Fisica
per LT Informatica
Università di Ferrara

Lucia Del Bianco

Dip.to di Fisica e Scienze della Terra

FORZA GRAVITAZIONALE

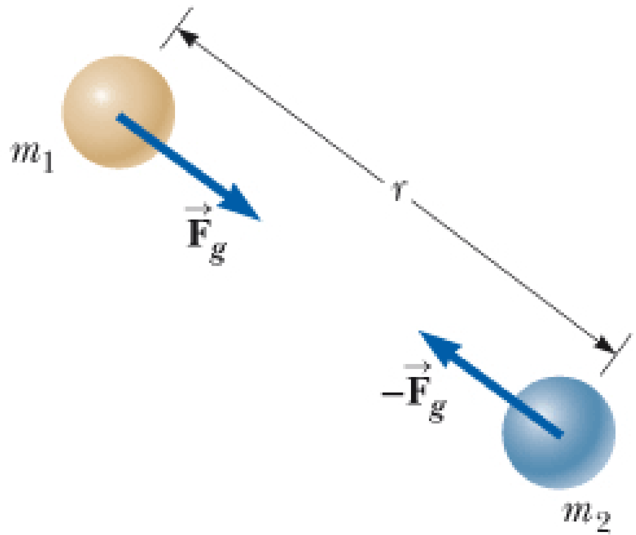


Figura 5.19 Due particelle di massa m_1 ed m_2 si attraggono vicendevolmente con una forza di intensità Gm_1m_2/r^2.

Forza di attrazione **reciproca** fra due corpi qualsiasi nell'Universo.

$$F_g = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Legge della gravitazione universale di Newton

(modulo della forza)

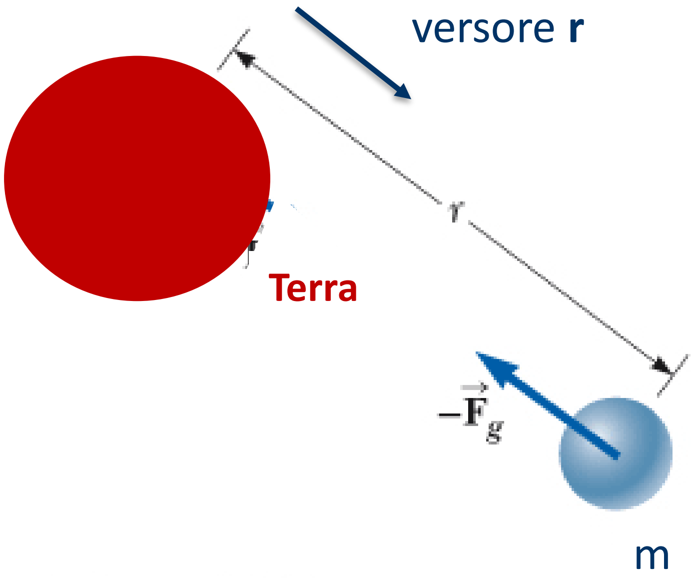
$G = 6.674 \times 10^{-11}\ Nm^2/kg^2$

costante di gravitazione universale

FORZA GRAVITAZIONALE

$$\vec{F}_g = -G\frac{M_T m}{r^2}\hat{r}$$

Forza diretta verso la Terra



M_T = massa Terra
r = distanza del corpo di massa m dal centro della Terra
r (versore) diretto verso il corpo

Forza attrattiva

FORZA GRAVITAZIONALE

$$F_g = G\frac{M_T m}{r^2}$$

$$F_g = mg$$

(moduli)

$$\boxed{g = G\frac{M_T}{r^2}}$$

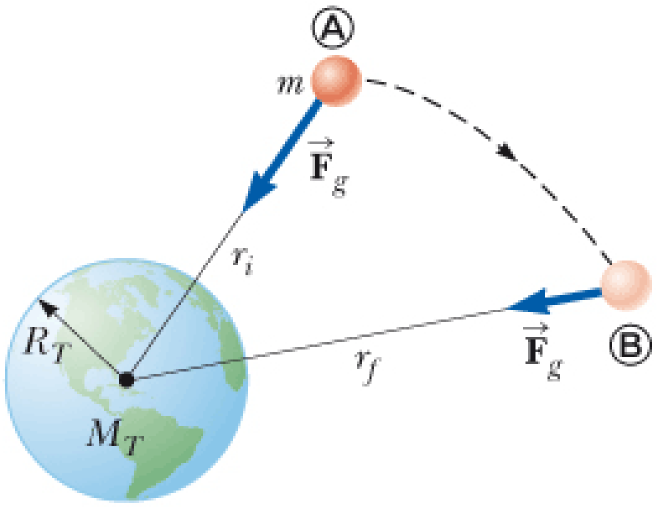
Nella caduta di un corpo sulla Terra, r diminuisce e quindi g aumenta.

