.V

 $\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt[a]{1+x}-1}{x} = \frac{1}{a} \,\forall a > 0$ Enunciato 8.

**Enunciato 9.** Ogni successione numerica limitata ammette una sottosuccessione convergente.

9.V

**Enunciato 10.** Se  $\sum_{n\geqslant 1} a_n$  converge e  $0 \leqslant a_n \leqslant b_n$ , allora anche  $\sum_{n\geqslant 1} b_n$  converge.

10.F

**Enunciato 11.** Se  $f:(a,b)\to\mathbb{R}$  è continua,  $\lim_{x\to a}f(x)=+\infty$  e  $\lim_{x\to b}f(x)=+\infty$ , allora  $f(x)\geqslant 0$  per ogni

11.F

Enunciato 12. Tutte le funzioni integrabili sono derivabili.

12.F

**Enunciato 13.** Se  $f:[a,b] \to \mathbb{R}$  è derivabile ed  $x_0 \in (a,b)$  è tale che  $f'(x_0) = 0$ , allora  $x_0$  è un punto di massimo o di minimo.

13.F

**Enunciato 14.**  $\int \cos(x) \, \mathrm{d}x = \sin(x) + c$ 

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

# Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** L'insieme dei numeri razionali  $\mathbb{Q}$  è un campo.

1.V

**Enunciato 2.**  $f(x) = x^2$  è monotona nel suo dominio di definizione.

2.*F* 

**Enunciato 3.** Se C è l'estremo superiore di  $A \subset \mathbb{R}$ , allora C è il massimo di A.

*3.F* 

Enunciato 4.  $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$  *4.F* 

 $\cot(x) = \frac{\cos(x)}{\sin(x)}$ Enunciato 5.

5.V

**Enunciato 6.** *Se*  $z \in \mathbb{R}$ , *allora*  $z \notin \mathbb{C}$ .

6.F

7.F

**Enunciato 7.** Data  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , si ha che  $\lim_{x \to x_0^-} f(x) = -\infty$  se  $\exists M > 0 \ t.c. \ \forall \delta = \delta(M) > 0 \ \exists x \in (x_0 - \delta, x_0) \ t.c. \ f(x) > -M.$ 

8.F

 $\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos(x)}{x^2} = 1$ Enunciato 8.

Enunciato 9. Ogni successione numerica limitata ammette una sottosuccessione convergente.

9.V

**Enunciato 10.**  $\sum_{p\geqslant 1} a_p$  converge se e solo se  $\exists \varepsilon > 0$  t.c.  $\forall N = N(\varepsilon) \in \mathbb{N} \ \exists n > m > N$  t.c.  $\left| \sum_{p=m+1}^n a_p \right| < \varepsilon$ .

10.F

**Enunciato 11.** Se  $f:[a,b] \to \mathbb{R}$  è continua, allora essa ammette massimo e minimo assoluti.

11.V 12.F

 $f'(x_0) = \lim_{t \to 0} \frac{f(x_0) - f(x_0 + t)}{t}$ Enunciato 12.

Enunciato 13. La differenza di funzioni convesse è una funzione convessa.

13.F

Enunciato 14.

$$\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1+x^2}} = \arctan(x) + c$$

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** L'insieme dei numeri reali  $\mathbb{R}$  è ordinato e completo.

Enunciato 2. Una funzione iniettiva è strettamente monotona.

2.F

*1.V* 

Enunciato 3.  $\sqrt{p(x)} \geqslant \sqrt{q(x)} \Longleftrightarrow \begin{cases} q(x) \geqslant 0 \\ p(x) \geqslant q(x). \end{cases}$ 

\_---

3.V

**Enunciato 4.** cos(0) = 1

4.V

**Enunciato 5.** Quello riportato di seguito è il grafico di  $f(x) = \arccos(x)$ .

5.F

 $\pi/2$  -1  $1_x$   $-\pi/2$ 

( F

**Enunciato 6.** L'equazione  $x^2 + 1 = 0$  non ha soluzioni in  $\mathbb{C}$ .

6.F

**Enunciato 7.** Se quello riportato di seguito è il grafico della funzione f allora  $\lim_{x \to x_0^+} f(x) = f(x_0)$ .

7.F

$$x_0$$

**Enunciato 8.** Se f(x) > 0 per ogni  $x \in \mathbb{R}$  e  $\lim_{x \to x_0} f(x) = a \in \mathbb{R}$ , allora a > 0.

8.F

**Enunciato 9.** Se esiste una sottosuccessione di  $\{a_n\}_n$  che converge ad L, allora  $\lim_{n \to +\infty} a_n = L$ .

9.F

**Enunciato 10.** Se  $\sum_{n\geqslant 1} a_n$  converge, allora anche  $\sum_{n\geqslant 1} |a_n|$  converge.

10.F

**Enunciato 11.** Se  $f:(a,b) \to \mathbb{R}$  è continua,  $\lim_{x \to a} f(x) = +\infty$  e  $\lim_{x \to b} f(x) = -\infty$ , allora esiste  $x_0 \in (a,b)$ 

11.V

tale che  $f(x_0) = 0$ .

12.V

**Enunciato 12.**  $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\ln(|x|) = \frac{1}{x} \ per \ ogni \ x \neq 0$ 

13.F

**Enunciato 13.** Se  $f:[a,b] \to \mathbb{R}$  è derivabile ed  $x_0 \in (a,b)$  è tale che  $f'(x_0) = 0$ , allora  $x_0$  è un punto di massimo o di minimo.

13.1

**Enunciato 14.** Se  $f: [a,b] \to \mathbb{R}$  è decrescente, allora è integrabile secondo Riemann.

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

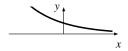
#### Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** *L'insieme dei numeri razionali*  $\mathbb{Q}$  *è un campo.* 

1.V

**Enunciato 2.** Quello riportato di seguito è il grafico di  $f(x) = a^x con a > 1$ .

2.F



**Enunciato 3.** L'estremo inferiore di un insieme è il più piccolo dei minoranti.

3.F

**Enunciato 4.**  $\sin(x+\pi) = -\sin(x)$ 

4.V

**Enunciato 5.** *Quello riportato di seguito è il grafico di*  $f(x) = \cot(x)$ .

5.F

**Enunciato 6.** Se  $z = \rho(\cos(\theta) + i\sin(\theta))$  e  $w = r(\cos(\varphi) + i\sin(\varphi))$  sono due numeri complessi in forma trigonometrica, allora

6.F

$$z \cdot w = \rho r (\cos(\theta - \varphi) + i\sin(\theta - \varphi)).$$

**Enunciato 7.** Data  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , si ha che  $\lim_{x \to x_0^-} f(x) = -\infty$  se

7.F

$$\forall M > 0 \; \exists \delta = \delta(M) > 0 \; t.c. \; f(x) > M \; \forall x \in (x_0 - \delta, x_0).$$

**Enunciato 8.**  $\lim_{x \to -\infty} \sqrt[x]{x} = +\infty$ 

8.F

**Enunciato 9.** Se esiste una sottosuccessione di  $\{a_n\}_n$  che converge ad L, allora  $\lim_{n \to \infty} a_n = L$ .

9.F

**Enunciato 10.** Se  $\sum_{n\geqslant 1} a_n$  converge  $e\ 0\leqslant a_n\leqslant b_n$ , allora anche  $\sum_{n\geqslant 1} b_n$  converge.

10.F

 $n\geqslant 1$   $n\geqslant 1$ 

11.F

**Enunciato 11.** Se  $f:(a,b)\to\mathbb{R}$  è continua,  $\lim_{x\to a}f(x)=+\infty$  e  $\lim_{x\to b}f(x)=+\infty$ , allora  $f(x)\geqslant 0$  per ogni  $x\in(a,b)$ .

12.F

**Enunciato 12.** Tutte le funzioni integrabili sono derivabili.

Enunciato 13. Il polinomio di Taylor è un polinomio.

13.V

14.V

**Enunciato 14.** Se  $f: [a,b] \to \mathbb{R}$  è continua, allora  $f(x) = -\frac{d}{dx} \int_{a}^{b} f(x) dx$ .

#### Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** L'insieme dei numeri reali  $\mathbb{R}$  è totalmente ordinato.

2.*F* 

**Enunciato 2.**  $f: A \rightarrow B$  è crescente se per ogni  $x_1, x_2 \in A$  si ha

$$x_1 < x_2 \Longrightarrow f(x_1) \geqslant f(x_2).$$

**Enunciato 3.**  $\{x \in \mathbb{R} : |x| > a\} = (-a, a)$ 

3.F

*1.V* 

 $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ Enunciato 4.

4.F

 $\sin(2x) = 2\sin(x)\cos(x)$ Enunciato 5.

5.V

**Enunciato 6.** *Se*  $z, w \in \mathbb{C}$ , *allora*  $\overline{z \cdot w} = \overline{z} \cdot \overline{w}$ . 6.V

**Enunciato 7.** *Data*  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , *si ha che*  $\lim f(x) = L$  *se* 

7.F

 $\exists \varepsilon > 0 \text{ t.c. } \forall \delta = \delta(\varepsilon) > 0 \exists x \in (x_0 - \delta, x_0) \text{ t.c. } |f(x) - L| > \varepsilon.$ 

8.V

**Enunciato 8.** Data  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , si ha che  $\lim_{x \to x_0^-} f(x) = +\infty$  se  $\forall M > 0 \ \exists \delta = \delta(M) > 0 \ t.c. \ f(x) > M \ \forall x \in (x_0 - \delta, x_0).$ 

$$\forall M > 0 \ \exists \delta = \delta(M) > 0 \ t.c. \ f(x) > M \ \forall x \in (x_0 - \delta, x_0).$$

9.V

Enunciato 9. Ogni successione numerica limitata ammette una sottosuccessione convergente.

10.V

**Enunciato 10.** Se  $\sum_{n\geq 1} |a_n|$  converge, allora anche  $\sum_{n\geq 1} a_n$  converge.

11.F

**Enunciato 11.** Se  $f: [a,b] \to \mathbb{R}$  è continua, allora f([a,b]) = [f(a),f(b)].

Enunciato 12. Tutte le funzioni integrabili sono derivabili.

12.F

Enunciato 13. La somma di funzioni convesse è una funzione convessa.

13.V

Enunciato 14.

$$\int \cos(x) \, \mathrm{d}x = \sin(x) + c$$

14.V

Enunciato 9 11 12 1 2 3 4 5 7 8 10 13 14 6 V F

# Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** L'insieme dei numeri naturali  $\mathbb{N}$  è ordinato e completo.

*1.F* 

Enunciato 2. Una funzione iniettiva è strettamente monotona.

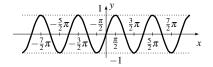
2.F

Enunciato 3. L'estremo superiore di un insieme è il più grande dei maggioranti.

3.F

**Enunciato 4.** *Quello riportato di seguito è il grafico di*  $f(x) = \sin(x)$ .

4.V



Enunciato 5.

$$\cos(x+y) = \cos(x)\cos(y) - \sin(x)\sin(y)$$

5.V

**Enunciato 6.** *Se*  $z \in \mathbb{C}$  *ed*  $n \in \mathbb{N}$ , *allora* 

6.V

**Enunciato 7.** Data  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , si ha che  $\lim_{x \to \infty} f(x) = -\infty$  se  $\forall M > 0 \; \exists \delta = \delta(M) > 0 \; t.c. \; f(x) > M \; \forall x \in (x_0 - \delta, x_0).$ 

7.F

$$0 > 0$$
 per ogni  $x \in \mathbb{R}$  e  $\lim_{x \to a} f(x) = a \in \mathbb{R}$  allora  $a > 0$ 

**Enunciato 9.** Se esiste  $\{x_n\}_n$  convergente ad  $x_0$  tale che  $\lim_{n \to +\infty} f(x_n) = f(x_0)$ , allora f è continua in  $x_0$ .

8.V

**Enunciato 8.** Se  $f(x) \ge 0$  per ogni  $x \in \mathbb{R}$  e  $\lim_{x \to x_0} f(x) = a \in \mathbb{R}$ , allora  $a \ge 0$ .

9.F

Enunciato 10. La serie telescopiche convergono.

10.F

**Enunciato 11.** *Se*  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  *è monotona ed* f([a,b]) *è un intervallo, allora* f *è continua in* [a,b].

11.V

**Enunciato 12.** *Le funzioni pari sono derivabili in* x = 0.

12.F

**Enunciato 13.** *Se*  $f:(a,b) \to \mathbb{R}$  *è continua e convessa, allora ammette un minimo.* 

13.F

14.F

**Enunciato 14.** Se  $f: [a,b] \to \mathbb{R}$  è continua, allora  $f(x) = \frac{d}{dx} \int_{x}^{b} f(x) dx$ .

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** *Se*  $a, b \in \mathbb{R}$  *sono tali che*  $a \cdot b = 0$ , *allora* a = 0 *oppure* b = 0.

1.V

**Enunciato 2.** Una funzione  $f: A \rightarrow B$  è iniettiva se per ogni  $x_1, x_2 \in A$  si ha

2.V

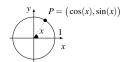
$$f(x_1) = f(x_2) \Longrightarrow x_1 = x_2.$$

Enunciato 3. L'estremo inferiore di un insieme è il più piccolo dei minoranti.

3.F

4.V

Enunciato 4.



**Enunciato 5.** cos(x+y) = cos(x)cos(y) - sin(x)sin(y)

5.V

**Enunciato 6.** Se  $z \in \mathbb{C}$  ed  $n \in \mathbb{N}$ , allora  $\overline{n \cdot z} = n/\overline{z}$ .

6.F

**Enunciato 7.** Data  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , si ha che  $\lim_{x \to x_0^-} f(x) = +\infty$  se

7.F

$$\exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta = \delta(M) > 0 \exists x \in (x_0 - \delta, x_0) \text{ t.c. } f(x) < M.$$

8.F

**Enunciato 8.** 
$$\lim_{x \to 0^+} x^a \log_b(x) = 1 \ \forall a, b > 0$$

9.V

Enunciato 9. Tutte le successioni numeriche monotone sono regolari.

· · ·

10.F

**Enunciato 10.** Se  $a_n, b_n > 0$ ,  $\sum_{n \ge 1} a_n$  diverge  $e \lim_{n \to +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$ , allora nulla si può dire della convergenza di  $\sum_{n \ge 1} b_n$ .

11.V

**Enunciato 11.** Se  $f:(a,b) \to \mathbb{R}$  è continua,  $\lim_{x \to a} f(x) = +\infty$  e  $\lim_{x \to b} f(x) = -\infty$ , allora esiste  $x_0 \in (a,b)$  tale che  $f(x_0) = 0$ .

12.F

**Enunciato 12.**  $\frac{d}{dx} \ln(|x|) = \frac{1}{|x|} per ogni x \neq 0$ 

**Enunciato 13.** Se  $f'(x_0) = 0$  ed  $f''(x_0) < 0$ , allora  $x_0$  è un punto di massimo locale.

13.V

Enunciato 14.

 $\int \frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{x^2-1}} = \arccos(x) + c$ 

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

#### Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** L'insieme dei numeri complessi  $\mathbb{C}$  è ordinato e completo.

1.F

2.*F* 

3.F

4.V

5.V

**Enunciato 2.** L'immagine di  $Y \subseteq B$  tramite una funzione  $f : A \rightarrow B$  è dato da

$$f^{-1}(Y) = \{x \in A : \exists y \in Y \ t.c. \ y = f(x)\} = \{x \in A : f(x) \in Y\}.$$

**Enunciato 3.**  $\{x \in \mathbb{R} : |x| < a\} = (-\infty, -a) \cup (a, +\infty)$ 

**Enunciato 4.** 
$$\sin(x+\pi) = -\sin(x)$$

**Enunciato 5.**  $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ 

**Enunciato 6.** Se 
$$z \in \mathbb{C}$$
, allora  $\Re e(z) = \frac{z + \overline{z}}{2}$ .

**Enunciato 7.** Data  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , si ha che  $\lim_{x \to x_0^-} f(x) = -\infty$  se

$$\forall M > 0 \; \exists \delta = \delta(M) > 0 \; t.c. \; f(x) > M \; \forall x \in (x_0 - \delta, x_0).$$

Enunciato 8. La funzione tangente è continua nel suo dominio di definizione.

Enunciato 9. Ogni successione numerica divergente è limitata.

**Enunciato 10.** Se 
$$\sum_{n \ge 1} (-1)^n a_n$$
 converge, allora  $a_n \downarrow 0$ .

**Enunciato 11.** Se  $f:(a,b) \to \mathbb{R}$  è continua,  $\lim_{x \to a} f(x) = +\infty$  e  $\lim_{x \to b} f(x) = -\infty$ , allora esiste  $x_0 \in (a,b)$  tale che  $f(x_0) = 0$ .

**Enunciato 12.** 
$$\frac{d}{dx} \arccos(x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

**Enunciato 13.** Se  $f:[a,b] \to \mathbb{R}$  è derivabile ed ha in  $x_0 \in (a,b)$  un punto di minimo, allora  $f'(x_0) = 0$ .

Enunciato 14. 
$$\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1-x^2}} = \arccos(x) + c$$

7.F

9.F

8.V

10.F

11.V

12.V

13.V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

#### Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

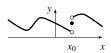
Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

Enunciato 1. Per il principio di induzione si ha che

- P(1) e P(2) sono vere  $se\ P(n)$  e P(n+1) sono vere, allora anche P(n+2) è vera  $\Longrightarrow$  allora P(n) è vera per  $ogni\ n\in\mathbb{N}$ .
- **Enunciato 2.**  $f: A \to B$  è strettamente crescente se per ogni  $x_1, x_2 \in A$  si ha 2.*F*  $x_1 < x_2 \Longrightarrow f(x_1) > f(x_2).$
- **Enunciato 3.** *L'estremo inferiore di un insieme è il più grande dei minoranti.*
- **Enunciato 4.** La somma degli angoli interni di un quadrilatero è  $2\pi$ . 4.V
- **Enunciato 5.** Quello riportato di seguito è il grafico di  $f(x) = \arccos(x)$ .



- **Enunciato 6.** Se  $z \in \mathbb{C}$ , allora  $\mathfrak{I}m(z) = \frac{z \overline{z}}{2i}$ .
- **Enunciato 7.** Se quello riportato di seguito è il grafico della funzione f allora  $\lim_{x\to x_0^-} f(x) = f(x_0)$ .



- $\lim_{x \to 0} \frac{\sin(x)}{x} = \frac{1}{2}$ Enunciato 8.
- **Enunciato 9.**  $\{a_n\}_n$  converge se e solo se  $\forall \varepsilon > 0 \ \exists N = N(\varepsilon) \in \mathbb{N} \ t.c. \ |a_n a_m| < \varepsilon \ \forall n, m > N.$
- **Enunciato 10.** Se  $\sum_{n\geq 1} a_n$  converge, allora anche  $\{a_n\}_n$  converge.
- **Enunciato 11.** *Se*  $f: [a,b] \to \mathbb{R}$  *è continua, allora essa ammette massimo e minimo assoluti.*
- **Enunciato 12.** Tutte le funzioni derivabili sono continue.
- **Enunciato 13.** Se  $f'(x_0) = 0$  ed  $f''(x_0) < 0$ , allora  $x_0$  è un punto di massimo locale.
- **Enunciato 14.**  $\int \sin(x) \, \mathrm{d}x = -\cos(x) + c$

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

- Enunciato 1. Per il principio di induzione si ha che

  - P(1) e vera  $se\ P(n)$  è vera, allora anche P(n+2) è vera P(n) è vera per ogni  $n \in \mathbb{N}$  pari.

