

Compito 1

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali dei seguenti insiemi è ordinato e completo?

a) \mathbb{C}

b) \mathbb{Z}

c) \mathbb{Q}

Domanda 2. Quali dei seguenti è l'immagine di $A \subseteq \mathbb{R}$ tramite $f: \mathbb{R} \rightarrow B$?

a) $\{f(x) : x \in A\}$

b) $\{x \in A : \exists y \in B \text{ t.c. } f(x) = y\}$

c) $\{y \in B : \exists x \in A \text{ t.c. } f(x) = y\}$

Domanda 3. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) Se $A = \{\arctan(n) : n \in \mathbb{N}\}$, allora $\sup(A) = \pi/2$.

b) Se $A = \{1/n : n \in \mathbb{N}\}$, allora $\inf(A) = 0$.

c) Se $A = \{1/n : n \in \mathbb{N}\}$, allora $\min(A) = 0$.

Domanda 4. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a) $\cos(0) = 1$

b) $\sin(0) = 1$

c) $\sin(0) = 0$

Domanda 5. Date $z = \rho(\cos(\theta) + i\sin(\theta))$ e $w = r(\cos(\varphi) + i\sin(\varphi)) \neq 0$, quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a) $\frac{z}{w} = \frac{\rho}{r} (\cos(\theta - \varphi) + i\sin(\theta - \varphi))$

b) $z \cdot w = \rho r (\cos(\theta + \varphi) + i\sin(\theta + \varphi))$

c) $z \cdot w = \rho r (\cos(\theta - \varphi) + i\sin(\theta - \varphi))$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos(x)}{x^2} = \frac{1}{2}$ b $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos(x)}{x^2} = 1$ c $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = \frac{1}{2}$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L < 1$ allora $a_n \downarrow 0$.

b Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L > 1$ allora $a_n \downarrow 0$.

c Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{a_n} = L > 1$ allora $a_n \downarrow 0$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a Se $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge, allora anche $\sum_{n \geq 1} |a_n|$ converge.

b Se $\sum_{n \geq 1} |a_n|$ converge, allora anche $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge.

c Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge, allora anche $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a $\frac{d}{dx} \arctan(x) = \frac{1}{\cos(x)^2}$

b $\frac{d}{dx} \arctan(x) = \frac{1}{1+x^2}$

c $\frac{d}{dx} \tan(x) = \frac{1}{1+x^2}$

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.

b $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.

c $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.

Compito 2

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali dei seguenti insiemi è un campo?

a) \mathbb{N}

b) \mathbb{Z}

c) \mathbb{R}

Domanda 2. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è una funzione strettamente crescente, allora $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \sup\{f(x) : x \in \mathbb{R}\}$.

b) Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è una funzione strettamente decrescente, allora $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$.

c) Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è una funzione strettamente decrescente, allora $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \inf\{f(x) : x \in \mathbb{R}\}$.

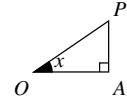
Domanda 3. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) Il minimo di un insieme è, se esiste, il più grande dei minoranti.

b) Il massimo di un insieme è, se esiste, il più piccolo dei maggioranti.

c) Il minimo di un insieme è, se esiste, il più grande dei minoranti che appartiene all'insieme stesso.

Domanda 4. Con riferimento alla seguente figura, quali delle seguenti asserzioni è vera?



a) $\overline{OA} = \overline{OP} \cdot \sin(x)$

b) $\overline{OA} = \overline{AP} \cdot \tan(x)$

c) $\overline{OA} = \overline{OP} \cdot \cos(x)$

Domanda 5. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) La potenza n -esima di $w = r(\cos(\varphi) + i \sin(\varphi))$ è $z^n = r^n (\cos(\frac{\varphi}{n}) + i \sin(\frac{\varphi}{n}))$.

b) Le radici n -esime di $w = r(\cos(\varphi) + i \sin(\varphi))$ sono $z_k = \sqrt[n]{r}(\cos(\varphi n + 2\pi nk) + i \sin(\varphi n + 2\pi nk))$, $k \in \{0, 1, \dots, n-1\}$.

c) La potenza n -esima di $w = r(\cos(\varphi) + i \sin(\varphi))$ è $z^n = r^n (\cos(n\varphi) + i \sin(n\varphi))$.

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{2^x + 4^x} = 6$

b $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x} = +\infty$

c $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x} = 1$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a $\{a_n\}_n$ converge se e solo se $\exists \varepsilon > 0$ t.c. $\forall N \in \mathbb{N} \exists n, m > N$ t.c. $|a_n - a_m| > \varepsilon$.

b Se $a_n = f(n)$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$, allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.

c $\{a_n\}_n$ converge se e solo se $\forall \varepsilon > 0 \exists N \in \mathbb{N}$ t.c. $|a_n - a_m| < \varepsilon \forall n, m > N$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a Se $a \in (-1, 1)$, allora $\sum_{n \geq 1} a^n = \frac{a}{1-a}$

b Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge, allora anche $\{a_n\}_n$ converge.

c $\sum_{n \geq 1} (-1)^n = -\frac{1}{2}$

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a $\frac{d}{dx} \arctan(x) = \frac{1}{1+x^2}$

b $\frac{d}{dx} \arctan(x) = \frac{1}{\cos(x)^2}$

c $\frac{d}{dx} \tan(x) = \frac{1}{1+x^2}$

Domanda 10. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - 1}} = \arccos\left(\frac{1}{x}\right) + c$

b $\int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}} = \arctan(x) + c$

c $\int \frac{dx}{1+x^2} = \arctan(x) + c$

Compito 3

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

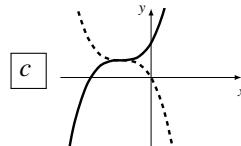
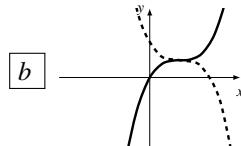
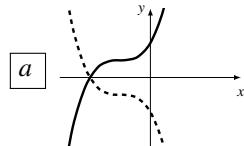
Domanda 1. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a $\{(-1)^n : n \in \mathbb{N}\} = \{(-1)^{n+1} : n \in \mathbb{N}\}$

b $\{(-1)^n : n \in \mathbb{N}\} \neq \{(-1)^{n+1} : n \in \mathbb{N}\}$

c $e \notin \{\ln(n) : n \in \mathbb{N}\}$

Domanda 2. Se la linea solida rappresenta il grafico di $f(x)$, in quali casi la linea tratteggiata rappresenta il grafico di $-f(x)$?



Domanda 3. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a L'estremo superiore di un insieme è il più piccolo dei maggioranti.

b L'estremo inferiore di un insieme è il più piccolo dei minoranti.

c L'estremo superiore di un insieme è il più grande dei maggioranti.

Domanda 4. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a $\cot(-x) = \cot(x)$

b $\tan(-x) = \tan(x)$

c $\tan(-x) = -\tan(x)$

Domanda 5. Quali delle seguenti è vera?

a $\sqrt{2} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{C}$

b $\bar{1} = 1$

c $\mathbb{C} \setminus \mathbb{R} = \{i\}$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- a $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L \iff \forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \text{ t.c. } |f(x) - L| < \varepsilon \forall x \in (x_0, x_0 + \delta)$
- b $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L \iff \exists \varepsilon > 0 \text{ t.c. } \forall \delta > 0 \exists x \in (x_0, x_0 + \delta) \text{ t.c. } |f(x) - L| > \varepsilon$
- c $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L \iff \exists \varepsilon > 0 \text{ t.c. } \forall \delta > 0 \exists x \in (x_0 - \delta, x_0) \text{ t.c. } |f(x) - L| > \varepsilon$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Tutte le successioni numeriche monotone sono regolari.
- b Tutte le successioni numeriche non limitate divergono.
- c Tutte le successioni numeriche monotone sono convergenti.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $a_n \downarrow 0$, allora $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge.
- b Se $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge, allora $a_n \downarrow 0$.
- c Se $\sum_{n \geq 1} |a_n|$ converge, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed ha in $x_0 \in (a, b)$ un punto di massimo, allora $f'(x_0) = 0$.
- b Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed ha in $x_0 \in [a, b]$ un punto di massimo, allora $f'(x_0) = 0$.
- c Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed ha in $x_0 \in (a, b)$ un punto di minimo, allora $f'(x_0) = 0$.

Domanda 10. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $\int f'(x) g(x) dx = f(x) g(x) - \int f(x) g'(x) dx$
- b $\int f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) - \int f'(x) g(x) dx$
- c $\int f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) + \int f'(x) g(x) dx$

Compito 4

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Dati $a, b, c \in \mathbb{R}$, quali delle seguenti implicazioni è vera?

- a $a \cdot b = b \cdot c \implies a = c$ b $a + b = b + c \implies a = c$ c $a^b = c^b \implies a = c$

Domanda 2. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora $f([a, b]) = [f(a), f(b)]$.
 b Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora essa ammette massimo e minimo assoluti.
 c Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è crescente, allora $f([a, b]) = [f(a), f(b)]$.

Domanda 3. Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$ con $a < 0$ e tali che $\Delta = b^2 - 4ac = 0$. Se $x_0 = -\frac{b}{2a}$, allora

- a $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c \geq 0\} = \mathbb{R}$
 b $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c \leq 0\} = \mathbb{R}$
 c $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c \leq 0\} = \{x_0\}$

Domanda 4. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ b $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$ c $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$

Domanda 5. Sia $z \in \mathbb{C}$. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $\Im m(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$ b $\Im m(z) = \frac{z - \bar{z}}{2i}$ c $\Re e(z) = \frac{z - \bar{z}}{2i}$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- a $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L \iff \forall \varepsilon > 0 \exists X > 0 \text{ t.c. } |f(x) - L| < \varepsilon \forall x \in (-\infty, -X)$
- b $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L \iff \exists \varepsilon > 0 \text{ t.c. } \forall X > 0 \exists x \in D \text{ con } x < -X \text{ t.c. } |f(x) - L| > \varepsilon$
- c $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L \iff \exists \varepsilon > 0 \text{ t.c. } \forall X > 0 \exists x \in D \text{ con } x > X \text{ t.c. } |f(x) - L| > \varepsilon$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se esiste $\{x_n\}_n \subset \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ convergente ad x_0 tale che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = L$, allora $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$.
- b Se esiste $\{x_n\}_n$ convergente ad x_0 tale che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = f(x_0)$, allora f è continua in x_0 .
- c Se per ogni $\{x_n\}_n \subset \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ convergente ad x_0 si ha che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = L$, allora $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se la serie telescopica $\sum_{n \geq 1} (a_{n+1} - a_n)$ converge allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} (a_{n+1} - a_n) = 0$.
- b La serie telescopica $\sum_{n \geq 1} (a_{n+1} - a_n)$ converge se e solo se $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$.
- c La serie telescopica $\sum_{n \geq 1} (a_{n+1} - a_n)$ converge se e solo se $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L \in \mathbb{R}$.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è concava, allora ammette un massimo.
- b Se $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ è concava, allora ammette un massimo.
- c Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è convessa, allora ammette un minimo.

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è limitata, allora è integrabile secondo Riemann.
- b Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ non è continua, allora non è integrabile secondo Riemann.
- c Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora è integrabile secondo Riemann.

Compito 5

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

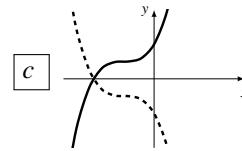
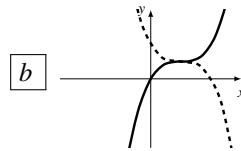
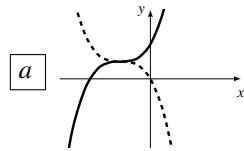
Domanda 1. Quali dei seguenti insiemi è ordinato e completo?

a) \mathbb{Q}

b) \mathbb{Z}

c) \mathbb{R}

Domanda 2. Se la linea solida rappresenta il grafico di $f(x)$, in quali casi la linea tratteggiata rappresenta il grafico di $-f(x)$?



Domanda 3. Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$ con $a < 0$ e tali che $\Delta = b^2 - 4ac > 0$. Se $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ e $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$, allora

a) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c > 0\} = (-\infty, x_1) \cup (x_2, +\infty)$

b) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c < 0\} = (x_1, x_2)$

c) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c > 0\} = (x_1, x_2)$

Domanda 4. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a) $\tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$

b) $\tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$

c) $\cot\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$

Domanda 5. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) L'equazione $x^2 + 1 = 0$ non ammette soluzioni in \mathbb{C} .

b) L'equazione $x^2 + 1 = 0$ non ammette soluzioni in \mathbb{R} .

c) L'equazione $x^2 + 1 = 0$ ammette soluzioni in \mathbb{C} .

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- a $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \iff \forall M > 0 \exists X > 0 \text{ t.c. } f(x) > M \forall x \in (X, +\infty)$
- b $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \iff \exists M > 0 \text{ t.c. } \forall X > 0 \exists x \in D \text{ con } x > X \text{ t.c. } f(x) < -M$
- c $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \iff \exists M > 0 \text{ t.c. } \forall X > 0 \exists x \in D \text{ con } x > X \text{ t.c. } f(x) > M$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Ogni successione numerica limitata è convergente.
- b Ogni successione numerica limitata ammette una sottosuccessione convergente.
- c Ogni successione numerica divergente è limitata.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge.
- b Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge.
- c Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed ha in $x_0 \in (a, b)$ un punto di minimo, allora $f'(x_0) = 0$.
- b Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed ha in $x_0 \in [a, b]$ un punto di massimo, allora $f'(x_0) = 0$.
- c Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed ha in $x_0 \in [a, b]$ un punto di minimo, allora $f'(x_0) = 0$.

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.
- b $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.
- c $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.

Compito 6

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

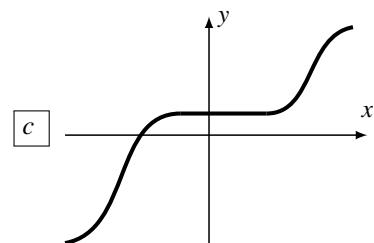
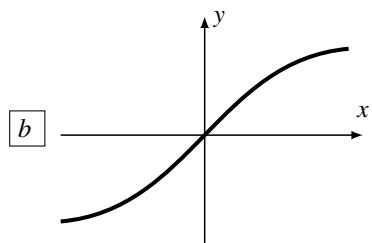
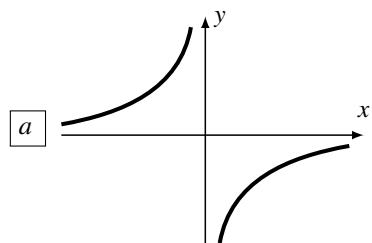
Domanda 1. Quali dei seguenti insiemi è ordinato e completo?

a \mathbb{Q}

b \mathbb{Z}

c \mathbb{C}

Domanda 2. Quali dei seguenti grafici corrispondono a funzioni strettamente crescenti?



Domanda 3. Quali delle seguenti equivalenze è vera?

a Se $a > 0$, allora $\{x \in \mathbb{R} : |x| \geq a\} = (-\infty, -a] \cup [a, +\infty)$.

b Se $a > 0$, allora $\{x \in \mathbb{R} : |x| \leq a\} = (-\infty, -a] \cup [a, +\infty)$.

c Se $a > 0$, allora $\{x \in \mathbb{R} : |x| < a\} = (-\infty, -a) \cup (a, +\infty)$.

Domanda 4. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a $\cos(2x) = 1 - 2\sin(x)^2$

b $\cos(2x) = 2\sin(x)\cos(x)$

c $\sin(2x) = 2\sin(x)\cos(x)$

Domanda 5. Quali delle seguenti è vera?

a $\sqrt{2} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{C}$

b $\mathbb{C} \setminus \mathbb{R} = \{i\}$

c $\bar{1} = 1$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- a Se $f(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ e $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a \in \mathbb{R}$, allora $a > 0$.
- b Se $f(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ e $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a \in \mathbb{R}$, allora $a \geq 0$.
- c Se $f(x) \cdot g(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ e $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$, allora $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = +\infty$.

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $a_n = f(n)$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$, allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.
- b $\{a_n\}_n$ converge se e solo se $\exists \varepsilon > 0$ t.c. $\forall N \in \mathbb{N} \exists n, m > N$ t.c. $|a_n - a_m| > \varepsilon$.
- c Se $a_n = f(n)$ e $\nexists \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, allora $\nexists \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge.
- b Se $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge.
- c Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a La somma di funzioni convesse è una funzione convessa.
- b La somma di funzioni concave è una funzione concava.
- c La differenza di funzioni convesse è una funzione convessa.

Domanda 10. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}} = \arccos\left(\frac{1}{x}\right) + C$
- b $\int \frac{dx}{1+x^2} = \arctan(x) + C$
- c $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}} = \arcsin(x) + C$

Compito 7

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023
Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $e \in \{\ln(n) : n \in \mathbb{N}\}$
- b $\{(-1)^n : n \in \mathbb{N}\} \neq \{(-1)^{n+1} : n \in \mathbb{N}\}$
- c $e \notin \{\ln(n) : n \in \mathbb{N}\}$

Domanda 2. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$ e $\lim_{x \rightarrow b} f(x) = -\infty$, allora $\exists x_0 \in (a, b)$ tale che $f(x_0) = 0$.
- b Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora l'immagine tramite f di un intervallo chiuso è un intervallo chiuso.
- c Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora l'immagine tramite f di un intervallo aperto è un intervallo aperto.

Domanda 3. Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$ con $a < 0$ e tali che $\Delta = b^2 - 4ac = 0$. Se $x_0 = -\frac{b}{2a}$, allora

- a $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c > 0\} = \emptyset$
- b $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c < 0\} = \emptyset$
- c $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c > 0\} = \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$

Domanda 4. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a $\cot\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$ b $\cot\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ c $\tan\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$

Domanda 5. Date $z = \rho(\cos(\theta) + i\sin(\theta))$ e $w = r(\cos(\varphi) + i\sin(\varphi)) \neq 0$, quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $z \cdot w = \rho r (\cos(\theta + \varphi) + i\sin(\theta + \varphi))$
- b $\frac{z}{w} = \frac{\rho}{r} (\cos(\theta + \varphi) + i\sin(\theta + \varphi))$
- c $\frac{z}{w} = \frac{\rho}{r} (\cos(\theta - \varphi) + i\sin(\theta - \varphi))$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- [a] $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty \iff \forall M > 0 \exists \delta > 0 \text{ t.c. } f(x) < -M \forall x \in (x_0, x_0 + \delta)$
- [b] $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty \iff \exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta > 0 \exists x \in (x_0, x_0 + \delta) \text{ t.c. } f(x) > -M$
- [c] $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty \iff \forall M > 0 \exists \delta > 0 \text{ t.c. } f(x) < -M \forall x \in (x_0 - \delta, x_0)$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] Se esiste una sottosuccessione di $\{a_n\}_n$ che converge ad L , allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.
- [b] Se tutte le sottosuccessioni di $\{a_n\}_n$ convergono ad L , allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.
- [c] Se $\{a_n\}_n$ che $\{c_n\}_n$ sono convergenti ed $a_n \leq b_n \leq c_n$, allora anche $\{b_n\}_n$ convergente.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] Se $\sum_{p \geq 1} a_p$ converge assolutamente, allora $\sum_{p \geq 1} a_p$ converge anche semplicemente.
- [b] $\sum_{p \geq 1} a_p$ converge se e solo se $\forall \varepsilon > 0 \exists N \in \mathbb{N} \text{ t.c. } \left| \sum_{p=m+1}^n a_p \right| < \varepsilon \forall n > m > N$.
- [c] $\sum_{p \geq 1} a_p$ converge se e solo se $\exists \varepsilon > 0 \text{ t.c. } \forall N \in \mathbb{N} \exists n > m > N \text{ t.c. } \left| \sum_{p=m+1}^n a_p \right| < \varepsilon$.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua ed $f(a) = f(b)$, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f'(x_0) = 0$.
- [b] Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed $x_0 \in (a, b)$ è tale che $f'(x_0) = 0$, allora x_0 è un punto di massimo o di minimo assoluto.
- [c] Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed $f(a) = f(b)$, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f'(x_0) = 0$.

Domanda 10. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- [a] $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}} = \arccos\left(\frac{1}{x}\right) + C$
- [b] $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}} = \arcsin(x) + C$
- [c] $\int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}} = \arctan(x) + C$

Compito 8

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

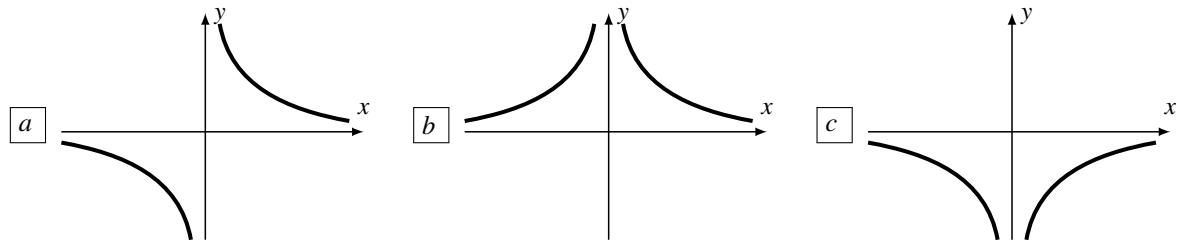
Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $e \notin \{\ln(n) : n \in \mathbb{N}\}$
- b $\{(-1)^n : n \in \mathbb{N}\} \neq \{(-1)^{n+1} : n \in \mathbb{N}\}$
- c $\{(-1)^n : n \in \mathbb{N}\} = \{(-1)^{n+1} : n \in \mathbb{N}\}$

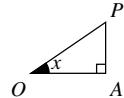
Domanda 2. Quali dei seguenti grafici corrispondono funzioni iniettive?



Domanda 3. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $\min(A)$ esiste, allora $\min(A) = \inf(A)$.
- b Se $\min(A)$ esiste, allora $\min(A) < \inf(A)$.
- c Se $\max(A)$ esiste, allora $\max(A) = \sup(A)$.

Domanda 4. Con riferimento alla seguente figura, quali delle seguenti asserzioni è vera?



- a $\overline{OA} = \overline{AP} \cdot \tan(x)$
- b $\overline{OA} = \overline{OP} \cdot \sin(x)$
- c $\overline{OA} = \overline{AP} \cdot \cot(x)$

Domanda 5. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a L'equazione $x^2 + 1 = 0$ non ammette soluzioni in \mathbb{R} .
- b L'equazione $x^2 + 1 = 0$ ammette soluzioni in \mathbb{C} .
- c L'equazione $x^2 + 1 = 0$ ammette soluzioni in \mathbb{R} .

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{2^x + 4^x} = 6$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[x]{x} = +\infty$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{2^x + 4^x} = 4$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) Se $\{a_n\}_n$ che $\{c_n\}_n$ sono convergenti ed $a_n \leq b_n \leq c_n$, allora anche $\{b_n\}_n$ convergente.

b) Se $\{a_n\}_n$ e $\{c_n\}_n$ convergono ad L ed $a_n \leq b_n \leq c_n$, allora anche $\{b_n\}_n$ converge ad L .

c) Se tutte le sottosuccessioni di $\{a_n\}_n$ convergono ad L , allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) Se $\sum_{p \geq 1} a_p$ converge semplicemente, allora $\sum_{p \geq 1} |a_p|$ converge anche assolutamente.

b) $\sum_{p \geq 1} a_p$ converge se e solo se $\exists \varepsilon > 0$ t.c. $\forall N \in \mathbb{N} \exists n > m > N$ t.c. $\left| \sum_{p=m+1}^n a_p \right| < \varepsilon$.

c) $\sum_{p \geq 1} a_p$ converge se e solo se $\forall \varepsilon > 0 \exists N \in \mathbb{N}$ t.c. $\left| \sum_{p=m+1}^n a_p \right| < \varepsilon \forall n > m > N$.

Domanda 9. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a) $(f^{-1})'(y) = -\frac{f'(f^{-1}(y))}{f^{-1}(y)^2}$

b) $(f \cdot g)' = f' \cdot g'$

c) $(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(f^{-1}(y))}$

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.

b) $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.

c) $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.

Compito 9

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali delle seguenti implicazioni è vera?

- [a] $\left. \begin{array}{l} \bullet P(1) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ dispari}$
- [b] $\left. \begin{array}{l} \bullet P(0) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ pari}$
- [c] $\left. \begin{array}{l} \bullet P(1) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ pari}$

Domanda 2. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

- [a] Se $n \in \mathbb{N}$, allora $f(x) = x^{2n}$ è una funzione dispari nel suo dominio di definizione.
- [b] Se $n \in \mathbb{N}$, allora $f(x) = x^{2n}$ è una funzione monotona nel suo dominio di definizione.
- [c] Se $n \in \mathbb{N}$, allora $f(x) = x^{2n+1}$ è una funzione dispari nel suo dominio di definizione.

Domanda 3. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] L'estremo inferiore di un insieme è il più piccolo dei minoranti.
- [b] L'estremo inferiore di un insieme è il più grande dei minoranti.
- [c] L'estremo superiore di un insieme è il più piccolo dei maggioranti.

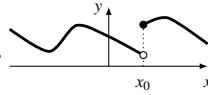
Domanda 4. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

- [a] $\cos(x-y) = \cos(x)\sin(y) - \sin(x)\cos(y)$
- [b] $\cos(x+y) = \cos(x)\sin(y) + \sin(x)\cos(y)$
- [c] $\cos(x-y) = \cos(x)\cos(y) + \sin(x)\sin(y)$

Domanda 5. Date $z = \rho(\cos(\theta) + i\sin(\theta))$ e $w = r(\cos(\varphi) + i\sin(\varphi)) \neq 0$, quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- [a] $\frac{z}{w} = \frac{\rho}{r} (\cos(\theta - \varphi) + i\sin(\theta - \varphi))$
- [b] $z \cdot w = \rho r (\cos(\theta - \varphi) + i\sin(\theta - \varphi))$
- [c] $\frac{z}{w} = \frac{\rho}{r} (\cos(\theta + \varphi) + i\sin(\theta + \varphi))$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.



Domanda 6. Se il grafico di $f(x)$ è , quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- a $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) < f(x_0)$ b $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0)$ c $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = f(x_0)$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $a_n = f(n)$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$, allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.
 b $\{a_n\}_n$ converge se e solo se $\exists \varepsilon > 0$ t.c. $\forall N \in \mathbb{N} \exists n, m > N$ t.c. $|a_n - a_m| > \varepsilon$.
 c Se $a_n = f(n)$ e $\nexists \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, allora $\nexists \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $a_n > 0$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{a_n} = \frac{1}{2}$, allora $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge.
 b Se $a_n > 0$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{2}$, allora $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge.
 c Se $a_n > 0$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{2}$, allora $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge.

Domanda 9. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $\frac{d}{dx} \arcsin(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
 b $\frac{d}{dx} \arccos(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
 c $\frac{d}{dx} \arccos(x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.
 b $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.
 c $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.

Compito 10

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali dei seguenti insiemi è un campo totalmente ordinato?

a) \mathbb{N}

b) \mathbb{C}

c) \mathbb{R}

Domanda 2. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

a) Se $n \in \mathbb{N}$, allora $f(x) = x^{2n+1}$ è una funzione convessa nel suo dominio di definizione.

b) Se $n \in \mathbb{N}$, allora $f(x) = x^{2n}$ è una funzione pari nel suo dominio di definizione.

c) Se $n \in \mathbb{N}$, allora $f(x) = x^{2n}$ è una funzione convessa nel suo dominio di definizione.

Domanda 3. Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$ con $a > 0$ e tali che $\Delta = b^2 - 4ac = 0$. Se $x_0 = -\frac{b}{2a}$, allora

a) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c \leq 0\} = \mathbb{R}$

b) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c \geq 0\} = \{x_0\}$

c) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c \geq 0\} = \mathbb{R}$

Domanda 4. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a) $\cos(-x) = -\cos(x)$

b) $\cos(-x) = \cos(x)$

c) $\sin(-x) = \sin(x)$

Domanda 5. Quali delle seguenti è vera?

a) $e^{i\pi} + 1 = 0$

b) $\sqrt{2} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{C}$

c) $\bar{1} = 1$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (1 + \frac{1}{x})^x = 1$ b $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (1 + \frac{1}{x})^x = e$ c $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[x]{x} = +\infty$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $\{a_n\}_n$ che $\{c_n\}_n$ sono convergenti ed $a_n \leq b_n \leq c_n$, allora anche $\{b_n\}_n$ convergente.
 b Se tutte le sottosuccessioni di $\{a_n\}_n$ convergono ad L , allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.
 c Se esiste una sottosuccessione di $\{a_n\}_n$ che converge ad L , allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $a_n > 0$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{2}$, allora $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge.
 b Se $a_n > 0$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{a_n} = \frac{1}{2}$, allora $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge.
 c Se $a_n > 0$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{a_n} = \frac{1}{2}$, allora $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a La differenza di funzioni concave è una funzione concava.
 b La somma di funzioni concave è una funzione concava.
 c La somma di funzioni convesse è una funzione convessa.

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è limitata, allora è integrabile secondo Riemann.
 b Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è monotona, allora è integrabile secondo Riemann.
 c Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora è integrabile secondo Riemann.

Compito 11

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

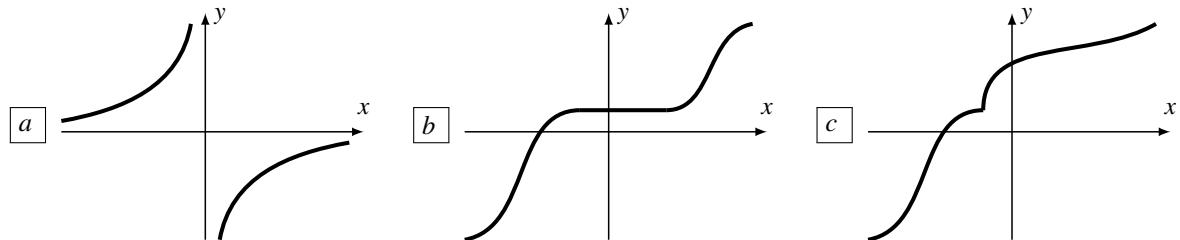
Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $e \notin \{\ln(n) : n \in \mathbb{N}\}$
- b $e \in \{\ln(n) : n \in \mathbb{N}\}$
- c $\{(-1)^n : n \in \mathbb{N}\} \neq \{(-1)^{n+1} : n \in \mathbb{N}\}$

Domanda 2. Quali dei seguenti grafici corrispondono a funzioni strettamente crescenti?



Domanda 3. Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$ con $a > 0$ e tali che $\Delta = b^2 - 4ac > 0$. Se $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ e $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$, allora

- a $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c < 0\} = (-\infty, x_1) \cup (x_2, +\infty)$
- b $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c < 0\} = (x_1, x_2)$
- c $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c > 0\} = (-\infty, x_1) \cup (x_2, +\infty)$

Domanda 4. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

- a $\tan(-x) = -\tan(x)$
- b $\tan(-x) = \tan(x)$
- c $\cot(-x) = -\cot(x)$

Domanda 5. Quali delle seguenti inclusioni è vera?

- a $\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$
- b $\mathbb{R} \subset \mathbb{Q}$
- c $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x)}{x} = 1$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(x)}{x} = 1$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(x)}{x} = \frac{1}{2}$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) $\{a_n\}_n$ converge se e solo se $\forall \varepsilon > 0 \exists N \in \mathbb{N}$ t.c. $|a_n - a_m| < \varepsilon \forall n, m > N$.

b) $\{a_n\}_n$ converge se e solo se $\exists \varepsilon > 0$ t.c. $\forall N \in \mathbb{N} \exists n, m > N$ t.c. $|a_n - a_m| > \varepsilon$.

c) Se $a_n = f(n)$ e $\nexists \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, allora $\nexists \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) La serie armonica a segno alterno converge.

b) La serie armonica a segno alterno diverge.

c) La serie armonica converge.

Domanda 9. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a) $\frac{d}{dx} a^x = a^x$

b) $\frac{d}{dx} a^x = a^x \ln(a)$

c) $\frac{d}{dx} \ln(|x|) = \frac{1}{|x|}$ per ogni $x \neq 0$

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.

b) $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.

c) $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.

Compito 12

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

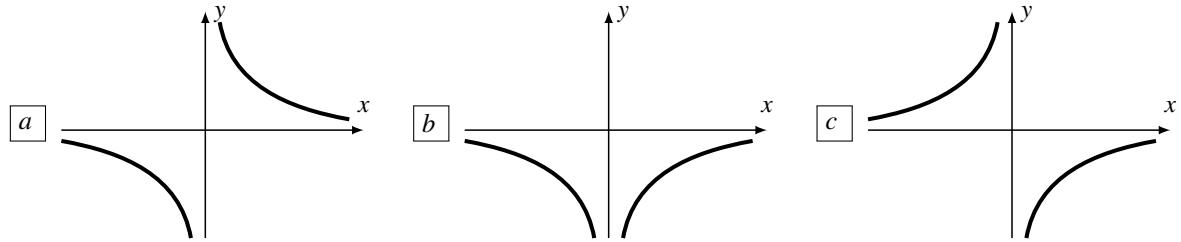
Domanda 1. Quali dei seguenti insiemi è un campo totalmente ordinato?

a) \mathbb{N}

b) \mathbb{Q}

c) \mathbb{Z}

Domanda 2. Quali dei seguenti grafici corrispondono funzioni iniettive?



Domanda 3. Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$ con $a < 0$ e tali che $\Delta = b^2 - 4ac > 0$. Se $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ e $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$, allora

a) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c > 0\} = (-\infty, x_1) \cup (x_2, +\infty)$

b) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c < 0\} = (x_1, x_2)$

c) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c > 0\} = (x_1, x_2)$

Domanda 4. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a) $\cot\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$

b) $\tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$

c) $\cot\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$

Domanda 5. Siano $z, w \in \mathbb{C}$ ed $n \in \mathbb{N}$. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a) $\overline{n \cdot z} = n \cdot \bar{z}$

b) $\overline{z+w} = \bar{z} - \bar{w}$

c) $\overline{z+w} = \bar{z} + \bar{w}$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = 1$ b $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$ c $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[x]{x} = 1$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $\{a_n\}_n$ e $\{c_n\}_n$ convergono ad L ed $a_n \leq b_n \leq c_n$, allora anche $\{b_n\}_n$ converge ad L .
 b Se $\{a_n\}_n$ che $\{c_n\}_n$ sono convergenti ed $a_n \leq b_n \leq c_n$, allora anche $\{b_n\}_n$ convergente.
 c Se esiste una sottosuccessione di $\{a_n\}_n$ che converge ad L , allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a La serie armonica a segno alterno converge.
 b La serie armonica converge.
 c La serie armonica a segno alterno diverge.

Domanda 9. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $\frac{d}{dx} a^x = a^x$
 b $\frac{d}{dx} \ln(|x|) = \frac{1}{x}$ per ogni $x \neq 0$
 c $\frac{d}{dx} \ln(|x|) = \frac{1}{|x|}$ per ogni $x \neq 0$

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.
 b $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.
 c $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.

Compito 13

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

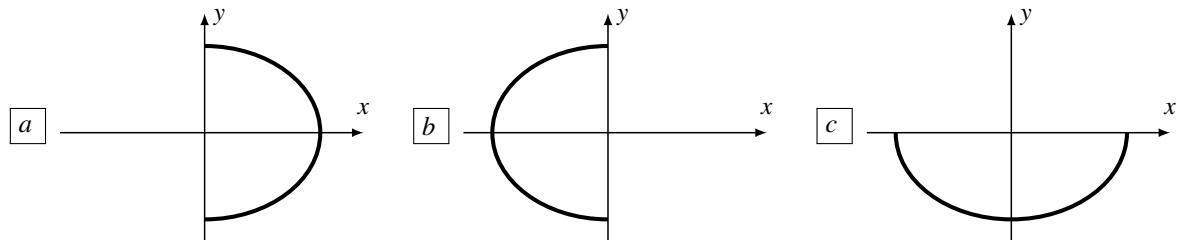
Domanda 1. Quali dei seguenti insiemi è un campo totalmente ordinato?

a) \mathbb{N}

b) \mathbb{R}

c) \mathbb{Q}

Domanda 2. Quali delle seguenti curve corrispondono a grafici di funzione?



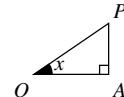
Domanda 3. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) L'estremo superiore di un insieme è il più grande dei maggioranti.

b) L'estremo inferiore di un insieme è il più piccolo dei minoranti.

c) L'estremo inferiore di un insieme è il più grande dei minoranti.

