

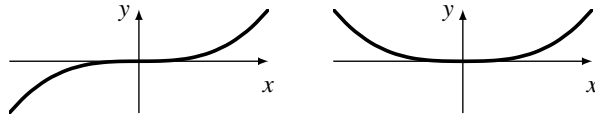
Compito 1

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

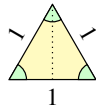
Enunciato 1. *L'insieme dei numeri reali \mathbb{R} è totalmente ordinato.* 1.V

Enunciato 2. *Se quello riportato a sinistra è il grafico di $f(x)$, allora quello a destra è il grafico di $f(-x)$.* 2.F



Enunciato 3. $\{x \in \mathbb{R} : |x| < a\} = (-a, a)$ 3.V

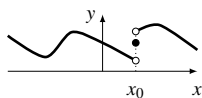
Enunciato 4. *L'altezza di un triangolo equilatero di lato unitario misura $\sqrt{2}$.* 4.F



Enunciato 5. $\tan\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$ 5.F

Enunciato 6. *Se $z \in \mathbb{C}$, allora $\overline{z^n} = -(\overline{z})^n$.* 6.F

Enunciato 7. *Se quello riportato di seguito è il grafico della funzione f allora $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0)$.* 7.F



Enunciato 8. *La funzione tangente non è continua nel suo dominio di definizione.* 8.F

Enunciato 9. *Se $\{a_n\}_n$ e $\{c_n\}_n$ convergono ad L e $a_n \leq b_n \leq c_n$, allora anche $\{b_n\}_n$ converge ad L .* 9.V

Enunciato 10. *Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora nulla si può dire della convergenza di $\sum_{n \geq 1} b_n$.* 10.F

Enunciato 11. *Se $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$ e $\lim_{x \rightarrow b} f(x) = -\infty$, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f(x_0) = 0$.* 11.V

Enunciato 12. $\frac{d}{dx} \cos(x) = -\sin(x)$ 12.V

Enunciato 13. *Per la regola di De L'Hôpital si ha che* 13.F

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\arctan(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\frac{1}{1+x^2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} (1+x^2) = +\infty$$

Enunciato 14. *Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è integrabile, allora esiste $c \in [a, b]$ tale che* 14.F

$$\int_a^b f(x) dx = (b-a)f(c).$$

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 2

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

- Enunciato 1.** *L'insieme dei numeri naturali \mathbb{N} è totalmente ordinato.* 1.V
- Enunciato 2.** *$f: A \rightarrow B$ è strettamente crescente se per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha $x_1 < x_2 \implies f(x_1) > f(x_2)$.* 2.F
- Enunciato 3.** *$\{x \in \mathbb{R} : |x| < a\} = (-a, a)$* 3.V
- Enunciato 4.** *$\sin(x + 2\pi) = \sin(x)$* 4.V
- Enunciato 5.** *$\cot\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$* 5.V
- Enunciato 6.** *Se $z \in \mathbb{C}$, allora $\overline{z^n} = -(\bar{z})^n$.* 6.F
- Enunciato 7.** *Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty$ se $\forall M > 0 \exists \delta = \delta(M) > 0$ t.c. $f(x) < -M \forall x \in (x_0 - \delta, x_0)$.* 7.V
- Enunciato 8.** *$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = \frac{1}{2}$* 8.F
- Enunciato 9.** *Ogni successione numerica limitata è convergente.* 9.F
- Enunciato 10.** *La serie telescopiche convergono.* 10.F
- Enunciato 11.** *Se $f: (a, b) \rightarrow [a, b]$ è continua ed invertibile, allora anche $f^{-1}: [a, b] \rightarrow (a, b)$ è continua.* 11.V
- Enunciato 12.** *Tutte le funzioni derivabili sono continue.* 12.V
- Enunciato 13.** *Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed $f(a) = f(b)$, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f'(x_0) = 0$.* 13.V
- Enunciato 14.** *$\int \frac{dx}{\cos(x)^2} = \tan(x) + c$* 14.V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

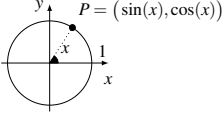
Compito 3

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

- Enunciato 1.** *L'insieme dei numeri reali \mathbb{R} è totalmente ordinato.* 1.V
- Enunciato 2.** *Se $n \in \mathbb{N}$ è dispari allora $f(x) = x^n$ è una funzione pari nel suo dominio di definizione.* 2.F
- Enunciato 3.** *Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$ con $a > 0$. Se $\Delta = b^2 - 4ac > 0$, allora*

$$\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c > 0\} = (-\infty, x_1) \cup (x_2, +\infty),$$

dove $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ e $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$. 3.V
- Enunciato 4.**  4.F
- Enunciato 5.** $\tan(-x) = -\tan(x)$ 5.V
- Enunciato 6.** *Se $z \in \mathbb{C}$, allora $\overline{z^n} = (\overline{z})^n$.* 6.V
- Enunciato 7.** *Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty$ se*

$$\forall M > 0 \exists \delta = \delta(M) > 0 \text{ t.c. } f(x) > M \forall x \in (x_0 - \delta, x_0).$$
 7.V
- Enunciato 8.** *La funzione tangente non è continua nel suo dominio di definizione.* 8.F
- Enunciato 9.** *Se esiste una sottosuccessione di $\{a_n\}_n$ che converge ad L , allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.* 9.F
- Enunciato 10.** *Se $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge.* 10.V
- Enunciato 11.** *Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è monotona ed $f([a, b])$ è un intervallo, allora f è continua in $[a, b]$.* 11.V
- Enunciato 12.** $\frac{d}{dx} \cos(x) = \sin(x)$ 12.F
- Enunciato 13.** *Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed $x_0 \in (a, b)$ è tale che $f'(x_0) = 0$, allora x_0 è un punto di massimo o di minimo.* 13.F
- Enunciato 14.** $\int \sin(x) dx = -\cos(x) + c$ 14.V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 4

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

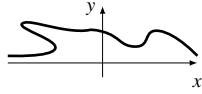
Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

Enunciato 1. *L'insieme dei numeri naturali \mathbb{N} è totalmente ordinato.*

1.V

Enunciato 2. *Quello riportato di seguito è il grafico di una funzione.*

2.F



Enunciato 3. $\sqrt{p(x)} \geq \sqrt{q(x)} \iff \begin{cases} p(x) \geq 0 \\ q(x) \geq 0. \end{cases}$

3.F

Enunciato 4. *Ciascun angolo di un quadrato misura $\pi/2$.*

4.V



Enunciato 5. $\cot\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$

5.F

Enunciato 6. *Se $z, w \in \mathbb{C}$ ed $n \in \mathbb{N}$, allora $\overline{z + w} = \bar{z} + \bar{w}$*

6.V

Enunciato 7. *Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L$ se*

7.V

$$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0 \text{ t.c. } |f(x) - L| < \varepsilon \forall x \in (x_0, x_0 + \delta).$$

Enunciato 8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[n]{1+x} - 1}{x} = \frac{1}{n} \forall n > 0$

8.V

Enunciato 9. *Ogni successione numerica limitata ammette una sottosuccessione convergente.*

9.V

Enunciato 10. *Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge.*

10.F

Enunciato 11. *Se $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$ e $\lim_{x \rightarrow b} f(x) = +\infty$, allora $f(x) \geq 0$ per ogni $x \in (a, b)$.*

11.F

Enunciato 12. *Tutte le funzioni integrabili sono derivabili.*

12.F

Enunciato 13. *Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed $x_0 \in (a, b)$ è tale che $f'(x_0) = 0$, allora x_0 è un punto di massimo o di minimo.*

13.F

Enunciato 14. $\int \cos(x) dx = \sin(x) + c$

14.V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 5

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: −0.1. Risposta errata: −0.2.

- Enunciato 1.** *L'insieme dei numeri razionali \mathbb{Q} è un campo.*

1.V
- Enunciato 2.** *$f(x) = x^2$ è monotona nel suo dominio di definizione.*

2.F
- Enunciato 3.** *Se C è l'estremo superiore di $A \subset \mathbb{R}$, allora C è il massimo di A .*

3.F
- Enunciato 4.** $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$

4.F
- Enunciato 5.** $\cot(x) = \frac{\cos(x)}{\sin(x)}$

5.V
- Enunciato 6.** *Se $z \in \mathbb{R}$, allora $z \notin \mathbb{C}$.*

6.F
- Enunciato 7.** *Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty$ se
 $\exists M > 0$ t.c. $\forall \delta = \delta(M) > 0 \exists x \in (x_0 - \delta, x_0)$ t.c. $f(x) > -M$.*

7.F
- Enunciato 8.** $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x^2} = 1$

8.F
- Enunciato 9.** *Ogni successione numerica limitata ammette una sottosuccessione convergente.*

9.V
- Enunciato 10.** $\sum_{p \geq 1} a_p$ converge se e solo se $\exists \varepsilon > 0$ t.c. $\forall N = N(\varepsilon) \in \mathbb{N} \exists n > m > N$ t.c. $\left| \sum_{p=m+1}^n a_p \right| < \varepsilon$.

10.F
- Enunciato 11.** *Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora essa ammette massimo e minimo assoluti.*

11.V
- Enunciato 12.** $f'(x_0) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(x_0) - f(x_0 + t)}{t}$

12.F
- Enunciato 13.** *La differenza di funzioni convesse è una funzione convessa.*

13.F
- Enunciato 14.** $\int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}} = \arctan(x) + c$

14.F

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 6

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: −0.1. Risposta errata: −0.2.

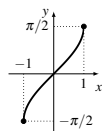
Enunciato 1. *L'insieme dei numeri reali \mathbb{R} è ordinato e completo.* 1.V

Enunciato 2. *Una funzione iniettiva è strettamente monotona.* 2.F

Enunciato 3. $\sqrt{p(x)} \geq \sqrt{q(x)} \iff \begin{cases} q(x) \geq 0 \\ p(x) \geq q(x). \end{cases}$ 3.V

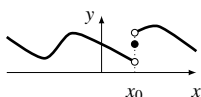
Enunciato 4. $\cos(0) = 1$ 4.V

Enunciato 5. *Quello riportato di seguito è il grafico di $f(x) = \arccos(x)$.* 5.F



Enunciato 6. *L'equazione $x^2 + 1 = 0$ non ha soluzioni in \mathbb{C} .* 6.F

Enunciato 7. *Se quello riportato di seguito è il grafico della funzione f allora $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = f(x_0)$.* 7.F



Enunciato 8. *Se $f(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ e $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a \in \mathbb{R}$, allora $a > 0$.* 8.F

Enunciato 9. *Se esiste una sottosuccessione di $\{a_n\}_n$ che converge ad L , allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.* 9.F

Enunciato 10. *Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge, allora anche $\sum_{n \geq 1} |a_n|$ converge.* 10.F

Enunciato 11. *Se $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$ e $\lim_{x \rightarrow b} f(x) = -\infty$, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f(x_0) = 0$.* 11.V

Enunciato 12. $\frac{d}{dx} \ln(|x|) = \frac{1}{x}$ per ogni $x \neq 0$ 12.V

Enunciato 13. *Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed $x_0 \in (a, b)$ è tale che $f'(x_0) = 0$, allora x_0 è un punto di massimo o di minimo.* 13.F

Enunciato 14. *Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è decrescente, allora è integrabile secondo Riemann.* 14.V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

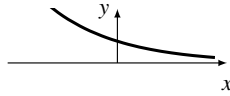
Compito 7

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

Enunciato 1. *L'insieme dei numeri razionali \mathbb{Q} è un campo.* 1.V

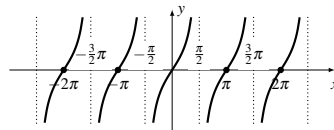
Enunciato 2. *Quello riportato di seguito è il grafico di $f(x) = a^x$ con $a > 1$.* 2.F



Enunciato 3. *L'estremo inferiore di un insieme è il più piccolo dei minoranti.* 3.F

Enunciato 4. $\sin(x + \pi) = -\sin(x)$ 4.V

Enunciato 5. *Quello riportato di seguito è il grafico di $f(x) = \cot(x)$.* 5.F



Enunciato 6. *Se $z = \rho(\cos(\theta) + i\sin(\theta))$ e $w = r(\cos(\varphi) + i\sin(\varphi))$ sono due numeri complessi in forma trigonometrica, allora* 6.F

$$z \cdot w = \rho r (\cos(\theta - \varphi) + i\sin(\theta - \varphi)).$$

Enunciato 7. *Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty$ se* 7.F

$$\forall M > 0 \exists \delta = \delta(M) > 0 \text{ t.c. } f(x) > M \quad \forall x \in (x_0 - \delta, x_0).$$

Enunciato 8. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$ 8.F

Enunciato 9. *Se esiste una sottosuccessione di $\{a_n\}_n$ che converge ad L , allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.* 9.F

Enunciato 10. *Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge.* 10.F

Enunciato 11. *Se $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$ e $\lim_{x \rightarrow b} f(x) = +\infty$, allora $f(x) \geq 0$ per ogni $x \in (a, b)$.* 11.F

Enunciato 12. *Tutte le funzioni integrabili sono derivabili.* 12.F

Enunciato 13. *Il polinomio di Taylor è un polinomio.* 13.V

Enunciato 14. *Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora* $f(x) = -\frac{d}{dx} \int_x^b f(x) dx.$ 14.V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 8

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: −0.1. Risposta errata: −0.2.

Enunciato 1. *L'insieme dei numeri reali \mathbb{R} è totalmente ordinato.* 1.V

Enunciato 2. *$f: A \rightarrow B$ è crescente se per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha*

$$x_1 < x_2 \implies f(x_1) \geq f(x_2).$$
 2.F

Enunciato 3. $\{x \in \mathbb{R} : |x| > a\} = (-a, a)$ 3.F

Enunciato 4. $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 4.F

Enunciato 5. $\sin(2x) = 2 \sin(x) \cos(x)$ 5.V

Enunciato 6. *Se $z, w \in \mathbb{C}$, allora* $\overline{z \cdot w} = \overline{z} \cdot \overline{w}.$ 6.V

Enunciato 7. *Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L$ se*

$$\exists \varepsilon > 0 \text{ t.c. } \forall \delta = \delta(\varepsilon) > 0 \exists x \in (x_0 - \delta, x_0) \text{ t.c. } |f(x) - L| > \varepsilon.$$
 7.F

Enunciato 8. *Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty$ se*

$$\forall M > 0 \exists \delta = \delta(M) > 0 \text{ t.c. } f(x) > M \forall x \in (x_0 - \delta, x_0).$$
 8.V

Enunciato 9. *Ogni successione numerica limitata ammette una sottosuccessione convergente.* 9.V

Enunciato 10. *Se $\sum_{n \geq 1} |a_n|$ converge, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge.* 10.V

Enunciato 11. *Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora $f([a, b]) = [f(a), f(b)]$.* 11.F

Enunciato 12. *Tutte le funzioni integrabili sono derivabili.* 12.F

Enunciato 13. *La somma di funzioni convesse è una funzione convessa.* 13.V

Enunciato 14. $\int \cos(x) dx = \sin(x) + c$ 14.V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 9

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

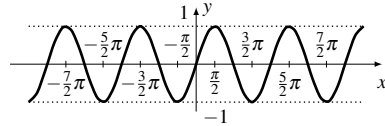
Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

Enunciato 1. *L'insieme dei numeri naturali \mathbb{N} è ordinato e completo.* 1.F

Enunciato 2. *Una funzione iniettiva è strettamente monotona.* 2.F

Enunciato 3. *L'estremo superiore di un insieme è il più grande dei maggioranti.* 3.F

Enunciato 4. *Quello riportato di seguito è il grafico di $f(x) = \sin(x)$.* 4.V



Enunciato 5. $\cos(x+y) = \cos(x)\cos(y) - \sin(x)\sin(y)$ 5.V

Enunciato 6. *Se $z \in \mathbb{C}$ ed $n \in \mathbb{N}$, allora $\overline{n \cdot z} = n \cdot \overline{z}$* 6.V

Enunciato 7. *Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty$ se*
 $\forall M > 0 \exists \delta = \delta(M) > 0$ t.c. $f(x) > M \forall x \in (x_0 - \delta, x_0)$. 7.F

Enunciato 8. *Se $f(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ e $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a \in \mathbb{R}$, allora $a \geq 0$.* 8.V