1.F

2.*F* 

3.F

4.F

5.V

6.V

7.F

8.F

9.F

10.V

11.F

12.F

13.F

**Enunciato 2.** La controimmagine di  $Y \subseteq B$  tramite una funzione  $f: A \to B$  è dato da

$$f(X) = \{ y \in B : \exists x \in X \text{ t.c. } y = f(x) \} = \{ f(x) : x \in X \}.$$

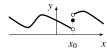
- **Enunciato 3.** L'estremo inferiore di un insieme è il più piccolo dei minoranti.
- Enunciato 4.  $\sin(x+\pi) = \sin(x)$
- $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ Enunciato 5.
- **Enunciato 6.** Sia  $w = r(\cos(\varphi) + i\sin(\varphi))$  un numero complesso in forma trigonometrica ed  $n \in \mathbb{N}$ , allora l'equazione nell'incognita z

$$z^n = w$$

ha per soluzioni

$$z_k = \sqrt[n]{r} \left( \cos \left( \frac{\varphi}{n} + \frac{2\pi}{n} k \right) + i \sin \left( \frac{\varphi}{n} + \frac{2\pi}{n} k \right) \right), \qquad k \in \{0, 1, \dots, n-1\}.$$

**Enunciato 7.** Se quello riportato di seguito è il grafico della funzione f allora  $\lim_{x \to x_0^+} f(x) = f(x_0)$ .



- $\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt[a]{1+x}-1}{x} = 1 \ \forall a > 0$ Enunciato 8.
- **Enunciato 9.** Se  $a_n > 0$  per ogni  $n \in \mathbb{N}$  e  $\lim_{n \to +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L > 1$  allora  $a_n \downarrow 0$ .
- **Enunciato 10.** Se  $\sum_{n\geq 1} a_n$  diverge e  $0 \leq a_n \leq b_n$ , allora anche  $\sum_{n\geq 1} b_n$  diverge.
- **Enunciato 11.** Se  $f: [a,b] \rightarrow [a,b]$  è invertibile, allora f è continua in [a,b].
- $(f^{-1})'(y) = -\frac{f'(f^{-1}(y))}{f^{-1}(y)^2}$
- **Enunciato 13.** Se  $f:[a,b] \to \mathbb{R}$  è derivabile ed ha in  $x_0 \in [a,b]$  un punto di minimo, allora  $f'(x_0) = 0$ .
- $\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1+x^2}} = \arctan(x) + c$ Enunciato 14. 14.F

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

# Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

*1.F* 

2.*F* 

3.V

4.V

5.V

6.V

7.F

8.V

9.F

10.F

11.V

12.F

13.V

**Enunciato 1.** *Se* 
$$a,b,c \in \mathbb{R}$$
 *sono tali che*  $a \cdot b = b \cdot c$ , *allora*  $a = c$ .

**Enunciato 2.** 
$$f(x) = x^2$$
 è monotona nel suo dominio di definizione.

Enunciato 3. 
$$\sqrt{p(x)} \geqslant \sqrt{q(x)} \Longleftrightarrow \begin{cases} q(x) \geqslant 0 \\ p(x) \geqslant q(x). \end{cases}$$

**Enunciato 4.** 
$$cos(x+\pi) = -cos(x)$$

**Enunciato 5.** 
$$\tan(-x) = -\tan(x)$$

**Enunciato 6.** 
$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

Enunciato 7. 
$$\lim_{x \to x_0} f(x) = L$$
 se  $\exists \varepsilon > 0$  t.c.  $\forall \delta = \delta(\varepsilon) > 0 \ \exists x \in D \ con \ 0 < |x - x_0| < \delta \ t.c. \ |f(x) - L| > \varepsilon$ .

**Enunciato 8.** 
$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt[a]{1+x}-1}{x} = \frac{1}{a} \,\forall a>0$$

**Enunciato 9.** Se 
$$a_n > 0$$
 per ogni  $n \in \mathbb{N}$   $e \lim_{n \to +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L > 1$  allora  $a_n \downarrow 0$ .

**Enunciato 10.** Se 
$$a_n, b_n > 0$$
,  $\sum_{n \ge 1} a_n$  converge  $e \lim_{n \to +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$ , allora nulla si può dire della convergenza di  $\sum_{n \ge 1} b_n$ .

**Enunciato 11.** Se 
$$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
 è una funzione strettamente crescente, allora  $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \sup\{f(x) : x \in \mathbb{R}\}$ .

**Enunciato 12.** 
$$\frac{d}{dx} \arctan(x) = \frac{1}{\cos(x)^2}$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x + 2\cos(x)}{x^2 + \sin(x)} = \lim_{x \to +\infty} \frac{1 - 2\sin(x)}{2x + \cos(x)} = 0$$

Enunciato 14. 
$$\int \frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{x^2 - 1}} = \arccos(x) + c$$

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** L'insieme dei numeri razionali  $\mathbb{Q}$  è un campo.

*1.V* 

**Enunciato 2.** Se  $f: A \rightarrow B$  è una funzione periodica, allora è una funzione trigonometrica.

2.*F* 

**Enunciato 3.**  $\{x \in \mathbb{R} : |x| < a\} = (-a, a)$ 

3.V

**Enunciato 4.** Ciascun angolo di un triangolo equilatero misura  $\pi/3$ .

4.V



**Enunciato 5.** *Quello riportato di seguito è il grafico di*  $f(x) = \cot(x)$ .

5.V

**Enunciato 6.** *Se*  $z \in \mathbb{C}$  *ed*  $n \in \mathbb{N}$ , *allora* 

$$\overline{n \cdot z} = n \cdot \overline{z}$$

6.V

**Enunciato 7.** *Data*  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , *si ha che*  $\lim_{x \to \infty} f(x) = -\infty$  *se* 

7.F

$$\forall M > 0 \; \exists \delta = \delta(M) > 0 \; t.c. \; f(x) > M \; \forall x \in (x_0 - \delta, x_0).$$

Enunciato 8.

$$\lim_{x \to \pm \infty} \left( 1 + \frac{1}{x} \right)^x = 1$$

8.F

**Enunciato 9.** Se esiste  $\{x_n\}_n \subset \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$  convergente ad  $x_0$  tale che  $\lim_{n \to +\infty} f(x_n) = L$ , allora  $\lim_{x \to x_0} f(x) = L$ .

9.F

**Enunciato 10.** Se  $\sum_{n\geq 1} b_n$  diverge  $e\ 0 \leq a_n \leq b_n$ , allora anche  $\sum_{n\geq 1} a_n$  diverge.

10.F

11.F

**Enunciato 11.** *Se*  $f: [a,b] \rightarrow [a,b]$  *è invertibile, allora* f *è continua in* [a,b].

**Enunciato 12.** Tutte le funzioni derivabili sono continue.

12.V

**Enunciato 13.** Se  $f:[a,b] \to \mathbb{R}$  è derivabile ed  $x_0 \in (a,b)$  è tale che  $f'(x_0) = 0$ , allora  $x_0$  è un punto di massimo o di minimo.

13.F

**Enunciato 14.** 
$$\int \cos(x) \, \mathrm{d}x = \sin(x) + c$$

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

#### Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** L'insieme dei numeri complessi  $\mathbb{C}$  è ordinato e completo.

1.F

**Enunciato 2.** Quello riportato di seguito è il grafico di  $f(x) = a^x con \ a \in (0,1)$ .

2.*F* 

3.F

**Enunciato 3.** Siano  $a,b,c \in \mathbb{R}$  con a > 0. Se  $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ , allora  $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c > 0, \ allora \\ dove \ x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \ e \ x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}.$ 

$$\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c > 0\} = (x_1, x_2)$$

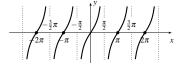
4.V

**Enunciato 4.** L'altezza di un triangolo equilatero di lato unitario misura  $\sqrt{3}/2$ .



**Enunciato 5.** *Quello riportato di seguito è il grafico di*  $f(x) = \cot(x)$ .





Enunciato 6.

$$\overline{1} = 1$$

6.V

**Enunciato 7.** Data  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , si ha che  $\lim_{x \to x_0^-} f(x) = +\infty$  se  $\exists M > 0$  t.c.  $\forall \delta = \delta(M) > 0 \ \exists x \in (x_0 - \delta, x_0)$  t.c. f(x) < M.

Enunciato 8. La funzione tangente è continua nel suo dominio di definizione.

8.V

7.F

**Enunciato 9.** Se  $a_n = f(n)$   $e \lim_{x \to +\infty} f(x) = L$ , allora  $\lim_{n \to +\infty} a_n = L$ .

9.V

**Enunciato 10.** Se  $\sum_{n>1} (-1)^n a_n$  converge, allora  $a_n \downarrow 0$ .

10.F

**Enunciato 11.** Se  $f: [a,b] \to \mathbb{R}$  è continua, allora essa ammette massimo e minimo assoluti.

11.V

 $(f^{-1})'(y) = -\frac{f'(f^{-1}(y))}{f^{-1}(y)^2}$ Enunciato 12.

12.F

**Enunciato 13.** Se  $f:[a,b] \to \mathbb{R}$  è derivabile ed ha in  $x_0 \in (a,b)$  un punto di massimo, allora  $f'(x_0) = 0$ .

13.V

 $\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1-x^2}} = \arccos(x) + c$ Enunciato 14.

14.F

Enunciato 1 2 3 7 9 10 11 12 13 14 4 5 6 8 F

#### Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** *Se* 
$$a,b,c \in \mathbb{R}$$
 *sono tali che*  $a+b=b+c$ , *allora*  $a=c$ .

**Enunciato 2.** 
$$f: A \to B$$
 è strettamente decrescente se per ogni  $x_1, x_2 \in A$  si ha 2. $F$ 

*1.V* 

*3.F* 

9.F

11.V

12.F

13.V

$$x_1 < x_2 \Longrightarrow f(x_1) < f(x_2).$$

**Enunciato 3.** 
$$\{x \in \mathbb{R} : |x| < a\} = (-\infty, -a) \cup (a, +\infty)$$

Enunciato 4. 
$$\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$$

Enunciato 5. 
$$\sin(x-y) = \cos(x)\cos(y) + \sin(x)\sin(y)$$
 5. F

**Enunciato 6.** 
$$e^{i\pi} + 1 = 0$$
 6. *V*

**Enunciato 7.** Data 
$$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
, si ha che  $\lim_{x \to x_0^+} f(x) = -\infty$  se 
$$\exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta = \delta(M) > 0 \exists x \in (x_0, x_0 + \delta) \text{ t.c. } f(x) > -M.$$

**Enunciato 8.** Se 
$$f(x) > 0$$
 per ogni  $x \in \mathbb{R}$  e  $\lim_{x \to x_0} f(x) = a \in \mathbb{R}$ , allora  $a > 0$ .

**Enunciato 9.** Se esiste 
$$\{x_n\}_n$$
 convergente ad  $x_0$  tale che  $\lim_{n\to+\infty} f(x_n) = f(x_0)$ , allora  $f$  è continua in  $x_0$ .

**Enunciato 10.** Se 
$$\sum_{n\geq 1} (-1)^n a_n$$
 converge, allora  $a_n \downarrow 0$ .

**Enunciato 11.** *Se* 
$$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
 *è continua, allora l'immagine di un intervallo chiuso è un intervallo chiuso.*

Enunciato 13. Il polinomio di Taylor è un polinomio.

**Enunciato 14.** Se 
$$f: [a,b] \to \mathbb{R}$$
 è integrabile, allora esiste  $c \in [a,b]$  tale che 
$$\int_a^b f(x) dx = (b-a)f(c).$$
 14.F

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** *L'insieme dei numeri naturali*  $\mathbb{N}$  *è ordinato e completo.* 

1.F

Enunciato 2. Quello riportato di seguito è il grafico di una funzione strettamente crescente.

2.F



**Enunciato 3.** L'estremo superiore di un insieme è il più piccolo dei maggioranti.

3.V

**Enunciato 4.**  $\sin(x+2\pi) = \sin(x)$ 

4.V

**Enunciato 5.**  $\nexists \cot(0)$ 

5.V

**Enunciato 6.** Se  $z = \rho(\cos(\theta) + i\sin(\theta))$  e  $w = r(\cos(\varphi) + i\sin(\varphi))$  sono due numeri complessi in forma trigonometrica, allora

6.V

 $z \cdot w = \rho r (\cos(\theta + \varphi) + i\sin(\theta + \varphi)).$ 

7.F

**Enunciato 7.** Data  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , si ha che  $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$  se  $\exists M > 0 \text{ t.c. } \forall X = X(M) > 0 \ \exists x \in D \text{ con } x > X \text{ t.c. } f(x) < -M.$ 

**Enunciato 8.** Se  $f(x) \ge 0$  per ogni  $x \in \mathbb{R}$  e  $\lim_{x \to x_0} f(x) = a \in \mathbb{R}$ , allora  $a \ge 0$ .

8.V

**Enunciato 9.** Se  $a_n > 0$  per ogni  $n \in \mathbb{N}$  e  $\lim_{n \to +\infty} \sqrt[n]{a_n} = L < 1$  allora  $a_n \downarrow 0$ .

9.V

**Enunciato 10.**  $\sum_{p\geqslant 1} a_p$  converge se e solo se  $\forall \varepsilon > 0 \ \exists N = N(\varepsilon) \in \mathbb{N}$  t.c.  $\Big|\sum_{n=m+1}^n a_p\Big| < \varepsilon \ \forall n > m > N$ .

10.V

**Enunciato 11.** Se  $f: [a,b] \to \mathbb{R}$  è continua, allora f([a,b]) = [f(a), f(b)].

11.F

**Enunciato 12.**  $\frac{d}{dx}\arctan(x) = \frac{1}{1+x^2}$ 

12.V

Enunciato 13. La differenza di funzioni convesse è una funzione convessa.

13.F

Enunciato 14.

 $\int f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) - \int f'(x) g(x) dx$ 

14.V

Enunciato 12 1 2 3 4 5 7 8 9 10 11 13 14 6 F

#### Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** L'insieme dei numeri complessi  $\mathbb{C}$  è totalmente ordinato.

*1.F* 

Enunciato 2. Quello riportato di seguito è il grafico di una funzione.

2.*F* 

*3.V* 

4.V

6.F

11.V

$$\sum_{x}^{y}$$

**Enunciato 3.** Siano  $a,b,c \in \mathbb{R}$  con a > 0. Se  $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ , allora

Enumerato 3. Stano 
$$a, b, c \in \mathbb{R}$$
 con  $a > 0$ . Se  $\Delta = b^{-} - 4ac > 0$ , attora
$$\{x \in \mathbb{R} : ax^{2} + bx + c > 0\} = (-\infty, x_{1}) \cup (x_{2}, +\infty),$$

$$dove \ x_{1} = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \ e \ x_{2} = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}.$$

 $\sin(x+2\pi) = \sin(x)$ Enunciato 4.

Enunciato 5. 
$$cos(x+y) = cos(x)sin(y) + sin(x)cos(y)$$
 5.F

**Enunciato 6.** *Se* 
$$z, w \in \mathbb{C}$$
, *allora*  $\overline{z \cdot w} = -\overline{z} \cdot \overline{w}$ .

**ciato 7.** *Data* 
$$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
, *si ha che*  $\lim_{x \to \infty} f(x) = L$  *se* 7.*V*

**Enunciato 7.** Data 
$$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
, si ha che  $\lim_{x \to x_0^+} f(x) = L$  se  $\forall \varepsilon > 0 \ \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0 \ t.c. \ |f(x) - L| < \varepsilon \ \forall x \in (x_0, x_0 + \delta).$ 

Enunciato 8. 
$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$$
 8. V

**Enunciato 9.** Se 
$$a_n > 0$$
 per ogni  $n \in \mathbb{N}$  e  $\lim_{n \to +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L < 1$  allora  $a_n \downarrow 0$ .

**Enunciato 10.** 
$$\sum_{p\geqslant 1} a_p$$
 converge se e solo se  $\exists \varepsilon > 0$  t.c.  $\forall N = N(\varepsilon) \in \mathbb{N} \ \exists n > m > N$  t.c.  $\Big|\sum_{p=m+1}^n a_p\Big| < \varepsilon$ .

**Enunciato 11.** *Se* 
$$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
 *è monotona ed*  $f([a,b])$  *è un intervallo, allora*  $f$  *è continua in*  $[a,b]$ .

Enunciato 12. 
$$\frac{d}{dx}\cos(x) = \sin(x)$$
 12. F

**Enunciato 13.** Se 
$$f'(x_0) = 0$$
 ed  $f''(x_0) < 0$ , allora  $x_0$  è un punto di minimo locale.

Enunciato 14. 
$$\int \frac{\mathrm{d}x}{1+x^2} = \arctan(x) + c$$
 14. V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

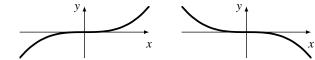
#### Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** L'insieme dei numeri complessi  $\mathbb{C}$  è un campo.

*1.V* 

**Enunciato 2.** Se quello riportato a sinistra è il grafico di f(x), allora quello a destra è il grafico di |f(x)|.

2.*F* 



Enunciato 3. L'estremo inferiore di un insieme è il più piccolo dei minoranti.

3.F

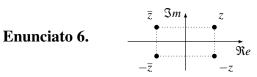
 $\sin(-x) = -\sin(x)$ Enunciato 4.

4.V

**Enunciato 5.** Quello riportato di seguito è il grafico di  $f(x) = \arcsin(x)$ .

5.V





7.F

8.F

6.F

**Enunciato 7.** Data  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , si ha che  $\lim_{x \to +\infty} f(x) = L$  se  $\exists \varepsilon > 0 \text{ t.c. } \forall X = X(\varepsilon) > 0 \ \exists x \in D \text{ con } x > X \text{ t.c. } |f(x) - L| > \varepsilon.$ 

**Enunciato 8.** Data  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , si ha che  $\lim_{x \to x_0^-} f(x) = L \in \mathbb{R}$  se  $\forall \varepsilon > 0 \ \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0 \ t.c. \ |f(x) - L| < \varepsilon \ \forall x \in (x_0, x_0 + \delta).$ 

$$\forall \varepsilon > 0 \ \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0 \ t.c. \ |f(x) - L| < \varepsilon \ \forall x \in (x_0, x_0 + \delta).$$

**Enunciato 9.** Se  $\{a_n\}_n$  e  $\{c_n\}_n$  convergeno ad L e  $a_n \leq b_n \leq c_n$ , allora anche  $\{b_n\}_n$  converge ad L.

9.V

**Enunciato 10.**  $\sum_{p\geq 1} a_p$  converge se e solo se  $\forall \varepsilon > 0 \ \exists N = N(\varepsilon) \in \mathbb{N}$  t.c.  $\Big|\sum_{p=m+1}^n a_p\Big| < \varepsilon \ \forall n > m > N$ .

