Università
degli Studi
di Ferrara

Dipartimento di Matematica e Informatica

08/04/2022

Tutorato didattico di Fisica per LT Informatica

A.A. 2021 – 2022

Tutor: Martina Natali

Contatti:
martina01.natali@edu.unife.it
Classroom del corso

Moto armonico

LEGGE ORARIA $$x(t) = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t)$$

LEGGE DELLA VELOCITA' $$v(t) = A\omega\cos(\omega t) - B\omega\sin(\omega t)$$

LEGGE DELL' ACC. $$a(t) = -\omega^2 x(t)$$

LEGGE DI HOOKE $$\vec{F} = -k\vec{x} = m\vec{a}$$

$\vec{F}$ → FORZA ELASTICA

k → COSTANTE ELASTICA

$$[\text{rad Hz}] = [\text{rad/s}]$$

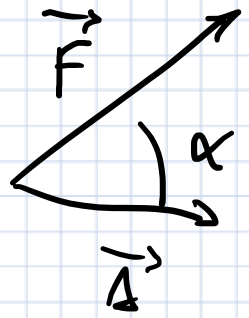
$$\omega = \sqrt{k/m} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \qquad T = 1/f$$

ω "PULSAZIONE"

T → PERIODO

f → FREQUENZA, $[\text{Hz}]$

Energia



LAVORO $\quad W = \vec{F} \cdot \vec{s} = F s \cos \alpha$

$\quad\quad \to [N \cdot m] = [J]$

ENERGIA CINETICA $\quad K = \frac{1}{2} m v^2$

ENERGIA POT. GRAV. $\quad U_g = m g h$

ELASTICA $\quad U_e = \frac{1}{2} k x^2$

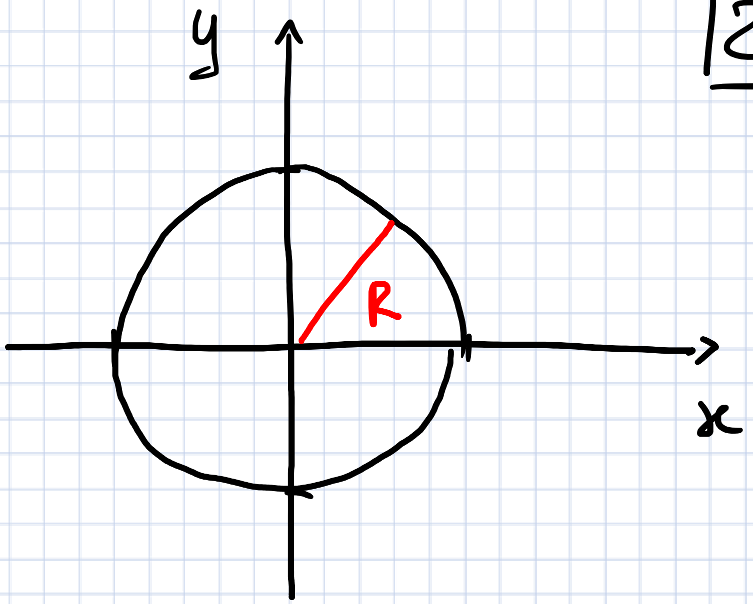
LAVORO $W = \Delta K = K_{FINE} - K_{INIZIO}$

(FORZE CONS.) $W = -\Delta U = U_{INIZIO} - U_{FINE}$

(GRAV., ELASTICA)

Moto circolare unif.

$\boxed{2D}$



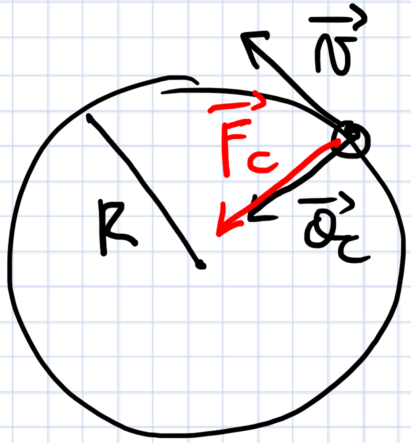
- raggio R
- velocità angolare

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \text{cost.}$$

- $\Delta\theta$ è l'angolo percorso in un certo intervallo di tempo

- periodo T, frequenza $f = 1/T$
- $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi f$

Moto rett. unif.	Moto circ. unif.
$x(t) = x_0 + v_0 t$	$\theta(t) = \theta_0 + \omega_0 t$
$v(t) = v_0 = \text{cost}$	$\omega(t) = \omega_0 = \text{cost}$
$a(t) = 0$	$\alpha(t) = 0$



$$|\vec{v}| = \text{cost} = \omega R$$

$$|\vec{a}_c| = \text{cost} = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$$

$$\vec{F}_c = m\,\vec{a}_c$$

Un punto che si muove di moto armonico con periodo t = 4.4 s si trova al tempo t = 0 s nella posizione $x(0) = 0.28\ \mathrm{m}$ con velocità $v(0) = -2.5\ m/s$. Scrivere l'equazione del moto. Calcolare i valori massimi di velocità e posizione.

