

Compito 1

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 24/01/2022  
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2022/2023

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

**Esercizio 1 (6 punti)** Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.

$$z^3 = -\frac{1}{2}\sqrt{3} + \frac{1}{2}i$$

**Esercizio 2 (4 punti)** Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'inf, il sup, e, se esistono, min e max.

$$A = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{x^2+2x-8}{3x^2+21x+30} < 0\right\}$$
$$B = \left\{x \in \mathbb{R} : \sqrt{2x^2+11x+11} \geq \sqrt{x^2+3x-4}\right\}$$

**Esercizio 3 (5 punti)** Data la funzione

$$f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{11-x},$$

si determinino:

- a

l'insieme di definizione  $D$  di  $f$ ;
- d

l'immagine  $I = f(D)$  di  $f$ ;
- b

la derivata  $f'(x)$ ;
- e

il grafico di  $f$ , le coordinate di eventuali punti di intersezione con gli assi ed asintoti.
- c

l'insieme dei punti  $x \in D$  in cui  $f'(x) > 0$ ;

**Esercizio 4 (2 punti)** Calcolare i seguenti limiti.

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_3\left(\left(3+x^{14}\right)^7\right)-7}{1-\cos\left(x^7\right)}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-e^{\cos(8x)-1}}{\sqrt{\cos(3 \ln(1+\sin(-5x)))}-1}$

**Esercizio 5 (2 punti)** Calcolare il valore della serie numerica  $\sum_{n \geq 0} (a_n - a_{n+1})$  con

$$a_n = \frac{(4n-7)^2}{(2n-9)^2}.$$

**Esercizio 6 (2 punti)** Data la serie numerica

$$\sum_{n \geq 1} n^5 \left(1 - \cos\left(\frac{1}{n^5}\right)\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

- a

La serie converge.
- b

La serie diverge.
- c

La serie è irregolare.

**Esercizio 7 (6 punti)** Calcolare i seguenti integrali.

a)  $\int (\cot(7x) + \tan(7x)) \mathrm{d}x$

b)  $\int_0^{10} \frac{x^3}{\sqrt{100-x^2}} \mathrm{d}x$

c)  $\int_{2^{-1/6}}^{+\infty} \frac{2x^5}{1+4x^{12}} \mathrm{d}x$

**Esercizio 8 (2 punti)** Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{2}{x}y(x) + x^3 \\ y(3) = -8 \end{cases}$$

