Università
degli Studi
di Ferrara

Dipartimento di Matematica e Informatica

22/04/2022

Tutorato didattico di Fisica per LT Informatica

A.A. 2021 – 2022

Tutor: Martina Natali

Contatti:
martina01.natali@edu.unife.it
Classroom del corso

Urto

- 1D
- 2D

- ELASTICI : CONS. EN. CIN
- COMPL. ANELASTICI : NON SI CONS. EN. CIN.

CONS. QDM TOTALE DEL SIST.

Compl. anelastici

$$v_f = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

$f \rightarrow$ finale

Elastici 1D

PRIMA: $m_1 \; \vec{v_1} \rightarrow \qquad \leftarrow \vec{v_2} \; m_2$

DOPO: $m_2 \; \leftarrow v_2' \qquad m_1 \; v_1' \rightarrow$

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2 m_2}{m_1 + m_2} v_2$$

$$v_2' = \frac{2 m_1}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2$$

urti elastici 1D

- caso $m_1 = m_2$

$$\begin{cases} v_1' = v_2 \\ v_2' = v_1 \end{cases}$$

- caso $v_2 = 0$

$m_1 > m_2$ $$\begin{cases} v_1' > 0 \\ v_2' > 0 \end{cases}$$

$m_1 < m_2$ $$\begin{cases} v_1' < 0 \rightarrow \text{RIMBALZO} \\ v_2' > 0 \end{cases}$$

$m_1 \ll m_2$ $$\begin{cases} v_1' \simeq -v_1 \rightarrow \text{RIMBALZO CONTRO UN MURO} \\ v_2' \simeq 0 \end{cases}$$

Corpi rigidi

Condiz. equilibrio per i corpi rigidi

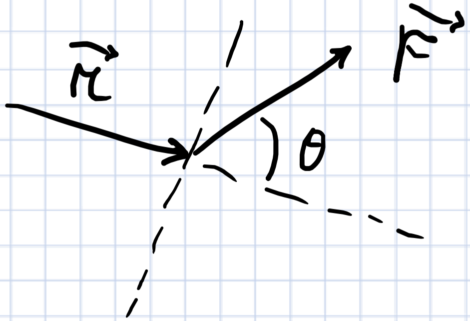
$$\sum \vec{F}^E = 0 \qquad \sum \vec{\tau}^E = 0$$

sia su asse x che su asse y o z

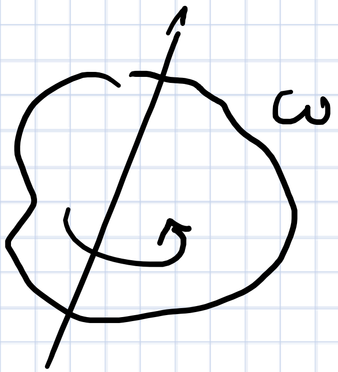
$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$\vec{r}$ → POSIZIONE RISPETTO AL POLO SCELTO

$$|\vec{\tau}| = |\vec{r}| \cdot |\vec{F}| \sin\theta$$



Energia cinetica rotazionale dei corpi rigidi

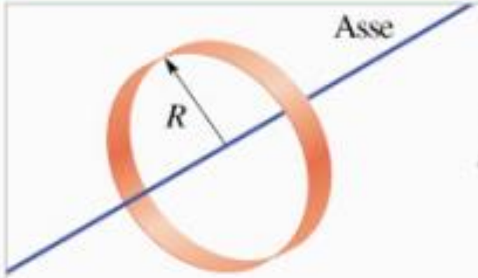


$$K = \frac{1}{2} I \omega^2$$

ω^2 → VELOCITA' ANGOLARE

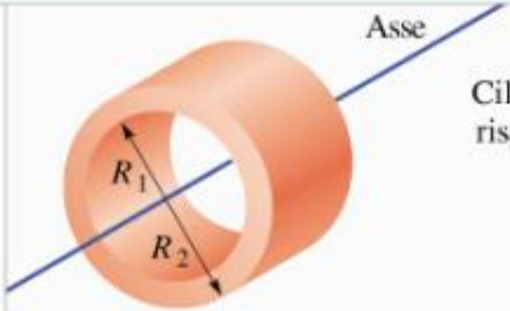
I → MOM. DI INERZIA

DIPENDE DALL'ASSE



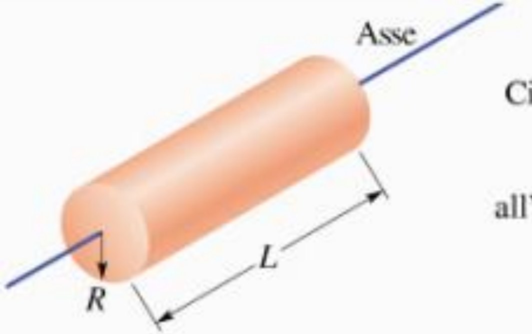
Anello rispetto all'asse centrale

$I = MR^2$ (a)