Fonte: MNV3, Cap.1, Problemi 1.28

$T = 4.4\ s$

$x(t = 0\ s) = 0.28\ m$

$v(t = 0\ s) = -2.5\ m/s$

① legge oraria ?

v_{MAX} ? x_{MAX} ?

GOAL

① $\boxed{x(t)} = \overset{?}{A} \sin(\overset{\checkmark}{\omega} t) + \overset{?}{B} \cos(\overset{\checkmark}{\omega} t)$ (IN GENERALE)

$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{4.4\ s} = 1.43\ rad/s \longrightarrow rad\ s^{-1}$

A, B si ricavano dalle cond. iniziali

$x(0) = 0.28\ m$ $\qquad$ $v(0) = -2.5\ m/s$

(a) $\qquad$ (b)

(a) $\quad x(t=0) = x_0 = A\cancel{\sin}^{0}(\omega \cdot 0) + B\cos(\omega \cdot 0)$

$= B\,\cancel{\cos}^{1}(0) = B$

$\Rightarrow B = x_0$ ✓

(USO FORMULA GENERALE $v(t)$)

(b) $\quad v(t=0) = v_0 = A\omega\,\cancel{\cos}^{1}(\omega \cdot 0) - B\omega\,\cancel{\sin}^{0}(\omega \cdot 0)$

$v_0 = A\omega \quad \Rightarrow \quad A = v_0/\omega$ ✓

SCRIVO LEGGE ORARIA

$$x(t) = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t)$$

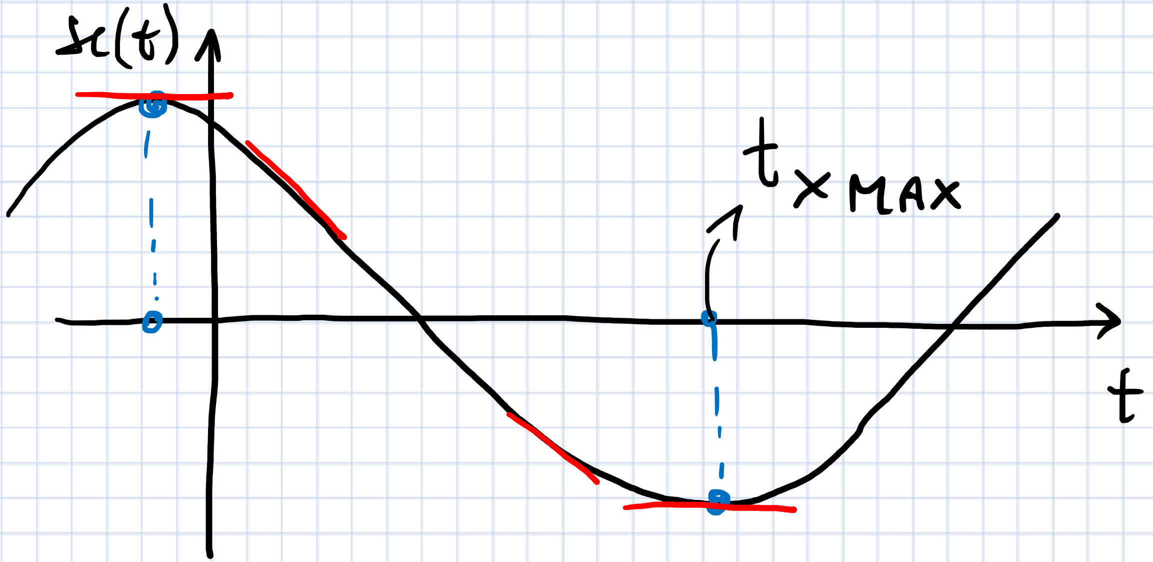
$$A = v_0/\omega$$

$$x(t) = \frac{v_0}{\omega} \sin(\omega t) + x_0 \cos(\omega t)$$

$$B = x_0$$

---

x_{MAX} ?



- LA PENDENZA DELLA RETTA TANGENTE = $v(t)$

- NEI PUNTI IN CUI $v(t) = 0$ ALLORA L'AMPIEZZA È MAX

STEPS:

- SFRUTTO $v(t) = 0$ PER TROVARE $t = t_{x\,MAX}$ (ISTANTE IN CUI L'AMPIEZZA È MASSIMA)

