1) Definizione di applicazione lineare.
sia v e w due spazi vettoriali sullo stesso campo k. Una applicazione f:V->W si dice applicazione lineare o omomorfismo se:
f(v1+v2)=f(v1)+f(v2)
f(av)=af(v)
se è un applicazione lineare inoltre valgono anche
f(0v)=f(0W)
f(-v)=-f(v)
f(v1-v2)=f(v1)-f(v2)
se v1…vn sono linearmente dipendenti in V sono linearmente dipendenti f(v1)..f(vn) in W
se f(v1)..f(vn) sono linearmente indipendenti in W lo saranno linearmente indipendenti da v1…vn in V
2) Che cosa si intende per nucleo di un'applicazione lineare?
il nucleo di un applicazione lineare sono l'insieme degli elementi del dominio di V che hanno come immagine lo 0 di W
3) l'immagine di F chi è? è il sottospazio di tutti gli elementi di W che provengono tramite la funzione da tutti gli elementi di V
4) Nucleo e immagine sono più che sotto insiemi? il nucleo e l'immagine oltre ad essere sottoinsieme sono anche sottospazi dell'applicazione lineare
5) c'è un legame tra le dimensioni di questi sottospazi e la dimensione degli spazi vettoriali tra cui è definita l'applicazione lineare? si in quanto la dim(imm(f)) è definita ed inoltre la dim(La)=dim(imm(f))+dim(ker(f))
6) Quand'è che l'applicazione lineare è iniettiva
un applicazione si dice iniettiva quando dim(ker(f))=0
7) Quand'è che l'applicazione lineare è suriettiva
un'applicazione lineare si dice suriettiva quando Dim(imm(f))=dim(v)
8) Che cos'è un sottospazio di uno spazio vettoriale?
sia V uno spazio vettoriale su K ed W ⊆V. Si dice che W è un sottospazio di V se le stesse operazioni sono definite in V sono indotte in W tramite V
9) come facciamo a definire se un sottoinsieme è un sottospazio, senza usare la definizione di spazio vettoriale?
Esistono due forme per la caratterizzare se è un sottospazio:

1) forma dice che W⊆V
   w1,w2 ∈ W w1+w2 ∈ W (chiuso rispetto la somma)
   w ∈ W a ∈ R aw ∈ W (chiuso rispetto al prodotto)
   W ≠ ∅ esistenza del vettore non nullo

10) com'è la seconda caratterizzazione degli spazi vettoriali?

2) forma dice che W⊆V
   W è un sottospazio di V se c ∈ R w1,w2 ∈ W
   cw1-w2 ∈ W

----
1) Che cos'è uno spazio vettoriale?
Un insieme V dotato di una legge di composizione interna ed una legge di composizione esterna su un campo K, inoltre deve rispettare 8 assiomi
2) Quali sono gli assiomi

1) v1,v2,v3 ∈ V v1+(v2+v3)=(v1+v2)+v3 proprietà associativa
2) v ∈ V 0∈ R v+0=v esistenza elemento neutro per la somma
3) v,w ∈ V w=-v w+v=0 esistenza dell'opposto

4) $v1,v2 \in V$ $v1+v2=v2+v1$ commutativa
5) $a,b \in R$ $v \in V$ $(va)b=(ab)v$ associativa mista
6) $a,b \in R$ $v \in V$ $(a+b)v=av+bv$ distributiva del prodotto rispetto alla somma di due scalari
7) $a \in R$ $v1,v2 \in V$ $(v1+v2)a=av1+av2$
8) $1 \in R$ $v \in V$ $v*1=v$ esistenza elemento neutro per il prodotto