Enunciato 9. *Se esiste $\{x_n\}_n$ convergente ad x_0 tale che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = f(x_0)$, allora f è continua in x_0 .* 9.F

Enunciato 10. *La serie telescopiche convergono.* 10.F

Enunciato 11. *Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è monotona ed $f([a, b])$ è un intervallo, allora f è continua in $[a, b]$.* 11.V

Enunciato 12. *Le funzioni pari sono derivabili in $x = 0$.* 12.F

Enunciato 13. *Se $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ è continua e convessa, allora ammette un minimo.* 13.F

Enunciato 14. *Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora $f(x) = \frac{d}{dx} \int_x^b f(x) dx$.* 14.F

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 10

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

Enunciato 1. Se $a, b \in \mathbb{R}$ sono tali che $a \cdot b = 0$, allora $a = 0$ oppure $b = 0$. 1.V

Enunciato 2. Una funzione $f: A \rightarrow B$ è iniettiva se per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha $f(x_1) = f(x_2) \implies x_1 = x_2$. 2.V

Enunciato 3. L'estremo inferiore di un insieme è il più piccolo dei minoranti. 3.F

Enunciato 4.  4.V

Enunciato 5. $\cos(x+y) = \cos(x)\cos(y) - \sin(x)\sin(y)$ 5.V

Enunciato 6. Se $z \in \mathbb{C}$ ed $n \in \mathbb{N}$, allora $\overline{n \cdot z} = n / \overline{z}$. 6.F

Enunciato 7. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty$ se $\exists M > 0$ t.c. $\forall \delta = \delta(M) > 0 \exists x \in (x_0 - \delta, x_0)$ t.c. $f(x) < M$. 7.F

Enunciato 8. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^a \log_b(x) = 1 \forall a, b > 0$ 8.F

Enunciato 9. Tutte le successioni numeriche monotone sono regolari. 9.V

Enunciato 10. Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora nulla si può dire della convergenza di $\sum_{n \geq 1} b_n$. 10.F

Enunciato 11. Se $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$ e $\lim_{x \rightarrow b} f(x) = -\infty$, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f(x_0) = 0$. 11.V

Enunciato 12. $\frac{d}{dx} \ln(|x|) = \frac{1}{|x|}$ per ogni $x \neq 0$ 12.F

Enunciato 13. Se $f'(x_0) = 0$ ed $f''(x_0) < 0$, allora x_0 è un punto di massimo locale. 13.V

Enunciato 14. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}} = \arccos(x) + c$ 14.V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 11

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

- Enunciato 1.** *L'insieme dei numeri complessi \mathbb{C} è ordinato e completo.* 1.F
- Enunciato 2.** *L'immagine di $Y \subseteq B$ tramite una funzione $f: A \rightarrow B$ è dato da* 2.F

$$f^{-1}(Y) = \{x \in A : \exists y \in Y \text{ t.c. } y = f(x)\} = \{x \in A : f(x) \in Y\}.$$
- Enunciato 3.** $\{x \in \mathbb{R} : |x| < a\} = (-\infty, -a) \cup (a, +\infty)$ 3.F
- Enunciato 4.** $\sin(x + \pi) = -\sin(x)$ 4.V
- Enunciato 5.** $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ 5.V
- Enunciato 6.** *Se $z \in \mathbb{C}$, allora* $\Re(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}.$ 6.V
- Enunciato 7.** *Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty$ se* 7.F

$$\forall M > 0 \exists \delta = \delta(M) > 0 \text{ t.c. } f(x) > M \forall x \in (x_0 - \delta, x_0).$$
- Enunciato 8.** *La funzione tangente è continua nel suo dominio di definizione.* 8.V
- Enunciato 9.** *Ogni successione numerica divergente è limitata.* 9.F
- Enunciato 10.** *Se $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge, allora $a_n \downarrow 0$.* 10.F
- Enunciato 11.** *Se $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$ e $\lim_{x \rightarrow b} f(x) = -\infty$, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f(x_0) = 0$.* 11.V
- Enunciato 12.** $\frac{d}{dx} \arccos(x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ 12.V
- Enunciato 13.** *Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed ha in $x_0 \in (a, b)$ un punto di minimo, allora $f'(x_0) = 0$.* 13.V
- Enunciato 14.** $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arccos(x) + c$ 14.F

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 12

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: −0.1. Risposta errata: −0.2.

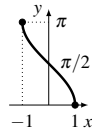
Enunciato 1. Per il principio di induzione si ha che 1.V
 $\left. \begin{array}{l} \bullet P(1) \text{ e } P(2) \text{ sono vere} \\ \bullet \text{ se } P(n) \text{ e } P(n+1) \text{ sono vere, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \implies \text{allora } P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N}.$

Enunciato 2. $f: A \rightarrow B$ è strettamente crescente se per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha 2.F
 $x_1 < x_2 \implies f(x_1) > f(x_2).$

Enunciato 3. L'estremo inferiore di un insieme è il più grande dei minoranti. 3.V

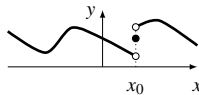
Enunciato 4. La somma degli angoli interni di un quadrilatero è 2π . 4.V

Enunciato 5. Quello riportato di seguito è il grafico di $f(x) = \arccos(x)$. 5.V



Enunciato 6. Se $z \in \mathbb{C}$, allora $\Im m(z) = \frac{z - \bar{z}}{2i}$. 6.V

Enunciato 7. Se quello riportato di seguito è il grafico della funzione f allora $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0)$. 7.F



Enunciato 8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = \frac{1}{2}$ 8.F

Enunciato 9. $\{a_n\}_n$ converge se e solo se $\forall \varepsilon > 0 \exists N = N(\varepsilon) \in \mathbb{N} \text{ t.c. } |a_n - a_m| < \varepsilon \forall n, m > N$. 9.V

Enunciato 10. Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge, allora anche $\{a_n\}_n$ converge. 10.V

Enunciato 11. Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora essa ammette massimo e minimo assoluti. 11.V

Enunciato 12. Tutte le funzioni derivabili sono continue. 12.V

Enunciato 13. Se $f'(x_0) = 0$ ed $f''(x_0) < 0$, allora x_0 è un punto di massimo locale. 13.V

Enunciato 14. $\int \sin(x) dx = -\cos(x) + c$ 14.V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 13

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

Enunciato 1. Per il principio di induzione si ha che 1.F
 $\left. \begin{array}{l} \bullet P(1) \text{ è vera} \\ \bullet \text{ se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \implies \text{allora } P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ pari}.$

Enunciato 2. La controimmagine di $Y \subseteq B$ tramite una funzione $f: A \rightarrow B$ è dato da 2.F
 $f(X) = \{y \in B : \exists x \in X \text{ t.c. } y = f(x)\} = \{f(x) : x \in X\}.$

Enunciato 3. L'estremo inferiore di un insieme è il più piccolo dei minoranti. 3.F

Enunciato 4. $\sin(x + \pi) = \sin(x)$ 4.F

Enunciato 5. $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ 5.V

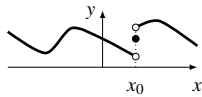
Enunciato 6. Sia $w = r(\cos(\varphi) + i\sin(\varphi))$ un numero complesso in forma trigonometrica ed $n \in \mathbb{N}$, allora l'equazione nell'incognita z 6.V

$$z^n = w$$

ha per soluzioni

$$z_k = \sqrt[n]{r} \left(\cos\left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2\pi}{n}k\right) + i\sin\left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2\pi}{n}k\right) \right), \quad k \in \{0, 1, \dots, n-1\}.$$

Enunciato 7. Se quello riportato di seguito è il grafico della funzione f allora $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = f(x_0)$. 7.F



Enunciato 8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[a]{1+x}-1}{x} = 1 \quad \forall a > 0$ 8.F

Enunciato 9. Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L > 1$ allora $a_n \downarrow 0$. 9.F

Enunciato 10. Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge. 10.V

Enunciato 11. Se $f: [a, b] \rightarrow [a, b]$ è invertibile, allora f è continua in $[a, b]$. 11.F

Enunciato 12. $(f^{-1})'(y) = -\frac{f'(f^{-1}(y))}{f^{-1}(y)^2}$ 12.F

Enunciato 13. Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed ha in $x_0 \in [a, b]$ un punto di minimo, allora $f'(x_0) = 0$. 13.F

Enunciato 14. $\int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}} = \arctan(x) + c$ 14.F

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 14

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

- Enunciato 1.** Se $a, b, c \in \mathbb{R}$ sono tali che $a \cdot b = b \cdot c$, allora $a = c$. 1.F
- Enunciato 2.** $f(x) = x^2$ è monotona nel suo dominio di definizione. 2.F
- Enunciato 3.** $\sqrt{p(x)} \geq \sqrt{q(x)} \iff \begin{cases} q(x) \geq 0 \\ p(x) \geq q(x) \end{cases}$. 3.V
- Enunciato 4.** $\cos(x + \pi) = -\cos(x)$ 4.V
- Enunciato 5.** $\tan(-x) = -\tan(x)$ 5.V
- Enunciato 6.** $e^{i\pi} + 1 = 0$ 6.V
- Enunciato 7.** $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ se $\exists \varepsilon > 0$ t.c. $\forall \delta = \delta(\varepsilon) > 0 \exists x \in D$ con $0 < |x - x_0| < \delta$ t.c. $|f(x) - L| > \varepsilon$. 7.F
- Enunciato 8.** $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[a]{1+x} - 1}{x} = \frac{1}{a} \forall a > 0$ 8.V
- Enunciato 9.** Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L > 1$ allora $a_n \downarrow 0$. 9.F
- Enunciato 10.** Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora nulla si può dire della convergenza di $\sum_{n \geq 1} b_n$. 10.F
- Enunciato 11.** Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è una funzione strettamente crescente, allora $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \sup\{f(x) : x \in \mathbb{R}\}$. 11.V
- Enunciato 12.** $\frac{d}{dx} \arctan(x) = \frac{1}{\cos(x)^2}$ 12.F
- Enunciato 13.** Per la regola di De L'Hôpital si ha che $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + 2\cos(x)}{x^2 + \sin(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - 2\sin(x)}{2x + \cos(x)} = 0$ 13.V
- Enunciato 14.** $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - 1}} = \arccos(x) + c$ 14.V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 15

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

Enunciato 1. *L'insieme dei numeri razionali \mathbb{Q} è un campo.* 1.V

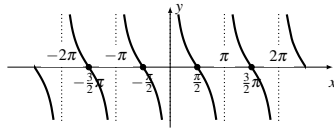
Enunciato 2. *Se $f: A \rightarrow B$ è una funzione periodica, allora è una funzione trigonometrica.* 2.F

Enunciato 3. $\{x \in \mathbb{R} : |x| < a\} = (-a, a)$ 3.V

Enunciato 4. *Ciascun angolo di un triangolo equilatero misura $\pi/3$.* 4.V



Enunciato 5. *Quello riportato di seguito è il grafico di $f(x) = \cot(x)$.* 5.V



Enunciato 6. *Se $z \in \mathbb{C}$ ed $n \in \mathbb{N}$, allora $\overline{n \cdot z} = n \cdot \bar{z}$* 6.V

Enunciato 7. *Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty$ se*
 $\forall M > 0 \exists \delta = \delta(M) > 0$ t.c. $f(x) > M \forall x \in (x_0 - \delta, x_0)$. 7.F

Enunciato 8. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = 1$ 8.F

Enunciato 9. *Se esiste $\{x_n\}_n \subset \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ convergente ad x_0 tale che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = L$, allora $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$.* 9.F

Enunciato 10. *Se $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge.* 10.F

Enunciato 11. *Se $f: [a, b] \rightarrow [a, b]$ è invertibile, allora f è continua in $[a, b]$.* 11.F

Enunciato 12. *Tutte le funzioni derivabili sono continue.* 12.V

Enunciato 13. *Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed $x_0 \in (a, b)$ è tale che $f'(x_0) = 0$, allora x_0 è un punto di massimo o di minimo.* 13.F

Enunciato 14. $\int \cos(x) dx = \sin(x) + c$ 14.V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

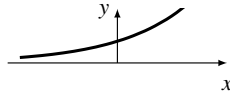
Compito 16

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

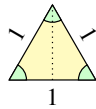
Enunciato 1. *L'insieme dei numeri complessi \mathbb{C} è ordinato e completo.* 1.F

Enunciato 2. *Quello riportato di seguito è il grafico di $f(x) = a^x$ con $a \in (0, 1)$.* 2.F

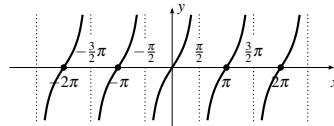


Enunciato 3. *Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$ con $a > 0$. Se $\Delta = b^2 - 4ac > 0$, allora* 3.F
 $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c > 0\} = (x_1, x_2)$,
dove $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ e $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$.

Enunciato 4. *L'altezza di un triangolo equilatero di lato unitario misura $\sqrt{3}/2$.* 4.V



Enunciato 5. *Quello riportato di seguito è il grafico di $f(x) = \cot(x)$.* 5.F



Enunciato 6. $\overline{1} = 1$ 6.V

Enunciato 7. *Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty$ se* 7.F
 $\exists M > 0$ t.c. $\forall \delta = \delta(M) > 0 \exists x \in (x_0 - \delta, x_0)$ t.c. $f(x) < M$.

Enunciato 8. *La funzione tangente è continua nel suo dominio di definizione.* 8.V

Enunciato 9. *Se $a_n = f(n)$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$, allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.* 9.V

Enunciato 10. *Se $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge, allora $a_n \downarrow 0$.* 10.F

Enunciato 11. *Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora essa ammette massimo e minimo assoluti.* 11.V

Enunciato 12. $(f^{-1})'(y) = -\frac{f'(f^{-1}(y))}{f^{-1}(y)^2}$ 12.F

Enunciato 13. *Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed ha in $x_0 \in (a, b)$ un punto di massimo, allora $f'(x_0) = 0$.* 13.V

Enunciato 14. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arccos(x) + c$ 14.F

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 17

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

- Enunciato 1.** Se $a, b, c \in \mathbb{R}$ sono tali che $a + b = b + c$, allora $a = c$. 1.V
- Enunciato 2.** $f: A \rightarrow B$ è strettamente decrescente se per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha $x_1 < x_2 \implies f(x_1) < f(x_2)$. 2.F
- Enunciato 3.** $\{x \in \mathbb{R} : |x| < a\} = (-\infty, -a) \cup (a, +\infty)$ 3.F
- Enunciato 4.** $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$ 4.F
- Enunciato 5.** $\sin(x - y) = \cos(x)\cos(y) + \sin(x)\sin(y)$ 5.F
- Enunciato 6.** $e^{i\pi} + 1 = 0$ 6.V
- Enunciato 7.** Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty$ se $\exists M > 0$ t.c. $\forall \delta = \delta(M) > 0 \exists x \in (x_0, x_0 + \delta)$ t.c. $f(x) > -M$. 7.F
- Enunciato 8.** Se $f(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ e $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a \in \mathbb{R}$, allora $a > 0$. 8.F
- Enunciato 9.** Se esiste $\{x_n\}_n$ convergente ad x_0 tale che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = f(x_0)$, allora f è continua in x_0 . 9.F
- Enunciato 10.** Se $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge, allora $a_n \downarrow 0$. 10.F
- Enunciato 11.** Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora l'immagine di un intervallo chiuso è un intervallo chiuso. 11.V
- Enunciato 12.** Tutte le funzioni integrabili sono derivabili. 12.F
- Enunciato 13.** Il polinomio di Taylor è un polinomio. 13.V
- Enunciato 14.** Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è integrabile, allora esiste $c \in [a, b]$ tale che $\int_a^b f(x) dx = (b - a)f(c)$. 14.F

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

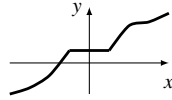
Compito 18

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: −0.1. Risposta errata: −0.2.

Enunciato 1. *L'insieme dei numeri naturali \mathbb{N} è ordinato e completo.* 1.F

Enunciato 2. *Quello riportato di seguito è il grafico di una funzione strettamente crescente.* 2.F



Enunciato 3. *L'estremo superiore di un insieme è il più piccolo dei maggioranti.* 3.V

Enunciato 4. $\sin(x + 2\pi) = \sin(x)$ 4.V

Enunciato 5. $\nexists \cot(0)$ 5.V

Enunciato 6. *Se $z = \rho(\cos(\theta) + i\sin(\theta))$ e $w = r(\cos(\varphi) + i\sin(\varphi))$ sono due numeri complessi in forma trigonometrica, allora* 6.V

$$z \cdot w = \rho r(\cos(\theta + \varphi) + i\sin(\theta + \varphi)).$$

Enunciato 7. *Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ se* 7.F
 $\exists M > 0$ t.c. $\forall X = X(M) > 0 \exists x \in D$ con $x > X$ t.c. $f(x) < -M$.

