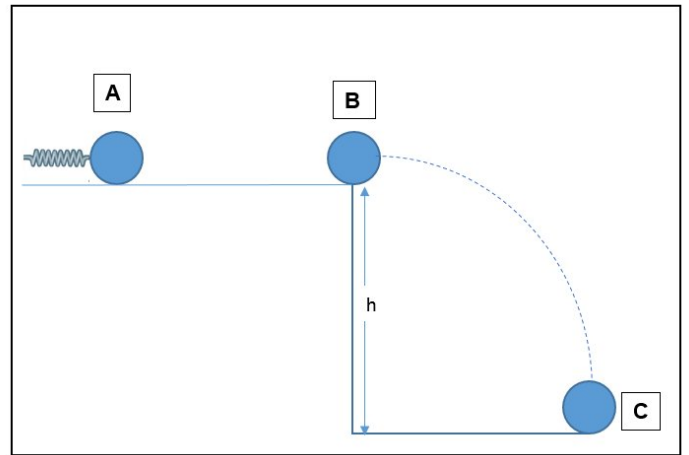


Prova scritta 17 Gennaio 2023

Cognome e Nome matricola n.

Un punto materiale di massa $M = 60 \text{ kg}$ viene accelerato, da fermo, da una molla di costante elastica $k = 200 \text{ N/m}$, compressa di 50 cm . Staccatasi dalla molla quando la sua velocità è massima, il punto percorre un tratto di piano orizzontale, senza attrito, e poi cade da un gradino di altezza $h = 60 \text{ m}$, arrestandosi nel punto C.



- 1) Disegnare il diagramma di corpo libero del punto materiale quando è sottoposto alla forza elastica della molla.

Determinare:

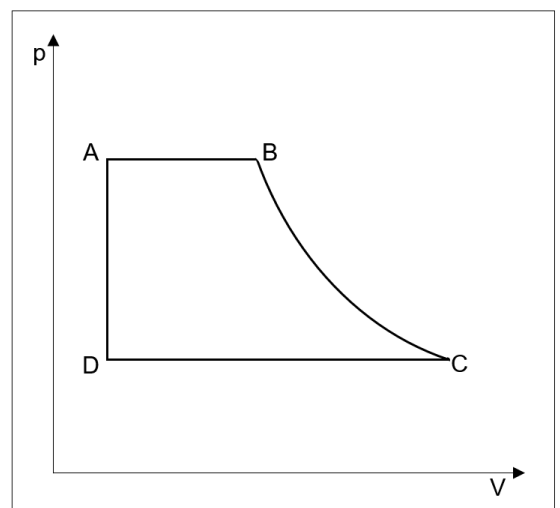
- 2) quanto tempo occorre al punto per arrivare dalla posizione iniziale, con molla compressa e velocità nulla, alla velocità massima, a cui si stacca dalla molla.
- 3) la distanza X_C a cui arriva, dalla base del gradino al punto C
- 4) il tempo di caduta, dal punto B al punto C
- 5) il vettore velocità \mathbf{V}_C quando il punto tocca terra, in C

Un gas perfetto biatomico esegue il ciclo reversibile mostrato in figura, a partire dallo stato A, in cui la pressione è di $0.5 \cdot 10^5 \text{ Pascal}$, il volume è di 2 m^3 , la temperatura di 500 K .

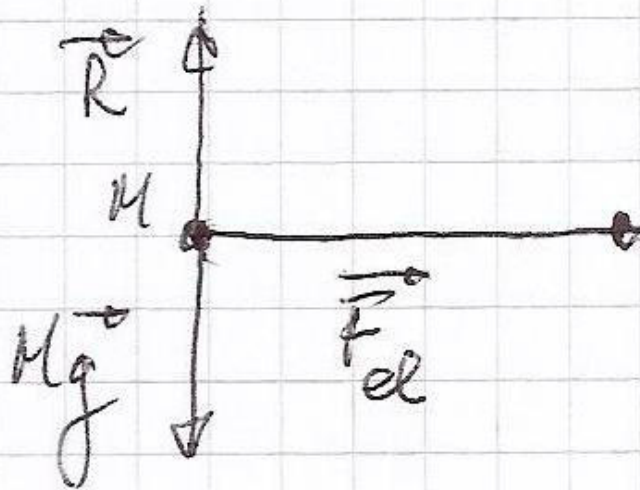
Il gas subisce inizialmente una trasformazione isobara fino a giungere alla temperatura $T_B = 2000 \text{ K}$. La trasformazione BC è adiabatica, durante la quale la pressione si dimezza.

Determinare:

- 6) il volume negli stati B e C;
- 7) la temperatura negli stati C e D;
- 8) il lavoro svolto complessivamente nel ciclo
- 9) il rendimento del ciclo.



