

Nome, Cognome Matricola

Compito 87

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON** si devono includere gli svolgimenti. Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (5 punti) Data la funzione

$$f(x) = -\frac{2x^2 + 20x + 18}{8x^2 + 80x + 208},$$

si determinino:

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> a) l'insieme di definizione D di f ; | <input type="checkbox"/> d) l'immagine $I = f(D)$ di f ; |
| <input type="checkbox"/> b) la derivata $f'(x)$; | <input type="checkbox"/> e) il grafico di f , le coordinate dei punti di intersezione con gli assi ed eventuali asintoti. |
| <input type="checkbox"/> c) l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$; | |

Esercizio 2 (2 punti) Calcolare i seguenti limiti.

a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(5n - \frac{4}{n} \right) \ln \left(1 - \frac{9}{n} \right)$
b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{3x^2 + 2x + 1} - \sqrt{3x^2 + 5x})$

Esercizio 3 (1 punto) Calcolare il valore della serie numerica $\sum_{n \geq 0} (a_n - a_{n+1})$ con

$$a_n = \frac{(-5n+8)(5n-3)}{(-n-6)(-6n-6)}.$$

Esercizio 4 (2 punti) Data la serie numerica

$$\sum_{n \geq 1} n^6 \ln \left(1 + \frac{1}{n^7} \right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

- a) La serie converge. b) La serie diverge. c) La serie è irregolare.

Esercizio 5 (3 punti) Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.

$$z^3 = \frac{27}{2} + \frac{27}{2}\sqrt{3}i$$

Esercizio 6 (4 punti) Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'inf, il sup, e, se esistono, min e max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x^2 - 10x + 25}{2x^2 - 4x - 16} > 0 \right\}$$
$$C = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{4x^2 + 8x + 22} \geq \sqrt{2x^2 + 16x + 32} \right\}$$

Esercizio 7 (6 punti) Calcolare i seguenti integrali.

a) $\int x^2 \sin(x^3) dx$
b) $\int_0^2 \frac{e^x \ln(1 + e^x)}{1 + e^x} dx$
c) $\int_3^{+\infty} \frac{x^3 - 8x^2 + 21x - 18}{(x-2)^3(x-3)^2} dx$

Esercizio 8 (2 punti) Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.

$$\begin{cases} y''(x) + 2y'(x) - 63 = 0 \\ y(0) = -8 \\ y'(0) = -4 \end{cases}$$

Nome, Cognome

Matricola

Compito 88

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
 Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (5 punti) Data la funzione

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{5x^2 - 10x + 35},$$

si determinino:

a) l'insieme di definizione D di f ;

d) l'immagine $I = f(D)$ di f ;

b) la derivata $f'(x)$;

c) l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;

e) il grafico di f , le coordinate dei punti di intersezione con gli assi ed eventuali asintoti.

Esercizio 2 (2 punti) Calcolare i seguenti limiti.

a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n!)^{18} e^{18n}}{n^{18n+9}}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\sin(x)}$

Esercizio 3 (1 punto) Calcolare il valore della serie numerica $\sum_{n \geq 0} (a_n - a_{n+1})$ con

$$a_n = \frac{(7n-5)(2n+6)}{-6n^2+4n-2}.$$

Esercizio 4 (2 punti) Data la serie numerica

$$\sum_{n \geq 1} (-1)^n n^2 \arctan\left(\frac{1}{n}\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

a) La serie converge.

b) La serie non converge.

Esercizio 5 (3 punti) Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica

$$z^3 = \frac{1}{2}\sqrt{3} - \frac{1}{2}i$$

Esercizio 6 (4 punti) Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'inf, il sup, e, se esistono min e max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x-1}{x-6} > \frac{x-1}{x+8} \right\}$$

$$C = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{3x^2+11x-4} > \sqrt{2x^2+12x+16} \right\}$$

Esercizio 7 (6 punti) Calcolare i seguenti integrali.

a) $\int \frac{5x-30}{2x^2+4x+10} dx$

b) $\int_0^{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} 2x \sin(x)^2 dx$

c) $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^3} dx$

Esercizio 8 (2 punti) Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.

$$\begin{cases} y''(x) - 4y'(x) + 29y(x) = 0 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = -3 \end{cases}$$

Compito 88

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
 Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (5 punti) Data la funzione

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{5x^2 - 10x + 35},$$

si determinino:

a) l'insieme di definizione D di f ;

d) l'immagine $I = f(D)$ di f ;

b) la derivata $f'(x)$;

e) il grafico di f , le coordinate dei punti di intersezione con gli assi ed eventuali asintoti.

c) l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;

Esercizio 2 (2 punti) Calcolare i seguenti limiti.

a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n!)^{18} e^{18n}}{n^{18n+9}}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\sin(x)}$

Esercizio 3 (1 punto) Calcolare il valore della serie numerica $\sum_{n \geq 0} (a_n - a_{n+1})$ con

$$a_n = \frac{(7n-5)(2n+6)}{-6n^2+4n-2}.$$

Esercizio 4 (2 punti) Data la serie numerica

$$\sum_{n \geq 1} (-1)^n n^2 \arctan\left(\frac{1}{n}\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

a) La serie converge.

b) La serie non converge.