Perché abbiamo invece attribuito a g un valore costante (9.8 m/s^2)?

Per avere una variazione di 0.2 m/s^2 (circa il 2%) occorre variare la distanza r di circa 100 km.

In tutti i comuni fenomeni che abbiamo studiato, g **può ritenersi costante.**

ENERGIA POTENZIALE PER LA FORZA GRAVITAZIONALE



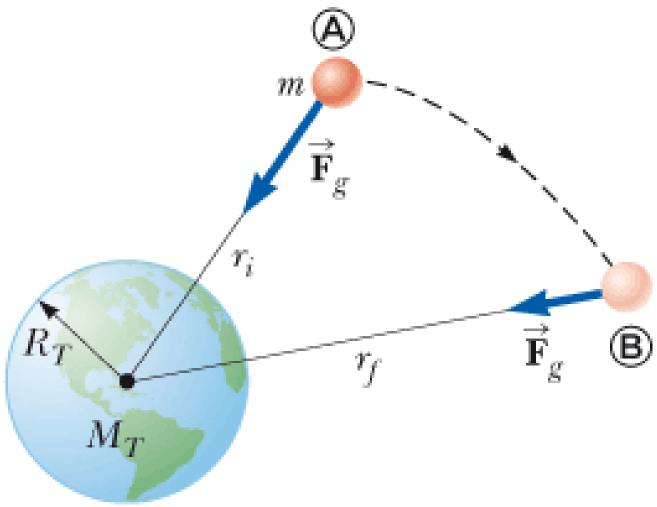
$$\vec{F}_g = -G\frac{M_T m}{r^2}\hat{r}$$

Forza diretta verso la Terra

M_T = massa Terra
r = distanza del corpo di massa m dal centro della Terra
r (versore) diretto verso il corpo

r > R_T (raggio della Terra)
Il corpo non è in prossimità della Terra.

ENERGIA POTENZIALE PER LA FORZA GRAVITAZIONALE

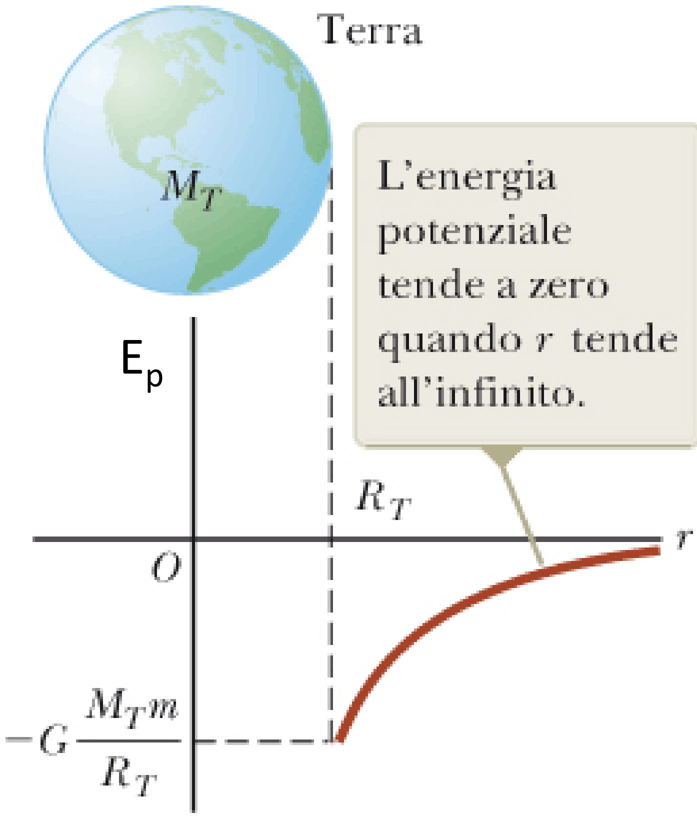


$$E_p = -G\frac{M_T m}{r}$$

Energia potenziale gravitazionale terrestre

$$F = -\frac{dE_p}{dr} = -G\frac{M_T m}{r^2}$$

ENERGIA POTENZIALE PER LA FORZA GRAVITAZIONALE



$$E_p = -G\frac{M_T m}{r}$$

Energia potenziale gravitazionale terrestre

Convenzione per la configurazione di riferimento: **$E_p \rightarrow 0$ per $r \rightarrow \infty$**

L'energia potenziale diventa meno negativa all'aumentare di r.