- SOSTITUISCO $t_{x\,MAX}$ IN $x(t)$ $\rightarrow$ TROVO x_{MAX}

$$v(t) = A\omega \cos(\omega t) - B\omega \sin(\omega t) \quad \text{sost. } A, B$$

$$= \frac{v_0}{\cancel{\omega}} \cancel{\omega} \cos(\omega t) - x_0 \omega \sin(\omega t)$$

$$= v_0 \cos(\omega t) - x_0 \omega \sin(\omega t)$$

$$v(t_{x\,max}) = 0$$

$$v(t_{XMAX}) = \underbrace{0 = v_0 \cos(\omega t_{XMAX}) - x_0 \omega \sin(\omega t_{XMAX})}$$

$$x_0 \omega \sin(\omega t_x) = v_0 \cos(\omega t_x) \qquad / \cos(\omega t_x)$$

$$x_0 \omega \tan(\omega t_x) = v_0 \qquad / x_0 \omega$$

$$\tan(\omega \boxed{t_x}) = \frac{v_0}{x_0 \omega} \qquad \tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$$

$$\left[\begin{array}{l} \text{REGOLA} \quad f = f(x) \ \text{t.c. ESISTE} \ f^{-1} \\ \qquad\qquad f^{-1}(f(x)) = x \end{array} \right]$$

APPLICO $\tan^{-1}$ AD AMBO I MEMBRI

$$\tan^{-1}(\tan(\omega t_x)) = \tan^{-1}\left(\frac{v_0}{x_0 \omega}\right)$$

$$\omega t_x = \tan^{-1}\left(\frac{v_0}{\omega x_0}\right)$$

$$\left[\frac{\cancel{m}/\cancel{s}}{\cancel{m} \times rad/\cancel{s}}\right] = \left[\frac{1}{rad}\right]$$

$$\Rightarrow t_x = \frac{1}{\omega} \tan^{-1}\left(\boxed{\frac{v_0}{x_0 \omega}}\right)$$

rad^{-1}

$$= -0.887 \, s$$

SOST. DENTRO A $x(t_x)$

$$x(t_x) = \frac{v_0}{\omega}\sin(\omega t_x) + x_0\cos(\omega t_x)$$

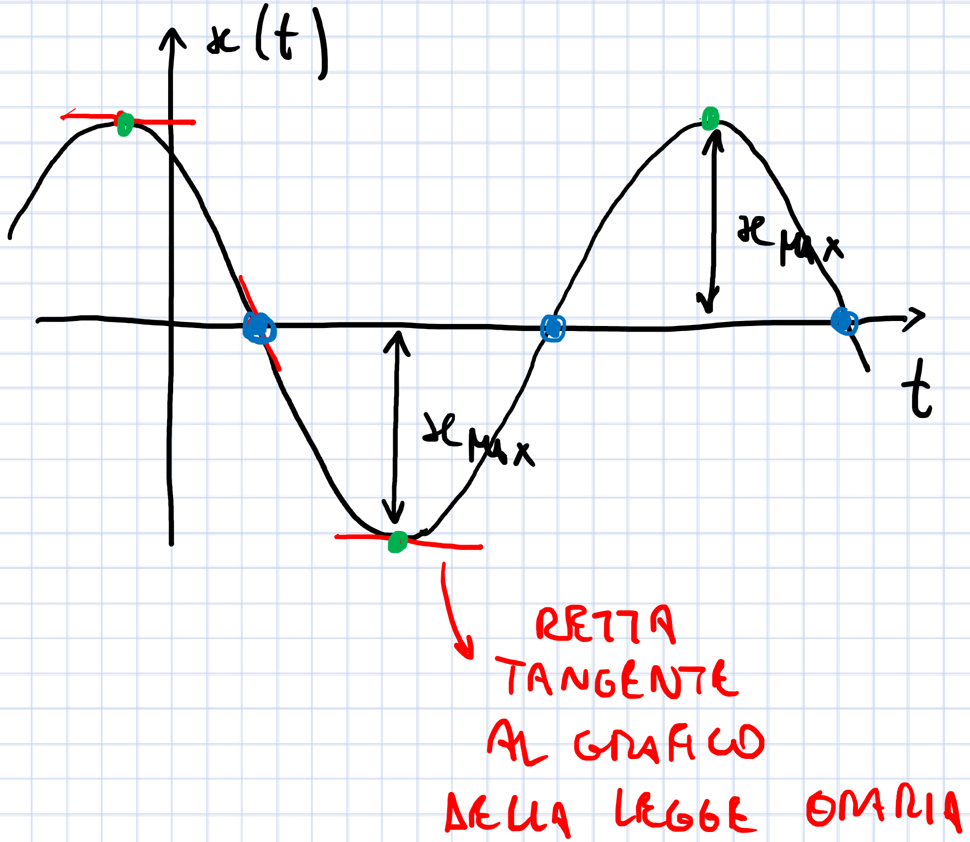
$$= \frac{-2.5\ m/s}{1.43\ rad/s}\sin\left(1.43 \times (-0.987)\right) +$$

$$+\ 0.28\ m \times \cos\left(1.43 \times (-0.987)\right) =$$

$$= 1.77\ m$$

2) v_{MAX} ? x_{MAX} ?

PER RICAVARE QUESTI VALORI RAGIONIAMO SUL MOTO ARMONICO, A PARTIRE DALLA LEGGE ORARIA.