10.V

**Enunciato 11.** *Se*  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  *è continua, allora l'immagine di un intervallo aperto è un intervallo aperto.* 

11.F

 $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\ln(|x|) = \frac{1}{|x|} per \ ogni \ x \neq 0$ Enunciato 12.

12.F

**Enunciato 13.** Se  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  è derivabile n volte in  $x_0$  e  $P: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  è il suo polinomio di Taylor di ordine *n in*  $x_0$ , *allora*  $P(x_0) = f(x_0)$ .

13.V

**Enunciato 14.**  $\int \cos(x) \, \mathrm{d}x = -\sin(x) + c$ 

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

#### Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

*1.F* 

2.*V* 

3.F

4.V

5.V

6.F

7.F

8.V

9.V

10.V

11.F

12.V

**Enunciato 1.** *Se* 
$$a,b,c \in \mathbb{R}$$
 *sono tali che*  $a \cdot b = b \cdot c$ , *allora*  $a = c$ .

**Enunciato 2.** Se 
$$f$$
 è invertibile e crescente, allora  $f^{-1}$  è strettamente crescente.

**Enunciato 3.** 
$$\{x \in \mathbb{R} : |x| < a\} = (-\infty, -a) \cup (a, +\infty)$$

**Enunciato 4.** 
$$\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Enunciato 5. 
$$\cot\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$$

**Enunciato 6.** Se 
$$z \in \mathbb{C}$$
, allora  $\overline{z^n} = -(\overline{z})^n$ .

**Enunciato 7.** Se quello riportato di seguito è il grafico della funzione 
$$f$$
 allora  $\lim_{x \to x_0^+} f(x) = f(x_0)$ .

$$x_0$$

**Enunciato 8.** 
$$\lim_{x \to +\infty} \sqrt[x]{a^x + b^x} = \max\{a, b\} \ \forall a, b > 0$$

**Enunciato 9.** Se 
$$a_n > 0$$
 per ogni  $n \in \mathbb{N}$  e  $\lim_{n \to +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L < 1$  allora  $a_n \downarrow 0$ .

**Enunciato 10.** Se 
$$a_n, b_n > 0$$
,  $\sum_{n \ge 1} a_n$  converge  $e \lim_{n \to +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$ , allora anche  $\sum_{n \ge 1} b_n$  converge.

**Enunciato 11.** Se 
$$f:(a,b) \to \mathbb{R}$$
 è continua, allora essa ammette massimo e minimo assoluti.

**Enunciato 12.** 
$$\frac{d}{dx} \ln(|x|) = \frac{1}{x} per ogni x \neq 0$$

**Enunciato 13.** Se 
$$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
 è derivabile  $n$  volte in  $x_0$  e  $P: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  è il suo polinomio di Taylor di ordine  $n$  in  $x_0$ , allora  $P(x_0) = f(x_0)$ .

Enunciato 14. 
$$\int \frac{\mathrm{d}x}{1+x^2} = \arctan(x) + c$$
 14.V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

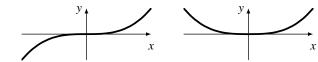
#### Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** L'insieme dei numeri razionali  $\mathbb{Q}$  è ordinato e completo.

*1.F* 

**Enunciato 2.** Se quello riportato a sinistra è il grafico di f(x), allora quello a destra è il grafico di -f(x).

2.*F* 



**Enunciato 3.**  $\sqrt{p(x)} \geqslant \sqrt{q(x)} \Longleftrightarrow \begin{cases} q(x) \geqslant 0 \\ p(x) \geqslant q(x). \end{cases}$ 

3.V

**Enunciato 4.** 
$$\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

4.V 5.F

**Enunciato 5.** 
$$\tan\left(x+\frac{\pi}{2}\right) = \tan(x)$$

**Enunciato 6.** Se 
$$z \in \mathbb{C}$$
, allora  $\Re e(z) = \frac{z + \overline{z}}{2}$ .

6.V

**Enunciato 7.** Data 
$$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
, si ha che  $\lim_{x \to x_0^-} f(x) = -\infty$  se  $\forall M > 0 \ \exists \delta = \delta(M) > 0 \ t.c. \ f(x) < -M \ \forall x \in (x_0 - \delta, x_0).$ 

7.*V* 

$$\forall M > 0 \; \exists \delta = \delta(M) > 0 \; t.c. \; f(x) < -M \; \forall x \in (x_0 - \delta, x_0)$$

8.F

**Enunciato 8.** 
$$\lim_{x \to 0^+} x^a \log_b(x) = 1 \ \forall a, b > 0$$

9.V

**Enunciato 9.** Se tutte le sottosuccessioni di 
$$\{a_n\}_n$$
 convergono ad L, allora  $\lim_{n\to+\infty} a_n = L$ .

10.V

**Enunciato 10.** Se 
$$a_n, b_n > 0$$
,  $\sum_{n \ge 1} a_n$  converge  $e \lim_{n \to +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$ , allora anche  $\sum_{n \ge 1} b_n$  converge.

11.V

**Enunciato 11.** Se 
$$f: [a,b] \to \mathbb{R}$$
 è crescente, allora  $f([a,b]) = [f(a),f(b)]$ .

12.V

**Enunciato 12.** 
$$\frac{d}{dx}\sin(x) = \cos(x)$$

13.V

**Enunciato 13.** Se 
$$f'(x_0) = 0$$
 ed  $f''(x_0) < 0$ , allora  $x_0$  è un punto di massimo locale.

Enunciato 14. 
$$\int \frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{x^2-1}} = \arccos(x) + c$$

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** *Se*  $a \in \mathbb{R}$  *è tale che*  $a \cdot 0 = 0$ , *allora*  $a \neq 0$ .

*1.F* 

**Enunciato 2.** Quello riportato di seguito è il grafico di  $f(x) = \log_a(x)$  con  $a \in (0,1)$ .

2.*F* 



**Enunciato 3.**  $\{x \in \mathbb{R} : |x| > a\} = (-\infty, -a) \cup (a, +\infty)$ 

3.V

Enunciato 4.  $\cos(x+\pi) = -\cos(x)$ 

4.V

 $\tan\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \tan(x)$ Enunciato 5.

5.F

 $-\overline{z}$   $\Im m$  zEnunciato 6.

6.V

7.F

**Enunciato 7.** Data  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , si ha che  $\lim_{x \to x_0^+} f(x) = -\infty$  se  $\exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta = \delta(M) > 0 \exists x \in (x_0, x_0 + \delta) \text{ t.c. } f(x) > -M.$ 

8.V

 $\lim_{x \to 0^+} x^a \log_b(x) = 0 \ \forall a, b > 0$ Enunciato 8.

9.V

**Enunciato 9.** Se  $a_n > 0$  per ogni  $n \in \mathbb{N}$  e  $\lim_{n \to +\infty} \sqrt[n]{a_n} = L < 1$  allora  $a_n \downarrow 0$ .

**Enunciato 10.** Se  $\sum_{n\geqslant 1} a_n$  diverge e  $0 \leqslant a_n \leqslant b_n$ , allora anche  $\sum_{n\geqslant 1} b_n$  diverge.

10.V

**Enunciato 11.** *Se*  $f: [a,b] \rightarrow [a,b]$  *è invertibile, allora* f *è continua in* [a,b].

11.F

 $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\sin(x) = \cos(x)$ Enunciato 12.

12.V

**Enunciato 13.** Se  $f:[a,b] \to \mathbb{R}$  è derivabile ed  $x_0 \in (a,b)$  è tale che  $f'(x_0) = 0$ , allora  $x_0$  è un punto di massimo o di minimo.

13.F

**Enunciato 14.** Se  $f: [a,b] \to \mathbb{R}$  è continua ed F è una sua primitiva, allora  $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ .

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** L'insieme dei numeri interi  $\mathbb{Z}$  è totalmente ordinato.

*1.V* 

**Enunciato 2.**  $f: A \to B$  è strettamente crescente se per ogni  $x_1, x_2 \in A$  si ha

 $x_1 < x_2 \Longrightarrow f(x_1) < f(x_2)$ .

2.*V* 

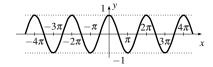
**Enunciato 3.** Siano  $a, b, c \in \mathbb{R}$  con a > 0. Se  $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ , allora  $\{x \in \mathbb{R} : ax^{2} + bx + c > 0\} = (x_{1}, x_{2}),$   $dove \ x_{1} = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \ e \ x_{2} = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}.$ 

$${x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c > 0} = (x_1, x_2),$$

4.V

3.F

**Enunciato 4.** Quello riportato di seguito è il grafico di  $f(x) = \cos(x)$ .



Enunciato 5.  $\sin(x - y) = \sin(x)\cos(y) - \cos(x)\sin(y)$ 

6.V

5.V

7.F

8.V

**Enunciato 6.** Se  $z \in \mathbb{C}$ , allora  $z \in \mathbb{R} \iff z = \overline{z}$ .

**Enunciato 7.** Data  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , si ha che  $\lim_{x \to x_0^+} f(x) = -\infty$  se

 $\exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta = \delta(M) > 0 \exists x \in (x_0, x_0 + \delta) \text{ t.c. } f(x) > -M.$ 

**Enunciato 8.** Data  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , si ha che  $\lim_{x \to x_0^+} f(x) = L \in \mathbb{R}$  se  $\forall \varepsilon > 0 \ \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0 \ t.c. \ |f(x) - L| < \varepsilon \ \forall x \in (x_0, x_0 + \delta).$ 

**Enunciato 9.** Se  $a_n > 0$  per ogni  $n \in \mathbb{N}$  e  $\lim_{n \to +\infty} \sqrt[n]{a_n} = L < 1$  allora  $a_n \downarrow 0$ .

9.V

**Enunciato 10.**  $\sum_{n\geq 1} (-1)^n = -\frac{1}{2}$ 

10.F

**Enunciato 11.** *Se*  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  *è tale che* f([a,b]) *è un intervallo, allora* f *è continua in* [a,b].

11.F

 $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\tan(x) = \frac{1}{1+x^2}$ Enunciato 12.

12.F

13.F

Enunciato 13. Per la regola di De L'Hôpital si ha che

 $\lim_{x \to +\infty} \frac{x^2 + \sin(x)}{x + 2\cos(x)} = \lim_{x \to +\infty} \frac{2x + \cos(x)}{1 - 2\sin(x)} = +\infty$ 

Enunciato 14.

 $\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin(x) + c$ 

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

# Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** L'insieme dei numeri complessi  $\mathbb{C}$  è totalmente ordinato.

*1.F* 

**Enunciato 2.** Se  $n \in \mathbb{N}$  è pari allora  $f(x) = x^n$  è una funzione pari nel suo dominio di definizione.

2.*V* 

**Enunciato 3.**  $\{x \in \mathbb{R} : |x| > a\} = (-\infty, -a) \cup (a, +\infty)$ 

3.V

**Enunciato 4.** Ciascun angolo di un quadrato misura  $\pi/3$ .

**4.***F* 

Enunciato 5.

Enunciato 8.

$$\cot\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$$

5.V

**Enunciato 6.** *Se*  $z \in \mathbb{C}$ , *allora* 

$$\overline{z^n} = (\overline{z})^n$$
.

7.F

6.V

**Enunciato 7.** Data  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , si ha che  $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$  se  $\exists M > 0 \text{ t.c. } \forall X = X(M) > 0 \ \exists x \in D \text{ con } x > X \text{ t.c. } f(x) > M.$ 

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt[a]{1+x}-1}{x} = 1 \ \forall a > 0$$

8.F

**Enunciato 9.** Se per ogni  $\{x_n\}_n$  convergente ad  $x_0$  si ha che  $\lim_{n\to +\infty} f(x_n) = f(x_0)$ , allora f è continua in

9.V

**Enunciato 10.** Se  $a_n, b_n > 0$ ,  $\sum_{n \ge 1} a_n$  converge  $e \lim_{n \to +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 0$ , allora anche  $\sum_{n \ge 1} b_n$  converge.

10.F

**Enunciato 11.** Se  $f:(a,b)\to\mathbb{R}$  è continua,  $\lim_{x\to a}f(x)=+\infty$  e  $\lim_{x\to b}f(x)=+\infty$ , allora  $f(x)\geqslant 0$  per ogni  $x \in (a,b)$ .

11.F

Enunciato 12.

$$(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(f^{-1}(y))}$$

12.V

**Enunciato 13.** Se  $f:[a,b] \to \mathbb{R}$  è derivabile ed ha in  $x_0 \in (a,b)$  un punto di massimo, allora  $f'(x_0) = 0$ .

13.V

Enunciato 14.

$$\int f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) - \int f'(x) g(x) dx$$

14.V

Enunciato 12 1 2 3 4 7 8 9 10 11 13 14 5 6 V F

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

- Enunciato 1. Per il principio di induzione si ha che

• P(1) è vera • se P(n) è vera, allora anche P(n+2) è vera P(n) è vera per ogni  $n \in \mathbb{N}$  dispari.

**Enunciato 2.**  $f: A \rightarrow B$  è strettamente monotona se non è né strettamente crescente, né strettamente decrescente.

2.*F* 

*1.V* 

**Enunciato 3.**  $\{x \in \mathbb{R} : |x| < a\} = (-\infty, -a) \cup (a, +\infty)$ 

3.F

 $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ Enunciato 4.

4.F

**Enunciato 5.** Quello riportato di seguito è il grafico di  $f(x) = \arccos(x)$ .

5.F

- Enunciato 6. La moltiplicazione tra numeri complessi è un'operazione binaria commutativa.

6.V

7.F

9.V

**Enunciato 7.**  $\lim_{x \to x_0} f(x) = -\infty se$ 

 $\exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta = \delta(M) > 0 \exists x \in D \text{ con } 0 < |x - x_0| < \delta \text{ t.c. } f(x) > -M.$ 

Enunciato 8. La funzione tangente non è continua nel suo dominio di definizione. 8.F

**Enunciato 9.**  $\{a_n\}_n$  converge se e solo se  $\forall \varepsilon > 0 \ \exists N = N(\varepsilon) \in \mathbb{N} \ t.c. \ |a_n - a_m| < \varepsilon \ \forall n, m > N.$ 

- **Enunciato 10.** Se  $a_n, b_n > 0$ ,  $\sum_{n \ge 1} b_n$  converge  $e \lim_{n \to +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 0$ , allora anche  $\sum_{n \ge 1} a_n$  converge. 10.V
- **Enunciato 11.** Se  $f: [a,b] \to \mathbb{R}$  è crescente, allora f([a,b]) = [f(a),f(b)].

11.V

 $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\tan(x) = \frac{1}{\cos(x)^2}$ Enunciato 12.

12.V

**Enunciato 13.** Se  $f:[a,b] \to \mathbb{R}$  è derivabile ed ha in  $x_0 \in (a,b)$  un punto di massimo, allora  $f'(x_0) = 0$ .

13.V

 $\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1-x^2}} = \arccos(x) + c$ Enunciato 14.

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** *Se*  $a,b,c \in \mathbb{R}$  *sono tali che*  $a \cdot b = b \cdot c$ , *allora* a = c.

*1.F* 

**Enunciato 2.** Se quello riportato a sinistra è il grafico di f(x), allora quello a destra è il grafico di f(x+a).

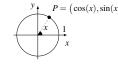
2.*V* 



**Enunciato 3.** L'estremo superiore di un insieme è il più grande dei maggioranti.

3.F





4.V

5.V

$$\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$$

6.V

**Enunciato 6.** Se 
$$z \in \mathbb{C}$$
, allora  $z \in \mathbb{R} \iff z = \overline{z}$ .

$$z \in \mathbb{R} \iff z = \overline{z}$$

7.*V* 

**Enunciato 7.** Data 
$$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
, si ha che  $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$  se  $\forall M > 0 \ \exists X = X(M) > 0 \ t.c. \ f(x) < -M \ \forall x \in D \ con \ x > X.$ 

$$\forall M > 0 \; \exists X = X(M) > 0 \; t.c. \; f(x) < -M \; \forall x \in D \; con \; x > X.$$

Enunciato 8.

$$\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos(x)}{x^2} = \frac{1}{2}$$

8.V

**Enunciato 9.** Se  $\{a_n\}_n$  e  $\{c_n\}_n$  convergeno ad L e  $a_n \leq b_n \leq c_n$ , allora anche  $\{b_n\}_n$  converge ad L.

9.V

10.V

**Enunciato 10.** Se 
$$a_n, b_n > 0$$
,  $\sum_{n \ge 1} b_n$  diverge  $e \lim_{n \to +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$ , allora anche  $\sum_{n \ge 1} a_n$  diverge.

**Enunciato 11.** Se  $f:(a,b) \to [a,b]$  è continua ed invertibile, allora anche  $f^{-1}:[a,b] \to (a,b)$  è continua.

11.V

**Enunciato 12.** 
$$\frac{d}{dx} \arctan(x) = \frac{1}{\cos(x)^2}$$

12.F

Enunciato 13. Il polinomio di Taylor è un polinomio.

13.V

**Enunciato 14.** 
$$\int \sin(x) \, \mathrm{d}x = \cos(x) + c$$

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

#### Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** L'insieme dei numeri naturali  $\mathbb{N}$  è ordinato e completo.

1.F

**Enunciato 2.** Se il grafico di  $f: [a,b] \to \mathbb{R}$  e la retta y = c sono come in figura, allora  $\{x \in [a,b]: f(x) \le c\} = [x_1,x_2] \cup [x_3,x_4] \cup [x_5,b].$ 

2.*V* 

**Enunciato 3.**  $\{x \in \mathbb{R} : |x| > a\} = (-a, a)$ 

3.F

**Enunciato 4.**  $\sin(-x) = -\sin(x)$ 

*4.V* 

**Enunciato 5.**  $\cos(2x) = 1 - 2\sin(x)^2$ 

5.*V* 

**Enunciato 6.** *Se*  $z \in \mathbb{C}$  *ed*  $n \in \mathbb{N}$ , *allora*  $\overline{n \cdot z} = n/\overline{z}$ .

6.F

**Enunciato 7.** Data  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , si ha che  $\lim_{x \to x_0^-} f(x) = -\infty$  se

7.F

$$\exists M > 0 \ t.c. \ \forall \delta = \delta(M) > 0 \ \exists x \in (x_0 - \delta, x_0) \ t.c. \ f(x) > -M.$$

8.V

**Enunciato 8.**  $\lim_{x \to +\infty} \sqrt[x]{x} = 1$ 

9.V

**Enunciato 9.** Se per ogni  $\{x_n\}_n \subset \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$  convergente ad  $x_0$  si ha che  $\lim_{n \to +\infty} f(x_n) = L$ , allora  $\lim_{x \to x_0} f(x) = L$ .

10.F

**Enunciato 10.** Se  $\sum_{n\geqslant 1} (-1)^n a_n$  converge, allora  $a_n \downarrow 0$ .

**Enunciato 11.** Se  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  è monotona ed f([a,b]) è un intervallo, allora f è continua in [a,b].

11.V

**Enunciato 12.**  $f'(x_0) = \lim_{t \to 0} \frac{f(x_0 + t) - f(x_0)}{t}$ 

12.V

**Enunciato 13.** Se  $f:[a,b] \to \mathbb{R}$  è derivabile ed f(a) = f(b), allora esiste  $x_0 \in (a,b)$  tale che  $f'(x_0) = 0$ .

