

Nome, Cognome ..... Matricola .....

### Compito 43

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022  
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere solo ed esclusivamente il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON** si devono includere gli svolgimenti. Il punteggio massimo è 25.

**Esercizio 1 (5 punti)** Data la funzione

$$f(x) = \frac{2x^2 - 20x + 42}{9x^2 - 90x + 270},$$

si determinino:

- ☐ a l'insieme di definizione  $D$  di  $f$ ; ☐ d l'immagine  $I = f(D)$  di  $f$ ;  
☐ b la derivata  $f'(x)$ ; ☐ e il grafico di  $f$ , le coordinate dei punti di intersezione con gli assi ed eventuali asintoti.  
☐ c l'insieme dei punti  $x \in D$  in cui  $f'(x) > 0$ ;

**Esercizio 2 (2 punti)** Calcolare i seguenti limiti.

a)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n!)^{16} e^{16n}}{n^{16n+8}}$   
b)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(4x)}{x - \frac{4}{5} \sin(5x)}$

**Esercizio 3 (1 punto)** Calcolare il valore della seguente somma finita.

$$\sum_{n=1}^5 4^n$$

**Esercizio 4 (2 punti)** Data la serie numerica

$$\sum_{n \geq 1} n^2 \left( 1 - \cos\left(\frac{1}{n^3}\right) \right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

- ☐ a La serie converge. ☐ b La serie diverge. ☐ c La serie è irregolare.

**Esercizio 5 (3 punti)** Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.

$$z^3 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{3}i$$

**Esercizio 6 (4 punti)** Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'inf, il sup, e, se esistono, min e max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x-1}{x-6} > \frac{x-1}{x+6} \right\}$$

$$C = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{2x^2+4x-6} \leq \sqrt{4x^2+20x+24} \right\}$$

**Esercizio 7 (6 punti)** Calcolare i seguenti integrali.

a)  $\int \arctan(x) dx$

b)  $\int_1^2 \frac{e^t(e^t-1)}{e^{2t}-1} dt$

c)  $\int_0^{+\infty} x^3 e^{-x} dx$

**Esercizio 8 (2 punti)** Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.

$$\begin{cases} y''(x) + y'(x) - 30 = 0 \\ y(0) = 4 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

### Compito 43

**Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.**

**Risposta corretta:** +0.5. **Risposta mancante:** -0.1. **Risposta errata:** -0.2.

Enunciato 1. L'insieme dei numeri interi  $\mathbb{Z}$  è ordinato e completo.

F

Enunciato 2. La controimmagine di  $Y \subseteq B$  tramite una funzione  $f: A \rightarrow B$  è dato da

F

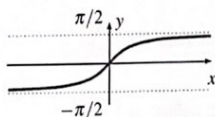
$$f(X) = \{y \in B : \exists x \in X \text{ t.c. } y = f(x)\} = \{f(x) : x \in X\}.$$

V

Enunciato 3.  $\{x \in \mathbb{R} : |x| > a\} = (-\infty, -a) \cup (a, +\infty)$

V

Enunciato 4. Quello riportato di seguito è il grafico di  $f(x) = \arctan(x)$ .



F

Enunciato 5.  $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$

V

Enunciato 6. Se  $z \in \mathbb{C}$ , allora  $\Re(z) = \frac{z + \bar{z}}{2}$ .

F

Enunciato 7.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(x)}{x} = \frac{1}{2}$

V

Enunciato 8.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x^2} = \frac{1}{2}$

V

Enunciato 9. Tutte le successioni numeriche divergenti non sono limitate.

F

Enunciato 10. Se  $\sum_{n \geq 1} b_n$  diverge e  $0 \leq a_n \leq b_n$ , allora anche  $\sum_{n \geq 1} a_n$  diverge.

F

Enunciato 11. Se  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  è continua, allora l'immagine di un intervallo aperto è un intervallo aperto.

F

Enunciato 12.  $\frac{d}{dx} \arctan(x) = \frac{1}{\cos(x)^2}$

F

Enunciato 13. Se  $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  è derivabile ed ha in  $x_0 \in [a, b]$  un punto di minimo, allora  $f'(x_0) = 0$ .

F

Enunciato 14.  $\int \cos(x) dx = -\sin(x) + c$

F

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														



Nome, Cognome ..... Matricola .....

**Compito 44**

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022  
Corso di Laurea Triennale in Informatica - a.a. 2021/2022

Svolgere solo ed esclusivamente il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON** si devono includere gli svolgimenti. Il punteggio massimo è 25.