Domanda 4. Con riferimento alla seguente figura, quali delle seguenti asserzioni è vera?



a) $\overline{OA} = \overline{AP} \cdot \tan(x)$

b) $\overline{OA} = \overline{OP} \cdot \sin(x)$

c) $\overline{OA} = \overline{AP} \cdot \cot(x)$

Domanda 5. Sia $z \in \mathbb{C}$. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a) $z \cdot \bar{z} = a^2 - b^2$

b) $z \cdot \bar{z} = a^2 + b^2$

c) $\overline{z^n} = -(\bar{z})^n$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- a $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty \iff \exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta = \delta(M) > 0 \ \exists x \in (x_0 - \delta, x_0) \text{ t.c. } f(x) < M$
- b $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty \iff \forall M > 0 \ \exists \delta > 0 \text{ t.c. } f(x) > M \ \forall x \in (x_0, x_0 + \delta)$
- c $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty \iff \exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta > 0 \ \exists x \in (x_0, x_0 + \delta) \text{ t.c. } f(x) < M$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Ogni successione numerica limitata ammette una sottosuccessione convergente.
- b Ogni successione numerica limitata è convergente.
- c Ogni successione numerica convergente è limitata.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge, allora anche $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge.
- b Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge ed $\{a_n\}_n$ è monotona, allora anche $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge.
- c Se $\sum_{n \geq 1} |a_n|$ converge, allora anche $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $\frac{d}{dx} \arctan(x) = \frac{1}{1+x^2}$
- b $\frac{d}{dx} \tan(x) = \frac{1}{\cos(x)^2}$
- c $\frac{d}{dx} \arctan(x) = \frac{1}{\cos(x)^2}$

Domanda 10. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $\int \sin(x) dx = \cos(x) + c$
- b $\int \cos(x) dx = \sin(x) + c$
- c $\int \cos(x) dx = -\sin(x) + c$

Compito 14

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Dati $a, b, c \in \mathbb{R}$, quali delle seguenti implicazioni è vera?

- a) $a \cdot b = b \cdot c \implies a = c$ b) $\log_a(b) = \frac{1}{\log_c(a)} \implies b = c$ c) $a^b = c^b \implies a = c$

Domanda 2. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

- a) $f: A \rightarrow B$ è una funzione pari se per ogni $x \in A$ si ha $f(-x) = f(x)$.
 b) $f: A \rightarrow B$ è una funzione dispari se per ogni $x \in A$ si ha $f(-x) = -f(x)$.
 c) $f: A \rightarrow B$ è una funzione dispari se per ogni $x \in A$ si ha $f(-x) = f(x)$.

Domanda 3. Quali delle seguenti equivalenze è vera?

- a) $\sqrt{p(x)} \geq \sqrt{q(x)} \iff \begin{cases} p(x) \geq 0 \\ p(x) \geq q(x) \end{cases}$
 b) $\sqrt{p(x)} \geq \sqrt{q(x)} \iff \begin{cases} q(x) \geq 0 \\ p(x) \geq q(x) \end{cases}$
 c) $\sqrt{p(x)} > \sqrt{q(x)} \iff \begin{cases} q(x) > 0 \\ p(x) > q(x) \end{cases}$

Domanda 4. Quali dei seguenti uguaglianze sono vere?

- a) $\tan\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \tan(x)$ b) $\cot\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cot(x)$ c) $\cot(x + \pi) = \cot(x)$

Domanda 5. Quali delle seguenti è vera?

- a) $\mathbb{C} \setminus \mathbb{R} = \{i\}$ b) $e^{i\pi} + 1 = 0$ c) $\sqrt{2} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{C}$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- [a] $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \iff \forall M > 0 \exists X > 0 \text{ t.c. } f(x) > M \forall x \in (X, +\infty)$
- [b] $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \iff \exists M > 0 \text{ t.c. } \forall X > 0 \exists x \in D \text{ con } x > X \text{ t.c. } f(x) > M$
- [c] $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \iff \exists M > 0 \text{ t.c. } \forall X > 0 \exists x \in D \text{ con } x > X \text{ t.c. } f(x) < -M$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] Se $a_n = f(n)$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$.
- [b] Se $a_n = f(n)$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$, allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.
- [c] $\{a_n\}_n$ converge se e solo se $\forall \varepsilon > 0 \exists N \in \mathbb{N} \text{ t.c. } |a_n - a_m| < \varepsilon \forall n, m > N$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] Se $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge.
- [b] Se $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge.
- [c] Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] Per definizione $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$
- [b] Per definizione $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x_0) - f(x)}{x - x_0}$
- [c] Per definizione $f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0) - f(x_0 + h)}{h}$

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.
- [b] $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.
- [c] $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.

Compito 15

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Dati $a, b, c \in \mathbb{R}$, quali delle seguenti implicazioni è vera?

- a $a^b = c^b \implies a = c$ b $a + b = b + c \implies a = c$ c $a \cdot b = b \cdot c \implies a = c$

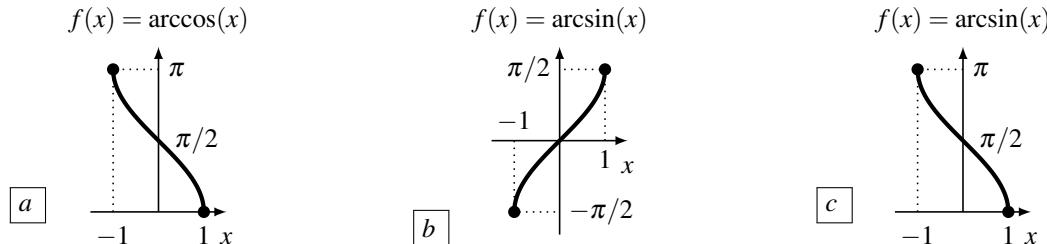
Domanda 2. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è una funzione strettamente crescente, allora $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \sup\{f(x) : x \in \mathbb{R}\}$.
 b Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è una funzione strettamente decrescente, allora $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \inf\{f(x) : x \in \mathbb{R}\}$.
 c Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è una funzione strettamente crescente, allora $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

Domanda 3. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $\max(A)$ esiste, allora $\max(A) = \sup(A)$.
 b Se $\max(A)$ esiste, allora $\max(A) > \sup(A)$.
 c Se $\min(A)$ esiste, allora $\min(A) = \inf(A)$.

Domanda 4. Quali dei seguenti grafici è corretto?



Domanda 5. Date $z = \rho(\cos(\theta) + i \sin(\theta))$ e $w = r(\cos(\varphi) + i \sin(\varphi)) \neq 0$, quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $z \cdot w = \rho r (\cos(\theta + \varphi) + i \sin(\theta + \varphi))$
 b $\frac{z}{w} = \frac{\rho}{r} (\cos(\theta + \varphi) + i \sin(\theta + \varphi))$
 c $\frac{z}{w} = \frac{\rho}{r} (\cos(\theta - \varphi) + i \sin(\theta - \varphi))$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x)}{x} = 1$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x)}{x} = \frac{1}{2}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(x)}{x} = \frac{1}{2}$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) Se esiste $\{x_n\}_n$ convergente ad x_0 tale che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = f(x_0)$, allora f è continua in x_0 .

b) Se per ogni $\{x_n\}_n$ convergente ad x_0 si ha che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = f(x_0)$, allora f è continua in x_0 .

c) Se esiste $\{x_n\}_n \subset \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ convergente ad x_0 tale che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = L$, allora $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) La serie armonica a segno alterno diverge.

b) La serie armonica converge.

c) La serie armonica a segno alterno converge.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) Per definizione $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$

b) Per definizione $f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0) - f(x_0 + h)}{h}$

c) Per definizione $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x_0) - f(x)}{x - x_0}$

Domanda 10. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a) Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora $f(x) = \frac{d}{dx} \int_x^b f(x) dx$.

b) Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è integrabile, allora esiste $c \in [a, b]$ tale che $\int_a^b f(x) dx = (b - a)f(c)$.

c) Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora $f(x) = -\frac{d}{dx} \int_x^b f(x) dx$.

Compito 16

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $\{(-1)^n : n \in \mathbb{N}\} = \{(-1)^{n+1} : n \in \mathbb{N}\}$
- b $e \in \{\ln(n) : n \in \mathbb{N}\}$
- c $e \notin \{\ln(n) : n \in \mathbb{N}\}$

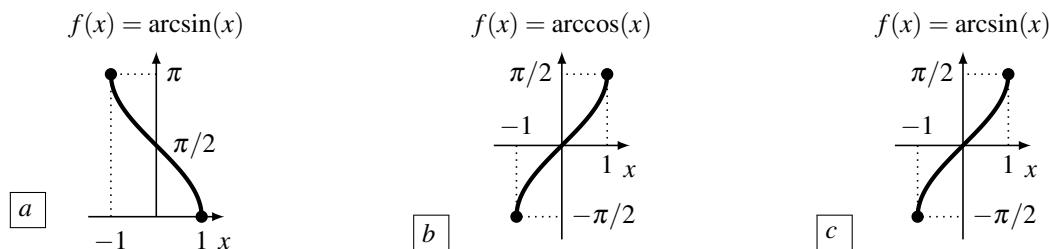
Domanda 2. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora l'immagine tramite f di un intervallo chiuso è un intervallo chiuso.
- b Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora l'immagine tramite f di un intervallo aperto è un intervallo aperto.
- c Se $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$ e $\lim_{x \rightarrow b} f(x) = -\infty$, allora $\exists x_0 \in (a, b)$ tale che $f(x_0) = 0$.

Domanda 3. Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$ con $a > 0$ e tali che $\Delta = b^2 - 4ac = 0$. Se $x_0 = -\frac{b}{2a}$, allora

- a $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c < 0\} = \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$
- b $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c > 0\} = \emptyset$
- c $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c > 0\} = \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$

Domanda 4. Quali dei seguenti grafici è corretto?



Domanda 5. Sia $z \in \mathbb{C}$. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $\Re(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$
- b $\Im(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$
- c $\Re(z) = \frac{z - \bar{z}}{2i}$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- a Se $f(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ e $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a \in \mathbb{R}$, allora $a \geq 0$.
- b Se $f(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ e $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a \in \mathbb{R}$, allora $a > 0$.
- c Se $f(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ e $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$, allora $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = +\infty$.

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Tutte le successioni numeriche monotone sono regolari.
- b Tutte le successioni numeriche divergenti non sono limitate.
- c Tutte le successioni numeriche monotone sono convergenti.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $\sum_{n \geq 1} |a_n|$ converge, allora anche $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge.
- b Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge ed $\{a_n\}_n$ è monotona, allora anche $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge.
- c Se $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge, allora anche $\sum_{n \geq 1} |a_n|$ converge.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $f'(x_0) = 0$ ed $f''(x_0) < 0$, allora x_0 è un punto di minimo locale.
- b Se $f'(x_0) = 0$ ed $f''(x_0) > 0$, allora x_0 è un punto di minimo locale.
- c Se $f'(x_0) = 0$ ed $f''(x_0) > 0$, allora x_0 è un punto di massimo locale.

Domanda 10. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $\int f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) + \int f'(x) g(x) dx$
- b $\int f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) - \int f'(x) g(x) dx$
- c $\int f'(x) g(x) dx = -f(x) g(x) - \int f(x) g'(x) dx$

Compito 17

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali delle seguenti implicazioni è vera?

- a $\left. \begin{array}{l} \bullet P(0) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ dispari}$
- b $\left. \begin{array}{l} \bullet P(1) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ pari}$
- c $\left. \begin{array}{l} \bullet P(0) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ pari}$

Domanda 2. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

- a $f: A \rightarrow B$ è decrescente se per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$.
- b $f: A \rightarrow B$ è crescente se per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$.
- c $f: A \rightarrow B$ è crescente se per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$.

Domanda 3. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Il minimo di un insieme è, se esiste, il più grande dei minoranti che appartiene all'insieme stesso.
- b Il massimo di un insieme è, se esiste, il più piccolo dei maggioranti che appartiene all'insieme stesso.
- c Il massimo di un insieme è, se esiste, il più piccolo dei maggioranti.

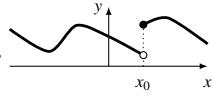
Domanda 4. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a $\tan\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$ b $\tan\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ c $\cot\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Domanda 5. Date $z = \rho(\cos(\theta) + i\sin(\theta))$ e $w = r(\cos(\varphi) + i\sin(\varphi)) \neq 0$, quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $\frac{z}{w} = \frac{\rho}{r} (\cos(\theta + \varphi) + i\sin(\theta + \varphi))$
- b $z \cdot w = \rho r (\cos(\theta - \varphi) + i\sin(\theta - \varphi))$
- c $\frac{z}{w} = \frac{\rho}{r} (\cos(\theta - \varphi) + i\sin(\theta - \varphi))$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.



Domanda 6. Se il grafico di $f(x)$ è , quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- a $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0)$ b $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) < f(x_0)$ c $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) < f(x_0)$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se tutte le sottosuccessioni di $\{a_n\}_n$ convergono ad L , allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.
 b Se $\{a_n\}_n$ che $\{c_n\}_n$ sono convergenti ed $a_n \leq b_n \leq c_n$, allora anche $\{b_n\}_n$ convergente.
 c Se $\{a_n\}_n$ e $\{c_n\}_n$ convergono ad L ed $a_n \leq b_n \leq c_n$, allora anche $\{b_n\}_n$ converge ad L .

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = +\infty$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge.
 b Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = +\infty$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge.
 c Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 0$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge.

Domanda 9. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $\frac{d}{dx} \arccos(x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
 b $\frac{d}{dx} \arccos(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
 c $\frac{d}{dx} \arcsin(x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.
 b $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.
 c $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.

Compito 18

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali dei seguenti insiemi è un campo totalmente ordinato?

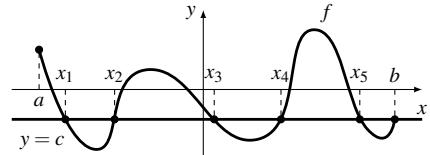
a) \mathbb{Q}

b) \mathbb{R}

c) \mathbb{N}

Domanda 2. Quali delle seguenti uguaglianze è vera se il grafico di $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ e la retta $y = c$ sono come in figura?

- a) $\{x \in [a, b] : f(x) < c\} = [a, x_1) \cup (x_2, x_3) \cup (x_4, x_5)$
- b) $\{x \in [a, b] : f(x) > c\} = (x_1, x_2) \cup (x_3, x_4) \cup (x_5, b)$
- c) $\{x \in [a, b] : f(x) > c\} = [a, x_1) \cup (x_2, x_3) \cup (x_4, x_5)$



Domanda 3. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a) Se $A = \{\arctan(n) : n \in \mathbb{N}\}$, allora $\sup(A) = \pi/2$.
- b) Se $A = \{\arctan(n) : n \in \mathbb{N}\}$, allora $\max(A) = \pi/2$.
- c) Se $A = \{1/n : n \in \mathbb{N}\}$, allora $\min(A) = 0$.

Domanda 4. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a) $\sin(x + \pi) = -\sin(x)$ b) $\cos(x + \pi) = -\cos(x)$ c) $\sin(x + \pi) = \sin(x)$

Domanda 5. Date $z = \rho(\cos(\theta) + i\sin(\theta))$ e $w = r(\cos(\varphi) + i\sin(\varphi)) \neq 0$, quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a) $\frac{z}{w} = \frac{\rho}{r} (\cos(\theta + \varphi) + i\sin(\theta + \varphi))$
- b) $\frac{z}{w} = \frac{\rho}{r} (\cos(\theta - \varphi) + i\sin(\theta - \varphi))$
- c) $z \cdot w = \rho r (\cos(\theta - \varphi) + i\sin(\theta - \varphi))$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- [a] Se $f(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ e $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$, allora $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = +\infty$.
- [b] Se $f(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ e $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a \in \mathbb{R}$, allora $a \geq 0$.
- [c] Se $f(x) \cdot g(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ e $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$, allora $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = +\infty$.

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] Ogni successione numerica limitata ammette una sottosuccessione convergente.
- [b] Ogni successione numerica limitata è convergente.
- [c] Ogni successione numerica divergente è limitata.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge.
- [b] Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge.
- [c] Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed $x_0 \in (a, b)$ è tale che $f'(x_0) = 0$, allora x_0 è un punto di massimo o di minimo assoluto.
- [b] Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed $x_0 \in (a, b)$ è tale che $f'(x_0) = 0$, allora x_0 è un punto stazionario.
- [c] Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed $f(a) = f(b)$, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f'(x_0) = 0$.

Domanda 10. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- [a] $\int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}} = \arctan(x) + c$
- [b] $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}} = \arccos\left(\frac{1}{x}\right) + c$
- [c] $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}} = \arcsin(x) + c$

Compito 19

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023
Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Dati $a, b \in \mathbb{R}$, quali delle seguenti implicazioni è vera?

- a $a + b = 0 \implies a = 0$ oppure $b = 0$
- b $a - b = 0 \implies a = 0$ oppure $b = 0$
- c $a^b = 0 \implies a = 0$ oppure $b = 0$

Domanda 2. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

- a Se $f: I \rightarrow \mathbb{R}$ è continua ed I è un intervallo, allora anche $f(I)$ è un intervallo.
- b $f: A \rightarrow B$ è iniettiva se per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha $f(x_1) \neq f(x_2) \implies x_1 \neq x_2$.
- c $f: A \rightarrow B$ è iniettiva se per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha $f(x_1) = f(x_2) \implies x_1 = x_2$.

Domanda 3. Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$ con $a < 0$ e tali che $\Delta = b^2 - 4ac > 0$. Se $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ e $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$, allora

- a $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c \geq 0\} = (-\infty, x_1] \cup [x_2, +\infty)$
- b $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c \leq 0\} = [x_1, x_2]$
- c $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c \leq 0\} = (-\infty, x_1] \cup [x_2, +\infty)$

Domanda 4. Quali delle seguenti affermazioni è vera?

- a La somma degli angoli interni di un triangolo è 2π .
- b La somma degli angoli interni di un quadrilatero è π .
- c La somma degli angoli interni di un triangolo è π .

Domanda 5. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a La potenza n -esima di $w = r(\cos(\varphi) + i \sin(\varphi))$ è $z^n = r^n (\cos(\frac{\varphi}{n}) + i \sin(\frac{\varphi}{n}))$.
- b Le radici n -esime di $w = r(\cos(\varphi) + i \sin(\varphi))$ sono $z_k = \sqrt[n]{r} \left(\cos \left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2\pi}{n} k \right) + i \sin \left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2\pi}{n} k \right) \right)$, $k \in \{0, 1, \dots, n-1\}$.
- c La potenza n -esima di $w = r(\cos(\varphi) + i \sin(\varphi))$ è $z^n = r^n (\cos(n\varphi) + i \sin(n\varphi))$.

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- a $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \iff \forall M > 0 \exists X > 0 \text{ t.c. } f(x) < -M \forall x \in (X, +\infty)$
- b $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \iff \exists M > 0 \text{ t.c. } \forall X > 0 \exists x \in D \text{ con } x > X \text{ t.c. } f(x) > M$
- c $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \iff \exists M > 0 \text{ t.c. } \forall X > 0 \exists x \in D \text{ con } x > X \text{ t.c. } f(x) < -M$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se esiste una sottosuccessione di $\{a_n\}_n$ che converge ad L , allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.
- b Se tutte le sottosuccessioni di $\{a_n\}_n$ convergono ad L , allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.
- c Se $\{a_n\}_n$ che $\{c_n\}_n$ sono convergenti ed $a_n \leq b_n \leq c_n$, allora anche $\{b_n\}_n$ convergente.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $\sum_{n \geq 1} |a_n|$ converge, allora anche $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge.
- b Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge ed $\{a_n\}_n$ è monotona, allora anche $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge.
- c Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge, allora anche $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge.

Domanda 9. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $\frac{d}{dx} \arccos(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- b $\frac{d}{dx} \arcsin(x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- c $\frac{d}{dx} \arcsin(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora è integrabile secondo Riemann.
- b Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è monotona, allora è integrabile secondo Riemann.
- c Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ non è continua, allora non è integrabile secondo Riemann.

Compito 20

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali dei seguenti insiemi è ordinato e completo?

a) \mathbb{C}

b) \mathbb{Q}

c) \mathbb{Z}

Domanda 2. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

a) $f: A \rightarrow B$ è strettamente crescente se per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha $x_1 < x_2 \implies f(x_1) < f(x_2)$.

b) $f: A \rightarrow B$ è strettamente crescente se per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha $x_1 < x_2 \implies f(x_1) > f(x_2)$.

c) $f: A \rightarrow B$ è strettamente decrescente se per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha $x_1 < x_2 \implies f(x_1) > f(x_2)$.

Domanda 3. Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$ con $a < 0$ e tali che $\Delta = b^2 - 4ac > 0$. Se $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ e $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$, allora

a) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c < 0\} = (-\infty, x_1) \cup (x_2, +\infty)$

b) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c > 0\} = (-\infty, x_1) \cup (x_2, +\infty)$

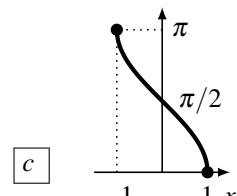
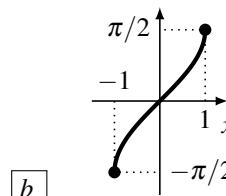
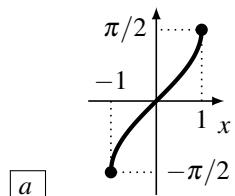
c) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c < 0\} = (x_1, x_2)$

Domanda 4. Quali dei seguenti grafici è corretto?

$$f(x) = \arcsin(x)$$

$$f(x) = \arccos(x)$$

$$f(x) = \arccos(x)$$



Domanda 5. Date $z = \rho(\cos(\theta) + i\sin(\theta))$ e $w = r(\cos(\varphi) + i\sin(\varphi)) \neq 0$, quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a) $z \cdot w = \rho r (\cos(\theta + \varphi) + i\sin(\theta + \varphi))$

b) $\frac{z}{w} = \frac{\rho}{r} (\cos(\theta + \varphi) + i\sin(\theta + \varphi))$

c) $\frac{z}{w} = \frac{\rho}{r} (\cos(\theta - \varphi) + i\sin(\theta - \varphi))$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- a $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty \iff \exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta > 0 \exists x \in (x_0, x_0 + \delta) \text{ t.c. } f(x) < M$
- b $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty \iff \forall M > 0 \exists \delta > 0 \text{ t.c. } f(x) > M \forall x \in (x_0, x_0 + \delta)$
- c $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty \iff \exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta = \delta(M) > 0 \exists x \in (x_0 - \delta, x_0) \text{ t.c. } f(x) < M$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $\{a_n\}_n$ e $\{c_n\}_n$ convergono ad L ed $a_n \leq b_n \leq c_n$, allora anche $\{b_n\}_n$ converge ad L .
- b Se $\{a_n\}_n$ che $\{c_n\}_n$ sono convergenti ed $a_n \leq b_n \leq c_n$, allora anche $\{b_n\}_n$ convergente.
- c Se tutte le sottosuccessioni di $\{a_n\}_n$ convergono ad L , allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a La serie armonica diverge.
- b La serie armonica converge.
- c La serie armonica a segno alterno diverge.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $f'(x_0) = 0$ ed $f''(x_0) < 0$, allora x_0 è un punto di massimo locale.
- b Se $f'(x_0) = 0$ ed $f''(x_0) > 0$, allora x_0 è un punto di minimo locale.
- c Se $f'(x_0) = 0$ ed $f''(x_0) > 0$, allora x_0 è un punto di massimo locale.

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.
- b $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.
- c $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.

Compito 21

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

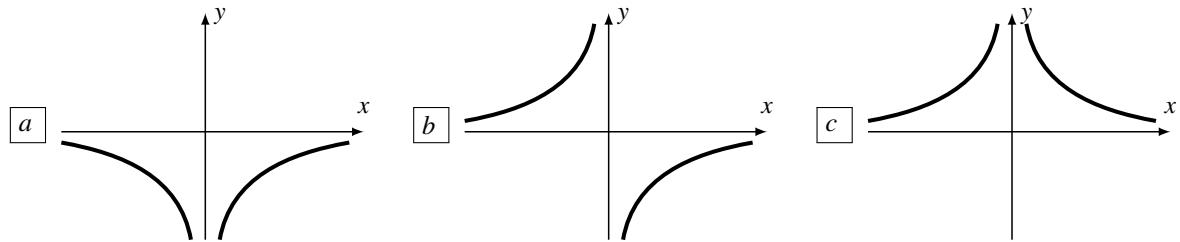
Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Dati $a, b, c \in \mathbb{R}$, quali delle seguenti implicazioni è vera?

- [a] $\log_a(b) = \frac{1}{\log_c(a)} \implies b = c$ [b] $a \cdot b = b \cdot c \implies a = c$ [c] $a^b = c^b \implies a = c$

Domanda 2. Quali dei seguenti grafici corrispondono funzioni iniettive?



Domanda 3. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] L'estremo superiore di un insieme è il più piccolo dei maggioranti.
 [b] L'estremo inferiore di un insieme è il più piccolo dei minoranti.
 [c] L'estremo inferiore di un insieme è il più grande dei minoranti.

Domanda 4. Quali dei seguenti uguaglianze sono vere?

- [a] $\tan(x + \pi) = \tan(x)$ [b] $\tan\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \tan(x)$ [c] $\cot\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cot(x)$

Domanda 5. Sia $z \in \mathbb{C}$. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- [a] $\Re(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$ [b] $\Im(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$ [c] $\Re(z) = \frac{z - \bar{z}}{2i}$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- a $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L \iff \exists \varepsilon > 0 \text{ t.c. } \forall \delta > 0 \exists x \in (x_0 - \delta, x_0) \text{ t.c. } |f(x) - L| > \varepsilon$
- b $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L \iff \exists \varepsilon > 0 \text{ t.c. } \forall \delta > 0 \exists x \in (x_0, x_0 + \delta) \text{ t.c. } |f(x) - L| > \varepsilon$
- c $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L \iff \forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \text{ t.c. } |f(x) - L| < \varepsilon \forall x \in (x_0, x_0 + \delta)$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $\{a_n\}_n$ che $\{c_n\}_n$ sono convergenti ed $a_n \leq b_n \leq c_n$, allora anche $\{b_n\}_n$ convergente.
- b Se tutte le sottosuccessioni di $\{a_n\}_n$ convergono ad L , allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.
- c Se esiste una sottosuccessione di $\{a_n\}_n$ che converge ad L , allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $\sum_{p \geq 1} a_p$ converge se e solo se $\forall \varepsilon > 0 \exists N \in \mathbb{N} \text{ t.c. } \left| \sum_{p=m+1}^n a_p \right| < \varepsilon \forall n > m > N$.
- b $\sum_{p \geq 1} a_p$ converge se e solo se $\exists \varepsilon > 0 \text{ t.c. } \forall N \in \mathbb{N} \exists n > m > N \text{ t.c. } \left| \sum_{p=m+1}^n a_p \right| < \varepsilon$.
- c Se $\sum_{p \geq 1} a_p$ converge assolutamente, allora $\sum_{p \geq 1} a_p$ converge anche semplicemente.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a La somma di funzioni convesse è una funzione convessa.
- b La somma di funzioni concave è una funzione concava.
- c La differenza di funzioni concave è una funzione concava.

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è monotona, allora è integrabile secondo Riemann.
- b Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ non è continua, allora non è integrabile secondo Riemann.
- c Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora è integrabile secondo Riemann.

Compito 22

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Dati $a, b, c \in \mathbb{R}$, quali delle seguenti implicazioni è vera?

- a) $a \cdot b = b \cdot c \implies a = c$ b) $\log_a(b) = \frac{1}{\log_c(a)} \implies b = c$ c) $a + b = b + c \implies a = c$

Domanda 2. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

- a) $f: A \rightarrow B$ è una funzione dispari se per ogni $x \in A$ si ha $f(-x) = f(x)$.
 b) $f: A \rightarrow B$ è una funzione dispari se per ogni $x \in A$ si ha $f(-x) = -f(x)$.
 c) $f: A \rightarrow B$ è una funzione pari se per ogni $x \in A$ si ha $f(-x) = f(x)$.

Domanda 3. Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$ con $a < 0$ e tali che $\Delta = b^2 - 4ac = 0$. Se $x_0 = -\frac{b}{2a}$, allora

- a) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c \leq 0\} = \{x_0\}$
 b) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c \geq 0\} = \mathbb{R}$
 c) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c \leq 0\} = \mathbb{R}$

Domanda 4. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a) $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$

Domanda 5. Sia $z \in \mathbb{C}$. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a) $\Im m(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$ b) $\Re e(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$ c) $\Re e(z) = \frac{z - \bar{z}}{2i}$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- [a] $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L \iff \exists \varepsilon > 0 \text{ t.c. } \forall X > 0 \exists x \in D \text{ con } x < -X \text{ t.c. } |f(x) - L| > \varepsilon$
- [b] $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L \iff \forall \varepsilon > 0 \exists X > 0 \text{ t.c. } |f(x) - L| < \varepsilon \forall x \in (X, +\infty)$
- [c] $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L \iff \forall \varepsilon > 0 \exists X > 0 \text{ t.c. } |f(x) - L| < \varepsilon \forall x \in (-\infty, -X)$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] Se per ogni $\{x_n\}_n \subset \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ convergente ad x_0 si ha che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = L$, allora $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$.
- [b] Se esiste $\{x_n\}_n$ convergente ad x_0 tale che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = f(x_0)$, allora f è continua in x_0 .
- [c] Se per ogni $\{x_n\}_n$ convergente ad x_0 si ha che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = f(x_0)$, allora f è continua in x_0 .

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] Se $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge.
- [b] Se $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge.
- [c] Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge.

Domanda 9. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- [a] $\frac{d}{dx} a^x = a^x \ln(a)$
- [b] $\frac{d}{dx} \ln(|x|) = \frac{1}{|x|}$ per ogni $x \neq 0$
- [c] $\frac{d}{dx} a^x = a^x$

Domanda 10. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- [a] $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arccos\left(\frac{1}{x}\right) + c$
- [b] $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin(x) + c$
- [c] $\int \frac{dx}{\sin(x)^2} = \tan(x) + c$

Compito 23

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $e \notin \{\ln(n) : n \in \mathbb{N}\}$
- b $\{(-1)^n : n \in \mathbb{N}\} \neq \{(-1)^{n+1} : n \in \mathbb{N}\}$
- c $e \in \{\ln(n) : n \in \mathbb{N}\}$

Domanda 2. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

- a Se $n \in \mathbb{N}$, allora $f(x) = x^{2n}$ è una funzione dispari nel suo dominio di definizione.
- b Se $n \in \mathbb{N}$, allora $f(x) = x^{2n+1}$ è una funzione monotona nel suo dominio di definizione.
- c Se $n \in \mathbb{N}$, allora $f(x) = x^{2n}$ è una funzione monotona nel suo dominio di definizione.

Domanda 3. Quali delle seguenti equivalenze è vera?

- a Se $a > 0$, allora $\{x \in \mathbb{R} : |x| \geq a\} = [-a, a]$.
- b Se $a > 0$, allora $\{x \in \mathbb{R} : |x| > a\} = (-a, a)$.
- c Se $a > 0$, allora $\{x \in \mathbb{R} : |x| \leq a\} = [-a, a]$.

Domanda 4. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $\sin(x + \pi) = -\sin(x)$
- b $\sin(x + \pi) = \sin(x)$
- c $\cos(x + \pi) = -\cos(x)$

Domanda 5. Quali delle seguenti è vera?

- a $e^{i\pi} + 1 = 0$
- b $\sqrt{2} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{C}$
- c $\mathbb{C} \setminus \mathbb{R} = \{i\}$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos(x)}{x^2} = \frac{1}{2}$ b $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = \frac{1}{2}$ c $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos(x)}{x^2} = 1$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $\{a_n\}_n$ e $\{c_n\}_n$ convergono ad L ed $a_n \leq b_n \leq c_n$, allora anche $\{b_n\}_n$ converge ad L .
 b Se esiste una sottosuccessione di $\{a_n\}_n$ che converge ad L , allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.
 c Se tutte le sottosuccessioni di $\{a_n\}_n$ convergono ad L , allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge.
 b Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge.
 c Se $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Tutte le funzioni continue sono derivabili.
 b La derivata di una funzione è un polinomio.
 c La derivata di un polinomio è un polinomio.

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.
 b $y' = a(x) b(y)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.
 c $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.

Compito 24

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

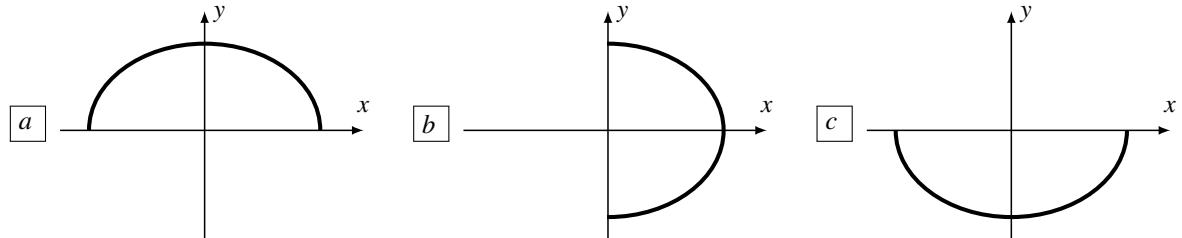
Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $e \notin \{\ln(n) : n \in \mathbb{N}\}$
- b $e \in \{\ln(n) : n \in \mathbb{N}\}$
- c $\{(-1)^n : n \in \mathbb{N}\} = \{(-1)^{n+1} : n \in \mathbb{N}\}$

Domanda 2. Quali delle seguenti curve corrispondono a grafici di funzione?



Domanda 3. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Il minimo di un insieme è, se esiste, il più grande dei minoranti.
- b Il minimo di un insieme è, se esiste, il più grande dei minoranti che appartiene all'insieme stesso.
- c Il massimo di un insieme è, se esiste, il più piccolo dei maggioranti.

Domanda 4. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$
- b $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$
- c $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$

Domanda 5. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a L'equazione $x^2 + 1 = 0$ ammette soluzioni in \mathbb{C} .
- b L'equazione $x^2 + 1 = 0$ non ammette soluzioni in \mathbb{R} .
- c L'equazione $x^2 + 1 = 0$ non ammette soluzioni in \mathbb{C} .

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$ b $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = 1$ c $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[x]{x} = +\infty$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Ogni successione numerica divergente è limitata.
 b Ogni successione numerica convergente è limitata.
 c Ogni successione numerica limitata è convergente.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a La serie armonica a segno alterno diverge.
 b La serie armonica converge.
 c La serie armonica diverge.

Domanda 9. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $\frac{d}{dx} \sin(x) = \cos(x)$
 b $\frac{d}{dx} \cos(x) = -\sin(x)$
 c $\frac{d}{dx} \cos(x) = \sin(x)$

Domanda 10. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è integrabile, allora esiste $c \in [a, b]$ tale che $\int_a^b f(x) dx = (b - a)f(c)$.
 b Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora $f(x) = -\frac{d}{dx} \int_x^b f(t) dt$.
 c Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora $f(x) = \frac{d}{dx} \int_x^b f(t) dt$.

Compito 25

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023
Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali dei seguenti insiemi è un campo totalmente ordinato?

a) \mathbb{Q}

b) \mathbb{R}

c) \mathbb{N}

Domanda 2. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a) Se $f: (a,b) \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$ e $\lim_{x \rightarrow b} f(x) = -\infty$, allora $\exists x_0 \in (a,b)$ tale che $f(x_0) = 0$.
- b) Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora l'immagine tramite f di un intervallo aperto è un intervallo aperto.
- c) Se $f: (a,b) \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$ e $\lim_{x \rightarrow b} f(x) = +\infty$, allora $f(x) \geq 0$ per ogni $x \in (a,b)$.

Domanda 3. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a) L'estremo inferiore di un insieme è il più grande dei minoranti.
- b) L'estremo superiore di un insieme è il più grande dei maggioranti.
- c) L'estremo superiore di un insieme è il più piccolo dei maggioranti.

Domanda 4. Quali delle seguenti affermazioni è vera?

- a) Ciascun angolo di un triangolo equilatero misura $\pi/6$.
- b) Ciascun angolo di un quadrato misura $\pi/2$.
- c) Ciascun angolo di un triangolo equilatero misura $\pi/3$.

Domanda 5. Siano $z, w \in \mathbb{C}$. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a) $\bar{z} \cdot \bar{w} = -\bar{z} \cdot \bar{w}$

b) $(\bar{z}) = -z$

c) $(\bar{\bar{z}}) = z$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- a Se $f(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ e $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a \in \mathbb{R}$, allora $a \geq 0$.
- b Se $f(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ e $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$, allora $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = +\infty$.
- c Se $f(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ e $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a \in \mathbb{R}$, allora $a > 0$.

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L > 1$ allora $a_n \downarrow 0$.
- b Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L < 1$ allora $a_n \downarrow 0$.
- c Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{a_n} = L > 1$ allora $a_n \downarrow 0$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $a_n > 0$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{2}$, allora $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge.
- b Se $a_n > 0$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{a_n} = \frac{1}{2}$, allora $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge.
- c Se $a_n > 0$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{2}$, allora $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed ha in $x_0 \in [a, b]$ un punto di minimo, allora $f'(x_0) = 0$.
- b Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed ha in $x_0 \in [a, b]$ un punto di massimo, allora $f'(x_0) = 0$.
- c Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed ha in $x_0 \in (a, b)$ un punto di massimo, allora $f'(x_0) = 0$.

