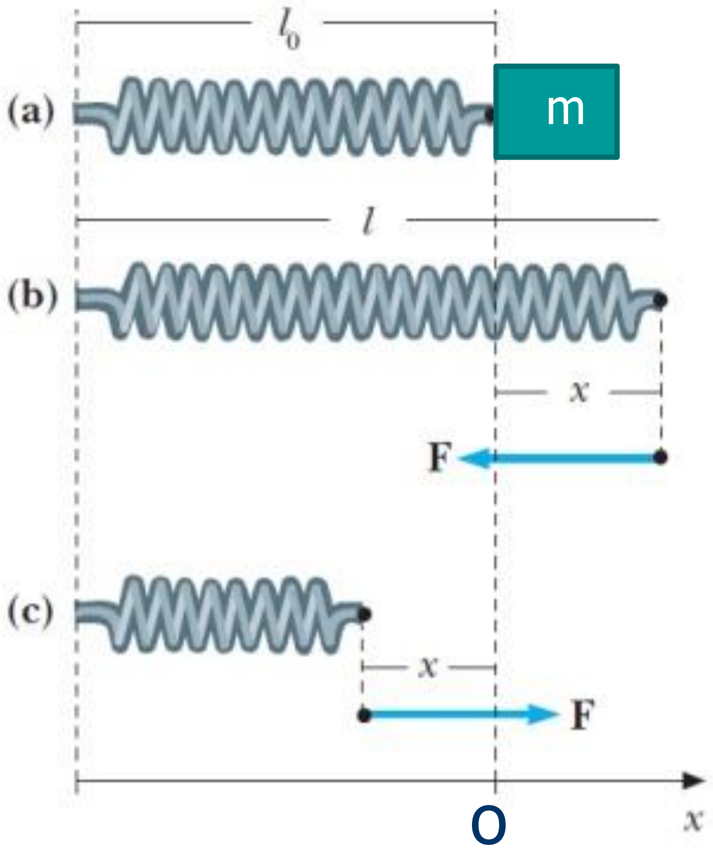
Fisica
per LT Informatica
Università di Ferrara

Lucia Del Bianco

Dip.to di Fisica e Scienze della Terra

Forza elastica



▲ **Figura 2.34** Forza elastica esercitata da una molla a riposo (*a*), in estensione (*b*) e in compressione (*c*).

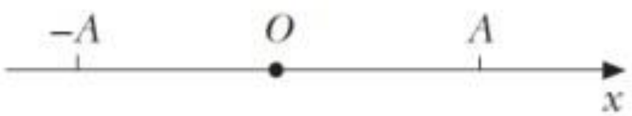
Forza elastica: forza di direzione costante con verso rivolto verso un punto O (centro) e con modulo proporzionale alla distanza da O

$$\vec{F} = -kx\hat{i}$$

k= costante elastica (positiva)

$$a = \frac{F}{m} = -\frac{k}{m}x = -\omega^2 x$$

Moto armonico semplice



▲ **Figura 1.12** Ampiezza dell'oscillazione di un moto armonico semplice.

Mazzoldi, Nigro, Voci
Elementi di fisica. Meccanica e Termodinamica. III ed.
EdiSES Edizioni

$$x(t) = A sen(\omega t + \phi)$$

A t = 0 $\quad x(0) = A sen\phi$

Consideriamo t e t' con t' = t + T $\Rightarrow$
x(t') = x(t) per definizione di periodo T

$$\omega t' + \phi = \omega t + \phi + 2\pi$$

Le due fasi nei due istanti devono differire di 2π

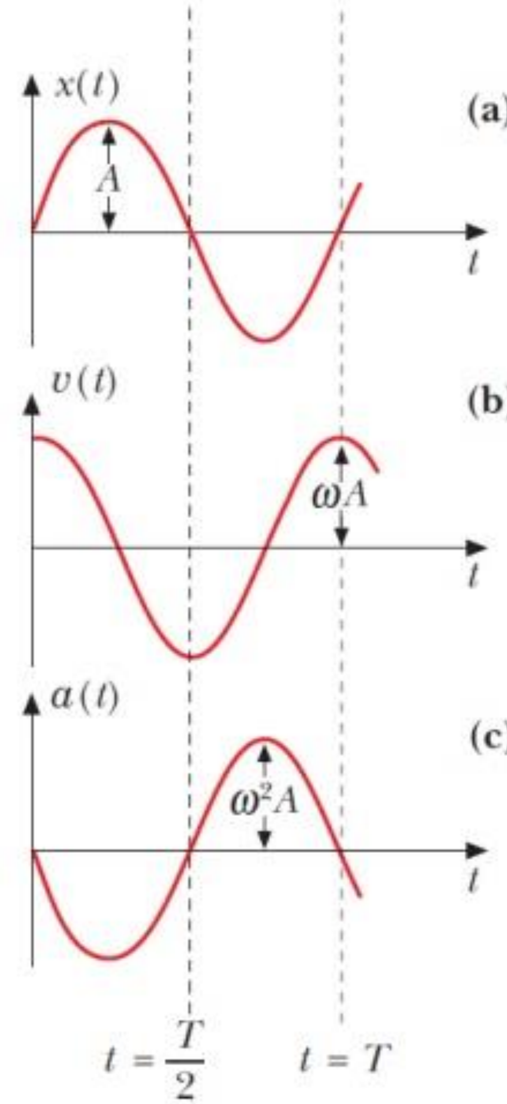
$$T = t' - t \qquad T = \frac{2\pi}{\omega} \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} \qquad \nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

$$x(t) = Asen(\omega t + \phi)$$

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \omega A\cos(\omega t + \phi)$$