Enunciato 8. *Se $f(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ e $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a \in \mathbb{R}$, allora $a \geq 0$.* 8.V

Enunciato 9. *Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{a_n} = L < 1$ allora $a_n \downarrow 0$.* 9.V

Enunciato 10. $\sum_{p \geq 1} a_p$ converge se e solo se $\forall \varepsilon > 0 \exists N = N(\varepsilon) \in \mathbb{N}$ t.c. $\left| \sum_{p=m+1}^n a_p \right| < \varepsilon \forall n > m > N$. 10.V

Enunciato 11. *Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora $f([a, b]) = [f(a), f(b)]$.* 11.F

Enunciato 12. $\frac{d}{dx} \arctan(x) = \frac{1}{1+x^2}$ 12.V

Enunciato 13. *La differenza di funzioni convesse è una funzione convessa.* 13.F

Enunciato 14. $\int f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) - \int f'(x) g(x) dx$ 14.V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

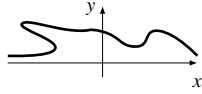
Compito 19

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

Enunciato 1. *L'insieme dei numeri complessi \mathbb{C} è totalmente ordinato.* 1.F

Enunciato 2. *Quello riportato di seguito è il grafico di una funzione.* 2.F



Enunciato 3. *Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$ con $a > 0$. Se $\Delta = b^2 - 4ac > 0$, allora* 3.V

$$\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c > 0\} = (-\infty, x_1) \cup (x_2, +\infty),$$

dove $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ e $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$.

Enunciato 4. $\sin(x + 2\pi) = \sin(x)$ 4.V

Enunciato 5. $\cos(x + y) = \cos(x) \sin(y) + \sin(x) \cos(y)$ 5.F

Enunciato 6. *Se $z, w \in \mathbb{C}$, allora $\overline{z \cdot w} = \overline{z} \cdot \overline{w}$.* 6.F

Enunciato 7. *Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L$ se* 7.V

$$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0 \text{ t.c. } |f(x) - L| < \varepsilon \forall x \in (x_0, x_0 + \delta).$$

Enunciato 8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$ 8.V

Enunciato 9. *Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L < 1$ allora $a_n \downarrow 0$.* 9.V

Enunciato 10. $\sum_{p \geq 1} a_p$ converge se e solo se $\exists \varepsilon > 0$ t.c. $\forall N = N(\varepsilon) \in \mathbb{N} \exists n > m > N$ t.c. $\left| \sum_{p=m+1}^n a_p \right| < \varepsilon$. 10.F

Enunciato 11. *Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è monotona ed $f([a, b])$ è un intervallo, allora f è continua in $[a, b]$.* 11.V

Enunciato 12. $\frac{d}{dx} \cos(x) = \sin(x)$ 12.F

Enunciato 13. *Se $f'(x_0) = 0$ ed $f''(x_0) < 0$, allora x_0 è un punto di minimo locale.* 13.F

Enunciato 14. $\int \frac{dx}{1+x^2} = \arctan(x) + c$ 14.V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

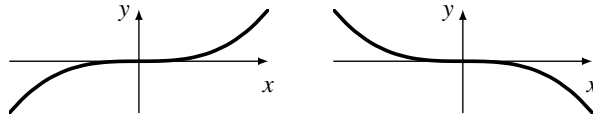
Compito 20

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

Enunciato 1. *L'insieme dei numeri complessi \mathbb{C} è un campo.* 1.V

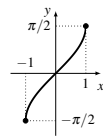
Enunciato 2. *Se quello riportato a sinistra è il grafico di $f(x)$, allora quello a destra è il grafico di $|f(x)|$.* 2.F



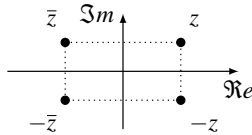
Enunciato 3. *L'estremo inferiore di un insieme è il più piccolo dei minoranti.* 3.F

Enunciato 4. $\sin(-x) = -\sin(x)$ 4.V

Enunciato 5. *Quello riportato di seguito è il grafico di $f(x) = \arcsin(x)$.* 5.V



Enunciato 6. 6.F



Enunciato 7. *Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$ se $\exists \varepsilon > 0$ t.c. $\forall X = X(\varepsilon) > 0 \exists x \in D$ con $x > X$ t.c. $|f(x) - L| > \varepsilon$.* 7.F

Enunciato 8. *Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L \in \mathbb{R}$ se $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0$ t.c. $|f(x) - L| < \varepsilon \forall x \in (x_0, x_0 + \delta)$.* 8.F

Enunciato 9. *Se $\{a_n\}_n$ e $\{c_n\}_n$ convergono ad L e $a_n \leq b_n \leq c_n$, allora anche $\{b_n\}_n$ converge ad L .* 9.V

Enunciato 10. $\sum_{p \geq 1} a_p$ converge se e solo se $\forall \varepsilon > 0 \exists N = N(\varepsilon) \in \mathbb{N}$ t.c. $\left| \sum_{p=m+1}^n a_p \right| < \varepsilon \forall n > m > N$. 10.V

Enunciato 11. *Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora l'immagine di un intervallo aperto è un intervallo aperto.* 11.F

Enunciato 12. $\frac{d}{dx} \ln(|x|) = \frac{1}{|x|}$ per ogni $x \neq 0$ 12.F

Enunciato 13. *Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile n volte in x_0 e $P: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è il suo polinomio di Taylor di ordine n in x_0 , allora $P(x_0) = f(x_0)$.* 13.V

Enunciato 14. $\int \cos(x) dx = -\sin(x) + c$ 14.F

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 21

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

Enunciato 1. Se $a, b, c \in \mathbb{R}$ sono tali che $a \cdot b = b \cdot c$, allora $a = c$. 1.F

Enunciato 2. Se f è invertibile e crescente, allora f^{-1} è strettamente crescente. 2.V

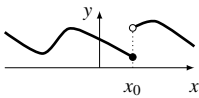
Enunciato 3. $\{x \in \mathbb{R} : |x| < a\} = (-\infty, -a) \cup (a, +\infty)$ 3.F

Enunciato 4. $\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 4.V

Enunciato 5. $\cot\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$ 5.V

Enunciato 6. Se $z \in \mathbb{C}$, allora $\overline{z^n} = -(\overline{z})^n$. 6.F

Enunciato 7. Se quello riportato di seguito è il grafico della funzione f allora $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = f(x_0)$. 7.F



Enunciato 8. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[x]{a^x + b^x} = \max\{a, b\} \quad \forall a, b > 0$ 8.V

Enunciato 9. Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L < 1$ allora $a_n \downarrow 0$. 9.V

Enunciato 10. Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge. 10.V

Enunciato 11. Se $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora essa ammette massimo e minimo assoluti. 11.F

Enunciato 12. $\frac{d}{dx} \ln(|x|) = \frac{1}{x}$ per ogni $x \neq 0$ 12.V

Enunciato 13. Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile n volte in x_0 e $P: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è il suo polinomio di Taylor di ordine n in x_0 , allora $P(x_0) = f(x_0)$. 13.V

Enunciato 14. $\int \frac{dx}{1+x^2} = \arctan(x) + c$ 14.V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

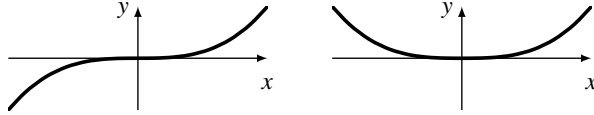
Compito 22

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

Enunciato 1. *L'insieme dei numeri razionali \mathbb{Q} è ordinato e completo.* 1.F

Enunciato 2. *Se quello riportato a sinistra è il grafico di $f(x)$, allora quello a destra è il grafico di $-f(x)$.* 2.F



Enunciato 3. $\sqrt{p(x)} \geq \sqrt{q(x)} \iff \begin{cases} q(x) \geq 0 \\ p(x) \geq q(x) \end{cases}$ 3.V

Enunciato 4. $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 4.V

Enunciato 5. $\tan\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \tan(x)$ 5.F

Enunciato 6. *Se $z \in \mathbb{C}$, allora $\Re(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$.* 6.V

Enunciato 7. *Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty$ se $\forall M > 0 \exists \delta = \delta(M) > 0$ t.c. $f(x) < -M \forall x \in (x_0 - \delta, x_0)$.* 7.V

Enunciato 8. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^a \log_b(x) = 1 \forall a, b > 0$ 8.F

Enunciato 9. *Se tutte le sottosuccessioni di $\{a_n\}_n$ convergono ad L , allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.* 9.V

Enunciato 10. *Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge.* 10.V

Enunciato 11. *Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è crescente, allora $f([a, b]) = [f(a), f(b)]$.* 11.V

Enunciato 12. $\frac{d}{dx} \sin(x) = \cos(x)$ 12.V

Enunciato 13. *Se $f'(x_0) = 0$ ed $f''(x_0) < 0$, allora x_0 è un punto di massimo locale.* 13.V

Enunciato 14. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}} = \arccos(x) + c$ 14.V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 23

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

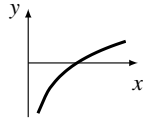
Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

Enunciato 1. Se $a \in \mathbb{R}$ è tale che $a \cdot 0 = 0$, allora $a \neq 0$.

1.F

Enunciato 2. Quello riportato di seguito è il grafico di $f(x) = \log_a(x)$ con $a \in (0, 1)$.

2.F



Enunciato 3. $\{x \in \mathbb{R} : |x| > a\} = (-\infty, -a) \cup (a, +\infty)$

3.V

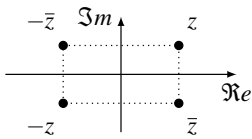
Enunciato 4. $\cos(x + \pi) = -\cos(x)$

4.V

Enunciato 5. $\tan\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \tan(x)$

5.F

Enunciato 6.



6.V

Enunciato 7. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty$ se

7.F

$\exists M > 0$ t.c. $\forall \delta = \delta(M) > 0 \exists x \in (x_0, x_0 + \delta)$ t.c. $f(x) > -M$.

Enunciato 8. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^a \log_b(x) = 0 \forall a, b > 0$

8.V

Enunciato 9. Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{a_n} = L < 1$ allora $a_n \downarrow 0$.

9.V

Enunciato 10. Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge.

10.V

Enunciato 11. Se $f: [a, b] \rightarrow [a, b]$ è invertibile, allora f è continua in $[a, b]$.

11.F

Enunciato 12. $\frac{d}{dx} \sin(x) = \cos(x)$

12.V

Enunciato 13. Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed $x_0 \in (a, b)$ è tale che $f'(x_0) = 0$, allora x_0 è un punto di massimo o di minimo.

13.F

Enunciato 14. Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua ed F è una sua primitiva, allora $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$.

14.V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 24

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

Enunciato 1. L' insieme dei numeri interi \mathbb{Z} è totalmente ordinato. 1.V

Enunciato 2. $f: A \rightarrow B$ è strettamente crescente se per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha 2.V

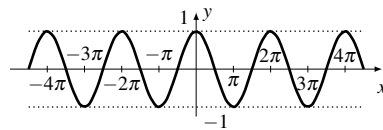
$$x_1 < x_2 \implies f(x_1) < f(x_2).$$

Enunciato 3. Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$ con $a > 0$. Se $\Delta = b^2 - 4ac > 0$, allora 3.F

$$\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c > 0\} = (x_1, x_2),$$

dove $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ e $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$.

Enunciato 4. Quello riportato di seguito è il grafico di $f(x) = \cos(x)$. 4.V



Enunciato 5. $\sin(x - y) = \sin(x) \cos(y) - \cos(x) \sin(y)$ 5.V

Enunciato 6. Se $z \in \mathbb{C}$, allora $z \in \mathbb{R} \iff z = \bar{z}$. 6.V

Enunciato 7. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty$ se 7.F

$$\exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta = \delta(M) > 0 \exists x \in (x_0, x_0 + \delta) \text{ t.c. } f(x) > -M.$$

Enunciato 8. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L \in \mathbb{R}$ se 8.V

$$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0 \text{ t.c. } |f(x) - L| < \varepsilon \forall x \in (x_0, x_0 + \delta).$$

Enunciato 9. Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{a_n} = L < 1$ allora $a_n \downarrow 0$. 9.V

Enunciato 10. $\sum_{n \geq 1} (-1)^n = -\frac{1}{2}$ 10.F

Enunciato 11. Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è tale che $f([a, b])$ è un intervallo, allora f è continua in $[a, b]$. 11.F

Enunciato 12. $\frac{d}{dx} \tan(x) = \frac{1}{1+x^2}$ 12.F

Enunciato 13. Per la regola di De L'Hôpital si ha che 13.F

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + \sin(x)}{x + 2 \cos(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + \cos(x)}{1 - 2 \sin(x)} = +\infty$$

Enunciato 14. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin(x) + c$ 14.V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 25

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

Enunciato 1. *L'insieme dei numeri complessi \mathbb{C} è totalmente ordinato.* 1.F

Enunciato 2. *Se $n \in \mathbb{N}$ è pari allora $f(x) = x^n$ è una funzione pari nel suo dominio di definizione.* 2.V

Enunciato 3. $\{x \in \mathbb{R} : |x| > a\} = (-\infty, -a) \cup (a, +\infty)$ 3.V

Enunciato 4. *Ciascun angolo di un quadrato misura $\pi/3$.* 4.F



Enunciato 5. $\cot\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$ 5.V

Enunciato 6. *Se $z \in \mathbb{C}$, allora $\overline{z^n} = (\overline{z})^n$.* 6.V

Enunciato 7. *Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ se $\exists M > 0$ t.c. $\forall X = X(M) > 0 \exists x \in D$ con $x > X$ t.c. $f(x) > M$.* 7.F

Enunciato 8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[a]{1+x} - 1}{x} = 1 \quad \forall a > 0$ 8.F

Enunciato 9. *Se per ogni $\{x_n\}_n$ convergente ad x_0 si ha che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = f(x_0)$, allora f è continua in x_0 .* 9.V

Enunciato 10. *Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 0$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge.* 10.F

Enunciato 11. *Se $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$ e $\lim_{x \rightarrow b} f(x) = +\infty$, allora $f(x) \geq 0$ per ogni $x \in (a, b)$.* 11.F

Enunciato 12. $(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(f^{-1}(y))}$ 12.V

Enunciato 13. *Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed ha in $x_0 \in (a, b)$ un punto di massimo, allora $f'(x_0) = 0$.* 13.V

Enunciato 14. $\int f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) - \int f'(x) g(x) dx$ 14.V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 26

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

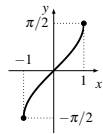
Enunciato 1. Per il principio di induzione si ha che 1.V
 $\left. \begin{array}{l} \bullet P(1) \text{ è vera} \\ \bullet \text{ se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \implies P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ dispari}.$

Enunciato 2. $f: A \rightarrow B$ è strettamente monotona se non è né strettamente crescente, né strettamente decrescente. 2.F

Enunciato 3. $\{x \in \mathbb{R} : |x| < a\} = (-\infty, -a) \cup (a, +\infty)$ 3.F

Enunciato 4. $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ 4.F

Enunciato 5. Quello riportato di seguito è il grafico di $f(x) = \arccos(x)$. 5.F



Enunciato 6. La moltiplicazione tra numeri complessi è un'operazione binaria commutativa. 6.V

Enunciato 7. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$ se 7.F
 $\exists M > 0$ t.c. $\forall \delta = \delta(M) > 0 \exists x \in D$ con $0 < |x - x_0| < \delta$ t.c. $f(x) > -M$.