Per sollevare un oggetto da Terra occorre un agente esterno che faccia un lavoro positivo. Tale lavoro porta ad un aumento dell'energia potenziale (diventa meno negativa).

ENERGIA POTENZIALE PER LA FORZA GRAVITAZIONALE

$$E_p = -G\frac{m_1 m_2}{r}$$

Energia potenziale per un sistema di due particelle

Per separare due oggetti occorre fare un lavoro positivo che porta ad un aumento della energia potenziale.

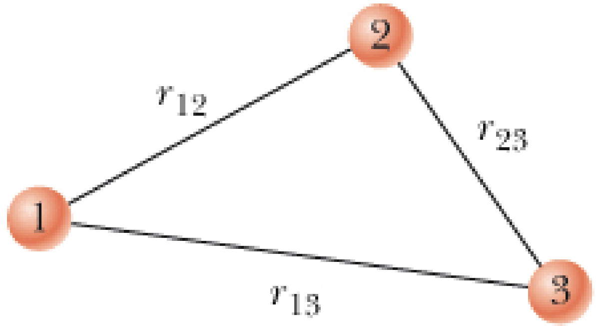


Figura 6.22 Tre particelle interagenti.

$$E_p = E_{12} + E_{13} + E_{23} = -G\left(\frac{m_1 m_2}{r_{12}} + \frac{m_1 m_3}{r_{13}} + \frac{m_2 m_3}{r_{23}}\right)$$

Quantità di moto

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Quantità di moto [kg m/s]

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

L'azione di una forza risultante determina la variazione nel tempo della quantità di moto

Forma più generale del secondo principio della dinamica

(utilizzabile anche se m non costante)

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m\frac{d(\vec{v})}{dt} = m\vec{a}$$

se m costante

Quantità di moto

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Forma più generale del secondo principio della dinamica
(utilizzabile anche se m non costante)

$$\sum \vec{F} = 0$$

Se la risultante delle forze è nulla, la quantità di moto iniziale è uguale a quella finale.

P è costante, cioè non cambia nel tempo (**primo principio della dinamica**)

Quantità di moto

$$E_K = \frac{1}{2} m v^2$$

Energia cinetica

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Quantità di moto

$$E_K = \frac{p^2}{2m}$$

$$p = \sqrt{2mE_K}$$

Quantità di moto

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

Quantità di moto

Se m è costante

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

L'azione di una forza determina la variazione nel tempo della quantità di moto

Forma più generale della seconda legge di Newton

(utilizzabile anche se m non costante)

Impulso

$$\vec{F}dt = d\vec{p}$$

$$\vec{J} = \int_{t_0}^{t} \vec{F}dt = \int_{\vec{p}_0}^{\vec{p}} d\vec{p} = \vec{p} - \vec{p}_0 = \Delta\vec{p}$$

J = Impulso della forza
(integrale della forza rispetto all'intervallo di tempo durante il quale essa agisce)

Teorema dell'impulso

L'impulso di una forza su una particella eguaglia la variazione della sua quantità di moto
(seconda legge di Newton)

Se m è costante

$$\vec{J} = m(\vec{v} - \vec{v}_0) = m\Delta\vec{v}$$

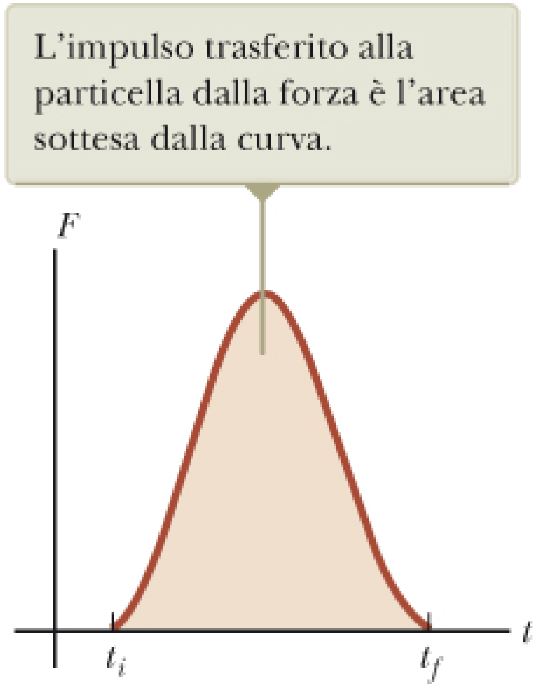
Impulso

$$\vec{J} = \int_{t_0}^{t} \vec{F}dt = \int_{\vec{p}_0}^{\vec{p}} d\vec{p} = \vec{p} - \vec{p}_0 = \Delta\vec{p}$$

