

ESERCIZIO 1

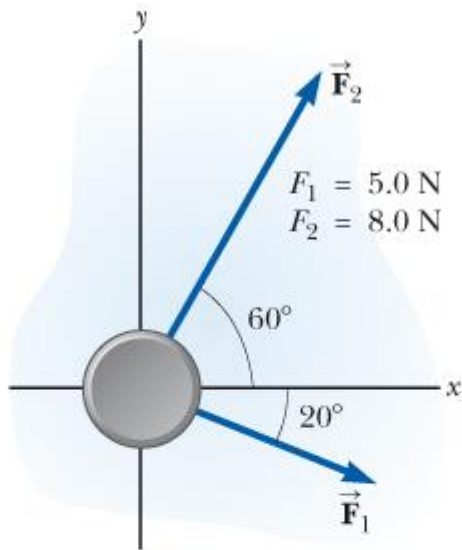
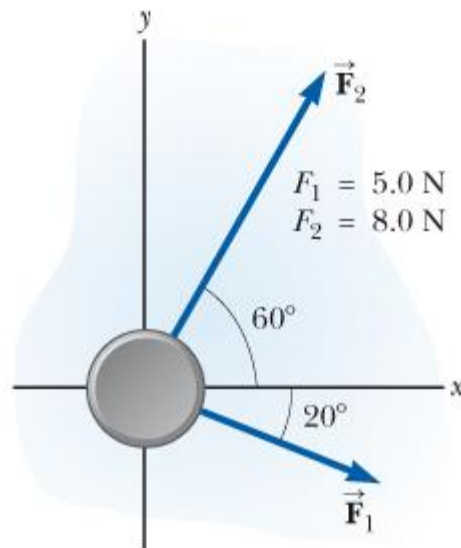


Figura 4.4 (Esempio 4.1)

Un disco da hockey in moto su una superficie priva di attrito è soggetto alle due forze \vec{F}_1 e \vec{F}_2 .

Un disco da hockey di massa 0.30 kg scorre sulla superficie orizzontale priva d'attrito di una pista di ghiaccio. Esso è colpito simultaneamente da due diverse mazze da hockey, come mostrato in Figura 4.4 ed è quindi soggetto alle due forze mostrate in figura.

Determinare l'accelerazione del disco mentre è in contatto con le due mazze.

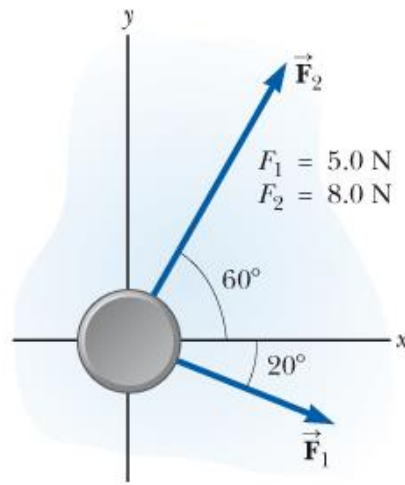


Analisi Come prima cosa troviamo le componenti della forza risultante. La componente della forza risultante nella direzione x è

$$\begin{aligned}\sum F_x &= F_{1x} + F_{2x} = F_1 \cos(-20^\circ) + F_2 \cos 60^\circ \\ &= (5.0 \text{ N})(0.940) + (8.0 \text{ N})(0.500) = 8.7 \text{ N}\end{aligned}$$

La componente della forza risultante nella direzione y è:

$$\begin{aligned}\sum F_y &= F_{1y} + F_{2y} = F_1 \sin(-20^\circ) + F_2 \sin 60^\circ \\ &= (5.0 \text{ N})(-0.342) + (8.0 \text{ N})(0.866) = 5.2 \text{ N}\end{aligned}$$



Possiamo ora adoperare la seconda legge di Newton nella forma di equazioni per le componenti (Eq. 4.3) per trovare le componenti x e y dell'accelerazione:

$$a_x = \frac{\sum F_x}{m} = \frac{8.7 \text{ N}}{0.30 \text{ kg}} = 29 \text{ m/s}^2$$

$$a_y = \frac{\sum F_y}{m} = \frac{5.2 \text{ N}}{0.30 \text{ kg}} = 17 \text{ m/s}^2$$

L'accelerazione ha modulo:

$$a = \sqrt{(29 \text{ m/s}^2)^2 + (17 \text{ m/s}^2)^2} = 34 \text{ m/s}^2$$

e la sua direzione è data da:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{a_y}{a_x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{17}{29}\right) = 31^\circ$$

rispetto all'asse delle x positive.

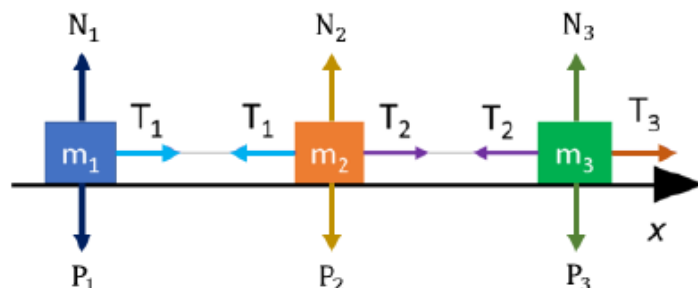
ESERCIZIO 2

Tre blocchi collegati tra loro come in figura sono spinti verso destra su un piano orizzontale privo di attrito da una forza $T_3 = 65.0 \text{ N}$. Se $m_1 = 12.0 \text{ kg}$, $m_2 = 24.0 \text{ kg}$ e $m_3 = 31.0 \text{ kg}$, quanto vale l'accelerazione del sistema? Quanto valgono le tensioni T_1 e T_2 ?



