Nome, Cognome .... Matricola .... **Compito 1**

Compito 1

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = 32 + 32\sqrt{3}\,\mathrm{i}$$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf, *il* sup, *e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x+7}{x+8} \leqslant \frac{x-6}{x+2} \right\}$$

$$B = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{x^2-4x-5} < \sqrt{3x^2+2x-1} \right\}$$

Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = x + \tfrac{3}{x},$$

si determinino:

- $\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*
- $\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*
- $\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*
- $\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*
- $\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} \ln\left(\frac{1}{\sqrt[3]{5^n}}\right) \ln\left(\left(\frac{n-2}{n}\right)^9\right)$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to+\infty} \left(7 - \sqrt{49 - \frac{1}{x^3}}\right) x^3$$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della seguente somma finita.*

$$\sum_{n=0}^{4} 3^n$$

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} \tan\left(\frac{1}{n^4}\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.* $\boxed{b}$ *La serie diverge.* $\boxed{c}$ *La serie è irregolare.*

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int \left(\tan(-3x)^{14} + \tan(-3x)^{16}\right) \mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)}\ \int_0^{\pi} \cos(x/9)\sqrt{\sin(x/9)}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{25x})^3}\,\mathrm{d}x$$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

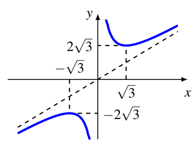
$$\begin{cases} y''(x) + 2y'(x) + 5y(x) = 0 \\ y(0) = 7 \\ y'(0) = -8 \end{cases}$$

1)
$z_0 = 4\left[\cos\left(\frac{1}{9}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{1}{9}\pi\right)\right]$
$z_1 = 4\left[\cos\left(\frac{7}{9}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{7}{9}\pi\right)\right]$
$z_2 = 4\left[\cos\left(\frac{13}{9}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{13}{9}\pi\right)\right]$

2) $A = \left(-\infty, -\frac{62}{7}\right] \cup (-8,-2)$
$\inf(A) = -\infty,\ \min(A) = \nexists$
$\sup(A) = -2,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty,-2) \cup [5,+\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

3.a) $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
3.b) $f'(x) = 1 - \frac{3}{x^2}$
3.c) $(-\infty,-\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3},+\infty)$
3.d) $I = (-\infty,-2\sqrt{3}] \cup [2\sqrt{3},+\infty)$
3.e) L'asintoto a $x = \pm\infty$ è $y = x$, quello verticale è $x = 0$. Non ci sono punti di intersezione con gli assi.



4.a) $6\ln(5)$

4.b) $\frac{1}{14}$

5) 121

6) $\boxed{a}$ per il test del confronto asintotico, visto che $a_n \sim \frac{1}{n^4}$ e la serie armonica generalizzata $\sum \frac{1}{n^4}$ converge.

7.a) $-\frac{1}{45}\tan(-3x)^{15} + c$

7.b) $6\sin\left(\frac{\pi}{9}\right)^{3/2}$

7.c) $\frac{7}{36}$

8) $y(x) = -\frac{1}{2}\sin(2x)\,e^{-x} + 7\cos(2x)\,e^{-x}$

Nome, Cognome .... Matricola .... **Compito 2**

Compito 2

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = \frac{125}{2}\sqrt{2} - \frac{125}{2}\sqrt{2}\mathrm{i}$$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf*, il* sup*, e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{3x^2+15x+18}{x^2-9} \geqslant 0 \right\}$$

$$B = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{4x^2+11x-45} \geqslant \sqrt{3x^2+9x-30} \right\}$$

Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = x + \sqrt{28 - x^2},$$

si determinino:

- $\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*
- $\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*
- $\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*
- $\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*
- $\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)} \lim_{n\to+\infty} \left(-8n + \frac{4}{n}\right) \ln\left(1 + \frac{20}{n}\right)$$

$$\textbf{b)} \lim_{x\to 0^+} \frac{\sin(6x)}{-14x - \sin(12x)}$$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della seguente somma finita.*

$$\sum_{n=1}^{5} 4^n$$

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} (-1)^n \cdot \frac{1+3n^{-3}+7n^9+n^6+7n^7}{1+n^{-1}+9n^4+8n^2+4n^7},$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.* $\boxed{b}$ *La serie non converge.*

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)} \int \left(\tan(14x)^{10} + \tan(14x)^{12}\right) \mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)} \int_0^1 (-8x+5)\left(-4x^2+5x\right)^2 \mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)} \int_{1/5}^{+\infty} \frac{\mathrm{d}x}{(2+50x^2)\arctan(5x)^3}$$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{4}{x}y(x) + x^3 \\ y(1) = -5 \end{cases}$$

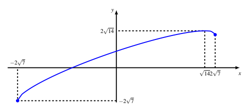
---

1)
$$z_0 = 5\left[\cos\left(\frac{7}{12}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{7}{12}\pi\right)\right] = \frac{5}{4}(\sqrt{2}-\sqrt{6}) + \mathrm{i}\,\frac{5}{4}(\sqrt{2}+\sqrt{6})$$
$$z_1 = 5\left[\cos\left(\frac{5}{4}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{5}{4}\pi\right)\right] = -\frac{5}{2}\sqrt{2} - \mathrm{i}\,\frac{5}{2}\sqrt{2}$$
$$z_2 = 5\left[\cos\left(\frac{23}{12}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{23}{12}\pi\right)\right] = \frac{5}{4}(\sqrt{2}+\sqrt{6}) - \mathrm{i}\,\frac{5}{4}(\sqrt{6}-\sqrt{2})$$

2) $A = (-\infty,-3) \cup (-3,-2] \cup (3,+\infty)$
$\inf(A) = -\infty,\ \min(A) = \nexists$
$\sup(A) = +\infty,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty,-5] \cup [3,+\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

3.a) $D = [-2\sqrt{7}, 2\sqrt{7}]$
3.b) $f'(x) = 1 - \frac{x}{\sqrt{28-x^2}}$
3.c) $\left(-2\sqrt{7}, \sqrt{14}\right)$
3.d) $I = [-2\sqrt{7}, 2\sqrt{14}]$
3.e) Non ci sono asintoti e l'unico punto di intersezione con gli assi è $(0, 2\sqrt{7})$.



4.a) -160

4.b) $-\frac{3}{13}$

5) 1364

6) $\boxed{b}$ per il test necessario, visto che $a_n \sim \frac{7}{4}n^2$ e quindi $\lim\limits_{n\to+\infty} (-1)^n a_n$ non esiste.

7.a) $\frac{1}{154}\tan(14x)^{11} + c$

7.b) $\frac{1}{3}$

7.c) $\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{\pi^2}$

8) $y(x) = \ln(x)x^4 - 5x^4$

Nome, Cognome . . . . Matricola . . . .

Compito 3

Compito 3

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = 27$$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf*, il* sup*, e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x+5}{x+1} > \frac{x+9}{x+7} \right\}$$

$$B = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{2x^2-4x-21} > \sqrt{x^2-4x-5} \right\}$$

Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = \frac{-5+8x}{-3+4x},$$

si determinino:

- $\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*
- $\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*
- $\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*
- $\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*
- $\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} \left(n - \frac{3}{n}\right) \ln\left(1 + \frac{16}{n}\right)$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to 0} \frac{x \sin(\sqrt{7}x)^2 - 7x^3}{x \ln(1+10x^4)}$$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della serie numerica* $\sum_{n\geqslant 0} (a_n - a_{n+1})$ *con*

$$a_n = \frac{(3n-2)(-5n-1)}{(-4n+3)(3n+8)}.$$

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} (-1)^n n^{10} \left(1 - \cos\left(\frac{1}{n^2}\right)\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

- $\boxed{a}$ *La serie converge.*
- $\boxed{b}$ *La serie non converge.*

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int \frac{-3\sin(-3x)^8 + 4\cos(-3x)}{\sin(-3x)^{10}}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)}\ \int_0^8 \frac{x^3}{\sqrt{64-x^2}}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_{1/2}^{+\infty} \frac{\mathrm{d}x}{(5+20x^2)\arctan(2x)^3}$$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

$$\begin{cases} y''(x) + 2y'(x) + 50y(x) = 0 \\ y(0) = -4 \\ y'(0) = 7 \end{cases}$$

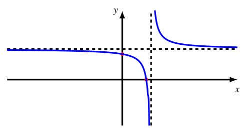
1)

$$\begin{aligned} z_0 &= 3\left[\cos(0\pi) + \mathrm{i}\sin(0\pi)\right] \\ &= 3 \\ z_1 &= 3\left[\cos\left(\frac{2}{3}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{2}{3}\pi\right)\right] \\ &= -\frac{3}{2} + \mathrm{i}\frac{3}{2}\sqrt{3} \\ z_2 &= 3\left[\cos\left(\frac{4}{3}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{4}{3}\pi\right)\right] \\ &= -\frac{3}{2} - \mathrm{i}\frac{3}{2}\sqrt{3} \end{aligned}$$

2) $A = (-13,-7) \cup (-1,+\infty)$
$\inf(A) = -13,\ \min(A) = \nexists$
$\sup(A) = +\infty,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty,-4) \cup [5,+\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

3.a) $D = \mathbb{R} \setminus \{\frac{3}{4}\}$
3.b) $f'(x) = \frac{-4}{(-3+4x)^2}$
3.c) $\emptyset$
3.d) $I = \mathbb{R} \setminus \{2\}$
3.e) L'asintoto a $x = \pm\infty$ è $y = 2$, quello verticale è $x = \frac{3}{4}$. I punti di intersezione con gli assi sono $P_1 = \left(\frac{5}{8}, 0\right)$ e $P_2 = \left(0, \frac{5}{3}\right)$.



4.a) 16

4.b) $-\frac{49}{30}$

5) $-\frac{7}{6}$

6) $\boxed{b}$ per il test necessario visto che $a_n \sim n^6 \to +\infty \neq 0$ e quindi $\lim_{n\to+\infty} (-1)^n a_n$ non esiste.

7.a) $-1\cot(-3x) + \frac{4}{27} \cdot \frac{1}{\sin(-3x)^9} + c$

7.b) $\frac{1024}{3}$

7.c) $\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{\pi^2}$

8) $y(x) = \frac{3}{7}\sin(7x)e^{-x} - 4\cos(7x)e^{-x}$

Nome, Cognome .... Matricola .... **Compito 4**

Compito 4

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = \frac{27}{2}\sqrt{2} - \frac{27}{2}\sqrt{2}\mathrm{i}$$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf*, il* sup*, e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{x-5}{x-3} > \frac{x+3}{x+8}\right\}$$

$$B = \left\{x \in \mathbb{R} : \sqrt{3x^2+3x-60} < \sqrt{6x^2-78}\right\}$$

Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = x + \sqrt{12-x^2},$$

si determinino:

- $\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*
- $\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*
- $\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*
- $\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*
- $\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} (-4n^2+2)^2 \left(1-\cos\left(\frac{4}{n^2}\right)\right)$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to 0} \frac{\ln\left((e^5+x^4)^5\right)-25}{1-\cos(x^2)}$$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della serie numerica* $\sum_{n\geqslant 0}(a_n - a_{n+1})$ *con*

$$a_n = \frac{(7n-5)^2}{-n^2-8n+2}.$$

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} n^3 \sin\left(\frac{1}{n^2}\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.* $\boxed{b}$ *La serie diverge.* $\boxed{c}$ *La serie è irregolare.*

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int x^8 \ln(8x^2)\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)}\ \int_0^1 \frac{x}{\sqrt[5]{4+5x^2}}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_{1/4}^{+\infty} \frac{\mathrm{d}x}{(3+48x^2)\arctan(4x)^2}$$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{2}{x}y(x) + x^7 \\ y(1) = 5 \end{cases}$$

---

1)

$$z_0 = 3\left[\cos\left(\frac{7}{12}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{7}{12}\pi\right)\right] = \frac{3}{4}(\sqrt{2}-\sqrt{6}) + \mathrm{i}\,\frac{3}{4}(\sqrt{2}+\sqrt{6})$$

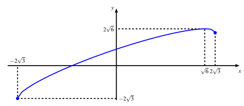
$$z_1 = 3\left[\cos\left(\frac{5}{4}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{5}{4}\pi\right)\right] = -\frac{3}{2}\sqrt{2} - \mathrm{i}\,\frac{3}{2}\sqrt{2}$$

$$z_2 = 3\left[\cos\left(\frac{23}{12}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{23}{12}\pi\right)\right] = \frac{3}{4}(\sqrt{2}+\sqrt{6}) - \mathrm{i}\,\frac{3}{4}(\sqrt{6}-\sqrt{2})$$

2) $A = (-8,3) \cup \left(\frac{31}{3}, +\infty\right)$
$\inf(A) = -8,\ \min(A) = \nexists$
$\sup(A) = +\infty,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty,-5] \cup [4,+\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

3.a) $D = [-2\sqrt{3}, 2\sqrt{3}]$
3.b) $f'(x) = 1 - \frac{x}{\sqrt{12-x^2}}$
3.c) $\left(-2\sqrt{3}, \sqrt{6}\right)$
3.d) $I = [-2\sqrt{3}, 2\sqrt{6}]$
3.e) Non ci sono asintoti e l'unico punto di intersezione con gli assi è $(0, 2\sqrt{3})$.



4.a) 128

4.b) $10e^{-5}$

5) $\frac{123}{2}$

6) $\boxed{b}$ per il test del confronto asintotico, visto che $a_n \sim n$ e la serie $\sum n$ diverge per il test necessrio.

7.a) $\frac{x^9}{81}\left(9\ln(8x^2) - 2\right) + c$

7.b) $\frac{1}{8}\left(3\ 3^{3/5} - 2\ 2^{3/5}\right)$

7.c) $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{\pi}$

8) $y(x) = \frac{29}{6}x^2 + \frac{1}{6}x^8$

Nome, Cognome .... Matricola .... **Compito 5**

Compito 5

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = -64$$

1)
$$\begin{aligned} z_0 &= 4\left[\cos\left(\frac{1}{3}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{1}{3}\pi\right)\right] \\ &= 2 + \mathrm{i}2\sqrt{3} \\ z_1 &= 4\left[\cos(\pi) + \mathrm{i}\sin(\pi)\right] \\ &= -4 \\ z_2 &= 4\left[\cos\left(\frac{5}{3}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{5}{3}\pi\right)\right] \\ &= 2 - \mathrm{i}2\sqrt{3} \end{aligned}$$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf, *il* sup, *e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x+6}{x+1} < \frac{x+3}{x-9} \right\}$$

$$B = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{5x^2-9x-26} \geqslant \sqrt{3x^2-9x+6} \right\}$$

2) $A = \left(-\frac{57}{7}, -1\right) \cup (9, +\infty)$

$\inf(A) = -\frac{57}{7}$, $\min(A) = \nexists$

$\sup(A) = +\infty$, $\max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty, -4] \cup [4, +\infty)$

$\inf(B) = -\infty$, $\min(B) = \nexists$

$\sup(B) = +\infty$, $\max(B) = \nexists$

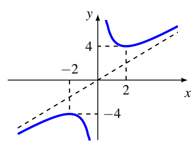
Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = x + \tfrac{4}{x},$$

si determinino:

- $\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*
- $\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*
- $\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*
- $\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*
- $\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

3.a) $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
3.b) $f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2}$
3.c) $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$
3.d) $I = (-\infty, -4] \cup [4, +\infty)$
3.e) L'asintoto a $x = \pm\infty$ è $y = x$, quello verticale è $x = 0$. Non ci sono punti di intersezione con gli assi.



Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)} \lim_{n\to+\infty} \ln\left(\frac{1}{\sqrt[3]{17^n}}\right) \ln\left(\left(\frac{n+2}{n}\right)^{-2}\right)$$

$$\textbf{b)} \lim_{x\to 3^+} \frac{x+5-\sqrt{x+61}}{x-3}$$

4.a) $\frac{4}{3}\ln(17)$

4.b) $\frac{15}{16}$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della serie numerica* $\sum_{n\geqslant 0}(a_n - a_{n+1})$ *con*

$$a_n = \frac{(6n+8)(-n+9)}{(2n-1)^2}.$$

5) $\frac{147}{2}$

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} (-1)^n n^4 \arctan\left(\frac{1}{n^4}\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.* $\boxed{b}$ *La serie non converge.*

6) $\boxed{b}$ per il test necessario visto che $a_n \to 1 \neq 0$ e quindi $\lim_{n\to+\infty}(-1)^n a_n$ non esiste.

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)} \int \left(2x^4 - 2x^2 + 2\right)^{-8} \left(2x^3 - x\right) \mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)} \int_0^1 \frac{x}{3x^2 - 9} \, \mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)} \int_5^{+\infty} \frac{x^3 - 11x^2 + 35x - 25}{(x-1)^3(x-5)^2} \, \mathrm{d}x$$

7.a) $-\frac{1}{28}\left(2x^4 - 2x^2 + 2\right)^{-7} + c$

7.b) $\frac{1}{6}\ln\left(\frac{2}{3}\right)$

7.c) $\frac{1}{4}$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

$$\begin{cases} y'(x) = (-4x-5)\,y(x) + e^{-2x^2+7x} \\ y(0) = -5 \end{cases}$$

8) $y(x) = -\frac{61}{12} e^{-2x^2-5x} + \frac{1}{12} e^{-2x^2+7x}$

Nome, Cognome .... Matricola .... **Compito 6**

Compito 6

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = -125$$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf*, il* sup*, e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x^2-x-6}{x^2+4x+3} \leqslant 0 \right\}$$

$$B = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{2x^2+6x-8} \leqslant \sqrt{5x^2-53} \right\}$$

Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = x + \tfrac{3}{x},$$

si determinino:

$\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*

$\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*

$\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*

$\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*

$\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)} \lim_{n \to +\infty} \ln\left(\frac{1}{\sqrt{17^n}}\right) \ln\left(\left(\frac{n-4}{n}\right)^5\right)$$

$$\textbf{b)} \lim_{x \to +\infty} \left(\sqrt[3]{1 + \arctan\left(\frac{8}{x^2}\right)} - \cos\left(\frac{4}{x}\right)\right) x^2$$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della serie numerica $\sum_{n \geqslant 0} (a_n - a_{n+1})$ con*

$$a_n = \frac{(-9n+9)(3n-3)}{(-9n+6)(-2n+6)}.$$

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n \geqslant 1} (-1)^n n^{14} \left(1 - \cos\left(\frac{1}{n^7}\right)\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.* $\boxed{b}$ *La serie non converge.*

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)} \int (4x^7+1)\sqrt{x^8+2x}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)} \int_0^{1/9} \frac{e^{\arctan(9x)}}{1+81x^2} \arctan(9x)\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)} \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{49x})^3}\,\mathrm{d}x$$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

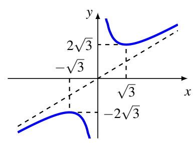
$$\begin{cases} y'(x) = (-4x+3)\,y(x) + e^{-2x^2+9x} \\ y(0) = -7 \end{cases}$$

1)
$z_0 = 5\left[\cos\left(\frac{1}{3}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{1}{3}\pi\right)\right] = \frac{5}{2} + \mathrm{i}\frac{5}{2}\sqrt{3}$
$z_1 = 5\left[\cos(\pi) + \mathrm{i}\sin(\pi)\right] = -5$
$z_2 = 5\left[\cos\left(\frac{5}{3}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{5}{3}\pi\right)\right] = \frac{5}{2} - \mathrm{i}\frac{5}{2}\sqrt{3}$

2) $A = (-3,-2] \cup (-1,3]$
$\inf(A) = -3,\ \min(A) = \nexists$
$\sup(A) = 3,\ \max(A) = 3$

2) $B = (-\infty,-4] \cup [5,+\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

3.a) $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
3.b) $f'(x) = 1 - \frac{3}{x^2}$
3.c) $(-\infty,-\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3},+\infty)$
3.d) $I = (-\infty,-2\sqrt{3}] \cup [2\sqrt{3},+\infty)$
3.e) L'asintoto a $x = \pm\infty$ è $y = x$, quello verticale è $x = 0$. Non ci sono punti di intersezione con gli assi.



4.a) $10\ln(17)$

4.b) $\frac{32}{3}$

5) $\frac{3}{4}$

6) $\boxed{b}$ per il test necessario visto che $a_n \to 1 \neq 0$ e quindi $\lim_{n\to+\infty} (-1)^n a_n$ non esiste.

7.a) $\frac{1}{3}\left(x^8+2x\right)^{3/2} + c$

7.b) $\frac{1}{9} + \frac{\pi-4}{36}\ e^{\pi/4}$

7.c) $\frac{9}{64}$

8) $y(x) = -\frac{43}{6}e^{-2x^2+3x} + \frac{1}{6}e^{-2x^2+9x}$

Nome, Cognome .... Matricola .... **Compito 7**

Compito 7

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = 27$$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf*, il* sup*, e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x+9}{x+8} < \frac{x-8}{x-8} \right\}$$

$$B = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{5x^2-9x-44} \geqslant \sqrt{2x^2-32} \right\}$$

Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = \frac{-19+12x}{5-3x},$$

si determinino:

- $\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*
- $\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*
- $\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*
- $\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*
- $\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)} \lim_{n\to+\infty} \left(2n - \frac{3}{n}\right) \ln\left(1 - \frac{4}{n}\right)$$

$$\textbf{b)} \lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt[3]{1 + \arctan\left(\frac{1}{x^2}\right)} - \cos\left(\frac{9}{x}\right) \right) x^2$$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della serie numerica* $\sum_{n\geqslant 0} (a_n - a_{n+1})$ *con*

$$a_n = \arctan\left(\frac{8^n+n^4-3}{6^n+n^8-3}\right).$$

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} n^2 \ln\left(1 + \frac{1}{n^3}\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.* $\boxed{b}$ *La serie diverge.* $\boxed{c}$ *La serie è irregolare.*

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)} \int e^{10x} \sin(4x)\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)} \int_{\sqrt[9]{e}}^{e} \frac{\mathrm{d}x}{x\ln(x^2)}$$

$$\textbf{c)} \int_0^{+\infty} \frac{x^9}{1+9x^{20}}\,\mathrm{d}x$$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

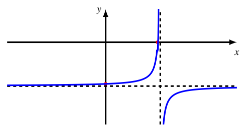
$$\begin{cases} y''(x) - 16y'(x) + 113y(x) = 0 \\ y(0) = -4 \\ y'(0) = -2 \end{cases}$$

1)
$$z_0 = 3\left[\cos(0\pi) + \mathrm{i}\sin(0\pi)\right] = 3$$
$$z_1 = 3\left[\cos\left(\frac{2}{3}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{2}{3}\pi\right)\right] = -\frac{3}{2} + \mathrm{i}\frac{3}{2}\sqrt{3}$$
$$z_2 = 3\left[\cos\left(\frac{4}{3}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{4}{3}\pi\right)\right] = -\frac{3}{2} - \mathrm{i}\frac{3}{2}\sqrt{3}$$

2) $A = (-\infty, -8)$
$\inf(A) = -\infty,\ \min(A) = \nexists$
$\sup(A) = -8,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty, -4] \cup [4, +\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

3.a) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{5}{3}\right\}$
3.b) $f'(x) = \frac{3}{(5-3x)^2}$
3.c) $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{5}{3}\right\}$
3.d) $I = \mathbb{R} \setminus \{-4\}$
3.e) L'asintoto a $x = \pm\infty$ è $y = -4$, quello verticale è $x = \frac{5}{3}$. I punti di intersezione con gli assi sono $P_1 = \left(\frac{19}{12}, 0\right)$ e $P_2 = \left(0, -\frac{19}{5}\right)$.



4.a) -8

4.b) $\frac{245}{6}$

5) $-\frac{\pi}{4}$

6) $\boxed{b}$ per il test del confronto asintotico, visto che $a_n \sim 1/n$ e la serie armonica $\sum 1/n$ diverge.

7.a) $\frac{10\sin(4x) - 4\cos(4x)}{116} \cdot e^{10x} + c$

7.b) $\frac{1}{2}\ln(9)$

7.c) $\frac{\pi}{60}$

8) $y(x) = \frac{30}{7}\sin(7x)\,e^{8x} - 4\cos(7x)\,e^{8x}$

Nome, Cognome .... Matricola .... **Compito 8**

Compito 8

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = -32\sqrt{3} - 32\,\mathrm{i}$$

1)
$z_0 = 4\left[\cos\left(\frac{7}{18}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{7}{18}\pi\right)\right]$
$z_1 = 4\left[\cos\left(\frac{19}{18}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{19}{18}\pi\right)\right]$
$z_2 = 4\left[\cos\left(\frac{31}{18}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{31}{18}\pi\right)\right]$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf, *il* sup, *e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{x+7}{x+3} > \frac{x+9}{x+6}\right\}$$

$$B = \left\{x \in \mathbb{R} : \sqrt{4x^2-7} \geqslant \sqrt{x^2-4}\right\}$$

2) $A = (-15,-6) \cup (-3,+\infty)$
$\inf(A) = -15,\ \min(A) = \nexists$
$\sup(A) = +\infty,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty,-2] \cup [2,+\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

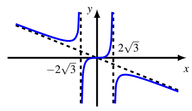
Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = \tfrac{x^3}{12-x^2},$$

si determinino:

- $\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*
- $\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*
- $\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*
- $\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*
- $\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

3.a) $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\sqrt{3}, 2\sqrt{3}\}$
3.b) $f'(x) = \frac{x^2(36-x^2)}{(12-x^2)^2}$
3.c) $(-6,6) \setminus \{-2\sqrt{3}, 0, 2\sqrt{3}\}$
3.d) $I = \mathbb{R}$
3.e) L'asintoto a $\pm\infty$ è $y = -x$. L'unico punto di intersezione con gli assi è l'origine $(0,0)$.



Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} \ln\left(\frac{1}{\sqrt[9]{7^n}}\right) \ln\left(\left(\frac{n-1}{n}\right)^4\right)$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{x^6+7x^3} - \sqrt[3]{x^9+\frac{1}{2}x^6}\right)$$

4.a) $\frac{4}{9}\ln(7)$

4.b) $\frac{10}{3}$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della serie numerica* $\sum_{n\geqslant 0}(a_n - a_{n+1})$ *con*

$$a_n = \frac{(-4n-7)^2}{3n^2+5n+9}.$$

5) $\frac{1}{9}$

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} \ln\left(1 + \frac{1}{n^3}\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.* $\boxed{b}$ *La serie diverge.* $\boxed{c}$ *La serie è irregolare.*

6) $\boxed{a}$ per il test del confronto asintotico, visto che $a_n \sim \frac{1}{n^3}$ e la serie armonica generalizzata $\sum \frac{1}{n^3}$ converge.