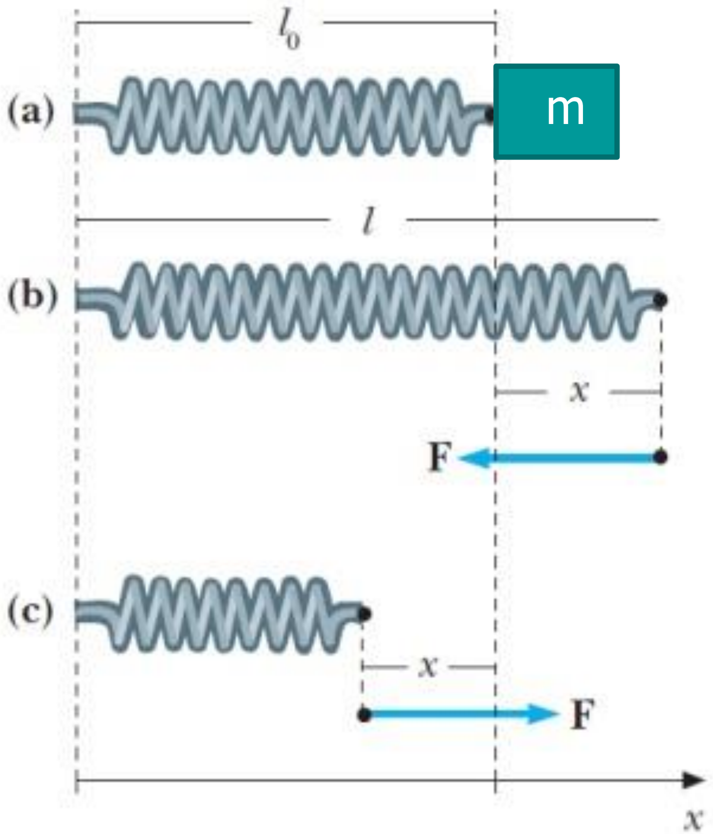
$$a(t) = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 Asen(\omega t + \phi) = -\omega^2 x(t)$$

$$\boxed{\phi = 0}$$



▲ **Figura 1.13** Diagramma dello spostamento (a), della velocità (b) e dell'accelerazione (c) di un moto armonico semplice.

Forza elastica (oscillatore armonico semplice)



▲ **Figura 2.34** Forza elastica esercitata da una molla a riposo (*a*), in estensione (*b*) e in compressione (*c*).

Forza elastica: forza di direzione costante con verso rivolto verso un punto O (centro) e con modulo proporzionale alla distanza da O

$$\vec{F} = -kx\hat{i}$$

k= costante elastica (positiva)

$$a = \frac{F}{m} = -\frac{k}{m}x = -\omega^2 x$$

Moto armonico semplice

Il sistema su cui agisce questa forza è un oscillatore armonico semplice.

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

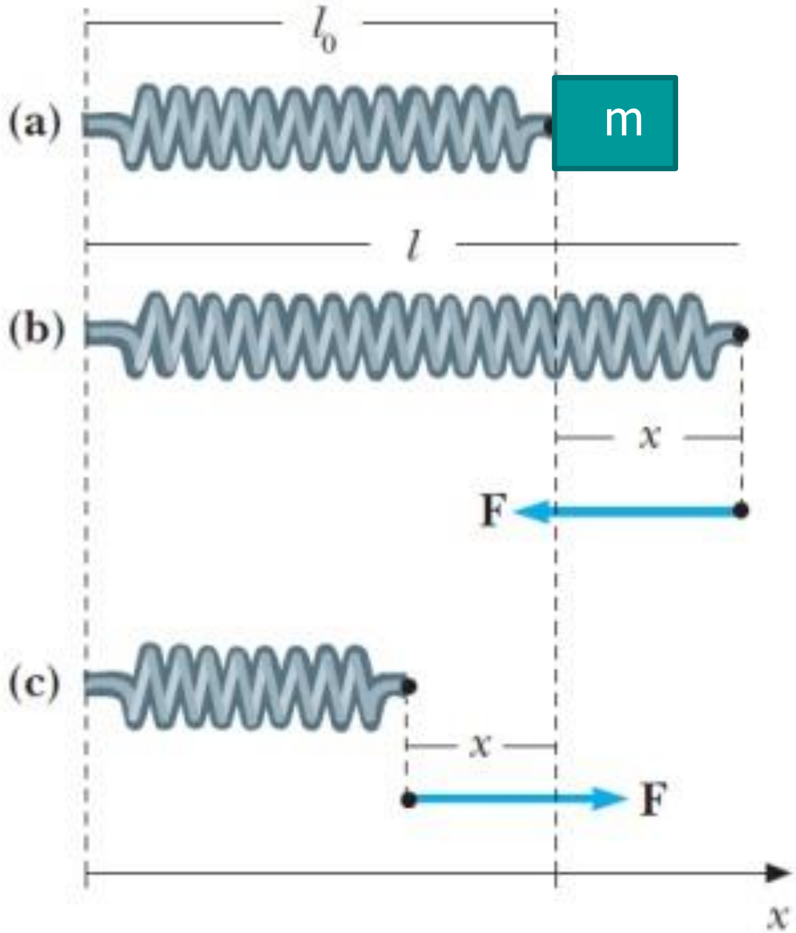
Pulsazione

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Periodo

EdiSES

Forza elastica (oscillatore armonico semplice)