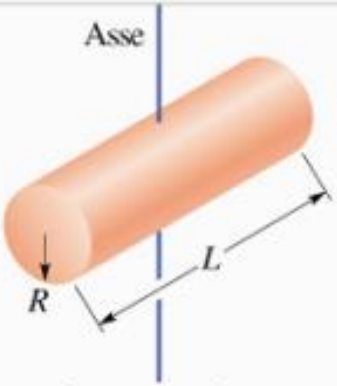
Cilindro anulare rispetto all'asse centrale

$I = \frac{1}{2}M(R_1^2 + R_2^2)$ (b)



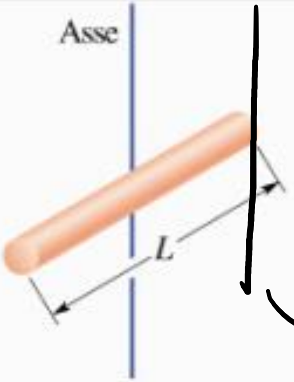
Cilindro pieno (o disco) rispetto all'asse centrale

$I = \frac{1}{2}MR^2$ (c)



Cilindro pieno (o disco) rispetto a un diametro passante per il centro

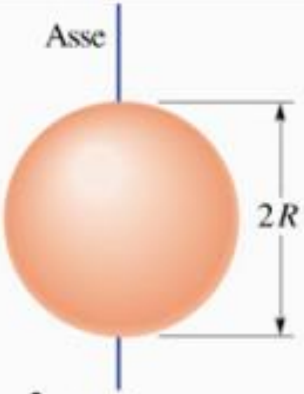
$I = \frac{1}{4}MR^2 + \frac{1}{12}ML^2$ (d)



Barra sottile rispetto a un asse passante per il centro e perpendicolare alla lunghezza

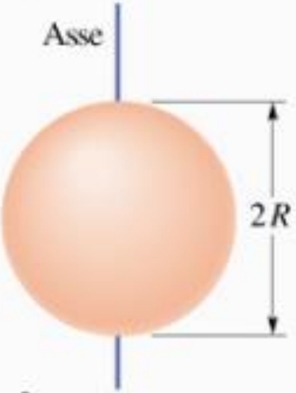
$I = \frac{1}{3}ML^2$

$I = \frac{1}{12}ML^2$ (e)



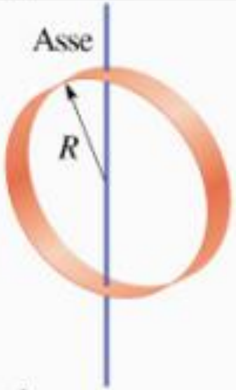
Sfera piena rispetto a un diametro

$I = \frac{2}{5}MR^2$ (f)



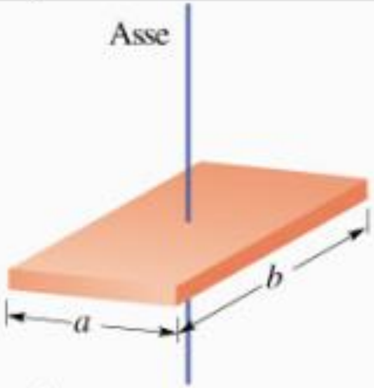
Sfera cava (o guscio) sottile, rispetto a un diametro

$I = \frac{2}{3}MR^2$ (g)



Anello rispetto a un diametro

$I = \frac{1}{2}MR^2$ (h)



Lastra rispetto a un asse perpendicolare passante per il centro

$I = \frac{1}{12}M(a^2 + b^2)$ (i)

Una persona spinge per due metri una cassa con una forza di 50 N inclinata di 30° verso il basso, e poi la lascia andare. Sapendo che la superficie sulla quale sta la cassa ha attrito trascurabile, quale sarà l'energia cinetica finale della cassa?