Enunciato 8. La funzione tangente non è continua nel suo dominio di definizione. 8.F

Enunciato 9. $\{a_n\}_n$ converge se e solo se $\forall \varepsilon > 0 \exists N = N(\varepsilon) \in \mathbb{N}$ t.c. $|a_n - a_m| < \varepsilon \forall n, m > N$. 9.V

Enunciato 10. Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 0$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge. 10.V

Enunciato 11. Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è crescente, allora $f([a, b]) = [f(a), f(b)]$. 11.V

Enunciato 12. $\frac{d}{dx} \tan(x) = \frac{1}{\cos(x)^2}$ 12.V

Enunciato 13. Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed ha in $x_0 \in (a, b)$ un punto di massimo, allora $f'(x_0) = 0$. 13.V

Enunciato 14. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arccos(x) + c$ 14.F

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

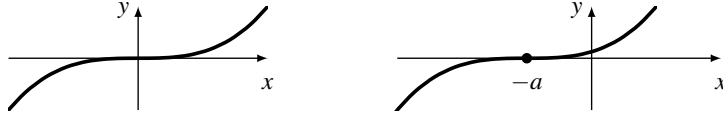
Compito 27

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

Enunciato 1. Se $a, b, c \in \mathbb{R}$ sono tali che $a \cdot b = b \cdot c$, allora $a = c$. 1.F

Enunciato 2. Se quello riportato a sinistra è il grafico di $f(x)$, allora quello a destra è il grafico di $f(x+a)$. 2.V



Enunciato 3. L'estremo superiore di un insieme è il più grande dei maggioranti. 3.F

Enunciato 4.  4.V

Enunciato 5. $\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$ 5.V

Enunciato 6. Se $z \in \mathbb{C}$, allora $z \in \mathbb{R} \iff z = \bar{z}$. 6.V

Enunciato 7. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ se $\forall M > 0 \exists X = X(M) > 0$ t.c. $f(x) < -M \forall x \in D$ con $x > X$. 7.V

Enunciato 8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x^2} = \frac{1}{2}$ 8.V

Enunciato 9. Se $\{a_n\}_n$ e $\{c_n\}_n$ convergono ad L e $a_n \leq b_n \leq c_n$, allora anche $\{b_n\}_n$ converge ad L . 9.V

Enunciato 10. Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge. 10.V

Enunciato 11. Se $f: (a, b) \rightarrow [a, b]$ è continua ed invertibile, allora anche $f^{-1}: [a, b] \rightarrow (a, b)$ è continua. 11.V

Enunciato 12. $\frac{d}{dx} \arctan(x) = \frac{1}{\cos(x)^2}$ 12.F

Enunciato 13. Il polinomio di Taylor è un polinomio. 13.V

Enunciato 14. $\int \sin(x) dx = \cos(x) + c$ 14.F

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

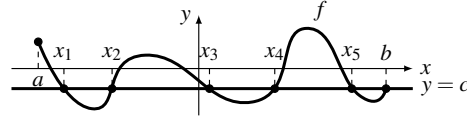
Compito 28

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

Enunciato 1. *L'insieme dei numeri naturali \mathbb{N} è ordinato e completo.* 1.F

Enunciato 2. *Se il grafico di $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ e la retta $y = c$ sono come in figura, allora*
 $\{x \in [a, b] : f(x) \leq c\} = [x_1, x_2] \cup [x_3, x_4] \cup [x_5, b].$ 2.V



Enunciato 3. $\{x \in \mathbb{R} : |x| > a\} = (-a, a)$ 3.F

Enunciato 4. $\sin(-x) = -\sin(x)$ 4.V

Enunciato 5. $\cos(2x) = 1 - 2\sin(x)^2$ 5.V

Enunciato 6. *Se $z \in \mathbb{C}$ ed $n \in \mathbb{N}$, allora $\overline{n \cdot z} = n/\bar{z}$.* 6.F

Enunciato 7. *Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty$ se*
 $\exists M > 0$ t.c. $\forall \delta = \delta(M) > 0 \exists x \in (x_0 - \delta, x_0)$ t.c. $f(x) > -M$. 7.F

Enunciato 8. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = 1$ 8.V

Enunciato 9. *Se per ogni $\{x_n\}_n \subset \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ convergente ad x_0 si ha che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = L$, allora $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$.* 9.V

Enunciato 10. *Se $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge, allora $a_n \downarrow 0$.* 10.F

Enunciato 11. *Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è monotona ed $f([a, b])$ è un intervallo, allora f è continua in $[a, b]$.* 11.V

Enunciato 12. $f'(x_0) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(x_0+t) - f(x_0)}{t}$ 12.V

Enunciato 13. *Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed $f(a) = f(b)$, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f'(x_0) = 0$.* 13.V

Enunciato 14. $\int f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) - \int f'(x) g(x) dx$ 14.V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 29

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

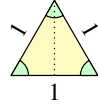
Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: −0.1. Risposta errata: −0.2.

Enunciato 1. *L'insieme dei numeri reali \mathbb{R} è ordinato e completo.* 1.V

Enunciato 2. *$f: A \rightarrow B$ è monotona se è crescente o decrescente.* 2.V

Enunciato 3. *L'estremo superiore di un insieme è il più piccolo dei maggioranti.* 3.V

Enunciato 4. *L'altezza di un triangolo equilatero di lato unitario misura $\sqrt{2}$.* 4.F



Enunciato 5. $\cot\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$ 5.F

Enunciato 6. *Se $z \in \mathbb{C}$, allora $\overline{\overline{z}} = -z$.* 6.F

Enunciato 7. *Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$ se $\forall \varepsilon > 0 \exists X = X(\varepsilon) > 0$ t.c. $|f(x) - L| < \varepsilon \forall x \in D$ con $x > X$.* 7.V

Enunciato 8. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$ 8.V

Enunciato 9. *Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L < 1$ allora $a_n \downarrow 0$.* 9.V

Enunciato 10. *Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge, allora anche $\{a_n\}_n$ converge.* 10.V

Enunciato 11. *Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è crescente, allora $f([a, b]) = [f(a), f(b)]$.* 11.V

Enunciato 12. *Tutte le funzioni derivabili sono integrabili.* 12.V

Enunciato 13. *La differenza di funzioni concave è una funzione concava.* 13.F

Enunciato 14. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}} = \arcsin(x) + c$ 14.F

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 30

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: −0.1. Risposta errata: −0.2.

- Enunciato 1.** *L'insieme dei numeri naturali \mathbb{N} è un campo.* 1.F
- Enunciato 2.** *La controimmagine di $Y \subseteq B$ tramite una funzione $f: A \rightarrow B$ è dato da*

$$f^{-1}(Y) = \{x \in A : \exists y \in Y \text{ t.c. } y = f(x)\} = \{x \in A : f(x) \in Y\}.$$
 2.V
- Enunciato 3.** $\{x \in \mathbb{R} : |x| > a\} = (-\infty, -a) \cup (a, +\infty)$ 3.V
- Enunciato 4.** *L'arco di una circonferenza di raggio r e corrispondente a α radianti misura $\alpha\pi$.* 4.F
- Enunciato 5.** $\tan(x + \pi) = \tan(x)$ 5.V
- Enunciato 6.** *Se $z \in \mathbb{C}$, allora $\overline{(\bar{z})} = -z$.* 6.F
- Enunciato 7.** *Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L$ se*

$$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0 \text{ t.c. } |f(x) - L| < \varepsilon \forall x \in (x_0, x_0 + \delta).$$
 7.V
- Enunciato 8.** $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$ 8.V
- Enunciato 9.** *Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L < 1$ allora $a_n \downarrow 0$.* 9.V
- Enunciato 10.** *Se $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge.* 10.F
- Enunciato 11.** *Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è tale che $f([a, b])$ è un intervallo, allora f è continua in $[a, b]$.* 11.F
- Enunciato 12.** *Tutte le funzioni derivabili sono continue.* 12.V
- Enunciato 13.** *Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua ed $f(a) = f(b)$, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f'(x_0) = 0$.* 13.F
- Enunciato 14.** $\int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}} = \arctan(x) + c$ 14.F

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

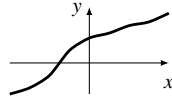
Compito 31

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

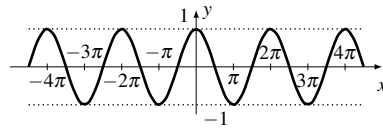
Enunciato 1. Se $a, b, c \in \mathbb{R}$ sono tali che $a \cdot b = b \cdot c$, allora $a = c$. 1.F

Enunciato 2. Quello riportato di seguito è il grafico di una funzione strettamente crescente. 2.V



Enunciato 3. $\sqrt{p(x)} \geq \sqrt{q(x)} \iff \begin{cases} q(x) \geq 0 \\ p(x) \geq q(x) \end{cases}$. 3.V

Enunciato 4. Quello riportato di seguito è il grafico di $f(x) = \cos(x)$. 4.V



Enunciato 5. $\sin(2x) = 2 \sin(x) \cos(x)$ 5.V

Enunciato 6. Se $z \in \mathbb{C}$, allora $\overline{\overline{z}} = -z$. 6.F

Enunciato 7. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ se $\forall M > 0 \exists \delta = \delta(M) > 0$ t.c. $f(x) > M \forall x \in D$ con $0 < |x - x_0| < \delta$. 7.V

Enunciato 8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = \frac{1}{2}$ 8.F

Enunciato 9. Tutte le successioni numeriche monotone sono regolari. 9.V

Enunciato 10. Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = +\infty$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge. 10.F

Enunciato 11. Se $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$ e $\lim_{x \rightarrow b} f(x) = +\infty$, allora $f(x) \geq 0$ per ogni $x \in (a, b)$. 11.F

Enunciato 12. Tutte le funzioni integrabili sono derivabili. 12.F

Enunciato 13. Per la regola di De L'Hôpital si ha che 13.V

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + 2 \cos(x)}{x^2 + \sin(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - 2 \sin(x)}{2x + \cos(x)} = 0$$

Enunciato 14. $\int \sin(x) dx = \cos(x) + c$ 14.F

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

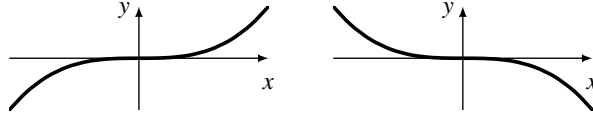
Compito 32

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

Enunciato 1. *L'insieme dei numeri interi \mathbb{Z} è totalmente ordinato.* 1.V

Enunciato 2. *Se quello riportato a sinistra è il grafico di $f(x)$, allora quello a destra è il grafico di $f(|x|)$.* 2.F



Enunciato 3. $\{x \in \mathbb{R} : |x| < a\} = (-\infty, -a) \cup (a, +\infty)$ 3.F

Enunciato 4. $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$ 4.V

Enunciato 5. $\cos(x+y) = \cos(x)\cos(y) - \sin(x)\sin(y)$ 5.V

Enunciato 6. *Sia $w = r(\cos(\varphi) + i\sin(\varphi))$ un numero complesso in forma trigonometrica ed $n \in \mathbb{N}$, allora l'equazione nell'incognita z* 6.V

$$z^n = w$$

ha per soluzioni

$$z_k = \sqrt[n]{r} \left(\cos\left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2\pi}{n}k\right) + i\sin\left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2\pi}{n}k\right) \right), \quad k \in \{0, 1, \dots, n-1\}.$$

Enunciato 7. *Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ se* 7.F

$$\exists M > 0 \text{ t.c. } \forall X = X(M) > 0 \exists x \in D \text{ con } x > X \text{ t.c. } f(x) < -M.$$

Enunciato 8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x)}{x} = 1$ 8.V

Enunciato 9. *Ogni successione numerica limitata ammette una sottosuccessione convergente.* 9.V

Enunciato 10. *La serie telescopiche convergono.* 10.F

Enunciato 11. *Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è monotona ed $f([a, b])$ è un intervallo, allora f è continua in $[a, b]$.* 11.V

Enunciato 12. *Le funzioni dispari non sono derivabili in $x = 0$.* 12.F

Enunciato 13. *Se $f'(x_0) = 0$ ed $f''(x_0) < 0$, allora x_0 è un punto di massimo locale.* 13.V

Enunciato 14. *Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora* 14.F

$$f(x) = \frac{d}{dx} \int_x^b f(x) dx.$$

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 33

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

Enunciato 1. *L'insieme dei numeri razionali \mathbb{Q} è un campo.* 1.V

Enunciato 2. *$f: A \rightarrow B$ è strettamente crescente se per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha*

$$x_1 < x_2 \implies f(x_1) > f(x_2).$$
 2.F

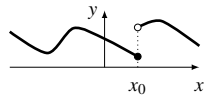
Enunciato 3. *L'estremo superiore di un insieme è il più grande dei maggioranti.* 3.F

Enunciato 4. $\cos(-x) = \cos(x)$ 4.V

Enunciato 5. $\cot(0) = 0$ 5.F

Enunciato 6. *L'equazione $x^2 + 1 = 0$ non ha soluzioni in \mathbb{R} .* 6.V

Enunciato 7. *Se quello riportato di seguito è il grafico della funzione f allora $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0)$.* 7.V



Enunciato 8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = \frac{1}{2}$ 8.F

Enunciato 9. *Se $\{a_n\}_n$ che $\{c_n\}_n$ sono convergenti e $a_n \leq b_n \leq c_n$, allora anche $\{b_n\}_n$ convergente.* 9.F

Enunciato 10. *Se $a_n \downarrow 0$, allora $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge.* 10.V

Enunciato 11. *Se $f: [a, b] \rightarrow [a, b]$ è invertibile, allora f è continua in $[a, b]$.* 11.F

Enunciato 12. $\frac{d}{dx} \arccos(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ 12.F

Enunciato 13. *Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed $f(a) = f(b)$, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f'(x_0) = 0$.* 13.V

Enunciato 14. *Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora*

$$f(x) = \frac{d}{dx} \int_x^b f(x) dx.$$
 14.F

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

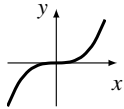
Compito 34

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

Enunciato 1. Se $a, b, c \in \mathbb{R}$ sono tali che $a + b = b + c$, allora $a = c$. 1.V

Enunciato 2. Quello riportato di seguito è il grafico di $f(x) = x^n$ con $n \in \mathbb{N}$ dispari. 2.V



Enunciato 3. $\{x \in \mathbb{R} : |x| > a\} = (-a, a)$ 3.F

Enunciato 4. $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 4.V

Enunciato 5. $\sin(x + y) = \cos(x) \cos(y) - \sin(x) \sin(y)$ 5.F

Enunciato 6. Se $z \in \mathbb{C}$, allora $z \in \mathbb{R} \iff z = \bar{z}$. 6.V

Enunciato 7. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty$ se
 $\forall M > 0 \exists \delta = \delta(M) > 0$ t.c. $f(x) > M \forall x \in (x_0 - \delta, x_0)$. 7.F

Enunciato 8. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$ 8.V

Enunciato 9. Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{a_n} = L < 1$ allora $a_n \downarrow 0$. 9.V

Enunciato 10. Se $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge. 10.F

Enunciato 11. Se $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$ e $\lim_{x \rightarrow b} f(x) = -\infty$, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f(x_0) = 0$. 11.V

Enunciato 12. La derivata di un polinomio è un polinomio. 12.V

Enunciato 13. Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed ha in $x_0 \in [a, b]$ un punto di massimo, allora $f'(x_0) = 0$. 13.F

Enunciato 14. $\int \frac{dx}{\cos(x)^2} = \tan(x) + c$ 14.V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 35

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

Enunciato 1. *L'insieme dei numeri reali \mathbb{R} è un campo.* 1.V

Enunciato 2. *Se $n \in \mathbb{N}$ è dispari allora $f(x) = x^n$ è una funzione dispari nel suo dominio di definizione.* 2.V

Enunciato 3. *L'estremo superiore di un insieme è il più piccolo dei maggioranti.* 3.V

Enunciato 4. *La diagonale di un quadrato di lato unitario misura $\sqrt{2}$.* 4.V



Enunciato 5. $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ 5.V

Enunciato 6. *Se $z \in \mathbb{C}$, allora $z \notin \mathbb{R}$.* 6.F

Enunciato 7. *Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty$ se*
 $\exists M > 0$ t.c. $\forall \delta = \delta(M) > 0 \exists x \in (x_0 - \delta, x_0)$ t.c. $f(x) > -M$. 7.F

Enunciato 8. *Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L \in \mathbb{R}$ se*
 $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0$ t.c. $|f(x) - L| < \varepsilon \forall x \in (x_0 - \delta, x_0)$. 8.F

Enunciato 9. *Tutte le successioni numeriche monotone sono convergenti.* 9.F

Enunciato 10. *Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora nulla si può dire della convergenza di $\sum_{n \geq 1} b_n$.* 10.F

Enunciato 11. *Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è una funzione strettamente crescente, allora $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.* 11.F

Enunciato 12. *Tutte le funzioni integrabili sono derivabili.* 12.F

Enunciato 13. *Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile n volte in x_0 e $P: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è il suo polinomio di Taylor di ordine n in x_0 , allora $P(x_0) = f(x_0)$.* 13.V

Enunciato 14. *Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è limitata, allora è integrabile secondo Riemann.* 14.F

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 36

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

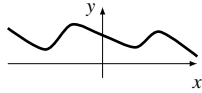
Enunciato 1. Per il principio di induzione si ha che

1.F

- $P(1)$ è vera
 - se $P(n)$ e $P(n+1)$ sono vere, allora anche $P(n+2)$ è vera
- $\} \implies$ allora $P(n)$ è vera per ogni $n \in \mathbb{N}$.