J = Impulso della forza
(integrale della forza rispetto all'intervallo di tempo durante il quale essa agisce)

$$\vec{J} = \Delta\vec{p}$$

Teorema dell'impulso
L'impulso di una forza su una particella eguaglia la variazione della sua quantità di moto
(seconda legge di Newton)



Quantità di moto di un sistema di due particelle

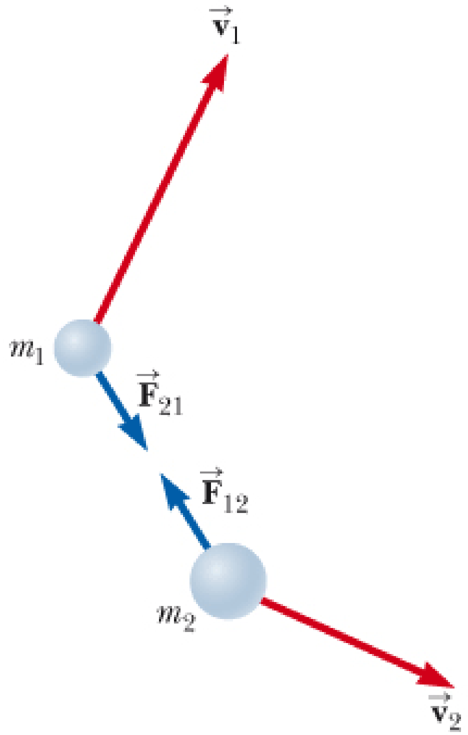


Figura 8.1 Due particelle interagiscono. Secondo la terza legge di Newton dobbiamo avere $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$.

Sistema isolato: i corpi del sistema non sono soggetti a forze esterne

$$\vec{F}_{21} + \vec{F}_{12} = 0$$

Risultante delle forze agenti sul sistema

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} + \frac{d\vec{p}_2}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) = 0$$

$$\vec{p}_{tot} = (\vec{p}_1 + \vec{p}_2) = \text{costante}$$

$$\vec{p}_{1i} + \vec{p}_{2i} = \vec{p}_{1f} + \vec{p}_{2f}$$

$$\vec{p}_{1i} + \vec{p}_{2i} = \vec{p}_{1f} + \vec{p}_{2f}$$

Ogni qualvolta due o più particelle di un sistema isolato interagiscono, la quantità di moto totale del sistema rimane costante (anche se le forze sono non-conservative)

$$\sum_{sistema} p_{ix} = \sum_{sistema} p_{fx}$$

Espressioni analoghe per y e z

Le componenti della quantità di moto nelle direzioni x, y e z si conservano indipendentemente.

Impulso

$$\vec{J} = \int_{t_0}^{t} \vec{F} dt$$

Se **F** è costante

$$\vec{J} = \vec{F} \Delta t$$

Approssimazione dell'impulso: la forza agisce per un breve intervallo di tempo ed è più intensa di ogni altra forza presente.

Forze intense e di breve durata sono quelle che si sviluppano negli urti e sono dette **IMPULSIVE.**

In un urto, **la quantità di moto di un sistema isolato si conserva**.

Se l'energia cinetica non si conserva $\Rightarrow$ **urto anelastico**

Se l'energia cinetica si conserva $\Rightarrow$ **urto elastico**.

Urti perfettamente anelastici

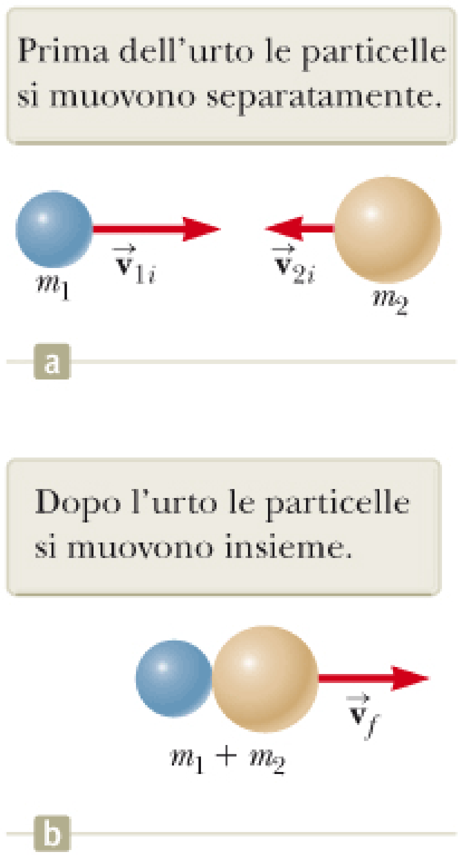


Figura 8.8 Rappresentazione schematica di un urto centrale perfettamente anelastico tra due particelle.