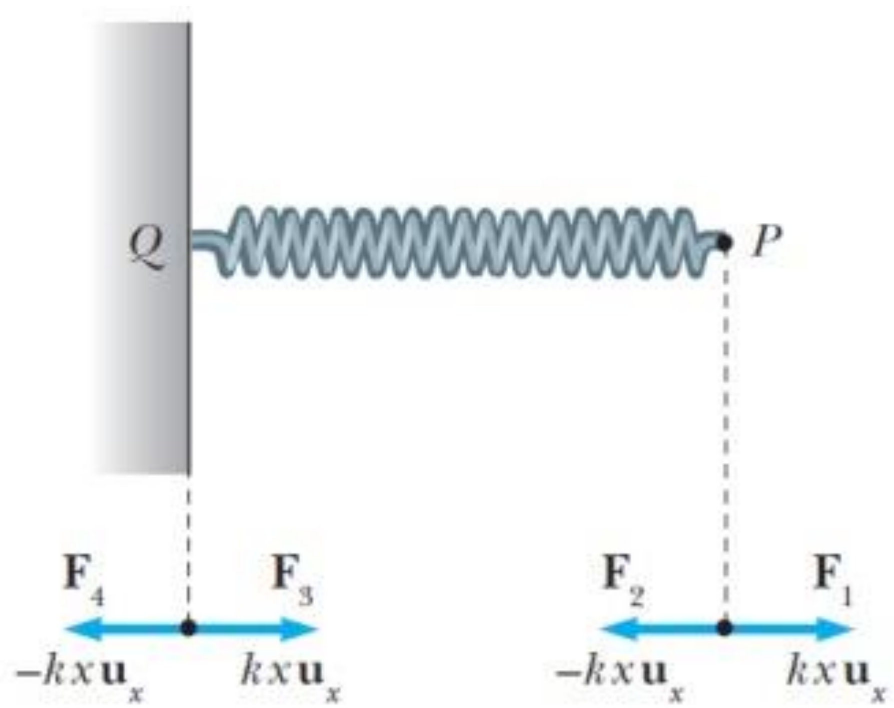
▲ Figura 2.34 Forza elastica esercitata da una molla a riposo (a), in estensione (b) e in compressione (c).

$$\vec{F} = -kx\hat{i}$$

k= costante elastica (positiva)

$$\vec{F} = -k(l - l_0)\hat{i}$$

Forza elastica (oscillatore armonico semplice)



▲ Figura 2.35 Analisi delle forze in una molla tesa.

Molla tesa

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

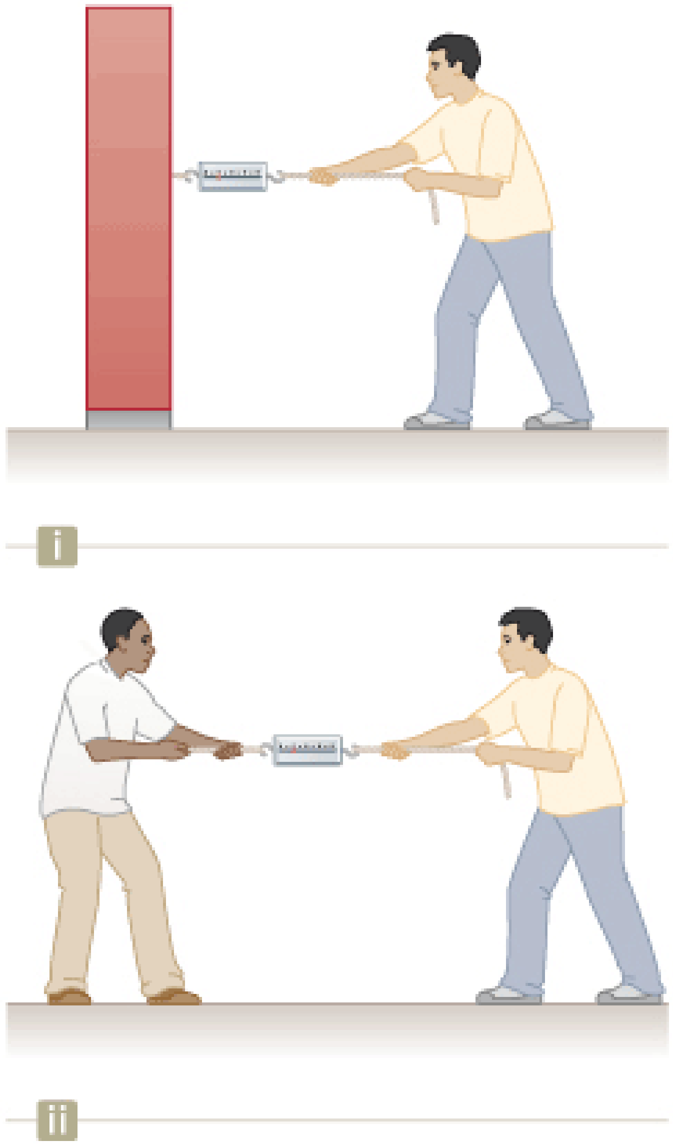
$$\vec{F}_4 = -\vec{F}_3$$

Poiché la molla è ferma $\vec{F}_1 = -\vec{F}_4$

ne segue che $\vec{F}_2 = -\vec{F}_3$

Se vogliamo deformare una molla di una quantità x, dobbiamo applicare ai due estremi, due forze uguali e contrarie di modulo kx.