SOLUZIONE

Anche questo problema si risolve facilmente andando a considerare le forze agenti su ciascun corpo.



$$\begin{aligned} m_1 &= 12.0 \text{ kg} \\ m_2 &= 24.0 \text{ kg} \\ m_3 &= 31.0 \text{ kg} \\ T_3 &= 65.0 \text{ N} \\ T_1, T_2 &= ? \end{aligned}$$

Lungo y , come nel problema precedente, la forza peso di ciascun corpo sarà bilanciata dalla reazione vincolare del piano (accelerazione del sistema nulla lungo y).

È interessante invece andare a vedere le forze agenti su ciascun corpo lungo la direzione x , che scegliamo di fissare con verso positivo nel verso di T_3 . Ricordiamo che per ogni corpo $\sum F_x = ma_x$, e che l'accelerazione è la stessa per i 3 corpi legati insieme:

$$\begin{cases} T_1 = m_1 a \\ T_2 - T_1 = m_2 a \\ T_3 - T_2 = m_3 a \end{cases}$$

Inserendo la prima equazione nella seconda si ottiene

$$T_2 - m_1 a = m_2 a$$

$$T_2 = (m_1 + m_2) a$$

Inseriamo questo risultato nella terza equazione:

$$T_3 - (m_1 + m_2) a = m_3 a$$

$$T_3 = (m_1 + m_2 + m_3) a$$

Da cui l'accelerazione del sistema vale:

$$a = \frac{T_3}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{65.0}{12.0 + 24.0 + 31.0} \frac{m}{s^2} = 0.970 \, m/s^2$$

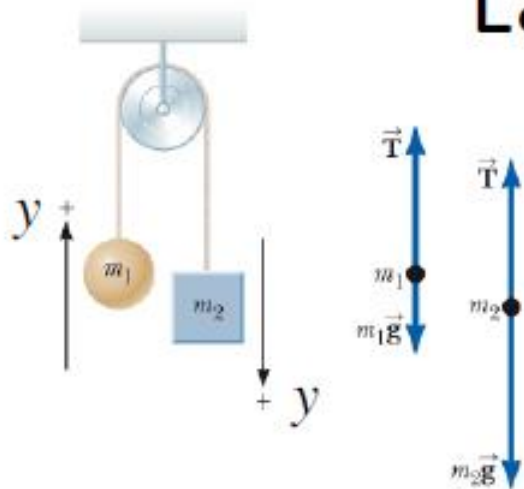
quindi:

$$T_1 = m_1 a = 12.0 \cdot 0.970 \, N = 11.6 \, N$$

$$T_2 = (m_1 + m_2) a = (12.0 + 24.0) \cdot 0.970 \, N = 34.9 \, N$$

ESERCIZIO 3

La macchina di Atwood



Note le due masse, determinare l'accelerazione dei due corpi e la tensione della fune

Nel risolvere questo problema si deve tenere conto che se si assume positiva la direzione del moto della massa m_1 quando questa sale, allora si deve considerare positiva la direzione in cui m_2 scende

Su m1: $\sum F_y = T - m_1g = m_1a$

Su m2: $\sum F_y = m_2g - T = m_2a$

Sommando le due equazioni

$$\begin{aligned} -m_1g + m_2g &= m_1a + m_2a \\ g(m_2 - m_1) &= a(m_1 + m_2) \end{aligned}$$

Dall'espressione ottenuta per a

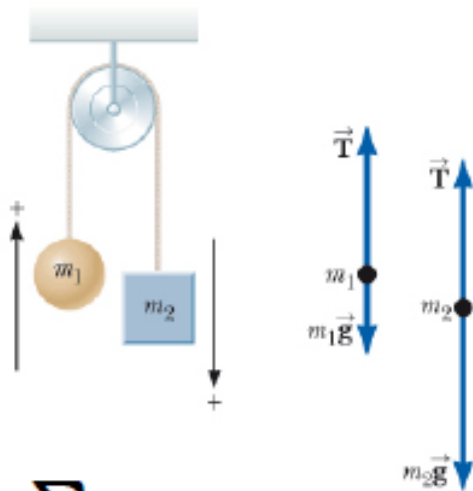
$m_2 > m_1 \quad a > 0 \quad \text{m1 sale ed m2 scende}$

$m_1 > m_2 \quad a < 0 \quad \text{m1 scende ed m2 sale}$

$$a = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right) g$$

Sostituendo l'accelerazione a in una delle due equazioni si ottiene la tensione T

La macchina di Atwood



Le due masse sono legate dal filo e le intensità delle forze esercitate dal filo sulle due masse sono lo stesse: le accelerazioni subite dalle due masse sono uguali

$$a = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right) g$$

$$\sum F_y = T - m_1 g = m_1 a$$

$$T = m_1 (g + a) \quad T = m_1 \left(g + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right) g \right) \quad \Rightarrow \quad T = \left(\frac{2m_1 m_2}{m_1 + m_2} \right) g$$

$$m_1 = m_2 = m \quad \Rightarrow \quad a = 0 \quad T = \left(\frac{2m^2}{2m} \right) g = mg$$

$$m_2 \gg m_1 \quad \Rightarrow \quad a \approx \frac{m_2}{m_2} g = g \quad T \approx \left(\frac{2m_1 m_2}{m_2} \right) g = 2m_1 g \quad \text{T molto piccola}$$