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int x^9 e^{-x^5}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)}\ \int_{\pi/2}^{5\pi/2} e^{\sin(x)}\cos(x)\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_7^{+\infty} \frac{1}{x^2-14x+53}\,\mathrm{d}x$$

7.a) $-\frac{1}{5}e^{-x^5}(1+x^5)+c$

7.b) 0

7.c) $\frac{\pi}{4}$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

$$\begin{cases} y''(x) + 2y'(x) + 5y(x) = 0 \\ y(0) = -4 \\ y'(0) = -4 \end{cases}$$

8) $y(x) = -4\sin(2x)\,e^{-x} - 4\cos(2x)\,e^{-x}$

Nome, Cognome .... Matricola .... **Compito 9**

Compito 9

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = -4\sqrt{2} - 4\sqrt{2}\,\mathrm{i}$$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf, *il* sup, *e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x-4}{x-1} \geqslant \frac{x+1}{x-2} \right\}$$

$$B = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{3x^2+12x-15} \leqslant \sqrt{6x^2+15x-51} \right\}$$

Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = x + \tfrac{6}{x},$$

si determinino:

- $\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*
- $\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*
- $\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*
- $\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*
- $\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)} \lim_{n\to+\infty} \frac{(n!)^{16} e^{16n}}{n^{16n+8}}$$

$$\textbf{b)} \lim_{x\to 0} \frac{\ln\left((e^3+x^4)^3\right) - 9}{1-\cos(x^2)}$$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della serie numerica* $\sum_{n\geqslant 0} (a_n - a_{n+1})$ *con*

$$a_n = \frac{7n^2-8n-8}{(9n+4)^2}.$$

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} \frac{1+4n^2+7n^8+4n^7+9n^3}{7+4n^{-2}+4n^8+5n^4+n^{-3}},$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.* $\boxed{b}$ *La serie diverge.* $\boxed{c}$ *La serie è irregolare.*

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)} \int \frac{\tan(6x)}{\cos(6x)^6}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)} \int_0^1 \frac{5}{4x+9}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)} \int_0^1 \ln\left(1+\frac{3}{x}\right)\mathrm{d}x$$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

$$\begin{cases} y''(x) + 12y'(x) + 40y(x) = 0 \\ y(0) = -3 \\ y'(0) = 9 \end{cases}$$

---

1)

$$z_0 = 2\left[\cos\left(\frac{5}{12}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{5}{12}\pi\right)\right] = \frac{1}{2}(\sqrt{6}-\sqrt{2}) + \mathrm{i}\,\frac{1}{2}(\sqrt{6}+\sqrt{2})$$

$$z_1 = 2\left[\cos\left(\frac{13}{12}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{13}{12}\pi\right)\right] = -\frac{1}{2}(\sqrt{2}+\sqrt{6}) + \mathrm{i}\,\frac{1}{2}(\sqrt{2}-\sqrt{6})$$

$$z_2 = 2\left[\cos\left(\frac{7}{4}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{7}{4}\pi\right)\right] = \sqrt{2} - \mathrm{i}\sqrt{2}$$

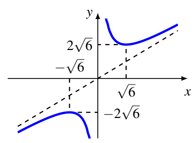
2) $A = (-\infty, 1) \cup \left[\frac{3}{2}, 2\right)$

$\inf(A) = -\infty,\ \min(A) = \nexists$
$\sup(A) = 2,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty, -5] \cup [3, +\infty)$

$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

3.a) $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
3.b) $f'(x) = 1 - \frac{6}{x^2}$
3.c) $(-\infty, -\sqrt{6}) \cup (\sqrt{6}, +\infty)$
3.d) $I = (-\infty, -2\sqrt{6}] \cup [2\sqrt{6}, +\infty)$
3.e) L'asintoto a $x = \pm\infty$ è $y = x$, quello verticale è $x = 0$. Non ci sono punti di intersezione con gli assi.



4.a) $(2\pi)^8 = 256\pi^8$

4.b) $6e^{-3}$

5) $-\frac{95}{162}$

6) $\boxed{b}$ per il test del confronto asintotico, visto che $a_n \sim \frac{7}{4}$ e la serie $\sum \frac{7}{4}$ diverge per il test necessario.

7.a) $\frac{1}{36} \cdot \frac{1}{\cos(6x)^6} + c$

7.b) $\frac{5}{4}\ln\left(\frac{13}{9}\right)$

7.c) $\ln\left(\frac{256}{27}\right)$

8) $y(x) = -\frac{9}{2}\sin(2x)\,e^{-6x} - 3\cos(2x)\,e^{-6x}$

Nome, Cognome . . . . Matricola . . . . **Compito 10**

Compito 10

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = 27$$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf*, il* sup*, e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x-9}{x+3} < \frac{x-4}{x+8} \right\}$$

$$B = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{x^2-9} \leqslant \sqrt{2x^2-8x+6} \right\}$$

Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{7-x},$$

si determinino:

$\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*

$\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*

$\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*

$\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*

$\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)} \lim_{n\to+\infty} \ln\left(\frac{1}{\sqrt[3]{5^n}}\right) \ln\left(\left(\frac{n-9}{n}\right)^{-3}\right)$$

$$\textbf{b)} \lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{4x^2+11x+8} - \sqrt{4x^2+12x+2}\right)$$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della serie numerica* $\sum_{n\geqslant 0} (a_n - a_{n+1})$ *con*

$$a_n = \frac{(n-6)^2}{(-6n+3)(-7n+3)}.$$

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} (-1)^n \, n \, \ln\left(1 + \frac{1}{n^2}\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.* $\boxed{b}$ *La serie non converge.*

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)} \int \frac{7x+2}{4x^2+32x+60} \, \mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)} \int_0^1 \sqrt{2+3x} \, \mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)} \int_5^{+\infty} \frac{x^3-11x^2+35x-25}{(x-1)^3(x-5)^2} \, \mathrm{d}x$$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

$$\begin{cases} y''(x) - 4y'(x) + 4y(x) = 0 \\ y(0) = 4 \\ y'(0) = -3 \end{cases}$$

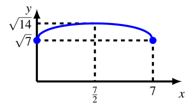
1)

$$\begin{aligned} z_0 &= 3\left[\cos(0\pi) + \mathrm{i}\sin(0\pi)\right] \\ &= 3 \\ z_1 &= 3\left[\cos\left(\frac{2}{3}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{2}{3}\pi\right)\right] \\ &= -\frac{3}{2} + \mathrm{i}\frac{3}{2}\sqrt{3} \\ z_2 &= 3\left[\cos\left(\frac{4}{3}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{4}{3}\pi\right)\right] \\ &= -\frac{3}{2} - \mathrm{i}\frac{3}{2}\sqrt{3} \end{aligned}$$

2) $A = (-\infty, -8) \cup (-3, +\infty)$
$\inf(A) = -\infty$, $\min(A) = \nexists$
$\sup(A) = +\infty$, $\max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty, -3] \cup \{3\} \cup [5, +\infty)$
$\inf(B) = -\infty$, $\min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty$, $\max(B) = \nexists$

3.a) $D = [0, 7]$
3.b) $f'(x) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{7-x}}\right)$
3.c) $(0, \frac{7}{2})$
3.d) $I = [\sqrt{7}, \sqrt{14}]$
3.e) Non ci sono asintoti e l'unico punto di intersezione con gli assi è $(0, \sqrt{7})$.



4.a) $-9\ln(5)$

4.b) $-\frac{1}{4}$

5) $\frac{167}{42}$

6) $\boxed{a}$ per il test per le serie di segno alterno, visto che $a_n \sim \frac{1}{n} \downarrow 0$.

7.a) $-\frac{19}{8}\ln(|x+3|) + \frac{33}{8}\ln(|x+5|) + c$

7.b) $\frac{2(5\sqrt{5}-2\sqrt{2})}{9}$

7.c) $\frac{1}{4}$

8) $y(x) = 4e^{2x} - 11xe^{2x}$

Nome, Cognome .... Matricola .... **Compito 11**

Compito 11

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = -4\sqrt{3}+4\,\mathrm{i}$$

1)
$z_0 = 2\left[\cos\left(\frac{5}{18}\pi\right)+\mathrm{i}\sin\left(\frac{5}{18}\pi\right)\right]$
$z_1 = 2\left[\cos\left(\frac{17}{18}\pi\right)+\mathrm{i}\sin\left(\frac{17}{18}\pi\right)\right]$
$z_2 = 2\left[\cos\left(\frac{29}{18}\pi\right)+\mathrm{i}\sin\left(\frac{29}{18}\pi\right)\right]$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf, *il* sup, *e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{2x^2+10x+8}{x^2-x-2} < 0\right\}$$

$$B = \left\{x \in \mathbb{R} : \sqrt{3x^2+4x-28} \geqslant \sqrt{2x^2+6x-20}\right\}$$

2) $A = (-4,-1)\cup(-1,2)$
$\inf(A) = -4,\ \min(A) = \nexists$
$\sup(A) = 2,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty,-5]\cup[4,+\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

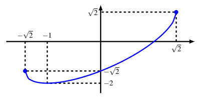
Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = x - \sqrt{2-x^2},$$

si determinino:

- $\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*
- $\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*
- $\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*
- $\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*
- $\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

3.a) $D = [-\sqrt{2},\sqrt{2}]$
3.b) $f'(x) = 1+\frac{x}{\sqrt{2-x^2}}$
3.c) $(-1,\sqrt{2})$
3.d) $I = [-2,\sqrt{2}]$
3.e) Non ci sono asintoti. L'unico punto di intersezione con gli assi è $P = (0,-\sqrt{2})$.



Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} \frac{(n!)^{16}e^{16n}}{n^{16n+8}}$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to0^+} \frac{\sin(-5x)}{-12x-\sin(-8x)}$$

4.a) $(2\pi)^8 = 256\pi^8$

4.b) $\frac{5}{4}$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della seguente somma finita.*

$$\sum_{n=1}^{11} n$$

5) 66

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant1} n^5 \sin\left(\frac{1}{n^6}\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.* $\boxed{b}$ *La serie diverge.* $\boxed{c}$ *La serie è irregolare.*

6) $\boxed{b}$ per il test del confronto asintotico, visto che $a_n \sim 1/n$ e la serie armonica $\sum 1/n$ diverge.

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1-13x^2}}$$

$$\textbf{b)}\ \int_0^1 \frac{x^2}{(2+4x^3)^3}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{4x})^3}\,\mathrm{d}x$$

7.a) $\frac{1}{\sqrt{13}}\arcsin(\sqrt{13}x)+c$

7.b) $\frac{1}{108}$

7.c) $\frac{4}{9}$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

$$\begin{cases} y''(x)-18y'(x)+81y(x)=0 \\ y(0)=8 \\ y'(0)=-6 \end{cases}$$

8) $y(x) = 8e^{9x}-78xe^{9x}$

Nome, Cognome .... Matricola .... **Compito 12**

Compito 12

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = \frac{125}{2} - \frac{125}{2}\sqrt{3}\,\mathrm{i}$$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf*, il* sup*, e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{x-3}{x-5} \geqslant \frac{x-2}{x+1}\right\}$$

$$B = \left\{x \in \mathbb{R} : \sqrt{3x^2-4x+1} > \sqrt{x^2-6x+5}\right\}$$

Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = x - \sqrt{x(x-24)},$$

si determinino:

- $\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*
- $\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*
- $\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*
- $\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*
- $\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} \ln\left(\frac{1}{\sqrt[5]{4^n}}\right)\ln\left(\frac{n-5}{n}\right)$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to0^+} \frac{\ln(e+5x)-\cos(8x)}{\sin(-10x)}$$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della serie numerica* $\sum_{n\geqslant0}(a_n - a_{n+1})$ *con*

$$a_n = \frac{(-9n-5)(8n+1)}{(-7n+8)(4n-7)}.$$

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant1} n^4 \arctan\left(\frac{1}{n}\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.* $\boxed{b}$ *La serie diverge.* $\boxed{c}$ *La serie è irregolare.*

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int \frac{\cos\left(\ln(x^5)\right)}{x}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)}\ \int_0^{\pi} e^{\cos(29x)}\sin(29x)^3\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_2^{+\infty} \frac{1}{x^2-4x+68}\,\mathrm{d}x$$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

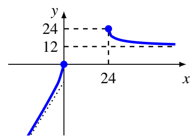
$$\begin{cases} y'(x) = (5x+7)\,y(x) + e^{\frac{5}{2}x^2+3x} \\ y(0) = 4 \end{cases}$$

1)
$z_0 = 5\left[\cos\left(\frac{5}{9}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{5}{9}\pi\right)\right]$
$z_1 = 5\left[\cos\left(\frac{11}{9}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{11}{9}\pi\right)\right]$
$z_2 = 5\left[\cos\left(\frac{17}{9}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{17}{9}\pi\right)\right]$

2) $A = \left(-1, \frac{13}{5}\right] \cup (5, +\infty)$
$\inf(A) = -1,\ \min(A) = \nexists$
$\sup(A) = +\infty,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty, -2) \cup [5, +\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

3.a) $D = (-\infty, 0] \cup [24, +\infty)$
3.b) $f'(x) = 1 - \frac{x-12}{\sqrt{x(x-24)}}$
3.c) $(-\infty, 0)$
3.d) $I = (-\infty, 0] \cup (12, 24]$
3.e) L'asintoto a $-\infty$ è $y = 2x - 12$. L'asintoto a $+\infty$ è $y = 12$. L'unico punto di intersezione con gli assi è l'origine $(0, 0)$.



4.a) $1\ln(4)$

4.b) $-\frac{1}{2e}$

5) $-\frac{139}{56}$

6) $\boxed{b}$ per il test del confronto asintotico, visto che $a_n \sim n^3$ e la serie $\sum n^3$ diverge per il test necessrio.

7.a) $\frac{1}{5}\sin(5\ln(x)) + c$

7.b) $\frac{4}{29}\ e^{-1}$

7.c) $\frac{\pi}{16}$

8) $y(x) = \frac{17}{4}e^{\frac{5}{2}x^2+7x} - \frac{1}{4}e^{\frac{5}{2}x^2+3x}$

Nome, Cognome .... Matricola .... **Compito 13**

Compito 13

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = 27$$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf, *il* sup, *e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x+4}{x-8} \geqslant \frac{x-3}{x+7} \right\}$$

$$B = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{4x^2+22x+10} > \sqrt{x^2+4x-5} \right\}$$

Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = \frac{x^2+14x+45}{6x^2+84x+336},$$

si determinino:

$\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*

$\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*

$\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*

$\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*

$\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} \ln\left(\frac{1}{\sqrt[6]{4^n}}\right) \ln\left(\left(\frac{n-4}{n}\right)^5\right)$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to 0} \frac{x\sin(\sqrt{7}x)^2 - 7x^3}{x\ln(1+5x^4)}$$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della serie numerica* $\sum_{n\geqslant 0}(a_n - a_{n+1})$ *con*

$$a_n = \frac{(2n-6)(n-4)}{(5n-7)^2}.$$

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} (-1)^n n^8 \sin\left(\frac{1}{n^3}\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.* $\boxed{b}$ *La serie non converge.*

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int \frac{8x-5}{7x^2-77x+126}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)}\ \int_0^1 x\sqrt[3]{2+2x^2}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_0^{+\infty} \frac{x^3}{1+25x^8}\,\mathrm{d}x$$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

$$\begin{cases} y'(x) = (-x+7)\,y(x) + e^{-\frac{1}{2}x^2+x} \\ y(0) = 5 \end{cases}$$

1) $z_0 = 3\left[\cos(0\pi) + i\sin(0\pi)\right] = 3$

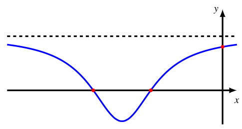
$z_1 = 3\left[\cos\left(\frac{2}{3}\pi\right) + i\sin\left(\frac{2}{3}\pi\right)\right] = -\frac{3}{2} + i\frac{3}{2}\sqrt{3}$

$z_2 = 3\left[\cos\left(\frac{4}{3}\pi\right) + i\sin\left(\frac{4}{3}\pi\right)\right] = -\frac{3}{2} - i\frac{3}{2}\sqrt{3}$

2) $A = \left(-7, -\frac{2}{11}\right] \cup (8, +\infty)$
$\inf(A) = -7,\ \min(A) = \nexists$
$\sup(A) = +\infty,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty, -5) \cup [1, +\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

3.a) $D = \mathbb{R}$
3.b) $f'(x) = \frac{132(x+7)}{(6x^2+84x+336)^2}$
3.c) $(-7, +\infty)$
3.d) $I = \left[-\frac{2}{21}, \frac{1}{6}\right)$
3.e) Non ci sono asintoti verticali. L'asintoto a $x = \pm\infty$ è $y = \frac{1}{6}$. I punti di intersezione con gli assi sono $P_1 = (-9, 0)$, $P_2 = (-5, 0)$ e $P_3 = \left(0, \frac{15}{112}\right)$.



4.a) $\frac{10}{3}\ln(4)$

4.b) $-\frac{49}{15}$

5) $\frac{502}{1225}$

6) $\boxed{b}$ per il test necessario visto che $a_n \sim n^5 \to +\infty \neq 0$ e quindi $\lim_{n\to+\infty}(-1)^n a_n$ non esiste.

7.a) $\frac{67}{49}\ln(|x-9|) - \frac{11}{49}\ln(|x-2|) + c$

7.b) $\frac{3}{4}\left(2^{2/3} - \frac{1}{2^{2/3}}\right)$

7.c) $\frac{\pi}{40}$

8) $y(x) = \frac{31}{6}e^{-\frac{1}{2}x^2+7x} - \frac{1}{6}e^{-\frac{1}{2}x^2+x}$

Nome, Cognome .... Matricola ....

Compito 14

Compito 14

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = \frac{125}{2}\sqrt{3} + \frac{125}{2}\,\mathrm{i}$$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf*, il* sup*, e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x+6}{x-4} \leqslant \frac{x-7}{x-6} \right\}$$

$$B = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{3x^2-12x-15} \leqslant \sqrt{6x^2-27x-3} \right\}$$

Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = x - \sqrt{x(x-28)},$$

si determinino:

$\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*

$\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*

$\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*

$\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*

$\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} \left(3n - \frac{9}{n}\right) \ln\left(1 + \frac{3}{n}\right)$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to0} \frac{1 - e^{\cos(10x)-1}}{\sqrt{\cos(3\ln(1+\sin(-2x)))} - 1}$$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della seguente somma finita.*

$$\sum_{n=1}^{4} 2^n$$

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant1} n \arctan\left(\frac{1}{n^2}\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.* $\boxed{b}$ *La serie diverge.* $\boxed{c}$ *La serie è irregolare.*

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int \cos(6x)\, e^{4\sin(6x)}\, \mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)}\ \int_0^{\pi/2} \left(\tan(x/2)^7 + \tan(x/2)^9\right) \mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_{1/5}^{+\infty} \frac{\mathrm{d}x}{(3+75x^2)\arctan(5x)}$$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{1}{x}\, y(x) + x^4 \\ y(2) = 1 \end{cases}$$

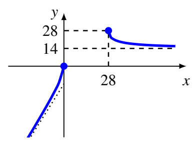
---

1)
$z_0 = 5\left[\cos\left(\frac{1}{18}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{1}{18}\pi\right)\right]$
$z_1 = 5\left[\cos\left(\frac{13}{18}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{13}{18}\pi\right)\right]$
$z_2 = 5\left[\cos\left(\frac{25}{18}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{25}{18}\pi\right)\right]$

2) $A = (-\infty, 4) \cup \left[\frac{64}{11}, 6\right)$
$\inf(A) = -\infty,\ \min(A) = \nexists$
$\sup(A) = 6,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty, -1] \cup [5, +\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

3.a) $D = (-\infty, 0] \cup [28, +\infty)$
3.b) $f'(x) = 1 - \frac{x-14}{\sqrt{x(x-28)}}$
3.c) $(-\infty, 0)$
3.d) $I = (-\infty, 0] \cup (14, 28]$
3.e) L'asintoto a $-\infty$ è $y = 2x - 14$. L'asintoto a $+\infty$ è $y = 14$. L'unico punto di intersezione con gli assi è l'origine $(0,0)$.



4.a) 9

4.b) $-\frac{50}{9}$

5) 30

6) $\boxed{b}$ per il test del confronto asintotico, visto che $a_n \sim 1/n$ e la serie armonica $\sum 1/n$ diverge.

7.a) $\frac{1}{24} e^{4\sin(6x)} + c$

7.b) $\frac{1}{4}$

7.c) $\frac{\ln(2)}{15}$

8) $y(x) = -\frac{7}{2}x + \frac{1}{4}x^5$

Nome, Cognome . . . . Matricola . . . .

Compito 15

Compito 15

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = -\frac{27}{2}\sqrt{2} - \frac{27}{2}\sqrt{2}\,\mathrm{i}$$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf, *il* sup, *e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{3x^2+9x-12}{x^2-x-6} > 0 \right\}$$

$$B = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{4x^2+3x-31} > \sqrt{3x^2-27} \right\}$$

Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = x + \tfrac{5}{x},$$

si determinino:

a — *l'insieme di definizione D di f;*

b — *la derivata $f'(x)$;*

c — *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*

d — *l'immagine $I = f(D)$ di f;*

e — *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} (n^2-2)^2 \left(1 - \cos\left(-\frac{1}{n^2}\right)\right)$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to 0^+} \frac{e^{-4x} - e^{-8x}}{\sin(3x)}$$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della serie numerica* $\sum_{n\geqslant 0} (a_n - a_{n+1})$ *con*

$$a_n = \frac{(-9n-2)^2}{(2n-1)^2}.$$

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} (-1)^n n^{11} \left(1 - \cos\left(\frac{1}{n^8}\right)\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

a — *La serie converge.*

b — *La serie non converge.*

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int \frac{x^2+10}{x^3+30x+3}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)}\ \int_0^{\pi/2} \frac{(\tan(x/3)+2)^5}{\cos(x/3)^2}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_{8^{-1/3}}^{+\infty} \frac{-3x^2}{1+64x^6}\,\mathrm{d}x$$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

$$\begin{cases} y'(x) = (-x-1)\,y(x) + e^{-\frac{1}{2}x^2+6x} \\ y(0) = -8 \end{cases}$$

---

1)

$$z_0 = 3\left[\cos\left(\frac{5}{12}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{5}{12}\pi\right)\right] = \frac{3}{4}(\sqrt{6}-\sqrt{2}) + \mathrm{i}\,\frac{3}{4}(\sqrt{6}+\sqrt{2})$$

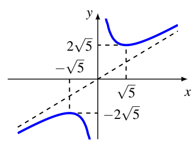
$$z_1 = 3\left[\cos\left(\frac{13}{12}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{13}{12}\pi\right)\right] = -\frac{3}{4}(\sqrt{2}+\sqrt{6}) + \mathrm{i}\,\frac{3}{4}(\sqrt{2}-\sqrt{6})$$

$$z_2 = 3\left[\cos\left(\frac{7}{4}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{7}{4}\pi\right)\right] = \frac{3}{2}\sqrt{2} - \mathrm{i}\,\frac{3}{2}\sqrt{2}$$

2) $A = (-\infty,-4) \cup (-2,1) \cup (3,+\infty)$
$\inf(A) = -\infty,\ \min(A) = \nexists$
$\sup(A) = +\infty,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty,-4) \cup [3,+\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

3.a) $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
3.b) $f'(x) = 1 - \frac{5}{x^2}$
3.c) $(-\infty,-\sqrt{5}) \cup (\sqrt{5},+\infty)$
3.d) $I = (-\infty,-2\sqrt{5}] \cup [2\sqrt{5},+\infty)$
3.e) L'asintoto a $x = \pm\infty$ è $y = x$, quello verticale è $x = 0$. Non ci sono punti di intersezione con gli assi.



4.a) $\frac{1}{2}$

4.b) $\frac{4}{3}$

5) $-\frac{65}{4}$

6) a per il test per le serie di segno alterno, visto che $a_n \sim \frac{1}{n^5} \downarrow 0$.

7.a) $\frac{1}{3}\ln\left(\left|x^3+30x+3\right|\right) + c$

7.b) $\frac{1}{54}\left(2220\sqrt{3}+2341\right)$

7.c) $-\frac{1}{32}\pi$

8) $y(x) = -\frac{57}{7}e^{-\frac{1}{2}x^2-x} + \frac{1}{7}e^{-\frac{1}{2}x^2+6x}$

Nome, Cognome . . . . Matricola . . . .

Compito 16

Compito 16

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = -4+4\sqrt{3}\,\mathrm{i}$$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf*, il* sup*, e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{x+8}{x+7} > \frac{x-4}{x+7}\right\}$$

$$B = \left\{x \in \mathbb{R} : \sqrt{3x^2-6x-45} < \sqrt{4x^2-5x-47}\right\}$$

Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = \sqrt{x}+\sqrt{12-x},$$

si determinino:

$\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*

$\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*

$\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*

$\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*

$\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} \left(-9n-\frac{6}{n}\right) \ln\left(1-\frac{15}{n}\right)$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to 0} \frac{\ln\left((e^4+x^4)^4\right)-16}{1-\cos(x^2)}$$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della serie numerica* $\sum\limits_{n\geqslant 0}(a_n-a_{n+1})$ *con*

$$a_n = \frac{-3n^2+4n}{(-4n-4)^2}.$$

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} (-1)^n n^5 \arctan\left(\frac{1}{n^7}\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.*

$\boxed{b}$ *La serie non converge.*

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int x^2\sin(3x)\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)}\ \int_{5\pi/2}^{7\pi/2} e^{\sin(x)}\cos(x)\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_0^{+\infty} x^3e^{-2x}\,\mathrm{d}x$$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

$$\begin{cases} y''(x)-y'(x)-20y(x)=0 \\ y(0)=7 \\ y'(0)=8 \end{cases}$$

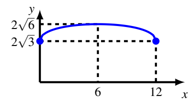
---

1)
$z_0 = 2\left[\cos\left(\frac{2}{9}\pi\right)+\mathrm{i}\sin\left(\frac{2}{9}\pi\right)\right]$
$z_1 = 2\left[\cos\left(\frac{8}{9}\pi\right)+\mathrm{i}\sin\left(\frac{8}{9}\pi\right)\right]$
$z_2 = 2\left[\cos\left(\frac{14}{9}\pi\right)+\mathrm{i}\sin\left(\frac{14}{9}\pi\right)\right]$

2) $A = (-7,+\infty)$
$\inf(A) = -7,\ \min(A) = \nexists$
$\sup(A) = +\infty,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty,-3]\cup[5,+\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

3.a) $D = [0,12]$
3.b) $f'(x) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt{12-x}}\right)$
3.c) $(0,6)$
3.d) $I = [2\sqrt{3},2\sqrt{6}]$
3.e) Non ci sono asintoti e l'unico punto di intersezione con gli assi è $(0,2\sqrt{3})$.