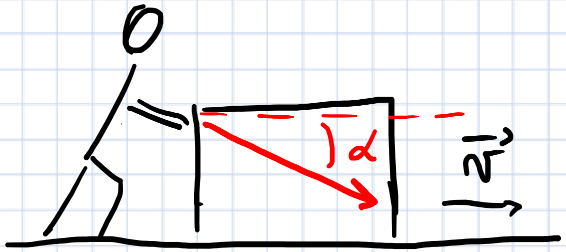
Fonte: ☺

$\theta = 30°$

$\Delta x = 2 \text{ m}$

$F = 50 \text{ N}$

K_{finale} ?



SFRUTTO TEOREMA DELLE FORZE VIVE

LAVORO = VARIAZIONE ENERGIA CINETICA

$$W = \Delta K = K_{finale} - K_{iniziale}$$

$K_{INIZ} = 0 \Rightarrow$? $W = \Delta K = \boxed{K_{FIN}}$ GOAL

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{x} = F \Delta x \cos\alpha = 100 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 86.6 \text{ J} = K_{FIN}$$

Si consideri una guida priva di attrito, curva, sulla quale viene tenuto un blocchetto di massa 5 kg. Il blocco viene lasciato andare quando si trova ad un'altezza di 5 m rispetto alla base della guida, e va ad urtare centralmente ed elasticamente un blocco di massa 10 kg.

~~a)~~ Qual è la velocità del primo blocco, prima dell'urto?

~~b)~~ Qual è la velocità finale del secondo blocco, dopo l'urto?

~~c)~~ Qual è l'altezza massima raggiunta dal primo blocco, dopo l'urto?

d) Se il secondo blocco fosse sul bordo di un tavolo alto 1 m, e cadesse dopo l'urto, quale sarebbe la sua gittata?