3) Che cosa si intende per generatori di uno spazio vettoriale?
Sia $S \subseteq V$ spazio vettoriale su k . si denotano come [S] l'insieme di tutte le combinazioni lineare degli elementi di W
[S] sottospazio di V
$[S] \subseteq S$
W sottospazio V $S \subseteq W$ allora $[S] \subseteq W$
4) cos'è una base?
Si dice base di V un insieme di elementi di V tali che sono generatori di V e linearmente indipendenti
5) Che cos'è un isomorfismo?
un isomorfismo è un applicazione lineare f: V->W di tipo biettiva
6) Quando tra due spazi vettoriali c'è un isomorfismo, cosa posso dire dei due spazi vettoriali?
V è isomorfo a W allora Dim V= Dim W
7) Qual è la dimensione di tutte le applicazioni lineari da R^n in R^m?
è Hom(R^n, R^m) che sono tutte le applicazioni lineari R^n in R^m quindi la dimensione è m*n in quanto sono isomorfe
8) A che cosa è isomorfo l' insieme di tutte le applicazioni lineari da R^n in R^m?
é isomorfo all'insieme delle matrici con n righe ed m colonne
9) La matrice associata ad un'applicazione lineare quante righe e colonne ha?
sia f:V->W un'applicazione lineare e dove B è una base di V e B' è una base di W, esiste una sola matrice con n=dim(V) ed m=dim(W), tale che x sono le coordinate di V rispetto alla base B ed y le coordinate del vettore W rispetto alla base B'
10) Che cos'è una forma quadratica?
sia A una matrice simmetrica. si dice forma quadratica associata ad A la funzione
q:R^n->R x->x^t Ax= <x,Ax> vale a dire che x viene visto come vettore colonna n*1, q(x)=x^t Ax
11) cos'è il segno di una forma quadratica?
il segno della forma quadratica stabilisce l'andamento della matrice è può essere :
definita positivamente segni tutti positivi
semidefinita positivamente
definita negativamente segni tutti negativi
semidefinita negativamente
indefinita segni discordi
----

1) Che cosa si intende per autovalori di una matrice o di un endomorfismo
$\lambda \in K$ è un autovalore della matrice A se esiste un vettore $x \in k^n$, $x \neq 0$ tale che $Ax = \lambda x$
ciò equivale a $fa(x) = \lambda x$
2) come deve essere fatta la matrice per avere autovalori?

la matrice per avere autovalori deve essere una matrice quadratita e invertibile
3) Cosa si intende per molteplicità algebrica di un autovalore?
la molteplicità algebrica dell'λi è la molteplicità di λi in quanto soluzione dell'equazione caratteristica
4) Cosa si intende per molteplicità geometrica di un autovalore?
la molteplicità geometrica di λi è la dimensione dell'autospazio Vλi
5) queste molteplicità, ci permettono di dare un criterio mediante quale
stabilire se la matrice è diagonalizzabile?
se la molteplicità algebrica è uguale alla molteplicità geometrica la matrice si può diagonalizzare
6) Se abbiamo due sottospazi di uno spazio vettoriale, e prendiamo due
sottospazi V1 e V2 l'intersezione e l'unione sono sottospazi?
l'intersezione è un sottospazio , mentre l'unione non lo è
7) che cos'è il sottoinsieme somma di W1 e W2?
Dati w1 e w2 sottospazi di v, l'insieme somma è l'insieme i cui elementi sono somma di un elemento di w1 e di un elemento di w2
8) Sappiamo qualcosa sulla dimensione di questo sottospazio?
la dimensione si calcola dim(w1)+dim(w2) -dim(w1∩w2) se dim(w1∩w2)=0 si può dire che dim(w1)+dim(w2) è una somma diretta
9) Che cos'è una combinazione lineare?
sia V uno spazio vettoriale su R. se v1…vn ∈ V e a1…an ∈ R allora il vettore a1v1…anvn di V si dice combinazione lineare dei vettori v1…vn e dei coefficienti a1…an
10) quand'è che questi vettori si dicono linearmente dipendenti?
due vettori si dicono linearmente dipendenti quando esistono scalari non nulli

----
1) Definizione di applicazione lineare
sia v e w due spazi vettoriali sullo stesso campo k. Una applicazione f:V->W si dice applicazione lineare o omomorfismo se:
f(v1+v2)=f(v1)+f(v2)
f(av)=af(v)
se è un applicazione lineare inoltre valgono anche
f(0v)=f(0W)
f(-v)=-f(v)
f(v1-v2)=f(v1)-f(v2)
se v1…vn sono linearmente dipendenti in V sono linearmente dipendenti f(v1)..f(vn) in W
se f(v1)..f(vn) sono linearmente indipendenti in W lo saranno linearmente indipendenti da v1…vn in V
2) ho una base in V (v1, vn) e una base in W (w1, wm) come si fa a
costruire la matrice associata a queste due basi?
sia f:V->W un'applicazione lineare e dove B è una base di V e B' è una base di W, esiste una sola matrice con n=dim(V) ed m=dim(W), tale che x sono le coordinate di V rispetto alla base B ed y le coordinate del vettore W rispetto alla base B'
3) come si costruiscono le colonne della matrice A?