4.a) 135

4.b) $8e^{-4}$

5) $\frac{3}{16}$

6) $\boxed{a}$ per il test per le serie di segno alterno, visto che $a_n \sim \frac{1}{n^2} \downarrow 0$.

7.a) $\left(\frac{2}{27}-\frac{x^2}{3}\right)\cos(3x)+\frac{2}{9}x\sin(3x)+c$

7.b) $e^{-1}-e$

7.c) $\frac{3}{8}$

8) $y(x) = 3e^{-4x}+4e^{5x}$

Nome, Cognome .... Matricola .... **Compito 17**

Compito 17

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = -4\sqrt{3}+4\,\mathrm{i}$$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf, *il* sup, *e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{x+5}{x+8} > \frac{x-1}{x-2}\right\}$$

$$B = \left\{x \in \mathbb{R} : \sqrt{3x^2-6x-14} \geqslant \sqrt{x^2-2x-8}\right\}$$

Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = x+\sqrt{16-x^2},$$

si determinino:

- a *l'insieme di definizione D di f;*
- b *la derivata $f'(x)$;*
- c *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*
- d *l'immagine $I = f(D)$ di f;*
- e *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} \frac{(n!)^{10} e^{10n}}{n^{10n+5}}$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to 0} \frac{1-\cos(e^{12x}-1)}{\sin(8x)^2}$$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della serie numerica $\sum_{n\geqslant 0}(a_n - a_{n+1})$ con*

$$a_n = \arctan\left(\frac{3^n+n^5-1}{9^n+n^3-1}\right).$$

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} n^5\left(1-\cos\left(\frac{1}{n^8}\right)\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

a *La serie converge.* b *La serie diverge.* c *La serie è irregolare.*

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int (9x+8)\cos\left(9x^2+16x\right)\mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)}\ \int_0^1 \frac{7x+9}{\sqrt[3]{7x^2+18x+9}}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_0^{+\infty} \frac{x^4}{1+9x^{10}}\,\mathrm{d}x$$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

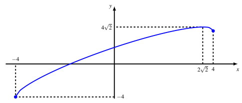
$$\begin{cases} y'(x) = \frac{5}{x}\,y(x)+x^{-1} \\ y(1) = 9 \end{cases}$$

1)
$z_0 = 2\left[\cos\left(\frac{5}{18}\pi\right)+\mathrm{i}\sin\left(\frac{5}{18}\pi\right)\right]$
$z_1 = 2\left[\cos\left(\frac{17}{18}\pi\right)+\mathrm{i}\sin\left(\frac{17}{18}\pi\right)\right]$
$z_2 = 2\left[\cos\left(\frac{29}{18}\pi\right)+\mathrm{i}\sin\left(\frac{29}{18}\pi\right)\right]$

2) $A = (-\infty,-8)\cup\left(-\frac{1}{2},2\right)$
$\inf(A) = -\infty,\ \min(A) = \nexists$
$\sup(A) = 2,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty,-2]\cup[4,+\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

3.a) $D = [-4,4]$
3.b) $f'(x) = 1-\frac{x}{\sqrt{16-x^2}}$
3.c) $\left(-4,2\sqrt{2}\right)$
3.d) $I = [-4,4\sqrt{2}]$
3.e) Non ci sono asintoti e l'unico punto di intersezione con gli assi è $(0,4)$.



4.a) $(2\pi)^5 = 32\pi^5$

4.b) $\frac{9}{8}$

5) $\frac{\pi}{4}$

6) a per il test del confronto asintotico, visto che $a_n \sim \frac{1}{n^{11}}$ e la serie armonica generalizzata $\sum \frac{1}{n^{11}}$ converge.

7.a) $\frac{1}{2}\sin\left(9x^2+16x\right)+c$

7.b) $\frac{3}{4}\left(34^{2/3}-9^{2/3}\right)$

7.c) $\frac{\pi}{30}$

8) $y(x) = \frac{46}{5}x^5-\frac{1}{5}$

Nome, Cognome . . . . Matricola . . . .

Compito 18

Compito 18

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **<u>solo ed esclusivamente</u>** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **<u>NON</u> si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = -4-4\sqrt{3}\,\mathrm{i}$$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf*, il* sup*, e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{3x^2-27x+60}{3x^2+9x-12} \geqslant 0\right\}$$

$$B = \left\{x \in \mathbb{R} : \sqrt{5x^2+6x-44} \geqslant \sqrt{2x^2+6x+4}\right\}$$

Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = x - \sqrt{4-x^2},$$

si determinino:

- $\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*
- $\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*
- $\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*
- $\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*
- $\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} \ln\left(\frac{1}{\sqrt[10]{10^n}}\right)\ln\left(\left(\frac{n-7}{n}\right)^{-4}\right)$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to0} \frac{x\sin(\sqrt{10}x)^2-10x^3}{x\ln(1+4x^4)}$$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della serie numerica* $\sum_{n\geqslant0}(a_n - a_{n+1})$ *con*

$$a_n = \frac{(-9n+5)^2}{-5n^2+8n+2}.$$

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant1} n^9 \ln\left(1+\frac{1}{n^8}\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.* $\boxed{b}$ *La serie diverge.* $\boxed{c}$ *La serie è irregolare.*

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int x\sin(3x)\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)}\ \int_0^1 \frac{6x-42}{7x^2-14x+7}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_{1/3}^{+\infty} \frac{\mathrm{d}x}{(10+90x^2)\arctan(3x)}$$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

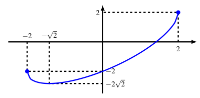
$$\begin{cases} y''(x)+y'(x)-30y(x)=0 \\ y(0)=-2 \\ y'(0)=-2 \end{cases}$$

1)
$z_0 = 2\left[\cos\left(\frac{4}{9}\pi\right)+\mathrm{i}\sin\left(\frac{4}{9}\pi\right)\right]$
$z_1 = 2\left[\cos\left(\frac{10}{9}\pi\right)+\mathrm{i}\sin\left(\frac{10}{9}\pi\right)\right]$
$z_2 = 2\left[\cos\left(\frac{16}{9}\pi\right)+\mathrm{i}\sin\left(\frac{16}{9}\pi\right)\right]$

2) $A = (-\infty,-4)\cup(1,4]\cup[5,+\infty)$
$\inf(A) = -\infty,\ \min(A) = \nexists$
$\sup(A) = +\infty,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty,-4]\cup[4,+\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

3.a) $D = [-2,2]$
3.b) $f'(x) = 1+\frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$
3.c) $(-\sqrt{2},2)$
3.d) $I = [-2\sqrt{2},2]$
3.e) Non ci sono asintoti. L'unico punto di intersezione con gli assi è $P = (0,-2)$.



4.a) $-\frac{14}{5}\ln(10)$

4.b) $-\frac{25}{3}$

5) $\frac{287}{10}$

6) $\boxed{b}$ per il test del confronto asintotico, visto che $a_n \sim n$ e la serie $\sum n$ diverge per il test necessario.

7.a) $-\frac{x\cos(3x)}{3}+\frac{\sin(3x)}{9}+c$

7.b) $\frac{6}{7}\ln(0)+\frac{1}{0}$

7.c) $\frac{\ln(2)}{30}$

8) $y(x) = -\frac{14}{11}e^{5x}-\frac{8}{11}e^{-6x}$

Nome, Cognome . . . . Matricola . . . .

Compito 19

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = -\mathrm{i}$$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf*, il* sup*, e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{2x^2+10x+8}{3x^2-6x-9} > 0 \right\}$$

$$B = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{6x^2-12x+24} > \sqrt{3x^2+9x-12} \right\}$$

Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = -\frac{2x^2+4x-126}{4x^2+8x+24},$$

si determinino:

- $\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*
- $\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*
- $\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*
- $\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*
- $\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} \frac{(n!)^{14}\, e^{14n}}{n^{14n+7}}$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to 9} \frac{\ln\left((x-8)^8\right)}{x-9}$$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della seguente somma finita.*

$$\sum_{n=1}^{5} 2^n$$

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} (-1)^n \cdot \frac{4+3n^6+2n+5n^7+n^5}{8+n+8n^{-3}+7n^5+7n^9},$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

- $\boxed{a}$ *La serie converge.*
- $\boxed{b}$ *La serie non converge.*

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int \arcsin(10x)\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)}\ \int_0^{\ln(5)} \frac{e^x \ln(5+e^x)}{5+e^x}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_0^{+\infty} x^3 e^{-3x}\,\mathrm{d}x$$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

$$\begin{cases} y''(x)+5y'(x)-24y(x)=0 \\ y(0)=-8 \\ y'(0)=-6 \end{cases}$$

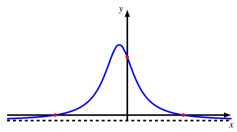
---

1)
$z_0 = \cos\left(\frac{1}{2}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{1}{2}\pi\right) = \mathrm{i}$
$z_1 = \cos\left(\frac{7}{6}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{7}{6}\pi\right) = -\frac{1}{2}\sqrt{3} - \mathrm{i}\frac{1}{2}$
$z_2 = \cos\left(\frac{11}{6}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{11}{6}\pi\right) = \frac{1}{2}\sqrt{3} - \mathrm{i}\frac{1}{2}$

2) $A = (-\infty,-4) \cup (3,+\infty)$
$\inf(A) = -\infty,\ \min(A) = \nexists$
$\sup(A) = +\infty,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty,-4] \cup [1,3) \cup (4,+\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

3.a) $D = \mathbb{R}$
3.b) $f'(x) = -\frac{1104(x+1)}{(4x^2+8x+24)^2}$
3.c) $(-\infty,-1)$
3.d) $I = \left(-\frac{1}{2}, \frac{32}{5}\right]$
3.e) Non ci sono asintoti verticali. L'asintoto a $x = \pm\infty$ è $y = \frac{1}{2}$. I punti di intersezione con gli assi sono $P_1 = (-9,0)$, $P_2 = (7,0)$ e $P_3 = \left(0, \frac{21}{4}\right)$.



4.a) $(2\pi)^7 = 128\,\pi^7$

4.b) 8

5) 62

6) $\boxed{a}$ per il test per le serie di segno alterno, visto che $a_n \sim \frac{5}{7n^2} \downarrow 0$.

7.a) $x\arcsin(10x) + \frac{\sqrt{1-100x^2}}{10} + c$

7.b) $\frac{1}{2}\left(\ln(10)^2 - \ln(6)^2\right)$

7.c) $\frac{2}{27}$

8) $y(x) = -\frac{18}{11}e^{-8x} - \frac{70}{11}e^{3x}$

Nome, Cognome .... Matricola .... **Compito 20**

Compito 20

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = 64\,\mathrm{i}$$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf*, il* sup*, e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{2x^2-18}{3x^2-3x-18} < 0 \right\}$$

$$B = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{4x^2+9x+27} \geqslant \sqrt{3x^2+15x+18} \right\}$$

Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = \frac{\ln(x-11)}{x-11},$$

si determinino:

- $\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*
- $\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*
- $\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*
- $\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*
- $\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} \left(-3n + \frac{2}{n}\right) \ln\left(1 - \frac{8}{n}\right)$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to 4} \frac{\ln(x) - \ln(4)}{x-4}$$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della serie numerica $\sum_{n\geqslant 0} (a_n - a_{n+1})$ con*

$$a_n = \frac{4n^2-3n+7}{-3n^2+3n+3}.$$

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} \frac{1+3n^6+8n^5+3n^8+n^{-3}}{7+3n^8+2n^9+8n^6+2n^5},$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.* $\boxed{b}$ *La serie diverge.* $\boxed{c}$ *La serie è irregolare.*

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int \frac{x^2}{(-10+7x^3)^8}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)}\ \int_0^1 \frac{x^2}{(2+2x^3)^3}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_0^{+\infty} \frac{x^2}{1+16x^6}\,\mathrm{d}x$$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

$$\begin{cases} y''(x)+4y'(x)-45y(x)=0 \\ y(0)=5 \\ y'(0)=-6 \end{cases}$$

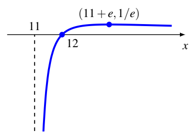
---

1)
$z_0 = 4\left[\cos\left(\frac{1}{6}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{1}{6}\pi\right)\right] = 2\sqrt{3}+\mathrm{i}2$
$z_1 = 4\left[\cos\left(\frac{5}{6}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{5}{6}\pi\right)\right] = -2\sqrt{3}+\mathrm{i}2$
$z_2 = 4\left[\cos\left(\frac{3}{2}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{3}{2}\pi\right)\right] = -4\mathrm{i}$

2) $A = (-3,-2)$
$\inf(A) = -3,\ \min(A) = \nexists$
$\sup(A) = -2,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty,-3] \cup [-2,+\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

3.a) $D = (11,+\infty)$
3.b) $f'(x) = \frac{1-\ln(x-11)}{x-11}$
3.c) $(11, 11+e)$
3.d) $I = (-\infty, 1/e)$
3.e) L'asintoto a $+\infty$ è $y=0$. L'asintoto verticale è $x=11$. L'unico punto di intersezione con gli assi è l'origine $(12,0)$.



4.a) 24

4.b) $1/4$

5) $\frac{11}{3}$

6) $\boxed{b}$ per il test del confronto asintotico, visto che $a_n \sim \frac{3}{2n}$ e la serie armonica $\sum 1/n$ diverge.

7.a) $-\frac{1}{147} \cdot \frac{1}{(-10+7x^3)^7} + c$

7.b) $\frac{1}{64}$

7.c) $\frac{\pi}{24}$

8) $y(x) = \frac{39}{14}e^{5x} + \frac{31}{14}e^{-9x}$

Nome, Cognome .... Matricola .... **Compito 21**

Compito 21

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = -64\,\mathrm{i}$$

1)
$$z_0 = 4\left[\cos\left(\frac{1}{2}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{1}{2}\pi\right)\right] = 4\mathrm{i}$$
$$z_1 = 4\left[\cos\left(\frac{7}{6}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{7}{6}\pi\right)\right] = -2\sqrt{3} - \mathrm{i}2$$
$$z_2 = 4\left[\cos\left(\frac{11}{6}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{11}{6}\pi\right)\right] = 2\sqrt{3} - \mathrm{i}2$$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf*, il* sup*, e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{x-2}{x-1} > \frac{x+1}{x-4}\right\}$$

$$B = \left\{x \in \mathbb{R} : \sqrt{4x^2+10x+42} \geqslant \sqrt{3x^2+18x+27}\right\}$$

2) $A = (-\infty, 1) \cup \left(\frac{3}{2}, 4\right)$
$\inf(A) = -\infty,\ \min(A) = \nexists$
$\sup(A) = 4,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty, 3] \cup [5, +\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

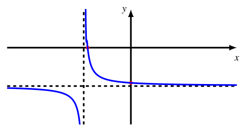
Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = \frac{-11-9x}{4+3x},$$

si determinino:

- $\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*
- $\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*
- $\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*
- $\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*
- $\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

3.a) $D = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{4}{3}\}$
3.b) $f'(x) = \frac{-3}{(4+3x)^2}$
3.c) $\emptyset$
3.d) $I = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$
3.e) L'asintoto a $x = \pm\infty$ è $y = -3$, quello verticale è $x = -\frac{4}{3}$. I punti di intersezione con gli assi sono $P_1 = \left(-\frac{11}{9}, 0\right)$ e $P_2 = \left(0, -\frac{11}{4}\right)$.



Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} \ln\left(\frac{1}{\sqrt[9]{8^n}}\right) \ln\left(\left(\frac{n+5}{n}\right)^{-8}\right)$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to 0} \frac{1-\cos(e^{2x}-1)}{\sin(\ln(\sqrt[8]{\cos(6x)}))}$$

4.a) $\frac{40}{9}\ln(8)$

4.b) $-\frac{8}{9}$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della serie numerica* $\sum_{n\geqslant 0} (a_n - a_{n+1})$ *con*

$$a_n = \frac{5n^2+8n+6}{(6n+8)(7n+8)}.$$

5) $-\frac{17}{672}$

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} n^4 \tan\left(\frac{1}{n}\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.* $\boxed{b}$ *La serie diverge.* $\boxed{c}$ *La serie è irregolare.*

6) $\boxed{b}$ per il test del confronto asintotico, visto che $a_n \sim n^3$ e la serie $\sum n^3$ diverge per il test necessrio.

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int \frac{7x-5}{7x^2-10x-7}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)}\ \int_0^1 \frac{2}{\sqrt[4]{4x+4}}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_0^1 \ln\left(1+\frac{4}{x}\right)\mathrm{d}x$$

7.a) $\frac{1}{2}\ln\left(\left|7x^2-10x-7\right|\right) + c$

7.b) $\frac{1}{3}(-4)\sqrt[4]{2}\left(\sqrt[4]{2}-2\right)$

7.c) $\ln\left(\frac{3125}{256}\right)$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{1}{x}y(x) + x^2 \\ y(1) = 9 \end{cases}$$

8) $y(x) = \frac{17}{2}x + \frac{1}{2}x^3$

Nome, Cognome . . . . Matricola . . . . **Compito 22**

Compito 22

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = 27$$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf*, il* sup*, e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x-6}{x+8} < \frac{x-4}{x-2} \right\}$$

$$B = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{5x^2-11x-16} > \sqrt{2x^2-2x-4} \right\}$$

Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = \tfrac{x^3}{6-x^2},$$

si determinino:

$\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*

$\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*

$\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*

$\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*

$\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} \ln\left(\frac{1}{\sqrt[6]{14^n}}\right) \ln\left(\left(\frac{n-2}{n}\right)^4\right)$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt[4]{x^4+\frac{8}{7}x^3} - \sqrt[7]{x^7+\frac{1}{2}x^6}\right)$$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della serie numerica* $\sum_{n\geqslant 0} (a_n - a_{n+1})$ *con*

$$a_n = \frac{(8n+1)^2}{(2n-9)(2n+5)}.$$

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} n^6 \tan\left(\frac{1}{n^6}\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.* $\boxed{b}$ *La serie diverge.* $\boxed{c}$ *La serie è irregolare.*

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int \cos(5x)^3\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)}\ \int_0^{\ln(2)} \frac{e^x \ln(2+e^x)}{2+e^x}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_8^{+\infty} \frac{1}{x^2-16x+100}\,\mathrm{d}x$$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

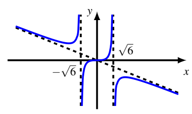
$$\begin{cases} y''(x)+4y'(x)-32y(x)=0 \\ y(0)=-3 \\ y'(0)=3 \end{cases}$$

1)
$z_0 = 3[\cos(0\pi)+\mathrm{i}\sin(0\pi)]$
$= 3$
$z_1 = 3\left[\cos\left(\frac{2}{3}\pi\right)+\mathrm{i}\sin\left(\frac{2}{3}\pi\right)\right]$
$= -\frac{3}{2}+\mathrm{i}\frac{3}{2}\sqrt{3}$
$z_2 = 3\left[\cos\left(\frac{4}{3}\pi\right)+\mathrm{i}\sin\left(\frac{4}{3}\pi\right)\right]$
$= -\frac{3}{2}-\mathrm{i}\frac{3}{2}\sqrt{3}$

2) $A = (-8,2) \cup \left(\frac{11}{3},+\infty\right)$
$\inf(A) = -8,\ \min(A) = \nexists$
$\sup(A) = +\infty,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty,-1) \cup (4,+\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

3.a) $D = \mathbb{R} \setminus \{-\sqrt{6},\sqrt{6}\}$
3.b) $f'(x) = \frac{x^2(18-x^2)}{(6-x^2)^2}$
3.c) $(-3\sqrt{2},3\sqrt{2}) \setminus \{-\sqrt{6},0,\sqrt{6}\}$
3.d) $I = \mathbb{R}$
3.e) L'asintoto a $\pm\infty$ è $y = -x$. L'unico punto di intersezione con gli assi è l'origine $(0,0)$.



4.a) $\frac{4}{3}\ln(14)$

4.b) $\frac{3}{14}$

5) $-\frac{721}{45}$

6) $\boxed{b}$ per il test del confronto asintotico, visto che $a_n \sim 1$ e la serie $\sum 1$ diverge per il test necessrio.

7.a) $\frac{1}{5}\sin(5x) - \frac{1}{15}\sin(5x)^3 + c$

7.b) $\frac{1}{2}\left(\ln(4)^2 - \ln(3)^2\right)$

7.c) $\frac{\pi}{12}$

8) $y(x) = -\frac{7}{4}e^{4x} - \frac{5}{4}e^{-8x}$

Nome, Cognome .... Matricola ....

Compito 23

Compito 23

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = -\frac{27}{2} - \frac{27}{2}\sqrt{3}\,\mathrm{i}$$

1)
$z_0 = 3\left[\cos\left(\frac{4}{9}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{4}{9}\pi\right)\right]$
$z_1 = 3\left[\cos\left(\frac{10}{9}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{10}{9}\pi\right)\right]$
$z_2 = 3\left[\cos\left(\frac{16}{9}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{16}{9}\pi\right)\right]$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf*, il* sup*, e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{x-1}{x+4} < \frac{x+2}{x+7}\right\}$$

$$B = \left\{x \in \mathbb{R} : \sqrt{2x^2+14x+24} < \sqrt{4x^2+12x}\right\}$$

2) $A = (-\infty,-7) \cup (-4,+\infty)$
$\inf(A) = -\infty,\ \min(A) = \nexists$
$\sup(A) = +\infty,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty,-4] \cup (4,+\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

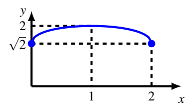
Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{2-x},$$

si determinino:

- $\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*
- $\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*
- $\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*
- $\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*
- $\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

3.a) $D = [0,2]$
3.b) $f'(x) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{2-x}}\right)$
3.c) $(0,1)$
3.d) $I = [\sqrt{2},2]$
3.e) Non ci sono asintoti e l'unico punto di intersezione con gli assi è $(0,\sqrt{2})$.



Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} \ln\left(\frac{1}{\sqrt[7]{2^n}}\right)\ln\left(\left(\frac{n+8}{n}\right)^7\right)$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to0^+} \frac{e^{-6x}-e^{5x}}{\sin(8x)}$$

4.a) $-8\ln(2)$

4.b) $-\frac{11}{8}$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della seguente somma finita.*

$$\sum_{n=0}^{4} 4^n$$

5) 341

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant1} (-1)^n n^7 \tan\left(\frac{1}{n^9}\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

- $\boxed{a}$ *La serie converge.*
- $\boxed{b}$ *La serie non converge.*

6) $\boxed{a}$ per il test per le serie di segno alterno, visto che $a_n \sim \frac{1}{n^2} \downarrow 0$.

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int x\sqrt[3]{7+\frac{x}{7}}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)}\ \int_0^{\pi/2} \frac{(\tan(x/2)+4)^2}{\cos(x/2)^2}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_{2^{-1/5}}^{+\infty} \frac{7x^4}{1+4x^{10}}\,\mathrm{d}x$$

7.a) $-\frac{21}{4}\left(21-\frac{4}{7}x\right)\left(7+\frac{x}{7}\right)^{4/3}+c$

7.b) $\frac{122}{3}$

7.c) $\frac{7}{40}\pi$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{1}{x}y(x) + x^5 \\ y(2) = 2 \end{cases}$$

8) $y(x) = -\frac{27}{5}x + \frac{1}{5}x^6$

Nome, Cognome . . . . Matricola . . . .

Compito 24

Compito 24

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = -8$$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf, *il* sup, *e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x+6}{x-1} < \frac{x-1}{x-2} \right\}$$

$$B = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{3x^2+15x+12} < \sqrt{5x^2+17x+8} \right\}$$

Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = \tfrac{\ln(x-12)}{x-12},$$

si determinino:

$\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*

$\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*

$\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*

$\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*

$\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} (n^2+6)^2 \left(1 - \cos\left(-\frac{2}{n^2}\right)\right)$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to 4} \frac{\sqrt{x^2-9x+21}-1}{2\sqrt{x}-4}$$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della serie numerica* $\sum_{n\geqslant 0} (a_n - a_{n+1})$ *con*

$$a_n = \frac{(-2n+1)(-n+6)}{(-2n+1)(8n-8)}.$$

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} (-1)^n n^6 \left(1 - \cos\left(\frac{1}{n^9}\right)\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.* $\boxed{b}$ *La serie non converge.*

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int \frac{\mathrm{d}x}{(-8-32x^2)\arctan(2x)^2}$$

$$\textbf{b)}\ \int_0^1 \frac{4}{\sqrt[3]{4x+2}}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_0^{+\infty} \frac{x^5}{1+4x^{12}}\,\mathrm{d}x$$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

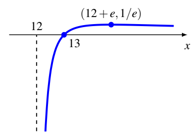
$$\begin{cases} y''(x)+4y'(x)+4y(x) = 0 \\ y(0) = 4 \\ y'(0) = 5 \end{cases}$$

1)
$z_0 = 2\left[\cos\left(\frac{1}{3}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{1}{3}\pi\right)\right] = 1 + \mathrm{i}\sqrt{3}$
$z_1 = 2\left[\cos(\pi) + \mathrm{i}\sin(\pi)\right] = -2$
$z_2 = 2\left[\cos\left(\frac{5}{3}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{5}{3}\pi\right)\right] = 1 - \mathrm{i}\sqrt{3}$

2) $A = (-\infty, 1) \cup \left(2, \frac{13}{6}\right)$
$\inf(A) = -\infty$, $\min(A) = \nexists$
$\sup(A) = \frac{13}{6}$, $\max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty, -4] \cup (1, +\infty)$
$\inf(B) = -\infty$, $\min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty$, $\max(B) = \nexists$

3.a) $D = (12, +\infty)$
3.b) $f'(x) = \frac{1-\ln(x-12)}{x-12}$
3.c) $(12, 12+e)$
3.d) $I = (-\infty, 1/e)$
3.e) L'asintoto a $+\infty$ è $y = 0$. L'asintoto verticale è $x = 12$. L'unico punto di intersezione con gli assi è l'origine $(13, 0)$.