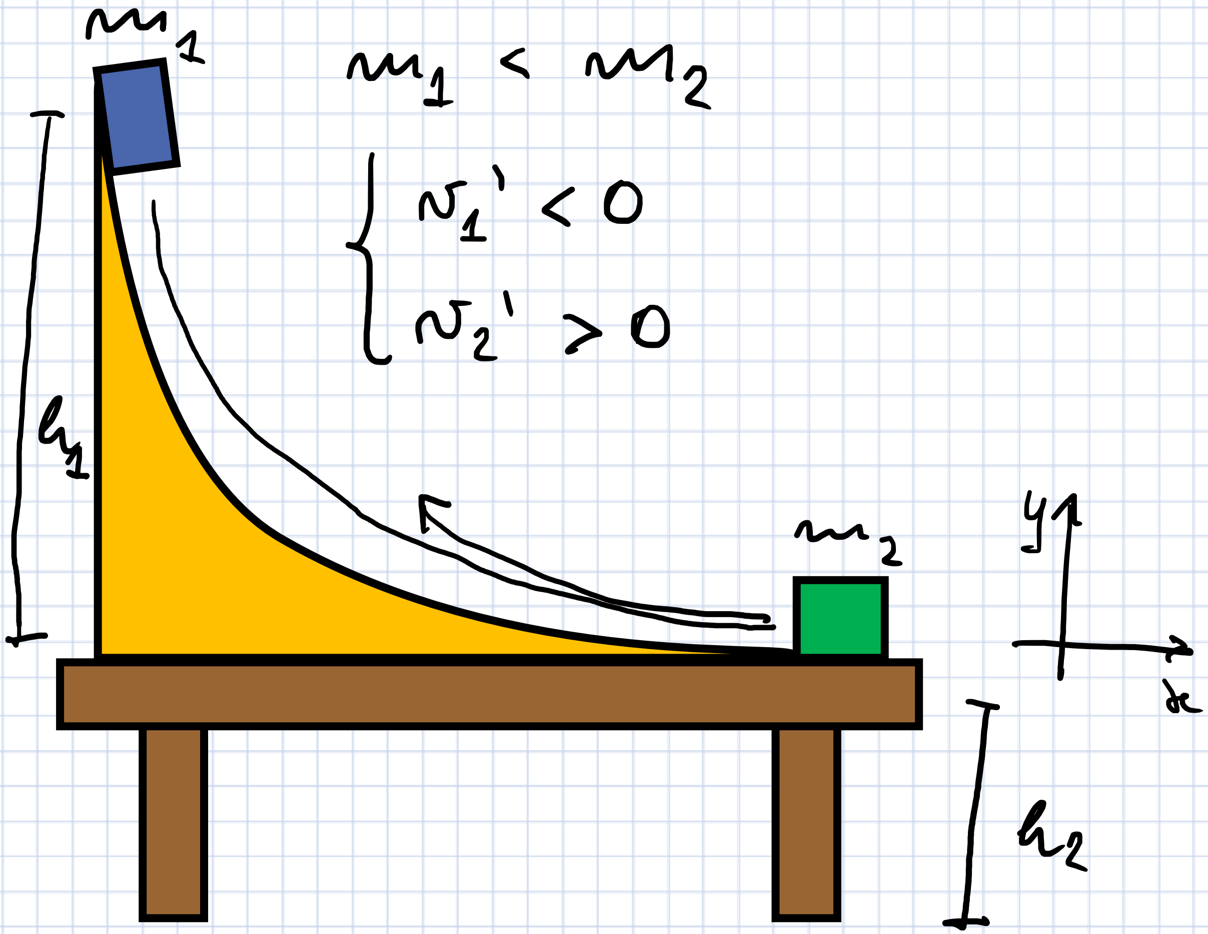
Fonte: SW2, Cap. 8, Problemi, n. 23

ELASTICO, 1D

$v_2 = 0$

$m_1 < m_2$

$$\begin{cases} v_1' < 0 \\ v_2' > 0 \end{cases}$$



$m_1 = 5\ kg$

$m_2 = 10\ kg$

$h_1 = 5\ m$

$h_2 = 1\ m$

a) v_1 ? SFRUTTO CONS. EN. MECC.

INIZIO EN. POT. GRAV. $m_1 g h_1$

FINE EN. CIN. $\frac{1}{2} m_1 v_1^2$

CONS. EN. MECC. INIZIO = FINE $\Rightarrow$ $\cancel{m_1} g h_1 = \frac{1}{2} \cancel{m_1} v_1^2$

$\rightarrow$ RICAVO $v_1 = \sqrt{2 g h_1} = 9.90\ m/s$

b) v_2' ?

FORMULA $\times$ VEL. FINALE (DOPO L'URTO) NEL CASO DI URTO ELASTICO 1D

$$v_2' = \frac{2m_1}{m_1+m_2} v_2 + \cancel{\frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}} \overset{0}{\nearrow} v_2 \qquad v_2 = 0$$

$$= \frac{2m_1}{m_1+m_2} v_1 = 6.60 \ m/s$$

---

c) h_1' ? (ALTEZZA RAGGIUNTA DA m_1 DOPO L'URTO)

CONS. EN. MECC.

<u>INIZIO</u> EN. CIN. $\frac{1}{2} m_1 v_1'^2$ <u>FINE</u> EN. POT. GRAV. $m_1 g h_1$

INIZIO = FINE

$$\frac{1}{2} \cancel{m_1} v_1'^2 = \cancel{m_1} g h_1$$

$$\boxed{h_1} = \frac{1}{2} \frac{v_1'^2}{g} \rightarrow ?$$

GOAL

✓

VEL. FINALE DI m_1 DOPO URTO

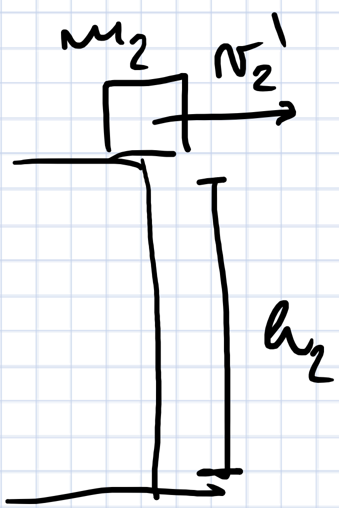
$$\rightarrow \quad v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \cancel{\frac{2 m_2}{m_1 + m_2} v_2}^{\,0} \qquad v_2 = 0$$

$$= \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 = -3.30 \ m/s$$

(PERCHÉ TORNA INDIETRO!)

$$\Rightarrow \quad h_1 = \frac{1}{2} \frac{v_1'^2}{g} = 0.555 \ m$$

d) $x_G = ?$ $\quad h_2 = 1\ m \quad v_2' = 6.60\ m/s$



$$x_G = x(t_f) = v_0 t_f$$

$v_0 = v_2'$

$$t_f = \sqrt{2h_2/g}$$

MOTO PARABOLICO LUNGO ASSE x È RETT. UNIF.