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.
- b $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.
- c $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.

Compito 26

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali delle seguenti implicazioni è vera?

- a $\left. \begin{array}{l} \bullet P(1) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ pari}$
- b $\left. \begin{array}{l} \bullet P(1) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ dispari}$
- c $\left. \begin{array}{l} \bullet P(0) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ pari}$

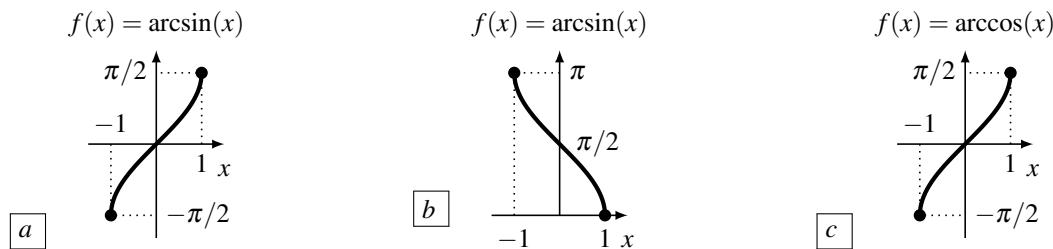
Domanda 2. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $f: [a,b] \rightarrow [a,b]$ è invertibile, allora $f^{-1}: [a,b] \rightarrow [a,b]$ è continua in $[a,b]$.
- b Se $f: (a,b) \rightarrow [a,b]$ è continua ed invertibile, allora anche $f^{-1}: [a,b] \rightarrow (a,b)$ è continua ed invertibile.
- c Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è tale che $f([a,b])$ è un intervallo, allora f è continua in $[a,b]$.

Domanda 3. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $A = \{\arctan(n) : n \in \mathbb{N}\}$, allora $\sup(A) = \pi/2$.
- b Se $A = \{1/n : n \in \mathbb{N}\}$, allora $\inf(A) = 0$.
- c Se $A = \{1/n : n \in \mathbb{N}\}$, allora $\min(A) = 0$.

Domanda 4. Quali dei seguenti grafici è corretto?



Domanda 5. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a La potenza n -esima di $w = r(\cos(\varphi) + i \sin(\varphi))$ è $z^n = r^n (\cos(n\varphi) + i \sin(n\varphi))$.
- b Le radici n -esime di $w = r(\cos(\varphi) + i \sin(\varphi))$ sono $z_k = \sqrt[n]{r}(\cos(\varphi n + 2\pi nk) + i \sin(\varphi n + 2\pi nk))$, $k \in \{0, 1, \dots, n-1\}$.
- c La potenza n -esima di $w = r(\cos(\varphi) + i \sin(\varphi))$ è $z^n = r^n (\cos(\frac{\varphi}{n}) + i \sin(\frac{\varphi}{n}))$.

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[x]{x} = +\infty$ b $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$ c $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = 1$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se esiste una sottosuccessione di $\{a_n\}_n$ che converge ad L , allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.
 b Se $\{a_n\}_n$ e $\{c_n\}_n$ convergono ad L ed $a_n \leq b_n \leq c_n$, allora anche $\{b_n\}_n$ converge ad L .
 c Se $\{a_n\}_n$ che $\{c_n\}_n$ sono convergenti ed $a_n \leq b_n \leq c_n$, allora anche $\{b_n\}_n$ convergente.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a La serie armonica a segno alterno converge.
 b La serie armonica diverge.
 c La serie armonica converge.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a La somma di funzioni convesse è una funzione convessa.
 b La differenza di funzioni convesse è una funzione convessa.
 c La somma di funzioni concave è una funzione concava.

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.
 b $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.
 c $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.

Compito 27

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali delle seguenti implicazioni è vera?

- a $\left. \begin{array}{l} \bullet P(1) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ pari}$

- b $\left. \begin{array}{l} \bullet P(1) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ dispari}$

- c $\left. \begin{array}{l} \bullet P(0) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ dispari}$

Domanda 2. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

- a $f: A \rightarrow B$ è strettamente crescente se per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.

- b $f: A \rightarrow B$ è strettamente decrescente se per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$.

- c $f: A \rightarrow B$ è strettamente crescente se per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$.

Domanda 3. Quali delle seguenti equivalenze è vera?

- a Se $a > 0$, allora $\{x \in \mathbb{R} : |x| \geq a\} = (-\infty, -a] \cup [a, +\infty)$.

- b Se $a > 0$, allora $\{x \in \mathbb{R} : |x| \leq a\} = (-\infty, -a] \cup [a, +\infty)$.

- c Se $a > 0$, allora $\{x \in \mathbb{R} : |x| < a\} = (-\infty, -a) \cup (a, +\infty)$.

Domanda 4. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a $\cot\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$

b $\tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$

c $\tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$

Domanda 5. Quali delle seguenti è vera?

a $\sqrt{2} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{C}$

b $\bar{1} = 1$

c $e^{i\pi} + 1 = 0$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- [a] $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty \iff \forall M > 0 \exists \delta > 0 \text{ t.c. } f(x) < -M \forall x \in (x_0 - \delta, x_0)$
- [b] $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty \iff \exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta = \delta(M) > 0 \exists x \in (x_0 - \delta, x_0) \text{ t.c. } f(x) > -M$
- [c] $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty \iff \forall M > 0 \exists \delta > 0 \text{ t.c. } f(x) < -M \forall x \in (x_0, x_0 + \delta)$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{a_n} = L < 1$ allora $a_n \downarrow 0$.
- [b] Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L > 1$ allora $a_n \downarrow 0$.
- [c] Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L < 1$ allora $a_n \downarrow 0$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] Se $\sum_{p \geq 1} a_p$ converge semplicemente, allora $\sum_{p \geq 1} |a_p|$ converge anche assolutamente.
- [b] $\sum_{p \geq 1} a_p$ converge se e solo se $\forall \varepsilon > 0 \exists N \in \mathbb{N}$ t.c. $\left| \sum_{p=m+1}^n a_p \right| < \varepsilon \forall n > m > N$.
- [c] $\sum_{p \geq 1} a_p$ converge se e solo se $\exists \varepsilon > 0$ t.c. $\forall N \in \mathbb{N} \exists n > m > N$ t.c. $\left| \sum_{p=m+1}^n a_p \right| < \varepsilon$.

Domanda 9. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- [a] $\frac{d}{dx} \ln(|x|) = \frac{1}{|x|}$ per ogni $x \neq 0$
- [b] $\frac{d}{dx} a^x = a^x$
- [c] $\frac{d}{dx} \ln(|x|) = \frac{1}{x}$ per ogni $x \neq 0$

Domanda 10. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- [a] $\int f'(x) g(x) dx = -f(x) g(x) - \int f(x) g'(x) dx$
- [b] $\int f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) - \int f'(x) g(x) dx$
- [c] $\int f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) + \int f'(x) g(x) dx$

Compito 28

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023
Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Dati $a, b, c \in \mathbb{R}$, quali delle seguenti implicazioni è vera?

- a $\log_a(b) = \frac{1}{\log_c(a)} \implies b = c$ b $a + b = b + c \implies a = c$ c $a \cdot b = b \cdot c \implies a = c$

Domanda 2. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

- a Le funzioni costanti sono periodiche.
 b Se $f: A \rightarrow B$ è una funzione periodica, allora f è una funzione trigonometrica.
 c $f: A \rightarrow B$ è una funzione periodica se esiste $T > 0$ se per ogni $x \in A$ si ha $f(x+T) = f(x)$.

Domanda 3. Quali delle seguenti equivalenze è vera?

- a Se $a > 0$, allora $\{x \in \mathbb{R} : |x| > a\} = (-a, a)$.
 b Se $a > 0$, allora $\{x \in \mathbb{R} : |x| \geq a\} = [-a, a]$.
 c Se $a > 0$, allora $\{x \in \mathbb{R} : |x| < a\} = (-a, a)$.

Domanda 4. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$ b $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$ c $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Domanda 5. Sia $z \in \mathbb{C}$. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $\Im m(z) = \frac{z - \bar{z}}{2i}$ b $\Im m(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$ c $\Re e(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Sia $a > 0$. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_a(1+x)}{x} = 1 \forall a > 0$ b $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^a \ln(x) = 1$ c $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^a \ln(x) = 0$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $\{a_n\}_n$ e $\{c_n\}_n$ convergono ad L ed $a_n \leq b_n \leq c_n$, allora anche $\{b_n\}_n$ converge ad L .
 b Se esiste una sottosuccessione di $\{a_n\}_n$ che converge ad L , allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.
 c Se $\{a_n\}_n$ che $\{c_n\}_n$ sono convergenti ed $a_n \leq b_n \leq c_n$, allora anche $\{b_n\}_n$ convergente.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a La serie armonica diverge.
 b La serie armonica a segno alterno diverge.
 c La serie armonica converge.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a La derivata di una funzione è un polinomio.
 b Tutte le funzioni derivabili sono continue.
 c Tutte le funzioni continue sono derivabili.

Domanda 10. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $\int f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) + \int f'(x) g(x) dx$
 b $\int f'(x) g(x) dx = -f(x) g(x) - \int f(x) g'(x) dx$
 c $\int f'(x) g(x) dx = f(x) g(x) - \int f(x) g'(x) dx$

Compito 29

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Dati $a, b, c \in \mathbb{R}$, quali delle seguenti implicazioni è vera?

a) $a \cdot b = b \cdot c \implies a = c$ b) $a^b = c^b \implies a = c$ c) $\log_a(b) = \frac{1}{\log_c(a)} \implies b = c$

Domanda 2. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a) Se $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$ e $\lim_{x \rightarrow b} f(x) = -\infty$, allora $\exists x_0 \in (a, b)$ tale che $f(x_0) = 0$.
- b) Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora l'immagine tramite f di un intervallo aperto è un intervallo aperto.
- c) Se $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$ e $\lim_{x \rightarrow b} f(x) = +\infty$, allora $f(x) \geq 0$ per ogni $x \in (a, b)$.

Domanda 3. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a) Se $\min(A)$ esiste, allora $\min(A) = \inf(A)$.
- b) Se $\max(A)$ esiste, allora $\max(A) > \sup(A)$.
- c) Se $\min(A)$ esiste, allora $\min(A) < \inf(A)$.

Domanda 4. Quali delle seguenti affermazioni è vera?

- a) La somma degli angoli interni di un triangolo è 2π .
- b) La somma degli angoli interni di un quadrilatero è 2π .
- c) La somma degli angoli interni di un quadrilatero è π .

Domanda 5. Siano $z, w \in \mathbb{C}$ ed $n \in \mathbb{N}$. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a) $\overline{n \cdot z} = n \cdot \bar{z}$ b) $\overline{z + w} = \bar{z} + \bar{w}$ c) $\overline{z + w} = \bar{z} - \bar{w}$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(x)}{x} = \frac{1}{2}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x)}{x} = 1$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(x)}{x} = 1$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L < 1$ allora $a_n \downarrow 0$.

b) Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{a_n} = L < 1$ allora $a_n \downarrow 0$.

c) Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L > 1$ allora $a_n \downarrow 0$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge.

b) Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge.

c) Se $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge.

Domanda 9. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a) $\frac{d}{dx} a^x = a^x \ln(a)$

b) $\frac{d}{dx} \ln(|x|) = \frac{1}{x}$ per ogni $x \neq 0$

c) $\frac{d}{dx} \ln(|x|) = \frac{1}{|x|}$ per ogni $x \neq 0$

Domanda 10. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a) $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - 1}} = \arcsin(x) + c$

b) $\int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}} = \arctan(x) + c$

c) $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - 1}} = \arccos\left(\frac{1}{x}\right) + c$

Compito 30

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

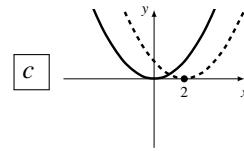
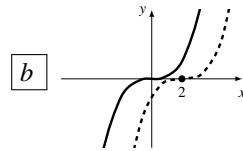
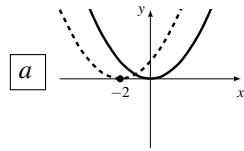
Domanda 1. Quali dei seguenti insiemi è un campo totalmente ordinato?

a) \mathbb{R}

b) \mathbb{N}

c) \mathbb{C}

Domanda 2. Se la linea solida rappresenta il grafico di $f(x)$, in quali casi la linea tratteggiata rappresenta il grafico di $f(x+2)$?



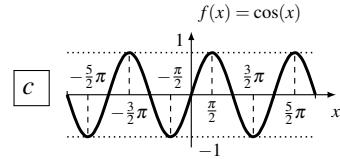
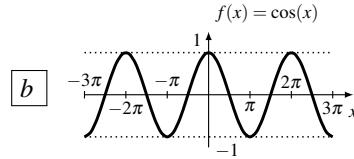
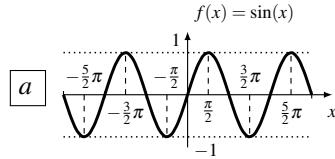
Domanda 3. Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$ con $a > 0$ e tali che $\Delta = b^2 - 4ac > 0$. Se $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ e $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$, allora

a) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c < 0\} = (x_1, x_2)$

b) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c > 0\} = (-\infty, x_1) \cup (x_2, +\infty)$

c) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c < 0\} = (-\infty, x_1) \cup (x_2, +\infty)$

Domanda 4. Quali dei seguenti grafici è corretto?



Domanda 5. Quali delle seguenti inclusioni è vera?

a) $\mathbb{C} \subset \mathbb{R}$

b) $\mathbb{R} \subset \mathbb{Q}$

c) $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Sia $a > 0$. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_a(1+x)}{x} = 1 \forall a > 0$ b $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^a \ln(x) = 0$ c $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^a \ln(x) = 1$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $\{a_n\}_n$ che $\{c_n\}_n$ sono convergenti ed $a_n \leq b_n \leq c_n$, allora anche $\{b_n\}_n$ convergente.
 b Se tutte le sottosuccessioni di $\{a_n\}_n$ convergono ad L , allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.
 c Se $\{a_n\}_n$ e $\{c_n\}_n$ convergono ad L ed $a_n \leq b_n \leq c_n$, allora anche $\{b_n\}_n$ converge ad L .

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge ed $\{a_n\}_n$ è monotona, allora anche $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge.
 b Se $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge, allora anche $\sum_{n \geq 1} |a_n|$ converge.
 c Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge, allora anche $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge.

Domanda 9. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $\frac{d}{dx} \cos(x) = \sin(x)$
 b $\frac{d}{dx} \cos(x) = -\sin(x)$
 c $\frac{d}{dx} \sin(x) = \cos(x)$

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.
 b $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.
 c $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.

Compito 31

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023
Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Dati $a, b \in \mathbb{R}$, quali delle seguenti implicazioni è vera?

a $a \cdot b = 0 \implies a = 0$ oppure $b = 0$

b $a - b = 0 \implies a = 0$ oppure $b = 0$

c $a + b = 0 \implies a = 0$ oppure $b = 0$

Domanda 2. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è tale che $f([a, b])$ è un intervallo, allora f è continua in $[a, b]$.

b Se $f: (a, b) \rightarrow [a, b]$ è continua ed invertibile, allora anche $f^{-1}: [a, b] \rightarrow (a, b)$ è continua ed invertibile.

c Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è monotona ed $f([a, b])$ è un intervallo, allora f è continua in $[a, b]$.

Domanda 3. Quali delle seguenti equivalenze è vera?

a Se $a > 0$, allora $\{x \in \mathbb{R} : |x| \geq a\} = (-\infty, -a] \cup [a, +\infty)$.

b Se $a > 0$, allora $\{x \in \mathbb{R} : |x| < a\} = (-\infty, -a) \cup (a, +\infty)$.

c Se $a > 0$, allora $\{x \in \mathbb{R} : |x| \leq a\} = (-\infty, -a] \cup [a, +\infty)$.

Domanda 4. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a $\tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$

b $\tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$

c $\cot\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$

Domanda 5. Quali delle seguenti è vera?

a $\mathbb{C} \setminus \mathbb{R} = \{i\}$

b $e^{i\pi} + 1 = 0$

c $\sqrt{2} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{C}$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- a $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \iff \forall \varepsilon > 0 \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0 \text{ t.c. } |f(x) - L| < \varepsilon \forall x \in D \text{ con } 0 < |x - x_0| < \delta$
- b $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty \iff \exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta = \delta(M) > 0 \exists x \in D \text{ con } 0 < |x - x_0| < \delta \text{ t.c. } f(x) > M$.
- c $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty \iff \forall M > 0 \exists \delta = \delta(M) > 0 \text{ t.c. } f(x) > M \forall x \in D \text{ con } 0 < |x - x_0| < \delta$.

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Tutte le successioni numeriche non limitate divergono.
- b Tutte le successioni numeriche monotone sono regolari.
- c Tutte le successioni numeriche monotone sono convergenti.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = +\infty$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge.
- b Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 0$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge.
- c Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 0$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge.

Domanda 9. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$
- b $(f \cdot g)' = f' \cdot g'$
- c $(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(f^{-1}(y))}$

Domanda 10. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $\int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}} = \arctan(x) + c$
- b $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}} = \arccos\left(\frac{1}{x}\right) + c$
- c $\int \frac{dx}{1+x^2} = \arctan(x) + c$

Compito 32

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

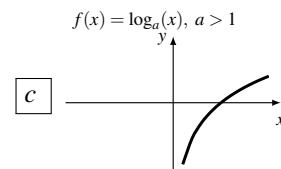
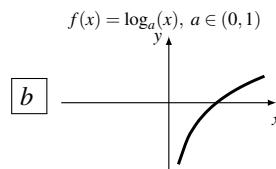
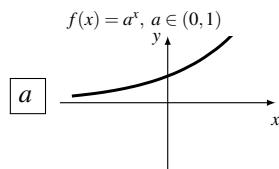
Domanda 1. Dati $a, b, c \in \mathbb{R}$, quali delle seguenti implicazioni è vera?

[a] $a+b = b+c \implies a=c$

[b] $a^b = c^b \implies a=c$

[c] $\log_a(b) = \frac{1}{\log_c(a)} \implies b=c$

Domanda 2. Quali dei seguenti grafici è corretto?



Domanda 3. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

[a] Se $A = \{\arctan(n) : n \in \mathbb{N}\}$, allora $\sup(A) = \pi/2$.

[b] Se $A = \{\arctan(n) : n \in \mathbb{N}\}$, allora $\max(A) = \pi/2$.

[c] Se $A = \{1/n : n \in \mathbb{N}\}$, allora $\min(A) = 0$.

Domanda 4. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

[a] $\sin(2x) = 2 \sin(x) \cos(x)$

[b] $\sin(2x) = 1 - 2 \sin(x)^2$

[c] $\cos(2x) = 1 - 2 \sin(x)^2$

Domanda 5. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

[a] L'equazione $x^2 + 1 = 0$ ammette soluzioni in \mathbb{C} .

[b] L'equazione $x^2 + 1 = 0$ ammette soluzioni in \mathbb{R} .

[c] L'equazione $x^2 + 1 = 0$ non ammette soluzioni in \mathbb{R} .

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- a $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty \iff \exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta > 0 \exists x \in (x_0, x_0 + \delta) \text{ t.c. } f(x) > -M$
- b $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty \iff \exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta = \delta(M) > 0 \exists x \in (x_0 - \delta, x_0) \text{ t.c. } f(x) > -M$
- c $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty \iff \forall M > 0 \exists \delta > 0 \text{ t.c. } f(x) < -M \forall x \in (x_0, x_0 + \delta)$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Ogni successione numerica limitata è convergente.
- b Ogni successione numerica convergente è limitata.
- c Ogni successione numerica divergente è limitata.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a La serie armonica diverge.
- b La serie armonica a segno alterno converge.
- c La serie armonica a segno alterno diverge.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed $x_0 \in (a, b)$ è tale che $f'(x_0) = 0$, allora x_0 è un punto di massimo o di minimo assoluto.
- b Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed $x_0 \in (a, b)$ è tale che $f'(x_0) = 0$, allora x_0 è un punto stazionario.
- c Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua ed $f(a) = f(b)$, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f'(x_0) = 0$.

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.
- b $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.
- c $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.

Compito 33

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali delle seguenti implicazioni è vera?

- a $\left. \begin{array}{l} \bullet P(0) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ dispari}$

- b $\left. \begin{array}{l} \bullet P(1) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ dispari}$

- c $\left. \begin{array}{l} \bullet P(0) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ pari}$

Domanda 2. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

- a Se $f: A \rightarrow B$ è una funzione periodica, allora f è una funzione trigonometrica.

- b $f: A \rightarrow B$ è una funzione periodica se esiste $T > 0$ se per ogni $x \in A$ si ha $f(x+T) = f(x)$.

- c $f: A \rightarrow B$ è una funzione periodica se esiste $x \in A$ tale che per ogni $T > 0$ si ha $f(x+T) = f(x)$.

Domanda 3. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $\min(A)$ esiste, allora $\min(A) = \inf(A)$.

- b Se $\max(A)$ esiste, allora $\max(A) = \sup(A)$.

- c Se $\min(A)$ esiste, allora $\min(A) < \inf(A)$.

Domanda 4. Quali delle seguenti affermazioni è vera?

- a Ciascun angolo di un triangolo equilatero misura $\pi/6$.

- b Ciascun angolo di un quadrato misura $\pi/4$.

- c Ciascun angolo di un quadrato misura $\pi/2$.

Domanda 5. Sia $z \in \mathbb{C}$. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a $z \cdot \bar{z} = a^2 + b^2$

b $z \cdot \bar{z} = a^2 - b^2$

c $\overline{z^n} = (\bar{z})^n$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- [a] $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty \iff \forall M > 0 \exists \delta = \delta(M) > 0 \text{ t.c. } f(x) > M \forall x \in D \text{ con } 0 < |x - x_0| < \delta$.
- [b] $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty \iff \exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta = \delta(M) > 0 \exists x \in D \text{ con } 0 < |x - x_0| < \delta \text{ t.c. } f(x) < M$.
- [c] $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \iff \exists \varepsilon > 0 \text{ t.c. } \forall \delta = \delta(\varepsilon) > 0 \exists x \in D \text{ con } 0 < |x - x_0| < \delta \text{ t.c. } |f(x) - L| > \varepsilon$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] $\{a_n\}_n$ converge se e solo se $\exists \varepsilon > 0$ t.c. $\forall N \in \mathbb{N} \exists n, m > N$ t.c. $|a_n - a_m| > \varepsilon$.
- [b] Se $a_n = f(n)$ e $\nexists \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, allora $\nexists \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$.
- [c] $\{a_n\}_n$ converge se e solo se $\forall \varepsilon > 0 \exists N \in \mathbb{N}$ t.c. $|a_n - a_m| < \varepsilon \forall n, m > N$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] Se $a \in (-1, 1)$, allora $\sum_{n \geq 1} a^n = \frac{a}{1-a}$
- [b] Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge, allora anche $\{a_n\}_n$ converge.
- [c] Se $\{a_n\}_n$ converge, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] Tutte le funzioni continue sono derivabili.
- [b] La derivata di una funzione è un polinomio.
- [c] Tutte le funzioni derivabili sono continue.

Domanda 10. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- [a] $\int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}} = \arctan(x) + c$
- [b] $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}} = \arccos\left(\frac{1}{x}\right) + c$
- [c] $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}} = \arcsin(x) + c$

Compito 34

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

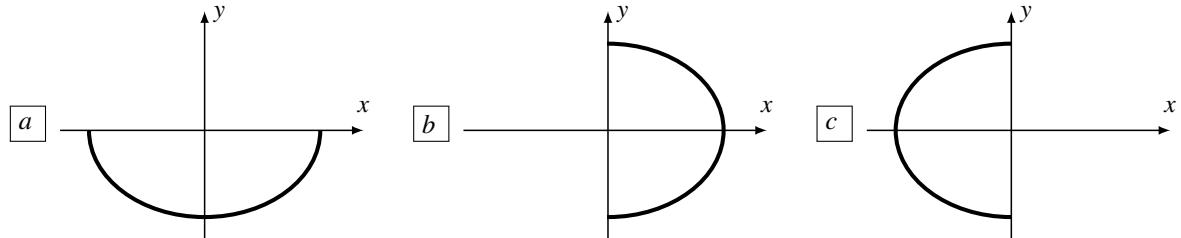
Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $e \notin \{\ln(n) : n \in \mathbb{N}\}$
- b $\{(-1)^n : n \in \mathbb{N}\} \neq \{(-1)^{n+1} : n \in \mathbb{N}\}$
- c $e \in \{\ln(n) : n \in \mathbb{N}\}$

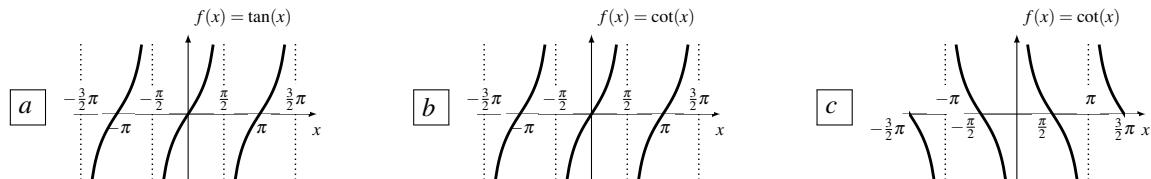
Domanda 2. Quali delle seguenti curve corrispondono a grafici di funzione?



Domanda 3. Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$ con $a > 0$ e tali che $\Delta = b^2 - 4ac > 0$. Se $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ e $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$, allora

- a $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c \geq 0\} = [x_1, x_2]$
- b $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c \geq 0\} = (-\infty, x_1] \cup [x_2, +\infty)$
- c $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c \leq 0\} = [x_1, x_2]$

Domanda 4. Quali dei seguenti grafici è corretto?



Domanda 5. Siano $z, w \in \mathbb{C}$. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $\overline{z \cdot w} = -\bar{z} \cdot \bar{w}$
- b $(\bar{z}) = z$
- c $(\bar{z}) = -z$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[x]{x} = +\infty$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[x]{x} = 1$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{2^x + 4^x} = 4$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) $\{a_n\}_n$ converge se e solo se $\forall \varepsilon > 0 \exists N \in \mathbb{N}$ t.c. $|a_n - a_m| < \varepsilon \forall n, m > N$.

b) Se $a_n = f(n)$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$, allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.

c) Se $a_n = f(n)$ e $\nexists \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, allora $\nexists \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge, allora anche $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge.

b) Se $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge, allora anche $\sum_{n \geq 1} |a_n|$ converge.

c) Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge ed $\{a_n\}_n$ è monotona, allora anche $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) Se $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ sono continue su $[a, b]$, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $(g(b) - g(a)) f'(x_0) = (f(b) - f(a)) g'(x_0)$.

b) Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f'(x_0) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.

c) Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f'(x_0) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.

Domanda 10. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a) $\int f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) + \int f'(x) g(x) dx$

b) $\int f'(x) g(x) dx = -f(x) g(x) - \int f(x) g'(x) dx$

c) $\int f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) - \int f'(x) g(x) dx$

Compito 35

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023
Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

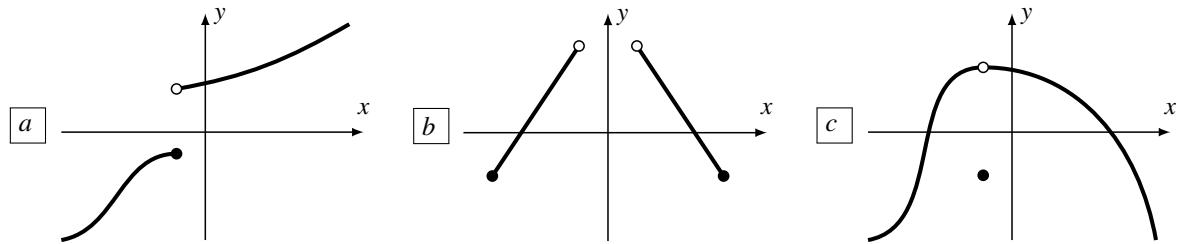
Domanda 1. Quali dei seguenti insiemi è ordinato e completo?

a) \mathbb{N}

b) \mathbb{C}

c) \mathbb{Q}

Domanda 2. Quali dei seguenti grafici corrispondono a funzioni continue?



Domanda 3. Quali delle seguenti equivalenze è vera?

a) Se $a > 0$, allora $\{x \in \mathbb{R} : |x| \leq a\} = (-\infty, -a] \cup [a, +\infty)$.

b) Se $a > 0$, allora $\{x \in \mathbb{R} : |x| > a\} = (-\infty, -a) \cup (a, +\infty)$.

c) Se $a > 0$, allora $\{x \in \mathbb{R} : |x| \geq a\} = (-\infty, -a] \cup [a, +\infty)$.

Domanda 4. Quali delle seguenti affermazioni è vera?

a) Ciascun angolo di un triangolo equilatero misura $\pi/6$.

b) Ciascun angolo di un quadrato misura $\pi/2$.

c) Ciascun angolo di un triangolo equilatero misura $\pi/3$.

Domanda 5. Siano $z, w \in \mathbb{C}$. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a) $\bar{z} \cdot \bar{w} = \bar{z} \cdot \bar{w}$

b) $\bar{z} \cdot \bar{w} = -\bar{z} \cdot \bar{w}$

c) $\overline{(\bar{z})} = -z$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- [a] $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty \iff \exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta = \delta(M) > 0 \ \exists x \in (x_0 - \delta, x_0) \text{ t.c. } f(x) < M$
- [b] $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty \iff \forall M > 0 \ \exists \delta > 0 \text{ t.c. } f(x) > M \ \forall x \in (x_0 - \delta, x_0)$
- [c] $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty \iff \forall M > 0 \ \exists \delta > 0 \text{ t.c. } f(x) > M \ \forall x \in (x_0, x_0 + \delta)$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] Se esiste una sottosuccessione di $\{a_n\}_n$ che converge ad L , allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.
- [b] Se tutte le sottosuccessioni di $\{a_n\}_n$ convergono ad L , allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.
- [c] Se $\{a_n\}_n$ che $\{c_n\}_n$ sono convergenti ed $a_n \leq b_n \leq c_n$, allora anche $\{b_n\}_n$ convergente.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] Se $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge.
- [b] Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge.
- [c] Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] La somma di funzioni concave è una funzione concava.
- [b] La differenza di funzioni convesse è una funzione convessa.
- [c] La differenza di funzioni concave è una funzione concava.

Domanda 10. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- [a] $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arccos\left(\frac{1}{x}\right) + C$
- [b] $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin(x) + C$
- [c] $\int \frac{dx}{\cos(x)^2} = \tan(x) + C$

Compito 36

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Dati $a, b, c \in \mathbb{R}$, quali delle seguenti implicazioni è vera?

- a) $a^b = c^b \implies a = c$ b) $\log_a(b) = \frac{1}{\log_c(a)} \implies b = c$ c) $a \cdot b = b \cdot c \implies a = c$

Domanda 2. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

- a) Se $f: I \rightarrow \mathbb{R}$ è invertibile ed I è un intervallo, allora anche $f(I)$ è un intervallo.
 b) $f: A \rightarrow B$ è iniettiva se per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha $f(x_1) \neq f(x_2) \implies x_1 \neq x_2$.
 c) $f: A \rightarrow B$ è iniettiva se per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha $f(x_1) = f(x_2) \implies x_1 = x_2$.

Domanda 3. Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$ con $a < 0$ e tali che $\Delta = b^2 - 4ac > 0$. Se $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ e $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$, allora

- a) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c < 0\} = (x_1, x_2)$
 b) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c > 0\} = (x_1, x_2)$
 c) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c < 0\} = (-\infty, x_1) \cup (x_2, +\infty)$

Domanda 4. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a) $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$ b) $\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$ c) $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Domanda 5. Sia $z \in \mathbb{C}$. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a) $\bar{z}^n = -(\bar{z})^n$ b) $z \cdot \bar{z} = a^2 - b^2$ c) $z \cdot \bar{z} = a^2 + b^2$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Sia $a > 0$. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x}-1}{x} = \frac{1}{a}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x}-1}{x} = 1$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x-1}{x} = 1$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L > 1$ allora $a_n \downarrow 0$.

b) Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{a_n} = L > 1$ allora $a_n \downarrow 0$.

c) Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L < 1$ allora $a_n \downarrow 0$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) Se $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge.

b) Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge.

c) Se $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge.

Domanda 9. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a) $\frac{d}{dx} \arcsin(x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

b) $\frac{d}{dx} \arccos(x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

c) $\frac{d}{dx} \arcsin(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ non è continua, allora non è integrabile secondo Riemann.

b) Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è monotona, allora è integrabile secondo Riemann.

c) Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora è integrabile secondo Riemann.

Compito 37

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali delle seguenti implicazioni è vera?

- a $\left. \begin{array}{l} \bullet P(0) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ dispari}$
- b $\left. \begin{array}{l} \bullet P(0) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ pari}$
- c $\left. \begin{array}{l} \bullet P(1) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ pari}$

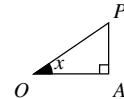
Domanda 2. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $f: (a, b) \rightarrow [a, b]$ è continua ed invertibile, allora anche $f^{-1}: [a, b] \rightarrow (a, b)$ è continua ed invertibile.
- b Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è tale che $f([a, b])$ è un intervallo, allora f è continua in $[a, b]$.
- c Se $f: [a, b] \rightarrow [a, b]$ è invertibile, allora $f^{-1}: [a, b] \rightarrow [a, b]$ è continua in $[a, b]$.

Domanda 3. Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$ con $a > 0$ e tali che $\Delta = b^2 - 4ac > 0$. Se $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ e $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$, allora

- a $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c > 0\} = (-\infty, x_1) \cup (x_2, +\infty)$
- b $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c < 0\} = (-\infty, x_1) \cup (x_2, +\infty)$
- c $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c > 0\} = (x_1, x_2)$

Domanda 4. Con riferimento alla seguente figura, quali delle seguenti asserzioni è vera?



- a $\overline{AP} = \overline{OA} \cdot \tan(x)$
- b $\overline{AP} = \overline{OP} \cdot \cos(x)$
- c $\overline{AP} = \overline{OA} \cdot \cot(x)$

Domanda 5. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Le radici n -esime di $w = r(\cos(\varphi) + i \sin(\varphi))$ sono $z_k = \sqrt[n]{r}(\cos(\varphi n + 2\pi nk) + i \sin(\varphi n + 2\pi nk)), k \in \{0, 1, \dots, n-1\}$.
- b Le radici n -esime di $w = r(\cos(\varphi) + i \sin(\varphi))$ sono $z_k = \sqrt[n]{r}(\cos(\frac{\varphi}{n} + \frac{2\pi}{n}k) + i \sin(\frac{\varphi}{n} + \frac{2\pi}{n}k)), k \in \{0, 1, \dots, n-1\}$.
- c La potenza n -esima di $w = r(\cos(\varphi) + i \sin(\varphi))$ è $z^n = r^n(\cos(n\varphi) + i \sin(n\varphi))$.

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = 1$ b $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$ c $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[x]{x} = +\infty$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $\{a_n\}_n$ e $\{c_n\}_n$ convergono ad L ed $a_n \leq b_n \leq c_n$, allora anche $\{b_n\}_n$ converge ad L .
- b Se esiste una sottosuccessione di $\{a_n\}_n$ che converge ad L , allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.
- c Se $\{a_n\}_n$ che $\{c_n\}_n$ sono convergenti ed $a_n \leq b_n \leq c_n$, allora anche $\{b_n\}_n$ convergente.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $\sum_{p \geq 1} a_p$ converge assolutamente, allora $\sum_{p \geq 1} a_p$ converge anche semplicemente.
- b $\sum_{p \geq 1} a_p$ converge se e solo se $\exists \varepsilon > 0$ t.c. $\forall N \in \mathbb{N} \exists n > m > N$ t.c. $\left| \sum_{p=m+1}^n a_p \right| < \varepsilon$.
- c $\sum_{p \geq 1} a_p$ converge se e solo se $\forall \varepsilon > 0 \exists N \in \mathbb{N}$ t.c. $\left| \sum_{p=m+1}^n a_p \right| < \varepsilon \forall n > m > N$.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $\frac{d}{dx} \tan(x) = \frac{1}{\cos(x)^2}$
- b $\frac{d}{dx} \tan(x) = \frac{1}{1+x^2}$
- c $\frac{d}{dx} \arctan(x) = \frac{1}{1+x^2}$

Domanda 10. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $\int f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) - \int f'(x) g(x) dx$
- b $\int f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) + \int f'(x) g(x) dx$
- c $\int f'(x) g(x) dx = f(x) g(x) - \int f(x) g'(x) dx$

Compito 38

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

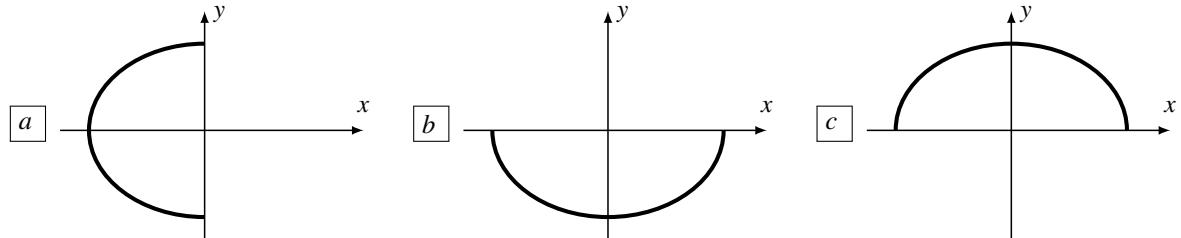
Domanda 1. Dati $a, b \in \mathbb{R}$, quali delle seguenti implicazioni è vera?

a $a - b = 0 \implies a = 0$ oppure $b = 0$

b $a + b = 0 \implies a = 0$ oppure $b = 0$

c $a \cdot b = 0 \implies a = 0$ oppure $b = 0$

Domanda 2. Quali delle seguenti curve corrispondono a grafici di funzione?