4) I criteri per diagonalizzare la matrice sono due
se la matrice A ha n autovalori distinti e se la molteplicità algebrica e uguale alla molteplicità geometrica
5) Cosa vuol dire diagonalizzare una matrice?
trovare gli autovalori e gli autovettori , dopodiché trovare gli autospazi. creo la matrice con le basi degli autospazi e formo la matrice diagonale D= N^t AN
6) Se prendo uno spazio vettoriale V, e un insieme di generatori, come
faccio a partire da questo insieme di generatori a trovare una base?
Trovo i generatori linearmente indipendenti
----
1) Definizione di applicazione lineare
sia v e w due spazi vettoriali sullo stesso campo k. Una applicazione f:V->W si dice applicazione lineare o omomorfismo se:
f(v1+v2)=f(v1)+f(v2)
f(av)=af(v)
2) Data un'applicazione lineare, quali sono le proprietà?
se è un applicazione lineare inoltre valgono anche
f(0v)=f(0W)
f(-v)=-f(v)
f(v1-v2)=f(v1)-f(v2)
se v1…vn sono linearmente dipendenti in V sono linearmente dipendenti f(v1)..f(vn) in W
se f(v1)..f(vn) sono linearmente indipendenti in W lo saranno linearmente indipendenti da v1…vn in V
3) Come si fa a vedere quando è iniettiva e suriettiva?
un applicazione si dice iniettiva quando dim(ker(f))=0
un'applicazione lineare si dice suriettiva quando Dim(imm(f))=dim(v)
4) che cos'è il ker?
è il nucleo, che è l'insieme degli elementi di V che hanno come immagine lo 0 di W
5) Quando una base è ortonormale?
se V è uno spazio euclideo reale di dimensione n>0. si dice che v1..vn è una base ortonormale di V se è ortogonale costituita da versori
6) Un esempio di base ortonormale?

7) una base ortonormale in r^3?

----

1) Definizione di spazio euclideo reale
è uno spazio vettoriale V su R dotato di un prodotto scalare definito positivo
2) Definizione di Prodotto scalare
Sia V uno spazio vettoriale su K. si dice che V è definito un prodotto scalare quando è definita una funzione
<>: VxK->K (v,u)-><v,u>
e valgono le seguenti proprietà:
1)<v,u>=<u,v> commutativa
2)<v,u+w>=<v,u>+<v,w> distributiva rispetto alla somma di vettori
3)<v,au>=a<v,u>
3) Quali sono le tre proprietà del prodotto scalare?

4) Che cosa si intende per sistema lineare?
è un sistema di m incognite in cui tutte le equazioni sono di primo grado
5) Come si scrive il sistema in maniera sintetica usando la forma matriciale?

6) il vettore dei termini noti B quanti elementi ha?
tanti quanti sono il numero di equazioni
7) Che cosa vuol dire risolvere un sistema?
trovare il valore delle incognite che risolvono tutte le equazioni del sistema
8) I sistemi omogenei sono compatibili?
i sistemi omogenei sono sempre compatibili in quanto esiste sempre la soluzione banale
9) Come si fa a risolvere un sistema?

10) Quando si può calcolare il determinante?
quando la matrice è di tipo quadratica
11) Qual è la condizione per cui siamo sicuri che il sistema ammette soluzione?
quando il rango della matrice e uguale al rango della matrice composta $r(A)=r(A/b)$
12) Quante sono le soluzioni del sistema?
le soluzioni sono
r =n 1 sola soluzione
r<n infinito ^n-r soluzioni
13) cos'è il rango di una matrice?
si dice rango di una matrice il massimo numero di righe o colonne linearmente indipendenti
14) a che cosa è uguale il rango?

15) Di minori in una matrice ne posso trovare più di uno, quale prendo per determinare il rango?
si prendo il minore che si avvicina al numero minimo tra il numero di righe e di colonne di una matrice
16) definizione di matrice non singolare
una matrice quadratica si dice non singolare quando il suo determinante è diverso da 0
17) Qual è la proprietà della matrice non singolare
la sua matrice inversa è unica
18) Che cos'è la matrice inversa?
la matrice inversa è una matrice che moltiplicata la matrice di partenza, restituisce la matrice identità
19) Come si calcola la matrice inversa?
calcolando prima il determinante se è diverso da 0, si può invertire, trovando la sua aggiunta e facendo la trasposta di essa, moltiplicando 1/det della matrice
20) La matrice aggiunta come viene definita?
è la matrice i cui elementi sono i complementi algebrici aij di A
21) Chi sono i cofattori di una matrice?
i cofattori di una matrice sono i suoi complementi algebrici