13.V

**Enunciato 14.**  $\int f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) - \int f'(x) g(x) dx$ 

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** L'insieme dei numeri reali  $\mathbb{R}$  è ordinato e completo.

1.V

**Enunciato 2.**  $f: A \rightarrow B$  è monotona se è crescente o decrescente.

2.V

Enunciato 3. L'estremo superiore di un insieme è il più piccolo dei maggioranti.

3.V

**Enunciato 4.** L'altezza di un triangolo equilatero di lato unitario misura  $\sqrt{2}$ .

4.F



Enunciato 5.

$$\cot\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$$

5.F

6.F

**Enunciato 6.** *Se* 
$$z \in \mathbb{C}$$
, *allora*

$$\overline{(\overline{z})} = -z$$

7.*V* 

**Enunciato 7.** Data  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , si ha che  $\lim_{x \to +\infty} f(x) = L$  se

, · ·

$$\forall \varepsilon > 0 \; \exists X = X(\varepsilon) > 0 \; t.c. \; |f(x) - L| < \varepsilon \; \forall x \in D \; con \; x > X.$$

8.V

**Enunciato 8.** 
$$\lim_{x \to \pm \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

9.V

**Enunciato 9.** Se  $a_n > 0$  per ogni  $n \in \mathbb{N}$  e  $\lim_{n \to +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L < 1$  allora  $a_n \downarrow 0$ .

10.V

**Enunciato 10.** Se  $\sum_{n\geqslant 1} a_n$  converge, allora anche  $\{a_n\}_n$  converge.

11.V

**Enunciato 11.** Se  $f: [a,b] \to \mathbb{R}$  è crescente, allora f([a,b]) = [f(a),f(b)].

Enunciato 12. Tutte le funzioni derivabili sono integrabili.

12.V

Enunciato 13. La differenza di funzioni concave è una funzione concava.

13.F

Enunciato 14. 
$$\int \frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{x^2-1}} = \arcsin(x) + c$$

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

# Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** *L'insieme dei numeri naturali*  $\mathbb{N}$  *è un campo.* 

*1.F* 

**Enunciato 2.** La controimmagine di  $Y \subseteq B$  tramite una funzione  $f: A \to B$  è dato da

 $f^{-1}(Y) = \{x \in A : \exists y \in Y \ t.c. \ y = f(x)\} = \{x \in A : f(x) \in Y\}.$ 

**Enunciato 3.**  $\{x \in \mathbb{R} : |x| > a\} = (-\infty, -a) \cup (a, +\infty)$ 

3.V

2.*V* 

**Enunciato 4.** L'arco di una circonferenza di raggio r e corrispondente a  $\alpha$  radianti misura  $\alpha\pi$ .

*4.F* 

Enunciato 5.  $tan(x + \pi) = tan(x)$  5.V

**Enunciato 6.** *Se*  $z \in \mathbb{C}$ , *allora* 

6.F

**Enunciato 7.** Data  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , si ha che  $\lim_{x \to x_0^+} f(x) = L$  se  $\forall \varepsilon > 0 \ \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0 \ t.c. \ |f(x) - L| < \varepsilon \ \forall x \in (x_0, x_0 + \delta).$ 

7.*V* 

**Enunciato 13.** Se  $f:[a,b] \to \mathbb{R}$  è continua ed f(a) = f(b), allora esiste  $x_0 \in (a,b)$  tale che  $f'(x_0) = 0$ .

Enunciato 8.

 $\lim_{x \to \pm \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$ 

8.V

**Enunciato 9.** Se  $a_n > 0$  per ogni  $n \in \mathbb{N}$  e  $\lim_{n \to +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L < 1$  allora  $a_n \downarrow 0$ .

9.V

**Enunciato 10.** Se  $\sum_{n\geq 1} b_n$  diverge  $e\ 0 \leq a_n \leq b_n$ , allora anche  $\sum_{n\geq 1} a_n$  diverge.

10.F

**Enunciato 11.** Se  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  è tale che f([a,b]) è un intervallo, allora f è continua in [a,b].

11.F

12.V

Enunciato 12. Tutte le funzioni derivabili sono continue.

13.F

Enunciato 14.

 $\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1+x^2}} = \arctan(x) + c$ 

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** *Se*  $a,b,c \in \mathbb{R}$  *sono tali che*  $a \cdot b = b \cdot c$ , *allora* a = c.

*1.F* 

Enunciato 2. Quello riportato di seguito è il grafico di una funzione strettamente crescente.

2.*V* 

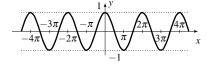


**Enunciato 3.**  $\sqrt{p(x)} \geqslant \sqrt{q(x)} \Longleftrightarrow \begin{cases} q(x) \geqslant 0 \\ p(x) \geqslant q(x). \end{cases}$ 

3.V

**Enunciato 4.** Quello riportato di seguito è il grafico di  $f(x) = \cos(x)$ .

4.V



Enunciato 5.

$$\sin(2x) = 2\sin(x)\cos(x)$$

5.V 6.F

**Enunciato 6.** *Se*  $z \in \mathbb{C}$ , *allora* 

$$\overline{(\overline{z})} = -z$$
.

7.*V* 

**Enunciato 7.** 
$$\lim_{x \to x_0} f(x) = +\infty$$
 se

**Enunciato 7.** 
$$\lim_{x \to x_0} f(x) = +\infty$$
 *se*  $\forall M > 0 \; \exists \delta = \delta(M) > 0 \; t.c. \; f(x) > M \; \forall x \in D \; con \; 0 < |x - x_0| < \delta.$ 

Enunciato 8.

 $x \in (a,b)$ .

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin(x)}{x} = \frac{1}{2}$$

8.F

**Enunciato 9.** Tutte le successioni numeriche monotone sono regolari.

9. V

**Enunciato 10.** Se 
$$a_n, b_n > 0$$
,  $\sum_{n \ge 1} a_n$  diverge  $e \lim_{n \to +\infty} \frac{a_n}{b_n} = +\infty$ , allora anche  $\sum_{n \ge 1} b_n$  diverge.

10.F

**Enunciato 11.** Se 
$$f:(a,b)\to\mathbb{R}$$
 è continua,  $\lim_{x\to a}f(x)=+\infty$  e  $\lim_{x\to b}f(x)=+\infty$ , allora  $f(x)\geqslant 0$  per ogni

11.F

12.F

Enunciato 13. Per la regola di De L'Hôpital si ha ci

13.V

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x + 2\cos(x)}{x^2 + \sin(x)} = \lim_{x \to +\infty} \frac{1 - 2\sin(x)}{2x + \cos(x)} = 0$$

**Enunciato 14.** 
$$\int \sin(x) \, dx = \cos(x) + c$$

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

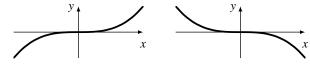
#### Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** L'insieme dei numeri interi  $\mathbb{Z}$  è totalmente ordinato.

1.V

**Enunciato 2.** Se quello riportato a sinistra è il grafico di f(x), allora quello a destra è il grafico di f(|x|).

2.*F* 



**Enunciato 3.**  $\{x \in \mathbb{R} : |x| < a\} = (-\infty, -a) \cup (a, +\infty)$ 

*3.F* 

 $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$ Enunciato 4.

4.V

 $\cos(x+y) = \cos(x)\cos(y) - \sin(x)\sin(y)$ Enunciato 5.

5.V

**Enunciato 6.** Sia  $w = r(\cos(\varphi) + i\sin(\varphi))$  un numero complesso in forma trigonometrica ed  $n \in \mathbb{N}$ , allora l'equazione nell'incognita z

6.V

$$z^n = w$$

ha per soluzioni

$$z_k = \sqrt[n]{r} \left( \cos \left( \frac{\varphi}{n} + \frac{2\pi}{n} k \right) + i \sin \left( \frac{\varphi}{n} + \frac{2\pi}{n} k \right) \right), \qquad k \in \{0, 1, \dots, n-1\}.$$

**Enunciato 7.** Data  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , si ha che  $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$  se

$$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
, st ha che  $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$  se  $\exists M > 0 \text{ t.c. } \forall X = X(M) > 0 \ \exists x \in D \text{ con } x > X \text{ t.c. } f(x) < -M.$ 

 $\lim_{x \to 0} \frac{\tan(x)}{x} = 1$ Enunciato 8.

8.V

7.F

**Enunciato 9.** Ogni successione numerica limitata ammette una sottosuccessione convergente.

9.V

Enunciato 10. La serie telescopiche convergono.

10.F

**Enunciato 11.** *Se*  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  *è monotona ed* f([a,b]) *è un intervallo, allora* f *è continua in* [a,b].

11.V

**Enunciato 12.** *Le funzioni dispari non sono derivabili in* x = 0.

12.F

**Enunciato 13.** Se  $f'(x_0) = 0$  ed  $f''(x_0) < 0$ , allora  $x_0$  è un punto di massimo locale.

13.V

**Enunciato 14.** Se  $f: [a,b] \to \mathbb{R}$  è continua, allora  $f(x) = \frac{d}{dx} \int_a^b f(x) dx$ .

$$f(x) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \int_{x}^{b} f(x) \, \mathrm{d}x$$

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** L'insieme dei numeri razionali  $\mathbb{Q}$  è un campo.

*1.V* 

**Enunciato 2.**  $f: A \to B$  è strettamente crescente se per ogni  $x_1, x_2 \in A$  si ha

2.*F* 

 $x_1 < x_2 \Longrightarrow f(x_1) > f(x_2)$ .

*3.F* 

Enunciato 3. L'estremo superiore di un insieme è il più grande dei maggioranti.

Enunciato 4.  $\cos(-x) = \cos(x)$  4.V

 $\cot(0) = 0$ Enunciato 5.

5.F

**Enunciato 6.** L'equazione  $x^2 + 1 = 0$  non ha soluzioni in  $\mathbb{R}$ .

- 6.V
- **Enunciato 7.** Se quello riportato di seguito è il grafico della funzione f allora  $\lim_{x\to x_0^-} f(x) = f(x_0)$ .
  - 7.*V*

 $\lim_{x \to 0} \frac{\sin(x)}{x} = \frac{1}{2}$ Enunciato 8.

- 8.F
- **Enunciato 9.** Se  $\{a_n\}_n$  che  $\{c_n\}_n$  sono convergenti e  $a_n \leq b_n \leq c_n$ , allora anche  $\{b_n\}_n$  convergente.
- 9.F

10.V

**Enunciato 10.** Se  $a_n \downarrow 0$ , allora  $\sum_{n \geqslant 1} (-1)^n a_n$  converge.

**Enunciato 11.** *Se*  $f: [a,b] \rightarrow [a,b]$  *è invertibile, allora* f *è continua in* [a,b].

11.F

 $\frac{d}{dx} \arccos(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ Enunciato 12.

- 12.F
- **Enunciato 13.** Se  $f:[a,b] \to \mathbb{R}$  è derivabile ed f(a) = f(b), allora esiste  $x_0 \in (a,b)$  tale che  $f'(x_0) = 0$ .
- 13.V

- **Enunciato 14.** Se  $f: [a,b] \to \mathbb{R}$  è continua, allora  $f(x) = \frac{d}{dx} \int_{a}^{b} f(x) dx$ . 14.F

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** *Se*  $a,b,c \in \mathbb{R}$  *sono tali che* a+b=b+c, *allora* a=c.

*1.V* 

**Enunciato 2.** Quello riportato di seguito è il grafico di  $f(x) = x^n$  con  $n \in \mathbb{N}$  dispari.

2.*V* 

$$\xrightarrow{y}$$

**Enunciato 3.**  $\{x \in \mathbb{R} : |x| > a\} = (-a, a)$ 

3.F

 $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ Enunciato 4.

4.V

Enunciato 5.  $\sin(x+y) = \cos(x)\cos(y) - \sin(x)\sin(y)$ 

5.F

 $z \in \mathbb{R} \iff z = \overline{z}$ . **Enunciato 6.** *Se*  $z \in \mathbb{C}$ , *allora* 

6.V

**Enunciato 7.** Data  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , si ha che  $\lim_{x \to x_0^-} f(x) = -\infty$  se  $\forall M > 0 \ \exists \delta = \delta(M) > 0 \ t.c. \ f(x) > M \ \forall x \in (x_0 - \delta, x_0).$ 

7.F

 $\lim_{x \to +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$ Enunciato 8.

8.V

**Enunciato 9.** Se  $a_n > 0$  per ogni  $n \in \mathbb{N}$  e  $\lim_{n \to +\infty} \sqrt[n]{a_n} = L < 1$  allora  $a_n \downarrow 0$ .

9.V

**Enunciato 10.** Se  $\sum_{n\geqslant 1} b_n$  diverge  $e\ 0\leqslant a_n\leqslant b_n$ , allora anche  $\sum_{n\geqslant 1} a_n$  diverge.

10.F

**Enunciato 11.** Se  $f:(a,b)\to\mathbb{R}$  è continua,  $\lim_{x\to a}f(x)=+\infty$  e  $\lim_{x\to b}f(x)=-\infty$ , allora esiste  $x_0\in(a,b)$ tale che  $f(x_0) = 0$ .

11.V

Enunciato 12. La derivata di un polinomio è un polinomio.

12.V

**Enunciato 13.** Se  $f:[a,b] \to \mathbb{R}$  è derivabile ed ha in  $x_0 \in [a,b]$  un punto di massimo, allora  $f'(x_0) = 0$ .

13.F

Enunciato 14.

 $\int \frac{\mathrm{d}x}{\cos(x)^2} = \tan(x) + c$ 

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

# Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** L'insieme dei numeri reali  $\mathbb{R}$  è un campo.

*1.V* 

**Enunciato 2.** Se  $n \in \mathbb{N}$  è dispari allora  $f(x) = x^n$  è una funzione dispari nel suo dominio di definizione.

2.*V* 

Enunciato 3. L'estremo superiore di un insieme è il più piccolo dei maggioranti.

3.V

**Enunciato 4.** La diagonale di un quadrato di lato unitario misura  $\sqrt{2}$ .

4.V



Enunciato 5.

$$\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

5.V

**Enunciato 6.** *Se*  $z \in \mathbb{C}$ , *allora*  $z \notin \mathbb{R}$ .

6.F

**Enunciato 7.** Data  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , si ha che  $\lim_{x \to x_0^-} f(x) = -\infty$  se  $\exists M > 0$  t.c.  $\forall \delta = \delta(M) > 0$   $\exists x \in (x_0 - \delta, x_0)$  t.c. f(x) > -M.

7.F

$$\exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta = \delta(M) > 0 \ \exists x \in (x_0 - \delta, x_0) \text{ t.c. } f(x) > -M$$

8.F

**Enunciato 8.** Data  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , si ha che  $\lim_{x \to x_0^+} f(x) = L \in \mathbb{R}$  se  $\forall \varepsilon > 0 \ \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0 \ t.c. \ |f(x) - L| < \varepsilon \ \forall x \in (x_0 - \delta, x_0).$ 

$$\forall \varepsilon > 0 \; \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0 \; t.c. \; |f(x) - L| < \varepsilon \; \forall x \in (x_0 - \delta, x_0)$$

9.F

Enunciato 9. Tutte le successioni numeriche monotone sono convergenti.

10.F

**Enunciato 10.** Se  $a_n, b_n > 0$ ,  $\sum_{n \ge 1} a_n$  converge  $e \lim_{n \to +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$ , allora nulla si può dire della convergenza  $di \sum_{n \geq 1} b_n$ .

11.F

**Enunciato 11.** Se  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  è una funzione strettamente crescente, allora  $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ .

Enunciato 12. Tutte le funzioni integrabili sono derivabili.

12.F

**Enunciato 13.** Se  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  è derivabile n volte in  $x_0$  e  $P: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  è il suo polinomio di Taylor di ordine *n in*  $x_0$ , *allora*  $P(x_0) = f(x_0)$ .

13.V

**Enunciato 14.** *Se*  $f: [a,b] \to \mathbb{R}$  *è limitata, allora è integrabile secondo Riemann.* 

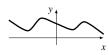
Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

#### Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

Enunciato 1. Per il principio di induzione si ha che

• P(1) è vera •  $se\ P(n)$  e P(n+1) sono vere, allora anche P(n+2) è vera P(n) è vera per ogni  $n\in\mathbb{N}$ .

Enunciato 2. Quello riportato di seguito è il grafico di una funzione.



**Enunciato 3.** 
$$\{x \in \mathbb{R} : |x| < a\} = (-\infty, -a) \cup (a, +\infty)$$

**Enunciato 4.** L'arco di una circonferenza di raggio r e corrispondente a  $\alpha$  radianti misura  $\alpha\pi$ .

**Enunciato 5.** Quello riportato di seguito è il grafico di  $f(x) = \arcsin(x)$ .



**Enunciato 6.** *Se*  $z \in \mathbb{R}$ , *allora*  $z \notin \mathbb{C}$ .

**Enunciato 7.** Se quello riportato di seguito è il grafico della funzione f allora  $\lim_{x \to x_0^-} f(x) = f(x_0)$ .

$$x_0$$

**Enunciato 8.** Se  $f(x) \ge 0$  per ogni  $x \in \mathbb{R}$  e  $\lim_{x \to x_0} f(x) = a \in \mathbb{R}$ , allora  $a \ge 0$ .

**Enunciato 9.** Se  $\{a_n\}_n$  che  $\{c_n\}_n$  sono convergenti e  $a_n \leq b_n \leq c_n$ , allora anche  $\{b_n\}_n$  convergente.

**Enunciato 10.** Se  $\sum_{n\geqslant 1} b_n$  converge e  $0 \leqslant a_n \leqslant b_n$ , allora anche  $\sum_{n\geqslant 1} a_n$  converge.

**Enunciato 11.** Se  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  è una funzione strettamente crescente, allora  $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \sup\{f(x) : x \in \mathbb{R} \}$  $\mathbb{R}$  }.

 $(f^{-1})'(y) = -\frac{f'(f^{-1}(y))}{f^{-1}(y)^2}$ Enunciato 12.

**Enunciato 13.** Se  $f:[a,b] \to \mathbb{R}$  è derivabile ed ha in  $x_0 \in [a,b]$  un punto di massimo, allora  $f'(x_0) = 0$ .

**Enunciato 14.** Se  $f: [a,b] \to \mathbb{R}$  è continua, allora  $f(x) = -\frac{d}{dx} \int_a^b f(x) dx$ .

11.V

1.F

2.*V* 

3.F

*4.F* 

5.F

6.F

7.F

8.V

9.F

10.V

12.F

13.F

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

### Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

*1.V* 

2.*V* 

3.V

4.V

5.V

6.F

7.F

8.F

9.F

10.F

11.V

12.V

13.V

14.F

**Enunciato 1.** *Se* 
$$a, b \in \mathbb{R}$$
 *sono tali che*  $a \cdot b = 0$ , *allora*  $a = 0$  *oppure*  $b = 0$ .

**Enunciato 2.** 
$$f: A \to B$$
 è una funzione pari se per ogni  $x \in A$  si ha  $f(-x) = f(x)$ .

**Enunciato 3.** *Se C* è *l'estremo superiore di A* 
$$\subset \mathbb{R}$$
 *e C*  $\in$  *A, allora C* è *il massimo di A.*

**Enunciato 4.** L'arco di una circonferenza di raggio 
$$r$$
 e corrispondente a  $\alpha$  radianti misura  $\alpha r$ .