Enunciato 2. Quello riportato di seguito è il grafico di una funzione.

2.V



Enunciato 3. $\{x \in \mathbb{R} : |x| < a\} = (-\infty, -a) \cup (a, +\infty)$

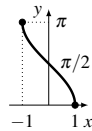
3.F

Enunciato 4. L'arco di una circonferenza di raggio r e corrispondente a α radianti misura $\alpha\pi$.

4.F

Enunciato 5. Quello riportato di seguito è il grafico di $f(x) = \arcsin(x)$.

5.F

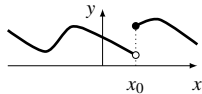


Enunciato 6. Se $z \in \mathbb{R}$, allora $z \notin \mathbb{C}$.

6.F

Enunciato 7. Se quello riportato di seguito è il grafico della funzione f allora $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0)$.

7.F



Enunciato 8. Se $f(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ e $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a \in \mathbb{R}$, allora $a \geq 0$.

8.V

Enunciato 9. Se $\{a_n\}_n$ che $\{c_n\}_n$ sono convergenti e $a_n \leq b_n \leq c_n$, allora anche $\{b_n\}_n$ convergente.

9.F

Enunciato 10. Se $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge.

10.V

Enunciato 11. Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è una funzione strettamente crescente, allora $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \sup\{f(x) : x \in \mathbb{R}\}$.

11.V

Enunciato 12. $(f^{-1})'(y) = -\frac{f'(f^{-1}(y))}{f^{-1}(y)^2}$

12.F

Enunciato 13. Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed ha in $x_0 \in [a, b]$ un punto di massimo, allora $f'(x_0) = 0$.

13.F

Enunciato 14. Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora $f(x) = -\frac{d}{dx} \int_x^b f(x) dx$.

14.V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 37

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

- Enunciato 1.** Se $a, b \in \mathbb{R}$ sono tali che $a \cdot b = 0$, allora $a = 0$ oppure $b = 0$. 1.V
- Enunciato 2.** $f: A \rightarrow B$ è una funzione pari se per ogni $x \in A$ si ha $f(-x) = f(x)$. 2.V
- Enunciato 3.** Se C è l'estremo superiore di $A \subset \mathbb{R}$ e $C \in A$, allora C è il massimo di A . 3.V
- Enunciato 4.** L'arco di una circonferenza di raggio r e corrispondente a α radianti misura αr . 4.V
- Enunciato 5.** $\sin(x - y) = \sin(x) \cos(y) - \cos(x) \sin(y)$ 5.V
- Enunciato 6.** $\mathbb{C} \setminus \mathbb{R} = \{i\}$ 6.F
- Enunciato 7.** Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty$ se
 $\exists M > 0$ t.c. $\forall \delta = \delta(M) > 0 \exists x \in (x_0, x_0 + \delta)$ t.c. $f(x) < M$. 7.F
- Enunciato 8.** $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^a \log_b(x) = 1 \forall a, b > 0$ 8.F
- Enunciato 9.** Tutte le successioni numeriche monotone sono convergenti. 9.F
- Enunciato 10.** Se $a_n > 0$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{2}$, allora $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge. 10.F
- Enunciato 11.** Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora essa ammette massimo e minimo assoluti. 11.V
- Enunciato 12.** $f'(x_0) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(x_0+t) - f(x_0)}{t}$ 12.V
- Enunciato 13.** Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f'(x_0) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$. 13.V
- Enunciato 14.** Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è integrabile, allora esiste $c \in [a, b]$ tale che

$$\int_a^b f(x) dx = (b - a)f(c).$$
 14.F

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

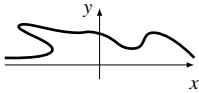
Compito 38

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: −0.1. Risposta errata: −0.2.

Enunciato 1. *L'insieme dei numeri interi \mathbb{Z} è un campo.* 1.F

Enunciato 2. *Quello riportato di seguito è il grafico di una funzione.* 2.F



Enunciato 3. *L'estremo superiore di un insieme è il più piccolo dei maggioranti.* 3.V

Enunciato 4. $\cos(x + \pi) = \cos(x)$ 4.F

Enunciato 5. $\tan\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \tan(x)$ 5.F

Enunciato 6. *L'equazione $x^2 + 1 = 0$ non ha soluzioni in \mathbb{R} .* 6.V

Enunciato 7. *Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L$ se*
 $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0$ t.c. $|f(x) - L| < \varepsilon \forall x \in (x_0, x_0 + \delta)$. 7.V

Enunciato 8. *La funzione tangente non è continua nel suo dominio di definizione.* 8.F

Enunciato 9. *Tutte le successioni numeriche non limitate divergono.* 9.F

Enunciato 10. *La serie armonica a segno alterno diverge.* 10.F

Enunciato 11. *Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è crescente, allora $f([a, b]) = [f(a), f(b)]$.* 11.V

Enunciato 12. $\frac{d}{dx} \tan(x) = \frac{1}{1+x^2}$ 12.F

Enunciato 13. *Il polinomio di Taylor è un polinomio.* 13.V

Enunciato 14. $\int f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) - \int f'(x) g(x) dx$ 14.V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 39

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

Enunciato 1. Se $a, b, c \in \mathbb{R}$ sono tali che $a \cdot b = b \cdot c$, allora $a = c$. 1.F

Enunciato 2. $f: A \rightarrow B$ è decrescente se per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha 2.F
 $x_1 < x_2 \implies f(x_1) \leq f(x_2)$.

Enunciato 3. L'estremo inferiore di un insieme è il più piccolo dei minoranti. 3.F

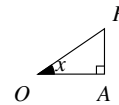
Enunciato 4. Ciascun angolo di un triangolo equilatero misura $\pi/3$. 4.V



Enunciato 5. 5.V

$$\overline{OA} = \overline{AP} \cdot \cot(x),$$

$$\overline{AP} = \overline{OA} \cdot \tan(x).$$



Enunciato 6. Se $z \in \mathbb{C}$, allora $\overline{z^n} = (\overline{z})^n$. 6.V

Enunciato 7. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty$ se 7.F
 $\exists M > 0$ t.c. $\forall \delta = \delta(M) > 0 \exists x \in (x_0, x_0 + \delta)$ t.c. $f(x) > -M$.

Enunciato 8. La funzione tangente non è continua nel suo dominio di definizione. 8.F

Enunciato 9. Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L > 1$ allora $a_n \downarrow 0$. 9.F

Enunciato 10. Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge. 10.V

Enunciato 11. Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è una funzione strettamente crescente, allora $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \sup\{f(x) : x \in \mathbb{R}\}$. 11.V

Enunciato 12. Tutte le funzioni derivabili sono integrabili. 12.V

Enunciato 13. Se $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ sono continue su $[a, b]$, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che 13.F
 $(g(b) - g(a)) f'(x_0) = (f(b) - f(a)) g'(x_0)$.

Enunciato 14. Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora $f(x) = \frac{d}{dx} \int_x^b f(x) dx$. 14.F

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 40

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

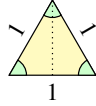
Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: −0.1. Risposta errata: −0.2.

Enunciato 1. *L'insieme dei numeri naturali \mathbb{N} è un campo.* 1.F

Enunciato 2. *$f: A \rightarrow B$ è monotona se non è né crescente, né decrescente.* 2.F

Enunciato 3. *Se C è l'estremo superiore di $A \subset \mathbb{R}$, allora C è il massimo di A .* 3.F

Enunciato 4. *L'altezza di un triangolo equilatero di lato unitario misura $\sqrt{3}/2$.* 4.V



Enunciato 5. $\tan\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 5.F

Enunciato 6. *Se $z \in \mathbb{C}$, allora $\Re(z) = \frac{z - \bar{z}}{2}$.* 6.F

Enunciato 7. *Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty$ se $\forall M > 0 \exists \delta = \delta(M) > 0$ t.c. $f(x) > M \forall x \in (x_0 - \delta, x_0)$.* 7.V

Enunciato 8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x)}{x} = 1$ 8.V

Enunciato 9. *Se $\{a_n\}_n$ che $\{c_n\}_n$ sono convergenti e $a_n \leq b_n \leq c_n$, allora anche $\{b_n\}_n$ convergente.* 9.F

Enunciato 10. $\sum_{n \geq 1} (-1)^n = -\frac{1}{2}$ 10.F

Enunciato 11. *Se $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora essa ammette massimo e minimo assoluti.* 11.F

Enunciato 12. *Tutte le funzioni integrabili sono derivabili.* 12.F

Enunciato 13. *Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed ha in $x_0 \in [a, b]$ un punto di minimo, allora $f'(x_0) = 0$.* 13.F

Enunciato 14. *Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora $f(x) = \frac{d}{dx} \int_x^b f(x) dx$.* 14.F

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 41

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

- Enunciato 1.** *Per il principio di induzione si ha che* 1.F
 $\left. \begin{array}{l} \bullet P(1) \text{ è vera} \\ \bullet \text{ se } P(n) \text{ e } P(n+1) \text{ sono vere, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \implies \text{allora } P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N}.$
- Enunciato 2.** *$f: A \rightarrow B$ è una funzione periodica se esiste $x \in A$ tale che per ogni $T > 0$ si ha $f(x+T) = f(x)$.* 2.F
- Enunciato 3.** *L'estremo inferiore di un insieme è il più piccolo dei minoranti.* 3.F
- Enunciato 4.** $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ 4.V
- Enunciato 5.** $\tan\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 5.V
- Enunciato 6.** *Se $z = a + ib \in \mathbb{C}$, allora $z \cdot \bar{z} = a^2 - b^2$.* 6.F
- Enunciato 7.** $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$ se 7.V
 $\forall M > 0 \exists \delta = \delta(M) > 0 \text{ t.c. } f(x) < -M \forall x \in D \text{ con } 0 < |x - x_0| < \delta.$
- Enunciato 8.** *Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty$ se* 8.V
 $\forall M > 0 \exists \delta = \delta(M) > 0 \text{ t.c. } f(x) > M \forall x \in (x_0 - \delta, x_0).$
- Enunciato 9.** *Se $\{a_n\}_n$ che $\{c_n\}_n$ sono convergenti e $a_n \leq b_n \leq c_n$, allora anche $\{b_n\}_n$ convergente.* 9.F
- Enunciato 10.** *Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge.* 10.V
- Enunciato 11.** *Se $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$ e $\lim_{x \rightarrow b} f(x) = +\infty$, allora $f(x) \geq 0$ per ogni $x \in (a, b)$.* 11.F
- Enunciato 12.** $(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(f^{-1}(y))}$ 12.V
- Enunciato 13.** *Se $f'(x_0) = 0$ ed $f''(x_0) < 0$, allora x_0 è un punto di massimo locale.* 13.V
- Enunciato 14.** $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}} = \arccos(x) + c$ 14.V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

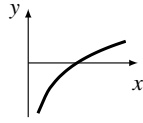
Compito 42

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

Enunciato 1. *L'insieme dei numeri naturali \mathbb{N} è totalmente ordinato.* 1.V

Enunciato 2. *Quello riportato di seguito è il grafico di $f(x) = \log_a(x)$ con $a \in (0, 1)$.* 2.F



Enunciato 3. *Se C è l'estremo superiore di $A \subset \mathbb{R}$ e $C \in A$, allora C è il massimo di A .* 3.V

Enunciato 4. $\cos(-x) = \cos(x)$ 4.V

Enunciato 5. $\cot\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 5.V

Enunciato 6. *Se $z, w \in \mathbb{C}$, allora $\overline{z \cdot w} = -\overline{z} \cdot \overline{w}$.* 6.F

Enunciato 7. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$ se
 $\exists M > 0$ t.c. $\forall \delta = \delta(M) > 0 \exists x \in D$ con $0 < |x - x_0| < \delta$ t.c. $f(x) > -M$. 7.F

Enunciato 8. *Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L \in \mathbb{R}$ se*
 $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0$ t.c. $|f(x) - L| < \varepsilon \forall x \in (x_0 - \delta, x_0)$. 8.F

Enunciato 9. *Tutte le successioni numeriche monotone sono regolari.* 9.V

Enunciato 10. *Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 0$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge.* 10.V

Enunciato 11. *Se $f: (a, b) \rightarrow [a, b]$ è continua ed invertibile, allora anche $f^{-1}: [a, b] \rightarrow (a, b)$ è continua.* 11.V

Enunciato 12. $\frac{d}{dx} \arcsin(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ 12.V

Enunciato 13. *La somma di funzioni convesse è una funzione convessa.* 13.V

Enunciato 14. $\int \frac{dx}{1+x^2} = \arctan(x) + c$ 14.V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 43

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: −0.1. Risposta errata: −0.2.

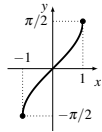
Enunciato 1. *Per il principio di induzione si ha che* 1.F
 • $P(1)$ è vera
 • se $P(n)$ e $P(n+1)$ sono vere, allora anche $P(n+2)$ è vera $\Bigg\} \implies$ allora $P(n)$ è vera per ogni $n \in \mathbb{N}$.

Enunciato 2. *Se f è invertibile e decrescente, allora f^{-1} è strettamente decrescente.* 2.V

Enunciato 3. *Se C è l'estremo superiore di $A \subset \mathbb{R}$, allora C è il massimo di A .* 3.F

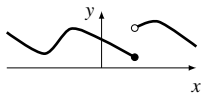
Enunciato 4. *La somma degli angoli interni di un triangolo è π .* 4.V

Enunciato 5. *Quello riportato di seguito è il grafico di $f(x) = \arcsin(x)$.* 5.V



Enunciato 6. *Se $z \in \mathbb{R}$, allora $z \notin \mathbb{C}$.* 6.F

Enunciato 7. *Quello riportato di seguito è il grafico di una funzione continua.* 7.F



Enunciato 8. *La funzione tangente non è continua nel suo dominio di definizione.* 8.F

Enunciato 9. *Ogni successione numerica convergente è limitata.* 9.V

Enunciato 10. *La serie telescopiche convergono.* 10.F

Enunciato 11. *Se $f: [a, b] \rightarrow [a, b]$ è invertibile, allora f è continua in $[a, b]$.* 11.F

Enunciato 12. $\frac{d}{dx} \ln(|x|) = \frac{1}{|x|}$ per ogni $x \neq 0$ 12.F

Enunciato 13. *Se $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ sono continue su $[a, b]$, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che*
 $(g(b) - g(a)) f'(x_0) = (f(b) - f(a)) g'(x_0)$. 13.F

Enunciato 14. $\int f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) + \int f'(x) g(x) dx$ 14.F

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

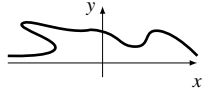
Compito 44

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

Enunciato 1. Se $a, b \in \mathbb{R}$ sono tali che $a \cdot b = 0$, allora $a = 0$ oppure $b = 0$. 1.V

Enunciato 2. Quello riportato di seguito è il grafico di una funzione. 2.F



Enunciato 3. L'estremo inferiore di un insieme è il più grande dei minoranti. 3.V

Enunciato 4. $\sin(0) = 0$ 4.V

Enunciato 5. $\cot(x + \pi) = \cot(x)$ 5.V

Enunciato 6. Se $z \in \mathbb{C}$ ed $n \in \mathbb{N}$, allora $\overline{n \cdot z} = n / \overline{z}$. 6.F

Enunciato 7. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty$ se $\forall M > 0 \exists \delta = \delta(M) > 0$ t.c. $f(x) < -M \forall x \in (x_0 - \delta, x_0)$. 7.V

Enunciato 8. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L \in \mathbb{R}$ se $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0$ t.c. $|f(x) - L| < \varepsilon \forall x \in (x_0, x_0 + \delta)$. 8.V

Enunciato 9. Se $a_n = f(n)$ e $\nexists \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, allora $\nexists \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$. 9.F

Enunciato 10. Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora nulla si può dire della convergenza di $\sum_{n \geq 1} b_n$. 10.F

Enunciato 11. Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora $f([a, b]) = [f(a), f(b)]$. 11.F

Enunciato 12. $f'(x_0) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(x_0) - f(x_0 + t)}{t}$ 12.F

Enunciato 13. Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed ha in $x_0 \in [a, b]$ un punto di minimo, allora $f'(x_0) = 0$. 13.F

Enunciato 14. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arccos(x) + c$ 14.F

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 45

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: −0.1. Risposta errata: −0.2.