- LA PENDENZA DELLA LINEA ROSSA È UGUALE ALLA VELOCITÀ ISTANTANEA ED È MASSIMA QUANDO $x(t) = 0$ (PUNTI BLU)
- L'AMPIEZZA DELLO SPOSTAMENTO È MASSIMA QUANDO LA VELOCITÀ ISTANTANEA È NULLA (PUNTI VERDI)

$\Rightarrow$ DEVO TROVARE L'ISTANTE DI TEMPO PER CUI

$$x(t_{v\,MAX}) = 0 \longrightarrow t_v$$

$$v(t_{x\,MAX}) = 0 \longrightarrow t_x$$

$$x(t_v) = \frac{v_0}{\omega}\sin(\omega t_v) + x_0\cos(\omega t_v) = 0$$

$$\longrightarrow \frac{v_0}{\omega}\sin(\omega t_v) = -x_0\cos(\omega t_v)$$

$$\underbrace{\frac{\sin(\omega t_v)}{\cos(\omega t_v)}} = -x_0\frac{\omega}{v_0}$$

$$\tan(\omega t_v) = -x_0\frac{\omega}{v_0}$$

APPLICO LA FUNZIONE INVERSA DI $\tan(\omega t_v)$ AD AMBO I MEMBRI

$$\arctan(\tan(\omega t_v)) = \arctan\left(-x_0 \frac{\omega}{v_0}\right)$$

$$\parallel$$

$$\omega t_v = \arctan\left(-x_0 \frac{\omega}{v_0}\right)$$

[LA REGOLA È $f^{-1}(f(x)) = x$]

→ PERCIÒ $t_v = \dfrac{1}{\omega} \arctan\left(-x_0 \dfrac{\omega}{v_0}\right) = 0.111\ s$

↓

CON LA CALCOLATRICE!

ATTENZIONE!

- $\arctan(x)$ SULLE CALCOLATRICI SI PUÒ CHIAMARE $\tan^{-1}$
- L'ARGOMENTO DI $\arctan(x)$ È IN rad (RADIANTI) QUINDI CONTROLLA L'UNITÀ DI MISURA SULLA CALCOLATRICE!

ORA CHE HO TROVATO t_v, LO SOSTITUISCO IN $v(t)$ PER TROVARE v_{MAX}

$$v(t_v) = v_{MAX}$$

RISCRIVO $v(t)$ CON I VALORI DELLE COSTANTI A E B

$$A = \frac{v_0}{\omega} \qquad B = x_0 \quad \Rightarrow \quad v(t) = v_0 \cos(\omega t) - x_0 \omega \sin(\omega t)$$

$$v(t_v) = v_0 \cos(\omega t_v) - x_0 \omega \sin(\omega t_v) = -2.53 \ m/s$$

QUINDI IL MODULO MASSIMO DELLA VELOCITÀ È

$|v_{MAX}| = 2.53 \text{ m/s}$

RIPETO LO STESSO PROCEDIMENTO PER L'AMPIEZZA ...

SFRUTTO $v(t_x) = 0 \iff x(t_x) = x_{MAX}$

$v(t_x) = 0 \Rightarrow v_0 \cos(\omega t_x) - x_0 \omega \sin(\omega t_x) = 0$

$\tan(\omega t_x) = \frac{v_0}{x_0 \omega} \longrightarrow t_x = \frac{1}{\omega} \arctan\left(\frac{v_0}{x_0 \omega}\right) = -0.987 \text{ s}$

$x(t_x) = \frac{v_0}{\omega} \sin(\omega t_x) + x_0 \cos(\omega t_x) = 1.77 \text{ m} = x_{MAX}$

Un blocchetto di 20 g è lanciato su una superficie priva di attrito verso una molla di costante elastica k = 10 N/m, inizialmente a riposo. Il blocchetto colpisce la molla con una velocità di 2 m/s e vi si attacca. Sfruttando la conservazione dell'energia meccanica, calcolare di quanto si accorcia al massimo la molla dopo l'urto.

Calcolare il lavoro effettuato dalla forza elastica della molla mentre quest'ultima si comprimeva.

RISPETTO A t E x

$\cancel{W = \vec{F} \cdot \vec{A}}$ — FORZA CONS. VARIABILE

POSSO USARE QUESTA FORMULA SOLO SE INTEGRO NELLO SPAZIO

Un'automobile affronta una curva circolare di raggio R = 25 m. Calcolare la velocità massima dell'auto v_{MAX} se le ruote possono tollerare un'accelerazione centripeta massima di 7 m/s^2 senza slittare.

