

12. Siano

$$v_1 = 2i + j \quad v_2 = i + 3j$$

Determinare i vettori associati  $v_1$  e  $v_2$  e l'angolo compreso tra essi:

$$w_1 = \frac{v_1}{|v_1|} = \frac{1}{\sqrt{5}} (2i + j) \quad ; \quad w_2 = \frac{1}{\sqrt{10}} (i + 3j)$$

$$\begin{aligned} \cos \varphi &= \langle w_1, w_2 \rangle = \frac{2}{\sqrt{5}} \frac{1}{\sqrt{10}} + \frac{1}{\sqrt{5}} \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{5}{\sqrt{50}} \\ &= \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2 \cdot 5}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

$$\varphi = \arccos \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\pi}{4}$$

13. Siano

$$v_1 = i + j \quad v_2 = i - 2j$$

Determinare le proiezioni ortogonali di  $v_1$  secondo le direzioni di  $v_2$

$$w_2 = \frac{v_2}{|v_2|} = \frac{1}{\sqrt{5}} (i - 2j) \quad \text{norma}$$

$$\begin{aligned} v_1' &= \langle v_1, w_2 \rangle w_2 = \left( \frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{2}{\sqrt{5}} \right) \frac{1}{\sqrt{5}} (i - 2j) = -\frac{1}{5} (i - 2j) \\ &= -\frac{1}{5} i + \frac{2}{5} j \end{aligned}$$

La proiezione è il modulo di  $v_1'$  ossia  $1/\sqrt{5}$