4.a) 2

4.b) -1

5) $-\frac{5}{8}$

6) $\boxed{a}$ per il test per le serie di segno alterno, visto che $a_n \sim \frac{1}{n^{12}} \downarrow 0$.

7.a) $\frac{1}{16} \cdot \frac{1}{\arctan(2x)^1} + c$

7.b) $\frac{3(3^{2/3}-1)}{\sqrt[3]{2}}$

7.c) $\frac{\pi}{24}$

8) $y(x) = 4e^{-2x} + 13xe^{-2x}$

Nome, Cognome . . . . Matricola . . . .

Compito 25

Compito 25

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = \frac{125}{2}\sqrt{2} + \frac{125}{2}\sqrt{2}\mathrm{i}$$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf*, il* sup*, e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{3x^2+15x+12}{x^2+x-20} \leqslant 0 \right\}$$

$$B = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{3x^2-10x-8} > \sqrt{2x^2-4x-16} \right\}$$

Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = x + \tfrac{6}{x},$$

si determinino:

- a *l'insieme di definizione D di f;*
- b *la derivata $f'(x)$;*
- c *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*
- d *l'immagine $I = f(D)$ di f;*
- e *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} \left(-4n^2+3\right)^2 \left(1-\cos\left(-\frac{3}{n^2}\right)\right)$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to 0} \frac{1-\cos(e^{9x}-1)}{\sin(-4x)^2}$$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della seguente somma finita.*

$$\sum_{n=1}^{26} n$$

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} n^{17}\left(1-\cos\left(\frac{1}{n^8}\right)\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

- a *La serie converge.*
- b *La serie diverge.*
- c *La serie è irregolare.*

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{10-9x}}$$

$$\textbf{b)}\ \int_0^1 \frac{x}{\sqrt[3]{4+5x^2}}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_{1/2}^{+\infty} \frac{\mathrm{d}x}{(2+8x^2)\arctan(2x)}$$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

$$\begin{cases} y''(x) - 10y'(x) + 25y(x) = 0 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = -4 \end{cases}$$

1)

$$z_0 = 5\left[\cos\left(\frac{1}{12}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{1}{12}\pi\right)\right] = \frac{5}{4}(\sqrt{6}+\sqrt{2}) + \mathrm{i}\,\frac{5}{4}(\sqrt{6}-\sqrt{2})$$

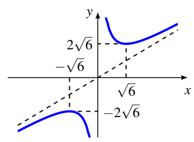
$$z_1 = 5\left[\cos\left(\frac{3}{4}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{3}{4}\pi\right)\right] = -\frac{5}{2}\sqrt{2} + \mathrm{i}\,\frac{5}{2}\sqrt{2}$$

$$z_2 = 5\left[\cos\left(\frac{17}{12}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{17}{12}\pi\right)\right] = -\frac{5}{4}(\sqrt{6}-\sqrt{2}) - \mathrm{i}\,\frac{5}{4}(\sqrt{2}+\sqrt{6})$$

2) $A = (-5,-4] \cup [-1,4)$
$\inf(A) = -5,\ \min(A) = \nexists$
$\sup(A) = 4,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty,-2] \cup (4,+\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

3.a) $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
3.b) $f'(x) = 1 - \frac{6}{x^2}$
3.c) $(-\infty,-\sqrt{6}) \cup (\sqrt{6},+\infty)$
3.d) $I = (-\infty,-2\sqrt{6}] \cup [2\sqrt{6},+\infty)$
3.e) L'asintoto a $x = \pm\infty$ è $y = x$, quello verticale è $x = 0$. Non ci sono punti di intersezione con gli assi.



4.a) 72

4.b) $\frac{81}{32}$

5) 351

6) b per il test del confronto asintotico, visto che $a_n \sim n$ e la serie $\sum n$ diverge per il test necessrio.

7.a) $-\frac{2}{9}\sqrt{10-9x} + c$

7.b) $\frac{3}{20}\left(3\sqrt[3]{3} - 2\sqrt[3]{2}\right)$

7.c) $\frac{\ln(2)}{4}$

8) $y(x) = e^{5x} - 9xe^{5x}$

Nome, Cognome . . . . Matricola . . . .

Compito 26

Compito 26

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = \frac{1}{2}\sqrt{3} - \frac{1}{2}\,\mathrm{i}$$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf*, il* sup*, e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{2x^2-18x+40}{2x^2+8x+6} < 0 \right\}$$

$$B = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{2x^2+12x+17} \geqslant \sqrt{x^2+6x+9} \right\}$$

Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = \frac{11+15x}{2+3x},$$

si determinino:

$\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*

$\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*

$\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*

$\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*

$\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} \left(9n - \frac{2}{n}\right) \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to 0} \frac{x\sin(\sqrt{10}x)^2 - 10x^3}{x\ln(1+10x^4)}$$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della seguente somma finita.*

$$\sum_{n=1}^{49} n$$

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} n^4 \arctan\left(\frac{1}{n^9}\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.* $\boxed{b}$ *La serie diverge.* $\boxed{c}$ *La serie è irregolare.*

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x}(1-\sqrt{2x})}$$

$$\textbf{b)}\ \int_{\ln(6)}^{\ln(7)} \frac{e^x(e^x-7)}{e^{2x}-49}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_{7^{-1/7}}^{+\infty} \frac{x^6}{1+49x^{14}}\,\mathrm{d}x$$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

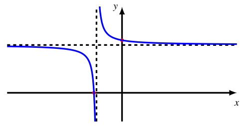
$$\begin{cases} y''(x) - 7y'(x) - 8y(x) = 0 \\ y(0) = 7 \\ y'(0) = -7 \end{cases}$$

1)
$z_0 = \cos\left(\frac{11}{18}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{11}{18}\pi\right)$
$z_1 = \cos\left(\frac{23}{18}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{23}{18}\pi\right)$
$z_2 = \cos\left(\frac{35}{18}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{35}{18}\pi\right)$

2) $A = (-3,-1) \cup (4,5)$
$\inf(A) = -3,\ \min(A) = \nexists$
$\sup(A) = 5,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty,-4] \cup [-2,+\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

3.a) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{2}{3}\right\}$
3.b) $f'(x) = \frac{-3}{(2+3x)^2}$
3.c) $\emptyset$
3.d) $I = \mathbb{R} \setminus \{5\}$
3.e) L'asintoto a $x = \pm\infty$ è $y = 5$, quello verticale è $x = -\frac{2}{3}$. I punti di intersezione con gli assi sono $P_1 = \left(-\frac{11}{15}, 0\right)$ e $P_2 = \left(0, \frac{11}{2}\right)$.



4.a) 9

4.b) $-\frac{10}{3}$

5) 1225

6) $\boxed{a}$ per il test del confronto asintotico, visto che $a_n \sim \frac{1}{n^5}$ e la serie armonica generalizzata $\sum \frac{1}{n^5}$ converge.

7.a) $\frac{\sqrt{2}}{1}\ln\left(\left|1 - 1\sqrt{2x}\right|\right) + c$

7.b) $\ln\left(\frac{14}{13}\right)$

7.c) $\frac{1}{196}\pi$

8) $y(x) = 7e^{-x}$

Nome, Cognome .... Matricola ....

Compito 27

Compito 27

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = -4\sqrt{2}+4\sqrt{2}\,\mathrm{i}$$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf, *il* sup, *e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{x^2+3x-4}{3x^2+6x-9} \geqslant 0\right\}$$

$$B = \left\{x \in \mathbb{R} : \sqrt{4x^2+5x-71} > \sqrt{x^2+5x+4}\right\}$$

Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = \frac{\ln(x+6)}{x+6},$$

si determinino:

- a *l'insieme di definizione D di f;*
- b *la derivata $f'(x)$;*
- c *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*
- d *l'immagine $I = f(D)$ di f;*
- e *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)} \lim_{n\to+\infty} \frac{(n!)^{12}\, e^{12n}}{n^{12n+6}}$$

$$\textbf{b)} \lim_{x\to 0^+} \frac{\sin(-10x)}{13x-\sin(-13x)}$$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della serie numerica* $\sum_{n\geqslant 0}(a_n - a_{n+1})$ *con*

$$a_n = \frac{(-8n+4)^2}{(-9n-5)^2}.$$

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} n^3 \left(1-\cos\left(\frac{1}{n^8}\right)\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

- a *La serie converge.*
- b *La serie diverge.*
- c *La serie è irregolare.*

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)} \int e^{2x}\sin(3x)\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)} \int_{\ln(4)}^{\ln(6)} \frac{e^x(e^x-6)}{e^{2x}-36}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)} \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{25x})^3}\,\mathrm{d}x$$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

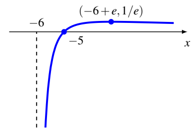
$$\begin{cases} y'(x) = \frac{2}{x}\,y(x)+x \\ y(3) = 1 \end{cases}$$

1)
$$z_0 = 2\left[\cos\left(\frac{1}{4}\pi\right)+\mathrm{i}\sin\left(\frac{1}{4}\pi\right)\right] = \sqrt{2}+\mathrm{i}\sqrt{2}$$
$$z_1 = 2\left[\cos\left(\frac{11}{12}\pi\right)+\mathrm{i}\sin\left(\frac{11}{12}\pi\right)\right] = -\frac{1}{2}(\sqrt{6}+\sqrt{2})+\mathrm{i}\,\frac{1}{2}(\sqrt{6}-\sqrt{2})$$
$$z_2 = 2\left[\cos\left(\frac{19}{12}\pi\right)+\mathrm{i}\sin\left(\frac{19}{12}\pi\right)\right] = \frac{1}{2}(\sqrt{6}-\sqrt{2})-\mathrm{i}\,\frac{1}{2}(\sqrt{6}+\sqrt{2})$$

2) $A = (-\infty,-4]\cup(-3,1)\cup(1,+\infty)$
$\inf(A) = -\infty,\ \min(A) = \nexists$
$\sup(A) = +\infty,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty,-5)\cup(5,+\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

3.a) $D = (-6,+\infty)$
3.b) $f'(x) = \frac{1-\ln(x+6)}{x+6}$
3.c) $(-6,-6+e)$
3.d) $I = (-\infty,1/e)$
3.e) L'asintoto a $+\infty$ è $y=0$. L'asintoto verticale è $x=-6$. L'unico punto di intersezione con gli assi è l'origine $(-5,0)$.



4.a) $(2\pi)^6 = 64\,\pi^6$

4.b) $-\frac{5}{13}$

5) $-\frac{304}{2025}$

6) a per il test del confronto asintotico, visto che $a_n \sim \frac{1}{n^{13}}$ e la serie armonica generalizzata $\sum \frac{1}{n^{13}}$ converge.

7.a) $\frac{2\sin(3x)-3\cos(3x)}{13}\cdot e^{2x}+c$

7.b) $\ln\left(\frac{6}{5}\right)$

7.c) $\frac{7}{36}$

8) $y(x) = \ln(x)x^2+\left(\frac{1}{9}-\ln(3)\right)x^2$

Nome, Cognome . . . . Matricola . . . . **Compito 28**

Compito 28

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = -32\sqrt{3} + 32\,\mathrm{i}$$

1)
$z_0 = 4\left[\cos\left(\frac{5}{18}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{5}{18}\pi\right)\right]$
$z_1 = 4\left[\cos\left(\frac{17}{18}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{17}{18}\pi\right)\right]$
$z_2 = 4\left[\cos\left(\frac{29}{18}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{29}{18}\pi\right)\right]$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf, *il* sup, *e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{x+9}{x-5} < \frac{x-9}{x+2}\right\}$$

$$B = \left\{x \in \mathbb{R} : \sqrt{2x^2-18} \leqslant \sqrt{3x^2-3x-16}\right\}$$

2) $A = (-\infty, -2) \cup \left(\frac{27}{25}, 5\right)$
$\inf(A) = -\infty,\ \min(A) = \nexists$
$\sup(A) = 5,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty, -3] \cup [3, +\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

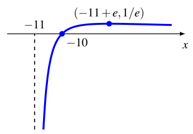
Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = \frac{\ln(x+11)}{x+11},$$

si determinino:

- $\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*
- $\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*
- $\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*
- $\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*
- $\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

3.a) $D = (-11, +\infty)$
3.b) $f'(x) = \frac{1-\ln(x+11)}{x+11}$
3.c) $(-11, -11+e)$
3.d) $I = (-\infty, 1/e)$
3.e) L'asintoto a $+\infty$ è $y = 0$. L'asintoto verticale è $x = -11$. L'unico punto di intersezione con gli assi è l'origine $(-10, 0)$.



Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} \left(-5n^2-6\right)^2 \left(1 - \cos\left(\frac{5}{n^2}\right)\right)$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to 0} \frac{1-\cos(e^{3x}-1)}{\sin(-8x)^2}$$

4.a) $\frac{625}{2}$

4.b) $\frac{9}{128}$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della seguente somma finita.*

$$\sum_{n=1}^{47} n$$

5) 1128

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} (-1)^n n^5 \left(1 - \cos\left(\frac{1}{n^2}\right)\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.* $\boxed{b}$ *La serie non converge.*

6) $\boxed{b}$ per il test necessario visto che $a_n \sim n \to +\infty \neq 0$ e quindi $\lim_{n\to+\infty} (-1)^n a_n$ non esiste.

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int \cot(-10x)\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)}\ \int_0^1 \left(2x^4-6x^2-2\right)^3 \left(2x^3-3x\right)\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_{3^{-1/3}}^{+\infty} \frac{-8x^2}{1+9x^6}\,\mathrm{d}x$$

7.a) $-\frac{1}{10}\ln\left(|\sin(-10x)|\right) + c$

7.b) 80

7.c) $-\frac{2}{9}\pi$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

$$\begin{cases} y''(x) - 16y'(x) + 100y(x) = 0 \\ y(0) = 4 \\ y'(0) = 4 \end{cases}$$

8) $y(x) = -\frac{14}{3}\sin(6x)\,e^{8x} + 4\cos(6x)\,e^{8x}$

Nome, Cognome .... Matricola .... **Compito 29**

Compito 29

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = -27\,\mathrm{i}$$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf*, il* sup*, e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x+2}{x+5} \leqslant \frac{x-4}{x+7} \right\}$$

$$B = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{3x^2+30x+75} \leqslant \sqrt{6x^2+36x+30} \right\}$$

Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = x + \tfrac{6}{x},$$

si determinino:

$\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*

$\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*

$\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*

$\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*

$\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} \ln\left(\frac{1}{\sqrt[4]{4^n}}\right) \ln\left(\left(\frac{n+4}{n}\right)^{-9}\right)$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to 0} \frac{\ln\left((e^5+x^4)^5\right) - 25}{1-\cos(x^2)}$$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della seguente somma finita.*

$$\sum_{n=1}^{32} n$$

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} (-1)^n n^5 \ \arctan\left(\frac{1}{n}\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.* $\boxed{b}$ *La serie non converge.*

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x}(-6+\sqrt{32x})^6}$$

$$\textbf{b)}\ \int_0^{\pi/6} \frac{\mathrm{d}x}{1+\sin(2x)^2}$$

$$\textbf{c)}\ \int_2^{+\infty} \frac{1}{x^2-4x+5}\,\mathrm{d}x$$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

$$\begin{cases} y'(x) = (-x-1)\,y(x) + e^{-\frac{1}{2}x^2+7x} \\ y(0) = -2 \end{cases}$$

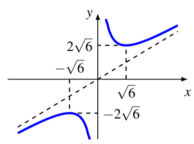
---

1)
$z_0 = 3\left[\cos\left(\frac{1}{2}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{1}{2}\pi\right)\right] = 3\mathrm{i}$
$z_1 = 3\left[\cos\left(\frac{7}{6}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{7}{6}\pi\right)\right] = -\frac{3}{2}\sqrt{3} - \mathrm{i}\,\frac{3}{2}$
$z_2 = 3\left[\cos\left(\frac{11}{6}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{11}{6}\pi\right)\right] = \frac{3}{2}\sqrt{3} - \mathrm{i}\,\frac{3}{2}$

2) $A = (-\infty,-7) \cup \left(-5, -\frac{17}{4}\right]$
$\inf(A) = -\infty,\ \min(A) = \nexists$
$\sup(A) = -\frac{17}{4},\ \max(A) = -\frac{17}{4}$

2) $B = (-\infty,-5] \cup [3,+\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

3.a) $D = \mathbb{R}\setminus\{0\}$
3.b) $f'(x) = 1 - \frac{6}{x^2}$
3.c) $(-\infty,-\sqrt{6}) \cup (\sqrt{6},+\infty)$
3.d) $I = (-\infty,-2\sqrt{6}] \cup [2\sqrt{6},+\infty)$
3.e) L'asintoto a $x = \pm\infty$ è $y = x$, quello verticale è $x = 0$. Non ci sono punti di intersezione con gli assi.



4.a) $9\ln(4)$

4.b) $10e^{-5}$

5) 528

6) $\boxed{b}$ per il test necessario visto che $a_n \sim n^4 \to +\infty \neq 0$ e quindi $\lim_{n\to+\infty} (-1)^n a_n$ non esiste.

7.a) $-\frac{1}{20}\cdot\frac{\sqrt{2}}{(-6+4\sqrt{2x})^5} + c$

7.b) $\frac{\arctan(\sqrt{6})}{2\ \sqrt{2}}$

7.c) $\frac{\pi}{2}$

8) $y(x) = -\frac{17}{8}e^{-\frac{1}{2}x^2-x} + \frac{1}{8}e^{-\frac{1}{2}x^2+7x}$

Nome, Cognome . . . . Matricola . . . .

Compito 30

Compito 30

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = -4+4\sqrt{3}\,\mathrm{i}$$

1)
$z_0 = 2\left[\cos\left(\frac{2}{9}\pi\right)+\mathrm{i}\sin\left(\frac{2}{9}\pi\right)\right]$
$z_1 = 2\left[\cos\left(\frac{8}{9}\pi\right)+\mathrm{i}\sin\left(\frac{8}{9}\pi\right)\right]$
$z_2 = 2\left[\cos\left(\frac{14}{9}\pi\right)+\mathrm{i}\sin\left(\frac{14}{9}\pi\right)\right]$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf, *il* sup, *e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{3x^2+18x+27}{x^2-4} > 0\right\}$$

$$B = \left\{x \in \mathbb{R} : \sqrt{6x^2+18} \geqslant \sqrt{3x^2-12x+9}\right\}$$

2) $A = (-\infty,-3)\cup(-3,-2)\cup(2,+\infty)$
$\inf(A) = -\infty,\ \min(A) = \nexists$
$\sup(A) = +\infty,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty,-3]\cup[-1,1]\cup[3,+\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

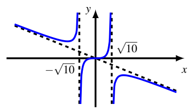
Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = \frac{x^3}{10-x^2},$$

si determinino:

- $\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*
- $\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*
- $\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*
- $\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*
- $\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

3.a) $D = \mathbb{R}\setminus\{-\sqrt{10},\sqrt{10}\}$
3.b) $f'(x) = \frac{x^2(30-x^2)}{(10-x^2)^2}$
3.c) $(-\sqrt{30},\sqrt{30})\setminus\{-\sqrt{10},0,\sqrt{10}\}$
3.d) $I = \mathbb{R}$
3.e) L'asintoto a $\pm\infty$ è $y = -x$. L'unico punto di intersezione con gli assi è l'origine $(0,0)$.



Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} (n^2-9)^2\left(1-\cos\left(-\frac{5}{n^2}\right)\right)$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to 0} \frac{1-\cos(e^{8x}-1)}{\sin(\ln(\sqrt[7]{\cos(8x)}))}$$

4.a) $\frac{25}{2}$

4.b) -7

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della serie numerica* $\sum_{n\geqslant 0}(a_n - a_{n+1})$ *con*

$$a_n = \frac{8n^2+9n-7}{(-7n+7)^2}.$$

5) $-\frac{15}{49}$

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} n^5 \tan\left(\frac{1}{n^8}\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.* $\boxed{b}$ *La serie diverge.* $\boxed{c}$ *La serie è irregolare.*

6) $\boxed{a}$ per il test del confronto asintotico, visto che $a_n \sim \frac{1}{n^3}$ e la serie armonica generalizzata $\sum \frac{1}{n^3}$ converge.

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int x^2 \sin(8x)\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)}\ \int_0^1 (4x+2)\left(2x^2+2x\right)^2 \mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_0^1 x^9 \ln(x)\,\mathrm{d}x$$

7.a) $\left(\frac{1}{256}-\frac{x^2}{8}\right)\cos(8x)+\frac{2}{64}x\sin(8x)+c$

7.b) $\frac{64}{3}$

7.c) $-\frac{1}{100}$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

$$\begin{cases} y''(x)+12y'(x)+117y(x) = 0 \\ y(0) = -9 \\ y'(0) = -5 \end{cases}$$

8) $y(x) = -\frac{59}{9}\sin(9x)\,e^{-6x} - 9\cos(9x)\,e^{-6x}$

Nome, Cognome . . . . Matricola . . . .

Compito 31

Compito 31

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = 32\sqrt{3} - 32\,\mathrm{i}$$

1)
$z_0 = 4\left[\cos\left(\frac{11}{18}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{11}{18}\pi\right)\right]$
$z_1 = 4\left[\cos\left(\frac{23}{18}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{23}{18}\pi\right)\right]$
$z_2 = 4\left[\cos\left(\frac{35}{18}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{35}{18}\pi\right)\right]$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf, *il* sup, *e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{x-3}{x+2} > \frac{x-6}{x-2}\right\}$$

$$B = \left\{x \in \mathbb{R} : \sqrt{3x^2+12x-15} < \sqrt{6x^2-9x+15}\right\}$$

2) $A = (-\infty, -2) \cup (2, 18)$
$\inf(A) = -\infty,\ \min(A) = \nexists$
$\sup(A) = -2,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty, -5] \cup [1, 2) \cup (5, +\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

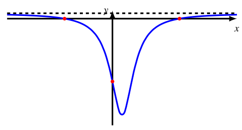
Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = \frac{x^2-2x-35}{4x^2-8x+12},$$

si determinino:

- $\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*
- $\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*
- $\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*
- $\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*
- $\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

3.a) $D = \mathbb{R}$
3.b) $f'(x) = \frac{304(x-1)}{(4x^2-8x+12)^2}$
3.c) $(1, +\infty)$
3.d) $I = \left[-\frac{9}{2}, \frac{1}{4}\right)$
3.e) Non ci sono asintoti verticali. L'asintoto a $x = \pm\infty$ è $y = \frac{1}{4}$. I punti di intersezione con gli assi sono $P_1 = (-5, 0)$, $P_2 = (7, 0)$ e $P_3 = \left(0, -\frac{35}{12}\right)$.



Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} \ln\left(\frac{1}{\sqrt[3]{4^n}}\right) \ln\left(\left(\frac{n-2}{n}\right)^5\right)$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to 10} \frac{\ln(x) - \ln(10)}{x-10}$$

4.a) $\frac{10}{3}\ln(4)$

4.b) $1/10$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della seguente somma finita.*

$$\sum_{n=1}^{48} n$$

5) 1176

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} (-1)^n n \sin\left(\frac{1}{n^5}\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.* $\boxed{b}$ *La serie non converge.*

6) $\boxed{a}$ per il test per le serie di segno alterno, visto che $a_n \sim \frac{1}{n^4} \downarrow 0$.

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int e^{9x}\sin(5x)\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)}\ \int_0^{5\pi/2} e^{\sin(x)}\cos(x)\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_0^1 \ln\left(1 + \frac{2}{x}\right)\mathrm{d}x$$

7.a) $\frac{9\sin(5x)-5\cos(5x)}{106} \cdot e^{9x} + c$

7.b) $e - 1$

7.c) $\ln\left(\frac{27}{4}\right)$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

$$\begin{cases} y''(x) - 4y'(x) + 3y(x) = 0 \\ y(0) = 3 \\ y'(0) = 9 \end{cases}$$

8) $y(x) = +3e^{3x}$

Nome, Cognome . . . . Matricola . . . .

Compito 32

Compito 32

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **<u>solo ed esclusivamente</u>** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **<u>NON</u> si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = -32 - 32\sqrt{3}\,\mathrm{i}$$

1)
$z_0 = 4\left[\cos\left(\frac{4}{9}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{4}{9}\pi\right)\right]$
$z_1 = 4\left[\cos\left(\frac{10}{9}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{10}{9}\pi\right)\right]$
$z_2 = 4\left[\cos\left(\frac{16}{9}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{16}{9}\pi\right)\right]$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf, *il* sup, *e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x+9}{x+7} \leqslant \frac{x-6}{x-4} \right\}$$

$$B = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{3x^2+3x-6} \leqslant \sqrt{6x^2+9x-51} \right\}$$

2) $A = (-\infty, -7) \cup \left[-\frac{3}{2}, 4\right)$
$\inf(A) = -\infty$, $\min(A) = \nexists$
$\sup(A) = 4$, $\max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty, -5] \cup [3, +\infty)$
$\inf(B) = -\infty$, $\min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty$, $\max(B) = \nexists$

Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = \frac{\ln(x+15)}{x+15},$$

si determinino:

$\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*

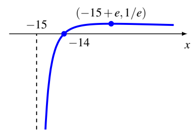
$\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*

$\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*

$\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*

$\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

3.a) $D = (-15, +\infty)$
3.b) $f'(x) = \frac{1-\ln(x+15)}{x+15}$
3.c) $(-15, -15+e)$
3.d) $I = (-\infty, 1/e)$
3.e) L'asintoto a $+\infty$ è $y = 0$. L'asintoto verticale è $x = -15$. L'unico punto di intersezione con gli assi è l'origine $(-14, 0)$.



Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} \ln\left(\frac{1}{\sqrt[5]{6^n}}\right) \ln\left(\left(\frac{n-9}{n}\right)^{-4}\right)$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to 0} \frac{1-\cos(e^{-15x}-1)}{\sin(-10x)^2}$$

4.a) $-\frac{36}{5}\ln(6)$

4.b) $\frac{9}{8}$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della seguente somma finita.*

$$\sum_{n=1}^{38} n$$

5) 741

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} n^2 \left(1 - \cos\left(\frac{1}{n^4}\right)\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.* $\boxed{b}$ *La serie diverge.* $\boxed{c}$ *La serie è irregolare.*

6) $\boxed{a}$ per il test del confronto asintotico, visto che $a_n \sim \frac{1}{n^6}$ e la serie armonica generalizzata $\sum \frac{1}{n^6}$ converge.

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int (20x-13)\left(10x^2-13x\right)^{-9} \mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)}\ \int_0^{1/10} \frac{\ln(\arctan(10x)+1)}{(1+100x^2)(\arctan(10x)+1)^2} \mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_{1/5}^{+\infty} \frac{\mathrm{d}x}{(10+250x^2)\arctan(5x)^3}$$

7.a) $-\frac{1}{8}\left(10x^2-13x\right)^{-8} + c$

7.b) $\frac{1}{10} - \frac{2}{5(4+\pi)}\left(1 + \ln\left(1 + \frac{\pi}{4}\right)\right)$

7.c) $\frac{3}{25} \cdot \frac{1}{\pi^2}$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

$$\begin{cases} y''(x) + 8y'(x) + 65y(x) = 0 \\ y(0) = 6 \\ y'(0) = -7 \end{cases}$$

8) $y(x) = \frac{17}{7}\sin(7x)e^{-4x} + 6\cos(7x)e^{-4x}$

Nome, Cognome . . . . Matricola . . . .

Compito 33

Compito 33

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = -\frac{27}{2}\sqrt{2} + \frac{27}{2}\sqrt{2}\,\mathrm{i}$$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf*, il* sup*, e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x+7}{x-3} \leqslant \frac{x-5}{x-3} \right\}$$

$$B = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{4x^2-26x+46} > \sqrt{2x^2-8x+6} \right\}$$

Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = \tfrac{\ln(x+4)}{x+4},$$

si determinino:

$\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*

$\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*

$\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*

$\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*

$\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} \frac{(n!)^{10}\, e^{10n}}{n^{10n+5}}$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{x^4 + \frac{8}{5}x^2} - \sqrt[4]{x^8 + \frac{5}{6}x^6} \right)$$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della serie numerica* $\sum_{n\geqslant 0} (a_n - a_{n+1})$ *con*

$$a_n = \frac{2n^2+6}{(-2n-6)^2}.$$

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} (-1)^n n^{11} \left(1 - \cos\left(\frac{1}{n^2}\right) \right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.* $\boxed{b}$ *La serie non converge.*

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int \frac{x^2+6}{x^3+18x+9}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)}\ \int_0^1 \frac{e^{\arctan(x)}}{1+x^2}\arctan(x)\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_{3^{-1/7}}^{+\infty} \frac{9x^6}{1+9x^{14}}\,\mathrm{d}x$$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

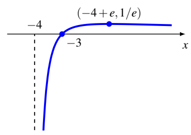
$$\begin{cases} y'(x) = \frac{1}{x}\,y(x) + x^0 \\ y(2) = -8 \end{cases}$$

1)
$z_0 = 3\left[\cos\left(\frac{1}{4}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{1}{4}\pi\right)\right]$
$= \frac{3}{2}\sqrt{2} + \mathrm{i}\,\frac{3}{2}\sqrt{2}$
$z_1 = 3\left[\cos\left(\frac{11}{12}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{11}{12}\pi\right)\right]$
$= -\frac{3}{4}(\sqrt{6}+\sqrt{2}) + \mathrm{i}\,\frac{3}{4}(\sqrt{6}-\sqrt{2})$
$z_2 = 3\left[\cos\left(\frac{19}{12}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{19}{12}\pi\right)\right]$
$= \frac{3}{4}(\sqrt{6}-\sqrt{2}) - \mathrm{i}\,\frac{3}{4}(\sqrt{6}+\sqrt{2})$

2) $A = (-\infty, 3)$
$\inf(A) = -\infty,\ \min(A) = \nexists$
$\sup(A) = 3,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty, 1] \cup [3, 4) \cup (5, +\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

3.a) $D = (-4, +\infty)$
3.b) $f'(x) = \frac{1-\ln(x+4)}{x+4}$
3.c) $(-4, -4+e)$
3.d) $I = (-\infty, 1/e)$
3.e) L'asintoto a $+\infty$ è $y = 0$. L'asintoto verticale è $x = -4$. L'unico punto di intersezione con gli assi è l'origine $(-3, 0)$.



4.a) $(2\pi)^5 = 32\pi^5$

4.b) $\frac{71}{120}$

5) $-\frac{1}{3}$

6) $\boxed{b}$ per il test necessario visto che $a_n \sim n^7 \to +\infty \neq 0$ e quindi $\lim_{n\to+\infty} (-1)^n a_n$ non esiste.

7.a) $\frac{1}{3}\ln\left(\left|x^3+18x+9\right|\right) + c$

7.b) $1 + \frac{\pi-4}{4}\ e^{\pi/4}$

7.c) $\frac{3}{28}\pi$

8) $y(x) = \ln(x)x + (-4-\ln(2))\,x$

Nome, Cognome .... Matricola .... **Compito 34**

Compito 34

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = -32\sqrt{3} - 32\,\mathrm{i}$$

1) $z_0 = 4\left[\cos\left(\frac{7}{18}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{7}{18}\pi\right)\right]$ $z_1 = 4\left[\cos\left(\frac{19}{18}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{19}{18}\pi\right)\right]$ $z_2 = 4\left[\cos\left(\frac{31}{18}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{31}{18}\pi\right)\right]$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf, *il* sup, *e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{x+8}{x+1} > \frac{x-4}{x+7}\right\}$$

$$B = \left\{x \in \mathbb{R} : \sqrt{2x^2+6x-8} < \sqrt{4x^2+20x+16}\right\}$$

2) $A = \left(-7, -\frac{10}{3}\right) \cup (-1, +\infty)$
$\inf(A) = -7,\ \min(A) = \nexists$
$\sup(A) = +\infty,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty, -4) \cup [1, +\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = x - \sqrt{x(x-24)},$$

si determinino:

$\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*

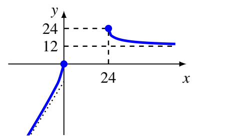
$\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*

$\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*

$\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*

$\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

3.a) $D = (-\infty, 0] \cup [24, +\infty)$
3.b) $f'(x) = 1 - \frac{x-12}{\sqrt{x(x-24)}}$
3.c) $(-\infty, 0)$
3.d) $I = (-\infty, 0] \cup (12, 24]$
3.e) L'asintoto a $-\infty$ è $y = 2x - 12$. L'asintoto a $+\infty$ è $y = 12$. L'unico punto di intersezione con gli assi è l'origine $(0,0)$.



Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} \frac{(n!)^{14}\, e^{14n}}{n^{14n+7}}$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to 0^+} \frac{\ln(e+7x) - \cos(5x)}{\sin(10x)}$$

4.a) $(2\pi)^7 = 128\,\pi^7$

4.b) $\frac{7}{10e}$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della serie numerica* $\sum_{n\geqslant 0} (a_n - a_{n+1})$ *con*

$$a_n = \frac{(-9n+6)(5n+7)}{(-n-1)^2}.$$

5) 87

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} (-1)^n n^6 \ln\left(1 + \frac{1}{n^3}\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.*

$\boxed{b}$ *La serie non converge.*

6) $\boxed{b}$ per il test necessario visto che $a_n \sim n^3 \to +\infty \neq 0$ e quindi $\lim_{n\to+\infty} (-1)^n a_n$ non esiste.

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int \cot(-2x)\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)}\ \int_0^1 \frac{8x+5}{9x^2+63x+54}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2 - 2x + 101}\,\mathrm{d}x$$

7.a) $-\frac{1}{2}\ln(|\sin(-2x)|) + c$

7.b) $-\frac{1}{15}\ln(2) + \frac{43}{45}\ln\left(\frac{7}{6}\right)$

7.c) $\frac{\pi}{20}$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

$$\begin{cases} y'(x) = (-5x-3)\,y(x) + e^{-\frac{5}{2}x^2+6x} \\ y(0) = 4 \end{cases}$$

8) $y(x) = \frac{35}{9}\,e^{-\frac{5}{2}x^2-3x} + \frac{1}{9}\,e^{-\frac{5}{2}x^2+6x}$

Nome, Cognome .... Matricola .... **Compito 35**

Compito 35

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = 32 - 32\sqrt{3}\,\mathrm{i}$$

1)
$$z_0 = 4\left[\cos\left(\frac{5}{9}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{5}{9}\pi\right)\right]$$
$$z_1 = 4\left[\cos\left(\frac{11}{9}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{11}{9}\pi\right)\right]$$
$$z_2 = 4\left[\cos\left(\frac{17}{9}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{17}{9}\pi\right)\right]$$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf, *il* sup, *e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{x+6}{x+4} < \frac{x+4}{x-6}\right\}$$
$$B = \left\{x \in \mathbb{R} : \sqrt{4x^2+5x+21} > \sqrt{3x^2+12x+9}\right\}$$

2) $A = \left(-\frac{13}{2}, -4\right) \cup (6, +\infty)$
$\inf(A) = -\frac{13}{2},\ \min(A) = \nexists$
$\sup(A) = +\infty,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty, -3] \cup [-1, 3) \cup (4, +\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = x - \sqrt{4 - x^2},$$

si determinino:

$\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*

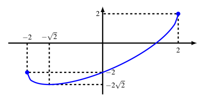
$\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*

$\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*

$\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*

$\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

3.a) $D = [-2, 2]$
3.b) $f'(x) = 1 + \frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$
3.c) $(-\sqrt{2}, 2)$
3.d) $I = [-2\sqrt{2}, 2]$
3.e) Non ci sono asintoti. L'unico punto di intersezione con gli assi è $P = (0, -2)$.



Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} \ln\left(\frac{1}{\sqrt[10]{15^n}}\right) \ln\left(\left(\frac{n+5}{n}\right)^4\right)$$
$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{4x^2+2x+2} - \sqrt{4x^2+6x+8}\right)$$

4.a) $-2\ln(15)$

4.b) -1

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della seguente somma finita.*

$$\sum_{n=0}^{5} 2^n$$

5) 63

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} (-1)^n n^{15} \left(1 - \cos\left(\frac{1}{n^6}\right)\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.* $\boxed{b}$ *La serie non converge.*

6) $\boxed{b}$ per il test necessario visto che $a_n \sim n^3 \to +\infty \neq 0$ e quindi $\lim_{n\to+\infty} (-1)^n a_n$ non esiste.

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int \frac{x}{5x^2 - 10}\,\mathrm{d}x$$
$$\textbf{b)}\ \int_0^8 \frac{x^3}{\sqrt{64 - x^2}}\,\mathrm{d}x$$
$$\textbf{c)}\ \int_0^1 \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)\mathrm{d}x$$

7.a) $\frac{1}{10}\ln\left(\left|5x^2 - 10\right|\right) + c$

7.b) $\frac{1024}{3}$

7.c) $\ln(4)$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

$$\begin{cases} y''(x) - 5y'(x) - 6y(x) = 0 \\ y(0) = -8 \\ y'(0) = -4 \end{cases}$$

8) $y(x) = -\frac{12}{7}e^{6x} - \frac{44}{7}e^{-x}$

Nome, Cognome .... Matricola .... **Compito 36**

Compito 36

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = -125\,\mathrm{i}$$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf*, il* sup*, e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{2x^2-8}{x^2-8x+15} < 0 \right\}$$

$$B = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{3x^2+10x-25} \geqslant \sqrt{2x^2-50} \right\}$$

Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = x + \sqrt{24 - x^2},$$

si determinino:

$\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*

$\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*

$\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*

$\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*

$\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} \left(n^2-8\right)^2 \left(1 - \cos\left(-\frac{3}{n^2}\right)\right)$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to\pi} \frac{\sqrt{9+\sin(7x)^2}-3}{\cos(5x)+1}$$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della seguente somma finita.*

$$\sum_{n=0}^{4} 5^n$$

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} n^2 \sin\left(\frac{1}{n^4}\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.* $\boxed{b}$ *La serie diverge.* $\boxed{c}$ *La serie è irregolare.*

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int \frac{\cos\left(\ln(x^6)\right)}{x}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)}\ \int_0^{7\pi/2} x\sin(x)\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_4^{+\infty} \frac{1}{x^2-8x+116}\,\mathrm{d}x$$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

$$\begin{cases} y'(x) = (6x+6)\,y(x) + e^{3x^2-2x} \\ y(0) = -1 \end{cases}$$

---

1)

$$z_0 = 5\left[\cos\left(\frac{1}{2}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{1}{2}\pi\right)\right] = 5\,\mathrm{i}$$

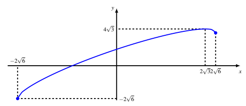
$$z_1 = 5\left[\cos\left(\frac{7}{6}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{7}{6}\pi\right)\right] = -\frac{5}{2}\sqrt{3} - \mathrm{i}\,\frac{5}{2}$$

$$z_2 = 5\left[\cos\left(\frac{11}{6}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{11}{6}\pi\right)\right] = \frac{5}{2}\sqrt{3} - \mathrm{i}\,\frac{5}{2}$$

2) $A = (-2,2) \cup (3,5)$
$\inf(A) = -2,\ \min(A) = \nexists$
$\sup(A) = 5,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty,-5] \cup [5,+\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

3.a) $D = [-2\sqrt{6}, 2\sqrt{6}]$
3.b) $f'(x) = 1 - \frac{x}{\sqrt{24-x^2}}$
3.c) $\left(-2\sqrt{6}, 2\sqrt{3}\right)$
3.d) $I = [-2\sqrt{6}, 4\sqrt{3}]$
3.e) Non ci sono asintoti e l'unico punto di intersezione con gli assi è $(0, 2\sqrt{6})$.



4.a) $\frac{9}{2}$

4.b) $\frac{49}{75}$

5) 781

6) $\boxed{a}$ per il test del confronto asintotico, visto che $a_n \sim \frac{1}{n^2}$ e la serie armonica generalizzata $\sum \frac{1}{n^2}$ converge.

7.a) $\frac{1}{6}\sin(6\ln(x)) + c$

7.b) -1

7.c) $\frac{\pi}{20}$

8) $y(x) = -\frac{7}{8}e^{3x^2+6x} - \frac{1}{8}e^{3x^2-2x}$

Nome, Cognome . . . . Matricola . . . . **Compito 37**

Compito 37

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = 32\sqrt{2} - 32\sqrt{2}\,\mathrm{i}$$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf, *il* sup, *e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x+3}{x-9} > \frac{x-1}{x-6} \right\}$$

$$B = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{x^2+8x+16} < \sqrt{3x^2+10x+12} \right\}$$

Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = \frac{x^3}{12-x^2},$$

si determinino:

$\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*

$\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*

$\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*

$\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*

$\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} \ln\left(\frac{1}{\sqrt[8]{7^n}}\right) \ln\left(\left(\frac{n+9}{n}\right)^5\right)$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt[4]{x^8 + \frac{9}{7}x^6} - \sqrt[5]{x^{10} + \frac{5}{8}x^8}\right)$$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della serie numerica* $\sum_{n\geqslant 0} (a_n - a_{n+1})$ *con*

$$a_n = \arctan\left(\frac{3^n + n^2 - 5}{4^n + n^6 - 5}\right).$$

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} (-1)^n n^2 \arctan\left(\frac{1}{n^8}\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.*

$\boxed{b}$ *La serie non converge.*

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int x(x^2-4)^8\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)}\ \int_0^1 \frac{4}{\sqrt[3]{4x+2}}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_0^{+\infty} x^3 e^{-3x}\,\mathrm{d}x$$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

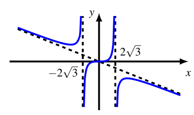
$$\begin{cases} y''(x) - 14y'(x) + 49y(x) = 0 \\ y(0) = -9 \\ y'(0) = -3 \end{cases}$$

1)
$$z_0 = 4\left[\cos\left(\frac{7}{12}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{7}{12}\pi\right)\right] = \sqrt{2} - \sqrt{6} + \mathrm{i}(\sqrt{2}+\sqrt{6})$$
$$z_1 = 4\left[\cos\left(\frac{5}{4}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{5}{4}\pi\right)\right] = -2\sqrt{2} - \mathrm{i}2\sqrt{2}$$
$$z_2 = 4\left[\cos\left(\frac{23}{12}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{23}{12}\pi\right)\right] = \sqrt{2} + \sqrt{6} - \mathrm{i}(\sqrt{6}-\sqrt{2})$$

2) $A = \left(\frac{27}{7}, 6\right) \cup (9, +\infty)$
$\inf(A) = \frac{27}{7}$, $\min(A) = \nexists$
$\sup(A) = +\infty$, $\max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$
$\inf(B) = -\infty$, $\min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty$, $\max(B) = \nexists$

3.a) $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\sqrt{3}, 2\sqrt{3}\}$
3.b) $f'(x) = \frac{x^2(36-x^2)}{(12-x^2)^2}$
3.c) $(-6,6) \setminus \{-2\sqrt{3}, 0, 2\sqrt{3}\}$
3.d) $I = \mathbb{R}$
3.e) L'asintoto a $\pm\infty$ è $y = -x$. L'unico punto di intersezione con gli assi è l'origine $(0,0)$.



4.a) $-\frac{45}{8}\ln(7)$

4.b) $\frac{11}{56}$

5) $\frac{\pi}{4}$

6) $\boxed{a}$ per il test per le serie di segno alterno, visto che $a_n \sim \frac{1}{n^6} \downarrow 0$.

7.a) $\frac{1}{18}(x^2-4)^9 + c$

7.b) $\frac{3(3^{2/3}-1)}{\sqrt[3]{2}}$

7.c) $\frac{2}{27}$

8) $y(x) = -9e^{7x} + 60xe^{7x}$

Nome, Cognome .... Matricola .... **Compito 38**

Compito 38

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = -\frac{1}{2}\sqrt{3} + \frac{1}{2}\,\mathrm{i}$$

1) $z_0 = \cos\left(\frac{5}{18}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{5}{18}\pi\right)$
$z_1 = \cos\left(\frac{17}{18}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{17}{18}\pi\right)$
$z_2 = \cos\left(\frac{29}{18}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{29}{18}\pi\right)$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf, *il* sup, *e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{2x^2-12x+18}{3x^2+3x-36} \geqslant 0\right\}$$

$$B = \left\{x \in \mathbb{R} : \sqrt{2x^2+3x-14} \geqslant \sqrt{x^2+3x+2}\right\}$$

2) $A = (-\infty, -4) \cup (3, +\infty)$
$\inf(A) = -\infty$, $\min(A) = \nexists$
$\sup(A) = +\infty$, $\max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty, -4] \cup [4, +\infty)$
$\inf(B) = -\infty$, $\min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty$, $\max(B) = \nexists$

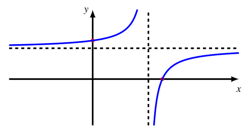
Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = \frac{5-2x}{2-x},$$

si determinino:

- $\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*
- $\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*
- $\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*
- $\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*
- $\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

3.a) $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$
3.b) $f'(x) = \frac{1}{(2-x)^2}$
3.c) $\mathbb{R} \setminus \{2\}$
3.d) $I = \mathbb{R} \setminus \{2\}$
3.e) L'asintoto a $x = \pm\infty$ è $y = 2$, quello verticale è $x = 2$. I punti di intersezione con gli assi sono $P_1 = \left(\frac{5}{2}, 0\right)$ e $P_2 = \left(0, \frac{5}{2}\right)$.



Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} \left(n^2-8\right)^2 \left(1 - \cos\left(-\frac{5}{n^2}\right)\right)$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to0} \frac{1-\cos(e^{-8x}-1)}{\sin(-13x)^2}$$

4.a) $\frac{25}{2}$

4.b) $\frac{32}{169}$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della serie numerica* $\sum_{n\geqslant0} (a_n - a_{n+1})$ *con*

$$a_n = \frac{(-8n+4)(7n-3)}{(6n-4)(5n-1)}.$$

5) $-\frac{17}{15}$

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant1} \frac{6+2n^{-3}+n^5+2n^7+5n^3}{9+8n^8+5n^6+9n^{-3}+7n^7},$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.* $\boxed{b}$ *La serie diverge.* $\boxed{c}$ *La serie è irregolare.*

6) $\boxed{b}$ per il test del confronto asintotico, visto che $a_n \sim \frac{1}{4n}$ e la serie armonica $\sum 1/n$ diverge.

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int x \cdot \ln(8x)\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)}\ \int_{2\pi}^{5\pi/2} x\sin(x)\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_0^1 \ln\left(1+\frac{1}{x}\right)\mathrm{d}x$$

7.a) $\frac{x^2}{4}\left(2\ln(8x) - 1\right) + c$

7.b) $1 + 2\pi$

7.c) $\ln(4)$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

$$\begin{cases} y''(x) - 18y'(x) + 117y(x) = 0 \\ y(0) = -6 \\ y'(0) = -2 \end{cases}$$

8) $y(x) = \frac{26}{3}\sin(6x)e^{9x} - 6\cos(6x)e^{9x}$

Nome, Cognome . . . . Matricola . . . . **Compito 39**

Compito 39

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = 4\sqrt{3}+4\,\mathrm{i}$$

1)
$z_0 = 2\left[\cos\left(\frac{1}{18}\pi\right)+\mathrm{i}\sin\left(\frac{1}{18}\pi\right)\right]$
$z_1 = 2\left[\cos\left(\frac{13}{18}\pi\right)+\mathrm{i}\sin\left(\frac{13}{18}\pi\right)\right]$
$z_2 = 2\left[\cos\left(\frac{25}{18}\pi\right)+\mathrm{i}\sin\left(\frac{25}{18}\pi\right)\right]$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf*, il* sup*, e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{x^2+x-2}{x^2-7x+12} \geqslant 0\right\}$$

$$B = \left\{x \in \mathbb{R} : \sqrt{4x^2+4x-8} > \sqrt{x^2-5x+4}\right\}$$

2) $A = (-\infty,-2]\cup[1,3)\cup(4,+\infty)$
$\inf(A) = -\infty$, $\min(A) = \nexists$
$\sup(A) = +\infty$, $\max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty,-4)\cup[4,+\infty)$
$\inf(B) = -\infty$, $\min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty$, $\max(B) = \nexists$

Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = x+\sqrt{10-x^2},$$

si determinino:

$\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*

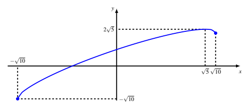
$\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*

$\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*

$\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*

$\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

3.a) $D = [-\sqrt{10},\sqrt{10}]$
3.b) $f'(x) = 1-\frac{x}{\sqrt{10-x^2}}$
3.c) $\left(-\sqrt{10},\sqrt{5}\right)$
3.d) $I = [-\sqrt{10},2\sqrt{5}]$
3.e) Non ci sono asintoti e l'unico punto di intersezione con gli assi è $(0,\sqrt{10})$.



Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty}\left(7n+\frac{5}{n}\right)\ln\left(1+\frac{20}{n}\right)$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to 4}\frac{\ln(x)-\ln(4)}{x-4}$$

4.a) 140

4.b) $1/4$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della serie numerica* $\sum_{n\geqslant 0}(a_n-a_{n+1})$ *con*

$$a_n = \frac{(-6n-3)^2}{9n^2-n+9}.$$

5) -3

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1}(-1)^n\, n\ \arctan\left(\frac{1}{n^5}\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.*

$\boxed{b}$ *La serie non converge.*

6) $\boxed{a}$ per il test per le serie di segno alterno, visto che $a_n \sim \frac{1}{n^4} \downarrow 0$.

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int \cos(6x)^3\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)}\ \int_0^1 x\left(e^{5+9x^2}+\frac{x}{1+10x^3}\right)\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_3^{+\infty}\frac{x^3-8x^2+21x-18}{(x-2)^3(x-3)^2}\,\mathrm{d}x$$

7.a) $\frac{1}{6}\sin(6x)-\frac{1}{18}\sin(6x)^3+c$

7.b) $\frac{e^{14}-e^5}{18}+\frac{1}{30}\ln(11)$

7.c) $\frac{1}{1}$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

$$\begin{cases} y''(x)+14y'(x)+48y(x) = 0\\ y(0) = 5\\ y'(0) = 3\end{cases}$$

8) $y(x) = -\frac{33}{2}e^{-8x}+\frac{43}{2}e^{-6x}$

Nome, Cognome .... Matricola .... **Compito 40**

Compito 40

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = \frac{125}{2} + \frac{125}{2}\sqrt{3}\,\mathrm{i}$$

1)
$z_0 = 5\left[\cos\left(\frac{1}{9}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{1}{9}\pi\right)\right]$
$z_1 = 5\left[\cos\left(\frac{7}{9}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{7}{9}\pi\right)\right]$
$z_2 = 5\left[\cos\left(\frac{13}{9}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{13}{9}\pi\right)\right]$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf*, il* sup*, e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{x+1}{x+8} > \frac{x+7}{x+9}\right\}$$

$$B = \left\{x \in \mathbb{R} : \sqrt{5x^2-5x-18} \geqslant \sqrt{2x^2+4x-6}\right\}$$

2) $A = \left(-\infty, -\frac{47}{5}\right) \cup (-9,-8)$
$\inf(A) = -\infty,\ \min(A) = \nexists$
$\sup(A) = -8,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty,-3] \cup [4,+\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

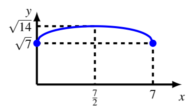
Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{7-x},$$

si determinino:

- $\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*
- $\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*
- $\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*
- $\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*
- $\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

3.a) $D = [0,7]$
3.b) $f'(x) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{7-x}}\right)$
3.c) $\left(0, \frac{7}{2}\right)$
3.d) $I = [\sqrt{7}, \sqrt{14}]$
3.e) Non ci sono asintoti e l'unico punto di intersezione con gli assi è $(0, \sqrt{7})$.



Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\mathbf{a})\ \lim_{n\to+\infty}\left(6n + \frac{1}{n}\right)\ln\left(1 - \frac{7}{n}\right)$$

$$\mathbf{b})\ \lim_{x\to 2}\frac{\ln\left((x-1)^8\right)}{x-2}$$

4.a) -42

4.b) 8

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della seguente somma finita.*

$$\sum_{n=1}^{29} n$$

5) 435

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} n\left(1 - \cos\left(\frac{1}{n^9}\right)\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.* $\boxed{b}$ *La serie diverge.* $\boxed{c}$ *La serie è irregolare.*

6) $\boxed{a}$ per il test del confronto asintotico, visto che $a_n \sim \frac{1}{n^{17}}$ e la serie armonica generalizzata $\sum \frac{1}{n^{17}}$ converge.

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\mathbf{a})\ \int \frac{e^{3x} - e^{-3x}}{e^{3x} + e^{-3x}}\,\mathrm{d}x$$

$$\mathbf{b})\ \int_0^1 \frac{x}{8x^2 - 9}\,\mathrm{d}x$$

$$\mathbf{c})\ \int_0^{+\infty} \frac{x^9}{1 + 25x^{20}}\,\mathrm{d}x$$

7.a) $\frac{1}{3}\ln\left(e^{3x} + e^{-3x}\right) + c$

7.b) $\frac{1}{16}\ln\left(\frac{1}{9}\right)$

7.c) $\frac{\pi}{100}$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

$$\begin{cases} y''(x) + 12y'(x) + 36y(x) = 0 \\ y(0) = -8 \\ y'(0) = 7 \end{cases}$$

8) $y(x) = -8e^{-6x} - 41xe^{-6x}$

Nome, Cognome.. Matricola..............................

Compito 41

Compito 41

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = 125$$

1)
$$z_0 = 5\left[\cos(0\pi) + i\sin(0\pi)\right] = 5$$
$$z_1 = 5\left[\cos\left(\frac{2}{3}\pi\right) + i\sin\left(\frac{2}{3}\pi\right)\right] = -\frac{5}{2} + i\frac{5}{2}\sqrt{3}$$
$$z_2 = 5\left[\cos\left(\frac{4}{3}\pi\right) + i\sin\left(\frac{4}{3}\pi\right)\right] = -\frac{5}{2} - i\frac{5}{2}\sqrt{3}$$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf*, il* sup*, e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{x-4}{x-4} \geqslant \frac{x-1}{x+5}\right\}$$

$$B = \left\{x \in \mathbb{R} : \sqrt{4x^2+7x-30} > \sqrt{x^2+x-6}\right\}$$

2) $A = (-5,4) \cup (4,+\infty)$
$\inf(A) = -5,\ \min(A) = \nexists$
$\sup(A) = +\infty,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty,-4) \cup (2,+\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

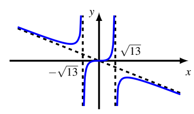
Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = \tfrac{x^3}{13-x^2},$$

si determinino:

- $\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*
- $\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*
- $\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*
- $\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*
- $\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

3.a) $D = \mathbb{R} \setminus \{-\sqrt{13}, \sqrt{13}\}$
3.b) $f'(x) = \frac{x^2(39-x^2)}{(13-x^2)^2}$
3.c) $(-\sqrt{39}, \sqrt{39}) \setminus \{-\sqrt{13}, 0, \sqrt{13}\}$
3.d) $I = \mathbb{R}$
3.e) L'asintoto a $\pm\infty$ è $y = -x$. L'unico punto di intersezione con gli assi è l'origine $(0,0)$.



Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty}\left(-3n - \frac{1}{n}\right)\ln\left(1 + \frac{9}{n}\right)$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{9x^2+8x+8} - \sqrt{9x^2+5x+10}\right)$$

4.a) -27

4.b) $\frac{1}{2}$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della seguente somma finita.*

$$\sum_{n=1}^{5} 4^n$$

5) 1364

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} (-1)^n n^7 \ \ln\left(1 + \frac{1}{n^8}\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

- $\boxed{a}$ *La serie converge.*
- $\boxed{b}$ *La serie non converge.*

6) $\boxed{a}$ per il test per le serie di segno alterno, visto che $a_n \sim \frac{1}{n} \downarrow 0$.

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int \frac{\arctan(-5x)^6}{1+25x^2}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)}\ \int_3^6 x^2 e^{-3x}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_{1/5}^{+\infty} \frac{\mathrm{d}x}{(6+150x^2)\arctan(5x)^3}$$

7.a) $-\frac{1}{35}\arctan(-5x)^7 + c$

7.b) $\frac{101}{27}e^{-9} - \frac{362}{27}e^{-18}$

7.c) $\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{\pi^2}$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

$$\begin{cases} y''(x) - 14y'(x) + 50y(x) = 0 \\ y(0) = -3 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

8) $y(x) = 22\sin(x)e^{7x} - 3\cos(x)e^{7x}$

Nome, Cognome .... Matricola ....

Compito 42

Compito 42

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = -32 + 32\sqrt{3}\,\mathrm{i}$$

1)
$z_0 = 4\left[\cos\left(\frac{2}{9}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{2}{9}\pi\right)\right]$
$z_1 = 4\left[\cos\left(\frac{8}{9}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{8}{9}\pi\right)\right]$
$z_2 = 4\left[\cos\left(\frac{14}{9}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{14}{9}\pi\right)\right]$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf*, il* sup*, e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{3x^2-6x-9}{3x^2-15x+12} \leqslant 0 \right\}$$

$$B = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{x^2-x-20} \leqslant \sqrt{2x^2+3x-25} \right\}$$

2) $A = [-1,1) \cup [3,4)$
$\inf(A) = -1,\ \min(A) = -1$
$\sup(A) = 4,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty,-5] \cup [5,+\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = x - \sqrt{x(x-26)},$$

si determinino:

$\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*

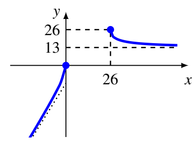
$\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*

$\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*

$\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*

$\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

3.a) $D = (-\infty,0] \cup [26,+\infty)$
3.b) $f'(x) = 1 - \frac{x-13}{\sqrt{x(x-26)}}$
3.c) $(-\infty,0)$
3.d) $I = (-\infty,0] \cup (13,26]$
3.e) L'asintoto a $-\infty$ è $y = 2x-13$. L'asintoto a $+\infty$ è $y = 13$. L'unico punto di intersezione con gli assi è l'origine $(0,0)$.



Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} \left(n + \frac{4}{n}\right) \ln\left(1 - \frac{7}{n}\right)$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to 0^+} \frac{e^{-4x} - e^{3x}}{\sin(6x)}$$

4.a) -7

4.b) $-\frac{7}{6}$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della serie numerica* $\sum_{n\geqslant 0} (a_n - a_{n+1})$ *con*

$$a_n = \frac{4n^2-9n-7}{(n-7)(4n-4)}.$$

5) $-\frac{5}{4}$

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} (-1)^n n^3 \sin\left(\frac{1}{n^8}\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.* $\boxed{b}$ *La serie non converge.*

6) $\boxed{a}$ per il test per le serie di segno alterno, visto che $a_n \sim \frac{1}{n^5} \downarrow 0$.

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int \frac{e^{9x}}{e^{9x}-8}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)}\ \int_0^1 \frac{x+5}{8x^2-16x+8}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_{4^{-1/9}}^{+\infty} \frac{9x^8}{1+16x^{18}}\,\mathrm{d}x$$

7.a) $\frac{1}{9}\ln\left(\left|e^{9x}-8\right|\right) + c$

7.b) $\frac{1}{8}\ln(0) - \frac{1}{0}$

7.c) $\frac{1}{16}\pi$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

$$\begin{cases} y'(x) = (-8x-4)\,y(x) + e^{-4x^2-6x} \\ y(0) = -6 \end{cases}$$

8) $y(x) = -\frac{11}{2}e^{-4x^2-4x} - \frac{1}{2}e^{-4x^2-6x}$

Nome, Cognome . . . . Matricola . . . .

Compito 43

Compito 43

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere <u>**solo ed esclusivamente**</u> il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. <u>**NON**</u> **si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = -\frac{125}{2}\sqrt{3} + \frac{125}{2}\,\mathrm{i}$$

1)
$z_0 = 5\left[\cos\left(\frac{5}{18}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{5}{18}\pi\right)\right]$
$z_1 = 5\left[\cos\left(\frac{17}{18}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{17}{18}\pi\right)\right]$
$z_2 = 5\left[\cos\left(\frac{29}{18}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{29}{18}\pi\right)\right]$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf*, il* sup*, e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{3x^2+6x-45}{x^2+4x+4} < 0\right\}$$

$$B = \left\{x \in \mathbb{R} : \sqrt{2x^2-8x+6} < \sqrt{3x^2-3x+10}\right\}$$

2) $A = (-5,-2) \cup (-2,3)$
$\inf(A) = -5,\ \min(A) = \nexists$
$\sup(A) = 3,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty,-4) \cup (-1,1] \cup [3,+\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

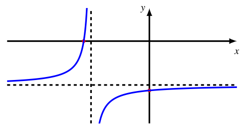
Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = \frac{9+4x}{-2-x},$$

si determinino:

- $\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*
- $\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*
- $\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*
- $\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*
- $\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

3.a) $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$
3.b) $f'(x) = \frac{1}{(-2-x)^2}$
3.c) $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$
3.d) $I = \mathbb{R} \setminus \{-4\}$
3.e) L'asintoto a $x = \pm\infty$ è $y = -4$, quello verticale è $x = -2$. I punti di intersezione con gli assi sono $P_1 = \left(-\frac{9}{4}, 0\right)$ e $P_2 = \left(0, -\frac{9}{2}\right)$.



Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} \ln\left(\frac{1}{\sqrt[5]{3^n}}\right) \ln\left(\left(\frac{n-8}{n}\right)^{-6}\right)$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to 9^+} \frac{\sqrt{4x} - \sqrt{x+27}}{x-9}$$

4.a) $-\frac{48}{5}\ln(3)$

4.b) $\frac{1}{4}$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della seguente somma finita.*

$$\sum_{n=1}^{19} n$$

5) 190

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} n^3 \sin\left(\frac{1}{n^9}\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.* $\boxed{b}$ *La serie diverge.* $\boxed{c}$ *La serie è irregolare.*

6) $\boxed{a}$ per il test del confronto asintotico, visto che $a_n \sim \frac{1}{n^6}$ e la serie armonica generalizzata $\sum \frac{1}{n^6}$ converge.

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int \sin(-12x)^9 \cos(-12x)\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)}\ \int_0^{\pi/2} \frac{\tan(x/2)}{\cos(x/2)^5}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_5^{+\infty} \frac{x^3 - 13x^2 + 55x - 75}{(x-3)^3(x-5)^2}\,\mathrm{d}x$$

7.a) $-\frac{1}{120}\sin(-12x)^{10} + c$

7.b) $\frac{2}{5}\left(4\sqrt{2} - 1\right)$

7.c) $\frac{1}{2}$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{1}{x}y(x) + x^4 \\ y(2) = 0 \end{cases}$$

8) $y(x) = -4x + \frac{1}{4}x^5$

Nome, Cognome .... Matricola .... **Compito 44**

Compito 44

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = -27\,\mathrm{i}$$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf, *il* sup, *e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x^2+7x+10}{2x^2-12x+16} \leqslant 0 \right\}$$

$$B = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{2x^2-18x+40} \leqslant \sqrt{5x^2-21x+22} \right\}$$

Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = x + \tfrac{2}{x},$$

si determinino:

- $\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*
- $\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*
- $\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*
- $\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*
- $\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} \left(-9n - \frac{3}{n}\right) \ln\left(1 + \frac{18}{n}\right)$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to 0} \frac{1 - e^{\cos(-3x)-1}}{\sqrt{\cos\left(-5\ln(1+\sin(-6x))\right)} - 1}$$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della serie numerica* $\sum_{n\geqslant 0} (a_n - a_{n+1})$ *con*

$$a_n = \frac{(-5n-8)(3n+2)}{5n^2-3n+5}.$$

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} n^9 \sin\left(\frac{1}{n^5}\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.* $\boxed{b}$ *La serie diverge.* $\boxed{c}$ *La serie è irregolare.*

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1-20x^2}}$$

$$\textbf{b)}\ \int_{\pi/4}^{3\pi/4} \cot(x/4)\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_{1/2}^{+\infty} \frac{\mathrm{d}x}{(2+8x^2)\arctan(2x)}$$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

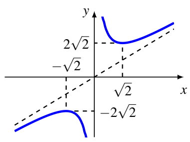
$$\begin{cases} y'(x) = \frac{5}{x}\,y(x) + x^0 \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

1)
$z_0 = 3\left[\cos\left(\frac{1}{2}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{1}{2}\pi\right)\right] = 3\mathrm{i}$
$z_1 = 3\left[\cos\left(\frac{7}{6}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{7}{6}\pi\right)\right] = -\frac{3}{2}\sqrt{3} - \mathrm{i}\frac{3}{2}$
$z_2 = 3\left[\cos\left(\frac{11}{6}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{11}{6}\pi\right)\right] = \frac{3}{2}\sqrt{3} - \mathrm{i}\frac{3}{2}$

2) $A = [-5,-2] \cup (2,4)$
$\inf(A) = -5,\ \min(A) = -5$
$\sup(A) = 4,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty,-2] \cup [3,4] \cup [5,+\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

3.a) $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
3.b) $f'(x) = 1 - \frac{2}{x^2}$
3.c) $(-\infty, -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, +\infty)$
3.d) $I = (-\infty, -2\sqrt{2}] \cup [2\sqrt{2}, +\infty)$
3.e) L'asintoto a $x = \pm\infty$ è $y = x$, quello verticale è $x = 0$. Non ci sono punti di intersezione con gli assi.



4.a) -162

4.b) $-\frac{1}{50}$

5) $-\frac{1}{5}$

6) $\boxed{b}$ per il test del confronto asintotico, visto che $a_n \sim n^4$ e la serie $\sum n^4$ diverge per il test necessrio.

7.a) $\frac{1}{2\sqrt{5}}\arcsin(2\sqrt{5}x) + c$

7.b) $10\ln\left(\frac{\sin\left(\frac{3\pi}{40}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{40}\right)}\right)$

7.c) $\frac{\ln(2)}{4}$

8) $y(x) = \frac{5}{4}x^5 - \frac{1}{4}x$

Nome, Cognome .... Matricola .... **Compito 45**

Compito 45

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = -4\sqrt{2} - 4\sqrt{2}\,\mathrm{i}$$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf, *il* sup, *e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{2x^2-20x+50}{2x^2+8x+8} > 0\right\}$$

$$B = \left\{x \in \mathbb{R} : \sqrt{5x^2+18x+37} > \sqrt{2x^2-6x-8}\right\}$$

Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = x + \sqrt{4-x^2},$$

si determinino:

- $\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*
- $\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*
- $\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*
- $\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*
- $\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} \left(5n^2-2\right)^2 \left(1-\cos\left(-\frac{4}{n^2}\right)\right)$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to 2} \frac{\ln\left((x-1)^9\right)}{x-2}$$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della serie numerica* $\sum_{n\geqslant 0}(a_n - a_{n+1})$ *con*

$$a_n = \frac{(9n-5)(4n+7)}{(6n+9)(6n-9)}.$$

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} (-1)^n\, n\, \sin\left(\frac{1}{n^8}\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

- $\boxed{a}$ *La serie converge.*
- $\boxed{b}$ *La serie non converge.*

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int \left(11x^4-6x^2+4\right)^7 \left(11x^3-3x\right)\mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)}\ \int_0^1 x\sqrt[5]{2+2x^2}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_0^{+\infty} \frac{x^6}{1+25x^{14}}\,\mathrm{d}x$$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

$$\begin{cases} y'(x) = (-6x-6)\,y(x) + e^{-3x^2-x} \\ y(0) = -7 \end{cases}$$

1)

$$z_0 = 2\left[\cos\left(\frac{5}{12}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{5}{12}\pi\right)\right] = \frac{1}{2}(\sqrt{6}-\sqrt{2}) + \mathrm{i}\,\frac{1}{2}(\sqrt{6}+\sqrt{2})$$

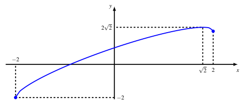
$$z_1 = 2\left[\cos\left(\frac{13}{12}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{13}{12}\pi\right)\right] = -\frac{1}{2}(\sqrt{2}+\sqrt{6}) + \mathrm{i}\,\frac{1}{2}(\sqrt{2}-\sqrt{6})$$

$$z_2 = 2\left[\cos\left(\frac{7}{4}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{7}{4}\pi\right)\right] = \sqrt{2} - \mathrm{i}\sqrt{2}$$

2) $A = (-\infty,-2) \cup (-2,5) \cup (5,+\infty)$
$\inf(A) = -\infty,\ \min(A) = \nexists$
$\sup(A) = +\infty,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty,-5) \cup (-3,-1] \cup [4,+\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

3.a) $D = [-2,2]$
3.b) $f'(x) = 1 - \frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$
3.c) $\left(-2,\sqrt{2}\right)$
3.d) $I = [-2, 2\sqrt{2}]$
3.e) Non ci sono asintoti e l'unico punto di intersezione con gli assi è $(0,2)$.



4.a) 200

4.b) 9

5) $-\frac{46}{81}$

6) $\boxed{a}$ per il test per le serie di segno alterno, visto che $a_n \sim \frac{1}{n^7} \downarrow 0$.

7.a) $\frac{1}{32}\left(11x^4-6x^2+4\right)^8 + c$

7.b) $\frac{5\left(2\sqrt[5]{2}-1\right)}{6\cdot 2^{4/5}}$

7.c) $\frac{\pi}{70}$

8) $y(x) = -\frac{36}{5}e^{-3x^2-6x} + \frac{1}{5}e^{-3x^2-x}$

Nome, Cognome . . . . Matricola . . . .

Compito 46

Compito 46

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = -\frac{125}{2}\sqrt{2} - \frac{125}{2}\sqrt{2}\,\mathrm{i}$$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf*, il* sup*, e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x-4}{x-2} > \frac{x+8}{x-3} \right\}$$

$$B = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{6x^2+9x-21} \geqslant \sqrt{3x^2-3x-6} \right\}$$

Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = x + \tfrac{1}{x},$$

si determinino:

$\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*

$\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*

$\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*

$\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*

$\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} \left(7n - \frac{2}{n}\right) \ln\left(1 - \frac{16}{n}\right)$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt{x^2+2x} - \sqrt[7]{x^7 + \frac{9}{10}x^6}\right)$$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della seguente somma finita.*

$$\sum_{n=1}^{4} 4^n$$

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} (-1)^n \cdot \frac{1+7n^{-1}+8n^4+7n^5+n}{4+2n^{-1}+6n^3+3n^2+9n},$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.* $\boxed{b}$ *La serie non converge.*

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int x(11x^2-9)^6\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)}\ \int_0^8 \frac{8x+1}{x^2+64}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_0^1 x^{\frac{5}{4}} \ln(x)\,\mathrm{d}x$$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

$$\begin{cases} y''(x) - 2y'(x) + 37y(x) = 0 \\ y(0) = 5 \\ y'(0) = -3 \end{cases}$$

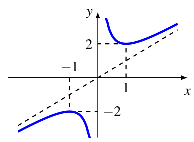
1)

$$\begin{aligned} z_0 &= 5\left[\cos\left(\frac{5}{12}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{5}{12}\pi\right)\right] \\ &= \frac{5}{4}(\sqrt{6}-\sqrt{2}) + \mathrm{i}\,\frac{5}{4}(\sqrt{6}+\sqrt{2}) \\ z_1 &= 5\left[\cos\left(\frac{13}{12}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{13}{12}\pi\right)\right] \\ &= -\frac{5}{4}(\sqrt{2}+\sqrt{6}) + \mathrm{i}\,\frac{5}{4}(\sqrt{2}-\sqrt{6}) \\ z_2 &= 5\left[\cos\left(\frac{7}{4}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{7}{4}\pi\right)\right] \\ &= \frac{5}{2}\sqrt{2} - \mathrm{i}\,\frac{5}{2}\sqrt{2} \end{aligned}$$

2) $A = (-\infty, 2) \cup \left(\frac{28}{13}, 3\right)$
$\inf(A) = -\infty,\ \min(A) = \nexists$
$\sup(A) = 3,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty, -5] \cup [2, +\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

3.a) $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
3.b) $f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$
3.c) $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$
3.d) $I = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$
3.e) L'asintoto a $x = \pm\infty$ è $y = x$, quello verticale è $x = 0$. Non ci sono punti di intersezione con gli assi.



4.a) -112

4.b) $\frac{61}{70}$

5) 340

6) $\boxed{b}$ per il test necessario, visto che $a_n \sim \frac{7}{6}n^2$ e quindi $\lim_{n\to+\infty}(-1)^n a_n$ non esiste.

7.a) $\frac{1}{154}(11x^2-9)^7 + c$

7.b) $\frac{1}{32}\pi + 4\ln(2)$

7.c) $-\frac{16}{81}$

8) $y(x) = -\frac{4}{3}\sin(6x)e^x + 5\cos(6x)e^x$

Nome, Cognome .... Matricola ....

Compito 47

Compito 47

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = -27$$

1)
$$z_0 = 3\left[\cos\left(\frac{1}{3}\pi\right) + i\sin\left(\frac{1}{3}\pi\right)\right] = \frac{3}{2} + i\frac{3}{2}\sqrt{3}$$
$$z_1 = 3\left[\cos(\pi) + i\sin(\pi)\right] = -3$$
$$z_2 = 3\left[\cos\left(\frac{5}{3}\pi\right) + i\sin\left(\frac{5}{3}\pi\right)\right] = \frac{3}{2} - i\frac{3}{2}\sqrt{3}$$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf*, il* sup*, e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{x+6}{x-7} < \frac{x+8}{x-6}\right\}$$

$$B = \left\{x \in \mathbb{R} : \sqrt{5x^2+8x-6} \geqslant \sqrt{3x^2-12}\right\}$$

2) $A = (6,7) \cup (20,+\infty)$
$\inf(A) = 6,\ \min(A) = \nexists$
$\sup(A) = +\infty,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty,-3] \cup [2,+\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

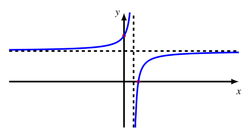
Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = \frac{3-8x}{1-4x},$$

si determinino:

- $\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*
- $\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*
- $\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*
- $\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*
- $\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

3.a) $D = \mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{4}\}$
3.b) $f'(x) = \frac{4}{(1-4x)^2}$
3.c) $\mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{4}\}$
3.d) $I = \mathbb{R} \setminus \{2\}$
3.e) L'asintoto a $x = \pm\infty$ è $y = 2$, quello verticale è $x = \frac{1}{4}$. I punti di intersezione con gli assi sono $P_1 = (\frac{3}{8}, 0)$ e $P_2 = (0,3)$.



Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} \left(8n + \frac{9}{n}\right) \ln\left(1 + \frac{13}{n}\right)$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to 0} \frac{x\sin(\sqrt{3}x)^2 - 3x^3}{x\ln(1+7x^4)}$$

4.a) 104

4.b) $-\frac{3}{7}$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della serie numerica* $\sum_{n\geqslant 0}(a_n - a_{n+1})$ *con*

$$a_n = \arctan\left(\frac{3^n + n^8 - 3}{4^n + n^9 - 3}\right).$$

5) $\frac{\pi}{4}$

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} n^4 \sin\left(\frac{1}{n^7}\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.* $\boxed{b}$ *La serie diverge.* $\boxed{c}$ *La serie è irregolare.*

6) $\boxed{a}$ per il test del confronto asintotico, visto che $a_n \sim \frac{1}{n^3}$ e la serie armonica generalizzata $\sum \frac{1}{n^3}$ converge.

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int \frac{\tan(8x)}{\cos(8x)^8}\,dx$$

$$\textbf{b)}\ \int_0^{1/4} \frac{e^{\arctan(4x)}}{1+16x^2}\arctan(4x)\,dx$$

$$\textbf{c)}\ \int_0^1 \ln\left(1 + \frac{2}{x}\right)dx$$

7.a) $\frac{1}{64} \cdot \frac{1}{\cos(8x)^8} + c$

7.b) $\frac{1}{4} + \frac{\pi-4}{16}\ e^{\pi/4}$

7.c) $\ln\left(\frac{27}{4}\right)$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

$$\begin{cases} y''(x) + 12y'(x) + 61y(x) = 0 \\ y(0) = -2 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

8) $y(x) = -\frac{11}{5}\sin(5x)e^{-6x} - 2\cos(5x)e^{-6x}$

Nome, Cognome .... Matricola .... **Compito 48**

Compito 48

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = -\frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2}\,\mathrm{i}$$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf*, il* sup*, e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{3x^2+18x+15}{x^2+6x+9} \geqslant 0 \right\}$$

$$B = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{3x^2-27x+60} < \sqrt{6x^2-36x+66} \right\}$$

Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = x - \sqrt{14 - x^2},$$

si determinino:

- $\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*
- $\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*
- $\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*
- $\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*
- $\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} \left(-4n^2-7\right)^2 \left(1 - \cos\left(-\frac{5}{n^2}\right)\right)$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to+\infty} \left(\sqrt[3]{x^9+9x^6} - \sqrt[6]{x^{18} + \frac{1}{10}x^{15}} \right)$$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della serie numerica* $\sum_{n\geqslant 0} (a_n - a_{n+1})$ *con*

$$a_n = \frac{4n^2-6n-9}{(n-1)(-6n+7)}.$$

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} n \tan\left(\frac{1}{n^3}\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.* $\boxed{b}$ *La serie diverge.* $\boxed{c}$ *La serie è irregolare.*

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int \frac{(4+1\sqrt{x})^2}{\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)}\ \int_0^1 x(x^2+3)^3\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_0^1 x^{\frac{1}{8}} \ln(x)\,\mathrm{d}x$$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

$$\begin{cases} y''(x) + 12y'(x) + 37y(x) = 0 \\ y(0) = -7 \\ y'(0) = 4 \end{cases}$$

---

1)

$$z_0 = \cos\left(\frac{1}{4}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{1}{4}\pi\right) = \frac{1}{2}\sqrt{2} + \mathrm{i}\,\frac{1}{2}\sqrt{2}$$

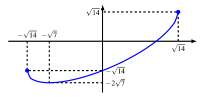
$$z_1 = \cos\left(\frac{11}{12}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{11}{12}\pi\right) = -\frac{1}{4}(\sqrt{6}+\sqrt{2}) + \mathrm{i}\,\frac{1}{4}(\sqrt{6}-\sqrt{2})$$

$$z_2 = \cos\left(\frac{19}{12}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{19}{12}\pi\right) = \frac{1}{4}(\sqrt{6}-\sqrt{2}) - \mathrm{i}\,\frac{1}{4}(\sqrt{6}+\sqrt{2})$$

2) $A = (-\infty, -5] \cup [-1, +\infty)$
$\inf(A) = -\infty,\ \min(A) = \nexists$
$\sup(A) = +\infty,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty, 1) \cup (2, 4] \cup [5, +\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

3.a) $D = [-\sqrt{14}, \sqrt{14}]$
3.b) $f'(x) = 1 + \frac{x}{\sqrt{14-x^2}}$
3.c) $(-\sqrt{7}, \sqrt{14})$
3.d) $I = [-2\sqrt{7}, \sqrt{14}]$
3.e) Non ci sono asintoti. L'unico punto di intersezione con gli assi è $P = (0, -\sqrt{14})$.