Domanda 3. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a Se $\min(A)$ esiste, allora $\min(A) < \inf(A)$.

b Se $\max(A)$ esiste, allora $\max(A) = \sup(A)$.

c Se $\max(A)$ esiste, allora $\max(A) > \sup(A)$.

Domanda 4. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

b $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$

c $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Domanda 5. Quali delle seguenti è vera?

a $\mathbb{C} \setminus \mathbb{R} = \{i\}$

b $e^{i\pi} + 1 = 0$

c $\sqrt{2} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{C}$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- a Se $f(x) \cdot g(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ e $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$, allora $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = +\infty$.
- b Se $f(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ e $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a \in \mathbb{R}$, allora $a > 0$.
- c Se $f(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ e $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$, allora $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = +\infty$.

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L > 1$ allora $a_n \downarrow 0$.
- b Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L < 1$ allora $a_n \downarrow 0$.
- c Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{a_n} = L > 1$ allora $a_n \downarrow 0$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se la serie telescopica $\sum_{n \geq 1} (a_{n+1} - a_n)$ converge allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} (a_{n+1} - a_n) = 0$.
- b La serie telescopica $\sum_{n \geq 1} (a_{n+1} - a_n)$ converge se e solo se $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$.
- c La serie telescopica $\sum_{n \geq 1} (a_{n+1} - a_n)$ converge se e solo se $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L \in \mathbb{R}$.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a La differenza di funzioni convesse è una funzione convessa.
- b La differenza di funzioni concave è una funzione concava.
- c La somma di funzioni convesse è una funzione convessa.

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.
- b $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.
- c $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.

Compito 39

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali delle seguenti implicazioni è vera?

- a $\left. \begin{array}{l} \bullet P(0) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ dispari}$
- b $\left. \begin{array}{l} \bullet P(1) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ pari}$
- c $\left. \begin{array}{l} \bullet P(1) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ dispari}$

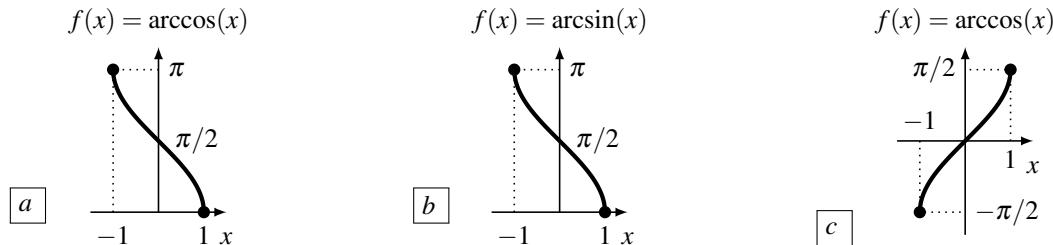
Domanda 2. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

- a Se f è strettamente decrescente, allora f^{-1} è ben definita e strettamente decrescente.
- b Se f è invertibile e decrescente, allora f^{-1} è strettamente decrescente.
- c Se f è invertibile e decrescente, allora f^{-1} è crescente.

Domanda 3. Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$ con $a < 0$ e tali che $\Delta = b^2 - 4ac = 0$. Se $x_0 = -\frac{b}{2a}$, allora

- a $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c \leq 0\} = \mathbb{R}$
- b $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c \leq 0\} = \{x_0\}$
- c $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c \geq 0\} = \mathbb{R}$

Domanda 4. Quali dei seguenti grafici è corretto?



Domanda 5. Siano $z, w \in \mathbb{C}$. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $\overline{(\bar{z})} = z$
- b $\overline{z \cdot w} = -\bar{z} \cdot \bar{w}$
- c $\overline{z \cdot w} = \bar{z} \cdot \bar{w}$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- a $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \iff \forall \varepsilon > 0 \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0 \text{ t.c. } |f(x) - L| < \varepsilon \forall x \in D \text{ con } 0 < |x - x_0| < \delta$
- b $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty \iff \exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta = \delta(M) > 0 \exists x \in D \text{ con } 0 < |x - x_0| < \delta \text{ t.c. } f(x) > M$.
- c $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \iff \exists \varepsilon > 0 \text{ t.c. } \forall \delta = \delta(\varepsilon) > 0 \exists x \in D \text{ con } 0 < |x - x_0| < \delta \text{ t.c. } |f(x) - L| > \varepsilon$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $\{a_n\}_n$ converge se e solo se $\forall \varepsilon > 0 \exists N \in \mathbb{N} \text{ t.c. } |a_n - a_m| < \varepsilon \forall n, m > N$.
- b Se $a_n = f(n)$ e $\nexists \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, allora $\nexists \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$.
- c $\{a_n\}_n$ converge se e solo se $\exists \varepsilon > 0 \text{ t.c. } \forall N \in \mathbb{N} \exists n, m > N \text{ t.c. } |a_n - a_m| > \varepsilon$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 0$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge.
- b Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = +\infty$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge.
- c Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 0$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Tutte le funzioni derivabili sono integrabili.
- b Tutte le funzioni integrabili sono derivabili.
- c Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile, allora è anche integrabile su $[a, b]$.

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.
- b $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.
- c $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.

Compito 40

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali dei seguenti insiemi è ordinato e completo?

a) \mathbb{Q}

b) \mathbb{R}

c) \mathbb{C}

Domanda 2. Quali dei seguenti è l'immagine di $A \subseteq \mathbb{R}$ tramite $f: \mathbb{R} \rightarrow B$?

a) $\{x \in A : f(x) \in B\}$

b) $\{f(x) : x \in A\}$

c) $\{y \in B : \exists x \in A \text{ t.c. } f(x) = y\}$

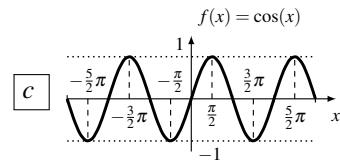
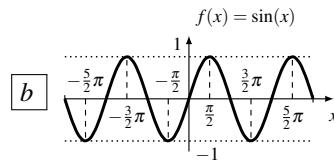
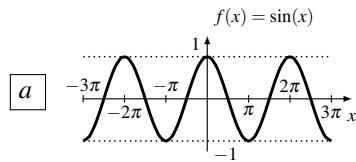
Domanda 3. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) Se $\min(A)$ esiste, allora $\min(A) < \inf(A)$.

b) Se $\min(A)$ esiste, allora $\min(A) = \inf(A)$.

c) Se $\max(A)$ esiste, allora $\max(A) > \sup(A)$.

Domanda 4. Quali dei seguenti grafici è corretto?



Domanda 5. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) La potenza n -esima di $w = r(\cos(\varphi) + i \sin(\varphi))$ è $z^n = r^n (\cos(n\varphi) + i \sin(n\varphi))$.

b) Le radici n -esime di $w = r(\cos(\varphi) + i \sin(\varphi))$ sono $z_k = \sqrt[n]{r} (\cos(\varphi n + 2\pi nk) + i \sin(\varphi n + 2\pi nk))$, $k \in \{0, 1, \dots, n-1\}$.

c) La potenza n -esima di $w = r(\cos(\varphi) + i \sin(\varphi))$ è $z^n = r^n (\cos(\frac{\varphi}{n}) + i \sin(\frac{\varphi}{n}))$.

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- a) $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty \iff \exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta = \delta(M) > 0 \exists x \in (x_0 - \delta, x_0) \text{ t.c. } f(x) > -M$
- b) $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty \iff \exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta > 0 \exists x \in (x_0, x_0 + \delta) \text{ t.c. } f(x) > -M$
- c) $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty \iff \forall M > 0 \exists \delta > 0 \text{ t.c. } f(x) < -M \forall x \in (x_0, x_0 + \delta)$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a) Se per ogni $\{x_n\}_n \subset \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ convergente ad x_0 si ha che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = L$, allora $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$.
- b) Se esiste $\{x_n\}_n \subset \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ convergente ad x_0 tale che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = L$, allora $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$.
- c) Se per ogni $\{x_n\}_n$ convergente ad x_0 si ha che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = f(x_0)$, allora f è continua in x_0 .

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a) Se $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge.
- b) Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge.
- c) Se $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a) Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed $x_0 \in (a, b)$ è tale che $f'(x_0) = 0$, allora x_0 è un punto stazionario.
- b) Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua ed $f(a) = f(b)$, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f'(x_0) = 0$.
- c) Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed $f(a) = f(b)$, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f'(x_0) = 0$.

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a) $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.
- b) $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.
- c) $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.

Compito 41

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

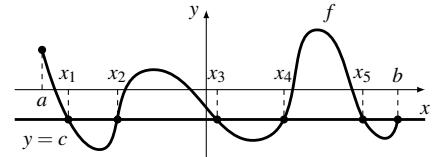
Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $e \notin \{\ln(n) : n \in \mathbb{N}\}$
- b $e \in \{\ln(n) : n \in \mathbb{N}\}$
- c $\{(-1)^n : n \in \mathbb{N}\} \neq \{(-1)^{n+1} : n \in \mathbb{N}\}$

Domanda 2. Quali delle seguenti uguaglianze è vera se il grafico di $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ e la retta $y = c$ sono come in figura?

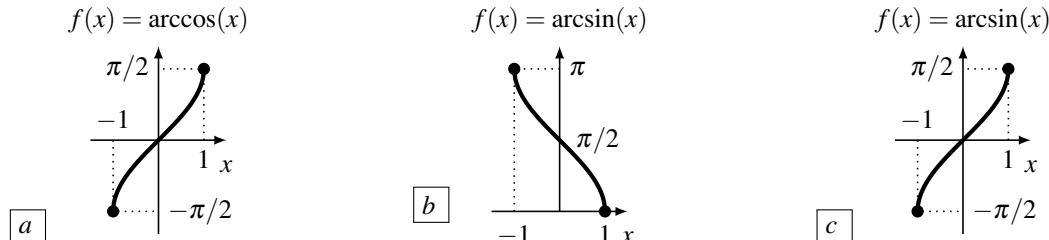
- a $\{x \in [a, b] : f(x) > c\} = (x_1, x_2) \cup (x_3, x_4) \cup (x_5, b)$
- b $\{x \in [a, b] : f(x) < c\} = (x_1, x_2) \cup (x_3, x_4) \cup (x_5, b)$
- c $\{x \in [a, b] : f(x) < c\} = [a, x_1) \cup (x_2, x_3) \cup (x_4, x_5)$



Domanda 3. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $\min(A)$ esiste, allora $\min(A) = \inf(A)$.
- b Se $\max(A)$ esiste, allora $\max(A) > \sup(A)$.
- c Se $\min(A)$ esiste, allora $\min(A) < \inf(A)$.

Domanda 4. Quali dei seguenti grafici è corretto?



Domanda 5. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a L'equazione $x^2 + 1 = 0$ non ammette soluzioni in \mathbb{R} .
- b L'equazione $x^2 + 1 = 0$ ammette soluzioni in \mathbb{C} .
- c L'equazione $x^2 + 1 = 0$ non ammette soluzioni in \mathbb{C} .

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos(x)}{x^2} = 1$ b $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$ c $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos(x)}{x^2} = \frac{1}{2}$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $\{a_n\}_n$ che $\{c_n\}_n$ sono convergenti ed $a_n \leq b_n \leq c_n$, allora anche $\{b_n\}_n$ convergente.
 b Se tutte le sottosuccessioni di $\{a_n\}_n$ convergono ad L , allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.
 c Se esiste una sottosuccessione di $\{a_n\}_n$ che converge ad L , allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $\{a_n\}_n$ converge, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge.
 b $\sum_{n \geq 1} (-1)^n = -\frac{1}{2}$
 c Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge, allora anche $\{a_n\}_n$ converge.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua ed $f(a) = f(b)$, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f'(x_0) = 0$.
 b Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed $x_0 \in (a, b)$ è tale che $f'(x_0) = 0$, allora x_0 è un punto stazionario.
 c Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed $f(a) = f(b)$, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f'(x_0) = 0$.

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.
 b $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.
 c $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.

Compito 42

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali dei seguenti insiemi è ordinato e completo?

a) \mathbb{N}

b) \mathbb{C}

c) \mathbb{R}

Domanda 2. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è una funzione strettamente crescente, allora $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \sup\{f(x) : x \in \mathbb{R}\}$.

b) Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è una funzione strettamente decrescente, allora $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \inf\{f(x) : x \in \mathbb{R}\}$.

c) Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è una funzione strettamente decrescente, allora $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$.

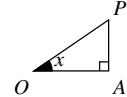
Domanda 3. Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$ con $a < 0$ e tali che $\Delta = b^2 - 4ac = 0$. Se $x_0 = -\frac{b}{2a}$, allora

a) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c < 0\} = \emptyset$

b) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c > 0\} = \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$

c) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c < 0\} = \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$

Domanda 4. Con riferimento alla seguente figura, quali delle seguenti asserzioni è vera?



a) $\overline{OA} = \overline{AP} \cdot \tan(x)$

b) $\overline{OA} = \overline{OP} \cdot \cos(x)$

c) $\overline{OA} = \overline{AP} \cdot \cot(x)$

Domanda 5. Siano $z, w \in \mathbb{C}$ ed $n \in \mathbb{N}$. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a) $\bar{n} \cdot \bar{z} = n \cdot \bar{z}$

b) $\bar{z} + \bar{w} = \bar{z} - \bar{w}$

c) $\bar{n} \cdot \bar{z} = -n \cdot \bar{z}$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- a $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L \iff \forall \varepsilon > 0 \exists X > 0 \text{ t.c. } |f(x) - L| < \varepsilon \forall x \in (X, +\infty)$
- b $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L \iff \exists \varepsilon > 0 \text{ t.c. } \forall X > 0 \exists x \in D \text{ con } x < -X \text{ t.c. } |f(x) - L| > \varepsilon$
- c $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L \iff \exists \varepsilon > 0 \text{ t.c. } \forall X > 0 \exists x \in D \text{ con } x > X \text{ t.c. } |f(x) - L| > \varepsilon$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se tutte le sottosuccessioni di $\{a_n\}_n$ convergono ad L , allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.
- b Se esiste una sottosuccessione di $\{a_n\}_n$ che converge ad L , allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.
- c Se $\{a_n\}_n$ che $\{c_n\}_n$ sono convergenti ed $a_n \leq b_n \leq c_n$, allora anche $\{b_n\}_n$ convergente.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge.
- b Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge.
- c Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a La somma di funzioni convesse è una funzione convessa.
- b La somma di funzioni concave è una funzione concava.
- c La differenza di funzioni concave è una funzione concava.

Domanda 10. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora $f(x) = \frac{d}{dx} \int_x^b f(x) dx$.
- b Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora $f(x) = -\frac{d}{dx} \int_x^b f(x) dx$.
- c Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è integrabile, allora esiste $c \in [a, b]$ tale che $\int_a^b f(x) dx = (b - a)f(c)$.

Compito 43

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali delle seguenti implicazioni è vera?

- a $\left. \begin{array}{l} \bullet P(0) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ pari}$

- b $\left. \begin{array}{l} \bullet P(1) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ pari}$

- c $\left. \begin{array}{l} \bullet P(0) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ dispari}$

Domanda 2. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

- a $f: A \rightarrow B$ è una funzione periodica se esiste $T > 0$ se per ogni $x \in A$ si ha $f(x+T) = f(x)$.

- b $f: A \rightarrow B$ è una funzione periodica se esiste $x \in A$ tale che per ogni $T > 0$ si ha $f(x+T) = f(x)$.

- c Se $f: A \rightarrow B$ è una funzione periodica, allora f è una funzione trigonometrica.

Domanda 3. Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$ con $a > 0$ e tali che $\Delta = b^2 - 4ac = 0$. Se $x_0 = -\frac{b}{2a}$, allora

- a $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c \geq 0\} = \{x_0\}$

- b $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c \geq 0\} = \mathbb{R}$

- c $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c \leq 0\} = \mathbb{R}$

Domanda 4. Quali delle seguenti affermazioni è vera?

- a Ciascun angolo di un triangolo equilatero misura $\pi/3$.

- b Ciascun angolo di un quadrato misura $\pi/2$.

- c Ciascun angolo di un quadrato misura $\pi/4$.

Domanda 5. Sia $z \in \mathbb{C}$. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a $\Re e(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$

b $\Im m(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$

c $\Im m(z) = \frac{z - \bar{z}}{2i}$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- [a] $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \iff \exists M > 0 \text{ t.c. } \forall X > 0 \exists x \in D \text{ con } x > X \text{ t.c. } f(x) > M$
- [b] $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \iff \exists M > 0 \text{ t.c. } \forall X > 0 \exists x \in D \text{ con } x > X \text{ t.c. } f(x) < -M$
- [c] $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \iff \forall M > 0 \exists X > 0 \text{ t.c. } f(x) < -M \forall x \in (X, +\infty)$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] Se $\{a_n\}_n$ e $\{c_n\}_n$ convergono ad L ed $a_n \leq b_n \leq c_n$, allora anche $\{b_n\}_n$ converge ad L .
- [b] Se tutte le sottosuccessioni di $\{a_n\}_n$ convergono ad L , allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.
- [c] Se esiste una sottosuccessione di $\{a_n\}_n$ che converge ad L , allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] La serie telescopica $\sum_{n \geq 1} (a_{n+1} - a_n)$ converge se e solo se $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L \in \mathbb{R}$.
- [b] La serie telescopica $\sum_{n \geq 1} (a_{n+1} - a_n)$ converge se e solo se $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$.
- [c] La serie telescopiche convergono.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f'(x_0) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.
- [b] Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f'(x_0) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.
- [c] Se $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ sono continue su $[a, b]$, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $(g(b) - g(a)) f'(x_0) = (f(b) - f(a)) g'(x_0)$.

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ non è continua, allora non è integrabile secondo Riemann.
- [b] Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora è integrabile secondo Riemann.
- [c] Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è monotona, allora è integrabile secondo Riemann.

Compito 44

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023
Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali dei seguenti insiemi è un campo totalmente ordinato?

a) \mathbb{R}

b) \mathbb{Z}

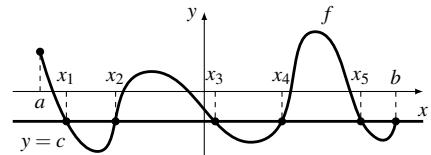
c) \mathbb{Q}

Domanda 2. Quali delle seguenti uguaglianze è vera se il grafico di $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ e la retta $y = c$ sono come in figura?

a) $\{x \in [a, b] : f(x) \geq c\} = [a, x_1] \cup [x_2, x_3] \cup [x_4, x_5] \cup \{b\}$

b) $\{x \in [a, b] : f(x) \leq c\} = [a, x_1] \cup [x_2, x_3] \cup [x_4, x_5] \cup \{b\}$

c) $\{x \in [a, b] : f(x) \geq c\} = [x_1, x_2] \cup [x_3, x_4] \cup [x_5, b]$



Domanda 3. Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$ con $a < 0$ e tali che $\Delta = b^2 - 4ac > 0$. Se $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ e $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$, allora

a) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c \leq 0\} = [x_1, x_2]$

b) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c \leq 0\} = (-\infty, x_1] \cup [x_2, +\infty)$

c) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c \geq 0\} = [x_1, x_2]$

Domanda 4. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a) $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$

b) $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$

c) $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$

Domanda 5. Date $z = \rho(\cos(\theta) + i\sin(\theta))$ e $w = r(\cos(\varphi) + i\sin(\varphi)) \neq 0$, quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a) $z \cdot w = \rho r (\cos(\theta - \varphi) + i\sin(\theta - \varphi))$

b) $\frac{z}{w} = \frac{\rho}{r} (\cos(\theta - \varphi) + i\sin(\theta - \varphi))$

c) $z \cdot w = \rho r (\cos(\theta + \varphi) + i\sin(\theta + \varphi))$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Sia $a > 0$. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_a(1+x)}{x} = \frac{1}{\ln(a)} \quad \forall a > 0$ b $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_a(1+x)}{x} = 1 \quad \forall a > 0$ c $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^a \ln(x) = 1$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $\{a_n\}_n$ che $\{c_n\}_n$ sono convergenti ed $a_n \leq b_n \leq c_n$, allora anche $\{b_n\}_n$ convergente.
 b Se $\{a_n\}_n$ e $\{c_n\}_n$ convergono ad L ed $a_n \leq b_n \leq c_n$, allora anche $\{b_n\}_n$ converge ad L .
 c Se tutte le sottosuccessioni di $\{a_n\}_n$ convergono ad L , allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge.
 b Se $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge.
 c Se $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge.

Domanda 9. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $(f \cdot g)' = f' \cdot g'$
 b $(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$
 c $(f^{-1})'(y) = -\frac{f'(f^{-1}(y))}{f^{-1}(y)^2}$

Domanda 10. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $\int f'(x) g(x) dx = -f(x) g(x) - \int f(x) g'(x) dx$
 b $\int f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) - \int f'(x) g(x) dx$
 c $\int f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) + \int f'(x) g(x) dx$

Compito 45

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali delle seguenti implicazioni è vera?

- a $\left. \begin{array}{l} \bullet P(1) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ dispari}$

- b $\left. \begin{array}{l} \bullet P(1) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ pari}$

- c $\left. \begin{array}{l} \bullet P(0) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ dispari}$

Domanda 2. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

- a $f: A \rightarrow B$ è crescente se per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$.

- b $f: A \rightarrow B$ è decrescente se per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$.

- c $f: A \rightarrow B$ è decrescente se per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$.

Domanda 3. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $A = \{\arctan(n) : n \in \mathbb{N}\}$, allora $\max(A) = \pi/2$.

- b Se $A = \{1/n : n \in \mathbb{N}\}$, allora $\min(A) = 0$.

- c Se $A = \{1/n : n \in \mathbb{N}\}$, allora $\inf(A) = 0$.

Domanda 4. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $\cos(x + \pi) = \cos(x)$ b $\sin(x + \pi) = -\sin(x)$ c $\cos(x + \pi) = -\cos(x)$

Domanda 5. Siano $z, w \in \mathbb{C}$. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $\overline{(\bar{z})} = z$

- b $\overline{z \cdot w} = \bar{z} \cdot \bar{w}$

- c $\overline{(\bar{z})} = -z$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- a $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \iff \exists \varepsilon > 0 \text{ t.c. } \forall \delta = \delta(\varepsilon) > 0 \ \exists x \in D \text{ con } 0 < |x - x_0| < \delta \text{ t.c. } |f(x) - L| > \varepsilon$
- b $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty \iff \forall M > 0 \ \exists \delta = \delta(M) > 0 \text{ t.c. } f(x) > M \ \forall x \in D \text{ con } 0 < |x - x_0| < \delta$.
- c $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty \iff \exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta = \delta(M) > 0 \ \exists x \in D \text{ con } 0 < |x - x_0| < \delta \text{ t.c. } f(x) < M$.

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Tutte le successioni numeriche monotone sono convergenti.
- b Tutte le successioni numeriche monotone sono regolari.
- c Tutte le successioni numeriche divergenti non sono limitate.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a La serie armonica a segno alterno diverge.
- b La serie armonica converge.
- c La serie armonica a segno alterno converge.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed $f(a) = f(b)$, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f'(x_0) = 0$.
- b Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed $x_0 \in (a, b)$ è tale che $f'(x_0) = 0$, allora x_0 è un punto stazionario.
- c Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed $x_0 \in (a, b)$ è tale che $f'(x_0) = 0$, allora x_0 è un punto di massimo o di minimo assoluto.

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.
- b $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.
- c $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.

Compito 46

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Dati $a, b, c \in \mathbb{R}$, quali delle seguenti implicazioni è vera?

- a $a^b = c^b \implies a = c$ b $a + b = b + c \implies a = c$ c $\log_a(b) = \frac{1}{\log_c(a)} \implies b = c$

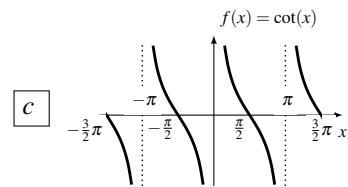
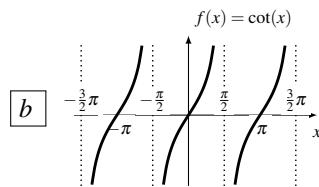
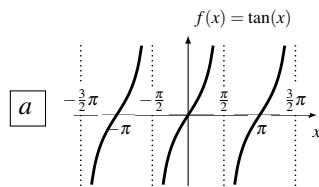
Domanda 2. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora essa ammette massimo e minimo assoluti.
 b Se $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora essa ammette massimo e minimo assoluti.
 c Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora $f([a, b]) = [f(a), f(b)]$.

Domanda 3. Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$ con $a < 0$ e tali che $\Delta = b^2 - 4ac = 0$. Se $x_0 = -\frac{b}{2a}$, allora

- a $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c > 0\} = \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$
 b $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c < 0\} = \emptyset$
 c $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c < 0\} = \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$

Domanda 4. Quali dei seguenti grafici è corretto?



Domanda 5. Quali delle seguenti è vera?

- a $\bar{1} = 1$ b $\sqrt{2} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{C}$ c $\mathbb{C} \setminus \mathbb{R} = \{i\}$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{2^x + 4^x} = 6$

b $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x} = +\infty$

c $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{2^x + 4^x} = 4$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a Ogni successione numerica limitata è convergente.

b Ogni successione numerica limitata ammette una sottosuccessione convergente.

c Ogni successione numerica convergente è limitata.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a La serie telescopica $\sum_{n \geq 1} (a_{n+1} - a_n)$ converge se e solo se $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$.

b La serie telescopica $\sum_{n \geq 1} (a_{n+1} - a_n)$ converge se e solo se $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L \in \mathbb{R}$.

c Se la serie telescopica $\sum_{n \geq 1} (a_{n+1} - a_n)$ converge allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} (a_{n+1} - a_n) = 0$.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a $\frac{d}{dx} \arctan(x) = \frac{1}{1+x^2}$

b $\frac{d}{dx} \tan(x) = \frac{1}{1+x^2}$

c $\frac{d}{dx} \arctan(x) = \frac{1}{\cos(x)^2}$

Domanda 10. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a $\int \cos(x) dx = \sin(x) + c$

b $\int \sin(x) dx = \cos(x) + c$

c $\int \cos(x) dx = -\sin(x) + c$

Compito 47

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

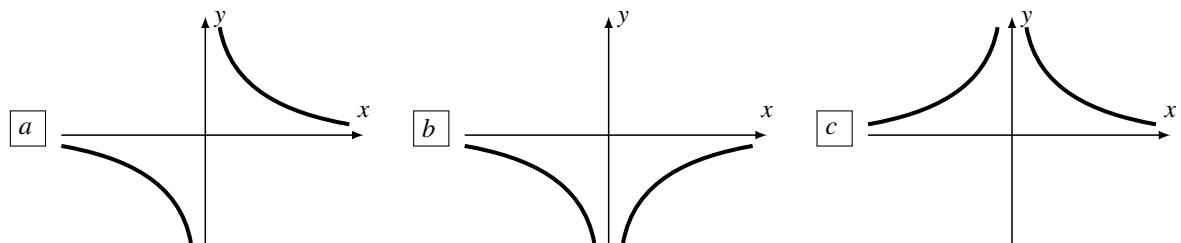
Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Dati $a, b, c \in \mathbb{R}$, quali delle seguenti implicazioni è vera?

- a $a \cdot b = b \cdot c \implies a = c$ b $a + b = b + c \implies a = c$ c $a^b = c^b \implies a = c$

Domanda 2. Quali dei seguenti grafici corrispondono funzioni iniettive?



Domanda 3. Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$ con $a > 0$ e tali che $\Delta = b^2 - 4ac = 0$. Se $x_0 = -\frac{b}{2a}$, allora

- a $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c > 0\} = \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$
 b $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c < 0\} = \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$
 c $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c < 0\} = \emptyset$

Domanda 4. Quali delle seguenti affermazioni è vera?

- a Ciascun angolo di un triangolo equilatero misura $\pi/3$.
 b Ciascun angolo di un quadrato misura $\pi/4$.
 c Ciascun angolo di un quadrato misura $\pi/2$.

Domanda 5. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Le radici n -esime di $w = r(\cos(\varphi) + i \sin(\varphi))$ sono $z_k = \sqrt[n]{r} \left(\cos \left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2\pi}{n} k \right) + i \sin \left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2\pi}{n} k \right) \right)$, $k \in \{0, 1, \dots, n-1\}$.
 b La potenza n -esima di $w = r(\cos(\varphi) + i \sin(\varphi))$ è $z^n = r^n (\cos(n\varphi) + i \sin(n\varphi))$.
 c La potenza n -esima di $w = r(\cos(\varphi) + i \sin(\varphi))$ è $z^n = r^n \left(\cos \left(\frac{\varphi}{n} \right) + i \sin \left(\frac{\varphi}{n} \right) \right)$.

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- [a] $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty \iff \exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta > 0 \exists x \in (x_0, x_0 + \delta) \text{ t.c. } f(x) > -M$
- [b] $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty \iff \exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta = \delta(M) > 0 \exists x \in (x_0 - \delta, x_0) \text{ t.c. } f(x) > -M$
- [c] $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty \iff \forall M > 0 \exists \delta > 0 \text{ t.c. } f(x) < -M \forall x \in (x_0, x_0 + \delta)$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] Se per ogni $\{x_n\}_n$ convergente ad x_0 si ha che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = f(x_0)$, allora f è continua in x_0 .
- [b] Se esiste $\{x_n\}_n$ convergente ad x_0 tale che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = f(x_0)$, allora f è continua in x_0 .
- [c] Se esiste $\{x_n\}_n \subset \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ convergente ad x_0 tale che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = L$, allora $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] Se $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge, allora $a_n \downarrow 0$.
- [b] Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge, allora anche $\sum_{n \geq 1} |a_n|$ converge.
- [c] Se $a_n \downarrow 0$, allora $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge.

Domanda 9. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- [a] $(f \cdot g)' = f' \cdot g'$
- [b] $(f^{-1})'(y) = -\frac{f'(f^{-1}(y))}{f^{-1}(y)^2}$
- [c] $(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(f^{-1}(y))}$

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.
- [b] $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.
- [c] $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.

Compito 48

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a $\{(-1)^n : n \in \mathbb{N}\} = \{(-1)^{n+1} : n \in \mathbb{N}\}$

b $e \notin \{\ln(n) : n \in \mathbb{N}\}$

c $\{(-1)^n : n \in \mathbb{N}\} \neq \{(-1)^{n+1} : n \in \mathbb{N}\}$

Domanda 2. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

a Una funzione iniettiva è strettamente monotona.

b Una funzione strettamente monotona è iniettiva.

c Non esistono funzioni che sono sia crescenti che decrescenti.

Domanda 3. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a Il massimo di un insieme è, se esiste, il più piccolo dei maggioranti che appartiene all'insieme stesso.

b Il minimo di un insieme è, se esiste, il più grande dei minoranti che appartiene all'insieme stesso.

c Il minimo di un insieme è, se esiste, il più grande dei minoranti.

Domanda 4. Quali delle seguenti affermazioni è vera?

a Ciascun angolo di un quadrato misura $\pi/4$.

b Ciascun angolo di un quadrato misura $\pi/2$.

c Ciascun angolo di un triangolo equilatero misura $\pi/3$.

Domanda 5. Sia $z \in \mathbb{C}$. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a $\Im m(z) = \frac{z - \bar{z}}{2i}$

b $\Re e(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$

c $\Re e(z) = \frac{z - \bar{z}}{2i}$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Sia $a > 0$. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x}-1}{x} = 1$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x}-1}{x} = \frac{1}{a}$ c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x-1}{x} = 1$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a) Se $a_n = f(n)$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$, allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.
 b) Se $a_n = f(n)$ e $\not\exists \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, allora $\not\exists \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$.
 c) $\{a_n\}_n$ converge se e solo se $\exists \varepsilon > 0$ t.c. $\forall N \in \mathbb{N} \exists n, m > N$ t.c. $|a_n - a_m| > \varepsilon$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a) Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge.
 b) Se $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge.
 c) Se $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a) Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed ha in $x_0 \in [a, b]$ un punto di massimo, allora $f'(x_0) = 0$.
 b) Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed ha in $x_0 \in (a, b)$ un punto di minimo, allora $f'(x_0) = 0$.
 c) Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed ha in $x_0 \in [a, b]$ un punto di minimo, allora $f'(x_0) = 0$.

Domanda 10. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a) $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}} = \arcsin(x) + c$
 b) $\int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}} = \arctan(x) + c$
 c) $\int \frac{dx}{1+x^2} = \arctan(x) + c$

Compito 49

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Dati $a, b \in \mathbb{R}$, quali delle seguenti implicazioni è vera?

- a $a^b = 0 \implies a = 0$ oppure $b = 0$
- b $a + b = 0 \implies a = 0$ oppure $b = 0$
- c $a - b = 0 \implies a = 0$ oppure $b = 0$

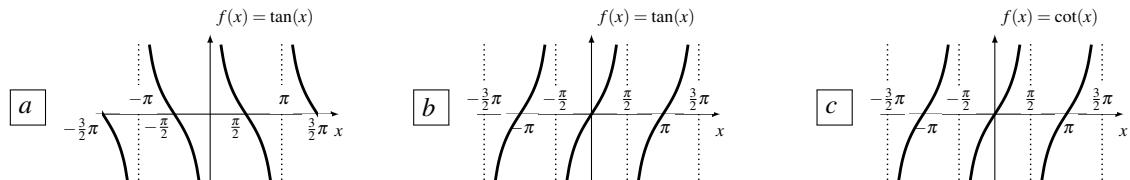
Domanda 2. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

- a Le funzioni costanti sono periodiche.
- b Se $f: A \rightarrow B$ è una funzione periodica, allora f è una funzione trigonometrica.
- c $f: A \rightarrow B$ è una funzione periodica se esiste $T > 0$ se per ogni $x \in A$ si ha $f(x+T) = f(x)$.

Domanda 3. Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$ con $a > 0$ e tali che $\Delta = b^2 - 4ac = 0$. Se $x_0 = -\frac{b}{2a}$, allora

- a $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c \leq 0\} = \{x_0\}$
- b $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c \geq 0\} = \mathbb{R}$
- c $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c \geq 0\} = \{x_0\}$

Domanda 4. Quali dei seguenti grafici è corretto?



Domanda 5. Sia $z \in \mathbb{C}$. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $\Re e(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$
- b $\Re e(z) = \frac{z - \bar{z}}{2i}$
- c $\Im m(z) = \frac{z - \bar{z}}{2i}$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- a $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \iff \exists \varepsilon > 0 \text{ t.c. } \forall \delta = \delta(\varepsilon) > 0 \exists x \in D \text{ con } 0 < |x - x_0| < \delta \text{ t.c. } |f(x) - L| > \varepsilon$
- b $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \iff \forall \varepsilon > 0 \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0 \text{ t.c. } |f(x) - L| < \varepsilon \forall x \in D \text{ con } 0 < |x - x_0| < \delta$
- c $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty \iff \exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta = \delta(M) > 0 \exists x \in D \text{ con } 0 < |x - x_0| < \delta \text{ t.c. } f(x) < M$.

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se per ogni $\{x_n\}_n \subset \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ convergente ad x_0 si ha che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = L$, allora $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$.
- b Se esiste $\{x_n\}_n \subset \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ convergente ad x_0 tale che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = L$, allora $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$.
- c Se per ogni $\{x_n\}_n$ convergente ad x_0 si ha che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = f(x_0)$, allora f è continua in x_0 .

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a La serie telescopica $\sum_{n \geq 1} (a_{n+1} - a_n)$ converge se e solo se $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$.
- b La serie telescopiche convergono.
- c La serie telescopica $\sum_{n \geq 1} (a_{n+1} - a_n)$ converge se e solo se $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L \in \mathbb{R}$.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $\frac{d}{dx} \arctan(x) = \frac{1}{1+x^2}$
- b $\frac{d}{dx} \arctan(x) = \frac{1}{\cos(x)^2}$
- c $\frac{d}{dx} \tan(x) = \frac{1}{1+x^2}$

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.
- b $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.
- c $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.

Compito 50

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Dati $a, b, c \in \mathbb{R}$, quali delle seguenti implicazioni è vera?