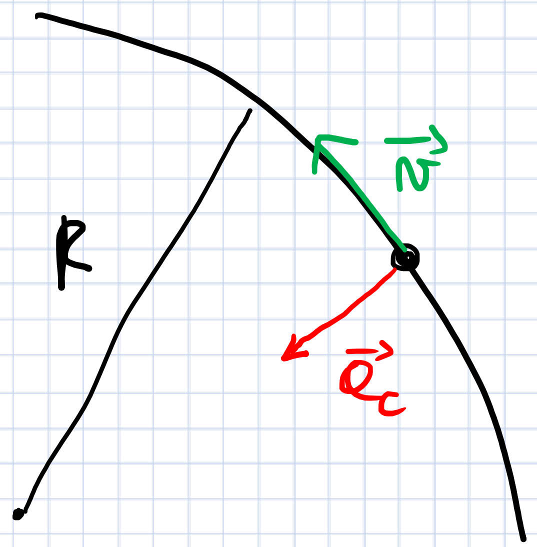
Fonte: MNV3, Cap.1, Problemi 1.37

MOTO CIRC UNIF

$R = 25\ m$

$a_{C\,MAX} = 7\ m/s^2$

v_{MAX} ?



$v = \omega R$

?

NON POSSO TROVARLO

SFRUTTO I DATI: COS'HO?

$a_c = \frac{\boxed{v}^2}{R} = \omega^2 R$

$$a_c = \frac{v^2}{R} \longrightarrow v^2 = a_c R \longrightarrow v = \sqrt{a_c R}$$

$$v_{MAX} = \sqrt{25 \times 7} = 13.2 \ m/s = 47.6 \ Km/h$$

In un rally, un'automobile di una tonnellata e mezza affronta una curva circolare di raggio 300 m su una collina che ha un'inclinazione di 20°: qual è la velocità massima a cui l'auto può andare senza slittare?

La macchina prende poi una curva uguale sulla quale il coefficiente di attrito dinamico tra gli pneumatici e lo sterrato è di 0.85: qual è ora la velocità massima?

Fonte: ☺

$\theta = 20°$

$R = 300\ m$

$m = 1500\ kg$

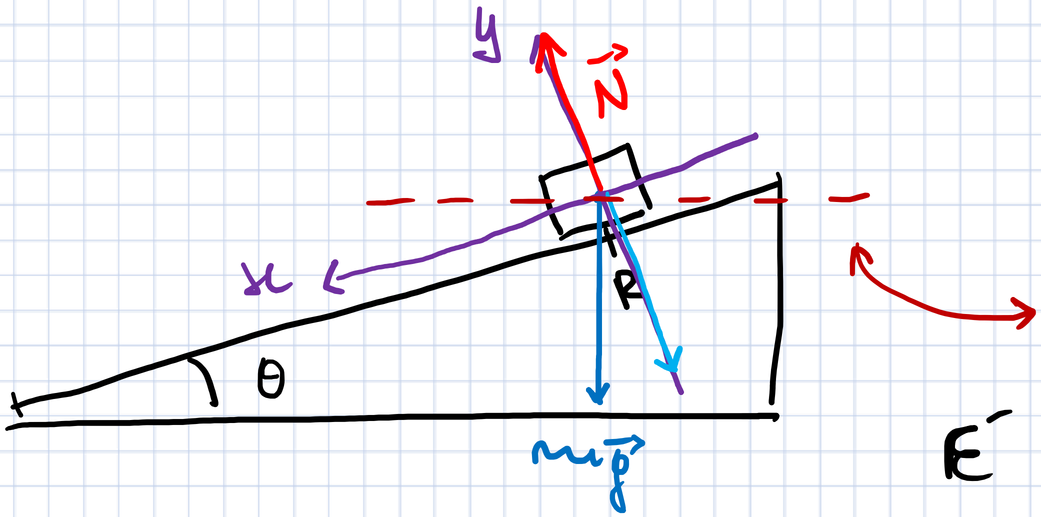
v_{MAX} ?