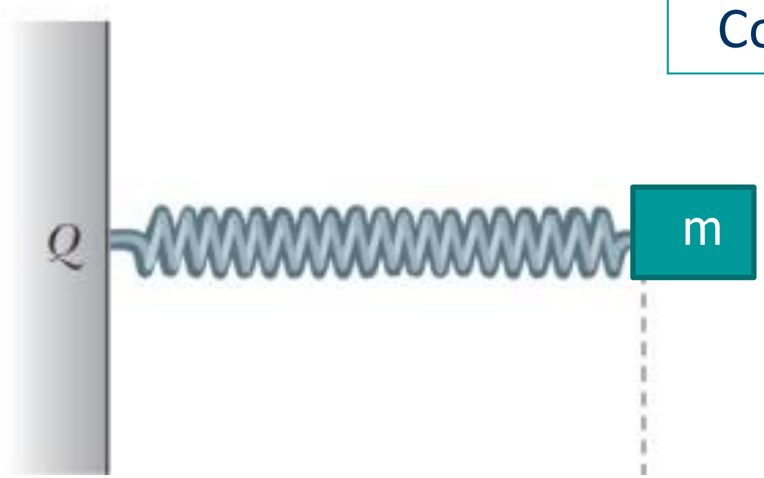
Forza elastica (oscillatore armonico semplice)



Se vogliamo deformare una molla di una quantità x, dobbiamo applicare ai due estremi, due forze uguali e contrarie di modulo kx.

Forza elastica (oscillatore armonico semplice)

Condizioni iniziali: $x = x_0$; $v = 0$ per $t = 0$



$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx$$ Equazione del moto

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$$

$$\boxed{\frac{d^2x(t)}{dt^2} + \omega^2 x(t) = 0}$$

Equazione differenziale del moto armonico semplice

soluzione

$$x = Asen(\omega t + \phi)$$

A e ϕ si calcolano dalle condizioni iniziali: **$x=x_0$; $v = 0$ per $t=0$**

$$v = \omega A\cos(\omega t + \phi)$$

$$\begin{cases} x_0 = Asen\phi \\ 0 = \omega A\cos\phi \end{cases}$$

$$\phi = \pi/2 \qquad A = x_0$$

$$\phi = 3\pi/2 \qquad A = -x_0$$

$$x = x_0\cos\omega t$$

$$v = -\omega x_0 sen\,\omega t$$

Condizioni iniziali: **$x = x_0$; $v = v_0$ per $t = 0$**

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}}$$

$$\tan\phi = \omega \frac{x_0}{v_0}$$

Corpo in moto circolare uniforme

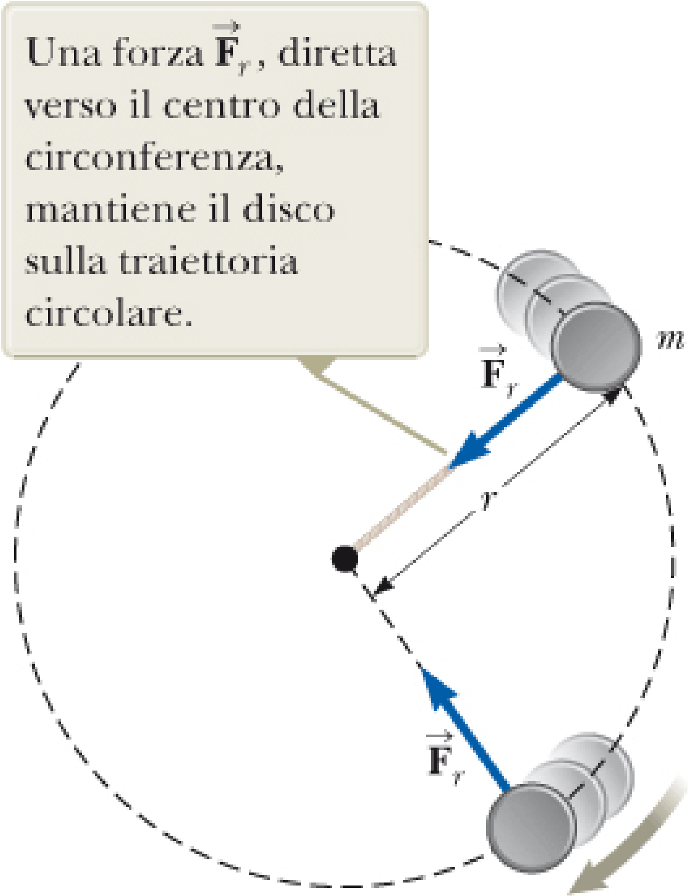


Figura 5.6 Una visione dall'alto di un disco che si muove lungo una traiettoria circolare su un piano orizzontale.