**Enunciato 5.** 
$$\sin(x-y) = \sin(x)\cos(y) - \cos(x)\sin(y)$$

**Enunciato 6.** 
$$\mathbb{C} \setminus \mathbb{R} = \{i\}$$

**Enunciato 7.** Data 
$$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
, si ha che  $\lim_{x \to x_0^+} f(x) = +\infty$  se  $\exists M > 0 \ t.c. \ \forall \delta = \delta(M) > 0 \ \exists x \in (x_0, x_0 + \delta) \ t.c. \ f(x) < M.$ 

$$\exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta = \delta(M) > 0 \ \exists x \in (x_0, x_0 + \delta) \text{ t.c. } f(x) < M$$

**Enunciato 8.** 
$$\lim_{x\to 0^+} x^a \log_b(x) = 1 \ \forall a,b>0$$

**Enunciato 10.** Se 
$$a_n > 0$$
  $e \lim_{n \to +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{2}$ , allora  $\sum_{n \ge 1} a_n$  diverge.

**Enunciato 11.** *Se* 
$$f: [a,b] \to \mathbb{R}$$
 *è continua, allora essa ammette massimo e minimo assoluti.*

**Enunciato 12.** 
$$f'(x_0) = \lim_{t \to 0} \frac{f(x_0 + t) - f(x_0)}{t}$$

**Enunciato 13.** Se 
$$f:[a,b] \to \mathbb{R}$$
 è derivabile, allora esiste  $x_0 \in (a,b)$  tale che  $f'(x_0) = \frac{f(b) - f(a)}{b-a}$ .

**Enunciato 14.** *Se*  $f: [a,b] \to \mathbb{R}$  *è integrabile, allora esiste*  $c \in [a,b]$  *tale che* 

$$\int_{a}^{b} f(x) dx = (b - a)f(c).$$

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

### Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** L'insieme dei numeri interi  $\mathbb{Z}$  è un campo.

*1.F* 

2.*F* 

Enunciato 2. Quello riportato di seguito è il grafico di una funzione.

Enunciato 3. L'estremo superiore di un insieme è il più piccolo dei maggioranti.

3.V

Enunciato 4.  $cos(x + \pi) = cos(x)$ 

4.F

 $\tan\left(x+\frac{\pi}{2}\right) = \tan(x)$ Enunciato 5.

5.F

**Enunciato 6.** L'equazione  $x^2 + 1 = 0$  non ha soluzioni in  $\mathbb{R}$ .

6.V

**Enunciato 7.** Data  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , si ha che  $\lim_{x \to x_0^+} f(x) = L$  se  $\forall \varepsilon > 0 \ \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0 \ t.c. \ |f(x) - L| < \varepsilon \ \forall x \in (x_0, x_0 + \delta).$ 

7.*V* 

8.F

Enunciato 8. La funzione tangente non è continua nel suo dominio di definizione.

9.F

Enunciato 9. Tutte le successioni numeriche non limitate divergono.

10.F

**Enunciato 10.** *La serie armonica a segno alterno diverge.* 

**Enunciato 11.** *Se*  $f: [a,b] \to \mathbb{R}$  *è crescente, allora* f([a,b]) = [f(a),f(b)].

11.V

12.F

 $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\tan(x) = \frac{1}{1+x^2}$ Enunciato 12.

Enunciato 13. Il polinomio di Taylor è un polinomio.

13.V

Enunciato 14.

$$\int f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) - \int f'(x) g(x) dx$$

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** *Se*  $a,b,c \in \mathbb{R}$  *sono tali che*  $a \cdot b = b \cdot c$ , *allora* a = c.

1.F

**Enunciato 2.**  $f: A \to B$  è decrescente se per ogni  $x_1, x_2 \in A$  si ha  $x_1 < x_2 \Longrightarrow f(x_1) \le f(x_2)$ .

2.F

Enunciato 3. L'estremo inferiore di un insieme è il più piccolo dei minoranti.

3.F

**Enunciato 4.** Ciascun angolo di un triangolo equilatero misura  $\pi/3$ .

4.V

5.V



Enunciato 5.

$$\overline{OA} = \overline{AP} \cdot \cot(x),$$

$$\overline{AP} = \overline{OA} \cdot \tan(x).$$

P

**Enunciato 6.** *Se*  $z \in \mathbb{C}$ , *allora* 

$$\overline{z^n} = (\overline{z})^n$$
.

6.V

**Enunciato 7.** Data  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , si ha che  $\lim_{x \to x_0^+} f(x) = -\infty$  se

$$\exists M > 0 \ t.c. \ \forall \delta = \delta(M) > 0 \exists x \in (x_0, x_0 + \delta) \ t.c. \ f(x) > -M.$$

7.F

Enunciato 8. La funzione tangente non è continua nel suo dominio di definizione.

8.F

**Enunciato 9.** Se 
$$a_n > 0$$
 per ogni  $n \in \mathbb{N}$  e  $\lim_{n \to +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L > 1$  allora  $a_n \downarrow 0$ .

9.F

**Enunciato 10.** Se  $\sum_{n\geqslant 1} a_n$  diverge e  $0 \leqslant a_n \leqslant b_n$ , allora anche  $\sum_{n\geqslant 1} b_n$  diverge.

10.V

**Enunciato 11.** Se  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  è una funzione strettamente crescente, allora  $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \sup\{f(x) : x \in \mathbb{R}\}$ .

11.V

Enunciato 12. Tutte le funzioni derivabili sono integrabili.

12.V

**Enunciato 13.** Se  $f,g:[a,b] \to \mathbb{R}$  sono continue su [a,b], allora esiste  $x_0 \in (a,b)$  tale che  $(g(b)-g(a)) f'(x_0) = (f(b)-f(a)) g'(x_0)$ .

13.F

**Enunciato 14.** Se  $f: [a,b] \to \mathbb{R}$  è continua, allora

 $f(x) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \int_{x}^{b} f(x) \, \mathrm{d}x.$ 

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

# Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** *L'insieme dei numeri naturali*  $\mathbb{N}$  *è un campo.* 

*1.F* 

**Enunciato 2.**  $f: A \rightarrow B$  è monotona se non è né crescente, né decrescente.

2.*F* 

**Enunciato 3.** *Se C* è *l'estremo superiore di A*  $\subset \mathbb{R}$ , *allora C* è *il massimo di A*.

3.F

**Enunciato 4.** L'altezza di un triangolo equilatero di lato unitario misura  $\sqrt{3}/2$ .

4.V



**Enunciato 5.** 
$$\tan\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

5.F

**Enunciato 6.** Se 
$$z \in \mathbb{C}$$
, allora  $\Re e(z) = \frac{z - \overline{z}}{2}$ .

$$\Re e(z) = \frac{z-z}{2}$$

6.F

**Enunciato 7.** Data  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , si ha che  $\lim_{x \to x_0^-} f(x) = +\infty$  se  $\forall M > 0 \ \exists \delta = \delta(M) > 0 \ t.c. \ f(x) > M \ \forall x \in (x_0 - \delta, x_0).$ 

7.V

$$\forall M > 0 \ \exists \delta = \delta(M) > 0 \ t.c. \ f(x) > M \ \forall x \in (x_0 - \delta, x_0).$$

Enunciato 8.

$$\lim_{x \to 0} \frac{\tan(x)}{x} = 1$$

8.V

**Enunciato 9.** Se  $\{a_n\}_n$  che  $\{c_n\}_n$  sono convergenti e  $a_n \le b_n \le c_n$ , allora anche  $\{b_n\}_n$  convergente.

**Enunciato 13.** Se  $f:[a,b] \to \mathbb{R}$  è derivabile ed ha in  $x_0 \in [a,b]$  un punto di minimo, allora  $f'(x_0) = 0$ .

9.F

**Enunciato 10.** 
$$\sum_{n \ge 1} (-1)^n = -\frac{1}{2}$$

10.F

**Enunciato 11.** *Se*  $f:(a,b) \to \mathbb{R}$  *è continua, allora essa ammette massimo e minimo assoluti.* 

11.F

Enunciato 12. Tutte le funzioni integrabili sono derivabili.

12.F

13.F

**Enunciato 14.** Se 
$$f: [a,b] \to \mathbb{R}$$
 è continua, allora  $f(x) = \frac{d}{dx} \int_x^b f(x) dx$ .

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

### Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

Enunciato 1. Per il principio di induzione si ha che

Enunciato 5.

• 
$$P(1)$$
 è vera  
• se  $P(n)$  e  $P(n+1)$  sono vere, allora anche  $P(n+2)$  è vera  $P(n)$  è vera per ogni  $n \in \mathbb{N}$ .

$$\Rightarrow$$
  $\Longrightarrow$  allora  $P(n)$  è vera per ogni  $n \in \mathbb{N}$ .

**Enunciato 2.**  $f: A \to B$  è una funzione periodica se esiste  $x \in A$  tale che per ogni T > 0 si ha f(x+T) =f(x).

2.*F* 

1.F

Enunciato 3. L'estremo inferiore di un insieme è il più piccolo dei minoranti.

5.V

6.F

7.*V* 

8.V

9.F

10.V

Enunciato 4. 
$$\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

$$\tan\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

**Enunciato 6.** Se 
$$z = a + ib \in \mathbb{C}$$
, allora  $z \cdot \overline{z} = a^2 - b^2$ .

**Enunciato 7.** 
$$\lim_{x \to r_0} f(x) = -\infty se$$

**Enunciato 7.** 
$$\lim_{x \to x_0} f(x) = -\infty se$$
  $\forall M > 0 \; \exists \delta = \delta(M) > 0 \; t.c. \; f(x) < -M \; \forall x \in D \; con \; 0 < |x - x_0| < \delta.$ 

**Enunciato 8.** Data  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , si ha che  $\lim_{x \to x_0^-} f(x) = +\infty$  se

$$\forall M > 0 \; \exists \delta = \delta(M) > 0 \; t.c. \; f(x) > M \; \forall x \in (x_0 - \delta, x_0).$$

**Enunciato 9.** Se  $\{a_n\}_n$  che  $\{c_n\}_n$  sono convergenti e  $a_n \leq b_n \leq c_n$ , allora anche  $\{b_n\}_n$  convergente.

**Enunciato 10.** Se 
$$a_n, b_n > 0$$
,  $\sum_{n \ge 1} b_n$  converge  $e \lim_{n \to +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$ , allora anche  $\sum_{n \ge 1} a_n$  converge.

**Enunciato 11.** Se 
$$f:(a,b)\to\mathbb{R}$$
 è continua,  $\lim_{x\to a}f(x)=+\infty$  e  $\lim_{x\to b}f(x)=+\infty$ , allora  $f(x)\geqslant 0$  per ogni  $x\in(a,b)$ .

**Enunciato 12.** 
$$(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(f^{-1}(y))}$$

**Enunciato 13.** Se 
$$f'(x_0) = 0$$
 ed  $f''(x_0) < 0$ , allora  $x_0$  è un punto di massimo locale.

Enunciato 14. 
$$\int \frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{x^2 - 1}} = \arccos(x) + c$$

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

# Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** L'insieme dei numeri naturali  $\mathbb{N}$  è totalmente ordinato.

1.V

**Enunciato 2.** Quello riportato di seguito è il grafico di  $f(x) = \log_a(x)$  con  $a \in (0,1)$ .

2.F



**Enunciato 3.** *Se* C *è l'estremo superiore di*  $A \subset \mathbb{R}$  *e*  $C \in A$ , *allora* C *è il massimo di* A.

3.V

**Enunciato 4.** 
$$cos(-x) = cos(x)$$

4.V 5.V

**Enunciato 5.** 
$$\cot\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

**Enunciato 6.** Se 
$$z, w \in \mathbb{C}$$
, allora  $\overline{z \cdot w} = -\overline{z} \cdot \overline{w}$ .

6.F

**Enunciato 7.** 
$$\lim_{x \to x_0} f(x) = -\infty$$
 *se*  $\exists M > 0$  *t.c.*  $\forall \delta = \delta(M) > 0 \ \exists x \in D \ con \ 0 < |x - x_0| < \delta \ t.c. \ f(x) > -M.$ 

7.F

**Enunciato 8.** Data 
$$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
, si ha che  $\lim_{x \to x_0^+} f(x) = L \in \mathbb{R}$  se  $\forall \varepsilon > 0 \ \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0 \ t.c. \ |f(x) - L| < \varepsilon \ \forall x \in (x_0 - \delta, x_0).$ 

8.F

9.V

**Enunciato 10.** Se 
$$a_n, b_n > 0$$
,  $\sum_{n \ge 1} b_n$  converge  $e \lim_{n \to +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 0$ , allora anche  $\sum_{n \ge 1} a_n$  converge.

10.V

**Enunciato 11.** Se  $f:(a,b) \to [a,b]$  è continua ed invertibile, allora anche  $f^{-1}:[a,b] \to (a,b)$  è continua.

11.V

**Enunciato 12.** 
$$\frac{d}{dx} \arcsin(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

12.V

Enunciato 13. La somma di funzioni convesse è una funzione convessa.

13.V

**Enunciato 14.** 
$$\int \frac{\mathrm{d}x}{1+x^2} = \arctan(x) + c$$

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

### Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

*1.F* 

2.*V* 

3.F

4.V

5.V

6.F

7.F

8.F

9.V

10.F

11.F

12.F

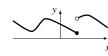
13.F

Enunciato 1. Per il principio di induzione si ha che

- P(1) è vera •  $se\ P(n)\ e\ P(n+1)$  sono vere, allora anche P(n+2) è vera P(n) è vera per ogni  $n\in\mathbb{N}$ .
- **Enunciato 2.** Se f è invertibile e decrescente, allora  $f^{-1}$  è strettamente decrescente.
- **Enunciato 3.** *Se C è l'estremo superiore di A*  $\subset \mathbb{R}$ , *allora C è il massimo di A*.
- **Enunciato 4.** La somma degli angoli interni di un triangolo è  $\pi$ .
- **Enunciato 5.** *Quello riportato di seguito è il grafico di*  $f(x) = \arcsin(x)$ .



- **Enunciato 6.** *Se*  $z \in \mathbb{R}$ , *allora*  $z \notin \mathbb{C}$ .
- Enunciato 7. Quello riportato di seguito è il grafico di una funzione continua.



- Enunciato 8. La funzione tangente non è continua nel suo dominio di definizione.
- Enunciato 9. Ogni successione numerica convergente è limitata.
- Enunciato 10. La serie telescopiche convergono.
- **Enunciato 11.** *Se*  $f: [a,b] \rightarrow [a,b]$  *è invertibile, allora* f *è continua in* [a,b].
- **Enunciato 12.**  $\frac{d}{dx} \ln(|x|) = \frac{1}{|x|} per \ ogni \ x \neq 0$
- **Enunciato 13.** Se  $f,g: [a,b] \to \mathbb{R}$  sono continue su [a,b], allora esiste  $x_0 \in (a,b)$  tale che  $(g(b)-g(a)) f'(x_0) = (f(b)-f(a)) g'(x_0)$ .
- **Enunciato 14.**  $\int f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) + \int f'(x) g(x) dx$  14. *F*

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

### Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** *Se*  $a, b \in \mathbb{R}$  *sono tali che*  $a \cdot b = 0$ , *allora* a = 0 *oppure* b = 0.

*1.V* 

Enunciato 2. Quello riportato di seguito è il grafico di una funzione.

2.*F* 

$$\sum_{x}$$

Enunciato 3. L'estremo inferiore di un insieme è il più grande dei minoranti.

3.V

Enunciato 4.  $\sin(0) = 0$  4.V

Enunciato 5.  $\cot(x+\pi) = \cot(x)$ 

5.V

**Enunciato 6.** Se  $z \in \mathbb{C}$  ed  $n \in \mathbb{N}$ , allora  $\overline{n \cdot z} = n/\overline{z}$ .

6.F

**Enunciato 7.** Data  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , si ha che  $\lim_{x \to x_0^-} f(x) = -\infty$  se  $\forall M > 0 \ \exists \delta = \delta(M) > 0 \ t.c. \ f(x) < -M \ \forall x \in (x_0 - \delta, x_0).$ 

7.V

8.V

**Enunciato 8.** Data  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , si ha che  $\lim_{x \to x_0^+} f(x) = L \in \mathbb{R}$  se

 $\forall \varepsilon > 0 \ \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0 \ t.c. \ |f(x) - L| < \varepsilon \ \forall x \in (x_0, x_0 + \delta).$ 

**Enunciato 9.** Se  $a_n = f(n)$   $e \not\equiv \lim_{x \to +\infty} f(x)$ , allora  $\not\equiv \lim_{n \to +\infty} a_n$ .

9.F

**Enunciato 10.** Se  $a_n, b_n > 0$ ,  $\sum_{n \ge 1} a_n$  diverge  $e \lim_{n \to +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$ , allora nulla si può dire della convergenza di

10.F

 $\sum_{n\geq 1}b_n$ .

**Enunciato 11.** Se  $f: [a,b] \to \mathbb{R}$  è continua, allora f([a,b]) = [f(a),f(b)].

11.F

 $f'(x_0) = \lim_{t \to 0} \frac{f(x_0) - f(x_0 + t)}{t}$ Enunciato 12.

12.F

**Enunciato 13.** Se  $f:[a,b] \to \mathbb{R}$  è derivabile ed ha in  $x_0 \in [a,b]$  un punto di minimo, allora  $f'(x_0) = 0$ .

13.F

Enunciato 14.

 $\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1-x^2}} = \arccos(x) + c$ 

14.F

Enunciato 12 1 2 3 4 5 7 8 9 10 11 13 14 6 F

### Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** L'insieme dei numeri complessi  $\mathbb{C}$  è un campo.

1.V

**Enunciato 2.**  $f: A \rightarrow B$  è strettamente crescente se per ogni  $x_1, x_2 \in A$  si ha

$$x_1 < x_2 \Longrightarrow f(x_1) < f(x_2).$$

- Enunciato 3. L'estremo inferiore di un insieme è il più grande dei minoranti.
- Enunciato 4.  $\sin(x+2\pi) = \sin(x)$
- Enunciato 5. 5.V

$$\overline{OA} = \overline{AP} \cdot \cot(x),$$

$$\overline{AP} = \overline{OA} \cdot \tan(x).$$

- **Enunciato 6.**  $e^{i\pi} + 1 = 0$  6. *V*
- **Enunciato 7.** Data  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , si ha che  $\lim_{x \to +\infty} f(x) = L$  se  $\exists \varepsilon > 0 \text{ t.c. } \forall X = X(\varepsilon) > 0 \ \exists x \in D \text{ con } x > X \text{ t.c. } |f(x) L| > \varepsilon.$
- Enunciato 8.  $\lim_{x \to +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$
- **Enunciato 9.** Tutte le successioni numeriche monotone sono regolari. 9.V
- **Enunciato 10.** Se  $a_n, b_n > 0$ ,  $\sum_{n \ge 1} a_n$  converge  $e \lim_{n \to +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$ , allora anche  $\sum_{n \ge 1} b_n$  converge.
- **Enunciato 11.** Se  $f:(a,b) \to \mathbb{R}$  è continua,  $\lim_{x \to a} f(x) = +\infty$  e  $\lim_{x \to b} f(x) = -\infty$ , allora esiste  $x_0 \in (a,b)$  11.V tale che  $f(x_0) = 0$ .
- **Enunciato 12.**  $\frac{d}{dx} \tan(x) = \frac{1}{1+x^2}$  12.*F*
- **Enunciato 13.** La somma di funzioni convesse è una funzione convessa. 13.V
- Enunciato 14.  $\int f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) \int f'(x) g(x) dx$  14.V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

### Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

Enunciato 1. Per il principio di induzione si ha che

- F(2) e vera  $se\ P(n)$  è vera, allora anche P(n+2) è vera  $\}$   $\Longrightarrow$  allora P(n) è vera per ogni  $n\in\mathbb{N}$  dispari.