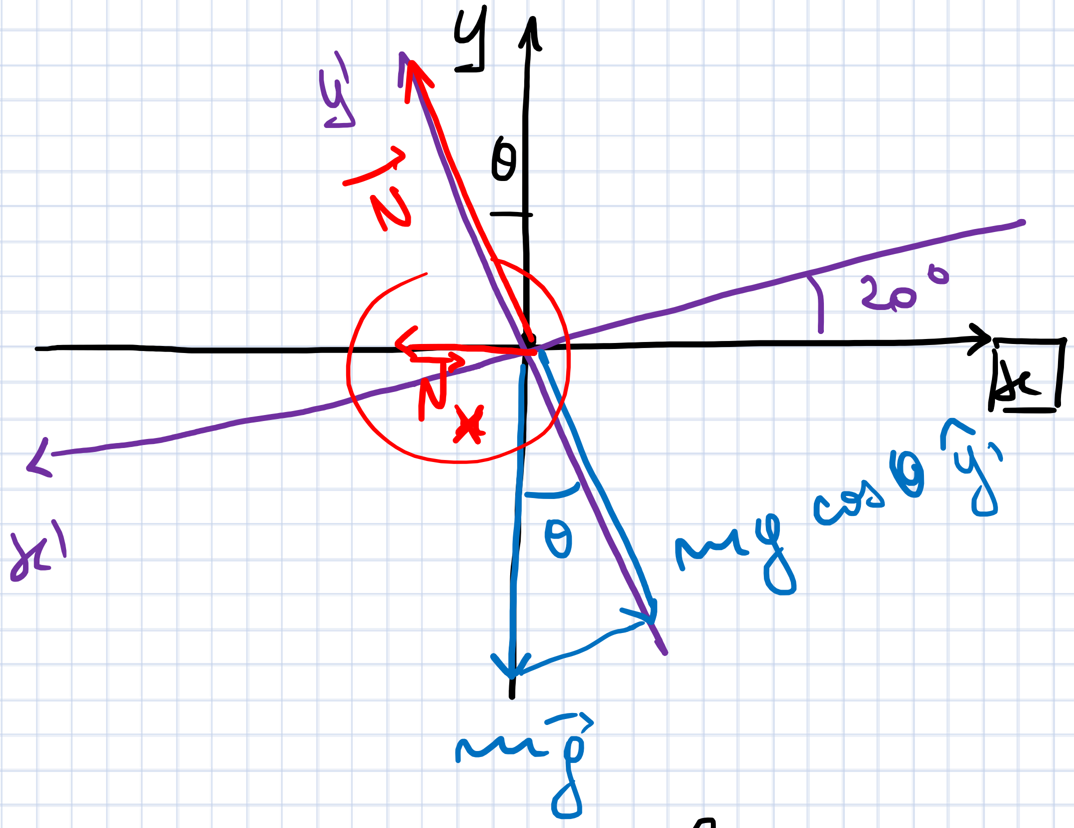
MI SERVE a_c

USO LA II LEGGE DI N

$\vec{F}_c = m\vec{a}_c$

É SEMPRE RADIALE E ORIZZ.





N_x ? $\quad N_x = N \sin\theta$

$N = mg\cos\theta$

$N_x = mg\cos\theta\sin\theta$

- $m\vec{g}$ NON PUÒ AGIRE DA FORZA CENTRIPETA PERCHÉ NON HA COMPONENTI LUNGO L'ASSE DELLE X

- $\vec{N}_x$ AGISCE DA FORZA CENTRIPETA

$\Rightarrow$ POI POSSO CALCOLARE L'ACC. CENTRIPETA

$\Rightarrow$ POI CALCOLO VEL. MASSIMA

$$N_x = mg \sin\theta \cos\theta = \frac{1}{2} mg \sin 2\theta$$

$$\left(2 \sin\theta \cos\theta = \sin 2\theta \right)$$

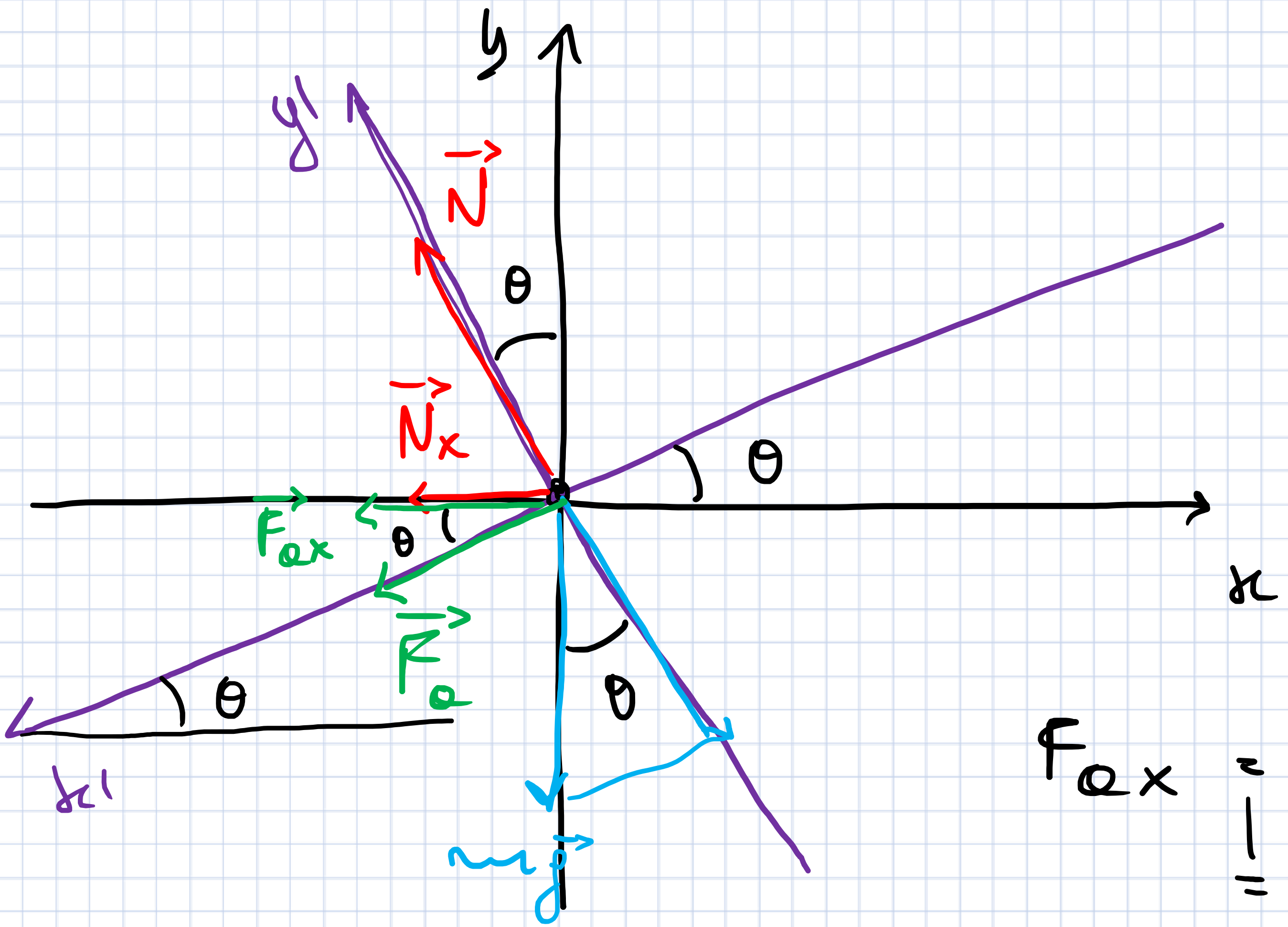
$$N_x = F_c = \cancel{m} a_c = \frac{1}{2} \cancel{m} g \sin 2\theta$$