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

accelerazione centripeta
(diretta verso il centro)

La fune impedisce il moto rettilineo imponendo una **forza radiale** sul disco **(tensione della corda)**.

$$\sum F = m\,a_c = m\frac{v^2}{r}$$

Corpo in moto circolare uniforme

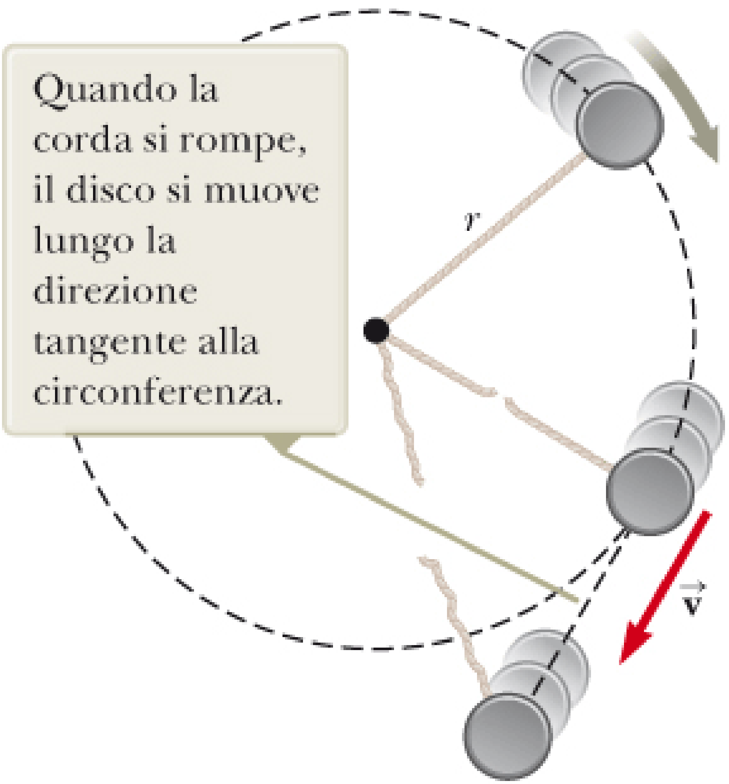
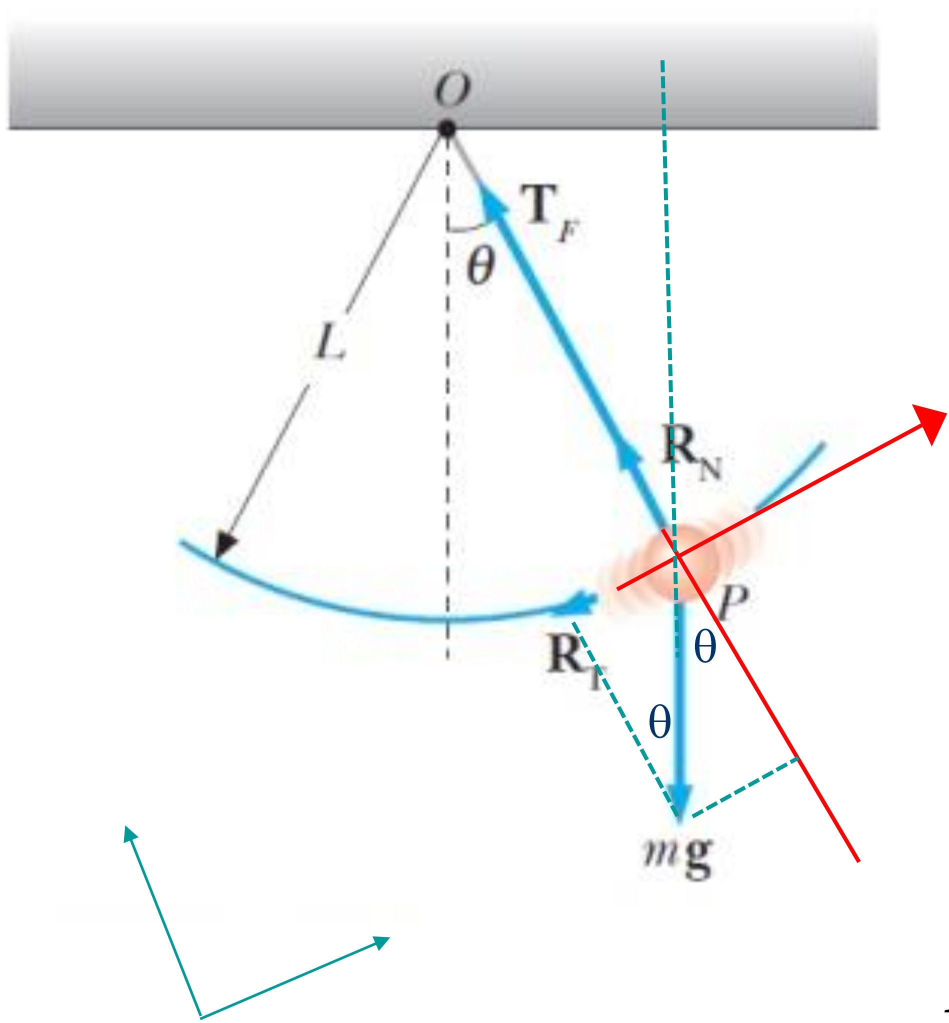


Figura 5.7 La corda che mantiene il disco lungo la traiettoria circolare si rompe.