1.F

2.*V* 

3.F

5.F

6.F

7.V

9.V

10.V

11.F

12.V

13.V

**Enunciato 2.** L'immagine di  $X \subseteq A$  tramite una funzione  $f : A \rightarrow B$  è dato da

$$f(X) = \{ y \in B : \exists x \in X \ t.c. \ y = f(x) \} = \{ f(x) : x \in X \}.$$

- **Enunciato 3.**  $\{x \in \mathbb{R} : |x| > a\} = (-a, a)$
- **Enunciato 4.** La somma degli angoli interni di un triangolo è  $\pi$ . 4.V
- **Enunciato 5.** Quello riportato di seguito è il grafico di  $f(x) = \arcsin(x)$ .



- **Enunciato 6.** *Se*  $z \in \mathbb{R}$ , *allora*  $z \notin \mathbb{C}$ .
- Enunciato 7.  $\lim_{x \to x_0} f(x) = L$  se  $\forall \varepsilon > 0 \ \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0$  t.c.  $|f(x) L| < \varepsilon \ \forall x \in D \ con \ 0 < |x x_0| < \delta$ .
- **Enunciato 8.** Data  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , si ha che  $\lim_{x \to x_0^-} f(x) = +\infty$  se  $\forall M > 0 \ \exists \delta = \delta(M) > 0 \ t.c. \ f(x) < -M \ \forall x \in (x_0 \delta, x_0).$ 8.F
- **Enunciato 9.** Ogni successione numerica limitata ammette una sottosuccessione convergente.
- **Enunciato 10.** Se  $a_n, b_n > 0$ ,  $\sum_{n \ge 1} b_n$  diverge  $e \lim_{n \to +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$ , allora anche  $\sum_{n \ge 1} a_n$  diverge.
- **Enunciato 11.** *Se*  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  *è continua, allora l'immagine di un intervallo aperto è un intervallo aperto.*
- $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\arctan(x) = \frac{1}{1+x^2}$ Enunciato 12.
- **Enunciato 13.** Se  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  è derivabile n volte in  $x_0$  e  $P: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  è il suo polinomio di Taylor di ordine *n in*  $x_0$ , *allora*  $P(x_0) = f(x_0)$ .
- $\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin(x) + c$ Enunciato 14. 14.V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

### Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

Enunciato 1. Per il principio di induzione si ha che

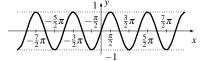
- P(1) è vera  $se\ P(n)$  e P(n+1) sono vere, allora anche P(n+2) è vera P(n) è vera per ogni  $n\in\mathbb{N}$ .

1.F

Enunciato 2. Una funzione iniettiva è strettamente monotona.

2.*F* 3.V

- **Enunciato 3.** *L'estremo inferiore di un insieme è il più grande dei minoranti.*
- **Enunciato 4.** *Quello riportato di seguito è il grafico di*  $f(x) = \cos(x)$ . **4.***F*



 $\sin(2x) = 1 - 2\sin(x)^2$ Enunciato 5.

6.V

5.F

7.F

8.V

10.V

- **Enunciato 6.**  $e^{i\pi} + 1 = 0$
- **Enunciato 7.**  $\lim_{x \to x_0} f(x) = +\infty$  *se*  $\exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta = \delta(M) > 0 \ \exists x \in D \text{ con } 0 < |x x_0| < \delta \text{ t.c. } f(x) < M.$
- **Enunciato 8.** Se  $f(x) \ge 0$  per ogni  $x \in \mathbb{R}$  e  $\lim_{x \to x_0} f(x) = a \in \mathbb{R}$ , allora  $a \ge 0$ .
- Enunciato 9. Tutte le successioni numeriche non limitate divergono. 9.F
- **Enunciato 10.** Se  $a_n, b_n > 0$ ,  $\sum_{n \ge 1} b_n$  diverge  $e \lim_{n \to +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$ , allora anche  $\sum_{n \ge 1} a_n$  diverge.
- **Enunciato 11.** Se  $f: [a,b] \to \mathbb{R}$  è crescente, allora f([a,b]) = [f(a),f(b)]. 11.V
- $\frac{d}{dx} \arctan(x) = \frac{1}{1+x^2}$ Enunciato 12.
- **Enunciato 13.** Se  $f:[a,b] \to \mathbb{R}$  è derivabile ed ha in  $x_0 \in (a,b)$  un punto di minimo, allora  $f'(x_0) = 0$ . 13.V
- $f(x) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \int_{a}^{b} f(x) \, \mathrm{d}x.$ **Enunciato 14.** *Se*  $f: [a,b] \rightarrow \mathbb{R}$  *è continua, allora* 14.F

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** L'insieme dei numeri naturali  $\mathbb{N}$  è un campo.

1.F

Enunciato 2. Quello riportato di seguito è il grafico di una funzione strettamente crescente.

2.F

Enunciato 3. 
$$\sqrt{p(x)} \geqslant \sqrt{q(x)} \Longleftrightarrow \begin{cases} p(x) \geqslant 0 \\ q(x) \geqslant 0. \end{cases}$$

3.F

**Enunciato 4.**  $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$ 

4.F

**Enunciato 5.** 
$$\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$$

5.V

**Enunciato 6.** Se  $z = \rho(\cos(\theta) + i\sin(\theta))$  e  $w = r(\cos(\varphi) + i\sin(\varphi))$  sono due numeri complessi in forma trigonometrica, allora

6.V

$$z \cdot w = \rho r (\cos(\theta + \varphi) + i\sin(\theta + \varphi)).$$

7.F

**Enunciato 7.** Data 
$$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
, si ha che  $\lim_{x \to x_0^+} f(x) = L$  se  $\exists \varepsilon > 0 \text{ t.c. } \forall \delta = \delta(\varepsilon) > 0 \ \exists x \in (x_0, x_0 + \delta) \text{ t.c. } |f(x) - L| > \varepsilon.$ 

8.F

**Enunciato 8.** 
$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt[a]{1+x}-1}{x} = 1 \ \forall a > 0$$

**Enunciato 9.** Se esiste una sottosuccessione di  $\{a_n\}_n$  che converge ad L, allora  $\lim_{n\to+\infty} a_n = L$ .

9.F 10.F

**Enunciato 10.** Se 
$$\sum_{n\geq 1} a_n$$
 converge, allora anche  $\sum_{n\geq 1} (-1)^n a_n$  converge.

**Enunciato 11.** *Se*  $f: [a,b] \rightarrow [a,b]$  *è invertibile, allora* f *è continua in* [a,b].

11.F

**Enunciato 12.** 
$$\frac{d}{dx}\sin(x) = -\cos(x)$$

12.F

Enunciato 13. Per la regola di De L'Hôpital si ha che

13.F

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x^2 + \sin(x)}{x + 2\cos(x)} = \lim_{x \to +\infty} \frac{2x + \cos(x)}{1 - 2\sin(x)} = +\infty$$

**Enunciato 14.**  $\int \cos(x) \, \mathrm{d}x = \sin(x) + c$ 

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

# Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

*1.F* 

2.*F* 

3.F

4.F

5.F

6.V

7.F

8.F

9.V

10.F

11.F

12.V

13.F

**Enunciato 1.** *Se* 
$$a \in \mathbb{R}$$
 *è tale che*  $a \cdot 0 = 0$ , *allora*  $a \neq 0$ .

**Enunciato 2.** Se 
$$f$$
 è invertibile e crescente, allora  $f^{-1}$  è strettamente decrescente.

**Enunciato 4.** 
$$\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

**Enunciato 5.** 
$$\cot\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$$

**Enunciato 6.** Se 
$$z \in \mathbb{C}$$
, allora  $\overline{(\overline{z})} = z$ .

$$\xrightarrow{y}$$

**Enunciato 8.** Se 
$$f(x) > 0$$
 per ogni  $x \in \mathbb{R}$  e  $\lim_{x \to x_0} f(x) = a \in \mathbb{R}$ , allora  $a > 0$ .

**Enunciato 9.** Se 
$$a_n = f(n)$$
  $e \lim_{x \to +\infty} f(x) = L$ , allora  $\lim_{n \to +\infty} a_n = L$ .

**Enunciato 10.** Se 
$$a_n, b_n > 0$$
,  $\sum_{n \ge 1} b_n$  converge  $e \lim_{n \to +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$ , allora nulla si può dire della convergenza  $di \sum_{n \ge 1} a_n$ .

**Enunciato 11.** Se 
$$f: [a,b] \rightarrow [a,b]$$
 è invertibile, allora  $f$  è continua in  $[a,b]$ .

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x}{\arctan(x)} = \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{\frac{1}{1+x^2}} = \lim_{x \to +\infty} (1+x^2) = +\infty$$

Enunciato 14. 
$$\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin(x) + c$$

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** L'insieme dei numeri razionali  $\mathbb{Q}$  è totalmente ordinato.

*1.V* 

**Enunciato 2.** Quello riportato di seguito è il grafico di  $f(x) = a^x con \ a \in (0,1)$ .

2.*F* 

**Enunciato 3.**  $\{x \in \mathbb{R} : |x| < a\} = (-\infty, -a) \cup (a, +\infty)$ 

3.F

**Enunciato 4.** 
$$\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$$

4.V

**Enunciato 5.** 
$$\nexists \cot(0)$$

5.V

**Enunciato 6.** *Se* 
$$z \in \mathbb{C}$$
, *allora*  $z \notin \mathbb{R}$ .

6.F

**Enunciato 7.** Data 
$$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
, si ha che  $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$  se  $\exists M > 0$  t.c.  $\forall X = X(M) > 0 \ \exists x \in D \ con \ x > X \ t.c. \ f(x) < -M$ .

7.F

$$\exists M > 0 \text{ t.c. } \forall X = X(M) > 0 \ \exists x \in D \text{ con } x > X \text{ t.c. } f(x) < -M$$

8.V

Enunciato 8. La funzione tangente è continua nel suo dominio di definizione.

10.F

**Enunciato 9.** 
$$\{a_n\}_n$$
 converge se e solo se  $\exists \varepsilon > 0 \text{ t.c. } \forall N = N(\varepsilon) \in \mathbb{N} \ \exists n, m > N \text{ t.c. } |a_n - a_m| > \varepsilon.$ 

9.F

**Enunciato 10.** Se 
$$\sum_{n\geqslant 1} (-1)^n a_n$$
 converge, allora anche  $\sum_{n\geqslant 1} a_n$  converge.

11.V

**Enunciato 11.** Se 
$$f: [a,b] \to \mathbb{R}$$
 è crescente, allora  $f([a,b]) = [f(a), f(b)]$ .

**Enunciato 12.** 
$$(f^{-1})'(y) = -\frac{f'(f^{-1}(y))}{f^{-1}(y)^2}$$

12.F

Enunciato 13. La somma di funzioni concave è una funzione concava.

13.V

$$\int f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) - \int f'(x) g(x) dx$$

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

# Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** L'insieme dei numeri naturali  $\mathbb{N}$  è ordinato e completo.

*1.F* 

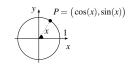
**Enunciato 2.**  $f: A \to B$  è una funzione pari se per ogni  $x \in A$  si ha f(-x) = f(x).

2.*V* 

Enunciato 3. L'estremo superiore di un insieme è il più piccolo dei maggioranti.

3.V

Enunciato 4.



4.V

 $\sin(2x) = 1 - 2\sin(x)^2$ Enunciato 5.

5.F

**Enunciato 6.** Se  $z \in \mathbb{C}$  ed  $n \in \mathbb{N}$ , allora  $\overline{n \cdot z} = n/\overline{z}$ .

6.F

**Enunciato 7.** Data  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , si ha che  $\lim_{x \to x_0^-} f(x) = -\infty$  se  $\forall M > 0 \ \exists \delta = \delta(M) > 0 \ t.c. \ f(x) > M \ \forall x \in (x_0 - \delta, x_0).$ 

7.F

**Enunciato 8.** Se f(x) > 0 per ogni  $x \in \mathbb{R}$  e  $\lim_{x \to x_0} f(x) = a \in \mathbb{R}$ , allora a > 0.

8.F

**Enunciato 9.** Ogni successione numerica limitata ammette una sottosuccessione convergente.

9.V

**Enunciato 10.** Se  $a_n, b_n > 0$ ,  $\sum_{n \ge 1} b_n$  converge  $e \lim_{n \to +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$ , allora nulla si può dire della convergenza

10.F

 $di \sum_{n\geqslant 1} a_n$ .

**Enunciato 11.** *Se*  $f: [a,b] \to \mathbb{R}$  *è continua, allora essa ammette massimo e minimo assoluti.* 

11.V

**Enunciato 12.** *Le funzioni pari sono derivabili in* x = 0.

12.F

14.F

**Enunciato 13.** Se  $f'(x_0) = 0$  ed  $f''(x_0) < 0$ , allora  $x_0$  è un punto di minimo locale.

13.F

**Enunciato 14.** Se  $f: [a,b] \to \mathbb{R}$  è continua, allora  $f(x) = \frac{d}{dx} \int_{x}^{b} f(x) dx$ .

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

### Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

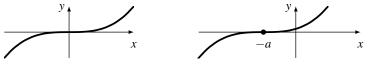
**Enunciato 1.** L'insieme dei numeri complessi  $\mathbb{C}$  è un campo.

*1.V* 

**Enunciato 2.** Se quello riportato a sinistra è il grafico di f(x), allora quello a destra è il grafico di f(x+a).

2.*V* 





**Enunciato 3.** *Se C* è *l'estremo superiore di A*  $\subset \mathbb{R}$  *e C*  $\in$  *A, allora C* è *il massimo di A.* 

3.V

**Enunciato 4.** 
$$\cos(x)^2 + \sin(x)^2 = 1$$

4.V

**Enunciato 5.** 
$$\sharp \cot(0)$$

Enunciato 8.

5.V

**Enunciato 6.** *Se* 
$$z \in \mathbb{C}$$
, *allora*  $\overline{(\overline{z})} = z$ 

6.V

**Enunciato 7.** Data 
$$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
, si ha che  $\lim_{x \to x_0^+} f(x) = +\infty$  se  $\exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta = \delta(M) > 0 \ \exists x \in (x_0, x_0 + \delta) \text{ t.c. } f(x) < M.$ 

7.F

$$\lim_{x \to 0^+} x^a \log_b(x) = 1 \ \forall a, b > 0$$

8.F

Enunciato 9. Ogni successione numerica divergente è limitata.

9.F

**Enunciato 10.** Se 
$$a_n > 0$$
  $e \lim_{n \to +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{2}$ , allora  $\sum_{n \ge 1} a_n$  diverge.

10.F

11.V

**Enunciato 12.** 
$$\frac{d}{dx}\sin(x) = \cos(x)$$

12.V

**Enunciato 13.** Se  $f:[a,b] \to \mathbb{R}$  è derivabile ed  $x_0 \in (a,b)$  è tale che  $f'(x_0) = 0$ , allora  $x_0$  è un punto di massimo o di minimo.

**Enunciato 11.** *Se*  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  *è monotona ed* f([a,b]) *è un intervallo, allora* f *è continua in* [a,b].

13.F

**Enunciato 14.** *Se*  $f: [a,b] \to \mathbb{R}$  *è continua, allora è integrabile secondo Riemann.* 

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

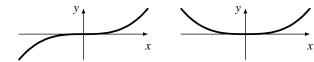
Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** L'insieme dei numeri complessi  $\mathbb{C}$  è totalmente ordinato.

1.F

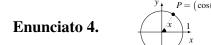
**Enunciato 2.** Se quello riportato a sinistra è il grafico di f(x), allora quello a destra è il grafico di -f(x).

2.F



Enunciato 3. L'estremo inferiore di un insieme è il più grande dei minoranti.

3.V



4.V

**Enunciato 5.** 
$$\cot\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$$

5.F

**Enunciato 6.** Se 
$$z = a + ib \in \mathbb{C}$$
, allora  $z \cdot \overline{z} = a^2 + b^2$ .

6.V

**Enunciato 7.** 
$$\lim_{x \to x_0} f(x) = -\infty$$
 *se*  $\forall M > 0 \; \exists \delta = \delta(M) > 0 \; t.c. \; f(x) < -M \; \forall x \in D \; con \; 0 < |x - x_0| < \delta.$ 

7.*V* 

**Enunciato 8.** 
$$\lim_{x\to 0} \frac{\arctan(x)}{x} = \frac{1}{2}$$

8.F

**Enunciato 9.** Se 
$$a_n > 0$$
 per ogni  $n \in \mathbb{N}$  e  $\lim_{n \to +\infty} \sqrt[n]{a_n} = L < 1$  allora  $a_n \downarrow 0$ .

9.V

**Enunciato 10.** Se 
$$a_n, b_n > 0$$
,  $\sum_{n \ge 1} a_n$  converge  $e \lim_{n \to +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$ , allora anche  $\sum_{n \ge 1} b_n$  converge.

10.V

11.F

**Enunciato 11.** *Se* 
$$f: [a,b] \to \mathbb{R}$$
 *è continua, allora*  $f([a,b]) = [f(a),f(b)]$ .

12.V

Enunciato 12. Tutte le funzioni derivabili sono integrabili.

Enunciato 13. Per la regola di De L'Hôpital si ha che

13.F

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x}{\arctan(x)} = \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{\frac{1}{1+x^2}} = \lim_{x \to +\infty} (1+x^2) = +\infty$$

**Enunciato 14.** *Se* 
$$f: [a,b] \to \mathbb{R}$$
 *è continua, allora*

 $f(x) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \int_{x}^{b} f(x) \, \mathrm{d}x.$ 

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

# Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** L'insieme dei numeri razionali  $\mathbb{Q}$  è un campo.

*1.V* 

**Enunciato 2.** Una funzione  $f: A \rightarrow B$  è un processo che ad ogni elemento y di B associa uno ed un solo elemento x di A.

2.*F* 

**Enunciato 3.** Siano  $a,b,c \in \mathbb{R}$  con a > 0. Se  $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ , allora

3.V

 $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c > 0\} = (-\infty, x_1) \cup (x_2, +\infty),$  dove  $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} e x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}.$ 

**Enunciato 4.** L'arco di una circonferenza di raggio r e corrispondente a  $\alpha$  radianti misura  $\alpha r$ .

4.V5.V

 $\tan(x+\pi) = \tan(x)$ Enunciato 5.