- a) $a+b = b+c \implies a=c$ b) $a^b = c^b \implies a=c$ c) $\log_a(b) = \frac{1}{\log_c(a)} \implies b=c$

Domanda 2. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

- a) Se $n \in \mathbb{N}$, allora $f(x) = x^{2n}$ è una funzione dispari nel suo dominio di definizione.
 b) Se $n \in \mathbb{N}$, allora $f(x) = x^{2n+1}$ è una funzione dispari nel suo dominio di definizione.
 c) Se $n \in \mathbb{N}$, allora $f(x) = x^{2n}$ è una funzione monotona nel suo dominio di definizione.

Domanda 3. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a) Il minimo di un insieme è, se esiste, il più grande dei minoranti.
 b) Il massimo di un insieme è, se esiste, il più piccolo dei maggioranti.
 c) Il minimo di un insieme è, se esiste, il più grande dei minoranti che appartiene all'insieme stesso.

Domanda 4. Quali delle seguenti affermazioni è vera?

- a) La somma degli angoli interni di un triangolo è 2π .
 b) La somma degli angoli interni di un quadrilatero è π .
 c) La somma degli angoli interni di un triangolo è π .

Domanda 5. Sia $z \in \mathbb{C}$. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a) $\Re(z) = \frac{z+\bar{z}}{2}$ b) $\Im(z) = \frac{z-\bar{z}}{2i}$ c) $\Re(z) = \frac{z-\bar{z}}{2i}$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos(x)}{x^2} = 1$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$ c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = \frac{1}{2}$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a) Se esiste $\{x_n\}_n \subset \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ convergente ad x_0 tale che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = L$, allora $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$.
 b) Se esiste $\{x_n\}_n$ convergente ad x_0 tale che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = f(x_0)$, allora f è continua in x_0 .
 c) Se per ogni $\{x_n\}_n \subset \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ convergente ad x_0 si ha che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = L$, allora $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a) Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = +\infty$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge.
 b) Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 0$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge.
 c) Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = +\infty$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge.

Domanda 9. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a) $\frac{d}{dx} \arcsin(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
 b) $\frac{d}{dx} \arcsin(x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
 c) $\frac{d}{dx} \arccos(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a) $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.
 b) $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.
 c) $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.

Compito 51

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali dei seguenti insiemi è un campo totalmente ordinato?

a) \mathbb{Z}

b) \mathbb{R}

c) \mathbb{N}

Domanda 2. Quali dei seguenti è l'immagine di $A \subseteq \mathbb{R}$ tramite $f: \mathbb{R} \rightarrow B$?

a) $\{x \in A : \exists y \in B \text{ t.c. } f(x) = y\}$ b) $\{x \in A : f(x) \in B\}$ c) $\{f(x) : x \in A\}$

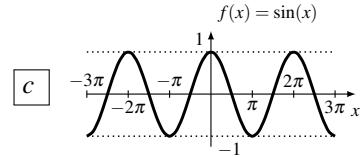
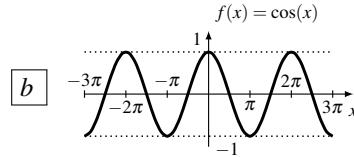
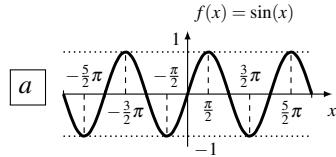
Domanda 3. Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$ con $a > 0$ e tali che $\Delta = b^2 - 4ac = 0$. Se $x_0 = -\frac{b}{2a}$, allora

a) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c > 0\} = \emptyset$

b) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c < 0\} = \emptyset$

c) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c > 0\} = \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$

Domanda 4. Quali dei seguenti grafici è corretto?



Domanda 5. Sia $z \in \mathbb{C}$. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a) $\Im(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$

b) $\Re(z) = \frac{z - \bar{z}}{2i}$

c) $\Im(z) = \frac{z - \bar{z}}{2i}$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{2^x + 4^x} = 4$

b $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[x]{x} = +\infty$

c $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{2^x + 4^x} = 6$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a Ogni successione numerica divergente è limitata.

b Ogni successione numerica limitata è convergente.

c Ogni successione numerica limitata ammette una sottosuccessione convergente.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = +\infty$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge.

b Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 0$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge.

c Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 0$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge.

Domanda 9. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a $\frac{d}{dx} \sin(x) = \cos(x)$

b $\frac{d}{dx} \cos(x) = \sin(x)$

c $\frac{d}{dx} \sin(x) = -\cos(x)$

Domanda 10. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a $\int \sin(x) dx = -\cos(x) + c$

b $\int \cos(x) dx = \sin(x) + c$

c $\int \cos(x) dx = -\sin(x) + c$

Compito 52

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Dati $a, b, c \in \mathbb{R}$, quali delle seguenti implicazioni è vera?

- [a] $\log_a(b) = \frac{1}{\log_c(a)} \implies b = c$ [b] $a \cdot b = b \cdot c \implies a = c$ [c] $a^b = c^b \implies a = c$

Domanda 2. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

- [a] $f: A \rightarrow B$ è una funzione pari se per ogni $x \in A$ si ha $f(-x) = f(x)$.
 [b] $f: A \rightarrow B$ è una funzione pari se per ogni $x \in A$ si ha $f(-x) = -f(x)$.
 [c] $f: A \rightarrow B$ è una funzione dispari se per ogni $x \in A$ si ha $f(-x) = -f(x)$.

Domanda 3. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] Se $\max(A)$ esiste, allora $\max(A) > \sup(A)$.
 [b] Se $\min(A)$ esiste, allora $\min(A) = \inf(A)$.
 [c] Se $\min(A)$ esiste, allora $\min(A) < \inf(A)$.

Domanda 4. Quali delle seguenti affermazioni è vera?

- [a] La diagonale di un quadrato di lato unitario misura $\sqrt{3}/2$.
 [b] L'altezza di un triangolo equilatero di lato unitario misura $\sqrt{2}$.
 [c] L'altezza di un triangolo equilatero di lato unitario misura $\sqrt{3}/2$.

Domanda 5. Sia $z \in \mathbb{C}$. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- [a] $\overline{z^n} = -(\bar{z})^n$ [b] $z \cdot \bar{z} = a^2 - b^2$ [c] $\overline{z^n} = (\bar{z})^n$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos(x)}{x^2} = \frac{1}{2}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = \frac{1}{2}$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L < 1$ allora $a_n \downarrow 0$.

b) Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{a_n} = L < 1$ allora $a_n \downarrow 0$.

c) Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L > 1$ allora $a_n \downarrow 0$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) $\sum_{p \geq 1} a_p$ converge se e solo se $\exists \varepsilon > 0$ t.c. $\forall N \in \mathbb{N} \exists n > m > N$ t.c. $\left| \sum_{p=m+1}^n a_p \right| < \varepsilon$.

b) $\sum_{p \geq 1} a_p$ converge se e solo se $\forall \varepsilon > 0 \exists N \in \mathbb{N}$ t.c. $\left| \sum_{p=m+1}^n a_p \right| < \varepsilon \forall n > m > N$.

c) Se $\sum_{p \geq 1} a_p$ converge semplicemente, allora $\sum_{p \geq 1} |a_p|$ converge anche assolutamente.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed ha in $x_0 \in (a, b)$ un punto di minimo, allora $f'(x_0) = 0$.

b) Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed ha in $x_0 \in [a, b]$ un punto di minimo, allora $f'(x_0) = 0$.

c) Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed ha in $x_0 \in (a, b)$ un punto di massimo, allora $f'(x_0) = 0$.

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è monotona, allora è integrabile secondo Riemann.

b) Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ non è continua, allora non è integrabile secondo Riemann.

c) Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è limitata, allora è integrabile secondo Riemann.

Compito 53

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Dati $a, b, c \in \mathbb{R}$, quali delle seguenti implicazioni è vera?

- a) $a^b = c^b \implies a = c$ b) $a \cdot b = b \cdot c \implies a = c$ c) $a + b = b + c \implies a = c$

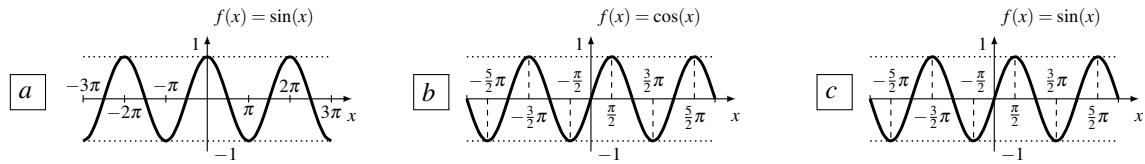
Domanda 2. Quali dei seguenti insiemi è la controimmagine di $B \subseteq \mathbb{R}$ tramite la funzione $f: A \rightarrow \mathbb{R}$?

- a) $\{f(x) : x \in A\}$ b) $\{y \in B : \exists x \in A \text{ t.c. } f(x) = y\}$ c) $\{x \in A : \exists y \in B \text{ t.c. } f(x) = y\}$

Domanda 3. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a) Se $\min(A)$ esiste, allora $\min(A) = \inf(A)$.
 b) Se $\min(A)$ esiste, allora $\min(A) < \inf(A)$.
 c) Se $\max(A)$ esiste, allora $\max(A) > \sup(A)$.

Domanda 4. Quali dei seguenti grafici è corretto?



Domanda 5. Siano $z, w \in \mathbb{C}$. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a) $\overline{(\bar{z})} = z$ b) $\bar{z} \cdot \bar{w} = -\bar{z} \cdot \bar{w}$ c) $\bar{z} \cdot \bar{w} = \bar{z} \cdot \bar{w}$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(x)}{x} = 1$ b $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x)}{x} = 1$ c $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(x)}{x} = \frac{1}{2}$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $\{a_n\}_n$ e $\{c_n\}_n$ convergono ad L ed $a_n \leq b_n \leq c_n$, allora anche $\{b_n\}_n$ converge ad L .
 b Se esiste una sottosuccessione di $\{a_n\}_n$ che converge ad L , allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.
 c Se $\{a_n\}_n$ che $\{c_n\}_n$ sono convergenti ed $a_n \leq b_n \leq c_n$, allora anche $\{b_n\}_n$ convergente.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge.
 b Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge.
 c Se $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a $\frac{d}{dx} \tan(x) = \frac{1}{\cos(x)^2}$
 b $\frac{d}{dx} \arctan(x) = \frac{1}{\cos(x)^2}$
 c $\frac{d}{dx} \arctan(x) = \frac{1}{1+x^2}$

Domanda 10. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a $\int f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) + \int f'(x) g(x) dx$
 b $\int f'(x) g(x) dx = -f(x) g(x) - \int f(x) g'(x) dx$
 c $\int f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) - \int f'(x) g(x) dx$

Compito 54

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali delle seguenti implicazioni è vera?

- a $\left. \begin{array}{l} \bullet P(0) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ dispari}$

- b $\left. \begin{array}{l} \bullet P(0) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ pari}$

- c $\left. \begin{array}{l} \bullet P(1) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ dispari}$

Domanda 2. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

- a $f: A \rightarrow B$ è iniettiva se per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha $f(x_1) \neq f(x_2) \Rightarrow x_1 \neq x_2$.

- b Se $f: I \rightarrow \mathbb{R}$ è continua ed I è un intervallo, allora anche $f(I)$ è un intervallo.

- c Se $f: I \rightarrow \mathbb{R}$ è invertibile ed I è un intervallo, allora anche $f(I)$ è un intervallo.

Domanda 3. Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$ con $a < 0$ e tali che $\Delta = b^2 - 4ac = 0$. Se $x_0 = -\frac{b}{2a}$, allora

- a $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c > 0\} = \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$

- b $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c < 0\} = \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$

- c $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c < 0\} = \emptyset$

Domanda 4. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

b $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$

c $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Domanda 5. Sia $z \in \mathbb{C}$. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a $\Re(z) = \frac{z - \bar{z}}{2i}$

b $\Im(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$

c $\Im(z) = \frac{z - \bar{z}}{2i}$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- [a] $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \iff \forall M > 0 \exists X > 0 \text{ t.c. } f(x) < -M \forall x \in (X, +\infty)$
- [b] $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \iff \exists M > 0 \text{ t.c. } \forall X > 0 \exists x \in D \text{ con } x > X \text{ t.c. } f(x) < -M$
- [c] $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \iff \exists M > 0 \text{ t.c. } \forall X > 0 \exists x \in D \text{ con } x > X \text{ t.c. } f(x) > M$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] Ogni successione numerica limitata ammette una sottosuccessione convergente.
- [b] Ogni successione numerica limitata è convergente.
- [c] Ogni successione numerica divergente è limitata.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] Se $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge.
- [b] Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge.
- [c] Se $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] Per definizione $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$
- [b] Per definizione $f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$
- [c] Per definizione $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x_0) - f(x)}{x - x_0}$

Domanda 10. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- [a] Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora $f(x) = \frac{d}{dx} \int_x^b f(x) dx$.
- [b] Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora esiste $c \in [a, b]$ tale che $\int_a^b f(x) dx = (b - a)f(c)$.
- [c] Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora $f(x) = -\frac{d}{dx} \int_x^b f(x) dx$.

Compito 55

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Dati $a, b \in \mathbb{R}$, quali delle seguenti implicazioni è vera?

a $a - b = 0 \implies a = 0$ oppure $b = 0$

b $a + b = 0 \implies a = 0$ oppure $b = 0$

c $a^b = 0 \implies a = 0$ oppure $b = 0$

Domanda 2. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

a $f: A \rightarrow B$ è strettamente decrescente se per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha $x_1 < x_2 \implies f(x_1) > f(x_2)$.

b $f: A \rightarrow B$ è strettamente crescente se per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha $x_1 < x_2 \implies f(x_1) > f(x_2)$.

c $f: A \rightarrow B$ è strettamente decrescente se per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha $x_1 < x_2 \implies f(x_1) < f(x_2)$.

Domanda 3. Quali delle seguenti equivalenze è vera?

a Se $a > 0$, allora $\{x \in \mathbb{R} : |x| < a\} = (-\infty, -a) \cup (a, +\infty)$.

b Se $a > 0$, allora $\{x \in \mathbb{R} : |x| \leq a\} = (-\infty, -a] \cup [a, +\infty)$.

c Se $a > 0$, allora $\{x \in \mathbb{R} : |x| > a\} = (-\infty, -a) \cup (a, +\infty)$.

Domanda 4. Quali delle seguenti affermazioni è vera?

a Ciascun angolo di un quadrato misura $\pi/2$.

b Ciascun angolo di un triangolo equilatero misura $\pi/6$.

c Ciascun angolo di un quadrato misura $\pi/4$.

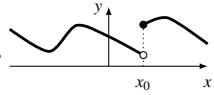
Domanda 5. Sia $z \in \mathbb{C}$. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a $\Im m(z) = \frac{z - \bar{z}}{2i}$

b $\Re e(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$

c $\Re e(z) = \frac{z - \bar{z}}{2i}$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.



Domanda 6. Se il grafico di $f(x)$ è , quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- a $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = f(x_0)$ b $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) < f(x_0)$ c $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0)$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se tutte le sottosuccessioni di $\{a_n\}_n$ convergono ad L , allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.

- b Se esiste una sottosuccessione di $\{a_n\}_n$ che converge ad L , allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.

- c Se $\{a_n\}_n$ e $\{c_n\}_n$ convergono ad L ed $a_n \leq b_n \leq c_n$, allora anche $\{b_n\}_n$ converge ad L .

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge, allora $a_n \downarrow 0$.

- b Se $a_n \downarrow 0$, allora $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge.

- c Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge, allora anche $\sum_{n \geq 1} |a_n|$ converge.

Domanda 9. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$

- b $(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(f^{-1}(y))}$

- c $(f^{-1})'(y) = -\frac{f'(f^{-1}(y))}{f^{-1}(y)^2}$

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora è integrabile secondo Riemann.

- b Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è monotona, allora è integrabile secondo Riemann.

- c Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ non è continua, allora non è integrabile secondo Riemann.

Compito 56

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a $\{(-1)^n : n \in \mathbb{N}\} = \{(-1)^{n+1} : n \in \mathbb{N}\}$

b $\{(-1)^n : n \in \mathbb{N}\} \neq \{(-1)^{n+1} : n \in \mathbb{N}\}$

c $e \notin \{\ln(n) : n \in \mathbb{N}\}$

Domanda 2. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

a Se $f(x) = x^2$ ed $Y = (0, 4)$, allora $f^{-1}(Y) = (-2, 2) \setminus \{0\}$.

b Se $f(x) = x^2$ ed $Y = (0, 4)$, allora $f^{-1}(Y) = (-2, 2)$.

c Se $f(x) = x^2$ ed $X = (-2, 2)$, allora $f(X) = (0, 4)$.

Domanda 3. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a Il massimo di un insieme è, se esiste, il più piccolo dei maggioranti.

b Il minimo di un insieme è, se esiste, il più grande dei minoranti che appartiene all'insieme stesso.

c Il minimo di un insieme è, se esiste, il più grande dei minoranti.

Domanda 4. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$

b $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$

c $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$

Domanda 5. Quali delle seguenti inclusioni è vera?

a $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

b $\mathbb{R} \subset \mathbb{Q}$

c $\mathbb{C} \subset \mathbb{R}$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- a $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty \iff \forall M > 0 \exists \delta = \delta(M) > 0 \text{ t.c. } f(x) > M \forall x \in D \text{ con } 0 < |x - x_0| < \delta$.
- b $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty \iff \exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta = \delta(M) > 0 \exists x \in D \text{ con } 0 < |x - x_0| < \delta \text{ t.c. } f(x) < M$.
- c $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \iff \forall \varepsilon > 0 \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0 \text{ t.c. } |f(x) - L| < \varepsilon \forall x \in D \text{ con } 0 < |x - x_0| < \delta$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Tutte le successioni numeriche monotone sono convergenti.
- b Tutte le successioni numeriche divergenti non sono limitate.
- c Tutte le successioni numeriche non limitate divergono.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $\sum_{n \geq 1} |a_n|$ converge, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge.
- b Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge, allora anche $\sum_{n \geq 1} |a_n|$ converge.
- c Se $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge, allora $a_n \downarrow 0$.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a La somma di funzioni concave è una funzione concava.
- b La somma di funzioni convesse è una funzione convessa.
- c La differenza di funzioni concave è una funzione concava.

Domanda 10. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è integrabile, allora esiste $c \in [a, b]$ tale che $\int_a^b f(x) dx = (b - a)f(c)$.
- b Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora esiste $c \in [a, b]$ tale che $\int_a^b f(x) dx = (b - a)f(c)$.
- c Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora $f(x) = -\frac{d}{dx} \int_x^b f(t) dt$.

Compito 57

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali delle seguenti implicazioni è vera?

- a $\left. \begin{array}{l} \bullet P(1) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ dispari}$

- b $\left. \begin{array}{l} \bullet P(0) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ dispari}$

- c $\left. \begin{array}{l} \bullet P(1) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ pari}$

Domanda 2. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

- a $f: A \rightarrow B$ è una funzione dispari se per ogni $x \in A$ si ha $f(-x) = f(x)$.

- b $f: A \rightarrow B$ è una funzione pari se per ogni $x \in A$ si ha $f(-x) = f(x)$.

- c $f: A \rightarrow B$ è una funzione dispari se per ogni $x \in A$ si ha $f(-x) = -f(x)$.

Domanda 3. Quali delle seguenti equivalenze è vera?

- a Se $a > 0$, allora $\{x \in \mathbb{R} : |x| > a\} = (-a, a)$.

- b Se $a > 0$, allora $\{x \in \mathbb{R} : |x| < a\} = (-a, a)$.

- c Se $a > 0$, allora $\{x \in \mathbb{R} : |x| \leq a\} = [-a, a]$.

Domanda 4. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a $\cot\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$

b $\cot\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$

c $\tan\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$

Domanda 5. Quali delle seguenti inclusioni è vera?

a $\mathbb{C} \subset \mathbb{R}$

b $\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

c $\mathbb{R} \subset \mathbb{Q}$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- a) $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty \iff \forall M > 0 \exists \delta > 0 \text{ t.c. } f(x) < -M \forall x \in (x_0 - \delta, x_0)$
- b) $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty \iff \forall M > 0 \exists \delta > 0 \text{ t.c. } f(x) < -M \forall x \in (x_0, x_0 + \delta)$
- c) $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty \iff \exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta > 0 \exists x \in (x_0, x_0 + \delta) \text{ t.c. } f(x) > -M$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a) Se per ogni $\{x_n\}_n \subset \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ convergente ad x_0 si ha che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = L$, allora $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$.
- b) Se esiste $\{x_n\}_n$ convergente ad x_0 tale che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = f(x_0)$, allora f è continua in x_0 .
- c) Se esiste $\{x_n\}_n \subset \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ convergente ad x_0 tale che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = L$, allora $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a) Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge, allora anche $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge.
- b) Se $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge, allora anche $\sum_{n \geq 1} |a_n|$ converge.
- c) Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge ed $\{a_n\}_n$ è monotona, allora anche $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a) Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed $x_0 \in (a, b)$ è tale che $f'(x_0) = 0$, allora x_0 è un punto di massimo o di minimo assoluto.
- b) Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed $f(a) = f(b)$, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f'(x_0) = 0$.
- c) Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed $x_0 \in (a, b)$ è tale che $f'(x_0) = 0$, allora x_0 è un punto stazionario.

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a) $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.
- b) $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.
- c) $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.

Compito 58

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali dei seguenti insiemi è ordinato e completo?

a) \mathbb{R}

b) \mathbb{Q}

c) \mathbb{C}

Domanda 2. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

a) Le funzioni costanti sono periodiche.

b) $f: A \rightarrow B$ è una funzione periodica se esiste $T > 0$ se per ogni $x \in A$ si ha $f(x+T) = f(x)$.

c) $f: A \rightarrow B$ è una funzione periodica se esiste $x \in A$ tale che per ogni $T > 0$ si ha $f(x+T) = f(x)$.

Domanda 3. Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$ con $a < 0$ e tali che $\Delta = b^2 - 4ac > 0$. Se $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ e $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$, allora

a) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c < 0\} = (x_1, x_2)$

b) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c > 0\} = (-\infty, x_1) \cup (x_2, +\infty)$

c) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c < 0\} = (-\infty, x_1) \cup (x_2, +\infty)$

Domanda 4. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a) $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

b) $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$

c) $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$

Domanda 5. Sia $z \in \mathbb{C}$. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a) $\Re(z) = \frac{z - \bar{z}}{2i}$

b) $\Im(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$

c) $\Im(z) = \frac{z - \bar{z}}{2i}$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{2^x + 4^x} = 4$

b $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x} = +\infty$

c $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{2^x + 4^x} = 6$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a Se $\{a_n\}_n$ che $\{c_n\}_n$ sono convergenti ed $a_n \leq b_n \leq c_n$, allora anche $\{b_n\}_n$ convergente.

b Se tutte le sottosuccessioni di $\{a_n\}_n$ convergono ad L , allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.

c Se $\{a_n\}_n$ e $\{c_n\}_n$ convergono ad L ed $a_n \leq b_n \leq c_n$, allora anche $\{b_n\}_n$ converge ad L .

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a La serie armonica a segno alterno diverge.

b La serie armonica diverge.

c La serie armonica converge.

Domanda 9. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a $\frac{d}{dx} \arcsin(x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

b $\frac{d}{dx} \arcsin(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

c $\frac{d}{dx} \arccos(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.

b $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.

c $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.

Compito 59

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali dei seguenti insiemi è ordinato e completo?

a) \mathbb{C}

b) \mathbb{R}

c) \mathbb{Q}

Domanda 2. Quali dei seguenti insiemi è la controimmagine di $B \subseteq \mathbb{R}$ tramite la funzione $f: A \rightarrow \mathbb{R}$?

a) $\{x \in A : \exists y \in B \text{ t.c. } f(x) = y\}$ b) $\{f(x) : x \in A\}$ c) $\{x \in A : f(x) \in B\}$

Domanda 3. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) L'estremo inferiore di un insieme è il più grande dei minoranti.

b) L'estremo superiore di un insieme è il più piccolo dei maggioranti.

c) L'estremo superiore di un insieme è il più grande dei maggioranti.

Domanda 4. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a) $\sin(-x) = \sin(x)$ b) $\cos(-x) = -\cos(x)$ c) $\cos(-x) = \cos(x)$

Domanda 5. Sia $z \in \mathbb{C}$. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a) $\Im m(z) = \frac{z - \bar{z}}{2i}$ b) $\Im m(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$ c) $\Re e(z) = \frac{z - \bar{z}}{2i}$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, quali delle seguenti asserzioni sono vere?

a $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \iff \exists M > 0 \text{ t.c. } \forall X > 0 \ \exists x \in D \text{ con } x > X \text{ t.c. } f(x) < -M$

b $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \iff \forall M > 0 \ \exists X > 0 \text{ t.c. } f(x) > M \ \forall x \in (X, +\infty)$

c $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \iff \forall M > 0 \ \exists X > 0 \text{ t.c. } f(x) < -M \ \forall x \in (X, +\infty)$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a Se esiste $\{x_n\}_n$ convergente ad x_0 tale che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = f(x_0)$, allora f è continua in x_0 .

b Se per ogni $\{x_n\}_n \subset \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ convergente ad x_0 si ha che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = L$, allora $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$.

c Se esiste $\{x_n\}_n \subset \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ convergente ad x_0 tale che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = L$, allora $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge.

b Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge.

c Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a La derivata di una funzione è un polinomio.

b Tutte le funzioni continue sono derivabili.

c Tutte le funzioni derivabili sono continue.

Domanda 10. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin(x) + c$

b $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arccos\left(\frac{1}{x}\right) + c$

c $\int \frac{dx}{\sin(x)^2} = \tan(x) + c$

Compito 60

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

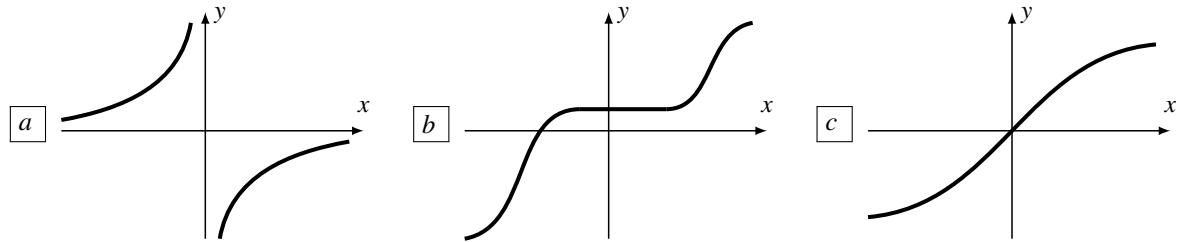
Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Dati $a, b, c \in \mathbb{R}$, quali delle seguenti implicazioni è vera?

- [a] $a+b = b+c \Rightarrow a=c$ [b] $a^b = c^b \Rightarrow a=c$ [c] $\log_a(b) = \frac{1}{\log_c(a)} \Rightarrow b=c$

Domanda 2. Quali dei seguenti grafici corrispondono a funzioni strettamente crescenti?



Domanda 3. Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$ con $a > 0$ e tali che $\Delta = b^2 - 4ac > 0$. Se $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ e $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$, allora

- [a] $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c > 0\} = (x_1, x_2)$
 [b] $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c > 0\} = (-\infty, x_1) \cup (x_2, +\infty)$
 [c] $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c < 0\} = (-\infty, x_1) \cup (x_2, +\infty)$

Domanda 4. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

- [a] $\cos(x+y) = \cos(x)\sin(y) + \sin(x)\cos(y)$
 [b] $\cos(x-y) = \cos(x)\cos(y) + \sin(x)\sin(y)$
 [c] $\cos(x+y) = \cos(x)\cos(y) - \sin(x)\sin(y)$

Domanda 5. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] L'equazione $x^2 + 1 = 0$ non ammette soluzioni in \mathbb{R} .
 [b] L'equazione $x^2 + 1 = 0$ ammette soluzioni in \mathbb{R} .
 [c] L'equazione $x^2 + 1 = 0$ non ammette soluzioni in \mathbb{C} .

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- [a] $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L \iff \exists \varepsilon > 0 \text{ t.c. } \forall X > 0 \exists x \in D \text{ con } x < -X \text{ t.c. } |f(x) - L| > \varepsilon$
- [b] $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L \iff \forall \varepsilon > 0 \exists X > 0 \text{ t.c. } |f(x) - L| < \varepsilon \forall x \in (X, +\infty)$
- [c] $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L \iff \exists \varepsilon > 0 \text{ t.c. } \forall X > 0 \exists x \in D \text{ con } x > X \text{ t.c. } |f(x) - L| > \varepsilon$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] Se $\{a_n\}_n$ che $\{c_n\}_n$ sono convergenti ed $a_n \leq b_n \leq c_n$, allora anche $\{b_n\}_n$ convergente.
- [b] Se tutte le sottosuccessioni di $\{a_n\}_n$ convergono ad L , allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.
- [c] Se esiste una sottosuccessione di $\{a_n\}_n$ che converge ad L , allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge.
- [b] Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge.
- [c] Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge.

Domanda 9. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- [a] $\frac{d}{dx} \cos(x) = -\sin(x)$
- [b] $\frac{d}{dx} \sin(x) = -\cos(x)$
- [c] $\frac{d}{dx} \cos(x) = \sin(x)$

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.
- [b] $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.
- [c] $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.

Compito 61

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali dei seguenti insiemi è un campo?

a) \mathbb{N}

b) \mathbb{Z}

c) \mathbb{R}

Domanda 2. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

a) Se $n \in \mathbb{N}$, allora $f(x) = x^{2n+1}$ è una funzione pari nel suo dominio di definizione.

b) Se $n \in \mathbb{N}$, allora $f(x) = x^{2n}$ è una funzione pari nel suo dominio di definizione.

c) Se $n \in \mathbb{N}$, allora $f(x) = x^{2n}$ è una funzione convessa nel suo dominio di definizione.

Domanda 3. Quali delle seguenti equivalenze è vera?

a) Se $a > 0$, allora $\{x \in \mathbb{R} : |x| \leq a\} = (-\infty, -a] \cup [a, +\infty)$.

b) Se $a > 0$, allora $\{x \in \mathbb{R} : |x| < a\} = (-\infty, -a) \cup (a, +\infty)$.

c) Se $a > 0$, allora $\{x \in \mathbb{R} : |x| > a\} = (-\infty, -a) \cup (a, +\infty)$.

Domanda 4. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a) $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$

b) $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$

c) $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$

Domanda 5. Siano $z, w \in \mathbb{C}$. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a) $\overline{(\bar{z})} = -z$

b) $\overline{z \cdot w} = \bar{z} \cdot \bar{w}$

c) $\overline{z \cdot w} = -\bar{z} \cdot \bar{w}$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{2^x + 4^x} = 4$

b $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x} = +\infty$

c $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x} = 1$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a Ogni successione numerica divergente è limitata.

b Ogni successione numerica convergente è limitata.

c Ogni successione numerica limitata è convergente.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a La serie telescopiche convergono.

b La serie telescopica $\sum_{n \geq 1} (a_{n+1} - a_n)$ converge se e solo se $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$.

c Se la serie telescopica $\sum_{n \geq 1} (a_{n+1} - a_n)$ converge allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} (a_{n+1} - a_n) = 0$.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a $\frac{d}{dx} \arctan(x) = \frac{1}{1+x^2}$

b $\frac{d}{dx} \arctan(x) = \frac{1}{\cos(x)^2}$

c $\frac{d}{dx} \tan(x) = \frac{1}{1+x^2}$

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.

b $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.

c $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.

Compito 62

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali dei seguenti insiemi è ordinato e completo?

a) \mathbb{C}

b) \mathbb{Q}

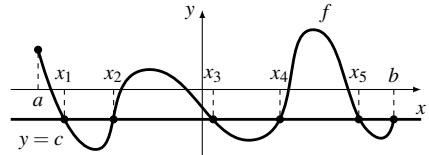
c) \mathbb{R}

Domanda 2. Quali delle seguenti uguaglianze è vera se il grafico di $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ e la retta $y = c$ sono come in figura?

a) $\{x \in [a, b] : f(x) \geq c\} = [a, x_1] \cup [x_2, x_3] \cup [x_4, x_5] \cup \{b\}$

b) $\{x \in [a, b] : f(x) \leq c\} = [a, x_1] \cup [x_2, x_3] \cup [x_4, x_5] \cup \{b\}$

c) $\{x \in [a, b] : f(x) \geq c\} = [x_1, x_2] \cup [x_3, x_4] \cup [x_5, b]$



Domanda 3. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) L'estremo superiore di un insieme è il più piccolo dei maggioranti.

b) L'estremo superiore di un insieme è il più grande dei maggioranti.

c) L'estremo inferiore di un insieme è il più grande dei minoranti.

Domanda 4. Quali delle seguenti affermazioni è vera?

a) Ciascun angolo di un quadrato misura $\pi/2$.

b) Ciascun angolo di un triangolo equilatero misura $\pi/6$.

c) Ciascun angolo di un quadrato misura $\pi/4$.

Domanda 5. Date $z = \rho(\cos(\theta) + i\sin(\theta))$ e $w = r(\cos(\varphi) + i\sin(\varphi)) \neq 0$, quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a) $\frac{z}{w} = \frac{\rho}{r} (\cos(\theta - \varphi) + i\sin(\theta - \varphi))$

b) $z \cdot w = \rho r (\cos(\theta + \varphi) + i\sin(\theta + \varphi))$

c) $\frac{z}{w} = \frac{\rho}{r} (\cos(\theta + \varphi) + i\sin(\theta + \varphi))$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[x]{x} = 1$

b $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = 1$

c $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[x]{x} = +\infty$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a Ogni successione numerica divergente è limitata.

b Ogni successione numerica convergente è limitata.

c Ogni successione numerica limitata ammette una sottosuccessione convergente.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge.

b Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge.

c Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed ha in $x_0 \in (a, b)$ un punto di minimo, allora $f'(x_0) = 0$.

b Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed ha in $x_0 \in [a, b]$ un punto di massimo, allora $f'(x_0) = 0$.

c Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed ha in $x_0 \in (a, b)$ un punto di massimo, allora $f'(x_0) = 0$.

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.

b $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.

c $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.

Compito 63

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali delle seguenti implicazioni è vera?

- a $\left. \begin{array}{l} \bullet P(0) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ dispari}$

- b $\left. \begin{array}{l} \bullet P(1) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ pari}$

- c $\left. \begin{array}{l} \bullet P(1) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ dispari}$

Domanda 2. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

- a $f: A \rightarrow B$ è strettamente decrescente se per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.

- b $f: A \rightarrow B$ è strettamente crescente se per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.

- c $f: A \rightarrow B$ è strettamente decrescente se per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$.

Domanda 3. Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$ con $a < 0$ e tali che $\Delta = b^2 - 4ac = 0$. Se $x_0 = -\frac{b}{2a}$, allora

- a $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c \geq 0\} = \mathbb{R}$

- b $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c \geq 0\} = \{x_0\}$

- c $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c \leq 0\} = \{x_0\}$

Domanda 4. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$

b $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

c $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$

Domanda 5. Quali delle seguenti è vera?

a $e^{i\pi} + 1 = 0$

b $\mathbb{C} \setminus \mathbb{R} = \{i\}$

c $\bar{1} = 1$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{2^x + 4^x} = 6$ b $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x} = 1$ c $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{2^x + 4^x} = 4$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Ogni successione numerica limitata è convergente.
 b Ogni successione numerica limitata ammette una sottosuccessione convergente.
 c Ogni successione numerica convergente è limitata.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge, allora anche $\{a_n\}_n$ converge.
 b Se $\{a_n\}_n$ converge, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge.
 c $\sum_{n \geq 1} (-1)^n = -\frac{1}{2}$

Domanda 9. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $\frac{d}{dx} \cos(x) = \sin(x)$
 b $\frac{d}{dx} \cos(x) = -\sin(x)$
 c $\frac{d}{dx} \sin(x) = -\cos(x)$

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è monotona, allora è integrabile secondo Riemann.
 b Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ non è continua, allora non è integrabile secondo Riemann.
 c Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è limitata, allora è integrabile secondo Riemann.

Compito 64

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

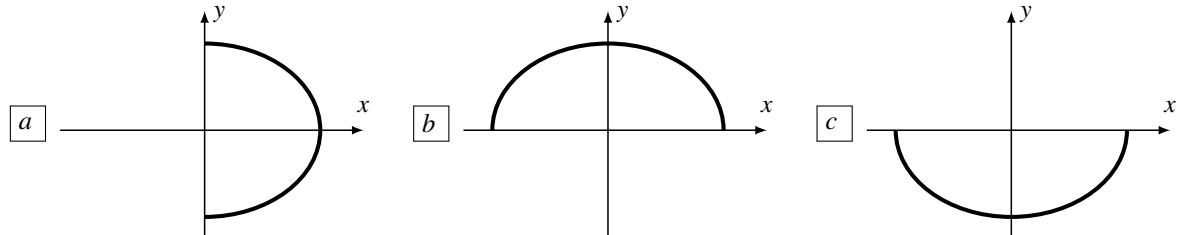
Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali delle seguenti implicazioni è vera?