Pendolo semplice (oscillatore armonico semplice)



Posizione statica

$$T_F = mg$$

Forza esercitata dal filo (modulo)

Equazione del moto

$$m\vec{g} + \vec{T}_F = m\vec{a}$$

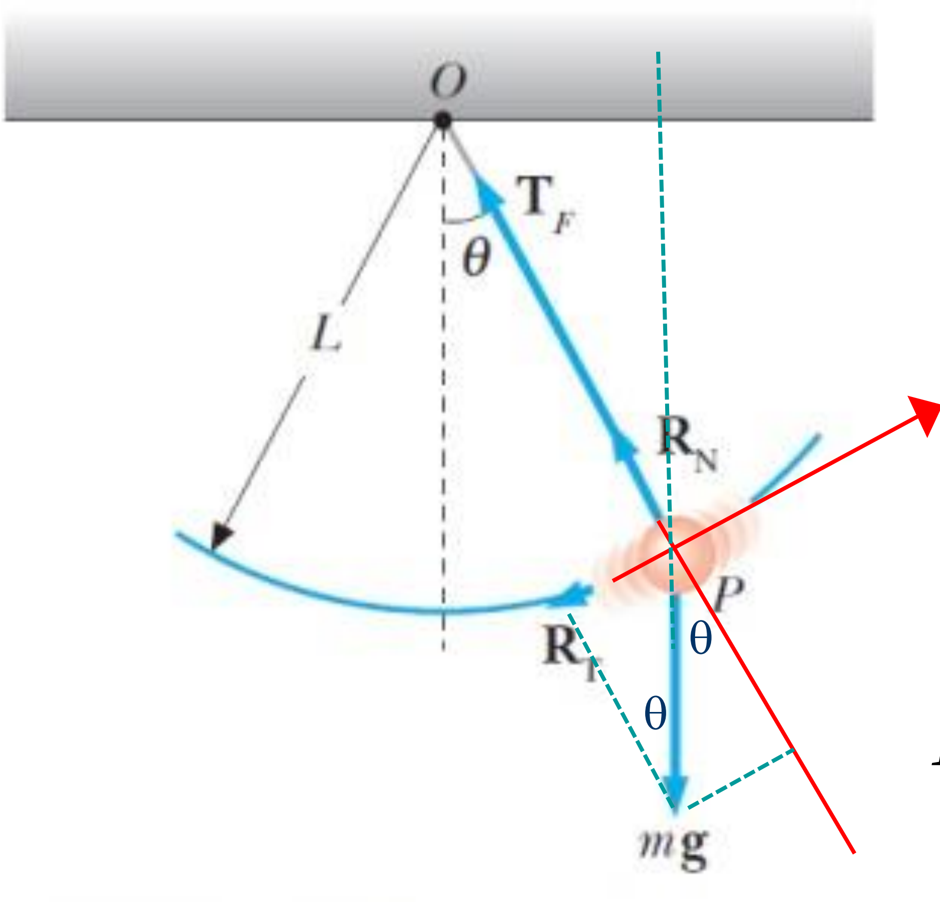
$$R_T = -mgsen\,\theta$$

Forza di richiamo che riporta il corpo sulla verticale (risultante lungo la traiettoria)

$$R_N = T_F - mg\cos\theta$$

Forze risultante normale alla traiettoria

Pendolo semplice (oscillatore armonico semplice)



$$R_T = -mg\,sen\,\theta = ma_T$$

$$a_T = L\alpha = L\frac{d^2\theta}{dt^2}$$ accelerazione tangenziale

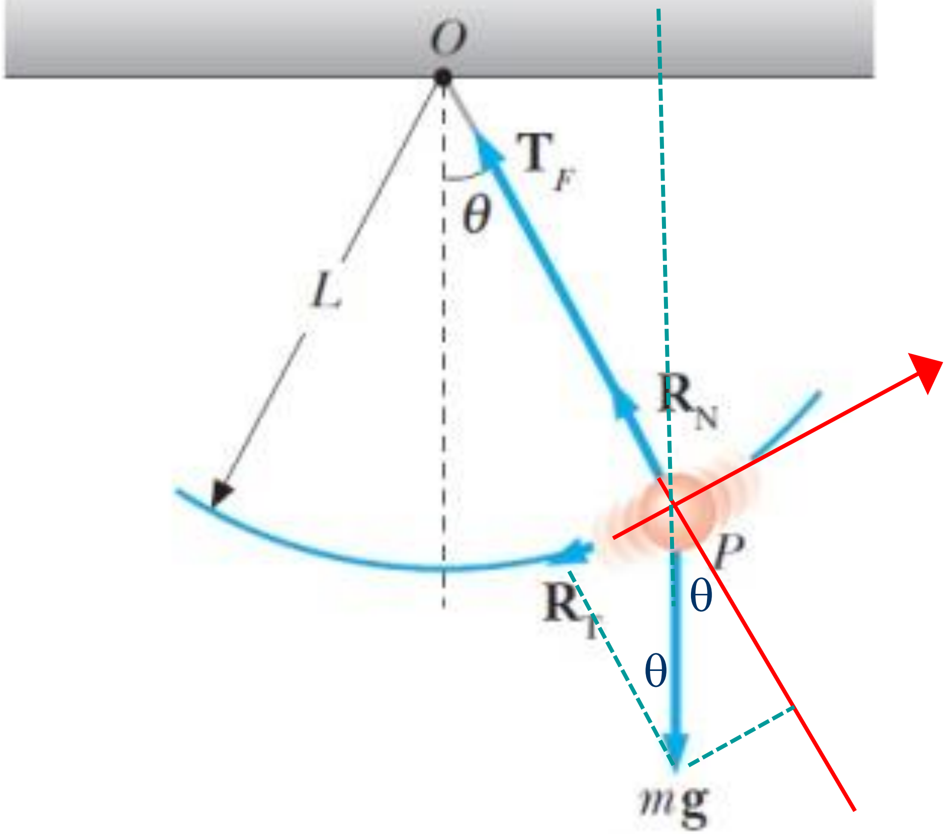
$$\boxed{\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L}sen\,\theta}$$