- Enunciato 1.** *L'insieme dei numeri complessi \mathbb{C} è un campo.*

Enunciato 2. *$f: A \rightarrow B$ è strettamente crescente se per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha*

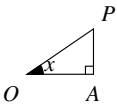
$$x_1 < x_2 \implies f(x_1) < f(x_2).$$

Enunciato 3. *L'estremo inferiore di un insieme è il più grande dei minoranti.*

Enunciato 4. $\sin(x + 2\pi) = \sin(x)$

Enunciato 5.

$$\frac{\overline{OA}}{\overline{AP}} = \frac{\overline{AP}}{\overline{OA}} \cdot \cot(x),$$

$$\frac{\overline{AP}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OA}}{\overline{AP}} \cdot \tan(x).$$


Enunciato 6. $e^{i\pi} + 1 = 0$

Enunciato 7. *Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$ se*

$$\exists \varepsilon > 0 \text{ t.c. } \forall X = X(\varepsilon) > 0 \exists x \in D \text{ con } x > X \text{ t.c. } |f(x) - L| > \varepsilon.$$

Enunciato 8. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$

Enunciato 9. *Tutte le successioni numeriche monotone sono regolari.*

Enunciato 10. *Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge.*

Enunciato 11. *Se $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$ e $\lim_{x \rightarrow b} f(x) = -\infty$, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f(x_0) = 0$.*

Enunciato 12. $\frac{d}{dx} \tan(x) = \frac{1}{1+x^2}$

Enunciato 13. *La somma di funzioni convesse è una funzione convessa.*

Enunciato 14. $\int f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) - \int f'(x) g(x) dx$

1.V

2.V

3.V

4.V

5.V

6.V

7.F

8.V

9.V

10.V

11.V

12.F

13.V

14.V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 46

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

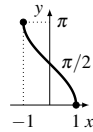
Enunciato 1. Per il principio di induzione si ha che 1.F
 $\left. \begin{array}{l} \bullet P(2) \text{ è vera} \\ \bullet \text{ se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \implies \text{allora } P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ dispari}.$

Enunciato 2. L'immagine di $X \subseteq A$ tramite una funzione $f: A \rightarrow B$ è dato da 2.V
 $f(X) = \{y \in B : \exists x \in X \text{ t.c. } y = f(x)\} = \{f(x) : x \in X\}.$

Enunciato 3. $\{x \in \mathbb{R} : |x| > a\} = (-a, a)$ 3.F

Enunciato 4. La somma degli angoli interni di un triangolo è π . 4.V

Enunciato 5. Quello riportato di seguito è il grafico di $f(x) = \arcsin(x)$. 5.F



Enunciato 6. Se $z \in \mathbb{R}$, allora $z \notin \mathbb{C}$. 6.F

Enunciato 7. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ se 7.V
 $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0 \text{ t.c. } |f(x) - L| < \varepsilon \forall x \in D \text{ con } 0 < |x - x_0| < \delta.$

Enunciato 8. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty$ se 8.F
 $\forall M > 0 \exists \delta = \delta(M) > 0 \text{ t.c. } f(x) < -M \forall x \in (x_0 - \delta, x_0).$

Enunciato 9. Ogni successione numerica limitata ammette una sottosuccessione convergente. 9.V

Enunciato 10. Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge. 10.V

Enunciato 11. Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora l'immagine di un intervallo aperto è un intervallo aperto. 11.F

Enunciato 12. $\frac{d}{dx} \arctan(x) = \frac{1}{1+x^2}$ 12.V

Enunciato 13. Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile n volte in x_0 e $P: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è il suo polinomio di Taylor di ordine n in x_0 , allora $P(x_0) = f(x_0)$. 13.V

Enunciato 14. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin(x) + c$ 14.V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 47

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

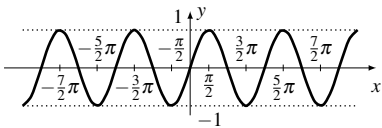
Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

Enunciato 1. Per il principio di induzione si ha che 1.F
 • $P(1)$ è vera
 • se $P(n)$ e $P(n+1)$ sono vere, allora anche $P(n+2)$ è vera $\Bigg\} \implies$ allora $P(n)$ è vera per ogni $n \in \mathbb{N}$.

Enunciato 2. Una funzione iniettiva è strettamente monotona. 2.F

Enunciato 3. L'estremo inferiore di un insieme è il più grande dei minoranti. 3.V

Enunciato 4. Quello riportato di seguito è il grafico di $f(x) = \cos(x)$. 4.F



Enunciato 5. $\sin(2x) = 1 - 2\sin(x)^2$ 5.F

Enunciato 6. $e^{i\pi} + 1 = 0$ 6.V

Enunciato 7. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ se 7.F
 $\exists M > 0$ t.c. $\forall \delta = \delta(M) > 0 \exists x \in D$ con $0 < |x - x_0| < \delta$ t.c. $f(x) < M$.

Enunciato 8. Se $f(x) \geq 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ e $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a \in \mathbb{R}$, allora $a \geq 0$. 8.V

Enunciato 9. Tutte le successioni numeriche non limitate divergono. 9.F

Enunciato 10. Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge. 10.V

Enunciato 11. Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è crescente, allora $f([a, b]) = [f(a), f(b)]$. 11.V

Enunciato 12. $\frac{d}{dx} \arctan(x) = \frac{1}{1+x^2}$ 12.V

Enunciato 13. Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed ha in $x_0 \in (a, b)$ un punto di minimo, allora $f'(x_0) = 0$. 13.V

Enunciato 14. Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora $f(x) = \frac{d}{dx} \int_x^b f(x) dx$. 14.F

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

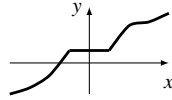
Compito 48

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

Enunciato 1. *L'insieme dei numeri naturali \mathbb{N} è un campo.* 1.F

Enunciato 2. *Quello riportato di seguito è il grafico di una funzione strettamente crescente.* 2.F



Enunciato 3. $\sqrt{p(x)} \geq \sqrt{q(x)} \iff \begin{cases} p(x) \geq 0 \\ q(x) \geq 0. \end{cases}$ 3.F

Enunciato 4. $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$ 4.F

Enunciato 5. $\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$ 5.V

Enunciato 6. *Se $z = \rho(\cos(\theta) + i\sin(\theta))$ e $w = r(\cos(\varphi) + i\sin(\varphi))$ sono due numeri complessi in forma trigonometrica, allora* 6.V

$$z \cdot w = \rho r (\cos(\theta + \varphi) + i\sin(\theta + \varphi)).$$

Enunciato 7. *Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L$ se* 7.F

$$\exists \varepsilon > 0 \text{ t.c. } \forall \delta = \delta(\varepsilon) > 0 \exists x \in (x_0, x_0 + \delta) \text{ t.c. } |f(x) - L| > \varepsilon.$$

Enunciato 8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[n]{1+x} - 1}{x} = 1 \quad \forall n > 0$ 8.F

Enunciato 9. *Se esiste una sottosuccessione di $\{a_n\}_n$ che converge ad L , allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.* 9.F

Enunciato 10. *Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge, allora anche $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge.* 10.F

Enunciato 11. *Se $f: [a, b] \rightarrow [a, b]$ è invertibile, allora f è continua in $[a, b]$.* 11.F

Enunciato 12. $\frac{d}{dx} \sin(x) = -\cos(x)$ 12.F

Enunciato 13. *Per la regola di De L'Hôpital si ha che* 13.F

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + \sin(x)}{x + 2\cos(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + \cos(x)}{1 - 2\sin(x)} = +\infty$$

Enunciato 14. $\int \cos(x) dx = \sin(x) + c$ 14.V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 49

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

Enunciato 1. Se $a \in \mathbb{R}$ è tale che $a \cdot 0 = 0$, allora $a \neq 0$. 1.F

Enunciato 2. Se f è invertibile e crescente, allora f^{-1} è strettamente decrescente. 2.F

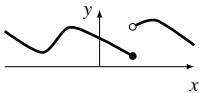
Enunciato 3. L'estremo superiore di un insieme è il più grande dei maggioranti. 3.F

Enunciato 4. $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ 4.F

Enunciato 5. $\cot\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$ 5.F

Enunciato 6. Se $z \in \mathbb{C}$, allora $\overline{(\bar{z})} = z$. 6.V

Enunciato 7. Quello riportato di seguito è il grafico di una funzione continua. 7.F



Enunciato 8. Se $f(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ e $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a \in \mathbb{R}$, allora $a > 0$. 8.F

Enunciato 9. Se $a_n = f(n)$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$, allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$. 9.V

Enunciato 10. Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora nulla si può dire della convergenza di $\sum_{n \geq 1} a_n$. 10.F

Enunciato 11. Se $f: [a, b] \rightarrow [a, b]$ è invertibile, allora f è continua in $[a, b]$. 11.F

Enunciato 12. La derivata di un polinomio è un polinomio. 12.V

Enunciato 13. Per la regola di De L'Hôpital si ha che 13.F

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\arctan(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\frac{1}{1+x^2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} (1+x^2) = +\infty$$

Enunciato 14. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin(x) + c$ 14.V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

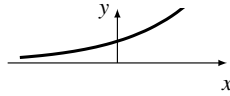
Compito 50

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

Enunciato 1. *L'insieme dei numeri razionali \mathbb{Q} è totalmente ordinato.* 1.V

Enunciato 2. *Quello riportato di seguito è il grafico di $f(x) = a^x$ con $a \in (0, 1)$.* 2.F



Enunciato 3. $\{x \in \mathbb{R} : |x| < a\} = (-\infty, -a) \cup (a, +\infty)$ 3.F

Enunciato 4. $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$ 4.V

Enunciato 5. $\nexists \cot(0)$ 5.V

Enunciato 6. *Se $z \in \mathbb{C}$, allora $z \notin \mathbb{R}$.* 6.F

Enunciato 7. *Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ se $\exists M > 0$ t.c. $\forall X = X(M) > 0 \exists x \in D$ con $x > X$ t.c. $f(x) < -M$.* 7.F

Enunciato 8. *La funzione tangente è continua nel suo dominio di definizione.* 8.V

Enunciato 9. $\{a_n\}_n$ converge se e solo se $\exists \varepsilon > 0$ t.c. $\forall N = N(\varepsilon) \in \mathbb{N} \exists n, m > N$ t.c. $|a_n - a_m| > \varepsilon$. 9.F

Enunciato 10. *Se $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge.* 10.F

Enunciato 11. *Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è crescente, allora $f([a, b]) = [f(a), f(b)]$.* 11.V

Enunciato 12. $(f^{-1})'(y) = -\frac{f'(f^{-1}(y))}{f^{-1}(y)^2}$ 12.F

Enunciato 13. *La somma di funzioni concave è una funzione concava.* 13.V

Enunciato 14. $\int f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) - \int f'(x) g(x) dx$ 14.V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 51

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: −0.1. Risposta errata: −0.2.

Enunciato 1. *L'insieme dei numeri naturali \mathbb{N} è ordinato e completo.* 1.F

Enunciato 2. *$f: A \rightarrow B$ è una funzione pari se per ogni $x \in A$ si ha $f(-x) = f(x)$.* 2.V

Enunciato 3. *L'estremo superiore di un insieme è il più piccolo dei maggioranti.* 3.V

Enunciato 4.  4.V

Enunciato 5. $\sin(2x) = 1 - 2\sin(x)^2$ 5.F

Enunciato 6. *Se $z \in \mathbb{C}$ ed $n \in \mathbb{N}$, allora $\overline{n \cdot z} = n/\bar{z}$.* 6.F

Enunciato 7. *Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty$ se $\forall M > 0 \exists \delta = \delta(M) > 0$ t.c. $f(x) > M \forall x \in (x_0 - \delta, x_0)$.* 7.F

Enunciato 8. *Se $f(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ e $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a \in \mathbb{R}$, allora $a > 0$.* 8.F

Enunciato 9. *Ogni successione numerica limitata ammette una sottosuccessione convergente.* 9.V

Enunciato 10. *Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora nulla si può dire della convergenza di $\sum_{n \geq 1} a_n$.* 10.F

Enunciato 11. *Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora essa ammette massimo e minimo assoluti.* 11.V

Enunciato 12. *Le funzioni pari sono derivabili in $x = 0$.* 12.F

Enunciato 13. *Se $f'(x_0) = 0$ ed $f''(x_0) < 0$, allora x_0 è un punto di minimo locale.* 13.F

Enunciato 14. *Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora $f(x) = \frac{d}{dx} \int_x^b f(x) dx$.* 14.F

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

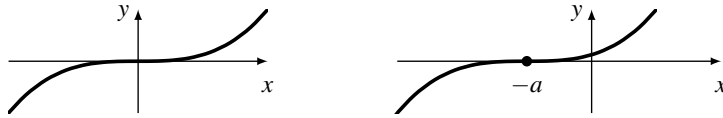
Compito 52

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

Enunciato 1. *L'insieme dei numeri complessi \mathbb{C} è un campo.* 1.V

Enunciato 2. *Se quello riportato a sinistra è il grafico di $f(x)$, allora quello a destra è il grafico di $f(x+a)$.* 2.V



Enunciato 3. *Se C è l'estremo superiore di $A \subset \mathbb{R}$ e $C \in A$, allora C è il massimo di A .* 3.V

Enunciato 4. $\cos(x)^2 + \sin(x)^2 = 1$ 4.V

Enunciato 5. $\nexists \cot(0)$ 5.V

Enunciato 6. *Se $z \in \mathbb{C}$, allora $\overline{(\overline{z})} = z$.* 6.V

Enunciato 7. *Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty$ se $\exists M > 0$ t.c. $\forall \delta = \delta(M) > 0 \exists x \in (x_0, x_0 + \delta)$ t.c. $f(x) < M$.* 7.F

Enunciato 8. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^a \log_b(x) = 1 \quad \forall a, b > 0$ 8.F

Enunciato 9. *Ogni successione numerica divergente è limitata.* 9.F

Enunciato 10. *Se $a_n > 0$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{2}$, allora $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge.* 10.F

Enunciato 11. *Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è monotona ed $f([a, b])$ è un intervallo, allora f è continua in $[a, b]$.* 11.V

Enunciato 12. $\frac{d}{dx} \sin(x) = \cos(x)$ 12.V

Enunciato 13. *Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed $x_0 \in (a, b)$ è tale che $f'(x_0) = 0$, allora x_0 è un punto di massimo o di minimo.* 13.F

Enunciato 14. *Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora è integrabile secondo Riemann.* 14.V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

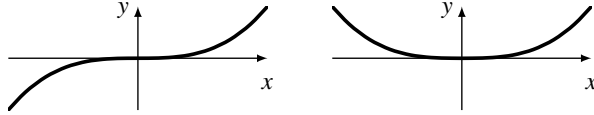
Compito 53

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

Enunciato 1. *L'insieme dei numeri complessi \mathbb{C} è totalmente ordinato.* 1.F

Enunciato 2. *Se quello riportato a sinistra è il grafico di $f(x)$, allora quello a destra è il grafico di $-f(x)$.* 2.F



Enunciato 3. *L'estremo inferiore di un insieme è il più grande dei minoranti.* 3.V

Enunciato 4.  4.V

Enunciato 5. $\cot\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$ 5.F

Enunciato 6. *Se $z = a + ib \in \mathbb{C}$, allora $z \cdot \bar{z} = a^2 + b^2$.* 6.V

Enunciato 7. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$ se $\forall M > 0 \exists \delta = \delta(M) > 0$ t.c. $f(x) < -M \forall x \in D$ con $0 < |x - x_0| < \delta$. 7.V

Enunciato 8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(x)}{x} = \frac{1}{2}$ 8.F

Enunciato 9. *Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{a_n} = L < 1$ allora $a_n \downarrow 0$.* 9.V