- a $\left. \begin{array}{l} \bullet P(1) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ dispari}$
- b $\left. \begin{array}{l} \bullet P(0) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ pari}$
- c $\left. \begin{array}{l} \bullet P(1) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ pari}$

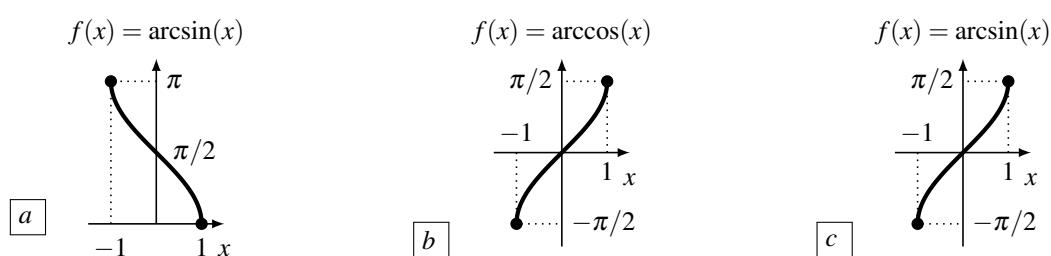
Domanda 2. Quali delle seguenti curve corrispondono a grafici di funzione?



Domanda 3. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $\min(A)$ esiste, allora $\min(A) < \inf(A)$.
- b Se $\min(A)$ esiste, allora $\min(A) = \inf(A)$.
- c Se $\max(A)$ esiste, allora $\max(A) > \sup(A)$.

Domanda 4. Quali dei seguenti grafici è corretto?



Domanda 5. Sia $z \in \mathbb{C}$. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $\Im m(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$
- b $\Re e(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$
- c $\Re e(z) = \frac{z - \bar{z}}{2i}$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- a $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty \iff \exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta = \delta(M) > 0 \ \exists x \in (x_0 - \delta, x_0) \text{ t.c. } f(x) < M$
- b $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty \iff \exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta > 0 \ \exists x \in (x_0, x_0 + \delta) \text{ t.c. } f(x) < M$
- c $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty \iff \forall M > 0 \ \exists \delta > 0 \text{ t.c. } f(x) > M \ \forall x \in (x_0 - \delta, x_0)$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Ogni successione numerica divergente è limitata.
- b Ogni successione numerica limitata ammette una sottosuccessione convergente.
- c Ogni successione numerica limitata è convergente.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $\sum_{p \geq 1} a_p$ converge assolutamente, allora $\sum_{p \geq 1} a_p$ converge anche semplicemente.
- b $\sum_{p \geq 1} a_p$ converge se e solo se $\forall \varepsilon > 0 \ \exists N \in \mathbb{N} \text{ t.c. } \left| \sum_{p=m+1}^n a_p \right| < \varepsilon \ \forall n > m > N$.
- c Se $\sum_{p \geq 1} a_p$ converge semplicemente, allora $\sum_{p \geq 1} a_p$ converge anche assolutamente.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $\frac{d}{dx} \arctan(x) = \frac{1}{\cos(x)^2}$
- b $\frac{d}{dx} \tan(x) = \frac{1}{\cos(x)^2}$
- c $\frac{d}{dx} \arctan(x) = \frac{1}{1+x^2}$

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.
- b $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.
- c $y' = a(x) b(y)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.

Compito 65

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Dati $a, b \in \mathbb{R}$, quali delle seguenti implicazioni è vera?

a $a - b = 0 \implies a = 0$ oppure $b = 0$

b $a^b = 0 \implies a = 0$ oppure $b = 0$

c $a \cdot b = 0 \implies a = 0$ oppure $b = 0$

Domanda 2. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

a Se f è invertibile e crescente, allora f^{-1} è decrescente.

b Se f è invertibile e crescente, allora f^{-1} è strettamente crescente.

c Se f è strettamente crescente, allora f^{-1} è ben definita e strettamente crescente.

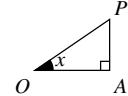
Domanda 3. Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$ con $a < 0$ e tali che $\Delta = b^2 - 4ac = 0$. Se $x_0 = -\frac{b}{2a}$, allora

a $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c > 0\} = \emptyset$

b $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c < 0\} = \emptyset$

c $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c > 0\} = \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$

Domanda 4. Con riferimento alla seguente figura, quali delle seguenti asserzioni è vera?



a $\overline{OA} = \overline{OP} \cdot \sin(x)$

b $\overline{OA} = \overline{OP} \cdot \cos(x)$

c $\overline{OA} = \overline{AP} \cdot \tan(x)$

Domanda 5. Quali delle seguenti è vera?

a $\mathbb{C} \setminus \mathbb{R} = \{i\}$

b $\sqrt{2} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{C}$

c $\bar{1} = 1$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- [a] $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L \iff \forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \text{ t.c. } |f(x) - L| < \varepsilon \forall x \in (x_0 - \delta, x_0)$
- [b] $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L \iff \forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \text{ t.c. } |f(x) - L| < \varepsilon \forall x \in (x_0, x_0 + \delta)$
- [c] $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L \iff \exists \varepsilon > 0 \text{ t.c. } \forall \delta > 0 \exists x \in (x_0, x_0 + \delta) \text{ t.c. } |f(x) - L| > \varepsilon$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] $\{a_n\}_n$ converge se e solo se $\forall \varepsilon > 0 \exists N \in \mathbb{N} \text{ t.c. } |a_n - a_m| < \varepsilon \forall n, m > N$.
- [b] $\{a_n\}_n$ converge se e solo se $\exists \varepsilon > 0 \text{ t.c. } \forall N \in \mathbb{N} \exists n, m > N \text{ t.c. } |a_n - a_m| > \varepsilon$.
- [c] Se $a_n = f(n)$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$, allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge.
- [b] Se $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge.
- [c] Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] Per definizione $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x_0) - f(x)}{x - x_0}$
- [b] Per definizione $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$
- [c] Per definizione $f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0) - f(x_0 + h)}{h}$

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.
- [b] $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.
- [c] $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.

Compito 66

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

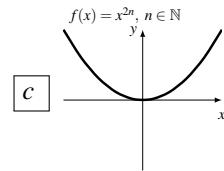
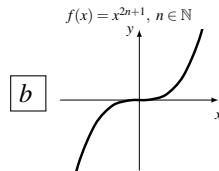
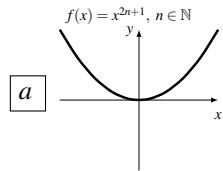
Domanda 1. Quali dei seguenti insiemi è un campo?

a) \mathbb{N}

b) \mathbb{R}

c) \mathbb{Q}

Domanda 2. Quali dei seguenti grafici è corretto?



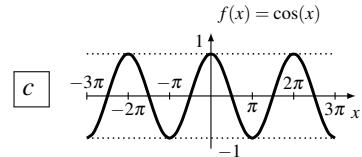
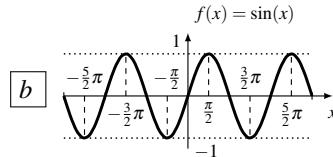
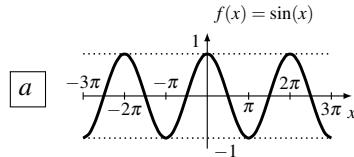
Domanda 3. Quali delle seguenti equivalenze è vera?

a) $\sqrt{p(x)} > \sqrt{q(x)} \iff \begin{cases} q(x) > 0 \\ p(x) > q(x) \end{cases}$

b) $\sqrt{p(x)} > \sqrt{q(x)} \iff \begin{cases} q(x) \geq 0 \\ p(x) > q(x) \end{cases}$

c) $\sqrt{p(x)} \geq \sqrt{q(x)} \iff \begin{cases} p(x) \geq 0 \\ p(x) \geq q(x) \end{cases}$

Domanda 4. Quali dei seguenti grafici è corretto?



Domanda 5. Quali delle seguenti è vera?

a) $e^{i\pi} + 1 = 0$

b) $\sqrt{2} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{C}$

c) $\mathbb{C} \setminus \mathbb{R} = \{i\}$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- a Se $f(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ e $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$, allora $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = +\infty$.
- b Se $f(x) \cdot g(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ e $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$, allora $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = +\infty$.
- c Se $f(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ e $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a \in \mathbb{R}$, allora $a > 0$.

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Ogni successione numerica divergente è limitata.
- b Ogni successione numerica convergente è limitata.
- c Ogni successione numerica limitata è convergente.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a La serie armonica a segno alterno diverge.
- b La serie armonica converge.
- c La serie armonica a segno alterno converge.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Per definizione $f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$
- b Per definizione $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$
- c Per definizione $f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0)-f(x_0+h)}{h}$

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.
- b $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.
- c $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.

Compito 67

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023
Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

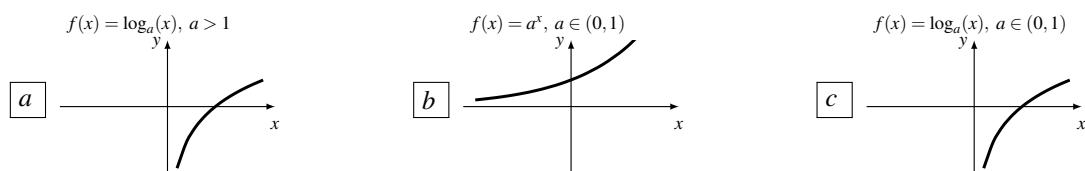
Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali delle seguenti implicazioni è vera?

- a $\left. \begin{array}{l} \bullet P(0) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ dispari}$
- b $\left. \begin{array}{l} \bullet P(1) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ pari}$
- c $\left. \begin{array}{l} \bullet P(0) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ pari}$

Domanda 2. Quali dei seguenti grafici è corretto?



Domanda 3. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a L'estremo superiore di un insieme è il più grande dei maggioranti.
- b L'estremo inferiore di un insieme è il più piccolo dei minoranti.
- c L'estremo superiore di un insieme è il più piccolo dei maggioranti.

Domanda 4. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ b $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$ c $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Domanda 5. Siano $z, w \in \mathbb{C}$. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a $\overline{(\bar{z})} = z$ b $\overline{(z)} = -z$ c $\overline{z \cdot w} = \bar{z} \cdot \bar{w}$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x)}{x} = \frac{1}{2}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(x)}{x} = 1$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x)}{x} = 1$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L < 1$ allora $a_n \downarrow 0$.

b) Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{a_n} = L > 1$ allora $a_n \downarrow 0$.

c) Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{a_n} = L < 1$ allora $a_n \downarrow 0$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge.

b) Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge.

c) Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) La differenza di funzioni convesse è una funzione convessa.

b) La somma di funzioni concave è una funzione concava.

c) La differenza di funzioni concave è una funzione concava.

Domanda 10. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a) $\int \frac{dx}{1+x^2} = \arctan(x) + c$

b) $\int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}} = \arctan(x) + c$

c) $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}} = \arcsin(x) + c$

Compito 68

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

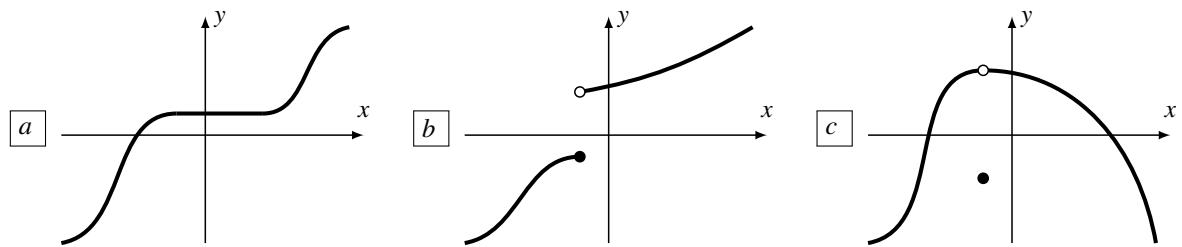
Domanda 1. Quali dei seguenti insiemi è ordinato e completo?

a) \mathbb{N}

b) \mathbb{C}

c) \mathbb{Q}

Domanda 2. Quali dei seguenti grafici corrispondono a funzioni continue?



Domanda 3. Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$ con $a > 0$ e tali che $\Delta = b^2 - 4ac = 0$. Se $x_0 = -\frac{b}{2a}$, allora

a) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c > 0\} = \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$

b) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c < 0\} = \emptyset$

c) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c < 0\} = \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$

Domanda 4. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a) $\cos(x - y) = \cos(x)\sin(y) - \sin(x)\cos(y)$

b) $\cos(x - y) = \cos(x)\cos(y) + \sin(x)\sin(y)$

c) $\cos(x + y) = \cos(x)\sin(y) + \sin(x)\cos(y)$

Domanda 5. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) L'equazione $x^2 + 1 = 0$ non ammette soluzioni in \mathbb{C} .

b) L'equazione $x^2 + 1 = 0$ ammette soluzioni in \mathbb{C} .

c) L'equazione $x^2 + 1 = 0$ ammette soluzioni in \mathbb{R} .

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- a $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty \iff \exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta = \delta(M) > 0 \ \exists x \in (x_0 - \delta, x_0) \text{ t.c. } f(x) < M$
- b $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty \iff \exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta > 0 \ \exists x \in (x_0, x_0 + \delta) \text{ t.c. } f(x) < M$
- c $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty \iff \forall M > 0 \ \exists \delta > 0 \text{ t.c. } f(x) > M \ \forall x \in (x_0, x_0 + \delta)$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $\{a_n\}_n$ converge se e solo se $\forall \varepsilon > 0 \ \exists N \in \mathbb{N} \text{ t.c. } |a_n - a_m| < \varepsilon \ \forall n, m > N$.
- b $\{a_n\}_n$ converge se e solo se $\exists \varepsilon > 0 \text{ t.c. } \forall N \in \mathbb{N} \ \exists n, m > N \text{ t.c. } |a_n - a_m| > \varepsilon$.
- c Se $a_n = f(n)$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$, allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a La serie armonica converge.
- b La serie armonica diverge.
- c La serie armonica a segno alterno diverge.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $\frac{d}{dx} \arctan(x) = \frac{1}{1+x^2}$
- b $\frac{d}{dx} \tan(x) = \frac{1}{\cos(x)^2}$
- c $\frac{d}{dx} \tan(x) = \frac{1}{1+x^2}$

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.
- b $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.
- c $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.

Compito 69

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $e \notin \{\ln(n) : n \in \mathbb{N}\}$
- b $\{(-1)^n : n \in \mathbb{N}\} = \{(-1)^{n+1} : n \in \mathbb{N}\}$
- c $e \in \{\ln(n) : n \in \mathbb{N}\}$

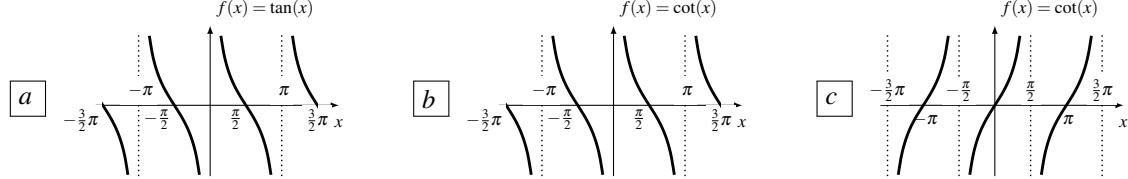
Domanda 2. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

- a Se $n \in \mathbb{N}$, allora $f(x) = x^{2n}$ è una funzione convessa nel suo dominio di definizione.
- b Se $n \in \mathbb{N}$, allora $f(x) = x^{2n+1}$ è una funzione convessa nel suo dominio di definizione.
- c Se $n \in \mathbb{N}$, allora $f(x) = x^{2n}$ è una funzione pari nel suo dominio di definizione.

Domanda 3. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $\min(A)$ esiste, allora $\min(A) = \inf(A)$.
- b Se $\max(A)$ esiste, allora $\max(A) = \sup(A)$.
- c Se $\min(A)$ esiste, allora $\min(A) < \inf(A)$.

Domanda 4. Quali dei seguenti grafici è corretto?



Domanda 5. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a La potenza n -esima di $w = r(\cos(\varphi) + i\sin(\varphi))$ è $z^n = r^n(\cos(n\varphi) + i\sin(n\varphi))$.
- b La potenza n -esima di $w = r(\cos(\varphi) + i\sin(\varphi))$ è $z^n = r^n \left(\cos\left(\frac{\varphi}{n}\right) + i\sin\left(\frac{\varphi}{n}\right) \right)$.
- c Le radici n -esime di $w = r(\cos(\varphi) + i\sin(\varphi))$ sono $z_k = \sqrt[n]{r}(\cos(\varphi n + 2\pi nk) + i\sin(\varphi n + 2\pi nk))$, $k \in \{0, 1, \dots, n-1\}$.

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Sia $a > 0$. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_a(1+x)}{x} = \frac{1}{\ln(a)}$ $\forall a > 0$ b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^a \ln(x) = 1$ c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^a \ln(x) = 0$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a) Se esiste $\{x_n\}_n$ convergente ad x_0 tale che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = f(x_0)$, allora f è continua in x_0 .
- b) Se esiste $\{x_n\}_n \subset \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ convergente ad x_0 tale che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = L$, allora $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$.
- c) Se per ogni $\{x_n\}_n \subset \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ convergente ad x_0 si ha che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = L$, allora $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a) La serie armonica converge.
- b) La serie armonica a segno alterno diverge.
- c) La serie armonica diverge.

Domanda 9. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a) $\frac{d}{dx} \cos(x) = \sin(x)$
- b) $\frac{d}{dx} \sin(x) = \cos(x)$
- c) $\frac{d}{dx} \sin(x) = -\cos(x)$

Domanda 10. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a) $\int f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) + \int f'(x) g(x) dx$
- b) $\int f'(x) g(x) dx = -f(x) g(x) - \int f(x) g'(x) dx$
- c) $\int f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) - \int f'(x) g(x) dx$

Compito 70

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali dei seguenti insiemi è un campo totalmente ordinato?

a) \mathbb{C}

b) \mathbb{R}

c) \mathbb{N}

Domanda 2. Quali dei seguenti è l'immagine di $A \subseteq \mathbb{R}$ tramite $f: \mathbb{R} \rightarrow B$?

a) $\{x \in A : f(x) \in B\}$ b) $\{x \in A : \exists y \in B \text{ t.c. } f(x) = y\}$ c) $\{y \in B : \exists x \in A \text{ t.c. } f(x) = y\}$

Domanda 3. Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$ con $a < 0$ e tali che $\Delta = b^2 - 4ac > 0$. Se $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ e $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$, allora

a) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c > 0\} = (x_1, x_2)$

b) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c > 0\} = (-\infty, x_1) \cup (x_2, +\infty)$

c) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c < 0\} = (-\infty, x_1) \cup (x_2, +\infty)$

Domanda 4. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a) $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

b) $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

c) $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$

Domanda 5. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) L'equazione $x^2 + 1 = 0$ ammette soluzioni in \mathbb{R} .

b) L'equazione $x^2 + 1 = 0$ non ammette soluzioni in \mathbb{C} .

c) L'equazione $x^2 + 1 = 0$ non ammette soluzioni in \mathbb{R} .

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(x)}{x} = \frac{1}{2}$ b $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(x)}{x} = 1$ c $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x)}{x} = 1$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $\{a_n\}_n$ converge se e solo se $\forall \varepsilon > 0 \exists N \in \mathbb{N}$ t.c. $|a_n - a_m| < \varepsilon \forall n, m > N$.
- b Se $a_n = f(n)$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$, allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.
- c $\{a_n\}_n$ converge se e solo se $\exists \varepsilon > 0$ t.c. $\forall N \in \mathbb{N} \exists n, m > N$ t.c. $|a_n - a_m| > \varepsilon$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $a_n > 0$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{2}$, allora $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge.
- b Se $a_n > 0$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{2}$, allora $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge.
- c Se $a_n > 0$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{a_n} = \frac{1}{2}$, allora $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge.

Domanda 9. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $(f \cdot g)' = f' \cdot g'$
- b $(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(f^{-1}(y))}$
- c $(f^{-1})'(y) = -\frac{f'(f^{-1}(y))}{f^{-1}(y)^2}$

Domanda 10. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora $f(x) = \frac{d}{dx} \int_x^b f(x) dx$.
- b Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è integrabile, allora esiste $c \in [a, b]$ tale che $\int_a^b f(x) dx = (b - a)f(c)$.
- c Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora $f(x) = -\frac{d}{dx} \int_x^b f(x) dx$.

Compito 71

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023
Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $e \notin \{\ln(n) : n \in \mathbb{N}\}$
- b $\{(-1)^n : n \in \mathbb{N}\} \neq \{(-1)^{n+1} : n \in \mathbb{N}\}$
- c $e \in \{\ln(n) : n \in \mathbb{N}\}$

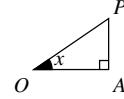
Domanda 2. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

- a $f: A \rightarrow B$ è una funzione dispari se per ogni $x \in A$ si ha $f(-x) = f(x)$.
- b $f: A \rightarrow B$ è una funzione pari se per ogni $x \in A$ si ha $f(-x) = f(x)$.
- c $f: A \rightarrow B$ è una funzione pari se per ogni $x \in A$ si ha $f(-x) = -f(x)$.

Domanda 3. Quali delle seguenti equivalenze è vera?

- a Se $a > 0$, allora $\{x \in \mathbb{R} : |x| \geq a\} = (-\infty, -a] \cup [a, +\infty)$.
- b Se $a > 0$, allora $\{x \in \mathbb{R} : |x| > a\} = (-\infty, -a) \cup (a, +\infty)$.
- c Se $a > 0$, allora $\{x \in \mathbb{R} : |x| \leq a\} = (-\infty, -a] \cup [a, +\infty)$.

Domanda 4. Con riferimento alla seguente figura, quali delle seguenti asserzioni è vera?

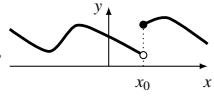


- a $\overline{OA} = \overline{AP} \cdot \tan(x)$
- b $\overline{OA} = \overline{OP} \cdot \cos(x)$
- c $\overline{OA} = \overline{AP} \cdot \cot(x)$

Domanda 5. Siano $z, w \in \mathbb{C}$ ed $n \in \mathbb{N}$. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $\overline{n \cdot z} = -n \cdot \bar{z}$
- b $\overline{z+w} = \bar{z} - \bar{w}$
- c $\overline{z+w} = \bar{z} + \bar{w}$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.



Domanda 6. Se il grafico di $f(x)$ è , quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- a) $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0)$ b) $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) < f(x_0)$ c) $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) < f(x_0)$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a) Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L < 1$ allora $a_n \downarrow 0$.
 b) Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L > 1$ allora $a_n \downarrow 0$.
 c) Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{a_n} = L < 1$ allora $a_n \downarrow 0$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a) Se $a_n > 0$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{a_n} = \frac{1}{2}$, allora $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge.
 b) Se $a_n > 0$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{2}$, allora $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge.
 c) Se $a_n > 0$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{a_n} = \frac{1}{2}$, allora $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a) Per definizione $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x_0) - f(x)}{x - x_0}$
 b) Per definizione $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$
 c) Per definizione $f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0) - f(x_0+h)}{h}$

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a) $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.
 b) $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.
 c) $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.

Compito 72

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali delle seguenti implicazioni è vera?

- a $\left. \begin{array}{l} \bullet P(1) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ dispari}$
- b $\left. \begin{array}{l} \bullet P(0) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ dispari}$
- c $\left. \begin{array}{l} \bullet P(0) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ pari}$

Domanda 2. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

- a Se f è invertibile e decrescente, allora f^{-1} è strettamente decrescente.
- b Se f è invertibile e decrescente, allora f^{-1} è crescente.
- c Se f è strettamente decrescente, allora f^{-1} è ben definita e crescente.

Domanda 3. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $\max(A)$ esiste, allora $\max(A) = \sup(A)$.
- b Se $\min(A)$ esiste, allora $\min(A) = \inf(A)$.
- c Se $\min(A)$ esiste, allora $\min(A) < \inf(A)$.

Domanda 4. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a $\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ b $\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$ c $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$

Domanda 5. Siano $z, w \in \mathbb{C}$. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a $\overline{(\bar{z})} = -z$ b $\overline{(z)} = z$ c $\overline{z \cdot w} = \bar{z} \cdot \bar{w}$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (1 + \frac{1}{x})^x = e$

b) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (1 + \frac{1}{x})^x = 1$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[x]{x} = +\infty$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) Se per ogni $\{x_n\}_n \subset \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ convergente ad x_0 si ha che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = L$, allora $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$.

b) Se esiste $\{x_n\}_n$ convergente ad x_0 tale che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = f(x_0)$, allora f è continua in x_0 .

c) Se esiste $\{x_n\}_n \subset \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ convergente ad x_0 tale che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = L$, allora $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge ed $\{a_n\}_n$ è monotona, allora anche $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge.

b) Se $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge, allora anche $\sum_{n \geq 1} |a_n|$ converge.

c) Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge, allora anche $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed $x_0 \in (a, b)$ è tale che $f'(x_0) = 0$, allora x_0 è un punto stazionario.

b) Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed $x_0 \in (a, b)$ è tale che $f'(x_0) = 0$, allora x_0 è un punto di massimo o di minimo assoluto.

c) Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua ed $f(a) = f(b)$, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f'(x_0) = 0$.

Domanda 10. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a) Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora esiste $c \in [a, b]$ tale che $\int_a^b f(x) dx = (b - a)f(c)$.

b) Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora $f(x) = \frac{d}{dx} \int_x^b f(x) dx$.

c) Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora $f(x) = -\frac{d}{dx} \int_x^a f(x) dx$.

Compito 73

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali dei seguenti insiemi è un campo?

a \mathbb{Z}

b \mathbb{R}

c \mathbb{N}

Domanda 2. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

a Non esistono funzioni che sono sia strettamente crescenti che strettamente decrescenti.

b Non esistono funzioni che sono sia crescenti che decrescenti.

c Una funzione iniettiva è strettamente monotona.

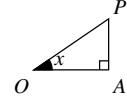
Domanda 3. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a Il massimo di un insieme è, se esiste, il più piccolo dei maggioranti che appartiene all'insieme stesso.

b Il minimo di un insieme è, se esiste, il più grande dei minoranti che appartiene all'insieme stesso.

c Il minimo di un insieme è, se esiste, il più grande dei minoranti.

Domanda 4. Con riferimento alla seguente figura, quali delle seguenti asserzioni è vera?



a $\overline{OA} = \overline{AP} \cdot \cot(x)$

b $\overline{OA} = \overline{OP} \cdot \cos(x)$

c $\overline{OA} = \overline{AP} \cdot \tan(x)$

Domanda 5. Quali delle seguenti inclusioni è vera?

a $\mathbb{R} \subset \mathbb{Q}$

b $\mathbb{C} \subset \mathbb{R}$

c $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = \frac{1}{2}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos(x)}{x^2} = 1$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) Se tutte le sottosuccessioni di $\{a_n\}_n$ convergono ad L , allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.

b) Se esiste una sottosuccessione di $\{a_n\}_n$ che converge ad L , allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.

c) Se $\{a_n\}_n$ e $\{c_n\}_n$ convergono ad L ed $a_n \leq b_n \leq c_n$, allora anche $\{b_n\}_n$ converge ad L .

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = +\infty$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge.

b) Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 0$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge.

c) Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 0$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua ed $f(a) = f(b)$, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f'(x_0) = 0$.

b) Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed $x_0 \in (a, b)$ è tale che $f'(x_0) = 0$, allora x_0 è un punto di massimo o di minimo assoluto.

c) Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed $x_0 \in (a, b)$ è tale che $f'(x_0) = 0$, allora x_0 è un punto stazionario.

Domanda 10. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a) $\int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}} = \arctan(x) + C$

b) $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}} = \arcsin(x) + C$

c) $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}} = \arccos\left(\frac{1}{x}\right) + C$

Compito 74

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023
Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

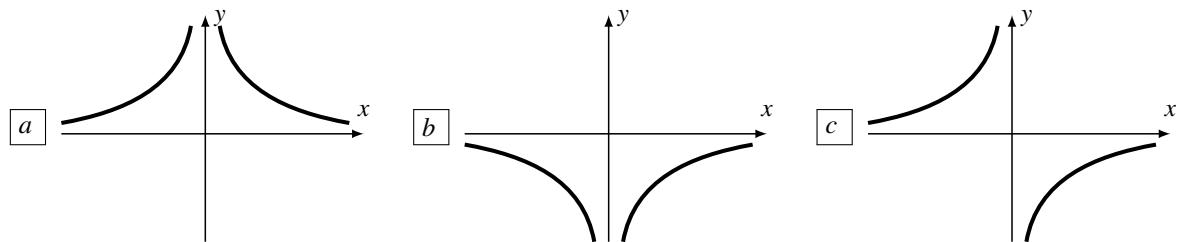
Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $e \in \{\ln(n) : n \in \mathbb{N}\}$
- b $e \notin \{\ln(n) : n \in \mathbb{N}\}$
- c $\{(-1)^n : n \in \mathbb{N}\} = \{(-1)^{n+1} : n \in \mathbb{N}\}$

Domanda 2. Quali dei seguenti grafici corrispondono funzioni iniettive?



Domanda 3. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $A = \{1/n : n \in \mathbb{N}\}$, allora $\inf(A) = 0$.
- b Se $A = \{\arctan(n) : n \in \mathbb{N}\}$, allora $\sup(A) = \pi/2$.
- c Se $A = \{\arctan(n) : n \in \mathbb{N}\}$, allora $\max(A) = \pi/2$.

Domanda 4. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $\cos(0) = 0$
- b $\sin(0) = 0$
- c $\cos(0) = 1$

Domanda 5. Date $z = \rho(\cos(\theta) + i\sin(\theta))$ e $w = r(\cos(\varphi) + i\sin(\varphi)) \neq 0$, quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $\frac{z}{w} = \frac{\rho}{r}(\cos(\theta + \varphi) + i\sin(\theta + \varphi))$
- b $z \cdot w = \rho r(\cos(\theta - \varphi) + i\sin(\theta - \varphi))$
- c $z \cdot w = \rho r(\cos(\theta + \varphi) + i\sin(\theta + \varphi))$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{2^x + 4^x} = 6$

b $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[x]{x} = +\infty$

c $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[x]{x} = 1$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a Tutte le successioni numeriche divergenti non sono limitate.

b Tutte le successioni numeriche monotone sono convergenti.

c Tutte le successioni numeriche non limitate divergono.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a Se $\sum_{p \geq 1} a_p$ converge assolutamente, allora $\sum_{p \geq 1} a_p$ converge anche semplicemente.

b Se $\sum_{p \geq 1} a_p$ converge semplicemente, allora $\sum_{p \geq 1} a_p$ converge anche assolutamente.

c $\sum_{p \geq 1} a_p$ converge se e solo se $\exists \varepsilon > 0$ t.c. $\forall N \in \mathbb{N} \exists n > m > N$ t.c. $\left| \sum_{p=m+1}^n a_p \right| < \varepsilon$.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a Se $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ sono continue su $[a, b]$, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $(g(b) - g(a)) f'(x_0) = (f(b) - f(a)) g'(x_0)$.

b Se $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ sono derivabili su $[a, b]$, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $(g(b) - g(a)) f'(x_0) = (f(b) - f(a)) g'(x_0)$.

c Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f'(x_0) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.

Domanda 10. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a $\int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}} = \arctan(x) + C$

b $\int \frac{dx}{1+x^2} = \arctan(x) + C$

c $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}} = \arccos\left(\frac{1}{x}\right) + C$

Compito 75

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023
Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Dati $a, b, c \in \mathbb{R}$, quali delle seguenti implicazioni è vera?

- a) $a+b = b+c \implies a=c$ b) $a \cdot b = b \cdot c \implies a=c$ c) $a^b = c^b \implies a=c$

Domanda 2. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

- a) Non esistono funzioni che sono sia crescenti che decrescenti.
 b) Una funzione strettamente monotona è iniettiva.
 c) Non esistono funzioni che sono sia strettamente crescenti che strettamente decrescenti.

Domanda 3. Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$ con $a < 0$ e tali che $\Delta = b^2 - 4ac = 0$. Se $x_0 = -\frac{b}{2a}$, allora

- a) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c \leq 0\} = \{x_0\}$
 b) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c \geq 0\} = \mathbb{R}$
 c) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c \geq 0\} = \{x_0\}$

Domanda 4. Quali delle seguenti affermazioni è vera?

- a) La somma degli angoli interni di un triangolo è 2π .
 b) La somma degli angoli interni di un quadrilatero è π .
 c) La somma degli angoli interni di un quadrilatero è 2π .

Domanda 5. Siano $z, w \in \mathbb{C}$ ed $n \in \mathbb{N}$. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a) $\overline{n \cdot z} = n \cdot \bar{z}$ b) $\overline{n \cdot z} = -n \cdot \bar{z}$ c) $\overline{z + w} = \bar{z} + \bar{w}$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- [a] Se $f(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ e $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a \in \mathbb{R}$, allora $a > 0$.
- [b] Se $f(x) \cdot g(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ e $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$, allora $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = +\infty$.
- [c] Se $f(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ e $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$, allora $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = +\infty$.

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] $\{a_n\}_n$ converge se e solo se $\forall \varepsilon > 0 \exists N \in \mathbb{N}$ t.c. $|a_n - a_m| < \varepsilon \forall n, m > N$.
- [b] Se $a_n = f(n)$ e $\nexists \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, allora $\nexists \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$.
- [c] $\{a_n\}_n$ converge se e solo se $\exists \varepsilon > 0$ t.c. $\forall N \in \mathbb{N} \exists n, m > N$ t.c. $|a_n - a_m| > \varepsilon$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] Se $a_n \downarrow 0$, allora $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge.
- [b] Se $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge, allora $a_n \downarrow 0$.
- [c] Se $\sum_{n \geq 1} |a_n|$ converge, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] Per definizione $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x_0) - f(x)}{x - x_0}$
- [b] Per definizione $f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$
- [c] Per definizione $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.
- [b] $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.
- [c] $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.

Compito 76

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Dati $a, b \in \mathbb{R}$, quali delle seguenti implicazioni è vera?

a $a \cdot b = 0 \implies a = 0$ oppure $b = 0$

b $a + b = 0 \implies a = 0$ oppure $b = 0$

c $a - b = 0 \implies a = 0$ oppure $b = 0$

Domanda 2. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

a Se f è invertibile e crescente, allora f^{-1} è decrescente.

b Se f è strettamente crescente, allora f^{-1} è ben definita e strettamente crescente.

c Se f è strettamente crescente, allora f^{-1} è ben definita e decrescente.

Domanda 3. Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$ con $a > 0$ e tali che $\Delta = b^2 - 4ac = 0$. Se $x_0 = -\frac{b}{2a}$, allora

a $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c \geq 0\} = \{x_0\}$

b $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c \leq 0\} = \mathbb{R}$

c $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c \leq 0\} = \{x_0\}$

Domanda 4. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a $\cot\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$

b $\tan\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$

c $\tan\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$

Domanda 5. Sia $z \in \mathbb{C}$. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a $\Re(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$

b $\Im(z) = \frac{z - \bar{z}}{2i}$

c $\Im(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Sia $a > 0$. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^a \ln(x) = 1$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_a(1+x)}{x} = \frac{1}{\ln(a)} \forall a > 0$ c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_a(1+x)}{x} = 1 \forall a > 0$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a) Tutte le successioni numeriche monotone sono convergenti.
- b) Tutte le successioni numeriche monotone sono regolari.
- c) Tutte le successioni numeriche divergenti non sono limitate.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a) $\sum_{p \geq 1} a_p$ converge se e solo se $\forall \varepsilon > 0 \exists N \in \mathbb{N}$ t.c. $\left| \sum_{p=m+1}^n a_p \right| < \varepsilon \forall n > m > N$.
- b) $\sum_{p \geq 1} a_p$ converge se e solo se $\exists \varepsilon > 0$ t.c. $\forall N \in \mathbb{N} \exists n > m > N$ t.c. $\left| \sum_{p=m+1}^n a_p \right| < \varepsilon$.
- c) Se $\sum_{p \geq 1} a_p$ converge assolutamente, allora $\sum_{p \geq 1} a_p$ converge anche semplicemente.

Domanda 9. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a) $\frac{d}{dx} \cos(x) = -\sin(x)$
- b) $\frac{d}{dx} \sin(x) = \cos(x)$
- c) $\frac{d}{dx} \cos(x) = \sin(x)$

Domanda 10. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a) Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è integrabile, allora esiste $c \in [a, b]$ tale che $\int_a^b f(x) dx = (b - a)f(c)$.
- b) Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora $f(x) = \frac{d}{dx} \int_x^b f(t) dt$.
- c) Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora esiste $c \in [a, b]$ tale che $\int_a^b f(x) dx = (b - a)f(c)$.