SE VOLETE RICAVARE LA FORMULA

$$y(t) = h - \frac{1}{2} g t^2 \longrightarrow$$ AL TEMPO FINALE $$y(t_f) = 0 = h - \frac{1}{2} g t_f^2$$

$$\Rightarrow 0 = h - \frac{1}{2} g t_f^2 \longrightarrow h = \frac{1}{2} g t_f^2 \Rightarrow t_f = \sqrt{2h/g}$$

cvd

$$\boxed{x_G} = x(t_f) = v_2' \, t_f \; ?$$

GOAL

$$t_f = \sqrt{2h_2/g}$$

$$x_G = v_2' \sqrt{2h_2/g} = 2.98 \text{ m}$$

Un proiettile di 12 g viene sparato su un blocco di legno di 1 kg, fermo su una superficie orizzontale ruvida, con un coefficiente di attrito dinamico di 0.650. Il proiettile si conficca nel blocco di legno e il blocco scivola per 0.750 m prima di arrestarsi.

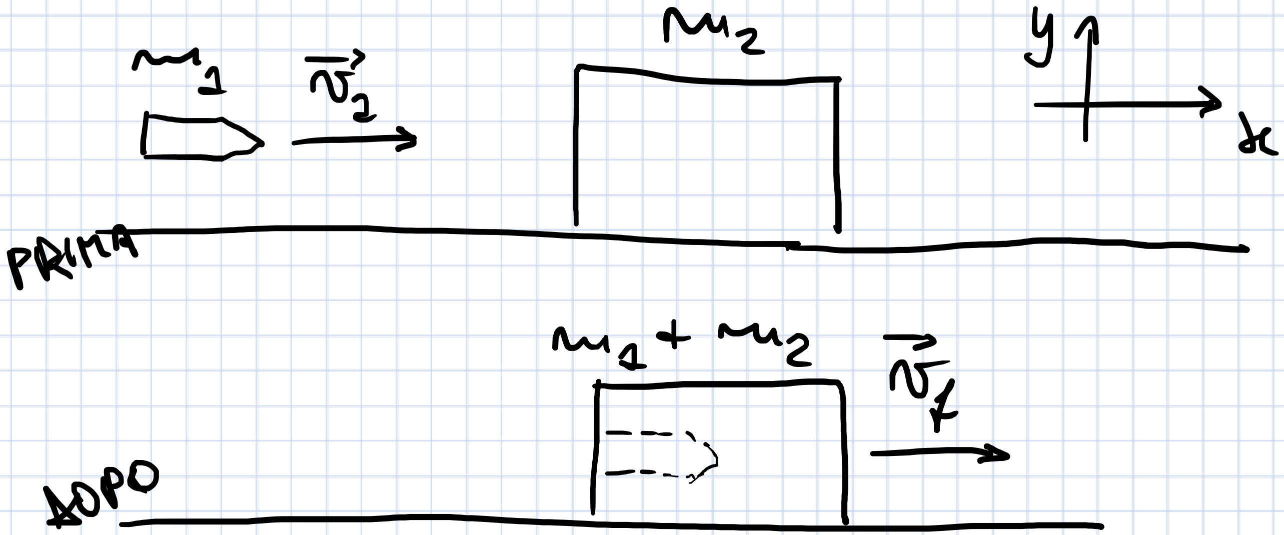
~~a)~~ Qual era la velocità del proiettile subito prima dell'urto?

b) Si supponga che il blocco di legno sia legato con una corda lunga 70 cm, fissata al soffitto, e che in questo modo risulti un pendolo balistico. Che angolo massimo di oscillazione raggiungerebbe dopo l'urto?

Fonte: SW2, Cap. 8, Problemi, n. 21

PENDOLO BALISTICO

URTO COMPL. ANELASTICO 1D



$m_1 = 0.012$ kg

$m_2 = 1$ kg

$\mu = 0.650$

$\Delta x = 0.750$ m

a) v_1 ?