$$a_c = \frac{1}{2} g \sin 2\theta$$

$$v_{MAX} = \sqrt{a_c R} = \sqrt{\frac{1}{2} g \sin 2\theta R} = 30.8 \; m/s$$

INTRODUCO ATTRITO

- RIFACCIO DIAGRAMMA CORPO LIBERO



TROVARE F_{ax}

$$F_a = N\mu = mg\cos\theta\,\mu$$

$$F_{ax} = F_a\cos\theta = mg\cos^2\theta\,\mu$$

$$F_c = m a_c = N_x + F_{ax}$$

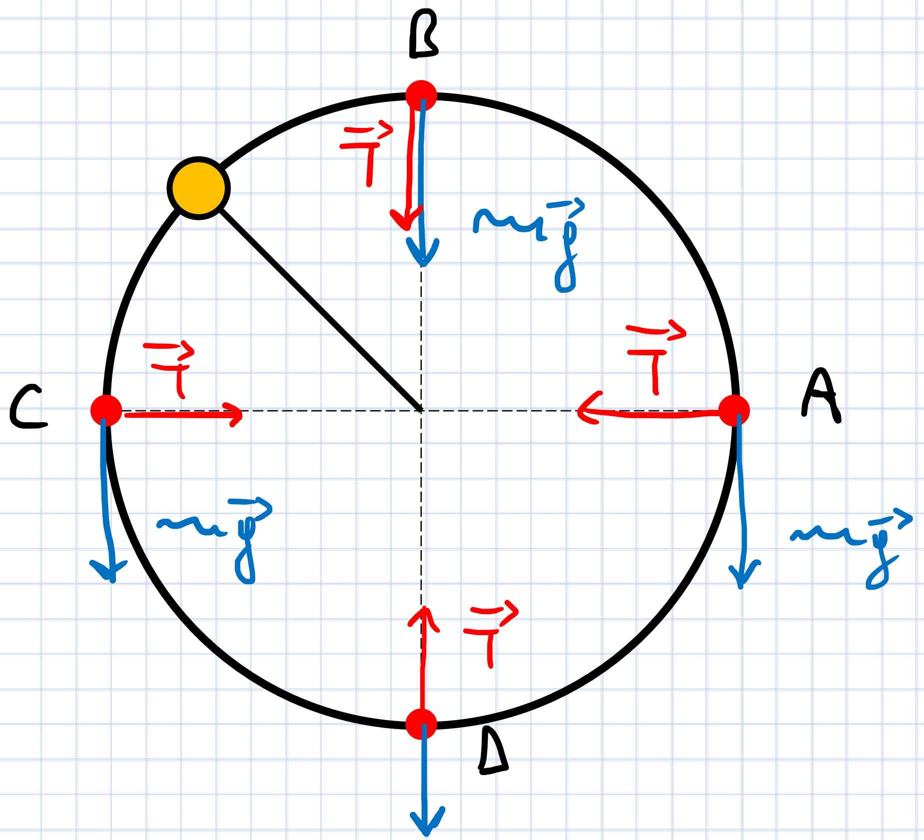
$$N_x + F_{ax} = \frac{1}{2} mg \sin 2\theta + mg \cos^2\theta \, \mu$$

$$\cancel{m} a_c = \cancel{m} g \left(\frac{1}{2} \sin 2\theta + \mu \cos^2\theta \right)$$

$$v_{MAX} = \sqrt{a_c R} = \sqrt{g \left(\frac{1}{2} \sin 2\theta + \mu \cos^2\theta \right) R} = \sqrt{9.81 \left(0.5 \times \sin(40^\circ) + 0.85 \times \cos(20^\circ)^2 \right) \times 300} = 56.2 \ m/s$$

Una pallina di 10 g attaccata ad un filo lungo 10 cm viene fatta girare in un moto circolare uniforme sul piano verticale e percorre metà di un giro completo in 0.3 s. Calcolare la tensione del filo nei quattro punti indicati in figura.