Enunciato 10. *Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge.* 10.V

Enunciato 11. *Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora $f([a, b]) = [f(a), f(b)]$.* 11.F

Enunciato 12. *Tutte le funzioni derivabili sono integrabili.* 12.V

Enunciato 13. *Per la regola di De L'Hôpital si ha che* 13.F

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\arctan(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\frac{1}{1+x^2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} (1+x^2) = +\infty$$

Enunciato 14. *Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora $f(x) = \frac{d}{dx} \int_x^b f(x) dx$.* 14.F

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 54

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

- Enunciato 1.** *L'insieme dei numeri razionali \mathbb{Q} è un campo.* 1.V
- Enunciato 2.** *Una funzione $f: A \rightarrow B$ è un processo che ad ogni elemento y di B associa uno ed un solo elemento x di A .* 2.F
- Enunciato 3.** *Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$ con $a > 0$. Se $\Delta = b^2 - 4ac > 0$, allora* 3.V

$$\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c > 0\} = (-\infty, x_1) \cup (x_2, +\infty),$$
dove $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ e $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$.
- Enunciato 4.** *L'arco di una circonferenza di raggio r e corrispondente a α radianti misura αr .* 4.V
- Enunciato 5.** $\tan(x + \pi) = \tan(x)$ 5.V
- Enunciato 6.** *Se $z = a + ib \in \mathbb{C}$, allora* $z \cdot \bar{z} = a^2 - b^2$. 6.F
- Enunciato 7.** *Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$ se* 7.F

$$\exists \varepsilon > 0 \text{ t.c. } \forall X = X(\varepsilon) > 0 \exists x \in D \text{ con } x > X \text{ t.c. } |f(x) - L| > \varepsilon.$$
- Enunciato 8.** *Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty$ se* 8.V

$$\forall M > 0 \exists \delta = \delta(M) > 0 \text{ t.c. } f(x) > M \forall x \in (x_0 - \delta, x_0).$$
- Enunciato 9.** *Se tutte le sottosuccessioni di $\{a_n\}_n$ convergono ad L , allora $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L$.* 9.V
- Enunciato 10.** $\sum_{n \geq 1} (-1)^n = -\frac{1}{2}$ 10.F
- Enunciato 11.** *Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è una funzione strettamente crescente, allora $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \sup\{f(x) : x \in \mathbb{R}\}$.* 11.V
- Enunciato 12.** $(f^{-1})'(y) = -\frac{f'(f^{-1}(y))}{f^{-1}(y)^2}$ 12.F
- Enunciato 13.** *Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f'(x_0) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$.* 13.F
- Enunciato 14.** *Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua ed F è una sua primitiva, allora $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$.* 14.V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

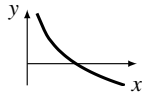
Compito 55

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

Enunciato 1. *Per il principio di induzione si ha che* 1.F
 $\left. \begin{array}{l} \bullet P(1) \text{ è vera} \\ \bullet \text{ se } P(n) \text{ è vera, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \implies \text{allora } P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ pari}.$

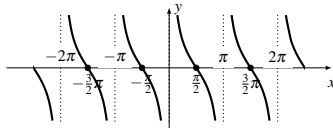
Enunciato 2. *Quello riportato di seguito è il grafico di $f(x) = \log_a(x)$ con $a > 1$.* 2.F



Enunciato 3. $\{x \in \mathbb{R} : |x| > a\} = (-a, a)$ 3.F

Enunciato 4. $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ 4.F

Enunciato 5. *Quello riportato di seguito è il grafico di $f(x) = \cot(x)$.* 5.V



Enunciato 6. *Se $z \in \mathbb{C}$, allora* $\Im m(z) = \frac{z + \bar{z}}{2i}.$ 6.F

Enunciato 7. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ se 7.F
 $\exists M > 0$ t.c. $\forall \delta = \delta(M) > 0 \exists x \in D$ con $0 < |x - x_0| < \delta$ t.c. $f(x) < M$.

Enunciato 8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[a]{1+x} - 1}{x} = 1 \quad \forall a > 0$ 8.F

Enunciato 9. *Se $\{a_n\}_n$ e $\{c_n\}_n$ convergono ad L e $a_n \leq b_n \leq c_n$, allora anche $\{b_n\}_n$ converge ad L .* 9.V

Enunciato 10. *La serie armonica a segno alterno converge.* 10.V

Enunciato 11. *Se $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora essa ammette massimo e minimo assoluti.* 11.F

Enunciato 12. $\frac{d}{dx} \sin(x) = -\cos(x)$ 12.F

Enunciato 13. *Per la regola di De L'Hôpital si ha che* 13.V

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + 2\cos(x)}{x^2 + \sin(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - 2\sin(x)}{2x + \cos(x)} = 0$$

Enunciato 14. *Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è integrabile, allora esiste $c \in [a, b]$ tale che* 14.F

$$\int_a^b f(x) dx = (b - a)f(c).$$

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 56

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: −0.1. Risposta errata: −0.2.

Enunciato 1. *L'insieme dei numeri interi \mathbb{Z} è ordinato e completo.* 1.F

Enunciato 2. *Quello riportato di seguito è il grafico di $f(x) = x^n$ con $n \in \mathbb{N}$ dispari.* 2.F



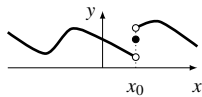
Enunciato 3. $\{x \in \mathbb{R} : |x| > a\} = (-a, a)$ 3.F

Enunciato 4. *La somma degli angoli interni di un triangolo è 2π .* 4.F

Enunciato 5. $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ 5.V

Enunciato 6. *Se $z \in \mathbb{C}$, allora $\overline{z^n} = (\overline{z})^n$.* 6.V

Enunciato 7. *Se quello riportato di seguito è il grafico della funzione f allora $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0)$.* 7.F



Enunciato 8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_a(1+x)}{x} = 1 \quad \forall a > 0$ 8.F

Enunciato 9. *Tutte le successioni numeriche monotone sono convergenti.* 9.F

Enunciato 10. *La serie telescopica $\sum_{n \geq 1} (a_{n+1} - a_n)$ converge se e solo se $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L \in \mathbb{R}$.* 10.V

Enunciato 11. *Se $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$ e $\lim_{x \rightarrow b} f(x) = -\infty$, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f(x_0) = 0$.* 11.V

Enunciato 12. $\frac{d}{dx} \tan(x) = \frac{1}{\cos(x)^2}$ 12.V

Enunciato 13. *Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f'(x_0) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$.* 13.V

Enunciato 14. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin(x) + c$ 14.V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

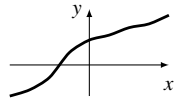
Compito 57

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

Enunciato 1. *L'insieme dei numeri naturali \mathbb{N} è ordinato e completo.* 1.F

Enunciato 2. *Quello riportato di seguito è il grafico di una funzione strettamente crescente.* 2.V



Enunciato 3. *L'estremo inferiore di un insieme è il più grande dei minoranti.* 3.V

Enunciato 4. $\sin(x + \pi) = -\sin(x)$ 4.V

Enunciato 5. $\cos(x + y) = \cos(x)\cos(y) - \sin(x)\sin(y)$ 5.V

Enunciato 6. *Se $z \in \mathbb{R}$, allora $z \notin \mathbb{C}$.* 6.F

Enunciato 7. *Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ se*
 $\forall M > 0 \exists X = X(M) > 0$ t.c. $f(x) < -M \forall x \in D$ con $x > X$. 7.V

Enunciato 8. *Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L \in \mathbb{R}$ se*
 $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0$ t.c. $|f(x) - L| < \varepsilon \forall x \in (x_0, x_0 + \delta)$. 8.F

Enunciato 9. *Tutte le successioni numeriche non limitate divergono.* 9.F

Enunciato 10. *Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge.* 10.V

Enunciato 11. *Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è una funzione strettamente crescente, allora $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.* 11.F

Enunciato 12. $(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(f^{-1}(y))}$ 12.V

Enunciato 13. *Per la regola di De L'Hôpital si ha che* 13.F

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\arctan(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\frac{1}{1+x^2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} (1+x^2) = +\infty$$

Enunciato 14. $\int \sin(x) dx = \cos(x) + c$ 14.F

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 58

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

Enunciato 1. *L'insieme dei numeri razionali \mathbb{Q} è ordinato e completo.* 1.F

Enunciato 2. *$f: A \rightarrow B$ è decrescente se per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha* 2.F

$$x_1 < x_2 \implies f(x_1) \leq f(x_2).$$

Enunciato 3. $\{x \in \mathbb{R} : |x| < a\} = (-\infty, -a) \cup (a, +\infty)$ 3.F

Enunciato 4. *La diagonale di un quadrato di lato unitario misura $\sqrt{3}/2$.* 4.F



Enunciato 5. $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ 5.V

Enunciato 6. $\overline{1} = 1$ 6.V

Enunciato 7. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ se 7.V
 $\forall M > 0 \exists \delta = \delta(M) > 0$ t.c. $f(x) > M \forall x \in D$ con $0 < |x - x_0| < \delta$.

Enunciato 8. *Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L \in \mathbb{R}$ se* 8.F
 $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0$ t.c. $|f(x) - L| < \varepsilon \forall x \in (x_0, x_0 + \delta)$.

Enunciato 9. *Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L < 1$ allora $a_n \downarrow 0$.* 9.V

Enunciato 10. *La serie telescopiche sono regolari.* 10.F

Enunciato 11. *Se $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$ e $\lim_{x \rightarrow b} f(x) = +\infty$, allora $f(x) \geq 0$ per ogni $x \in (a, b)$.* 11.F

Enunciato 12. *La derivata di un polinomio è un polinomio.* 12.V

Enunciato 13. *La somma di funzioni convesse è una funzione convessa.* 13.V

Enunciato 14. $\int f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) + \int f'(x) g(x) dx$ 14.F

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 59

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

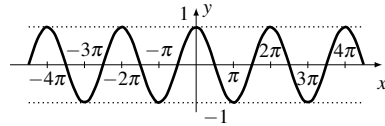
Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

Enunciato 1. *L'insieme dei numeri reali \mathbb{R} è totalmente ordinato.* 1.V

Enunciato 2. *Se f è invertibile e crescente, allora f^{-1} è strettamente crescente.* 2.V

Enunciato 3. *L'estremo inferiore di un insieme è il più piccolo dei minoranti.* 3.F

Enunciato 4. *Quello riportato di seguito è il grafico di $f(x) = \cos(x)$.* 4.V



Enunciato 5. $\cot\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$ 5.F

Enunciato 6. *Se $z = a + ib \in \mathbb{C}$, allora $z \cdot \bar{z} = a^2 + b^2$.* 6.V

Enunciato 7. *Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L$ se*
 $\exists \varepsilon > 0$ t.c. $\forall \delta = \delta(\varepsilon) > 0 \exists x \in (x_0, x_0 + \delta)$ t.c. $|f(x) - L| > \varepsilon$. 7.F

Enunciato 8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x)}{x} = 1$ 8.V

Enunciato 9. *Se per ogni $\{x_n\}_n$ convergente ad x_0 si ha che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = f(x_0)$, allora f è continua in x_0 .* 9.V

Enunciato 10. *La serie telescopiche convergono.* 10.F

Enunciato 11. *Se $f: (a, b) \rightarrow [a, b]$ è continua ed invertibile, allora anche $f^{-1}: [a, b] \rightarrow (a, b)$ è continua.* 11.V

Enunciato 12. $\frac{d}{dx} \sin(x) = -\cos(x)$ 12.F

Enunciato 13. *Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed ha in $x_0 \in (a, b)$ un punto di massimo, allora $f'(x_0) = 0$.* 13.V

Enunciato 14. $\int f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) - \int f'(x) g(x) dx$ 14.V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

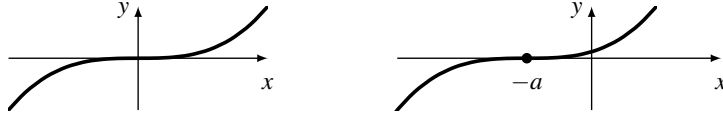
Compito 60

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

Enunciato 1. *L'insieme dei numeri razionali \mathbb{Q} è un campo.* 1.V

Enunciato 2. *Se quello riportato a sinistra è il grafico di $f(x)$, allora quello a destra è il grafico di $f(x-a)$.* 2.F



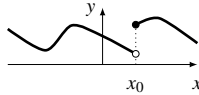
Enunciato 3. $\{x \in \mathbb{R} : |x| < a\} = (-a, a)$ 3.V

Enunciato 4. $\cos(x + \pi) = -\cos(x)$ 4.V

Enunciato 5. $\sin(2x) = 2 \sin(x) \cos(x)$ 5.V

Enunciato 6. $\mathbb{C} \setminus \mathbb{R} = \{i\}$ 6.F

Enunciato 7. *Se quello riportato di seguito è il grafico della funzione f allora $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0)$.* 7.F



Enunciato 8. *La funzione tangente è continua nel suo dominio di definizione.* 8.V

Enunciato 9. *Tutte le successioni numeriche monotone sono convergenti.* 9.F

Enunciato 10. $\sum_{p \geq 1} a_p$ converge se e solo se $\forall \varepsilon > 0 \exists N = N(\varepsilon) \in \mathbb{N}$ t.c. $\left| \sum_{p=m+1}^n a_p \right| < \varepsilon \forall n > m > N$. 10.V

Enunciato 11. *Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è monotona ed $f([a, b])$ è un intervallo, allora f è continua in $[a, b]$.* 11.V

Enunciato 12. $\frac{d}{dx} \cos(x) = \sin(x)$ 12.F

Enunciato 13. *Per la regola di De L'Hôpital si ha che* 13.F

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + \sin(x)}{x + 2 \cos(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + \cos(x)}{1 - 2 \sin(x)} = +\infty$$

Enunciato 14. $\int f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) - \int f'(x) g(x) dx$ 14.V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 61

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

- Enunciato 1.** Se $a \in \mathbb{R}$ è tale che $a \cdot 0 = 0$, allora $a \neq 0$. 1.F
- Enunciato 2.** $f: A \rightarrow B$ è crescente se per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha 2.F

$$x_1 < x_2 \implies f(x_1) \geq f(x_2).$$
- Enunciato 3.** L'estremo inferiore di un insieme è il più grande dei minoranti. 3.V
- Enunciato 4.** $\cos(x + \pi) = \cos(x)$ 4.F
- Enunciato 5.** $\cos(x + y) = \cos(x) \sin(y) + \sin(x) \cos(y)$ 5.F
- Enunciato 6.** Se $z \in \mathbb{C}$, allora $\Re(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$. 6.V
- Enunciato 7.** Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty$ se 7.V

$$\forall M > 0 \exists \delta = \delta(M) > 0 \text{ t.c. } f(x) > M \forall x \in (x_0 - \delta, x_0).$$
- Enunciato 8.** $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(x)}{x} = \frac{1}{2}$ 8.F
- Enunciato 9.** Ogni successione numerica divergente è limitata. 9.F
- Enunciato 10.** Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge. 10.V
- Enunciato 11.** Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è una funzione strettamente crescente, allora $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$. 11.F
- Enunciato 12.** $f'(x_0) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(x_0) - f(x_0 + t)}{t}$ 12.F
- Enunciato 13.** Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f'(x_0) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$. 13.V
- Enunciato 14.** $\int \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}} = \arcsin(x) + c$ 14.V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 62

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

- Enunciato 1.** *L'insieme dei numeri razionali \mathbb{Q} è un campo.* 1.V
- Enunciato 2.** *Se f è invertibile e crescente, allora f^{-1} è strettamente decrescente.* 2.F
- Enunciato 3.** $\{x \in \mathbb{R} : |x| < a\} = (-a, a)$ 3.V
- Enunciato 4.** $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 4.F
- Enunciato 5.** $\nexists \tan(0)$ 5.F
- Enunciato 6.** *Se $z \in \mathbb{C}$, allora $\Re(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$.* 6.V
- Enunciato 7.** *Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L$ se $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0$ t.c. $|f(x) - L| < \varepsilon \forall x \in (x_0 - \delta, x_0)$.* 7.V
- Enunciato 8.** $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x^2} = \frac{1}{2}$ 8.V
- Enunciato 9.** *Se esiste $\{x_n\}_n \subset \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ convergente ad x_0 tale che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = L$, allora $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$.* 9.F
- Enunciato 10.** *Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge.* 10.V
- Enunciato 11.** *Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è monotona ed $f([a, b])$ è un intervallo, allora f è continua in $[a, b]$.* 11.V
- Enunciato 12.** $f'(x_0) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(x_0) - f(x_0 + t)}{t}$ 12.F
- Enunciato 13.** *Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed $f(a) = f(b)$, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f'(x_0) = 0$.* 13.V
- Enunciato 14.** $\int \sin(x) dx = -\cos(x) + c$ 14.V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 63