GOAL

$$? \; v_f = \frac{m_1 \boxed{v_1} + m_2 v_2^{\nearrow 0}}{m_1 + m_2}$$

POSSIAMO RICAVARLA ... DALLO SPAZIO DI FRENATA! Δx

$$\Delta x = \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{a}$$

LA FORMULA SI RICAVA DA

$$x(t) = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2 \quad \xleftarrow{\text{SOSTITUISCO}} \quad t_f = v_0 / a$$

$$v(t) = v_0 - a t \rightarrow v_f = v(t_f) = 0 \Rightarrow v_0 = a t_f$$

$$\Delta x = x(t_f) - x_0 = v_0 t_f - \frac{1}{2} a t_f^2$$

$$\overset{!}{=} \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{a} \qquad \left(t_f = v_0/a \right)$$

USO LA FORMULA DIRETTAMENTE !

$$\Delta x^{\checkmark} = \frac{1}{2} \frac{\boxed{v_L}^2}{a} \;?$$ → VEL. DEL SIST. DOPO L'URTO

GOAL

ACCELERAZIONE LA RICAVIAMO DALLA FORZA DI ATTRITO

II legge din $\quad F_a = (m_1 + m_2)\, a$

$$F_a = N\mu = \underbrace{(m_1+m_2)\,g}_{\text{FORZA PESO SISTEMA}}\,\mu$$

$$\Rightarrow \cancel{(m_1+m_2)}\,g\,\mu = \cancel{(m_1+m_2)}\,a$$

$$\Rightarrow a = g\mu$$

SOST. a NELLA FORMULA

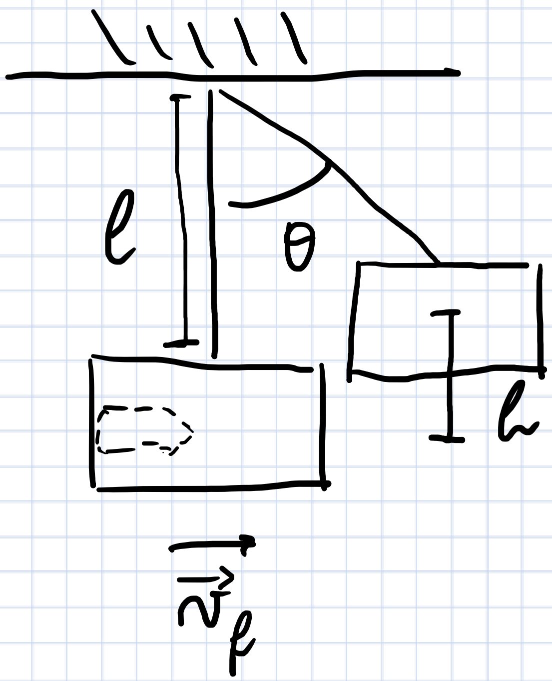
$$\Delta x = \frac{1}{2}\frac{v_f^2}{a} = \frac{1}{2}\frac{v_f^2}{g\mu} \longrightarrow \text{RICAVO } v_f$$

$$v_f^2 = 2\Delta x\, g\mu \rightarrow v_f = \sqrt{2\Delta x\, g\mu} = 3.09 \text{ m/s}$$

POSSO SOST. v_f NELL' ESPRESSIONE INIZIALE
E RICAVARE v_1

$$v_f = \frac{m_1 \boxed{v_1}}{m_1 + m_2} \quad \text{GOAL} \quad \Rightarrow \quad v_1 = \frac{m_1 + m_2}{m_1} v_f = 261 \text{ m/s}$$

g) $\theta_{MAX} = ?$



IL PENDOLO OSCILLA E LA SUA ALTEZZA VARIA $\Rightarrow$ VARIA LA SUA EN. POT. GRAV.

SFRUTTO CONS. EN. MECC.