**Esercizio 1 (5 punti)** Data la funzione

$$f(x) = \frac{5+4x}{2+2x},$$

si determinino:

☐ a) l'insieme di definizione  $D$  di  $f$ ;

☐ d) l'immagine  $I = f(D)$  di  $f$ ;

☐ b) la derivata  $f'(x)$ ;

☐ e) il grafico di  $f$ , le coordinate dei punti di intersezione con gli assi ed eventuali asintoti.

☐ c) l'insieme dei punti  $x \in D$  in cui  $f'(x) > 0$ ;

**Esercizio 2 (2 punti)** Calcolare i seguenti limiti.

a)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( -4n - \frac{1}{n} \right) \ln \left( 1 + \frac{11}{n} \right)$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{3x} - e^{-2x}}{\sin(x)}$

**Esercizio 3 (1 punto)** Calcolare il valore della serie numerica  $\sum_{n \geq 0} (a_n - a_{n+1})$  con

$$a_n = \frac{-4n^2 + 4n + 2}{(-9n - 5)^2}.$$

**Esercizio 4 (2 punti)** Data la serie numerica

$$\sum_{n \geq 1} (-1)^n n^4 \sin \left( \frac{1}{n^3} \right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

☐ a) La serie converge.

☐ b) La serie non converge.

**Esercizio 5 (3 punti)** Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.

$$z^3 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{3}i$$

**Esercizio 6 (4 punti)** Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'inf, il sup, e, se esistono, min e max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x^2 + 5x + 6}{3x^2 + 24x + 45} > 0 \right\}$$

$$C = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{2x^2 - 32} < \sqrt{3x^2 + 2x - 47} \right\}$$

**Esercizio 7 (6 punti)** Calcolare i seguenti integrali.

a)  $\int \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}} dx$

b)  $\int_0^1 \frac{x+2}{x^2+1} dx$

c)  $\int_3^{+\infty} \frac{x^3 - 8x^2 + 21x - 18}{(x-2)^3(x-3)^2} dx$

**Esercizio 8 (2 punti)** Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.

$$\begin{cases} y''(x) - 6y'(x) + 10y(x) = 0 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 4 \end{cases}$$

## Compito 44

**Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.**

**Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.**

Enunciato 1. L'insieme dei numeri naturali  $\mathbb{N}$  è totalmente ordinato.

V

Enunciato 2.  $f: A \rightarrow B$  è monotona se è crescente o decrescente.

V

Enunciato 3.  $\sqrt{p(x)} \geq \sqrt{q(x)} \iff \begin{cases} q(x) \geq 0 \\ p(x) \geq q(x) \end{cases}$ .

V

Enunciato 4.  $\cot\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$

V

Enunciato 5.  $\sin(-x) = \sin(x)$

F

Enunciato 6. L'equazione  $x^2 + 1 = 0$  non ha soluzioni in  $\mathbb{C}$ .

F

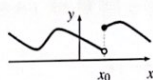
Enunciato 7. Data  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , si ha che  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L \in \mathbb{R}$  se

V

$$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0 \text{ t.c. } |f(x) - L| < \varepsilon \forall x \in (x_0, x_0 + \delta).$$

Enunciato 8. Se quello riportato di seguito è il grafico della funzione  $f$  allora  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = f(x_0)$ .

V



Enunciato 9.  $\{a_n\}_n$  converge se e solo se  $\forall \varepsilon > 0 \exists N = N(\varepsilon) \in \mathbb{N}$  t.c.  $|a_n - a_m| < \varepsilon \forall n, m > N$ .

V

Enunciato 10. Se  $a_n, b_n > 0$ ,  $\sum_{n \geq 1} b_n$  diverge e  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$ , allora anche  $\sum_{n \geq 1} a_n$  diverge.

V

Enunciato 11. Se  $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$  è continua, allora essa ammette massimo e minimo assoluti.

F

Enunciato 12.  $\frac{d}{dx} \sin(x) = -\cos(x)$

F

Enunciato 13. Se  $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  è continua ed  $f(a) = f(b)$ , allora esiste  $x_0 \in (a, b)$  tale che  $f'(x_0) = 0$ .

F

Enunciato 14. Se  $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  è continua, allora esiste  $c \in [a, b]$  tale che

V

$$\int_a^b f(x) dx = (b - a)f(c).$$

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														



Nome, Cognome ..... Matricola .....

### Compito 45

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022  
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere solo ed esclusivamente il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON** si devono includere gli svolgimenti. Il punteggio massimo è 25.