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = (m_1 + m_2) v_f$$

$$v_f = \frac{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}}{m_1 + m_2}$$

Urti elastici

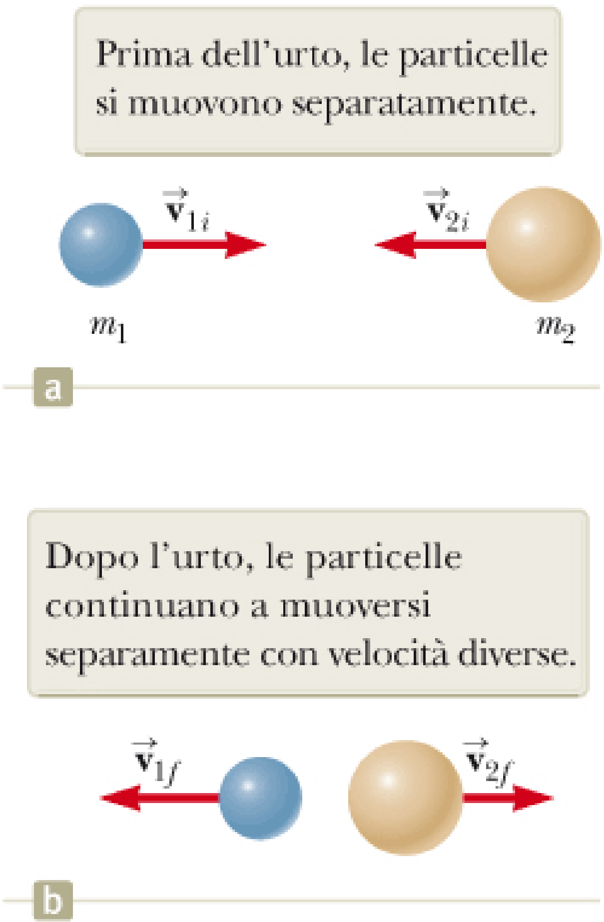


Figura 8.9 Rappresentazione schematica di un urto centrale elastico tra due particelle.

conservazione quantità di moto

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

$$m_1 (v_{1i} - v_{1f}) = m_2 (v_{2f} - v_{2i})$$

conservazione energia cinetica

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2$$

$$m_1 (v_{1i}^2 - v_{1f}^2) = m_2 (v_{2f}^2 - v_{2i}^2)$$

$$m_1 (v_{1i} - v_{1f})(v_{1i} + v_{1f}) = m_2 (v_{2f} - v_{2i})(v_{2f} + v_{2i})$$