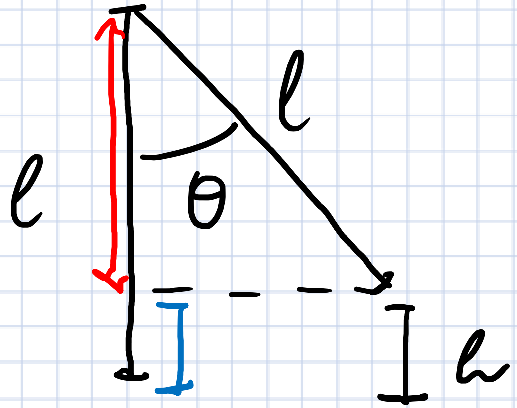
<u>INIZIO</u> $\frac{1}{2}(m_1 + m_2) v_f^2$

<u>FINE</u> $(m_1 + m_2) g h$

INIZIO = FINE

$$\frac{1}{2} \cancel{(m_1 + m_2)} v_f^2 = \cancel{(m_1 + m_2)} g h \rightarrow \frac{1}{2} v_f^2 = g h$$

DOV'È L'ANGOLO?



$l \cos\theta$

$$h = l - l\cos\theta$$

$$h = l\left(1 - \cos\boxed{\theta}\right)$$

GONI

SOST. h NELL' ESPRESSIONE

$$\frac{1}{2} v_f^2 = g h = g l (1 - \cos\theta) \longrightarrow \text{RICAVO } \cos\theta$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\frac{v_f^2}{g l} = 1 - \cos\theta \longrightarrow \frac{1}{2}\frac{v_f^2}{g l} - 1 = -\cos\theta$$

$$\Rightarrow \cos\theta = 1 - \frac{1}{2}\frac{v_f^2}{g l} \Rightarrow \text{RICAVO } \theta$$

APPLICO $\cos^{-1}$ AD AMBO I MEMBRI

$$\cos^{-1}(\cos(\theta)) = \theta$$

$$\cos^{-1}() = \arccos()$$

$$\cos^{-1}(\cos\theta) = \theta = \cos^{-1}\left(1 - \frac{1}{2}\frac{v_f^2}{gl}\right)$$

$$l = 0.80\ m \qquad v_f = 3.09\ m/s$$

$$\Rightarrow \theta = 72.3^\circ$$

Una scala uniforme di lunghezza $\ell = 2\,m$ e peso 50 N è appoggiata contro una parete verticale priva di attrito, mentre il coefficiente di attrito statico fra la scala e il suolo è 0.40.

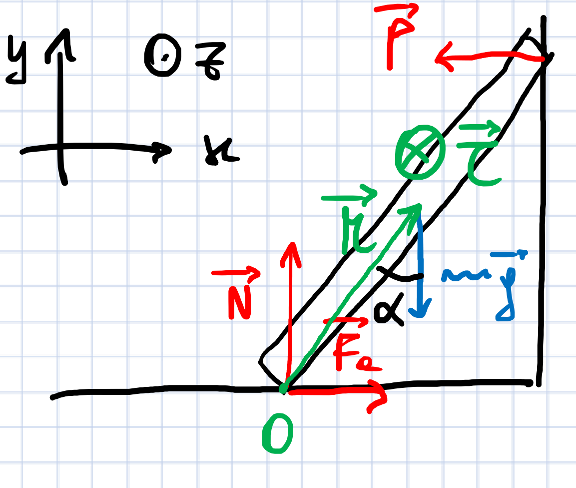
~~a)~~ Descrivere completamente il vettore del momento della forza peso rispetto al punto in cui la scala tocca il suolo.

~~b)~~ Trovare l'angolo minimo di inclinazione della scala per appoggiarla in modo che non scivoli.

c) Supponiamo che la scala venga spostata lontano dal muro, messa in verticale (90° rispetto al suolo) e lasciata cadere: in questo modo ruota attorno al suo punto di appoggio al suolo (che si consideri un vincolo). Qual è la sua velocità angolare massima prima di toccare il suolo? (Suggerimento: si sfrutti la conservazione dell'energia meccanica del sistema, e si veda l'esempio 10.13 del SW2)