**Esercizio 1 (5 punti)** Data la funzione

$$f(x) = \frac{21 + 16x}{-5 - 4x},$$

si determinino:

☐ a) l'insieme di definizione  $D$  di  $f$ ;

☐ d) l'immagine  $I = f(D)$  di  $f$ ;

☐ b) la derivata  $f'(x)$ ;

☐ e) il grafico di  $f$ , le coordinate dei punti di intersezione con gli assi ed eventuali asintoti.

☐ c) l'insieme dei punti  $x \in D$  in cui  $f'(x) > 0$ ;

**Esercizio 2 (2 punti)** Calcolare i seguenti limiti.

a)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n!)^{14} e^{14n}}{n^{14n+7}}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x^{18}}{(x - \sin(x))^4}$

**Esercizio 3 (1 punto)** Calcolare il valore della serie numerica  $\sum_{n \geq 0} (a_n - a_{n+1})$  con

$$a_n = \frac{(-3n-4)^2}{(-7n-1)(2n+3)}.$$

**Esercizio 4 (2 punti)** Data la serie numerica

$$\sum_{n \geq 1} (-1)^n n^5 \tan\left(\frac{1}{n^4}\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

☐ a) La serie converge.

☐ b) La serie non converge.

**Esercizio 5 (3 punti)** Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.

$$z^3 = -1$$

**Esercizio 6 (4 punti)** Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'inf, il sup, e, se esistono, min e max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{2x^2 - 2x - 24}{3x^2 + 24x + 45} \geq 0 \right\}$$

$$C = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{4x^2 + 24x + 22} > \sqrt{2x^2 + 16x + 32} \right\}$$

**Esercizio 7 (6 punti)** Calcolare i seguenti integrali.

a)  $\int x^2 \sin(x) dx$

b)  $\int_0^2 \frac{e^x \ln(1 + e^x)}{1 + e^x} dx$

c)  $\int_{2^{-1/6}}^{+\infty} \frac{-2x^5}{1 + 4x^{12}} dx$

**Esercizio 8 (2 punti)** Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.

$$\begin{cases} y''(x) - 10y'(x) + 25 = 0 \\ y(0) = -7 \\ y'(0) = 9 \end{cases}$$

# Compito 45

**Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.**

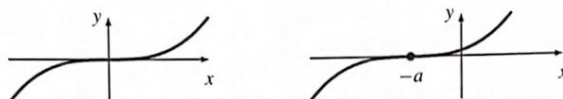
**Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.**

**Enunciato 1.** L'insieme dei numeri complessi  $\mathbb{C}$  è un campo.

V

**Enunciato 2.** Se quello riportato a sinistra è il grafico di  $f(x)$ , allora quello a destra è il grafico di  $f(x-a)$ .

F



**Enunciato 3.** Siano  $a, b, c \in \mathbb{R}$  con  $a > 0$ . Se  $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ , allora

V

$$\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c > 0\} = (-\infty, x_1) \cup (x_2, +\infty),$$

dove  $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$  e  $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ .

**Enunciato 4.**  $\nexists \tan(0)$

F

**Enunciato 5.**  $\sin(x+y) = \cos(x)\cos(y) - \sin(x)\sin(y)$

F

**Enunciato 6.** La moltiplicazione tra numeri complessi è un'operazione binaria commutativa.

V

**Enunciato 7.**  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$  se

F

$\exists M > 0$  t.c.  $\forall \delta = \delta(M) > 0 \exists x \in D$  con  $0 < |x - x_0| < \delta$  t.c.  $f(x) > -M$ .

**Enunciato 8.**  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[4]{1+x}-1}{x} = 1 \forall a > 0$

F

**Enunciato 9.** Tutte le successioni numeriche monotone sono convergenti.

F

**Enunciato 10.** Se  $a_n, b_n > 0$ ,  $\sum_{n \geq 1} b_n$  diverge e  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = +\infty$ , allora anche  $\sum_{n \geq 1} a_n$  diverge.

V

**Enunciato 11.** Se  $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  è crescente, allora  $f([a, b]) = [f(a), f(b)]$ .

V

**Enunciato 12.**  $\frac{d}{dx} \arctan(x) = \frac{1}{\cos(x)^2}$

F

**Enunciato 13.** Se  $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  è derivabile ed ha in  $x_0 \in (a, b)$  un punto di massimo, allora  $f'(x_0) = 0$ .

V

**Enunciato 14.** Se  $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  è continua, allora  $f(x) = \frac{d}{dx} \int_x^b f(x) dx$ .