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

Enunciato 1. Se $a, b \in \mathbb{R}$ sono tali che $a \cdot b = 0$, allora $a = 0$ oppure $b = 0$. 1.V

Enunciato 2. Quello riportato di seguito è il grafico di $f(x) = x^n$ con $n \in \mathbb{N}$ pari. 2.V



Enunciato 3. Se C è l'estremo superiore di $A \subset \mathbb{R}$ e $C \in A$, allora C è il massimo di A . 3.V

Enunciato 4. Ciascun angolo di un triangolo equilatero misura $\pi/2$. 4.F



Enunciato 5. $\cot\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$ 5.V

Enunciato 6. Se $z, w \in \mathbb{C}$, allora $\overline{z \cdot w} = \overline{z} \cdot \overline{w}$. 6.F

Enunciato 7. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty$ se $\forall M > 0 \exists \delta = \delta(M) > 0$ t.c. $f(x) < -M \forall x \in (x_0 - \delta, x_0)$. 7.V

Enunciato 8. Se $f(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ e $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a \in \mathbb{R}$, allora $a > 0$. 8.F

Enunciato 9. $\{a_n\}_n$ converge se e solo se $\forall \varepsilon > 0 \exists N = N(\varepsilon) \in \mathbb{N}$ t.c. $|a_n - a_m| < \varepsilon \forall n, m > N$. 9.V

Enunciato 10. Se $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge, allora $a_n \downarrow 0$. 10.F

Enunciato 11. Se $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora essa ammette massimo e minimo assoluti. 11.F

Enunciato 12. $\frac{d}{dx} \arctan(x) = \frac{1}{1+x^2}$ 12.V

Enunciato 13. Se $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ sono derivabili su $[a, b]$, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $(g(b) - g(a))f'(x_0) = (f(b) - f(a))g'(x_0)$. 13.V

Enunciato 14. $\int f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)dx$ 14.V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 64

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

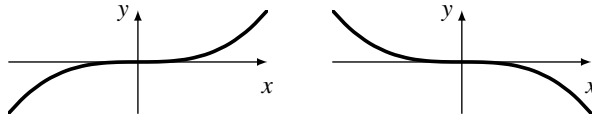
Enunciato 1. Per il principio di induzione si ha che

1.F

- $P(1)$ è vera
 - se $P(n)$ e $P(n+1)$ sono vere, allora anche $P(n+2)$ è vera
- $\} \implies \text{allora } P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N}.$

Enunciato 2. Se quello riportato a sinistra è il grafico di $f(x)$, allora quello a destra è il grafico di $-f(x)$.

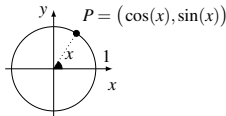
2.V



Enunciato 3. $\{x \in \mathbb{R} : |x| > a\} = (-\infty, -a) \cup (a, +\infty)$

3.V

Enunciato 4.



4.V

Enunciato 5. $\sin(x-y) = \cos(x)\cos(y) + \sin(x)\sin(y)$

5.F

Enunciato 6. Se $z \in \mathbb{C}$, allora $\Re(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$.

6.V

Enunciato 7. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty$ se

7.V

$$\forall M > 0 \exists \delta = \delta(M) > 0 \text{ t.c. } f(x) < -M \forall x \in (x_0 - \delta, x_0).$$

Enunciato 8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(x)}{x} = \frac{1}{2}$

8.F

Enunciato 9. Ogni successione numerica limitata è convergente.

9.F

Enunciato 10. La serie telescopiche convergono.

10.F

Enunciato 11. Se $f: (a, b) \rightarrow [a, b]$ è continua ed invertibile, allora anche $f^{-1}: [a, b] \rightarrow (a, b)$ è continua.

11.V

Enunciato 12. $f'(x_0) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(x_0+t) - f(x_0)}{t}$

12.V

Enunciato 13. Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed $x_0 \in (a, b)$ è tale che $f'(x_0) = 0$, allora x_0 è un punto di massimo o di minimo.

13.F

Enunciato 14. $\int f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) - \int f'(x) g(x) dx$

14.V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

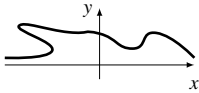
Compito 65

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: −0.1. Risposta errata: −0.2.

Enunciato 1. *L'insieme dei numeri reali \mathbb{R} è un campo.* 1.V

Enunciato 2. *Quello riportato di seguito è il grafico di una funzione.* 2.F



Enunciato 3. *L'estremo superiore di un insieme è il più grande dei maggioranti.* 3.F

Enunciato 4. *L'arco di una circonferenza di raggio r e corrispondente a α radianti misura $\alpha\pi$.* 4.F

Enunciato 5. $\cot(x + \pi) = \cot(x)$ 5.V

Enunciato 6. *Sia $w = r(\cos(\varphi) + i\sin(\varphi))$ un numero complesso in forma trigonometrica ed $n \in \mathbb{N}$, allora l'equazione nell'incognita z* 6.V

$$z^n = w$$

ha per soluzioni

$$z_k = \sqrt[n]{r} \left(\cos\left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2\pi}{n}k\right) + i\sin\left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2\pi}{n}k\right) \right), \quad k \in \{0, 1, \dots, n-1\}.$$

Enunciato 7. *Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty$ se* 7.F

$$\exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta = \delta(M) > 0 \exists x \in (x_0 - \delta, x_0) \text{ t.c. } f(x) > -M.$$

Enunciato 8. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^a \log_b(x) = 0 \forall a, b > 0$ 8.V

Enunciato 9. *Ogni successione numerica limitata ammette una sottosuccessione convergente.* 9.V

Enunciato 10. *Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge, allora anche $\{a_n\}_n$ converge.* 10.V

Enunciato 11. *Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è una funzione strettamente crescente, allora $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \sup\{f(x) : x \in \mathbb{R}\}$.* 11.V

Enunciato 12. $\frac{d}{dx} \tan(x) = \frac{1}{\cos(x)^2}$ 12.V

Enunciato 13. *La somma di funzioni concave è una funzione concava.* 13.V

Enunciato 14. $\int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}} = \arctan(x) + c$ 14.F

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

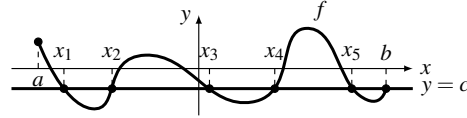
Compito 66

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

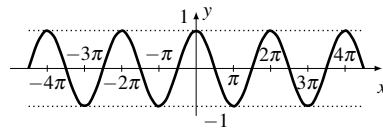
Enunciato 1. *L'insieme dei numeri interi \mathbb{Z} è un campo.* 1.F

Enunciato 2. *Se il grafico di $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ e la retta $y = c$ sono come in figura, allora $\{x \in [a, b] : f(x) \leq c\} = [x_1, x_2] \cup [x_3, x_4] \cup [x_5, b]$.* 2.V



Enunciato 3. *L'estremo inferiore di un insieme è il più grande dei minoranti.* 3.V

Enunciato 4. *Quello riportato di seguito è il grafico di $f(x) = \sin(x)$.* 4.F



Enunciato 5. $\cot(0) = 0$ 5.F

Enunciato 6. *Se $z \in \mathbb{C}$, allora $\Re(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$.* 6.V

Enunciato 7. *Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$ se $\forall M > 0 \exists \delta = \delta(M) > 0$ t.c. $f(x) < -M \forall x \in (x_0 - \delta, x_0)$.* 7.V

Enunciato 8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x} = 1$ 8.V

Enunciato 9. *Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{a_n} = L > 1$ allora $a_n \downarrow 0$.* 9.F

Enunciato 10. *Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora nulla si può dire della convergenza di $\sum_{n \geq 1} a_n$.* 10.F

Enunciato 11. *Se $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$ e $\lim_{x \rightarrow b} f(x) = -\infty$, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f(x_0) = 0$.* 11.V

Enunciato 12. $f'(x_0) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(x_0+t) - f(x_0)}{t}$ 12.V

Enunciato 13. *Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f'(x_0) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.* 13.V

Enunciato 14. $\int \cos(x) dx = -\sin(x) + c$ 14.F

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 67

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

- Enunciato 1.** L' insieme dei numeri naturali \mathbb{N} è totalmente ordinato. 1.V
- Enunciato 2.** $f: A \rightarrow B$ è crescente se per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha 2.F

$$x_1 < x_2 \implies f(x_1) \geq f(x_2).$$
- Enunciato 3.** $\{x \in \mathbb{R} : |x| < a\} = (-a, a)$ 3.V
- Enunciato 4.** $\cos(0) = 1$ 4.V
- Enunciato 5.** $\cos(x+y) = \cos(x)\cos(y) - \sin(x)\sin(y)$ 5.V
- Enunciato 6.** Se $z \in \mathbb{C}$, allora $\Re(z) = \frac{z - \bar{z}}{2}.$ 6.F
- Enunciato 7.** $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ se 7.V

$$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0 \text{ t.c. } |f(x) - L| < \varepsilon \forall x \in D \text{ con } 0 < |x - x_0| < \delta.$$
- Enunciato 8.** $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[x]{a^x + b^x} = \max\{a, b\} \forall a, b > 0$ 8.V
- Enunciato 9.** Se per ogni $\{x_n\}_n$ convergente ad x_0 si ha che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = f(x_0)$, allora f è continua in x_0 . 9.V
- Enunciato 10.** Se $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge. 10.F
- Enunciato 11.** Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è crescente, allora $f([a, b]) = [f(a), f(b)]$. 11.V
- Enunciato 12.** $\frac{d}{dx} \ln(|x|) = \frac{1}{x}$ per ogni $x \neq 0$ 12.V
- Enunciato 13.** Se $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ sono continue su $[a, b]$, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che 13.F

$$(g(b) - g(a))f'(x_0) = (f(b) - f(a))g'(x_0).$$
- Enunciato 14.** $\int \frac{dx}{1+x^2} = \arctan(x) + c$ 14.V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

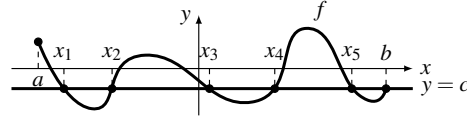
Compito 68

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

Enunciato 1. Se $a, b, c \in \mathbb{R}$ sono tali che $a \cdot b = b \cdot c$, allora $a = c$. 1.F

Enunciato 2. Se il grafico di $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ e la retta $y = c$ sono come in figura, allora 2.V
 $\{x \in [a, b] : f(x) \leq c\} = [x_1, x_2] \cup [x_3, x_4] \cup [x_5, b]$.



Enunciato 3. $\sqrt{p(x)} \geq \sqrt{q(x)} \iff \begin{cases} p(x) \geq 0 \\ q(x) \geq 0. \end{cases}$ 3.F

Enunciato 4.  4.V

Enunciato 5. $\cot\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cot(x)$ 5.F

Enunciato 6. Se $z \in \mathbb{C}$ ed $n \in \mathbb{N}$, allora $\overline{n \cdot z} = n \cdot \overline{z}$ 6.V

Enunciato 7. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$ se 7.F
 $\exists M > 0$ t.c. $\forall \delta = \delta(M) > 0 \exists x \in D$ con $0 < |x - x_0| < \delta$ t.c. $f(x) > -M$.

Enunciato 8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x)}{x} = 1$ 8.V

Enunciato 9. Ogni successione numerica divergente è limitata. 9.F

Enunciato 10. Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge, allora anche $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge. 10.F

Enunciato 11. Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è una funzione strettamente crescente, allora $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \sup\{f(x) : x \in \mathbb{R}\}$. 11.V

Enunciato 12. $\frac{d}{dx} \tan(x) = \frac{1}{\cos(x)^2}$ 12.V

Enunciato 13. La differenza di funzioni convesse è una funzione convessa. 13.F

Enunciato 14. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}} = \arccos(x) + c$ 14.V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 69

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

- Enunciato 1.** *L'insieme dei numeri razionali \mathbb{Q} è un campo.* 1.V
- Enunciato 2.** *$f(x) = x^2$ è monotona nel suo dominio di definizione.* 2.F
- Enunciato 3.** *L'estremo superiore di un insieme è il più piccolo dei maggioranti.* 3.V
- Enunciato 4.** $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$ 4.F
- Enunciato 5.** $\sin(x-y) = \sin(x)\cos(y) - \cos(x)\sin(y)$ 5.V
- Enunciato 6.** *Se $z \in \mathbb{C}$, allora $\overline{(\bar{z})} = -z$.* 6.F
- Enunciato 7.** $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ se $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0$ t.c. $|f(x) - L| < \varepsilon \forall x \in D$ con $0 < |x - x_0| < \delta$. 7.V
- Enunciato 8.** $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[n]{1+x} - 1}{x} = 1 \forall a > 0$ 8.F
- Enunciato 9.** *Ogni successione numerica divergente è limitata.* 9.F
- Enunciato 10.** *Se $a_n > 0$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{2}$, allora $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge.* 10.F
- Enunciato 11.** *Se $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora essa ammette massimo e minimo assoluti.* 11.F
- Enunciato 12.** $(f^{-1})'(y) = -\frac{f'(f^{-1}(y))}{f^{-1}(y)^2}$ 12.F
- Enunciato 13.** *Se $f'(x_0) = 0$ ed $f''(x_0) < 0$, allora x_0 è un punto di massimo locale.* 13.V
- Enunciato 14.** *Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora è integrabile secondo Riemann.* 14.V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 70

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

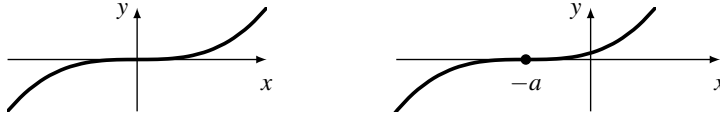
Enunciato 1. Per il principio di induzione si ha che

1.F

- $P(1)$ è vera
 - se $P(n)$ e $P(n+1)$ sono vere, allora anche $P(n+2)$ è vera
- $$\left. \begin{array}{l} \bullet P(1) \text{ è vera} \\ \bullet \text{ se } P(n) \text{ e } P(n+1) \text{ sono vere, allora anche } P(n+2) \text{ è vera} \end{array} \right\} \implies \text{allora } P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N}.$$

Enunciato 2. Se quello riportato a sinistra è il grafico di $f(x)$, allora quello a destra è il grafico di $f(x+a)$.

2.V



Enunciato 3. $\sqrt{p(x)} \geq \sqrt{q(x)} \iff \begin{cases} p(x) \geq 0 \\ q(x) \geq 0 \end{cases}$

3.F

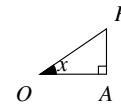
Enunciato 4. $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

4.F

Enunciato 5.

5.V

$$\begin{aligned} \overline{OA} &= \overline{AP} \cdot \cot(x), \\ \overline{AP} &= \overline{OA} \cdot \tan(x). \end{aligned}$$



Enunciato 6. Se $z \in \mathbb{C}$, allora $\Im m(z) = \frac{z - \bar{z}}{2i}$.

6.V

Enunciato 7. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty$ se

7.F

$$\exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta = \delta(M) > 0 \exists x \in (x_0, x_0 + \delta) \text{ t.c. } f(x) > -M.$$

Enunciato 8. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L \in \mathbb{R}$ se

8.F

$$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0 \text{ t.c. } |f(x) - L| < \varepsilon \forall x \in (x_0 - \delta, x_0).$$

Enunciato 9. Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{a_n} = L < 1$ allora $a_n \downarrow 0$.

9.V

Enunciato 10. Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora nulla si può dire della convergenza di $\sum_{n \geq 1} a_n$.

10.F

Enunciato 11. Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è una funzione strettamente crescente, allora $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

11.F

Enunciato 12. $\frac{d}{dx} \arcsin(x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

12.F

Enunciato 13. Per la regola di De L'Hôpital si ha che

13.V

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + 2 \cos(x)}{x^2 + \sin(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - 2 \sin(x)}{2x + \cos(x)} = 0$$

Enunciato 14. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arccos(x) + c$

14.F

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														