Esercizi

1. Determinare i vettori di $\mathbb{R}^4$ ortogonali a $(1,2,3,0)$. Trovare i versori.
2. Sia $W = \{(a,b,0), a,b \in \mathbb{R}\} \sqsubseteq \mathbb{R}^3$. Si trovi il sottospazio $W^\perp$.
3. Sia $\mathcal{B} = \{(0,1,0,1),(2,1,0,1),(-1,0,0,1),(0,0,1,0)\}$ una base di $\mathbb{R}^4$. Costruire a partire da essa una base ortogonale. Costruire una base ortonormale.
4. Sia $\mathcal{B} = \{(1,1,1),(0,0,1),(1,0,1)\}$ una base di $\mathbb{R}^3$. Costruire a partire da essa una base ortogonale. Costruire una base ortonormale.
5. Calcolare il coseno dell'angolo formato dai vettori $(1,0,0,0)$ e $(2,2,2,2)$.
6. Calcolare il coseno dell'angolo formato dai vettori $(0,0,0,2)$ e $(1,1,1,1)$.
7. Sia $v = (2,3)$; per quali valori di m il vettore $w = (1,m)$ è ortogonale a v?
8. Dati $(1,1)$ e $(0,1)$, costruire una base ortonormale di $\mathbb{R}^2$. Costruire la matrice del cambiamento di base dalla base canonica di $\mathbb{R}^2$ a questa nuova base.
9. Dato $b_1 = (2,3)$, trovare un vettore b_2 ortogonale a b_1. Scrivere le componenti di un vettore (x,y) rispetto alla base b_1, b_2. Normalizzare gli elementi della base.
10. Trovale le coordinate di $v = (1,2)$ rispetto alla base data da $v_1 = (1,1)$ e $v_2 = (\frac{3}{2}, -\frac{3}{2})$.
11. Sia $v = (1,3)$ e $w = (4,2)$. Trovare il coefficiente di Fourier di v rispetto a w. Determinare la proiezione di v su w.