Compito 77

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023
Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali dei seguenti insiemi è ordinato e completo?

a) \mathbb{R}

b) \mathbb{Q}

c) \mathbb{C}

Domanda 2. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

a) Se f è strettamente crescente, allora f^{-1} è ben definita e decrescente.

b) Se f è invertibile e crescente, allora f^{-1} è strettamente crescente.

c) Se f è strettamente crescente, allora f^{-1} è ben definita e strettamente crescente.

Domanda 3. Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$ con $a > 0$ e tali che $\Delta = b^2 - 4ac = 0$. Se $x_0 = -\frac{b}{2a}$, allora

a) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c < 0\} = \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$

b) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c < 0\} = \emptyset$

c) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c > 0\} = \emptyset$

Domanda 4. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a) $\tan(0) = 0$

b) $\cot(0) \neq \tan(0)$

c) $\tan(0) \neq \cot(0)$

Domanda 5. Siano $z, w \in \mathbb{C}$. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a) $\bar{z} \cdot \bar{w} = \bar{z} \cdot \bar{w}$

b) $\bar{z} \cdot \bar{w} = -\bar{z} \cdot \bar{w}$

c) $\overline{(z)} = -z$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos(x)}{x^2} = \frac{1}{2}$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$ c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos(x)}{x^2} = 1$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{a_n} = L < 1$ allora $a_n \downarrow 0$.

b) Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{a_n} = L > 1$ allora $a_n \downarrow 0$.

c) Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L > 1$ allora $a_n \downarrow 0$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) La serie telescopica $\sum_{n \geq 1} (a_{n+1} - a_n)$ converge se e solo se $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$.

b) La serie telescopiche convergono.

c) La serie telescopica $\sum_{n \geq 1} (a_{n+1} - a_n)$ converge se e solo se $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L \in \mathbb{R}$.

Domanda 9. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a) $\frac{d}{dx} \cos(x) = \sin(x)$

b) $\frac{d}{dx} \cos(x) = -\sin(x)$

c) $\frac{d}{dx} \sin(x) = -\cos(x)$

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.

b) $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.

c) $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.

Compito 78

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Dati $a, b, c \in \mathbb{R}$, quali delle seguenti implicazioni è vera?

- a) $a^b = c^b \implies a = c$ b) $\log_a(b) = \frac{1}{\log_c(a)} \implies b = c$ c) $a + b = b + c \implies a = c$

Domanda 2. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a) Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è una funzione strettamente decrescente, allora $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$.

- b) Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è una funzione strettamente crescente, allora $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

- c) Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è una funzione strettamente decrescente, allora $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \inf\{f(x) : x \in \mathbb{R}\}$.

Domanda 3. Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$ con $a > 0$ e tali che $\Delta = b^2 - 4ac > 0$. Se $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ e $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$, allora

- a) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c \leq 0\} = (-\infty, x_1] \cup [x_2, +\infty)$

- b) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c \geq 0\} = [x_1, x_2]$

- c) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c \geq 0\} = (-\infty, x_1] \cup [x_2, +\infty)$

Domanda 4. Quali delle seguenti affermazioni è vera?

- a) La somma degli angoli interni di un triangolo è 2π .

- b) La somma degli angoli interni di un quadrilatero è 2π .

- c) La somma degli angoli interni di un quadrilatero è π .

Domanda 5. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a) La potenza n -esima di $w = r(\cos(\varphi) + i \sin(\varphi))$ è $z^n = r^n (\cos(n\varphi) + i \sin(n\varphi))$.

- b) Le radici n -esime di $w = r(\cos(\varphi) + i \sin(\varphi))$ sono $z_k = \sqrt[n]{r} \left(\cos \left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2\pi}{n} k \right) + i \sin \left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2\pi}{n} k \right) \right)$, $k \in \{0, 1, \dots, n-1\}$.

- c) La potenza n -esima di $w = r(\cos(\varphi) + i \sin(\varphi))$ è $z^n = r^n \left(\cos \left(\frac{\varphi}{n} \right) + i \sin \left(\frac{\varphi}{n} \right) \right)$.

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Sia $a > 0$. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln(a)$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = 1$ c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[q]{1+x} - 1}{x} = 1$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a) Se $\{a_n\}_n$ e $\{c_n\}_n$ convergono ad L ed $a_n \leq b_n \leq c_n$, allora anche $\{b_n\}_n$ converge ad L .
 b) Se $\{a_n\}_n$ che $\{c_n\}_n$ sono convergenti ed $a_n \leq b_n \leq c_n$, allora anche $\{b_n\}_n$ convergente.
 c) Se tutte le sottosuccessioni di $\{a_n\}_n$ convergono ad L , allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a) Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge.
 b) Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge.
 c) Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a) Tutte le funzioni derivabili sono integrabili.
 b) Tutte le funzioni integrabili sono derivabili.
 c) Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è integrabile, allora è anche derivabile su $[a, b]$.

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a) $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.
 b) $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.
 c) $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.

Compito 79

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali delle seguenti implicazioni è vera?

- [a] $\left. \begin{array}{l} \bullet P(1) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ pari}$
- [b] $\left. \begin{array}{l} \bullet P(1) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ dispari}$
- [c] $\left. \begin{array}{l} \bullet P(0) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ pari}$

Domanda 2. Quali dei seguenti insiemi è la controimmagine di $B \subseteq \mathbb{R}$ tramite la funzione $f: A \rightarrow \mathbb{R}$?

- [a] $\{y \in B : \exists x \in A \text{ t.c. } f(x) = y\}$ [b] $\{x \in A : \exists y \in B \text{ t.c. } f(x) = y\}$ [c] $\{f(x) : x \in A\}$

Domanda 3. Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$ con $a > 0$ e tali che $\Delta = b^2 - 4ac > 0$. Se $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ e $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$, allora

- [a] $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c \geq 0\} = [x_1, x_2]$
- [b] $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c \leq 0\} = [x_1, x_2]$
- [c] $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c \leq 0\} = (-\infty, x_1] \cup [x_2, +\infty)$

Domanda 4. Quali delle seguenti affermazioni è vera?

- [a] La somma degli angoli interni di un quadrilatero è π .
- [b] La somma degli angoli interni di un triangolo è 2π .
- [c] La somma degli angoli interni di un triangolo è π .

Domanda 5. Quali delle seguenti è vera?

- [a] $\mathbb{C} \setminus \mathbb{R} = \{i\}$ [b] $e^{i\pi} + 1 = 0$ [c] $\bar{1} = 1$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- a) $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty \iff \forall M > 0 \exists \delta > 0 \text{ t.c. } f(x) < -M \forall x \in (x_0, x_0 + \delta)$
- b) $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty \iff \exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta = \delta(M) > 0 \exists x \in (x_0 - \delta, x_0) \text{ t.c. } f(x) > -M$
- c) $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty \iff \forall M > 0 \exists \delta > 0 \text{ t.c. } f(x) < -M \forall x \in (x_0 - \delta, x_0)$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a) Se esiste $\{x_n\}_n$ convergente ad x_0 tale che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = f(x_0)$, allora f è continua in x_0 .
- b) Se per ogni $\{x_n\}_n$ convergente ad x_0 si ha che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = f(x_0)$, allora f è continua in x_0 .
- c) Se per ogni $\{x_n\}_n \subset \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ convergente ad x_0 si ha che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = L$, allora $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a) Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = +\infty$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge.
- b) Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 0$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge.
- c) Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = +\infty$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge.

Domanda 9. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a) $\frac{d}{dx} \sin(x) = \cos(x)$
- b) $\frac{d}{dx} \sin(x) = -\cos(x)$
- c) $\frac{d}{dx} \cos(x) = \sin(x)$

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a) $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.
- b) $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.
- c) $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.

Compito 80

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023
Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali dei seguenti insiemi è un campo totalmente ordinato?

a) \mathbb{N}

b) \mathbb{R}

c) \mathbb{Z}

Domanda 2. Quali dei seguenti è l'immagine di $A \subseteq \mathbb{R}$ tramite $f: \mathbb{R} \rightarrow B$?

a) $\{x \in A : f(x) \in B\}$

b) $\{x \in A : \exists y \in B \text{ t.c. } f(x) = y\}$

c) $\{y \in B : \exists x \in A \text{ t.c. } f(x) = y\}$

Domanda 3. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) Se $\max(A)$ esiste, allora $\max(A) = \sup(A)$.

b) Se $\min(A)$ esiste, allora $\min(A) = \inf(A)$.

c) Se $\max(A)$ esiste, allora $\max(A) > \sup(A)$.

Domanda 4. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a) $\cos(0) = 0$

b) $\sin(0) = 1$

c) $\sin(0) = 0$

Domanda 5. Sia $z \in \mathbb{C}$. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a) $\Im m(z) = \frac{z - \bar{z}}{2i}$

b) $\Re e(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$

c) $\Im m(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- a $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty \iff \forall M > 0 \exists \delta > 0 \text{ t.c. } f(x) > M \forall x \in (x_0, x_0 + \delta)$
- b $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty \iff \exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta = \delta(M) > 0 \exists x \in (x_0 - \delta, x_0) \text{ t.c. } f(x) < M$
- c $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty \iff \forall M > 0 \exists \delta > 0 \text{ t.c. } f(x) > M \forall x \in (x_0 - \delta, x_0)$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $\{a_n\}_n$ converge se e solo se $\exists \varepsilon > 0$ t.c. $\forall N \in \mathbb{N} \exists n, m > N$ t.c. $|a_n - a_m| > \varepsilon$.
- b $\{a_n\}_n$ converge se e solo se $\forall \varepsilon > 0 \exists N \in \mathbb{N}$ t.c. $|a_n - a_m| < \varepsilon \forall n, m > N$.
- c Se $a_n = f(n)$ e $\nexists \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, allora $\nexists \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a La serie armonica a segno alterno converge.
- b La serie armonica diverge.
- c La serie armonica converge.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $f'(x_0) = 0$ ed $f''(x_0) < 0$, allora x_0 è un punto di massimo locale.
- b Se $f'(x_0) = 0$ ed $f''(x_0) < 0$, allora x_0 è un punto di minimo locale.
- c Se $f'(x_0) = 0$ ed $f''(x_0) > 0$, allora x_0 è un punto di massimo locale.

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.
- b $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.
- c $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.

Compito 81

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Dati $a, b \in \mathbb{R}$, quali delle seguenti implicazioni è vera?

a) $a \cdot b = 0 \implies a = 0$ oppure $b = 0$

b) $a^b = 0 \implies a = 0$ oppure $b = 0$

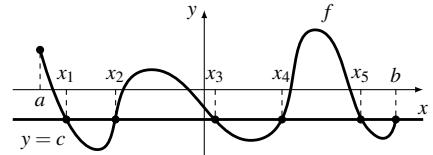
c) $a - b = 0 \implies a = 0$ oppure $b = 0$

Domanda 2. Quali delle seguenti uguaglianze è vera se il grafico di $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ e la retta $y = c$ sono come in figura?

a) $\{x \in [a, b] : f(x) \leq c\} = [x_1, x_2] \cup [x_3, x_4] \cup [x_5, b]$

b) $\{x \in [a, b] : f(x) \geq c\} = [x_1, x_2] \cup [x_3, x_4] \cup [x_5, b]$

c) $\{x \in [a, b] : f(x) \leq c\} = [a, x_1] \cup [x_2, x_3] \cup [x_4, x_5] \cup \{b\}$



Domanda 3. Quali delle seguenti equivalenze è vera?

a) Se $a > 0$, allora $\{x \in \mathbb{R} : |x| \leq a\} = [-a, a]$.

b) Se $a > 0$, allora $\{x \in \mathbb{R} : |x| \geq a\} = [-a, a]$.

c) Se $a > 0$, allora $\{x \in \mathbb{R} : |x| < a\} = (-a, a)$.

Domanda 4. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a) $\cos(x+y) = \cos(x)\cos(y) - \sin(x)\sin(y)$

b) $\cos(x+y) = \cos(x)\sin(y) + \sin(x)\cos(y)$

c) $\cos(x-y) = \cos(x)\sin(y) - \sin(x)\cos(y)$

Domanda 5. Siano $z, w \in \mathbb{C}$. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a) $\overline{(\bar{z})} = -z$

b) $\bar{z} \cdot \bar{w} = -\bar{z} \cdot \bar{w}$

c) $\overline{(\bar{z})} = z$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- [a] $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L \iff \exists \varepsilon > 0 \text{ t.c. } \forall X > 0 \exists x \in D \text{ con } x < -X \text{ t.c. } |f(x) - L| > \varepsilon$
- [b] $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L \iff \forall \varepsilon > 0 \exists X > 0 \text{ t.c. } |f(x) - L| < \varepsilon \forall x \in (-\infty, -X)$
- [c] $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L \iff \exists \varepsilon > 0 \text{ t.c. } \forall X > 0 \exists x \in D \text{ con } x > X \text{ t.c. } |f(x) - L| > \varepsilon$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] Tutte le successioni numeriche monotone sono regolari.
- [b] Tutte le successioni numeriche divergenti non sono limitate.
- [c] Tutte le successioni numeriche non limitate divergono.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] La serie telescopiche convergono.
- [b] La serie telescopica $\sum_{n \geq 1} (a_{n+1} - a_n)$ converge se e solo se $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$.
- [c] La serie telescopica $\sum_{n \geq 1} (a_{n+1} - a_n)$ converge se e solo se $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L \in \mathbb{R}$.

Domanda 9. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- [a] $\frac{d}{dx} \arcsin(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- [b] $\frac{d}{dx} \arccos(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- [c] $\frac{d}{dx} \arcsin(x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

Domanda 10. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- [a] $\int f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) - \int f'(x) g(x) dx$
- [b] $\int f'(x) g(x) dx = -f(x) g(x) - \int f(x) g'(x) dx$
- [c] $\int f'(x) g(x) dx = f(x) g(x) - \int f(x) g'(x) dx$

Compito 82

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023
Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Dati $a, b \in \mathbb{R}$, quali delle seguenti implicazioni è vera?

- a $a^b = 0 \implies a = 0$ oppure $b = 0$
- b $a - b = 0 \implies a = 0$ oppure $b = 0$
- c $a + b = 0 \implies a = 0$ oppure $b = 0$

Domanda 2. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

- a Se $f: I \rightarrow \mathbb{R}$ è continua ed I è un intervallo, allora anche $f(I)$ è un intervallo.
- b Se $f: I \rightarrow \mathbb{R}$ è invertibile ed I è un intervallo, allora anche $f(I)$ è un intervallo.
- c $f: A \rightarrow B$ è iniettiva se per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha $f(x_1) \neq f(x_2) \implies x_1 \neq x_2$.

Domanda 3. Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$ con $a > 0$ e tali che $\Delta = b^2 - 4ac = 0$. Se $x_0 = -\frac{b}{2a}$, allora

- a $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c > 0\} = \emptyset$
- b $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c < 0\} = \emptyset$
- c $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c < 0\} = \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$

Domanda 4. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

- a $\cot(0) = 0$
- b $\tan(0) = 0$
- c $\#\tan(0)$

Domanda 5. Sia $z \in \mathbb{C}$. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $\Im m(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$
- b $\Re e(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$
- c $\Im m(z) = \frac{z - \bar{z}}{2i}$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, quali delle seguenti asserzioni sono vere?

a $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \iff \exists M > 0 \text{ t.c. } \forall X > 0 \exists x \in D \text{ con } x > X \text{ t.c. } f(x) < -M$

b $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \iff \forall M > 0 \exists X > 0 \text{ t.c. } f(x) < -M \forall x \in (X, +\infty)$

c $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \iff \forall M > 0 \exists X > 0 \text{ t.c. } f(x) > M \forall x \in (X, +\infty)$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a Ogni successione numerica limitata ammette una sottosuccessione convergente.

b Ogni successione numerica divergente è limitata.

c Ogni successione numerica convergente è limitata.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a $\sum_{p \geq 1} a_p$ converge se e solo se $\forall \varepsilon > 0 \exists N \in \mathbb{N} \text{ t.c. } \left| \sum_{p=m+1}^n a_p \right| < \varepsilon \forall n > m > N$.

b $\sum_{p \geq 1} a_p$ converge se e solo se $\exists \varepsilon > 0 \text{ t.c. } \forall N \in \mathbb{N} \exists n > m > N \text{ t.c. } \left| \sum_{p=m+1}^n a_p \right| < \varepsilon$.

c Se $\sum_{p \geq 1} a_p$ converge assolutamente, allora $\sum_{p \geq 1} a_p$ converge anche semplicemente.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua ed $f(a) = f(b)$, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f'(x_0) = 0$.

b Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed $f(a) = f(b)$, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f'(x_0) = 0$.

c Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed $x_0 \in (a, b)$ è tale che $f'(x_0) = 0$, allora x_0 è un punto di massimo o di minimo assoluto.

Domanda 10. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a $\int \sin(x) dx = -\cos(x) + c$

b $\int \cos(x) dx = -\sin(x) + c$

c $\int \sin(x) dx = \cos(x) + c$

Compito 83

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

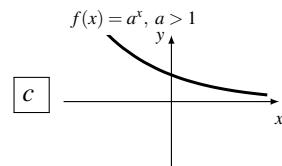
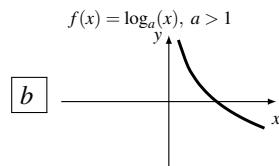
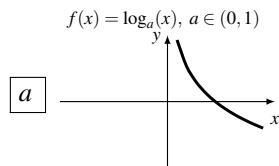
Domanda 1. Quali delle seguenti implicazioni è vera?

- a $\left. \begin{array}{l} \bullet P(0) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ dispari}$

- b $\left. \begin{array}{l} \bullet P(0) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ pari}$

- c $\left. \begin{array}{l} \bullet P(1) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ pari}$

Domanda 2. Quali dei seguenti grafici è corretto?



Domanda 3. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Il minimo di un insieme è, se esiste, il più grande dei minoranti che appartiene all'insieme stesso.
- b Il massimo di un insieme è, se esiste, il più piccolo dei maggioranti.
- c Il minimo di un insieme è, se esiste, il più grande dei minoranti.

Domanda 4. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a $\tan\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ b $\cot\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ c $\cot\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$

Domanda 5. Siano $z, w \in \mathbb{C}$. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a $\overline{z \cdot w} = -\bar{z} \cdot \bar{w}$ b $\overline{z \cdot w} = \bar{z} \cdot \bar{w}$ c $\overline{(\bar{z})} = -z$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- a $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty \iff \forall M > 0 \exists \delta > 0 \text{ t.c. } f(x) < -M \forall x \in (x_0 - \delta, x_0)$
- b $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty \iff \exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta > 0 \exists x \in (x_0, x_0 + \delta) \text{ t.c. } f(x) > -M$
- c $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty \iff \forall M > 0 \exists \delta > 0 \text{ t.c. } f(x) < -M \forall x \in (x_0, x_0 + \delta)$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Tutte le successioni numeriche monotone sono regolari.
- b Tutte le successioni numeriche non limitate divergono.
- c Tutte le successioni numeriche monotone sono convergenti.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $a_n > 0$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{a_n} = \frac{1}{2}$, allora $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge.
- b Se $a_n > 0$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{a_n} = \frac{1}{2}$, allora $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge.
- c Se $a_n > 0$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{2}$, allora $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge.

Domanda 9. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $\frac{d}{dx} \sin(x) = \cos(x)$
- b $\frac{d}{dx} \cos(x) = -\sin(x)$
- c $\frac{d}{dx} \cos(x) = \sin(x)$

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.
- b $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.
- c $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.

Compito 84

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

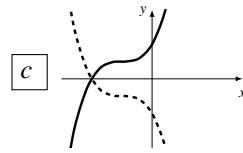
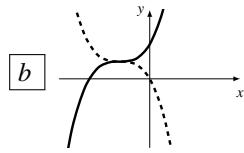
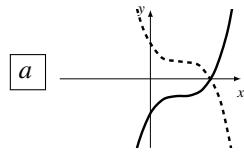
Domanda 1. Quali dei seguenti insiemi è ordinato e completo?

a) \mathbb{N}

b) \mathbb{Q}

c) \mathbb{R}

Domanda 2. Se la linea solida rappresenta il grafico di $f(x)$, in quali casi la linea tratteggiata rappresenta il grafico di $-f(x)$?



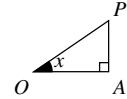
Domanda 3. Quali delle seguenti equivalenze è vera?

a) $\sqrt{p(x)} > \sqrt{q(x)} \iff \begin{cases} q(x) \geq 0 \\ p(x) > q(x) \end{cases}$

b) $\sqrt{p(x)} \geq \sqrt{q(x)} \iff \begin{cases} p(x) \geq 0 \\ p(x) \geq q(x) \end{cases}$

c) $\sqrt{p(x)} \geq \sqrt{q(x)} \iff \begin{cases} q(x) \geq 0 \\ p(x) \geq q(x) \end{cases}$

Domanda 4. Con riferimento alla seguente figura, quali delle seguenti asserzioni è vera?



a) $\overline{AP} = \overline{OA} \cdot \cot(x)$

b) $\overline{AP} = \overline{OP} \cdot \cos(x)$

c) $\overline{AP} = \overline{OP} \cdot \sin(x)$

Domanda 5. Sia $z \in \mathbb{C}$. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a) $\Im m(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$

b) $\Re e(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$

c) $\Re e(z) = \frac{z - \bar{z}}{2i}$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- [a] $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L \iff \forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \text{ t.c. } |f(x) - L| < \varepsilon \forall x \in (x_0, x_0 + \delta)$
- [b] $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L \iff \forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \text{ t.c. } |f(x) - L| < \varepsilon \forall x \in (x_0 - \delta, x_0)$
- [c] $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L \iff \exists \varepsilon > 0 \text{ t.c. } \forall \delta > 0 \exists x \in (x_0, x_0 + \delta) \text{ t.c. } |f(x) - L| > \varepsilon$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] Ogni successione numerica convergente è limitata.
- [b] Ogni successione numerica limitata è convergente.
- [c] Ogni successione numerica divergente è limitata.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge.
- [b] Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge.
- [c] Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] Per definizione $f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0) - f(x_0 + h)}{h}$
- [b] Per definizione $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$
- [c] Per definizione $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x_0) - f(x)}{x - x_0}$

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.
- [b] $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.
- [c] $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.

Compito 85

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023
Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

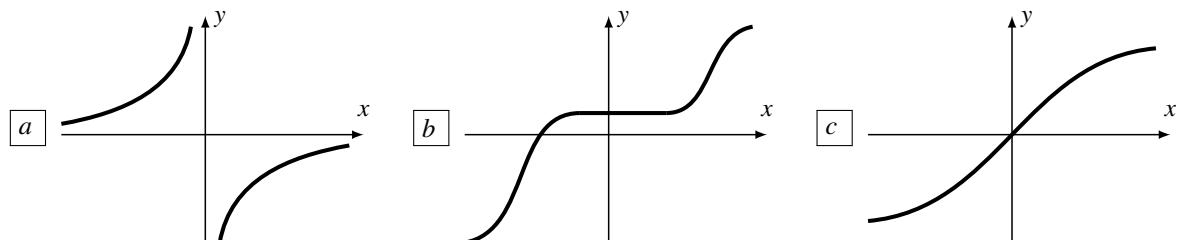
Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali delle seguenti implicazioni è vera?

- a $\left. \begin{array}{l} \bullet P(1) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ pari}$
- b $\left. \begin{array}{l} \bullet P(0) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ dispari}$
- c $\left. \begin{array}{l} \bullet P(0) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ pari}$

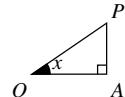
Domanda 2. Quali dei seguenti grafici corrispondono a funzioni strettamente crescenti?



Domanda 3. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Il minimo di un insieme è, se esiste, il più grande dei minoranti che appartiene all'insieme stesso.
- b Il massimo di un insieme è, se esiste, il più piccolo dei maggioranti.
- c Il minimo di un insieme è, se esiste, il più grande dei minoranti.

Domanda 4. Con riferimento alla seguente figura, quali delle seguenti asserzioni è vera?



- a $\overline{OA} = \overline{OP} \cdot \cos(x)$
- b $\overline{OA} = \overline{OP} \cdot \sin(x)$
- c $\overline{OA} = \overline{AP} \cdot \cot(x)$

Domanda 5. Siano $z, w \in \mathbb{C}$. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $\overline{z \cdot w} = -\bar{z} \cdot \bar{w}$
- b $\overline{(\bar{z})} = z$
- c $\overline{(\bar{z})} = -z$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- a $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \iff \exists \varepsilon > 0 \text{ t.c. } \forall \delta = \delta(\varepsilon) > 0 \ \exists x \in D \text{ con } 0 < |x - x_0| < \delta \text{ t.c. } |f(x) - L| > \varepsilon$
- b $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \iff \forall \varepsilon > 0 \ \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0 \text{ t.c. } |f(x) - L| < \varepsilon \ \forall x \in D \text{ con } 0 < |x - x_0| < \delta$
- c $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty \iff \exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta = \delta(M) > 0 \ \exists x \in D \text{ con } 0 < |x - x_0| < \delta \text{ t.c. } f(x) < M$.

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se esiste $\{x_n\}_n \subset \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ convergente ad x_0 tale che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = L$, allora $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$.
- b Se esiste $\{x_n\}_n$ convergente ad x_0 tale che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = f(x_0)$, allora f è continua in x_0 .
- c Se per ogni $\{x_n\}_n \subset \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ convergente ad x_0 si ha che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = L$, allora $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge.
- b Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge.
- c Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge.

Domanda 9. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(f^{-1}(y))}$
- b $(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$
- c $(f^{-1})'(y) = -\frac{f'(f^{-1}(y))}{f^{-1}(y)^2}$

Domanda 10. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $\int \sin(x) dx = -\cos(x) + c$
- b $\int \sin(x) dx = \cos(x) + c$
- c $\int \cos(x) dx = \sin(x) + c$

Compito 86

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

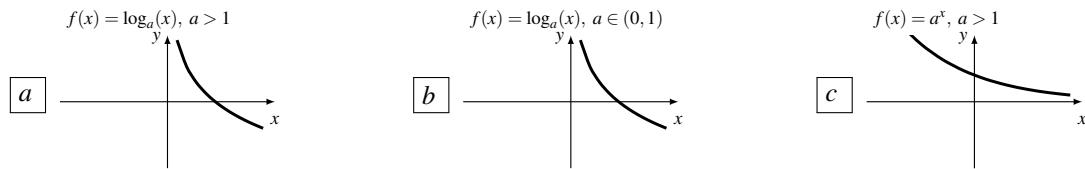
Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $e \notin \{\ln(n) : n \in \mathbb{N}\}$
- b $\{(-1)^n : n \in \mathbb{N}\} \neq \{(-1)^{n+1} : n \in \mathbb{N}\}$
- c $\{(-1)^n : n \in \mathbb{N}\} = \{(-1)^{n+1} : n \in \mathbb{N}\}$

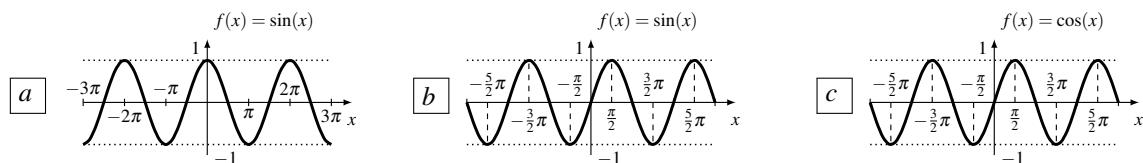
Domanda 2. Quali dei seguenti grafici è corretto?



Domanda 3. Quali delle seguenti equivalenze è vera?

- a $\sqrt{p(x)} \geq \sqrt{q(x)} \iff \begin{cases} p(x) \geq 0 \\ p(x) \geq q(x) \end{cases}$
- b $\sqrt{p(x)} > \sqrt{q(x)} \iff \begin{cases} q(x) > 0 \\ p(x) > q(x) \end{cases}$
- c $\sqrt{p(x)} \geq \sqrt{q(x)} \iff \begin{cases} q(x) \geq 0 \\ p(x) \geq q(x) \end{cases}$

Domanda 4. Quali dei seguenti grafici è corretto?



Domanda 5. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Le radici n -esime di $w = r(\cos(\varphi) + i \sin(\varphi))$ sono $z_k = \sqrt[n]{r} \left(\cos \left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2\pi}{n} k \right) + i \sin \left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2\pi}{n} k \right) \right)$, $k \in \{0, 1, \dots, n-1\}$.
- b La potenza n -esima di $w = r(\cos(\varphi) + i \sin(\varphi))$ è $z^n = r^n (\cos(\frac{\varphi}{n}) + i \sin(\frac{\varphi}{n}))$.
- c La potenza n -esima di $w = r(\cos(\varphi) + i \sin(\varphi))$ è $z^n = r^n (\cos(n\varphi) + i \sin(n\varphi))$.

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- a $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty \iff \forall M > 0 \exists \delta > 0 \text{ t.c. } f(x) < -M \forall x \in (x_0 - \delta, x_0)$
- b $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty \iff \exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta = \delta(M) > 0 \exists x \in (x_0 - \delta, x_0) \text{ t.c. } f(x) > -M$
- c $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty \iff \forall M > 0 \exists \delta > 0 \text{ t.c. } f(x) < -M \forall x \in (x_0, x_0 + \delta)$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Tutte le successioni numeriche monotone sono regolari.
- b Tutte le successioni numeriche non limitate divergono.
- c Tutte le successioni numeriche divergenti non sono limitate.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge, allora anche $\sum_{n \geq 1} |a_n|$ converge.
- b Se $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge, allora $a_n \downarrow 0$.
- c Se $a_n \downarrow 0$, allora $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a La somma di funzioni concave è una funzione concava.
- b La differenza di funzioni concave è una funzione concava.
- c La differenza di funzioni convesse è una funzione convessa.

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.
- b $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.
- c $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.

Compito 87

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023
Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $e \notin \{\ln(n) : n \in \mathbb{N}\}$
- b $\{(-1)^n : n \in \mathbb{N}\} = \{(-1)^{n+1} : n \in \mathbb{N}\}$
- c $e \in \{\ln(n) : n \in \mathbb{N}\}$

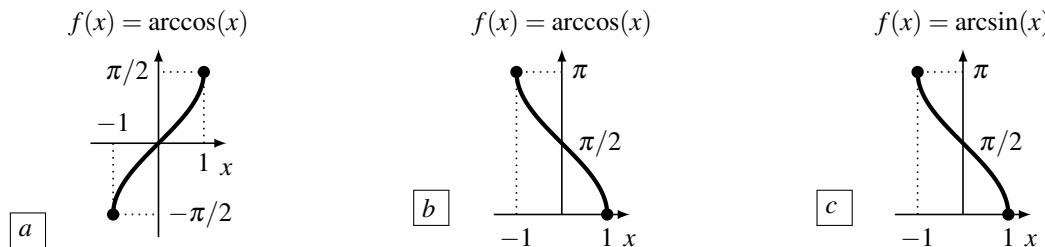
Domanda 2. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

- a $f: A \rightarrow B$ è crescente se per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha $x_1 < x_2 \implies f(x_1) \leq f(x_2)$.
- b $f: A \rightarrow B$ è crescente se per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha $x_1 < x_2 \implies f(x_1) \geq f(x_2)$.
- c $f: A \rightarrow B$ è decrescente se per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha $x_1 < x_2 \implies f(x_1) \leq f(x_2)$.

Domanda 3. Quali delle seguenti equivalenze è vera?

- a Se $a > 0$, allora $\{x \in \mathbb{R} : |x| < a\} = (-a, a)$.
- b Se $a > 0$, allora $\{x \in \mathbb{R} : |x| > a\} = (-a, a)$.
- c Se $a > 0$, allora $\{x \in \mathbb{R} : |x| \geq a\} = [-a, a]$.

Domanda 4. Quali dei seguenti grafici è corretto?



Domanda 5. Sia $z \in \mathbb{C}$. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $z \cdot \bar{z} = a^2 - b^2$
- b $\overline{z^n} = -(\bar{z})^n$
- c $\overline{z^n} = (\bar{z})^n$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- [a] $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \iff \forall M > 0 \exists X > 0 \text{ t.c. } f(x) < -M \forall x \in (X, +\infty)$
- [b] $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \iff \forall M > 0 \exists X > 0 \text{ t.c. } f(x) > M \forall x \in (X, +\infty)$
- [c] $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \iff \exists M > 0 \text{ t.c. } \forall X > 0 \exists x \in D \text{ con } x > X \text{ t.c. } f(x) < -M$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] Se $a_n = f(n)$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$, allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.
- [b] $\{a_n\}_n$ converge se e solo se $\exists \varepsilon > 0$ t.c. $\forall N \in \mathbb{N} \exists n, m > N$ t.c. $|a_n - a_m| > \varepsilon$.
- [c] Se $a_n = f(n)$ e $\nexists \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, allora $\nexists \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] Se $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge.
- [b] Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge.
- [c] Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed ha in $x_0 \in [a, b]$ un punto di minimo, allora $f'(x_0) = 0$.
- [b] Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed ha in $x_0 \in (a, b)$ un punto di minimo, allora $f'(x_0) = 0$.
- [c] Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed ha in $x_0 \in [a, b]$ un punto di massimo, allora $f'(x_0) = 0$.

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.
- [b] $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.
- [c] $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.

Compito 88

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

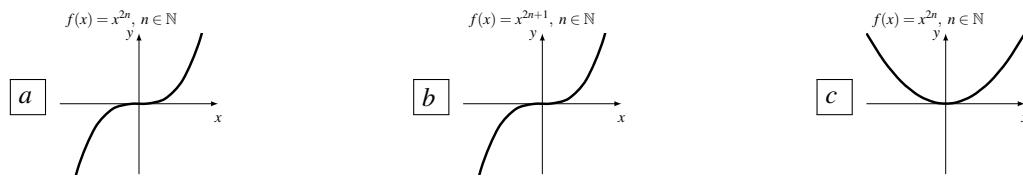
Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $e \notin \{\ln(n) : n \in \mathbb{N}\}$
- b $\{(-1)^n : n \in \mathbb{N}\} \neq \{(-1)^{n+1} : n \in \mathbb{N}\}$
- c $e \in \{\ln(n) : n \in \mathbb{N}\}$

Domanda 2. Quali dei seguenti grafici è corretto?



Domanda 3. Quali delle seguenti equivalenze è vera?

- a Se $a > 0$, allora $\{x \in \mathbb{R} : |x| > a\} = (-\infty, -a) \cup (a, +\infty)$.
- b Se $a > 0$, allora $\{x \in \mathbb{R} : |x| \geq a\} = (-\infty, -a] \cup [a, +\infty)$.
- c Se $a > 0$, allora $\{x \in \mathbb{R} : |x| < a\} = (-\infty, -a) \cup (a, +\infty)$.

Domanda 4. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

- a $\tan\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$
- b $\cot\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$
- c $\tan\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Domanda 5. Siano $z, w \in \mathbb{C}$ ed $n \in \mathbb{N}$. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $\overline{z+w} = \bar{z} - \bar{w}$
- b $\overline{n \cdot z} = -n \cdot \bar{z}$
- c $\overline{n \cdot z} = n \cdot \bar{z}$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[x]{x} = +\infty$ b $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{2^x + 4^x} = 4$ c $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{2^x + 4^x} = 6$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se per ogni $\{x_n\}_n \subset \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ convergente ad x_0 si ha che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = L$, allora $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$.
 b Se esiste $\{x_n\}_n$ convergente ad x_0 tale che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = f(x_0)$, allora f è continua in x_0 .
 c Se esiste $\{x_n\}_n \subset \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ convergente ad x_0 tale che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = L$, allora $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge ed $\{a_n\}_n$ è monotona, allora anche $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge.
 b Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge, allora anche $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge.
 c Se $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge, allora anche $\sum_{n \geq 1} |a_n|$ converge.