$$(v_{1i} + v_{1f}) = (v_{2f} + v_{2i})$$

$$v_{1i} - v_{2i} = -(v_{1f} - v_{2f})$$

Urti elastici

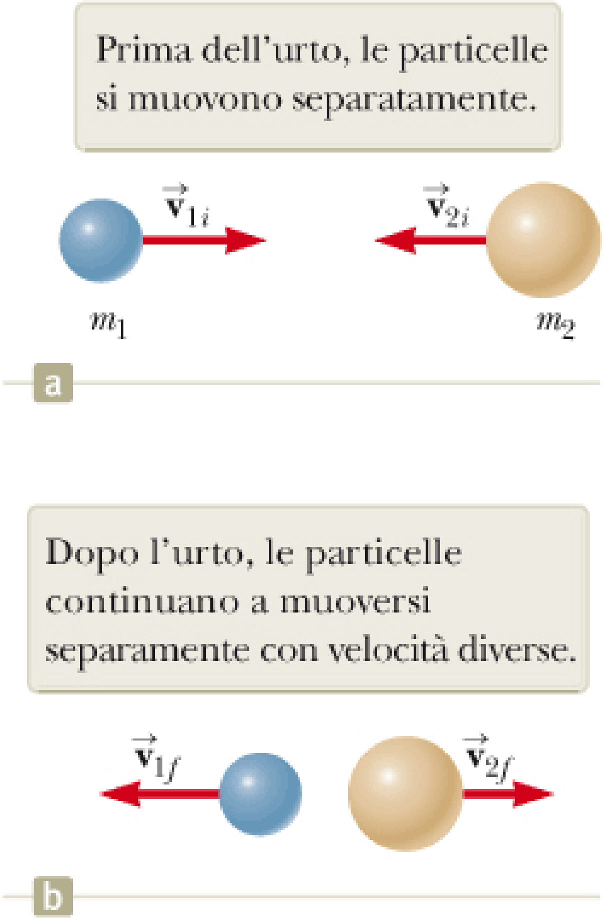


Figura 8.9 Rappresentazione schematica di un urto centrale elastico tra due particelle.

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

$$v_{1i} - v_{2i} = -(v_{1f} - v_{2f})$$

$$v_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{1i} + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{2i}$$

$$v_{2f} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{1i} + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{2i}$$

Urti elastici

$$v_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{1i} + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{2i}$$

$$v_{2f} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{1i} + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{2i}$$

$$m_1 = m_2 \Longrightarrow \quad v_{1f} = v_{2i} \qquad v_{2f} = v_{1i}$$

Le 2 particelle si scambiano la velocità

Urti elastici

$$v_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{1i} + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{2i}$$

$$v_{2f} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{1i} + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{2i}$$

$$m_1 \neq m_2$$

$$v_{2i} = 0$$

$$\Rightarrow$$

$$v_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{1i}$$

$$v_{2f} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{1i}$$

Urti elastici

$$m_1 \neq m_2$$

$$v_{2i} = 0$$

$$\Rightarrow \quad v_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{1i}$$

$$v_{2f} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{1i}$$

$$m_1 >> m_2 \quad \Rightarrow \quad v_{1f} \approx v_{1i} \quad v_{2f} \approx 2v_{1i}$$

$$m_2 >> m_1 \quad \Rightarrow \quad v_{1f} \approx -v_{1i} \quad v_{2f} \approx 0$$

m_2 in quiete

Urti in due dimensioni

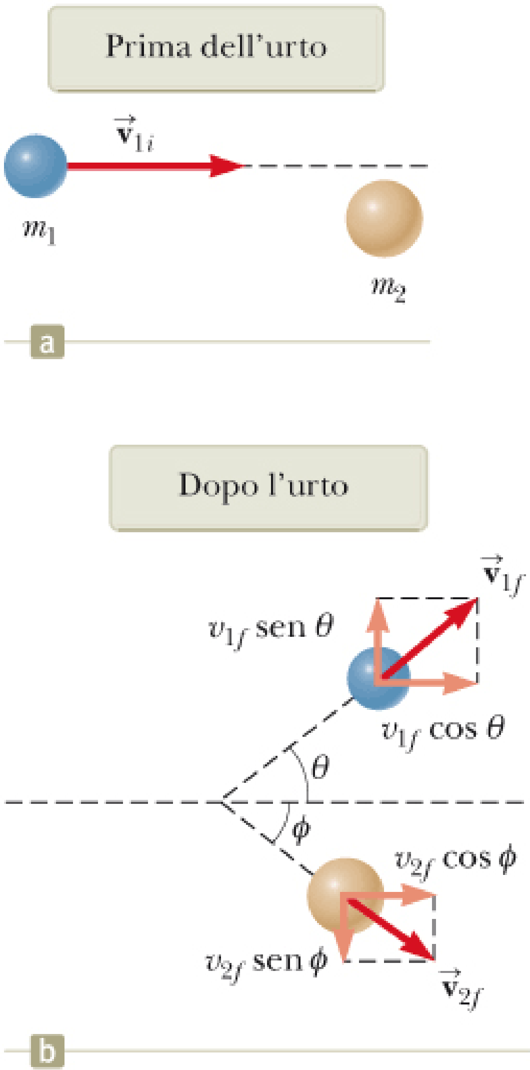


Figura 8.11 Un urto radente tra due particelle.

conservazione quantità di moto

$$m_1 v_{1i} + 0 = m_1 v_{1f} \cos\theta + m_2 v_{2f} \cos\phi \qquad \text{(lungo x)}$$

$$0 + 0 = m_1 v_{1f}\, sen\,\theta - m_2 v_{2f}\, sen\,\phi \qquad \text{(lungo y)}$$

Se urto è elastico

conservazione energia cinetica

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2$$