SCALA INCLINATA

Fonte: SW2, Cap. 10.6, Esempio 10.7



⊙ USCENTE

⊗ ENTRANTE

$\ell = 2\,m$

$mg = 50\,N$

$\mu = 0.40$

a) DESCRIVERE $\vec{\tau} = \vec{r} \times m\vec{g}$

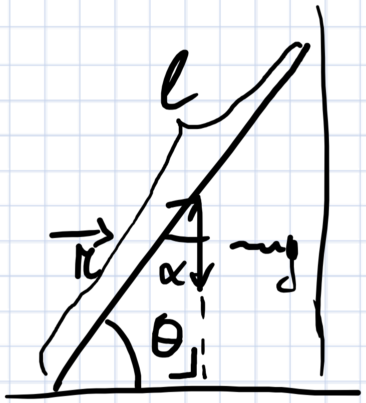
/tau/

RISPETTO AL PUNTO AL SUOLO

USO LA REGOLA DELLA MANO DX

$\vec{\tau}$ È $\perp$ AL PIANO xy E ENTRANTE NELLA PAGINA

$$|\vec{\tau}| = |\vec{r}|\,|m\vec{g}| \sin\alpha = \frac{l}{2} mg \sin(90° - \theta)$$



$$\alpha = \pi/2 - \theta = 90° - \theta$$

PROPRIETÀ GONIOM.

$$= \frac{1}{2} l mg \cos(\theta)$$

b) θ_{MIN} IN MODO CHE LA SCALA NON SCIVOLI

= LA SCALA È IN EQ.

COND. EQ. CORPI RIGIDI $\sum \vec{F}^E = 0$ $\sum \vec{\tau}^E = 0$

... CALCOLI ... $\boxed{\tan\theta_{MIN} = \frac{1}{2}\frac{1}{\mu}}$

QUESTA FORMULA VALE SOLO QUANDO IL MURO NON HA ATTRITO!

RICAVO θ_{MIN} $\rightarrow$ $\tan^{-1}(\tan\theta_{MIN}) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\frac{1}{\mu}\right)$

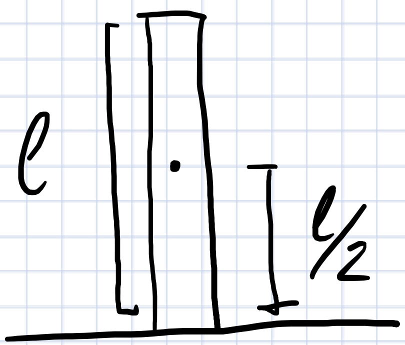
$$\theta_{MIN} = 51.3°$$

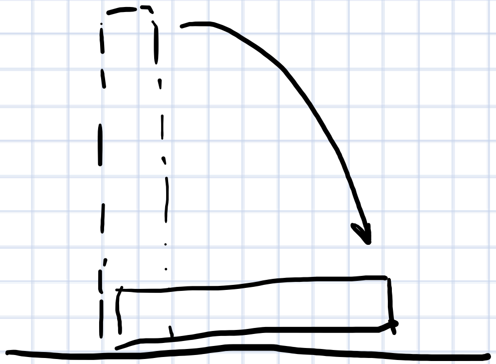
c) ω_{MAX} ?

INIZIO

FINE

SFRUTTO CONS. EN. MECC.





INIZIO EN. POT. GRAV. $mgh = mg\frac{l}{2}$

FINE EN. CIN. ROT. $\frac{1}{2} I \omega_{MAX}^2$

INIZIO = FINE $\frac{l}{2} mg = \frac{1}{2} I \omega_{MAX}^2 \rightarrow$ RICAVO ω_{MAX}

$$\cancel{\frac{1}{2}} l m g = \cancel{\frac{1}{2}} I \omega_{MAX}^2 \rightarrow \omega_{MAX}^2 = \frac{l m g}{I}$$

$$\omega_{MAX} = \sqrt{\frac{l m g}{I}} \; ?$$

MOM DI INERZIA

DI UN'ASTA SOTTILE CHE RUOTA ATTORNO
AD UN ASSE PASSANTE PER UN ESTREMO

$$I = \frac{1}{3} m l^2 \rightarrow \text{SOST. NELLA FORMULA}$$

$$\omega_{MAX} = \sqrt{\frac{\cancel{l} \cancel{m} g}{\frac{1}{3} \cancel{m} l^{\cancel{2}}}} = \sqrt{\frac{3g}{l}} = 3.84 \text{ rad/s}$$

1) Un ragazzo di 50 kg si trova su un'altalena priva di massa che ha una lunghezza di 3.0 m. La sua energia potenziale è zero quando l'angolo tra l'altalena e la verticale è zero. L'angolazione massima tra l'altalena e la verticale è 35°. Qual è la sua velocità in m/s sul punto più basso dell'altalena?

A. 5.1
B. 3.3
C. 6.9
D. 6.2
E. 4.2