$$R_N = T_F - mg\cos\theta = ma_N$$

$$a_N = \frac{v^2}{L}$$ accelerazione centripeta

$$m\frac{v^2}{L} = T_F - mg\cos\theta$$

Pendolo semplice (oscillatore armonico semplice)



$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L} sen\theta$$

$$sen\theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \dots$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\theta = 0$$

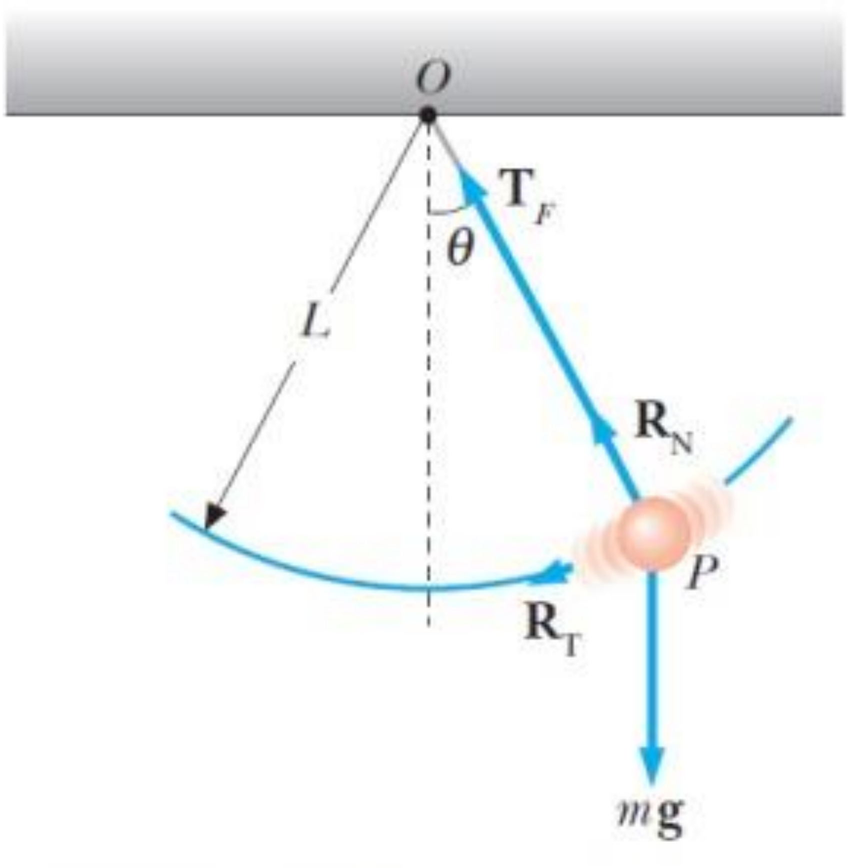
per θ piccolo

$$\boxed{\frac{d^2x(t)}{dt^2} + \omega^2 x(t) = 0} \quad \boxed{\omega^2 = \frac{g}{L}}$$

Equazione differenziale del moto armonico semplice

Legge oraria $$\theta = \theta_0 sen(\omega t + \phi)$$

Pendolo semplice (oscillatore armonico semplice)