4.a) 200

4.b) $\frac{179}{60}$

5) $\frac{41}{21}$

6) $\boxed{a}$ per il test del confronto asintotico, visto che $a_n \sim \frac{1}{n^2}$ e la serie armonica generalizzata $\sum \frac{1}{n^2}$ converge.

7.a) $\frac{2}{3}(4+1\sqrt{x})^3 + c$

7.b) $\frac{175}{8}$

7.c) $-\frac{64}{81}$

8) $y(x) = -38\sin(x)e^{-6x} - 7\cos(x)e^{-6x}$

Nome, Cognome .... Matricola .... **Compito 49**

Compito 49

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = \frac{125}{2} + \frac{125}{2}\sqrt{3}\,\mathrm{i}$$

1)
$z_0 = 5\left[\cos\left(\frac{1}{9}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{1}{9}\pi\right)\right]$
$z_1 = 5\left[\cos\left(\frac{7}{9}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{7}{9}\pi\right)\right]$
$z_2 = 5\left[\cos\left(\frac{13}{9}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{13}{9}\pi\right)\right]$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf*, il* sup*, e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{2x^2+2x-24}{x^2+x-6} \geqslant 0\right\}$$

$$B = \left\{x \in \mathbb{R} : \sqrt{3x^2+21x+36} \geqslant \sqrt{2x^2+14x+24}\right\}$$

2) $A = (-\infty,-4] \cup (-3,2) \cup [3,+\infty)$
$\inf(A) = -\infty,\ \min(A) = \nexists$
$\sup(A) = +\infty,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty,-4] \cup [-3,+\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

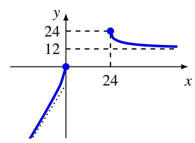
Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = x - \sqrt{x(x-24)},$$

si determinino:

- $\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*
- $\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*
- $\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*
- $\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*
- $\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

3.a) $D = (-\infty,0] \cup [24,+\infty)$
3.b) $f'(x) = 1 - \frac{x-12}{\sqrt{x(x-24)}}$
3.c) $(-\infty,0)$
3.d) $I = (-\infty,0] \cup (12,24]$
3.e) L'asintoto a $-\infty$ è $y = 2x - 12$. L'asintoto a $+\infty$ è $y = 12$. L'unico punto di intersezione con gli assi è l'origine $(0,0)$.



Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} \frac{(n!)^8\, e^{8n}}{n^{8n+4}}$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to e^{17}} \frac{\ln(ex) - 18}{x - e^{17}}$$

4.a) $(2\pi)^4 = 16\pi^4$

4.b) e^{-17}

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della serie numerica* $\sum_{n\geqslant 0}(a_n - a_{n+1})$ *con*

$$a_n = \frac{(9n-3)(-6n+7)}{(-7n-7)(-9n+2)}.$$

5) $\frac{33}{14}$

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} n^3 \sin\left(\frac{1}{n^5}\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.* $\boxed{b}$ *La serie diverge.* $\boxed{c}$ *La serie è irregolare.*

6) $\boxed{a}$ per il test del confronto asintotico, visto che $a_n \sim \frac{1}{n^2}$ e la serie armonica generalizzata $\sum \frac{1}{n^2}$ converge.

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int \frac{\arctan(7x)^{-15}}{1+49x^2}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)}\ \int_0^1 \frac{4x-8}{8x^2-112x+392}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_0^{+\infty} x^3 e^{-3x}\,\mathrm{d}x$$

7.a) $-\frac{1}{98}\arctan(7x)^{-14} + c$

7.b) $\frac{1}{2}\ln\left(\frac{6}{7}\right) + \frac{5}{84}$

7.c) $\frac{2}{27}$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

$$\begin{cases} y''(x) + 2y'(x) + y(x) = 0 \\ y(0) = -2 \\ y'(0) = -9 \end{cases}$$

8) $y(x) = -2e^{-x} - 11xe^{-x}$

Nome, Cognome .... Matricola .... **Compito 50**

Compito 50

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = -\frac{27}{2} - \frac{27}{2}\sqrt{3}\,\mathrm{i}$$

1)
$$z_0 = 3\left[\cos\left(\frac{4}{9}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{4}{9}\pi\right)\right]$$
$$z_1 = 3\left[\cos\left(\frac{10}{9}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{10}{9}\pi\right)\right]$$
$$z_2 = 3\left[\cos\left(\frac{16}{9}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{16}{9}\pi\right)\right]$$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf, *il* sup, *e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{x+5}{x+8} \geqslant \frac{x-7}{x-1}\right\}$$

$$B = \left\{x \in \mathbb{R} : \sqrt{2x^2+12x+16} < \sqrt{5x^2-9x+52}\right\}$$

2) $A = [-17,-8) \cup (1,+\infty)$
$\inf(A) = -17,\ \min(A) = -17$
$\sup(A) = +\infty,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty,-4] \cup [-2,3) \cup (4,+\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = \frac{\ln(x-7)}{x-7},$$

si determinino:

a) *l'insieme di definizione D di f;*

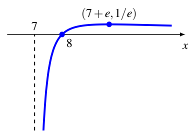
b) *la derivata $f'(x)$;*

c) *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*

d) *l'immagine $I = f(D)$ di f;*

e) *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

3.a) $D = (7,+\infty)$
3.b) $f'(x) = \frac{1-\ln(x-7)}{x-7}$
3.c) $(7, 7+e)$
3.d) $I = (-\infty, 1/e)$
3.e) L'asintoto a $+\infty$ è $y=0$. L'asintoto verticale è $x=7$. L'unico punto di intersezione con gli assi è l'origine $(8,0)$.



Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} \frac{(n!)^8\, e^{8n}}{n^{8n+4}}$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to 0^+} \frac{\sin(10x)}{5x - \sin(3x)}$$

4.a) $(2\pi)^4 = 16\pi^4$

4.b) 5

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della serie numerica* $\sum_{n\geqslant 0}(a_n - a_{n+1})$ *con*

$$a_n = \frac{5n^2-9n+9}{6n^2+7n-1}.$$

5) $-\frac{59}{6}$

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} n^6 \arctan\left(\frac{1}{n^8}\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

a) *La serie converge.* b) *La serie diverge.* c) *La serie è irregolare.*

6) $\boxed{a}$ per il test del confronto asintotico, visto che $a_n \sim \frac{1}{n^2}$ e la serie armonica generalizzata $\sum \frac{1}{n^2}$ converge.

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int \left(\tan(-3x)^6 + \tan(-3x)^8\right) \mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)}\ \int_0^1 x\sqrt[4]{1+4x^2}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_0^{+\infty} \frac{x^1}{1+25x^4}\,\mathrm{d}x$$

7.a) $-\frac{1}{21}\tan(-3x)^7 + c$

7.b) $\frac{1}{10}\left(5\sqrt[4]{5} - 1\right)$

7.c) $\frac{\pi}{20}$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

$$\begin{cases} y''(x) + 6y'(x) - 16y(x) = 0 \\ y(0) = -4 \\ y'(0) = -5 \end{cases}$$

8) $y(x) = -\frac{3}{10}e^{-8x} - \frac{37}{10}e^{2x}$

Nome, Cognome . . . . Matricola . . . .

Compito 51

Compito 51

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = \frac{125}{2}\sqrt{2} - \frac{125}{2}\sqrt{2}\mathrm{i}$$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf*, il* sup*, e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{2x^2+8x-10}{3x^2-3x-36} < 0 \right\}$$

$$B = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{2x^2-2} < \sqrt{4x^2-2x-14} \right\}$$

Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = x + \tfrac{7}{x},$$

si determinino:

- $\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*
- $\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*
- $\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*
- $\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*
- $\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} (5n^2-5)^2 \left(1 - \cos\left(\frac{1}{n^2}\right)\right)$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to e^5} \frac{\ln(ex)-6}{x-e^5}$$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della seguente somma finita.*

$$\sum_{n=0}^{5} 5^n$$

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} (-1)^n n^8 \tan\left(\frac{1}{n^9}\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.* $\boxed{b}$ *La serie non converge.*

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int \frac{\cos\left(\ln(x^6)\right)}{x}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)}\ \int_{1/3}^{4/(3\,e)} \frac{\ln(3\,x)}{x\,\ln(3\,e\,x)}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_0^{+\infty} \frac{x^6}{1+4x^{14}}\,\mathrm{d}x$$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

$$\begin{cases} y'(x) = (-5x-1)\,y(x) + e^{-\frac{5}{2}x^2+9x} \\ y(0) = 6 \end{cases}$$

1)

$$z_0 = 5\left[\cos\left(\frac{7}{12}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{7}{12}\pi\right)\right] = \frac{5}{4}(\sqrt{2}-\sqrt{6}) + \mathrm{i}\,\frac{5}{4}(\sqrt{2}+\sqrt{6})$$

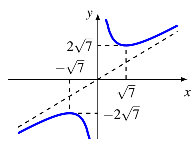
$$z_1 = 5\left[\cos\left(\frac{5}{4}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{5}{4}\pi\right)\right] = -\frac{5}{2}\sqrt{2} - \mathrm{i}\,\frac{5}{2}\sqrt{2}$$

$$z_2 = 5\left[\cos\left(\frac{23}{12}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{23}{12}\pi\right)\right] = \frac{5}{4}(\sqrt{2}+\sqrt{6}) - \mathrm{i}\,\frac{5}{4}(\sqrt{6}-\sqrt{2})$$

2) $A = (-5,-3) \cup (1,4)$
$\inf(A) = -5,\ \min(A) = \nexists$
$\sup(A) = 4,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty,-2) \cup (3,+\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

3.a) $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
3.b) $f'(x) = 1 - \frac{7}{x^2}$
3.c) $(-\infty,-\sqrt{7}) \cup (\sqrt{7},+\infty)$
3.d) $I = (-\infty,-2\sqrt{7}] \cup [2\sqrt{7},+\infty)$
3.e) L'asintoto a $x = \pm\infty$ è $y = x$, quello verticale è $x = 0$. Non ci sono punti di intersezione con gli assi.



4.a) $\frac{25}{2}$

4.b) e^{-5}

5) 3906

6) $\boxed{a}$ per il test per le serie di segno alterno, visto che $a_n \sim \frac{1}{n} \downarrow 0$.

7.a) $\frac{1}{6}\sin(6\ln(x)) + c$

7.b) $\ln(4) - \ln(\ln(4)) - 1$

7.c) $\frac{\pi}{28}$

8) $y(x) = \frac{59}{10}e^{-\frac{5}{2}x^2-x} + \frac{1}{10}e^{-\frac{5}{2}x^2+9x}$

Nome, Cognome . . . . Matricola . . . .

Compito 52

Compito 52

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **<u>solo ed esclusivamente</u>** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **<u>NON</u> si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = \frac{125}{2}\sqrt{3} - \frac{125}{2}\,\mathrm{i}$$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf*, il* sup*, e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x+2}{x-8} < \frac{x+1}{x-4} \right\}$$

$$B = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{4x^2-2x-90} > \sqrt{x^2-2x-15} \right\}$$

Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = \frac{11-5x}{-2+x},$$

si determinino:

$\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*

$\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*

$\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*

$\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*

$\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} \ln\left(\frac{1}{\sqrt[10]{4^n}}\right) \ln\left(\left(\frac{n-3}{n}\right)^{-5}\right)$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to 9^+} \frac{\sqrt{4x}-\sqrt{x+27}}{x-9}$$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della serie numerica* $\sum_{n\geqslant 0} (a_n - a_{n+1})$ *con*

$$a_n = \arctan\left(\frac{2^n+n^8+2}{4^n+n^2+2}\right).$$

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} (-1)^n n^8 \tan\left(\frac{1}{n^6}\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.* $\boxed{b}$ *La serie non converge.*

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int \frac{-5x+2}{-5x^2+35x+90}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)}\ \int_{3\pi/2}^{3\pi} x\sin(x)\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_{4^{-1/7}}^{+\infty} \frac{-8x^6}{1+16x^{14}}\,\mathrm{d}x$$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

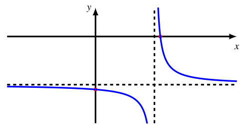
$$\begin{cases} y'(x) = \frac{3}{x}y(x) + x^7 \\ y(1) = -4 \end{cases}$$

1)
$z_0 = 5\left[\cos\left(\frac{11}{18}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{11}{18}\pi\right)\right]$
$z_1 = 5\left[\cos\left(\frac{23}{18}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{23}{18}\pi\right)\right]$
$z_2 = 5\left[\cos\left(\frac{35}{18}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{35}{18}\pi\right)\right]$

2) $A = (-\infty, 0) \cup (4, 8)$
$\inf(A) = -\infty,\ \min(A) = \nexists$
$\sup(A) = 8,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty, -5) \cup (5, +\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

3.a) $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$
3.b) $f'(x) = \frac{-1}{(-2+x)^2}$
3.c) $\emptyset$
3.d) $I = \mathbb{R} \setminus \{-5\}$
3.e) L'asintoto a $x = \pm\infty$ è $y = -5$, quello verticale è $x = 2$. I punti di intersezione con gli assi sono $P_1 = \left(\frac{11}{5}, 0\right)$ e $P_2 = \left(0, -\frac{11}{2}\right)$.



4.a) $-\frac{3}{2}\ln(4)$

4.b) $\frac{1}{4}$

5) $\frac{\pi}{4}$

6) $\boxed{b}$ per il test necessario visto che $a_n \sim n^2 \to +\infty \neq 0$ e quindi $\lim_{n\to+\infty} (-1)^n a_n$ non esiste.

7.a) $\frac{12}{55}\ln(|x+2|) + \frac{43}{55}\ln(|x-9|) + c$

7.b) $1 + 3\pi$

7.c) $-\frac{1}{14}\pi$

8) $y(x) = -\frac{21}{5}x^3 + \frac{1}{5}x^8$

Nome, Cognome . . . . Matricola . . . . **Compito 53**

Compito 53

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = \frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2}\,\mathrm{i}$$

1)
$$z_0 = \cos\left(\frac{1}{12}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{1}{12}\pi\right) = \frac{1}{4}(\sqrt{6}+\sqrt{2}) + \mathrm{i}\,\frac{1}{4}(\sqrt{6}-\sqrt{2})$$
$$z_1 = \cos\left(\frac{3}{4}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{3}{4}\pi\right) = -\frac{1}{2}\sqrt{2} + \mathrm{i}\,\frac{1}{2}\sqrt{2}$$
$$z_2 = \cos\left(\frac{17}{12}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{17}{12}\pi\right) = -\frac{1}{4}(\sqrt{6}-\sqrt{2}) - \mathrm{i}\,\frac{1}{4}(\sqrt{2}+\sqrt{6})$$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf*, il* sup*, e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x-1}{x+7} > \frac{x-4}{x-1} \right\}$$

$$B = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{3x^2-24x+48} \leqslant \sqrt{6x^2-33x+36} \right\}$$

2) $A = (-\infty,-7) \cup \left(1, \frac{29}{5}\right)$
$\inf(A) = -\infty,\ \min(A) = \nexists$
$\sup(A) = -7,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty,-1] \cup [4,+\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

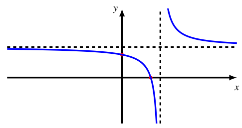
Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = \frac{-3+4x}{-2+2x},$$

si determinino:

- [a] *l'insieme di definizione D di f;*
- [b] *la derivata $f'(x)$;*
- [c] *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*
- [d] *l'immagine $I = f(D)$ di f;*
- [e] *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

3.a) $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$
3.b) $f'(x) = \frac{-2}{(-2+2x)^2}$
3.c) $\emptyset$
3.d) $I = \mathbb{R} \setminus \{2\}$
3.e) L'asintoto a $x = \pm\infty$ è $y = 2$, quello verticale è $x = 1$. I punti di intersezione con gli assi sono $P_1 = \left(\frac{3}{4}, 0\right)$ e $P_2 = \left(0, \frac{3}{2}\right)$.



Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} \ln\left(\frac{1}{\sqrt[7]{4^n}}\right) \ln\left(\left(\frac{n-9}{n}\right)^{-9}\right)$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to 0} \frac{\ln\left((e^5+x^4)^3\right) - 15}{1-\cos(x^2)}$$

4.a) $-\frac{81}{7}\ln(4)$

4.b) $6e^{-5}$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della seguente somma finita.*

$$\sum_{n=1}^{5} 4^n$$

5) 1364

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} n \tan\left(\frac{1}{n}\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

- [a] *La serie converge.*
- [b] *La serie diverge.*
- [c] *La serie è irregolare.*

6) [b] per il test del confronto asintotico, visto che $a_n \sim 1$ e la serie $\sum 1$ diverge per il test necessrio.

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int \arcsin(8x)\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)}\ \int_0^{1/8} \frac{e^{\arctan(8x)}}{1+64x^2} \arctan(8x)\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_0^{+\infty} \frac{x^8}{1+16x^{18}}\,\mathrm{d}x$$

7.a) $x\arcsin(8x) + \frac{\sqrt{1-64x^2}}{8} + c$

7.b) $\frac{1}{8} + \frac{\pi-4}{32}\ e^{\pi/4}$

7.c) $\frac{\pi}{72}$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

$$\begin{cases} y''(x) - 2y'(x) - 63y(x) = 0 \\ y(0) = 5 \\ y'(0) = 5 \end{cases}$$

8) $y(x) = \frac{5}{2}e^{-7x} + \frac{5}{2}e^{9x}$

Nome, Cognome .... Matricola .... **Compito 54**

Compito 54

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = -\frac{1}{2}\sqrt{3} - \frac{1}{2}\,\mathrm{i}$$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf*, il* sup*, e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x+5}{x-2} < \frac{x+1}{x-4} \right\}$$

$$B = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{3x^2-8x+32} > \sqrt{2x^2-14x+24} \right\}$$

Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = \frac{-24+15x}{5-3x},$$

si determinino:

$\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*

$\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*

$\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*

$\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*

$\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} \ln\left(\frac{1}{\sqrt[8]{9^n}}\right) \ln\left(\left(\frac{n-7}{n}\right)^2\right)$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to16^+} \frac{\sqrt{4x}-\sqrt{x+48}}{x-16}$$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della serie numerica* $\sum_{n\geqslant0}(a_n - a_{n+1})$ *con*

$$a_n = \frac{(3n-4)(-5n+7)}{(7n+9)^2}.$$

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant1} n^5 \left(1-\cos\left(\frac{1}{n^7}\right)\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.* $\boxed{b}$ *La serie diverge.* $\boxed{c}$ *La serie è irregolare.*

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int \frac{6x-1}{6x^2-2x+7}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)}\ \int_0^1 \sqrt{4+2x}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_{10}^{+\infty} \frac{1}{x^2-20x+101}\,\mathrm{d}x$$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{1}{x}y(x) + x^7 \\ y(1) = -6 \end{cases}$$

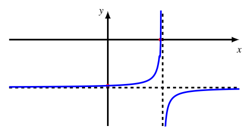
---

1)
$z_0 = \cos\left(\frac{7}{18}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{7}{18}\pi\right)$
$z_1 = \cos\left(\frac{19}{18}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{19}{18}\pi\right)$
$z_2 = \cos\left(\frac{31}{18}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{31}{18}\pi\right)$

2) $A = (-\infty, 2) \cup (4, 9)$
$\inf(A) = -\infty$, $\min(A) = \nexists$
$\sup(A) = 9$, $\max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty, -4) \cup (-2, 3] \cup [4, +\infty)$
$\inf(B) = -\infty$, $\min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty$, $\max(B) = \nexists$

3.a) $D = \mathbb{R} \setminus \{\frac{5}{3}\}$
3.b) $f'(x) = \frac{3}{(5-3x)^2}$
3.c) $\mathbb{R} \setminus \{\frac{5}{3}\}$
3.d) $I = \mathbb{R} \setminus \{-5\}$
3.e) L'asintoto a $x = \pm\infty$ è $y = -5$, quello verticale è $x = \frac{5}{3}$. I punti di intersezione con gli assi sono $P_1 = \left(\frac{8}{5}, 0\right)$ e $P_2 = \left(0, -\frac{24}{5}\right)$.



4.a) $\frac{7}{4}\ln(9)$

4.b) $\frac{3}{16}$

5) $-\frac{157}{3969}$

6) $\boxed{a}$ per il test del confronto asintotico, visto che $a_n \sim \frac{1}{n^9}$ e la serie armonica generalizzata $\sum \frac{1}{n^9}$ converge.

7.a) $\frac{1}{2}\ln\left(\left|6x^2-2x+7\right|\right) + c$

7.b) $2\sqrt{6} - \frac{8}{3}$

7.c) $\frac{\pi}{2}$

8) $y(x) = -\frac{43}{7}x + \frac{1}{7}x^8$

Nome, Cognome .... Matricola .... **Compito 55**

Compito 55

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = -125\,\mathrm{i}$$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf*, il* sup*, e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x+6}{x-2} \geqslant \frac{x-2}{x+8} \right\}$$

$$B = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{4x^2+20x+48} \geqslant \sqrt{2x^2+20x+50} \right\}$$

Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = \frac{-11-15x}{-4-5x},$$

si determinino:

$\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*

$\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*

$\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*

$\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*

$\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} \frac{(n!)^{16}\,e^{16n}}{n^{16n+8}}$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to 0^+} \frac{\ln(e-3x)-\cos(8x)}{\sin(10x)}$$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della seguente somma finita.*

$$\sum_{n=1}^{19} n$$

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} (-1)^n \ \tan\left(\frac{1}{n^5}\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.* $\boxed{b}$ *La serie non converge.*

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int \sin(6x)^3\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)}\ \int_0^1 \frac{9x-5}{9x^2-10x+9}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_5^{+\infty} \frac{x^3-12x^2+45x-50}{(x-2)^3(x-5)^2}\,\mathrm{d}x$$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{1}{x}\,y(x) + x^3 \\ y(1) = -7 \end{cases}$$

1)

$$z_0 = 5\left[\cos\left(\frac{1}{2}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{1}{2}\pi\right)\right] = 5\,\mathrm{i}$$

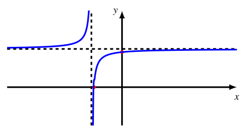
$$z_1 = 5\left[\cos\left(\frac{7}{6}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{7}{6}\pi\right)\right] = -\frac{5}{2}\sqrt{3} - \mathrm{i}\,\frac{5}{2}$$

$$z_2 = 5\left[\cos\left(\frac{11}{6}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{11}{6}\pi\right)\right] = \frac{5}{2}\sqrt{3} - \mathrm{i}\,\frac{5}{2}$$

2) $A = \left(-8, -\frac{22}{9}\right] \cup (2, +\infty)$
$\inf(A) = -8,\ \min(A) = \nexists$
$\sup(A) = +\infty,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

3.a) $D = \mathbb{R} \setminus \{-\frac{4}{5}\}$
3.b) $f'(x) = \frac{5}{(-4-5x)^2}$
3.c) $\mathbb{R} \setminus \{-\frac{4}{5}\}$
3.d) $I = \mathbb{R} \setminus \{3\}$
3.e) L'asintoto a $x = \pm\infty$ è $y = 3$, quello verticale è $x = -\frac{4}{5}$. I punti di intersezione con gli assi sono $P_1 = (-\frac{11}{15}, 0)$ e $P_2 = (0, \frac{11}{4})$.



4.a) $(2\pi)^8 = 256\,\pi^8$

4.b) $-\frac{3}{10e}$

5) 190

6) $\boxed{a}$ per il test per le serie di segno alterno, visto che $a_n \sim \frac{1}{n^5} \downarrow 0$.

7.a) $-\frac{1}{6}\cos(6x) + \frac{1}{18}\cos(6x)^3 + c$

7.b) $\frac{1}{2}\ln\left(\frac{8}{9}\right)$

7.c) $\frac{1}{3}$

8) $y(x) = -\frac{22}{3}\,x + \frac{1}{3}\,x^4$

Nome, Cognome . . . . Matricola . . . .