**Enunciato 6.** Se  $z = a + ib \in \mathbb{C}$ , allora  $z \cdot \overline{z} = a^2 - b^2$ .

6.F

**Enunciato 7.** Data  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , si ha che  $\lim_{x \to +\infty} f(x) = L$  se

7.F

 $\exists \varepsilon > 0 \text{ t.c. } \forall X = X(\varepsilon) > 0 \ \exists x \in D \text{ con } x > X \text{ t.c. } |f(x) - L| > \varepsilon.$ 

8.V

**Enunciato 8.** Data  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , si ha che  $\lim_{x \to x_0^-} f(x) = +\infty$  se  $\forall M > 0 \ \exists \delta = \delta(M) > 0 \ t.c. \ f(x) > M \ \forall x \in (x_0 - \delta, x_0).$ 

**Enunciato 9.** Se tutte le sottosuccessioni di  $\{a_n\}_n$  convergono ad L, allora  $\lim_{n\to+\infty} a_n = L$ .

9.V

**Enunciato 10.**  $\sum_{n\geq 1} (-1)^n = -\frac{1}{2}$ 

10.F

**Enunciato 11.** Se  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  è una funzione strettamente crescente, allora  $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \sup\{f(x) : x \in \mathbb{R} \}$  $\mathbb{R}$  }.

11.V

Enunciato 12.

 $(f^{-1})'(y) = -\frac{f'(f^{-1}(y))}{f^{-1}(y)^2}$ 

- 12.F
- **Enunciato 13.** Se  $f:[a,b] \to \mathbb{R}$  è continua, allora esiste  $x_0 \in (a,b)$  tale che  $f'(x_0) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$ .

13.F

**Enunciato 14.** Se  $f: [a,b] \to \mathbb{R}$  è continua ed F è una sua primitiva, allora  $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ .

14.V

Enunciato 12 1 2 3 4 5 7 8 9 10 11 13 14 6 F

### Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

Enunciato 1. Per il principio di induzione si ha che

• P(1) e vera •  $se\ P(n)$  è vera, allora anche P(n+2) è vera  $\Longrightarrow$  allora P(n) è vera per ogni  $n \in \mathbb{N}$  pari.

1.F

2.*F* 

*3.F* 

4.F

5.V

6.F

7.F

8.F

9.V

10.V

11.F

12.F

13.V

14.F

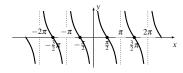
**Enunciato 2.** Quello riportato di seguito è il grafico di  $f(x) = \log_a(x)$  con a > 1.



**Enunciato 3.**  $\{x \in \mathbb{R} : |x| > a\} = (-a, a)$ 

 $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ Enunciato 4.

**Enunciato 5.** Quello riportato di seguito è il grafico di  $f(x) = \cot(x)$ .



**Enunciato 6.** *Se*  $z \in \mathbb{C}$ , *allora* 

$$\Im m(z) = \frac{z + \overline{z}}{2i}.$$

**Enunciato 7.** 
$$\lim_{x \to x_0} f(x) = +\infty$$
 *se*  $\exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta = \delta(M) > 0 \ \exists x \in D \text{ con } 0 < |x - x_0| < \delta \text{ t.c. } f(x) < M.$ 

Enunciato 8.

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt[a]{1+x}-1}{x} = 1 \ \forall a > 0$$

**Enunciato 9.** Se  $\{a_n\}_n$  e  $\{c_n\}_n$  convergeno ad L e  $a_n \leq b_n \leq c_n$ , allora anche  $\{b_n\}_n$  converge ad L.

**Enunciato 10.** La serie armonica a segno alterno converge.

**Enunciato 11.** *Se*  $f:(a,b) \to \mathbb{R}$  *è continua, allora essa ammette massimo e minimo assoluti.* 

 $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\sin(x) = -\cos(x)$ Enunciato 12.

Enunciato 13. Per la regola di De L'Hôpital si ha che

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x + 2\cos(x)}{x^2 + \sin(x)} = \lim_{x \to +\infty} \frac{1 - 2\sin(x)}{2x + \cos(x)} = 0$$

**Enunciato 14.** Se  $f: [a,b] \to \mathbb{R}$  è integrabile, allora esiste  $c \in [a,b]$  tale che

$$\int_{a}^{b} f(x) dx = (b - a)f(c).$$

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

### Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** L'insieme dei numeri interi  $\mathbb{Z}$  è ordinato e completo.

1.F

**Enunciato 2.** *Quello riportato di seguito è il grafico di*  $f(x) = x^n$  *con*  $n \in \mathbb{N}$  *dispari.* 

2.F

$$\bigvee_{x}$$

**Enunciato 3.** 
$$\{x \in \mathbb{R} : |x| > a\} = (-a, a)$$

3.F

**Enunciato 4.** La somma degli angoli interni di un triangolo è  $2\pi$ .

*4.F* 

**Enunciato 5.** 
$$\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

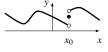
5.V

**Enunciato 6.** Se 
$$z \in \mathbb{C}$$
, allora  $\overline{z^n} = (\overline{z})^n$ .

6.V

**Enunciato 7.** Se quello riportato di seguito è il grafico della funzione f allora  $\lim_{x\to x_0^-} f(x) = f(x_0)$ .

7.F



$$\lim_{x \to 0} \frac{\log_a(1+x)}{x} = 1 \,\,\forall a > 0$$

8.F

Enunciato 9. Tutte le successioni numeriche monotone sono convergenti.

9.F

**Enunciato 10.** La serie telescopica  $\sum_{n\geq 1} (a_{n+1}-a_n)$  converge se e solo se  $\lim_{n\to +\infty} a_n = L \in \mathbb{R}$ .

10.V

**Enunciato 11.** Se  $f:(a,b) \to \mathbb{R}$  è continua,  $\lim_{x \to a} f(x) = +\infty$  e  $\lim_{x \to b} f(x) = -\infty$ , allora esiste  $x_0 \in (a,b)$  tale che  $f(x_0) = 0$ .

11.V

**Enunciato 12.**  $\frac{d}{dx}\tan(x) = \frac{1}{\cos(x)^2}$ 

12.V

**Enunciato 13.** Se  $f:[a,b] \to \mathbb{R}$  è derivabile, allora esiste  $x_0 \in (a,b)$  tale che  $f'(x_0) = \frac{f(b) - f(a)}{b-a}$ .

13.V

Enunciato 14.

$$\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin(x) + c$$

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** L'insieme dei numeri naturali  $\mathbb{N}$  è ordinato e completo.

1.F

Enunciato 2. Quello riportato di seguito è il grafico di una funzione strettamente crescente.

2.*V* 



Enunciato 3. L'estremo inferiore di un insieme è il più grande dei minoranti.

3.V

**Enunciato 4.** 
$$\sin(x+\pi) = -\sin(x)$$

4.V

**Enunciato 5.** 
$$cos(x+y) = cos(x)cos(y) - sin(x)sin(y)$$

5.V

**Enunciato 6.** *Se* 
$$z \in \mathbb{R}$$
, *allora*  $z \notin \mathbb{C}$ .

6.F

**Enunciato 7.** Data 
$$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
, si ha che  $\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$  se  $\forall M > 0 \; \exists X = X(M) > 0 \; t.c. \; f(x) < -M \; \forall x \in D \; con \; x > X.$ 

7. V

**Enunciato 8.** Data 
$$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
, si ha che  $\lim_{x \to x_0^-} f(x) = L \in \mathbb{R}$  se  $\forall \varepsilon > 0 \ \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0 \ t.c. \ |f(x) - L| < \varepsilon \ \forall x \in (x_0, x_0 + \delta).$ 

8.F

9.F

10.V

**Enunciato 10.** Se 
$$\sum_{n\geqslant 1} a_n$$
 diverge  $e$   $0 \leqslant a_n \leqslant b_n$ , allora anche  $\sum_{n\geqslant 1} b_n$  diverge.

11.F

**Enunciato 11.** Se 
$$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
 è una funzione strettamente crescente, allora  $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ .

12.V

**Enunciato 12.** 
$$(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(f^{-1}(y))}$$

121

13.F

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x}{\arctan(x)} = \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{\frac{1}{1+x^2}} = \lim_{x \to +\infty} (1+x^2) = +\infty$$

**Enunciato 14.** 
$$\int \sin(x) \, dx = \cos(x) + c$$

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

# Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** L'insieme dei numeri razionali  $\mathbb{Q}$  è ordinato e completo.

*1.F* 

**Enunciato 2.**  $f: A \to B$  è decrescente se per ogni  $x_1, x_2 \in A$  si ha

$$x_1 < x_2 \Longrightarrow f(x_1) \leqslant f(x_2).$$

**Enunciato 3.**  $\{x \in \mathbb{R} : |x| < a\} = (-\infty, -a) \cup (a, +\infty)$ 

3.F

2.*F* 

**Enunciato 4.** La diagonale di un quadrato di lato unitario misura  $\sqrt{3}/2$ .

**4.***F* 



 $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ Enunciato 5.

5.V

 $\overline{1} = 1$ Enunciato 6.

6.V

7.V

**Enunciato 7.** 
$$\lim_{x \to x_0} f(x) = +\infty$$
 *se*  $\forall M > 0 \; \exists \delta = \delta(M) > 0 \; t.c. \; f(x) > M \; \forall x \in D \; con \; 0 < |x - x_0| < \delta.$ 

8.F

**Enunciato 8.** Data  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , si ha che  $\lim_{x \to \infty} f(x) = L \in \mathbb{R}$  se

$$\forall \varepsilon > 0 \ \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0 \ t.c. \ |f(x) - L| < \varepsilon \ \forall x \in (x_0, x_0 + \delta).$$

9.V

**Enunciato 9.** Se  $a_n > 0$  per ogni  $n \in \mathbb{N}$  e  $\lim_{n \to +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L < 1$  allora  $a_n \downarrow 0$ .

10.F

**Enunciato 10.** La serie telescopiche sono regolari.

11.F

**Enunciato 11.** Se  $f:(a,b)\to\mathbb{R}$  è continua,  $\lim_{x\to a}f(x)=+\infty$  e  $\lim_{x\to b}f(x)=+\infty$ , allora  $f(x)\geqslant 0$  per ogni  $x \in (a,b)$ .

12.V

**Enunciato 12.** *La derivata di un polinomio è un polinomio.* 

Enunciato 13. La somma di funzioni convesse è una funzione convessa.

13.V

 $\int f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) + \int f'(x) g(x) dx$ Enunciato 14.

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

# Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

### Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** L'insieme dei numeri reali  $\mathbb{R}$  è totalmente ordinato.

*1.V* 

**Enunciato 2.** Se f è invertibile e crescente, allora  $f^{-1}$  è strettamente crescente.

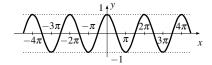
2.*V* 

**Enunciato 3.** *L'estremo inferiore di un insieme è il più piccolo dei minoranti.* 

3.F

**Enunciato 4.** *Quello riportato di seguito è il grafico di*  $f(x) = \cos(x)$ .

4.V



Enunciato 5.

$$\cot\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$$

5.F

**Enunciato 6.** Se  $z = a + ib \in \mathbb{C}$ , allora  $z \cdot \overline{z} = a^2 + b^2$ .

$$z \cdot \overline{z} = a^2 + b^2$$
.

6.V

**Enunciato 7.** Data  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , si ha che  $\lim_{x \to x_0^+} f(x) = L$  se  $\exists \varepsilon > 0 \text{ t.c. } \forall \delta = \delta(\varepsilon) > 0 \ \exists x \in (x_0, x_0 + \delta) \text{ t.c. } |f(x) - L| > \varepsilon.$ 

7.F

$$\exists \varepsilon > 0 \text{ t.c. } \forall \delta = \delta(\varepsilon) > 0 \exists x \in (x_0, x_0 + \delta) \text{ t.c. } |f(x) - L| > \varepsilon.$$

Enunciato 8.

$$\lim_{x \to 0} \frac{\tan(x)}{x} = 1$$

8.V

**Enunciato 9.** Se per ogni  $\{x_n\}_n$  convergente ad  $x_0$  si ha che  $\lim_{n\to+\infty} f(x_n) = f(x_0)$ , allora f è continua in

9.V

Enunciato 10. La serie telescopiche convergono.

10.F

**Enunciato 11.** Se  $f:(a,b) \to [a,b]$  è continua ed invertibile, allora anche  $f^{-1}:[a,b] \to (a,b)$  è continua.

11.V

 $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\sin(x) = -\cos(x)$ Enunciato 12.

12.F

**Enunciato 13.** Se  $f:[a,b] \to \mathbb{R}$  è derivabile ed ha in  $x_0 \in (a,b)$  un punto di massimo, allora  $f'(x_0) = 0$ .

13.V

Enunciato 14.

$$\int f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) - \int f'(x) g(x) dx$$

14.V

Enunciato 12 14 1 2 3 4 7 8 9 10 11 13 5 6 F

### Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** L'insieme dei numeri razionali  $\mathbb{Q}$  è un campo.

*1.V* 

**Enunciato 2.** Se quello riportato a sinistra è il grafico di f(x), allora quello a destra è il grafico di f(x-a).



2.*F* 



3.V

**Enunciato 3.** 
$$\{x \in \mathbb{R} : |x| < a\} = (-a, a)$$

4.V

**Enunciato 4.** 
$$cos(x+\pi) = -cos(x)$$

5.V

**Enunciato 5.** 
$$\sin(2x) = 2\sin(x)\cos(x)$$

6.F

Enunciato 6. 
$$\mathbb{C} \setminus \mathbb{R} = \{i\}$$

**Enunciato 7.** Se quello riportato di seguito è il grafico della funzione f allora  $\lim_{x \to x_0^-} f(x) = f(x_0)$ .

7.F

$$\underbrace{\hspace{1cm}}_{x_0}$$

Enunciato 8. La funzione tangente è continua nel suo dominio di definizione.

8.V

**Enunciato 9.** Tutte le successioni numeriche monotone sono convergenti.

9.F

**Enunciato 10.** 
$$\sum_{p\geqslant 1} a_p$$
 converge se e solo se  $\forall \varepsilon > 0 \ \exists N = N(\varepsilon) \in \mathbb{N}$  t.c.  $\left| \sum_{p=m+1}^n a_p \right| < \varepsilon \ \forall n > m > N$ .

11.V

10.V

**Enunciato 11.** *Se*  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  *è monotona ed* f([a,b]) *è un intervallo, allora* f *è continua in* [a,b].

**Enunciato 12.** 
$$\frac{d}{dx}\cos(x) = \sin(x)$$

12.F

Enunciato 13. Per la regola di De L'Hôpital si ha che

13.F

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x^2 + \sin(x)}{x + 2\cos(x)} = \lim_{x \to +\infty} \frac{2x + \cos(x)}{1 - 2\sin(x)} = +\infty$$

 $\int f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) - \int f'(x) g(x) dx$ Enunciato 14.

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

### Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** *Se* 
$$a \in \mathbb{R}$$
 *è tale che*  $a \cdot 0 = 0$ , *allora*  $a \neq 0$ .

$$x_1, x_2 \in A \text{ si } ha$$
 2.F

**Enunciato 2.** 
$$f: A \rightarrow B$$
 è crescente se per ogni  $x_1, x_2 \in A$  si ha

$$x_1 < x_2 \Longrightarrow f(x_1) \geqslant f(x_2).$$

**Enunciato 4.** 
$$cos(x+\pi) = cos(x)$$

*1.F* 

3.V

**Enunciato 5.** 
$$\cos(x+y) = \cos(x)\sin(y) + \sin(x)\cos(y)$$

**Enunciato 6.** Se 
$$z \in \mathbb{C}$$
, allora  $\Re e(z) = \frac{z+z}{2}$ .

$$\Re e(z) = \frac{z + \overline{z}}{2}$$

**Enunciato 7.** Data 
$$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
, si ha che  $\lim_{x \to x_0^-} f(x) = +\infty$  se

$$\forall M > 0 \; \exists \delta = \delta(M) > 0 \; t.c. \; f(x) > M \; \forall x \in (x_0 - \delta, x_0).$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{\arctan(x)}{x} = \frac{1}{2}$$

**Enunciato 10.** Se 
$$a_n, b_n > 0$$
,  $\sum_{n \ge 1} a_n$  diverge  $e \lim_{n \to +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$ , allora anche  $\sum_{n \ge 1} b_n$  diverge.

10.V

**Enunciato 11.** Se 
$$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
 è una funzione strettamente crescente, allora  $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ .

**Enunciato 13.** Se  $f:[a,b] \to \mathbb{R}$  è derivabile, allora esiste  $x_0 \in (a,b)$  tale che  $f'(x_0) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$ .

**Enunciato 12.** 
$$f'(x_0) = \lim_{t \to 0} \frac{f(x_0) - f(x_0 + t)}{t}$$

**Enunciato 12.** 
$$f'(x_0) = \lim_{t \to 0} \frac{f'(x_0)}{t}$$

Enunciato 14. 
$$\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin(x) + c$$

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

# Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** L'insieme dei numeri razionali  $\mathbb{Q}$  è un campo.

1.V

**Enunciato 2.** Se f è invertibile e crescente, allora  $f^{-1}$  è strettamente decrescente.

2.F

**Enunciato 3.**  $\{x \in \mathbb{R} : |x| < a\} = (-a, a)$ 

3.V

Enunciato 4.  $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 

*4.F* 

**Enunciato 5.**  $\nexists tan(0)$ 

5.F

**Enunciato 6.** Se  $z \in \mathbb{C}$ , allora  $\Re e(z) = \frac{z + \overline{z}}{2}$ .

6.V

**Enunciato 7.** Data  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , si ha che  $\lim_{x \to x_0^-} f(x) = L$  se

7.*V* 

 $\forall \varepsilon > 0 \ \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0 \ t.c. \ |f(x) - L| < \varepsilon \ \forall x \in (x_0 - \delta, x_0).$ 

8.V

**Enunciato 8.**  $\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos(x)}{x^2} = \frac{1}{2}$ 

**Enunciato 9.** Se esiste  $\{x_n\}_n \subset \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$  convergente ad  $x_0$  tale che  $\lim_{n \to +\infty} f(x_n) = L$ , allora  $\lim_{x \to x_0} f(x) = L$ .

9.F

**Enunciato 10.** Se  $a_n, b_n > 0$ ,  $\sum_{n \ge 1} a_n$  converge  $e \lim_{n \to +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$ , allora anche  $\sum_{n \ge 1} b_n$  converge.

10.V

**Enunciato 11.** Se  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  è monotona ed f([a,b]) è un intervallo, allora f è continua in [a,b].

11.V

**Enunciato 12.**  $f'(x_0) = \lim_{t \to 0} \frac{f(x_0) - f(x_0 + t)}{t}$ 

12.F

**Enunciato 13.** Se  $f:[a,b] \to \mathbb{R}$  è derivabile ed f(a) = f(b), allora esiste  $x_0 \in (a,b)$  tale che  $f'(x_0) = 0$ .

13.V

**Enunciato 14.**  $\int \sin(x) \, dx = -\cos(x) + c$ 

14.V

Enunciato 12 1 2 3 4 7 8 9 10 11 13 14 5 6 V F

# Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** *Se*  $a, b \in \mathbb{R}$  *sono tali che*  $a \cdot b = 0$ , *allora* a = 0 *oppure* b = 0.