Fonte: ☺



$m = 0.01$ kg

$R = 0.1$ m

$T = 2 \times 0.3$ s $= 0.6$ s

$|\vec{T}|$? $\longrightarrow$ IN A, B, C, D

T_A : E' LA FORZA CENTRIPETA CHE DEVE MANTENERE L'ACC. CENTRIPETA COST. CON IL SUO VALORE

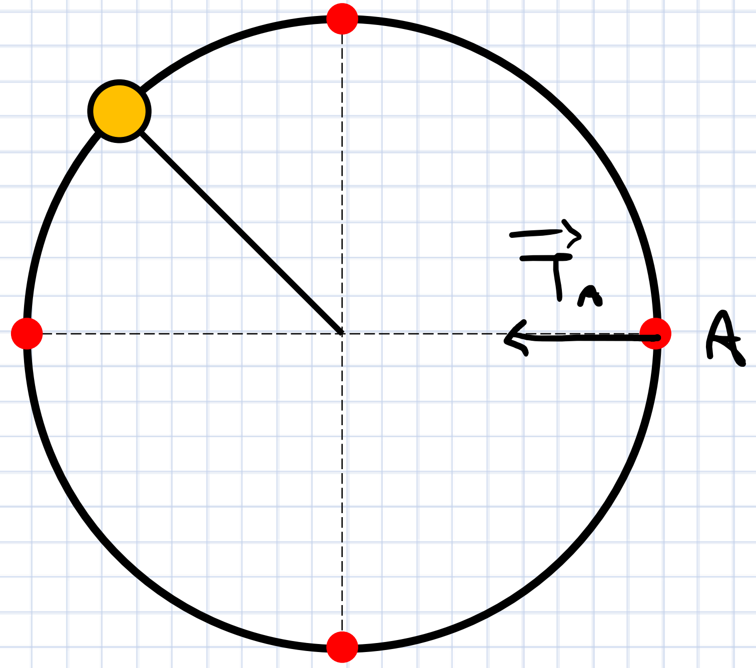
$$\boxed{T_A} = F_c = m\, a_c \quad ?$$

$$a_c = \omega^2 R \quad ?$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{10}{3}\pi \ \text{rad/s}$$

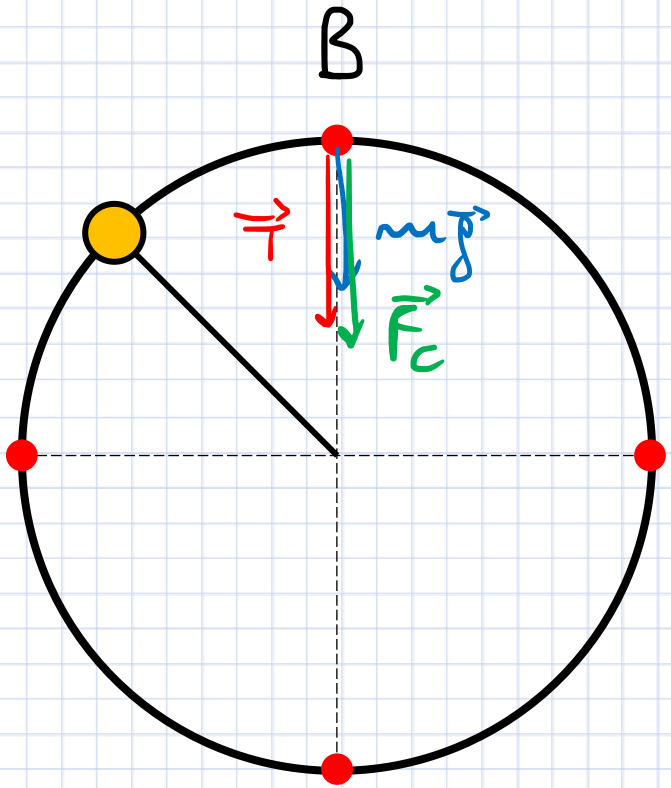
$$\Rightarrow a_c = \left(\frac{10}{3}\pi\right)^2 R = \frac{100\pi^2}{9} R$$

$$F_c = T_A = m\, a_c = \frac{100}{9}\pi^2 m R = 0.110 \ \text{N}$$



$$B: \quad F_c = mg + T_B \rightarrow T_B = F_c - mg$$

$$F_c = a_c m$$



$$T_B = a_c m - mg = \frac{100}{g}\pi^2 R m - mg = 0.0115 \text{ N} \ll T_A$$

DA FINIRE! PUNTI C E D