$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\theta = 0$$

$$\boxed{\omega^2 = \frac{g}{L}}$$

Equazione differenziale del moto armonico semplice

$$\theta = \theta_0 sen(\omega t + \phi)$$

Legge oraria

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

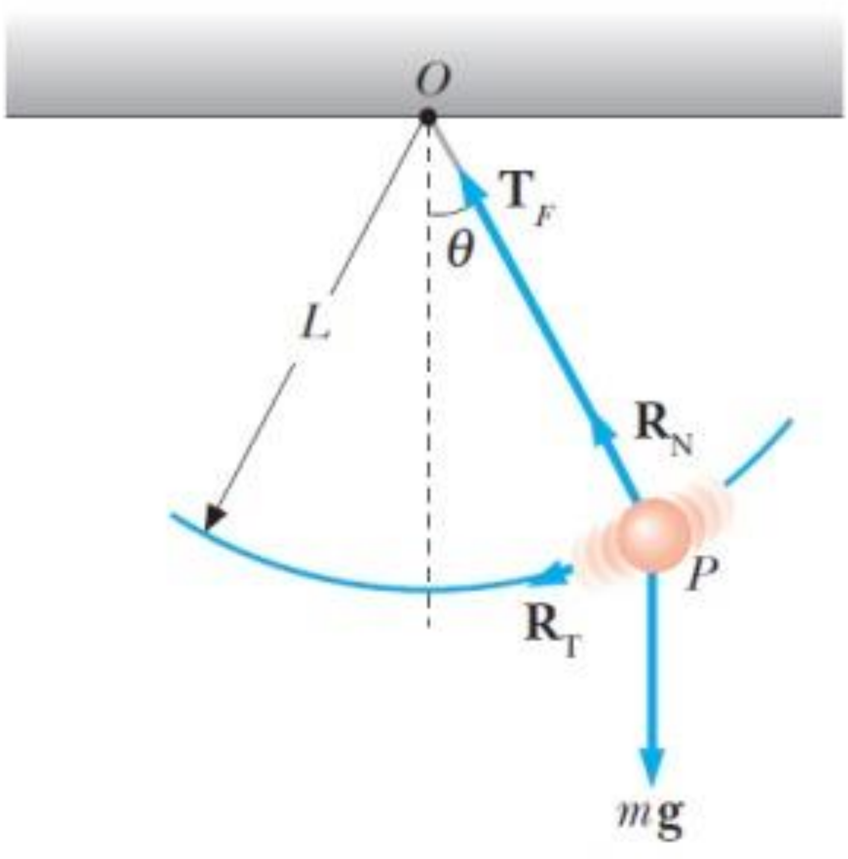
Pulsazione

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Periodo

Il periodo è indipendente dall'ampiezza
(isocronismo delle piccole oscillazioni)

Pendolo semplice (oscillatore armonico semplice)



$$\theta = \theta_0 sen(\omega t + \phi)$$

Legge oraria

$$s = L\theta$$

Spostamento lungo l'arco di circonferenza

$$s = L\theta_0 sen(\omega t + \phi)$$

Legge oraria dello spostamento lungo l'arco di circonferenza

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \omega\theta_0 \cos(\omega t + \phi)$$

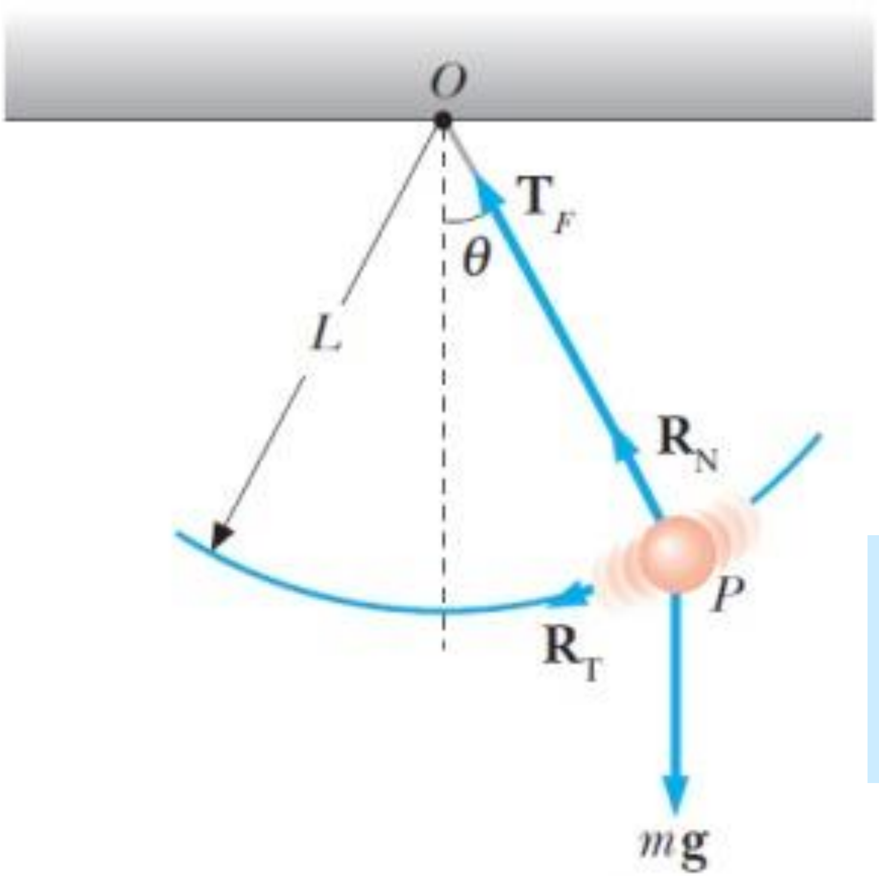
Velocità angolare

$$v = \frac{ds}{dt} = L\frac{d\theta}{dt} = L\omega\theta_0 \cos(\omega t + \phi)$$

Velocità lineare

Massima per $\theta = 0$; nulla per $\theta = \theta_0$

Pendolo semplice (oscillatore armonico semplice)



$$R_N = T_F - mg\cos\theta = ma_N$$

$$a_N = \frac{v^2}{L}$$ accelerazione centripeta

$$m\frac{v^2}{L} = T_F - mg\cos\theta$$

$$T_F = m\left[g\cos\theta(t) + \frac{v^2(t)}{L}\right]$$

Tensione del filo: massima nella posizione verticale e minima nei punti di inversione