F

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Nome, Cognome ..... Matricola .....

### Compito 46

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022  
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere solo ed esclusivamente il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON** si devono includere gli svolgimenti. Il punteggio massimo è 25.

**Esercizio 1 (5 punti)** Data la funzione

$$f(x) = -\frac{4x^2 + 16x - 180}{8x^2 + 32x + 88},$$

si determinino:

☐ a) l'insieme di definizione  $D$  di  $f$ ;

☐ d) l'immagine  $I = f(D)$  di  $f$ ;

☐ b) la derivata  $f'(x)$ ;

☐ e) il grafico di  $f$ , le coordinate dei punti di intersezione con gli assi ed eventuali asintoti.

☐ c) l'insieme dei punti  $x \in D$  in cui  $f'(x) > 0$ ;

**Esercizio 2 (2 punti)** Calcolare i seguenti limiti.

a)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \ln \left( \frac{1}{\sqrt[3]{3^n}} \right) \ln \left( \left( \frac{n-6}{n} \right)^4 \right)$

b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x^2)}{x-1}$

**Esercizio 3 (1 punto)** Calcolare il valore della serie numerica  $\sum_{n \geq 0} (a_n - a_{n+1})$  con

$$a_n = \frac{-3n^2 - 6n}{4n^2 + 6n + 5}.$$

**Esercizio 4 (2 punti)** Data la serie numerica

$$\sum_{n \geq 1} (-1)^n \arctan \left( \frac{1}{n^7} \right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

☐ a) La serie converge.

☐ b) La serie non converge.

**Esercizio 5 (3 punti)** Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica

$$z^3 = \frac{125}{2}\sqrt{2} - \frac{125}{2}\sqrt{2}i$$

**Esercizio 6 (4 punti)** Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'inf, il sup, e, se esistono min e max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x^2 - 2x - 15}{2x^2 + 8x + 6} < 0 \right\}$$

$$C = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{5x^2 + 21x - 2} > \sqrt{3x^2 + 15x + 18} \right\}$$

**Esercizio 7 (6 punti)** Calcolare i seguenti integrali.

a)  $\int x e^x dx$

b)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\cos^4 x (1 + \tan(x)^2)} dx$

c)  $\int_{2^{-1/4}}^{+\infty} \frac{x^3}{1 + 4x^8} dx$

**Esercizio 8 (2 punti)** Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.

$$\begin{cases} y''(x) + 10y'(x) + 25 = 0 \\ y(0) = 3 \\ y'(0) = 5 \end{cases}$$



## Compito 46

**Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.**

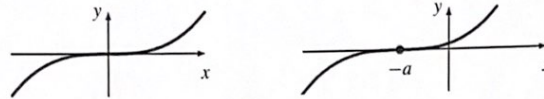
**Risposta corretta:** +0.5. **Risposta mancante:** -0.1. **Risposta errata:** -0.2.

Enunciato 1. L'insieme dei numeri reali  $\mathbb{R}$  è un campo.

V

Enunciato 2. Se quello riportato a sinistra è il grafico di  $f(x)$ , allora quello a destra è il grafico di  $f(x-a)$ .

F



Enunciato 3. L'estremo inferiore di un insieme è il più grande dei minoranti.

V

Enunciato 4.  $\cos(0) = 0$

F

Enunciato 5.  $\cot\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$

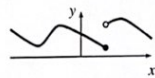
F

Enunciato 6. Se  $z = a + ib \in \mathbb{C}$ , allora  $z \cdot \bar{z} = a^2 - b^2$ .

F

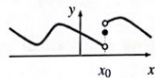
Enunciato 7. Quello riportato di seguito è il grafico di una funzione continua.

F



Enunciato 8. Se quello riportato di seguito è il grafico della funzione  $f$  allora  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = f(x_0)$ .

F



Enunciato 9. Ogni successione numerica limitata è convergente.

F

Enunciato 10. Se  $\sum_{n \geq 1} b_n$  converge e  $0 \leq a_n \leq b_n$ , allora anche  $\sum_{n \geq 1} a_n$  converge.

V

Enunciato 11. Se  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  è una funzione strettamente crescente, allora  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \sup\{f(x) : x \in \mathbb{R}\}$ .

V

Enunciato 12.  $\frac{d}{dx} \arctan(x) = \frac{1}{1+x^2}$

V

Enunciato 13. Se  $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$  è continua e concava, allora ammette un massimo.

F

Enunciato 14.  $\int \frac{dx}{\cos(x)^2} = \tan(x) + c$

V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														