Domanda 9. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $\frac{d}{dx} \sin(x) = \cos(x)$
 b $\frac{d}{dx} \sin(x) = -\cos(x)$
 c $\frac{d}{dx} \cos(x) = -\sin(x)$

Domanda 10. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arccos\left(\frac{1}{x}\right) + c$
 b $\int \frac{dx}{\cos(x)^2} = \tan(x) + c$
 c $\int \frac{dx}{\sin(x)^2} = \tan(x) + c$

Compito 89

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali dei seguenti insiemi è un campo totalmente ordinato?

a) \mathbb{Q}

b) \mathbb{N}

c) \mathbb{C}

Domanda 2. Quali dei seguenti insiemi è il grafico di $f: A \rightarrow B$?

a) $\{f(x) : x \in A\}$

b) $\{(x, y) \in A \times B : y = f(x)\}$

c) $\{y \in B : \exists x \in A \text{ t.c. } f(x) = y\}$

Domanda 3. Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$ con $a > 0$ e tali che $\Delta = b^2 - 4ac = 0$. Se $x_0 = -\frac{b}{2a}$, allora

a) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c < 0\} = \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$

b) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c < 0\} = \emptyset$

c) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c > 0\} = \emptyset$

Domanda 4. Quali dei seguenti uguaglianze sono vere?

a) $\tan\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \tan(x)$

b) $\tan(x + \pi) = \tan(x)$

c) $\cot\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cot(x)$

Domanda 5. Date $z = \rho(\cos(\theta) + i\sin(\theta))$ e $w = r(\cos(\varphi) + i\sin(\varphi)) \neq 0$, quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a) $z \cdot w = \rho r (\cos(\theta - \varphi) + i\sin(\theta - \varphi))$

b) $\frac{z}{w} = \frac{\rho}{r} (\cos(\theta + \varphi) + i\sin(\theta + \varphi))$

c) $\frac{z}{w} = \frac{\rho}{r} (\cos(\theta - \varphi) + i\sin(\theta - \varphi))$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- a $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty \iff \forall M > 0 \exists \delta > 0 \text{ t.c. } f(x) > M \forall x \in (x_0 - \delta, x_0)$
- b $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty \iff \exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta > 0 \exists x \in (x_0, x_0 + \delta) \text{ t.c. } f(x) < M$
- c $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty \iff \forall M > 0 \exists \delta > 0 \text{ t.c. } f(x) > M \forall x \in (x_0, x_0 + \delta)$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se esiste $\{x_n\}_n \subset \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ convergente ad x_0 tale che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = L$, allora $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$.
- b Se per ogni $\{x_n\}_n \subset \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ convergente ad x_0 si ha che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = L$, allora $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$.
- c Se per ogni $\{x_n\}_n$ convergente ad x_0 si ha che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = f(x_0)$, allora f è continua in x_0 .

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge ed $\{a_n\}_n$ è monotona, allora anche $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge.
- b Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge, allora anche $\sum_{n \geq 1} (-1)^n |a_n|$ converge.
- c Se $\sum_{n \geq 1} |a_n|$ converge, allora anche $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed $x_0 \in (a, b)$ è tale che $f'(x_0) = 0$, allora x_0 è un punto di massimo o di minimo assoluto.
- b Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua ed $f(a) = f(b)$, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f'(x_0) = 0$.
- c Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed $x_0 \in (a, b)$ è tale che $f'(x_0) = 0$, allora x_0 è un punto stazionario.

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.
- b $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.
- c $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.

Compito 90

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali dei seguenti insiemi è ordinato e completo?

a) \mathbb{Z}

b) \mathbb{Q}

c) \mathbb{C}

Domanda 2. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

a) $f: A \rightarrow B$ è iniettiva se per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha $f(x_1) = f(x_2) \implies x_1 = x_2$.

b) Se $f: I \rightarrow \mathbb{R}$ è continua ed I è un intervallo, allora anche $f(I)$ è un intervallo.

c) Se $f: I \rightarrow \mathbb{R}$ è invertibile ed I è un intervallo, allora anche $f(I)$ è un intervallo.

Domanda 3. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) Il minimo di un insieme è, se esiste, il più grande dei minoranti che appartiene all'insieme stesso.

b) Il massimo di un insieme è, se esiste, il più piccolo dei maggioranti che appartiene all'insieme stesso.

c) Il massimo di un insieme è, se esiste, il più piccolo dei maggioranti.

Domanda 4. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a) $\cot\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$

b) $\tan\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$

c) $\cot\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$

Domanda 5. Quali delle seguenti inclusioni è vera?

a) $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

b) $\mathbb{C} \subset \mathbb{R}$

c) $\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- a Se $f(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ e $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a \in \mathbb{R}$, allora $a \geq 0$.
- b Se $f(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ e $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a \in \mathbb{R}$, allora $a > 0$.
- c Se $f(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ e $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$, allora $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = +\infty$.

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Ogni successione numerica limitata è convergente.
- b Ogni successione numerica convergente è limitata.
- c Ogni successione numerica divergente è limitata.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge.
- b Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge.
- c Se $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f'(x_0) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.
- b Se $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ sono continue su $[a, b]$, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $(g(b) - g(a)) f'(x_0) = (f(b) - f(a)) g'(x_0)$.
- c Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f'(x_0) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.
- b $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.
- c $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.

Compito 91

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali dei seguenti insiemi è un campo totalmente ordinato?

a) \mathbb{R}

b) \mathbb{N}

c) \mathbb{Z}

Domanda 2. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

a) Le funzioni costanti sono periodiche.

b) Se $f: A \rightarrow B$ è una funzione periodica, allora f è una funzione trigonometrica.

c) $f: A \rightarrow B$ è una funzione periodica se esiste $x \in A$ tale che per ogni $T > 0$ si ha $f(x+T) = f(x)$.

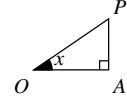
Domanda 3. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) Se $\max(A)$ esiste, allora $\max(A) > \sup(A)$.

b) Se $\max(A)$ esiste, allora $\max(A) = \sup(A)$.

c) Se $\min(A)$ esiste, allora $\min(A) < \inf(A)$.

Domanda 4. Con riferimento alla seguente figura, quali delle seguenti asserzioni è vera?



a) $\overline{AP} = \overline{OA} \cdot \tan(x)$

b) $\overline{AP} = \overline{OP} \cdot \sin(x)$

c) $\overline{AP} = \overline{OA} \cdot \cot(x)$

Domanda 5. Sia $z \in \mathbb{C}$. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a) $\Re(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$

b) $\Im(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$

c) $\Re(z) = \frac{z - \bar{z}}{2i}$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- [a] Se $f(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ e $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$, allora $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = +\infty$.
- [b] Se $f(x) \cdot g(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ e $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$, allora $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = +\infty$.
- [c] Se $f(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ e $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a \in \mathbb{R}$, allora $a \geq 0$.

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{a_n} = L > 1$ allora $a_n \downarrow 0$.
- [b] Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L > 1$ allora $a_n \downarrow 0$.
- [c] Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L < 1$ allora $a_n \downarrow 0$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] Se $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge.
- [b] Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge.
- [c] Se $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] $\frac{d}{dx} \arctan(x) = \frac{1}{1+x^2}$
- [b] $\frac{d}{dx} \arctan(x) = \frac{1}{\cos(x)^2}$
- [c] $\frac{d}{dx} \tan(x) = \frac{1}{\cos(x)^2}$

Domanda 10. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- [a] $\int f'(x) g(x) dx = f(x) g(x) - \int f(x) g'(x) dx$
- [b] $\int f'(x) g(x) dx = -f(x) g(x) - \int f(x) g'(x) dx$
- [c] $\int f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) + \int f'(x) g(x) dx$

Compito 92

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali dei seguenti insiemi è ordinato e completo?

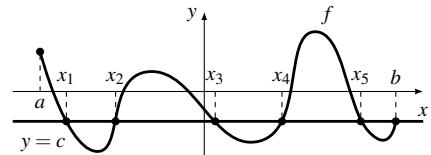
a) \mathbb{Z}

b) \mathbb{R}

c) \mathbb{Q}

Domanda 2. Quali delle seguenti uguaglianze è vera se il grafico di $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ e la retta $y = c$ sono come in figura?

- a) $\{x \in [a, b] : f(x) < c\} = (x_1, x_2) \cup (x_3, x_4) \cup (x_5, b)$
- b) $\{x \in [a, b] : f(x) > c\} = (x_1, x_2) \cup (x_3, x_4) \cup (x_5, b)$
- c) $\{x \in [a, b] : f(x) < c\} = [a, x_1) \cup (x_2, x_3) \cup (x_4, x_5)$



Domanda 3. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a) Se $A = \{1/n : n \in \mathbb{N}\}$, allora $\min(A) = 0$.
- b) Se $A = \{\arctan(n) : n \in \mathbb{N}\}$, allora $\sup(A) = \pi/2$.
- c) Se $A = \{1/n : n \in \mathbb{N}\}$, allora $\inf(A) = 0$.

Domanda 4. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

- a) $\cot\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$
- b) $\tan\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$
- c) $\cot\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$

Domanda 5. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a) Le radici n -esime di $w = r(\cos(\varphi) + i \sin(\varphi))$ sono $z_k = \sqrt[n]{r}(\cos(\varphi n + 2\pi nk) + i \sin(\varphi n + 2\pi nk))$, $k \in \{0, 1, \dots, n-1\}$.
- b) La potenza n -esima di $w = r(\cos(\varphi) + i \sin(\varphi))$ è $z^n = r^n (\cos(\frac{\varphi}{n}) + i \sin(\frac{\varphi}{n}))$.
- c) La potenza n -esima di $w = r(\cos(\varphi) + i \sin(\varphi))$ è $z^n = r^n (\cos(n\varphi) + i \sin(n\varphi))$.

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- a $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty \iff \exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta = \delta(M) > 0 \ \exists x \in (x_0 - \delta, x_0) \text{ t.c. } f(x) > -M$
- b $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty \iff \forall M > 0 \ \exists \delta > 0 \text{ t.c. } f(x) < -M \ \forall x \in (x_0, x_0 + \delta)$
- c $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty \iff \exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta > 0 \ \exists x \in (x_0, x_0 + \delta) \text{ t.c. } f(x) > -M$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Tutte le successioni numeriche non limitate divergono.
- b Tutte le successioni numeriche divergenti non sono limitate.
- c Tutte le successioni numeriche monotone sono convergenti.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge, allora anche $\{a_n\}_n$ converge.
- b Se $a \in (-1, 1)$, allora $\sum_{n \geq 1} a^n = \frac{a}{1-a}$
- c Se $\{a_n\}_n$ converge, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge.

Domanda 9. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $\frac{d}{dx} \arccos(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- b $\frac{d}{dx} \arcsin(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
- c $\frac{d}{dx} \arcsin(x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.
- b $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.
- c $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.

Compito 93

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

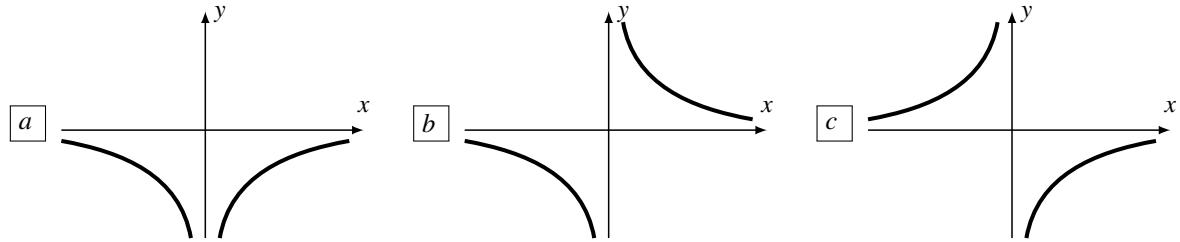
Domanda 1. Quali dei seguenti insiemi è un campo?

a \mathbb{Z}

b \mathbb{C}

c \mathbb{N}

Domanda 2. Quali dei seguenti grafici corrispondono funzioni iniettive?



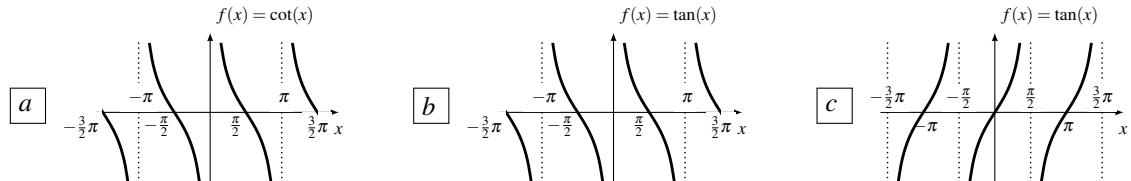
Domanda 3. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a L'estremo superiore di un insieme è il più grande dei maggioranti.

b L'estremo inferiore di un insieme è il più piccolo dei minoranti.

c L'estremo superiore di un insieme è il più piccolo dei maggioranti.

Domanda 4. Quali dei seguenti grafici è corretto?



Domanda 5. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a Le radici n-esime di $w = r(\cos(\varphi) + i \sin(\varphi))$ sono $z_k = \sqrt[n]{r} \left(\cos \left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2\pi}{n} k \right) + i \sin \left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2\pi}{n} k \right) \right)$, $k \in \{0, 1, \dots, n-1\}$.

b La potenza n-esima di $w = r(\cos(\varphi) + i \sin(\varphi))$ è $z^n = r^n (\cos(n\varphi) + i \sin(n\varphi))$.

c Le radici n-esime di $w = r(\cos(\varphi) + i \sin(\varphi))$ sono $z_k = \sqrt[n]{r} (\cos(\varphi n + 2\pi nk) + i \sin(\varphi n + 2\pi nk))$, $k \in \{0, 1, \dots, n-1\}$.

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- a $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty \iff \exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta = \delta(M) > 0 \ \exists x \in (x_0 - \delta, x_0) \text{ t.c. } f(x) < M$
- b $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty \iff \forall M > 0 \ \exists \delta > 0 \text{ t.c. } f(x) > M \ \forall x \in (x_0, x_0 + \delta)$
- c $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty \iff \forall M > 0 \ \exists \delta > 0 \text{ t.c. } f(x) > M \ \forall x \in (x_0 - \delta, x_0)$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $a_n = f(n)$ e $\nexists \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, allora $\nexists \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$.
- b $\{a_n\}_n$ converge se e solo se $\exists \varepsilon > 0$ t.c. $\forall N \in \mathbb{N} \ \exists n, m > N$ t.c. $|a_n - a_m| > \varepsilon$.
- c $\{a_n\}_n$ converge se e solo se $\forall \varepsilon > 0 \ \exists N \in \mathbb{N}$ t.c. $|a_n - a_m| < \varepsilon \ \forall n, m > N$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge.
- b Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge.
- c Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ sono continue su $[a, b]$, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $(g(b) - g(a)) f'(x_0) = (f(b) - f(a)) g'(x_0)$.
- b Se $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ sono derivabili su $[a, b]$, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $(g(b) - g(a)) f'(x_0) = (f(b) - f(a)) g'(x_0)$.
- c Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f'(x_0) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.
- b $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.
- c $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.

Compito 94

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

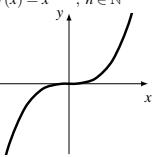
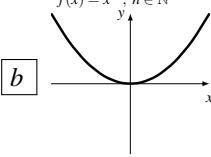
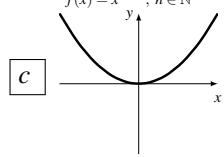
Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $e \in \{\ln(n) : n \in \mathbb{N}\}$
- b $\{(-1)^n : n \in \mathbb{N}\} \neq \{(-1)^{n+1} : n \in \mathbb{N}\}$
- c $e \notin \{\ln(n) : n \in \mathbb{N}\}$

Domanda 2. Quali dei seguenti grafici è corretto?

- a 
$$f(x) = x^{2n+1}, n \in \mathbb{N}$$
- b 
$$f(x) = x^{2n}, n \in \mathbb{N}$$
- c 
$$f(x) = x^{2n+1}, n \in \mathbb{N}$$

Domanda 3. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $\max(A)$ esiste, allora $\max(A) = \sup(A)$.
- b Se $\max(A)$ esiste, allora $\max(A) > \sup(A)$.
- c Se $\min(A)$ esiste, allora $\min(A) < \inf(A)$.

Domanda 4. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $\cos(x+\pi) = \cos(x)$
- b $\sin(x+\pi) = -\sin(x)$
- c $\sin(x+\pi) = \sin(x)$

Domanda 5. Sia $z \in \mathbb{C}$. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $\bar{z}^n = -(\bar{z})^n$
- b $z \cdot \bar{z} = a^2 + b^2$
- c $z \cdot \bar{z} = a^2 - b^2$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(x)}{x} = 1$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x)}{x} = 1$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(x)}{x} = \frac{1}{2}$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) Se esiste $\{x_n\}_n$ convergente ad x_0 tale che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = f(x_0)$, allora f è continua in x_0 .

b) Se per ogni $\{x_n\}_n$ convergente ad x_0 si ha che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = f(x_0)$, allora f è continua in x_0 .

c) Se per ogni $\{x_n\}_n \subset \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ convergente ad x_0 si ha che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = L$, allora $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = +\infty$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge.

b) Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 0$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge.

c) Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 0$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) Per definizione $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x_0) - f(x)}{x - x_0}$

b) Per definizione $f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0) - f(x_0 + h)}{h}$

c) Per definizione $f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$

Domanda 10. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a) $\int f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) + \int f'(x) g(x) dx$

b) $\int f'(x) g(x) dx = -f(x) g(x) - \int f(x) g'(x) dx$

c) $\int f'(x) g(x) dx = f(x) g(x) - \int f(x) g'(x) dx$

Compito 95

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Dati $a, b \in \mathbb{R}$, quali delle seguenti implicazioni è vera?

a $a - b = 0 \implies a = 0$ oppure $b = 0$

b $a + b = 0 \implies a = 0$ oppure $b = 0$

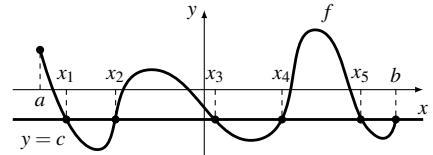
c $a \cdot b = 0 \implies a = 0$ oppure $b = 0$

Domanda 2. Quali delle seguenti uguaglianze è vera se il grafico di $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ e la retta $y = c$ sono come in figura?

a $\{x \in [a, b] : f(x) < c\} = (x_1, x_2) \cup (x_3, x_4) \cup (x_5, b)$

b $\{x \in [a, b] : f(x) > c\} = (x_1, x_2) \cup (x_3, x_4) \cup (x_5, b)$

c $\{x \in [a, b] : f(x) > c\} = [a, x_1) \cup (x_2, x_3) \cup (x_4, x_5)$



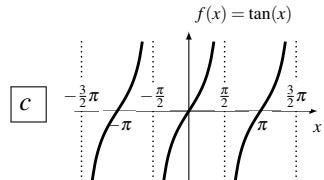
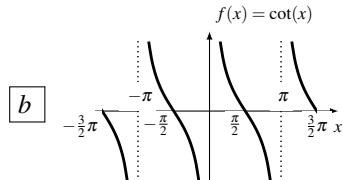
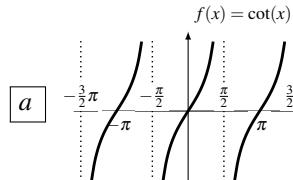
Domanda 3. Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$ con $a > 0$ e tali che $\Delta = b^2 - 4ac = 0$. Se $x_0 = -\frac{b}{2a}$, allora

a $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c \leq 0\} = \mathbb{R}$

b $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c \leq 0\} = \{x_0\}$

c $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c \geq 0\} = \{x_0\}$

Domanda 4. Quali dei seguenti grafici è corretto?



Domanda 5. Date $z = \rho(\cos(\theta) + i\sin(\theta))$ e $w = r(\cos(\varphi) + i\sin(\varphi)) \neq 0$, quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a $\frac{z}{w} = \frac{\rho}{r} (\cos(\theta + \varphi) + i\sin(\theta + \varphi))$

b $z \cdot w = \rho r (\cos(\theta - \varphi) + i\sin(\theta - \varphi))$

c $\frac{z}{w} = \frac{\rho}{r} (\cos(\theta - \varphi) + i\sin(\theta - \varphi))$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- a $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty \iff \exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta > 0 \exists x \in (x_0, x_0 + \delta) \text{ t.c. } f(x) < M$
- b $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty \iff \forall M > 0 \exists \delta > 0 \text{ t.c. } f(x) > M \forall x \in (x_0, x_0 + \delta)$
- c $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty \iff \exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta = \delta(M) > 0 \exists x \in (x_0 - \delta, x_0) \text{ t.c. } f(x) < M$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $\{a_n\}_n$ converge se e solo se $\exists \varepsilon > 0$ t.c. $\forall N \in \mathbb{N} \exists n, m > N$ t.c. $|a_n - a_m| > \varepsilon$.
- b Se $a_n = f(n)$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$, allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.
- c $\{a_n\}_n$ converge se e solo se $\forall \varepsilon > 0 \exists N \in \mathbb{N}$ t.c. $|a_n - a_m| < \varepsilon \forall n, m > N$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a La serie armonica converge.
- b La serie armonica diverge.
- c La serie armonica a segno alterno converge.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed ha in $x_0 \in (a, b)$ un punto di massimo, allora $f'(x_0) = 0$.
- b Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed ha in $x_0 \in [a, b]$ un punto di minimo, allora $f'(x_0) = 0$.
- c Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed ha in $x_0 \in [a, b]$ un punto di massimo, allora $f'(x_0) = 0$.

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.
- b $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.
- c $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.

Compito 96

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

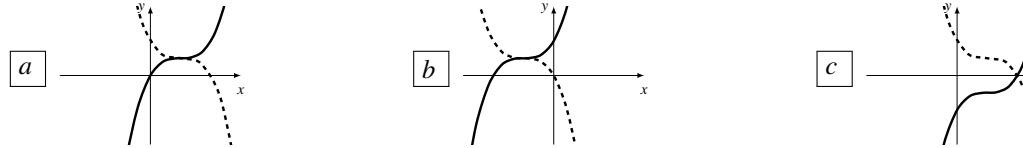
Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a $e \in \{\ln(n) : n \in \mathbb{N}\}$
- b $e \notin \{\ln(n) : n \in \mathbb{N}\}$
- c $\{(-1)^n : n \in \mathbb{N}\} = \{(-1)^{n+1} : n \in \mathbb{N}\}$

Domanda 2. Se la linea solida rappresenta il grafico di $f(x)$, in quali casi la linea tratteggiata rappresenta il grafico di $-f(x)$?



Domanda 3. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $\min(A)$ esiste, allora $\min(A) = \inf(A)$.
- b Se $\max(A)$ esiste, allora $\max(A) = \sup(A)$.
- c Se $\min(A)$ esiste, allora $\min(A) < \inf(A)$.

Domanda 4. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

- a $\tan\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$
- b $\cot\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$
- c $\tan\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$

Domanda 5. Siano $z, w \in \mathbb{C}$ ed $n \in \mathbb{N}$. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $\overline{z+w} = \bar{z} - \bar{w}$
- b $\overline{n \cdot z} = -n \cdot \bar{z}$
- c $\overline{n \cdot z} = n \cdot \bar{z}$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{2^x + 4^x} = 6$

b $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{2^x + 4^x} = 4$

c $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x} = +\infty$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a $\{a_n\}_n$ converge se e solo se $\exists \varepsilon > 0$ t.c. $\forall N \in \mathbb{N} \exists n, m > N$ t.c. $|a_n - a_m| > \varepsilon$.

b Se $a_n = f(n)$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$, allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.

c Se $a_n = f(n)$ e $\nexists \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, allora $\nexists \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a Se $a_n \downarrow 0$, allora $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge.

b Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge, allora anche $\sum_{n \geq 1} |a_n|$ converge.

c Se $\sum_{n \geq 1} |a_n|$ converge, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge.

Domanda 9. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a $\frac{d}{dx} \arcsin(x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

b $\frac{d}{dx} \arccos(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

c $\frac{d}{dx} \arccos(x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.

b $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.

c $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.

Compito 97

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023
Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

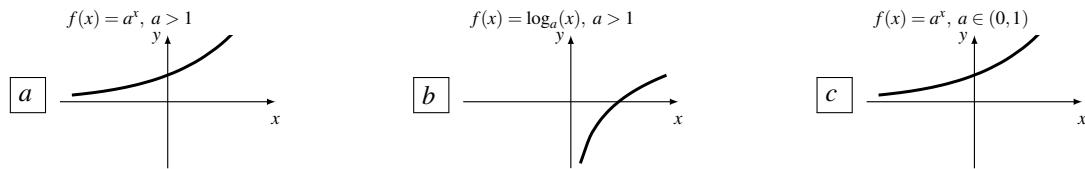
Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Dati $a, b \in \mathbb{R}$, quali delle seguenti implicazioni è vera?

- a $a - b = 0 \implies a = 0$ oppure $b = 0$
- b $a + b = 0 \implies a = 0$ oppure $b = 0$
- c $a^b = 0 \implies a = 0$ oppure $b = 0$

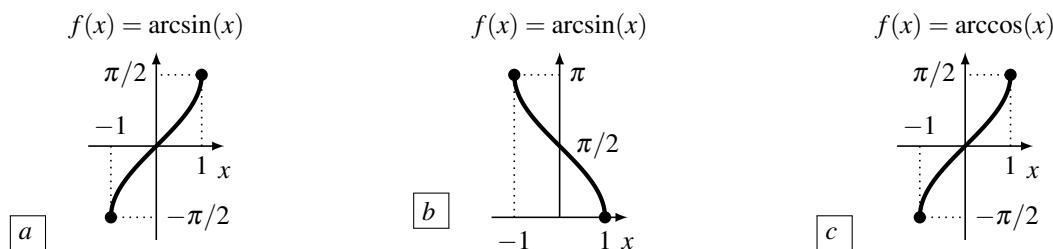
Domanda 2. Quali dei seguenti grafici è corretto?



Domanda 3. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $\min(A)$ esiste, allora $\min(A) = \inf(A)$.
- b Se $\max(A)$ esiste, allora $\max(A) > \sup(A)$.
- c Se $\min(A)$ esiste, allora $\min(A) < \inf(A)$.

Domanda 4. Quali dei seguenti grafici è corretto?



Domanda 5. Sia $z \in \mathbb{C}$. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $\Im(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$
- b $\Re(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$
- c $\Im(z) = \frac{z - \bar{z}}{2i}$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, quali delle seguenti asserzioni sono vere?

a $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L \iff \exists \varepsilon > 0 \text{ t.c. } \forall X > 0 \exists x \in D \text{ con } x > X \text{ t.c. } |f(x) - L| > \varepsilon$

b $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L \iff \forall \varepsilon > 0 \exists X > 0 \text{ t.c. } |f(x) - L| < \varepsilon \forall x \in (-\infty, -X)$

c $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L \iff \exists \varepsilon > 0 \text{ t.c. } \forall X > 0 \exists x \in D \text{ con } x < -X \text{ t.c. } |f(x) - L| > \varepsilon$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a Ogni successione numerica divergente è limitata.

b Ogni successione numerica limitata ammette una sottosuccessione convergente.

c Ogni successione numerica limitata è convergente.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a Se $\sum_{n \geq 1} |a_n|$ converge, allora anche $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge.

b Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge ed $\{a_n\}_n$ è monotona, allora anche $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge.

c Se $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge, allora anche $\sum_{n \geq 1} |a_n|$ converge.

Domanda 9. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a $\frac{d}{dx} \cos(x) = -\sin(x)$

b $\frac{d}{dx} \sin(x) = -\cos(x)$

c $\frac{d}{dx} \cos(x) = \sin(x)$

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.

b $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.

c $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.

Compito 98

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali delle seguenti implicazioni è vera?

- a $\left. \begin{array}{l} \bullet P(0) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ pari}$
- b $\left. \begin{array}{l} \bullet P(1) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ pari}$
- c $\left. \begin{array}{l} \bullet P(0) \text{ è vera} \\ \bullet \text{se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ dispari}$

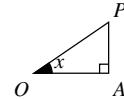
Domanda 2. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

- a $f: A \rightarrow B$ è una funzione pari se per ogni $x \in A$ si ha $f(-x) = f(x)$.
- b $f: A \rightarrow B$ è una funzione dispari se per ogni $x \in A$ si ha $f(-x) = -f(x)$.
- c $f: A \rightarrow B$ è una funzione pari se per ogni $x \in A$ si ha $f(-x) = -f(x)$.

Domanda 3. Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$ con $a > 0$ e tali che $\Delta = b^2 - 4ac = 0$. Se $x_0 = -\frac{b}{2a}$, allora

- a $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c < 0\} = \emptyset$
- b $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c > 0\} = \emptyset$
- c $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c < 0\} = \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$

Domanda 4. Con riferimento alla seguente figura, quali delle seguenti asserzioni è vera?



- a $\overline{AP} = \overline{OA} \cdot \cot(x)$
- b $\overline{AP} = \overline{OA} \cdot \tan(x)$
- c $\overline{AP} = \overline{OP} \cdot \sin(x)$

Domanda 5. Sia $z \in \mathbb{C}$. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- a $\Re e(z) = \frac{z - \bar{z}}{2i}$
- b $\Im m(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$
- c $\Im m(z) = \frac{z - \bar{z}}{2i}$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- a $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L \iff \forall \varepsilon > 0 \exists X > 0 \text{ t.c. } |f(x) - L| < \varepsilon \forall x \in (-\infty, -X)$
- b $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L \iff \exists \varepsilon > 0 \text{ t.c. } \forall X > 0 \exists x \in D \text{ con } x > X \text{ t.c. } |f(x) - L| > \varepsilon$
- c $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L \iff \exists \varepsilon > 0 \text{ t.c. } \forall X > 0 \exists x \in D \text{ con } x < -X \text{ t.c. } |f(x) - L| > \varepsilon$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Ogni successione numerica limitata è convergente.
- b Ogni successione numerica limitata ammette una sottosuccessione convergente.
- c Ogni successione numerica divergente è limitata.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a La serie telescopiche convergono.
- b La serie telescopica $\sum_{n \geq 1} (a_{n+1} - a_n)$ converge se e solo se $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$.
- c La serie telescopica $\sum_{n \geq 1} (a_{n+1} - a_n)$ converge se e solo se $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L \in \mathbb{R}$.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed ha in $x_0 \in (a, b)$ un punto di massimo, allora $f'(x_0) = 0$.
- b Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed ha in $x_0 \in [a, b]$ un punto di minimo, allora $f'(x_0) = 0$.
- c Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed ha in $x_0 \in (a, b)$ un punto di minimo, allora $f'(x_0) = 0$.

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora è integrabile secondo Riemann.
- b Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è monotona, allora è integrabile secondo Riemann.
- c Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ non è continua, allora non è integrabile secondo Riemann.

Compito 99

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

Domanda 1. Quali dei seguenti insiemi è un campo?

a) \mathbb{N}

b) \mathbb{C}

c) \mathbb{Z}

Domanda 2. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è monotona ed $f([a,b])$ è un intervallo, allora f è continua in $[a,b]$.

b) Se $f: (a,b) \rightarrow [a,b]$ è continua ed invertibile, allora anche $f^{-1}: [a,b] \rightarrow (a,b)$ è continua ed invertibile.

c) Se $f: [a,b] \rightarrow [a,b]$ è invertibile, allora $f^{-1}: [a,b] \rightarrow [a,b]$ è continua in $[a,b]$.

Domanda 3. Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$ con $a > 0$ e tali che $\Delta = b^2 - 4ac = 0$. Se $x_0 = -\frac{b}{2a}$, allora

a) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c \leq 0\} = \mathbb{R}$

b) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c \geq 0\} = \mathbb{R}$

c) $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c \leq 0\} = \{x_0\}$

Domanda 4. Quali delle seguenti affermazioni è vera?

a) Ciascun angolo di un triangolo equilatero misura $\pi/6$.

b) Ciascun angolo di un quadrato misura $\pi/4$.

c) Ciascun angolo di un quadrato misura $\pi/2$.

Domanda 5. Siano $z, w \in \mathbb{C}$ ed $n \in \mathbb{N}$. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a) $\overline{z+w} = \bar{z} - \bar{w}$

b) $\overline{z+w} = \bar{z} + \bar{w}$

c) $\overline{n \cdot z} = -n \cdot \bar{z}$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.

Domanda 6. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- [a] $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L \iff \exists \varepsilon > 0 \text{ t.c. } \forall \delta > 0 \exists x \in (x_0, x_0 + \delta) \text{ t.c. } |f(x) - L| > \varepsilon$
- [b] $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L \iff \exists \varepsilon > 0 \text{ t.c. } \forall \delta > 0 \exists x \in (x_0 - \delta, x_0) \text{ t.c. } |f(x) - L| > \varepsilon$
- [c] $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L \iff \forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \text{ t.c. } |f(x) - L| < \varepsilon \forall x \in (x_0, x_0 + \delta)$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] $\{a_n\}_n$ converge se e solo se $\forall \varepsilon > 0 \exists N \in \mathbb{N} \text{ t.c. } |a_n - a_m| < \varepsilon \forall n, m > N$.
- [b] $\{a_n\}_n$ converge se e solo se $\exists \varepsilon > 0 \text{ t.c. } \forall N \in \mathbb{N} \exists n, m > N \text{ t.c. } |a_n - a_m| > \varepsilon$.
- [c] Se $a_n = f(n)$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$, allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge, allora anche $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge.
- [b] Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge ed $\{a_n\}_n$ è monotona, allora anche $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge.
- [c] Se $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge, allora anche $\sum_{n \geq 1} |a_n|$ converge.

Domanda 9. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

- [a] $\frac{d}{dx} a^x = a^x$
- [b] $\frac{d}{dx} a^x = a^x \ln(a)$
- [c] $\frac{d}{dx} \ln(|x|) = \frac{1}{|x|}$ per ogni $x \neq 0$

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- [a] $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.
- [b] $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.
- [c] $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.

Compito 100

Scritto di teoria di Istituzioni di Matematica del 24/01/2023

Corso di Laurea in Informatica – a.a. 2022/2023

Il compito consiste di 10 domande, ciascuna con 3 risposte tra cui scegliere.
4 domande hanno 2 risposte vere, 6 domande hanno 1 risposta vera.

Punteggio massimo: 7.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: 0. Risposta errata: -0.2.

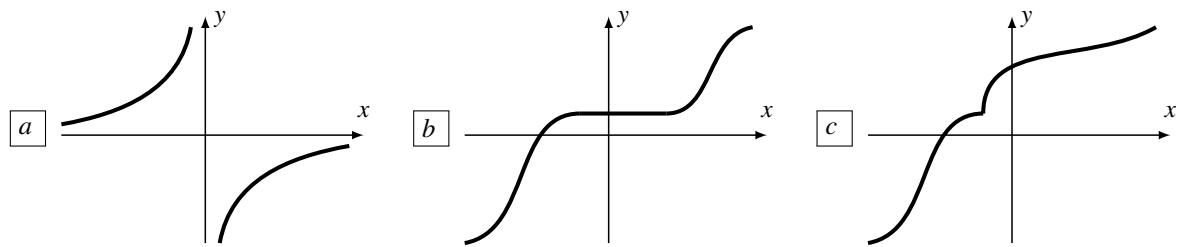
Domanda 1. Quali dei seguenti insiemi è un campo totalmente ordinato?

a) \mathbb{C}

b) \mathbb{Q}

c) \mathbb{N}

Domanda 2. Quali dei seguenti grafici corrispondono a funzioni strettamente crescenti?



Domanda 3. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

a) Se $\min(A)$ esiste, allora $\min(A) = \inf(A)$.

b) Se $\max(A)$ esiste, allora $\max(A) > \sup(A)$.

c) Se $\min(A)$ esiste, allora $\min(A) < \inf(A)$.

Domanda 4. Quali delle seguenti uguaglianze sono vere?

a) $\cot(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$

b) $\cot(x) = \frac{\cos(x)}{\sin(x)}$

c) $\tan(x) = \frac{\cos(x)}{\sin(x)}$

3

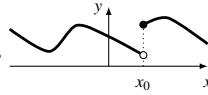
Domanda 5. Sia $z \in \mathbb{C}$. Quali delle seguenti uguaglianze è vera?

a) $\Im m(z) = \frac{z - \bar{z}}{2i}$

b) $\Re e(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$

c) $\Re e(z) = \frac{z - \bar{z}}{2i}$

Le successive 5 domande si trovano dietro questa pagina.



Domanda 6. Se il grafico di $f(x)$ è , quali delle seguenti asserzioni sono vere?

- a) $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0)$ b) $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) < f(x_0)$ c) $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) < f(x_0)$

Domanda 7. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a) Se tutte le sottosuccessioni di $\{a_n\}_n$ convergono ad L , allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.

- b) Se esiste una sottosuccessione di $\{a_n\}_n$ che converge ad L , allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.

- c) Se $\{a_n\}_n$ che $\{c_n\}_n$ sono convergenti ed $a_n \leq b_n \leq c_n$, allora anche $\{b_n\}_n$ convergente.

Domanda 8. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a) Se $\sum_{p \geq 1} a_p$ converge assolutamente, allora $\sum_{p \geq 1} a_p$ converge anche semplicemente.

- b) $\sum_{p \geq 1} a_p$ converge se e solo se $\forall \varepsilon > 0 \exists N \in \mathbb{N}$ t.c. $\left| \sum_{p=m+1}^n a_p \right| < \varepsilon \forall n > m > N$.

- c) $\sum_{p \geq 1} a_p$ converge se e solo se $\exists \varepsilon > 0$ t.c. $\forall N \in \mathbb{N} \exists n > m > N$ t.c. $\left| \sum_{p=m+1}^n a_p \right| < \varepsilon$.

Domanda 9. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a) Per definizione $f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$

- b) Per definizione $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$

- c) Per definizione $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x_0)-f(x)}{x-x_0}$

Domanda 10. Quali delle seguenti asserzioni è vera?

- a) $y'' + ay + by = f(x)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.

- b) $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti.

- c) $y' = a(x)b(y)$ è un'equazione differenziale a variabili separabili.