1)



2)

$$t = \frac{T}{4} = \frac{1}{4} \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{4} \frac{2\pi}{(k/m)^{1/2}} = 0,86 \text{ s}$$

3)

$$\frac{1}{2} M V_B^2 = \frac{1}{2} k \Delta x^2 \quad \text{Velocità massima}$$

$$V_B^2 = \frac{k}{M} \Delta x^2 = \frac{200}{60} 0.5^2 = 0.8333$$

$$V_B = 0.913 \text{ m/s} \quad (= 3.286 \text{ km/h})$$

Eq. in del moto

$$\begin{cases} x = V_B t \\ y = -\frac{1}{2} g t^2 + h \end{cases}$$

Quando raggiunge il punto C,
al tempo $t = t_c$

$$\begin{cases} x = x_c \\ y = 0 \end{cases}$$

$$x_c = V_B t_c$$

$$y = 0 = -\frac{1}{2} g t_c^2 + h$$

$$0 = -\frac{1}{2} g \frac{x_c^2}{V_B^2} + h$$

$$x_c^2 = \frac{2h}{g} V_B^2 = \frac{2 \cdot 60}{9.8} 0.833 = 10.2$$

$$x_c = 3.19 \text{ m}$$

$$4) t_c = \frac{x_c}{v_B} = \frac{3.19}{0.913} = 3.49 \text{ s}$$

$$5) \vec{v}_c = v_B \hat{x} + v_y \hat{y} \quad v_B = 0.913 \text{ m/s}$$

$$v_y = -g t_c = -9.8 \cdot 3.49 = -34.2 \text{ m/s}$$

$$\vec{v}_c = 0.913 \hat{x} - 34.2 \hat{y} \text{ m/s}$$

$$v_c = 34.25 \text{ m/s}$$

6)	$P(10^5 \text{ Pa})$	$V(\text{m}^3)$	$T(\text{K})$		ΔU	L	Q
A	0.5	2	500	A \rightarrow B			
B	0.5	8	2000	B \rightarrow C	300	+	
C	0.25	13.1	1640	C \rightarrow D	180	0	
D	0.25	2	250	D \rightarrow A	-278	-	
					0	+	
					203		

$$6) \quad n = \frac{P_A V_A}{R T_A} = \frac{0.5 \cdot 10^5 \cdot 2}{8.31 \cdot 500} = 24.1$$

$$A \rightarrow B \quad p = \frac{n R T}{V} = \text{const}$$

$$\frac{T_A}{V_A} = \frac{T_B}{V_B}$$

$$V_B = \frac{T_B}{T_A} V_A$$

$$V_B = \frac{2000}{500} \cdot 2 = 8 \text{ m}^3$$

$$B \rightarrow C \quad p V^\gamma = \text{const}$$

$$P_B V_B^\gamma = P_C V_C^\gamma$$

$$V_C = \left(\frac{P_B}{P_C} \right)^{\frac{1}{\gamma}} V_B = \left(\frac{2}{0.25} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot V_B$$

$$= 1.64 \cdot 8 = 13.1 \text{ m}^3$$

	C_V	C_P	γ
mono	$\frac{3}{2} R$	$\frac{5}{2} R$	$\frac{5}{3}$
bi	$\frac{5}{2} R$	$\frac{7}{2} R$	$\frac{7}{5}$

$$7) \quad T_C = \frac{P_C V_C}{n R} = \frac{0.25 \cdot 10^5 \cdot 13.1}{24.1 \cdot 8.31} = 1.64 \cdot 10^3 = 1640 \text{ K}$$

$$A \rightarrow D \quad V = \frac{n R T}{p} = \text{const} \rightarrow \frac{T}{p} = \text{const}$$

$$\frac{T_A}{P_A} = \frac{T_D}{P_D}$$

$$T_D = \frac{P_D}{P_A} T_A = \frac{1}{2} 500 = 250 \text{ K}$$

$$8) \quad L_{AB} = \cancel{p_A} p_A (V_B - V_A) =$$

$$= 0.5 \cdot 10^5 (8 - 2) = 3 \cdot 10^5 \text{ J}$$

$$L_{CD} = p_C (V_D - V_C)$$

$$= -0.25 \cdot 10^5 (23.1 - 2) = -2.275 \cdot 10^5$$

$$L_{BC} = -\Delta U_{BC} = -n C_V (T_C - T_B) =$$

$$= -24.1 \cdot \frac{5}{2} \cdot 8.31 (1640 - 2000)$$

$$= 1.80 \cdot 10^5 \text{ J}$$

$$L_{TOT} = 2.03 \cdot 10^5 \text{ J}$$

$$9) \quad Q_{AB} = n C_P (T_B - T_A) = 24.1 \cdot \frac{7}{2} \cdot 8.31 (1500)$$

$$= 1.051 \cdot 10^6 \text{ J}$$

$$Q_{DA} = n C_V (T_A - T_D) = 24.1 \cdot \frac{5}{2} \cdot 8.31 (250)$$

$$= 1.25 \cdot 10^5 \text{ J}$$

$$Q_{ASS} = Q_{AB} + Q_{DA} = 1.176 \cdot 10^6 \text{ J}$$

$$\eta = \frac{L_{TOT}}{Q_{ASS}} = 0.1726$$