Compito 56

Compito 56

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **<u>solo ed esclusivamente</u>** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **<u>NON</u> si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = 64\,\mathrm{i}$$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf*, il* sup*, e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x^2-6x+8}{2x^2-12x+16} \geqslant 0 \right\}$$

$$B = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{2x^2+x-10} \geqslant \sqrt{x^2-x-2} \right\}$$

Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = -\frac{2x^2-20x+42}{6x^2-60x+168},$$

si determinino:

$\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*

$\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*

$\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*

$\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*

$\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} (4n^2-4)^2 \left(1-\cos\left(-\frac{3}{n^2}\right)\right)$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to 0} \frac{x\sin(2x)^2-4x^3}{x\ln(1+7x^4)}$$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della seguente somma finita.*

$$\sum_{n=1}^{25} n$$

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} n^{15}\left(1-\cos\left(\frac{1}{n^9}\right)\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.* $\boxed{b}$ *La serie diverge.* $\boxed{c}$ *La serie è irregolare.*

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x}(-6-\sqrt{32x})}$$

$$\textbf{b)}\ \int_{1/14}^{1} \frac{\ln(14x)^{-13}}{x}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_0^{+\infty} x^3 e^{-2x}\,\mathrm{d}x$$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

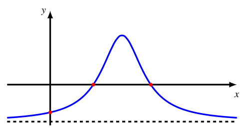
$$\begin{cases} y'(x) = \frac{3}{x}y(x)+x^2 \\ y(1) = -6 \end{cases}$$

1)
$$z_0 = 4\left[\cos\left(\frac{1}{6}\pi\right)+\mathrm{i}\sin\left(\frac{1}{6}\pi\right)\right] = 2\sqrt{3}+\mathrm{i}2$$
$$z_1 = 4\left[\cos\left(\frac{5}{6}\pi\right)+\mathrm{i}\sin\left(\frac{5}{6}\pi\right)\right] = -2\sqrt{3}+\mathrm{i}2$$
$$z_2 = 4\left[\cos\left(\frac{3}{2}\pi\right)+\mathrm{i}\sin\left(\frac{3}{2}\pi\right)\right] = -4\mathrm{i}$$

2) $A = \mathbb{R}\setminus\{2,4\}$
$\inf(A) = -\infty,\ \min(A) = \nexists$
$\sup(A) = +\infty,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty,-4]\cup[2,+\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

3.a) $D = \mathbb{R}$
3.b) $f'(x) = -\frac{168(x-5)}{(6x^2-60x+168)^2}$
3.c) $(-\infty,5)$
3.d) $I = \left(-\frac{1}{3},\frac{4}{9}\right]$
3.e) Non ci sono asintoti verticali. L'asintoto a $x=\pm\infty$ è $y=\frac{1}{3}$. I punti di intersezione con gli assi sono $P_1=(3,0)$, $P_2=(7,0)$ e $P_3=\left(0,-\frac{1}{4}\right)$.



4.a) 72

4.b) $-\frac{16}{21}$

5) 325

6) $\boxed{a}$ per il test del confronto asintotico, visto che $a_n \sim \frac{1}{n^3}$ e la serie armonica generalizzata $\sum \frac{1}{n^3}$ converge.

7.a) $\frac{\sqrt{2}}{4}\ln\left(\left|-6-4\sqrt{2x}\right|\right)+c$

7.b) $-\frac{1}{12}\ln(14)^{-12}$

7.c) $\frac{3}{8}$

8) $y(x) = \ln(x)x^3-6x^3$

Nome, Cognome .... Matricola ....

Compito 57

Compito 57

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = -32+32\sqrt{3}\,\mathrm{i}$$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf*, il* sup*, e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{2x^2-16x+32}{2x^2+12x+16} > 0\right\}$$

$$B = \left\{x \in \mathbb{R} : \sqrt{2x^2-18} < \sqrt{4x^2+16x+12}\right\}$$

Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = x + \tfrac{3}{x},$$

si determinino:

$\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*

$\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*

$\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*

$\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*

$\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} \ln\left(\frac{1}{\sqrt[6]{4^n}}\right)\ln\left(\left(\frac{n+4}{n}\right)^8\right)$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to 16} \frac{\ln(x)-\ln(16)}{x-16}$$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della serie numerica* $\sum_{n\geqslant 0}(a_n - a_{n+1})$ *con*

$$a_n = \frac{5n^2+2n+1}{(5n+3)(5n+5)}.$$

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} (-1)^n n^9 \tan\left(\frac{1}{n^4}\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.* $\boxed{b}$ *La serie non converge.*

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int \frac{-9x+3}{\sqrt[9]{-9x^2+6x+5}}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)}\ \int_0^7 \frac{x^3}{\sqrt{49-x^2}}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_{1/5}^{+\infty} \frac{\mathrm{d}x}{(2+50x^2)\arctan(5x)^2}$$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

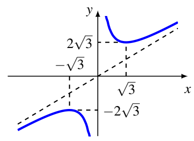
$$\begin{cases} y'(x) = (-7x+6)\,y(x) + e^{-\frac{7}{2}x^2+8x} \\ y(0) = 7 \end{cases}$$

1)
$z_0 = 4\left[\cos\left(\frac{2}{9}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{2}{9}\pi\right)\right]$
$z_1 = 4\left[\cos\left(\frac{8}{9}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{8}{9}\pi\right)\right]$
$z_2 = 4\left[\cos\left(\frac{14}{9}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{14}{9}\pi\right)\right]$

2) $A = (-\infty,-4)\cup(-2,4)\cup(4,+\infty)$
$\inf(A) = -\infty,\ \min(A) = \nexists$
$\sup(A) = +\infty,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty,-5)\cup[3,+\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

3.a) $D = \mathbb{R}\setminus\{0\}$
3.b) $f'(x) = 1 - \frac{3}{x^2}$
3.c) $(-\infty,-\sqrt{3})\cup(\sqrt{3},+\infty)$
3.d) $I = (-\infty,-2\sqrt{3}]\cup[2\sqrt{3},+\infty)$
3.e) L'asintoto a $x = \pm\infty$ è $y = x$, quello verticale è $x = 0$. Non ci sono punti di intersezione con gli assi.



4.a) $-\frac{16}{3}\ln(4)$

4.b) $1/16$

5) $-\frac{2}{15}$

6) $\boxed{b}$ per il test necessario visto che $a_n \sim n^5 \to +\infty \neq 0$ e quindi $\lim_{n\to+\infty}(-1)^n a_n$ non esiste.

7.a) $\frac{9}{16}\left(-9x^2+6x+5\right)^{8/9} + c$

7.b) $\frac{686}{3}$

7.c) $\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{\pi}$

8) $y(x) = \frac{13}{2}e^{-\frac{7}{2}x^2+6x} + \frac{1}{2}e^{-\frac{7}{2}x^2+8x}$

Nome, Cognome . . . . Matricola . . . .

Compito 58

Compito 58

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = -125$$

1)
$$z_0 = 5\left[\cos\left(\tfrac{1}{3}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\tfrac{1}{3}\pi\right)\right] = \tfrac{5}{2} + \mathrm{i}\tfrac{5}{2}\sqrt{3}$$
$$z_1 = 5\left[\cos(\pi) + \mathrm{i}\sin(\pi)\right] = -5$$
$$z_2 = 5\left[\cos\left(\tfrac{5}{3}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\tfrac{5}{3}\pi\right)\right] = \tfrac{5}{2} - \mathrm{i}\tfrac{5}{2}\sqrt{3}$$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf*, il* sup*, e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{x^2-16}{2x^2-18} > 0\right\}$$

$$B = \left\{x \in \mathbb{R} : \sqrt{3x^2+3x-60} < \sqrt{5x^2+9x-80}\right\}$$

2) $A = (-\infty,-4) \cup (-3,3) \cup (4,+\infty)$
$\inf(A) = -\infty$, $\min(A) = \nexists$
$\sup(A) = +\infty$, $\max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty,-5) \cup [4,+\infty)$
$\inf(B) = -\infty$, $\min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty$, $\max(B) = \nexists$

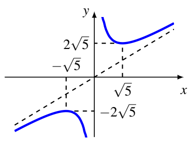
Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = x + \tfrac{5}{x},$$

si determinino:

- $\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*
- $\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*
- $\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*
- $\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*
- $\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

3.a) $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
3.b) $f'(x) = 1 - \frac{5}{x^2}$
3.c) $(-\infty,-\sqrt{5}) \cup (\sqrt{5},+\infty)$
3.d) $I = (-\infty,-2\sqrt{5}] \cup [2\sqrt{5},+\infty)$
3.e) L'asintoto a $x = \pm\infty$ è $y = x$, quello verticale è $x = 0$. Non ci sono punti di intersezione con gli assi.



Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty}\left(3n - \frac{8}{n}\right)\ln\left(1 - \frac{17}{n}\right)$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to0^+}\frac{e^{-2x}-e^{2x}}{\sin(-2x)}$$

4.a) -51

4.b) 2

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della serie numerica* $\sum_{n\geqslant0}(a_n - a_{n+1})$ *con*

$$a_n = \arctan\left(\frac{2^n+n^6+5}{3^n+n^4+5}\right).$$

5) $\frac{\pi}{4}$

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant1}(-1)^n \cdot \frac{9+3n^4+8n^7+2n^5+n^{-1}}{6+7n^{-3}+n^{-2}+9n^3+9n^6},$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.* $\boxed{b}$ *La serie non converge.*

6) $\boxed{b}$ per il test necessario, visto che $a_n \sim \frac{8}{9}n$ e quindi $\lim_{n\to+\infty}(-1)^n a_n$ non esiste.

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int \ln(8x)\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)}\ \int_0^1 (5x+4)^3\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_{1/5}^{+\infty}\frac{\mathrm{d}x}{(2+50x^2)\arctan(5x)^2}$$

7.a) $x\ln(8x) - x + c$

7.b) $\frac{1261}{4}$

7.c) $\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{\pi}$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

$$\begin{cases} y'(x) = (-4x+5)\,y(x) + e^{-2x^2-8x} \\ y(0) = -6 \end{cases}$$

8) $y(x) = -\frac{77}{13}e^{-2x^2+5x} - \frac{1}{13}e^{-2x^2-8x}$

Nome, Cognome . . . . Matricola . . . .

Compito 59

Compito 59

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **<u>solo ed esclusivamente</u>** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **<u>NON</u> si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = -4\sqrt{2} + 4\sqrt{2}\,\mathrm{i}$$

1)
$$z_0 = 2\left[\cos\left(\frac{1}{4}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{1}{4}\pi\right)\right] = \sqrt{2} + \mathrm{i}\sqrt{2}$$
$$z_1 = 2\left[\cos\left(\frac{11}{12}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{11}{12}\pi\right)\right] = -\frac{1}{2}(\sqrt{6}+\sqrt{2}) + \mathrm{i}\,\frac{1}{2}(\sqrt{6}-\sqrt{2})$$
$$z_2 = 2\left[\cos\left(\frac{19}{12}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{19}{12}\pi\right)\right] = \frac{1}{2}(\sqrt{6}-\sqrt{2}) - \mathrm{i}\,\frac{1}{2}(\sqrt{6}+\sqrt{2})$$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf*, il* sup*, e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x^2-4}{x^2-9} \geqslant 0 \right\}$$

$$B = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{3x^2-75} < \sqrt{4x^2-2x-90} \right\}$$

2) $A = (-\infty,-3) \cup [-2,2] \cup (3,+\infty)$
$\inf(A) = -\infty,\ \min(A) = \nexists$
$\sup(A) = +\infty,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty,-5] \cup (5,+\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

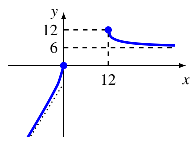
Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = x - \sqrt{x(x-12)},$$

si determinino:

- $\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*
- $\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*
- $\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*
- $\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*
- $\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

3.a) $D = (-\infty,0] \cup [12,+\infty)$
3.b) $f'(x) = 1 - \frac{x-6}{\sqrt{x(x-12)}}$
3.c) $(-\infty,0)$
3.d) $I = (-\infty,0] \cup (6,12]$
3.e) L'asintoto a $-\infty$ è $y = 2x-6$. L'asintoto a $+\infty$ è $y = 6$. L'unico punto di intersezione con gli assi è l'origine $(0,0)$.



Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} (5n^2+4)^2 \left(1 - \cos\left(\frac{4}{n^2}\right)\right)$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to 4} \frac{\ln\left((x-3)^5\right)}{x-4}$$

4.a) 200

4.b) 5

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della seguente somma finita.*

$$\sum_{n=1}^{34} n$$

5) 595

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} (-1)^n n^6 \tan\left(\frac{1}{n^4}\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.* $\boxed{b}$ *La serie non converge.*

6) $\boxed{b}$ per il test necessario visto che $a_n \sim n^2 \to +\infty \neq 0$ e quindi $\lim\limits_{n\to+\infty} (-1)^n a_n$ non esiste.

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int e^{2\sin(9x)+6} \cos(9x)\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)}\ \int_{1/9}^{1/e} \frac{\ln(9\,x)}{x\,\ln(9\,e\,x)}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_{7}^{+\infty} \frac{x^3-17x^2+91x-147}{(x-3)^3(x-7)^2}\,\mathrm{d}x$$

7.a) $\frac{1}{18} e^{2\sin(9x)+6} + c$

7.b) $\ln(9) - \ln(\ln(9)) - 1$

7.c) $\frac{1}{4}$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{3}{x} y(x) + x \\ y(3) = -8 \end{cases}$$

8) $y(x) = \frac{1}{27} x^3 - x^2$

Nome, Cognome . . . . Matricola . . . .

Compito 60

Compito 60

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = -125$$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf, *il* sup, *e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{3x^2+27x+60}{2x^2+6x+4} \leqslant 0 \right\}$$

$$B = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{2x^2-18} \leqslant \sqrt{4x^2-14x+6} \right\}$$

Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = \frac{-19+16x}{5-4x},$$

si determinino:

- $\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*
- $\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*
- $\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*
- $\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*
- $\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} \ln\left(\frac{1}{\sqrt[8]{15^n}}\right) \ln\left(\left(\frac{n+8}{n}\right)^7\right)$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to 0} \frac{1-\cos(e^{13x}-1)}{\sin(14x)^2}$$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della serie numerica* $\sum_{n\geqslant 0}(a_n - a_{n+1})$ *con*

$$a_n = \frac{n^2+7n+1}{(2n+6)(-9n+2)}.$$

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} (-1)^n n^{12} \left(1-\cos\left(\frac{1}{n^6}\right)\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.* $\boxed{b}$ *La serie non converge.*

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int \frac{\sqrt{x}-\ln(x^2)^3}{x}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)}\ \int_0^1 (e^{3x}+3)\sqrt{e^{3x}+9x}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_{1/5}^{+\infty} \frac{\mathrm{d}x}{(8+200x^2)\arctan(5x)}$$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{2}{x}y(x) + x^2 \\ y(2) = -7 \end{cases}$$

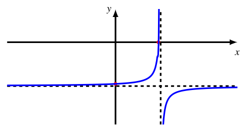
---

1)
$$z_0 = 5\left[\cos\left(\frac{1}{3}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{1}{3}\pi\right)\right] = \frac{5}{2} + \mathrm{i}\frac{5}{2}\sqrt{3}$$
$$z_1 = 5\left[\cos(\pi) + \mathrm{i}\sin(\pi)\right] = -5$$
$$z_2 = 5\left[\cos\left(\frac{5}{3}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{5}{3}\pi\right)\right] = \frac{5}{2} - \mathrm{i}\frac{5}{2}\sqrt{3}$$

2) $A = [-5,-4] \cup (-2,-1)$
$\inf(A) = -5,\ \min(A) = -5$
$\sup(A) = -1,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty,-3] \cup \{3\} \cup [4,+\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

3.a) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{5}{4}\right\}$
3.b) $f'(x) = \frac{4}{(5-4x)^2}$
3.c) $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{5}{4}\right\}$
3.d) $I = \mathbb{R} \setminus \{-4\}$
3.e) L'asintoto a $x = \pm\infty$ è $y = -4$, quello verticale è $x = \frac{5}{4}$. I punti di intersezione con gli assi sono $P_1 = \left(\frac{19}{16}, 0\right)$ e $P_2 = \left(0, -\frac{19}{5}\right)$.



4.a) $-7\ln(15)$

4.b) $\frac{169}{392}$

5) $\frac{5}{36}$

6) $\boxed{b}$ per il test necessario visto che $a_n \to 1 \neq 0$ e quindi $\lim_{n\to+\infty}(-1)^n a_n$ non esiste.

7.a) $2\sqrt{x} - 2\ln(x)^4 + c$

7.b) $\frac{2}{9}\left(\left(9+e^3\right)^{3/2} - 1\right)$

7.c) $\frac{\ln(2)}{40}$

8) $y(x) = -\frac{15}{4}x^2 + x^3$

Nome, Cognome .... Matricola .... **Compito 61**

Compito 61

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{3}\,\mathrm{i}$$

1)
$z_0 = \cos\left(\frac{4}{9}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{4}{9}\pi\right)$
$z_1 = \cos\left(\frac{10}{9}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{10}{9}\pi\right)$
$z_2 = \cos\left(\frac{16}{9}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{16}{9}\pi\right)$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf, *il* sup, *e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{x-3}{x+6} < \frac{x+6}{x+6}\right\}$$

$$B = \left\{x \in \mathbb{R} : \sqrt{3x^2+18x+15} \leqslant \sqrt{6x^2+27x+3}\right\}$$

2) $A = (-6, +\infty)$
$\inf(A) = -6,\ \min(A) = \nexists$
$\sup(A) = +\infty,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty, -5] \cup [1, +\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

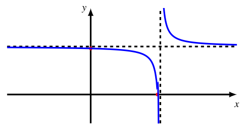
Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = \frac{-24+10x}{-5+2x},$$

si determinino:

- $\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*
- $\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*
- $\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*
- $\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*
- $\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

3.a) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{5}{2}\right\}$
3.b) $f'(x) = \frac{-2}{(-5+2x)^2}$
3.c) $\emptyset$
3.d) $I = \mathbb{R} \setminus \{5\}$
3.e) L'asintoto a $x = \pm\infty$ è $y = 5$, quello verticale è $x = \frac{5}{2}$. I punti di intersezione con gli assi sono $P_1 = \left(\frac{12}{5}, 0\right)$ e $P_2 = \left(0, \frac{24}{5}\right)$.



Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} \left(4n^2+3\right)^2 \left(1-\cos\left(\frac{2}{n^2}\right)\right)$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to 0} \frac{1-e^{\cos(-9x)-1}}{\sqrt{\cos\left(5\ln(1+\sin(-10x))\right)}-1}$$

4.a) 32

4.b) $-\frac{81}{1250}$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della seguente somma finita.*

$$\sum_{n=0}^{4} 4^n$$

5) 341

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} (-1)^n n \left(1-\cos\left(\frac{1}{n^5}\right)\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.* $\boxed{b}$ *La serie non converge.*

6) $\boxed{a}$ per il test per le serie di segno alterno, visto che $a_n \sim \frac{1}{n^9} \downarrow 0$.

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int \frac{x}{\sqrt{15x+1}}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)}\ \int_0^1 (4x-2)\left(2x^2-2x\right)^2 \mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_0^{+\infty} x^3 e^{-3x}\,\mathrm{d}x$$

7.a) $\frac{2}{675}(15x-2)\sqrt{15x+1}+c$

7.b) 0

7.c) $\frac{2}{27}$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

$$\begin{cases} y''(x) - 6y'(x) + 9y(x) = 0 \\ y(0) = -3 \\ y'(0) = 3 \end{cases}$$

8) $y(x) = -3e^{3x} + 12xe^{3x}$

Nome, Cognome . . . . Matricola . . . . **Compito 62**

Compito 62

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = 4\sqrt{2} - 4\sqrt{2}\,\mathrm{i}$$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf, *il* sup, *e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x-2}{x+9} \geqslant \frac{x-7}{x+2} \right\}$$

$$B = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{4x^2+22x+34} > \sqrt{2x^2+6x+4} \right\}$$

Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = -\frac{3x^2-36x+105}{x^2-12x+42},$$

si determinino:

- $\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*
- $\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*
- $\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*
- $\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*
- $\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} \ln\left(\frac{1}{\sqrt[6]{14^n}}\right) \ln\left(\left(\frac{n-1}{n}\right)^4\right)$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to\pi} \frac{\sqrt{9+\sin(4x)^2}-3}{\cos(13x)+1}$$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della seguente somma finita.*

$$\sum_{n=1}^{4} 4^n$$

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} n^5 \arctan\left(\frac{1}{n^5}\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.* $\boxed{b}$ *La serie diverge.* $\boxed{c}$ *La serie è irregolare.*

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int \frac{\tan(4x)}{\cos(4x)^8}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{b)}\ \int_{\pi/4}^{3\pi/4} \cot(x/7)\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_0^1 \ln\left(1+\frac{4}{x}\right)\mathrm{d}x$$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

$$\begin{cases} y''(x) - 16y'(x) + 64y(x) = 0 \\ y(0) = 3 \\ y'(0) = 6 \end{cases}$$

1)

$$z_0 = 2\left[\cos\left(\frac{7}{12}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{7}{12}\pi\right)\right] = \frac{1}{2}(\sqrt{2}-\sqrt{6}) + \mathrm{i}\,\frac{1}{2}(\sqrt{2}+\sqrt{6})$$

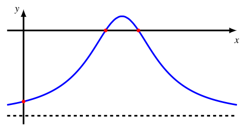
$$z_1 = 2\left[\cos\left(\frac{5}{4}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{5}{4}\pi\right)\right] = -\sqrt{2} - \mathrm{i}\sqrt{2}$$

$$z_2 = 2\left[\cos\left(\frac{23}{12}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{23}{12}\pi\right)\right] = \frac{1}{2}(\sqrt{2}+\sqrt{6}) - \mathrm{i}\,\frac{1}{2}(\sqrt{6}-\sqrt{2})$$

2) $A = (-\infty,-9) \cup \left(-2, \frac{59}{2}\right]$
$\inf(A) = -\infty,\ \min(A) = \nexists$
$\sup(A) = \frac{59}{2},\ \max(A) = \frac{59}{2}$

2) $B = (-\infty,-5) \cup (-3,-2] \cup [-1,+\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

3.a) $D = \mathbb{R}$
3.b) $f'(x) = -\frac{42(x-6)}{(x^2-12x+42)^2}$
3.c) $(-\infty, 6)$
3.d) $I = \left(-3, \frac{1}{2}\right]$
3.e) Non ci sono asintoti verticali. L'asintoto a $x = \pm\infty$ è $y = 3$. I punti di intersezione con gli assi sono $P_1 = (5,0)$, $P_2 = (7,0)$ e $P_3 = \left(0, -\frac{5}{2}\right)$.



4.a) $\frac{2}{3}\ln(14)$

4.b) $\frac{16}{507}$

5) 340

6) $\boxed{b}$ per il test del confronto asintotico, visto che $a_n \sim 1$ e la serie $\sum 1$ diverge per il test necessrio.

7.a) $\frac{1}{32} \cdot \frac{1}{\cos(4x)^8} + c$

7.b) $10\ln\left(\frac{\sin\left(\frac{3\pi}{40}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{40}\right)}\right)$

7.c) $\ln\left(\frac{3125}{256}\right)$

8) $y(x) = 3e^{8x} - 18xe^{8x}$

Nome, Cognome .... Matricola .... **Compito 63**

Compito 63

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (6 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = -\frac{125}{2} - \frac{125}{2}\sqrt{3}\,\mathrm{i}$$

Esercizio 2 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'*inf*, il* sup*, e, se esistono,* min *e* max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x+8}{x+1} \leqslant \frac{x+1}{x+2} \right\}$$

$$B = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{x^2-x-20} \leqslant \sqrt{3x^2+x-32} \right\}$$

Esercizio 3 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = x + \tfrac{5}{x},$$

si determinino:

- $\boxed{a}$ *l'insieme di definizione D di f;*
- $\boxed{b}$ *la derivata $f'(x)$;*
- $\boxed{c}$ *l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;*
- $\boxed{d}$ *l'immagine $I = f(D)$ di f;*
- $\boxed{e}$ *il grafico di f, le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.*

Esercizio 4 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

$$\textbf{a)}\ \lim_{n\to+\infty} \left(-6n + \frac{1}{n}\right) \ln\left(1 + \frac{18}{n}\right)$$

$$\textbf{b)}\ \lim_{x\to 2^+} \tfrac{x+4-\sqrt{x+34}}{x-2}$$

Esercizio 5 (2 punti) *Calcolare il valore della serie numerica* $\sum_{n\geqslant 0} (a_n - a_{n+1})$ *con*

$$a_n = \frac{(5n-6)^2}{(-8n+9)(8n-9)}.$$

Esercizio 6 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n\geqslant 1} (-1)^n n^9 \arctan\left(\frac{1}{n^9}\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

$\boxed{a}$ *La serie converge.* $\boxed{b}$ *La serie non converge.*

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

$$\textbf{a)}\ \int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{x}\,(2+\sqrt{98x})^8}$$

$$\textbf{b)}\ \int_0^{10} x^2 e^{8x}\,\mathrm{d}x$$

$$\textbf{c)}\ \int_0^1 \ln\left(1 + \frac{3}{x}\right)\mathrm{d}x$$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

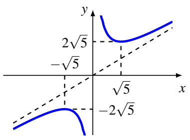
$$\begin{cases} y'(x) = (8x+3)\,y(x) + e^{4x^2+9x} \\ y(0) = 4 \end{cases}$$

1)
$z_0 = 5\left[\cos\left(\frac{4}{9}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{4}{9}\pi\right)\right]$
$z_1 = 5\left[\cos\left(\frac{10}{9}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{10}{9}\pi\right)\right]$
$z_2 = 5\left[\cos\left(\frac{16}{9}\pi\right) + \mathrm{i}\sin\left(\frac{16}{9}\pi\right)\right]$

2) $A = (-\infty,-2) \cup \left[-\frac{15}{8}, -1\right)$
$\inf(A) = -\infty,\ \min(A) = \nexists$
$\sup(A) = -1,\ \max(A) = \nexists$

2) $B = (-\infty,-4] \cup [5,+\infty)$
$\inf(B) = -\infty,\ \min(B) = \nexists$
$\sup(B) = +\infty,\ \max(B) = \nexists$

3.a) $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
3.b) $f'(x) = 1 - \frac{5}{x^2}$
3.c) $(-\infty,-\sqrt{5}) \cup (\sqrt{5},+\infty)$
3.d) $I = (-\infty,-2\sqrt{5}] \cup [2\sqrt{5},+\infty)$
3.e) L'asintoto a $x = \pm\infty$ è $y = x$, quello verticale è $x = 0$. Non ci sono punti di intersezione con gli assi.



4.a) -108

4.b) $\frac{11}{12}$

5) $-\frac{31}{576}$

6) $\boxed{b}$ per il test necessario visto che $a_n \to 1 \neq 0$ e quindi $\lim_{n\to+\infty} (-1)^n a_n$ non esiste.

7.a) $-\frac{1}{49} \cdot \frac{\sqrt{2}}{(2+7\sqrt{2x})^7} + c$

7.b) $-\frac{1}{256} + \frac{3121}{256}\ e^{80}$

7.c) $\ln\left(\frac{256}{27}\right)$

8) $y(x) = \frac{23}{6} e^{4x^2+3x} + \frac{1}{6} e^{4x^2+9x}$