1.V

**Enunciato 2.** Quello riportato di seguito è il grafico di  $f(x) = x^n$  con  $n \in \mathbb{N}$  pari.

2.*V* 

**Enunciato 3.** *Se C* è *l'estremo superiore di A*  $\subset \mathbb{R}$  *e C*  $\in$  *A, allora C* è *il massimo di A.* 

3.V

**Enunciato 4.** Ciascun angolo di un triangolo equilatero misura  $\pi/2$ .

4.F



Enunciato 5.  $\cot\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$ 

5.V

**Enunciato 6.** Se  $z, w \in \mathbb{C}$ , allora  $\overline{z \cdot w} = -\overline{z} \cdot \overline{w}$ .

6.F

**Enunciato 7.** Data  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , si ha che  $\lim_{x \to x_{-}} f(x) = -\infty$  se

7.*V* 

$$\forall M > 0 \; \exists \delta = \delta(M) > 0 \; t.c. \; f(x) < -M \; \forall x \in (x_0 - \delta, x_0).$$

8.F

**Enunciato 8.** Se f(x) > 0 per ogni  $x \in \mathbb{R}$  e  $\lim_{x \to x_0} f(x) = a \in \mathbb{R}$ , allora a > 0.

9.V

**Enunciato 9.**  $\{a_n\}_n$  converge se e solo se  $\forall \varepsilon > 0 \ \exists N = N(\varepsilon) \in \mathbb{N} \ t.c. \ |a_n - a_m| < \varepsilon \ \forall n, m > N.$ 

10.F

**Enunciato 10.** Se  $\sum_{n\geqslant 1} (-1)^n a_n$  converge, allora  $a_n \downarrow 0$ .

11.F

**Enunciato 11.** *Se*  $f:(a,b) \to \mathbb{R}$  *è continua, allora essa ammette massimo e minimo assoluti.* 

12.V

Enunciato 12.

 $\frac{d}{dx}\arctan(x) = \frac{1}{1+x^2}$ 

**Enunciato 13.** Se  $f,g:[a,b] \to \mathbb{R}$  sono derivabili su [a,b], allora esiste  $x_0 \in (a,b)$  tale che  $(g(b)-g(a)) f'(x_0) = (f(b)-f(a)) g'(x_0)$ .

13.V

Enunciato 14.

$$\int f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) - \int f'(x) g(x) dx$$

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

### Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

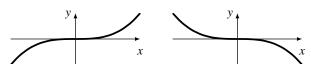
Enunciato 1. Per il principio di induzione si ha che

•  $F_{(1)}$  e vera •  $se\ P(n)\ e\ P(n+1)$  sono vere, allora anche  $P(n+2)\ \grave{e}\ vera$   $\bigg\} \Longrightarrow allora\ P(n)\ \grave{e}\ vera\ per\ ogni\ n\in\mathbb{N}.$ 

1.F

**Enunciato 2.** Se quello riportato a sinistra è il grafico di f(x), allora quello a destra è il grafico di -f(x).

2.*V* 



**Enunciato 3.**  $\{x \in \mathbb{R} : |x| > a\} = (-\infty, -a) \cup (a, +\infty)$ 

3.V



4.V

Enunciato 5.  $\sin(x - y) = \cos(x)\cos(y) + \sin(x)\sin(y)$ 

5.F

**Enunciato 6.** Se 
$$z \in \mathbb{C}$$
, allora  $\Re e(z) = \frac{z + \overline{z}}{2}$ .

6.V

**Enunciato 7.** Data  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , si ha che  $\lim_{x \to \infty} f(x) = -\infty$  se

7.V

$$\forall M > 0 \; \exists \delta = \delta(M) > 0 \; t.c. \; f(x) < -M \; \forall x \in (x_0 - \delta, x_0).$$

8.F

**Enunciato 8.** 
$$\lim_{x\to 0} \frac{\arctan(x)}{x} = \frac{1}{2}$$

9.F

**Enunciato 9.** *Ogni successione numerica limitata è convergente.* 

10.F

**Enunciato 10.** La serie telescopiche convergono.

**Enunciato 11.** Se  $f:(a,b) \to [a,b]$  è continua ed invertibile, allora anche  $f^{-1}:[a,b] \to (a,b)$  è continua.

11.V

 $f'(x_0) = \lim_{t \to 0} \frac{f(x_0+t)-f(x_0)}{t}$ Enunciato 12.

12.V

**Enunciato 13.** Se  $f:[a,b] \to \mathbb{R}$  è derivabile ed  $x_0 \in (a,b)$  è tale che  $f'(x_0) = 0$ , allora  $x_0$  è un punto di massimo o di minimo.

13.F

 $\int f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) - \int f'(x) g(x) dx$ Enunciato 14.

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

### Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** L'insieme dei numeri reali  $\mathbb{R}$  è un campo.

1.V

Enunciato 2. Quello riportato di seguito è il grafico di una funzione.

2.*F* 

Enunciato 3. L'estremo superiore di un insieme è il più grande dei maggioranti.

3.F

**Enunciato 4.** L'arco di una circonferenza di raggio r e corrispondente a  $\alpha$  radianti misura  $\alpha\pi$ .

*4.F* 

**Enunciato 5.** 
$$\cot(x+\pi) = \cot(x)$$

5.V

**Enunciato 6.** Sia  $w = r(\cos(\varphi) + i\sin(\varphi))$  un numero complesso in forma trigonometrica ed  $n \in \mathbb{N}$ , allora l'equazione nell'incognita z

6.V

$$z^n = w$$

ha per soluzioni

 $\mathbb{R}$   $\}$ .

$$z_k = \sqrt[n]{r} \left( \cos \left( \frac{\varphi}{n} + \frac{2\pi}{n} k \right) + i \sin \left( \frac{\varphi}{n} + \frac{2\pi}{n} k \right) \right), \qquad k \in \{0, 1, \dots, n-1\}.$$

7.F

**Enunciato 7.** Data  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , si ha che  $\lim_{x \to x_0^-} f(x) = -\infty$  se  $\exists M > 0 \ t.c. \ \forall \delta = \delta(M) > 0 \ \exists x \in (x_0 - \delta, x_0) \ t.c. \ f(x) > -M.$ 

8.V

**Enunciato 8.** 
$$\lim_{x\to 0^+} x^a \log_b(x) = 0 \ \forall a,b>0$$

9.V

**Enunciato 9.** Ogni successione numerica limitata ammette una sottosuccessione convergente.

10.V

**Enunciato 10.** Se  $\sum_{n\geqslant 1} a_n$  converge, allora anche  $\{a_n\}_n$  converge.

11.V

**Enunciato 11.** Se  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  è una funzione strettamente crescente, allora  $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \sup\{f(x) : x \in \mathbb{R} \}$ 

 $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\tan(x) = \frac{1}{\cos(x)^2}$ Enunciato 12.

12.V

Enunciato 13. La somma di funzioni concave è una funzione concava.

13.V

 $\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1+x^2}} = \arctan(x) + c$ Enunciato 14.

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

### Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

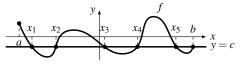
**Enunciato 1.** L'insieme dei numeri interi  $\mathbb{Z}$  è un campo.

*1.F* 

2.*V* 

**Enunciato 2.** Se il grafico di  $f: [a,b] \to \mathbb{R}$  e la retta y = c sono come in figura, allora

 ${x \in [a,b] : f(x) \le c} = [x_1,x_2] \cup [x_3,x_4] \cup [x_5,b].$ 

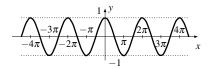


3.V

Enunciato 3. L'estremo inferiore di un insieme è il più grande dei minoranti.

**4.***F* 

**Enunciato 4.** Quello riportato di seguito è il grafico di  $f(x) = \sin(x)$ .



Enunciato 5. cot(0) = 0 5.F

**Enunciato 6.** Se  $z \in \mathbb{C}$ , allora  $\Re e(z) = \frac{z + \overline{z}}{2}$ .

7.V

6.V

**Enunciato 7.** Data  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , si ha che  $\lim_{x \to x_0^-} f(x) = -\infty$  se

 $\forall M > 0 \; \exists \delta = \delta(M) > 0 \; t.c. \; f(x) < -M \; \forall x \in (x_0 - \delta, x_0).$ 

Enunciato 8.

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$$

8.V

**Enunciato 9.** Se  $a_n > 0$  per ogni  $n \in \mathbb{N}$  e  $\lim_{n \to +\infty} \sqrt[n]{a_n} = L > 1$  allora  $a_n \downarrow 0$ .

9.F

**Enunciato 10.** Se  $a_n, b_n > 0$ ,  $\sum_{n \ge 1} b_n$  diverge  $e \lim_{n \to +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$ , allora nulla si può dire della convergenza di  $\sum_{n\geq 1}a_n$ .

10.F

**Enunciato 11.** Se  $f:(a,b)\to\mathbb{R}$  è continua,  $\lim_{x\to a}f(x)=+\infty$  e  $\lim_{x\to b}f(x)=-\infty$ , allora esiste  $x_0\in(a,b)$ 11.V

tale che  $f(x_0) = 0$ .

Enunciato 12.

$$f'(x_0) = \lim_{t \to 0} \frac{f(x_0+t) - f(x_0)}{t}$$

12.V

**Enunciato 13.** Se  $f:[a,b] \to \mathbb{R}$  è derivabile, allora esiste  $x_0 \in (a,b)$  tale che  $f'(x_0) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$ .

13.V

 $\int \cos(x) \, \mathrm{d}x = -\sin(x) + c$ Enunciato 14.

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

# Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** L'insieme dei numeri naturali  $\mathbb{N}$  è totalmente ordinato.

1.V

2.*F* 

**Enunciato 2.**  $f: A \rightarrow B$  è crescente se per ogni  $x_1, x_2 \in A$  si ha

$$x_1 < x_2 \Longrightarrow f(x_1) \geqslant f(x_2).$$

**Enunciato 3.**  $\{x \in \mathbb{R} : |x| < a\} = (-a, a)$ 

3.V

**Enunciato 4.** cos(0) = 1

4.V

**Enunciato 5.** cos(x+y) = cos(x)cos(y) - sin(x)sin(y)

5.V

**Enunciato 6.** *Se*  $z \in \mathbb{C}$ , *allora* 

 $\Re e(z) = \frac{z - \overline{z}}{2}.$ 

6.F

7.*V* 

**Enunciato 7.**  $\lim_{x \to x_0} f(x) = L \ se$ 

$$\forall \varepsilon > 0 \ \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0 \ t.c. \ |f(x) - L| < \varepsilon \ \forall x \in D \ con \ 0 < |x - x_0| < \delta.$$

**Enunciato 8.**  $\lim_{x \to +\infty} \sqrt[x]{a^x + b^x} = \max\{a, b\} \ \forall a, b > 0$ 

8. V

**Enunciato 9.** Se per ogni  $\{x_n\}_n$  convergente ad  $x_0$  si ha che  $\lim_{n\to+\infty} f(x_n) = f(x_0)$ , allora f è continua in  $x_0$ .

9.V

**Enunciato 10.** Se  $\sum_{n\geq 1} (-1)^n a_n$  converge, allora anche  $\sum_{n\geq 1} a_n$  converge.

10.F

11.V

**Enunciato 11.** Se  $f: [a,b] \to \mathbb{R}$  è crescente, allora f([a,b]) = [f(a),f(b)].

**Enunciato 12.**  $\frac{d}{dx} \ln(|x|) = \frac{1}{x} per ogni x \neq 0$ 

12.V

**Enunciato 13.** Se  $f,g: [a,b] \to \mathbb{R}$  sono continue su [a,b], allora esiste  $x_0 \in (a,b)$  tale che  $(g(b)-g(a)) f'(x_0) = (f(b)-f(a)) g'(x_0)$ .

13.F

**Enunciato 14.**  $\int \frac{\mathrm{d}x}{1+x^2} = \arctan(x) + c$ 

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

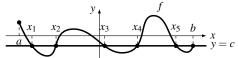
**Enunciato 1.** *Se*  $a,b,c \in \mathbb{R}$  *sono tali che*  $a \cdot b = b \cdot c$ , *allora* a = c.

*1.F* 

**Enunciato 2.** Se il grafico di  $f: [a,b] \to \mathbb{R}$  e la retta y = c sono come in figura, allora  ${x \in [a,b] : f(x) \le c} = [x_1,x_2] \cup [x_3,x_4] \cup [x_5,b].$ 

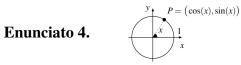
2.*V* 

$$[a,b]: f(x) \leqslant c\} = [x_1,x_2] \cup [x_3,x_4] \cup [x_5,b].$$



Enunciato 3.  $\sqrt{p(x)} \geqslant \sqrt{q(x)} \Longleftrightarrow \begin{cases} p(x) \geqslant 0 \\ q(x) \geqslant 0. \end{cases}$ 

3.F



4.V

5.F

**Enunciato 5.** 
$$\cot(x+\frac{\pi}{2})=\cot(x)$$

**Enunciato 6.** Se 
$$z \in \mathbb{C}$$
 ed  $n \in \mathbb{N}$ , allora  $\overline{n \cdot \overline{z}} = n \cdot \overline{z}$ 

6.V

**Enunciato 7.** 
$$\lim_{x \to x_0} f(x) = -\infty se$$

7.F

**Enunciato 7.** 
$$\lim_{x \to x_0} f(x) = -\infty$$
 *se*  $\exists M > 0$  *t.c.*  $\forall \delta = \delta(M) > 0 \ \exists x \in D \ con \ 0 < |x - x_0| < \delta \ t.c. \ f(x) > -M$ .

8.V

**Enunciato 8.** 
$$\lim_{x\to 0} \frac{\tan(x)}{x} = 1$$

9.F

10.F

**Enunciato 10.** Se 
$$\sum_{n\geqslant 1} a_n$$
 converge, allora anche  $\sum_{n\geqslant 1} (-1)^n a_n$  converge.

11.V

**Enunciato 11.** Se  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  è una funzione strettamente crescente, allora  $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \sup\{f(x) : x \in \mathbb{R} \}$  $\mathbb{R}$  }.

**Enunciato 12.** 
$$\frac{d}{dx}\tan(x) = \frac{1}{\cos(x)^2}$$

12.V

Enunciato 13. La differenza di funzioni convesse è una funzione convessa.

13.F

Enunciato 14. 
$$\int \frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt{x^2-1}} = \arccos(x) + c$$

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

# Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

### Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

**Enunciato 1.** L'insieme dei numeri razionali 
$$\mathbb{Q}$$
 è un campo.

1.V

**Enunciato 2.**  $f(x) = x^2$  è monotona nel suo dominio di definizione.

2.F

Enunciato 3. L'estremo superiore di un insieme è il più piccolo dei maggioranti.

3.V

**Enunciato 4.**  $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$ 

4.F

**Enunciato 5.**  $\sin(x-y) = \sin(x)\cos(y) - \cos(x)\sin(y)$ 

5.V

**Enunciato 6.** Se  $z \in \mathbb{C}$ , allora  $\overline{(\overline{z})} = -z$ .

6.F

**Enunciato 7.**  $\lim_{x \to x_0} f(x) = L \ se$ 

7.*V* 

 $\forall \varepsilon > 0 \; \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0 \; t.c. \; |f(x) - L| < \varepsilon \; \forall x \in D \; con \; 0 < |x - x_0| < \delta.$ 

8.F

**Enunciato 8.**  $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt[a]{1+x}-1}{x} = 1 \ \forall a > 0$ 

Enunciato 9. Ogni successione numerica divergente è limitata.

9.F

**Enunciato 10.** Se  $a_n > 0$   $e \lim_{n \to +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{2}$ , allora  $\sum_{n \ge 1} a_n$  diverge.

10.F

**Enunciato 11.** Se  $f:(a,b) \to \mathbb{R}$  è continua, allora essa ammette massimo e minimo assoluti.

11.F

Enunciato 12.  $(f^{-1})'(y) = -\frac{f'(f^{-1}(y))}{f^{-1}(y)^2}$ 

12.F

**Enunciato 13.** Se  $f'(x_0) = 0$  ed  $f''(x_0) < 0$ , allora  $x_0$  è un punto di massimo locale.

13.V

**Enunciato 14.** *Se*  $f: [a,b] \to \mathbb{R}$  *è continua, allora è integrabile secondo Riemann.* 

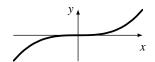
Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

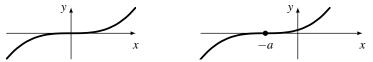
Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

Enunciato 1. Per il principio di induzione si ha che

- P(1) e vera  $se\ P(n)$  e P(n+1) sono vere, allora anche P(n+2) è vera  $\} \Longrightarrow allora\ P(n)$  è  $vera\ per\ ogni\ n\in\mathbb{N}.$

**Enunciato 2.** Se quello riportato a sinistra è il grafico di f(x), allora quello a destra è il grafico di f(x+a).





Enunciato 3. 
$$\sqrt{p(x)}\geqslant\sqrt{q(x)}\Longleftrightarrow \begin{cases} p(x)\geqslant0\\ q(x)\geqslant0. \end{cases}$$

- $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ Enunciato 4.
- Enunciato 5.

$$\overline{OA} = \overline{AP} \cdot \cot(x),$$

$$\overline{AP} = \overline{OA} \cdot \tan(x).$$

**Enunciato 6.** Se  $z \in \mathbb{C}$ , allora  $\mathfrak{I}m(z) = \frac{z - \overline{z}}{2i}$ .

$$\Im m(z) = \frac{z - \overline{z}}{2i}.$$

**Enunciato 7.** Data  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , si ha che  $\lim_{x \to x_0^+} f(x) = -\infty$  se

$$\exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta = \delta(M) > 0 \exists x \in (x_0, x_0 + \delta) \text{ t.c. } f(x) > -M.$$

**Enunciato 8.** Data  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ , si ha che  $\lim_{x \to x_0^+} f(x) = L \in \mathbb{R}$  se

$$\forall \varepsilon > 0 \ \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0 \ t.c. \ |f(x) - L| < \varepsilon \ \forall x \in (x_0 - \delta, x_0).$$

**Enunciato 9.** Se  $a_n > 0$  per ogni  $n \in \mathbb{N}$  e  $\lim_{n \to +\infty} \sqrt[n]{a_n} = L < 1$  allora  $a_n \downarrow 0$ .

**Enunciato 10.** Se 
$$a_n, b_n > 0$$
,  $\sum_{n \ge 1} b_n$  diverge  $e \lim_{n \to +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$ , allora nulla si può dire della convergenza di  $\sum_{n \ge 1} a_n$ .

**Enunciato 11.** Se  $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$  è una funzione strettamente crescente, allora  $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ .

**Enunciato 12.** 
$$\frac{d}{dx} \arcsin(x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

Enunciato 13. Per la regola di De L'Hôpital si ha ci

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x + 2\cos(x)}{x^2 + \sin(x)} = \lim_{x \to +\infty} \frac{1 - 2\sin(x)}{2x + \cos(x)} = 0$$

 $\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1-x^2}} = \arccos(x) + c$ Enunciato 14.

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

*1.F* 

2.*V* 

*3.F* 

4.F

5.V

6.V

7.F

8.F

9.V

10.F

11.F

12.F

13.V