Esercizio 5 (3 punti) Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.

$$z^3 = \frac{1}{2}\sqrt{3} - \frac{1}{2}i$$

Esercizio 6 (4 punti) Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'inf, il sup, e, se esistono, min e max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x-1}{x-6} > \frac{x-1}{x+8} \right\}$$

$$C = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{3x^2+11x-4} > \sqrt{2x^2+12x+16} \right\}$$

Esercizio 7 (6 punti) Calcolare i seguenti integrali.

a) $\int \frac{5x-30}{2x^2+4x+10} dx$

b) $\int_0^{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} 2x \sin(x)^2 dx$

c) $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^3} dx$

Esercizio 8 (2 punti) Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.

$$\begin{cases} y''(x) - 4y'(x) + 29y(x) = 0 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = -3 \end{cases}$$

Compito 87

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. **Risposta mancante:** -0.1. **Risposta errata:** -0.2.

Enunciato 1. Per il principio di induzione si ha che

- $P(2)$ è vera
- se $P(n)$ è vera, allora anche $P(n+2)$ è vera

F

Enunciato 2. Se $f: A \rightarrow B$ è una funzione periodica, allora è una funzione trigonometrica.

F

Enunciato 3. Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$ con $a > 0$. Se $\Delta = b^2 - 4ac > 0$, allora

V

$$\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c > 0\} = (-\infty, x_1) \cup (x_2, +\infty),$$

dove $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ e $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$.

Enunciato 4. $\cot(0)$

V

Enunciato 5. $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$

V

Enunciato 6. $\sqrt{2} \in \mathbb{C}$

V

Enunciato 7. $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty$ se

F

$$\exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta = \delta(M) > 0 \ \exists x \in D \text{ con } 0 < |x - x_0| < \delta \text{ t.c. } f(x) > -M.$$

Enunciato 8. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L \in \mathbb{R}$ se

V

$$\forall \varepsilon > 0 \ \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0 \text{ t.c. } |f(x) - L| < \varepsilon \ \forall x \in (x_0 - \delta, x_0).$$

Enunciato 9. Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L > 1$ allora $a_n \downarrow 0$.

F

Enunciato 10. $\sum_{n \geq 1} (-1)^n = -\frac{1}{2}$

F

Enunciato 11. Se $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$ e $\lim_{x \rightarrow b} f(x) = -\infty$, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f(x_0) = 0$.

V

Enunciato 12. $\frac{d}{dx} \arccos(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

F

Enunciato 13. Se $f'(x_0) = 0$ ed $f''(x_0) < 0$, allora x_0 è un punto di minimo locale.

F

Enunciato 14. $\int \cos(x) dx = \sin(x) + c$

V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 88

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. **Risposta mancante:** -0.1. **Risposta errata:** -0.2.

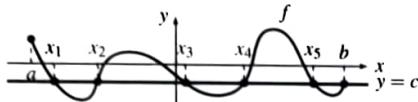
Enunciato 1. L'insieme dei numeri razionali \mathbb{Q} è ordinato e completo.

F

Enunciato 2. Se il grafico di $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ e la retta $y = c$ sono come in figura, allora

V

$$\{x \in [a, b] : f(x) \leq c\} = [x_1, x_2] \cup [x_3, x_4] \cup [x_5, b].$$



Enunciato 3. $\{x \in \mathbb{R} : |x| < a\} = (-a, a)$

V

Enunciato 4. $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$

V

Enunciato 5. $\cot(-x) = \cot(x)$

F

Enunciato 6. Se $z, w \in \mathbb{C}$ ed $n \in \mathbb{N}$, allora $\overline{z+w} = \bar{z} + \bar{w}$

V

Enunciato 7. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty$ se

F

$$\forall M > 0 \exists \delta = \delta(M) > 0 \text{ t.c. } f(x) < -M \quad \forall x \in (x_0 - \delta, x_0).$$

Enunciato 8. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty$ se

F

$$\exists M > 0 \text{ t.c. } \forall \delta = \delta(M) > 0 \exists x \in (x_0, x_0 + \delta) \text{ t.c. } f(x) > -M.$$

Enunciato 9. $\{a_n\}_n$ converge se e solo se $\exists \varepsilon > 0$ t.c. $\forall N = N(\varepsilon) \in \mathbb{N} \exists n, m > N$ t.c. $|a_n - a_m| > \varepsilon$.

F

Enunciato 10. Se $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge.

F

Enunciato 11. Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è tale che $f([a, b])$ è un intervallo, allora f è continua in $[a, b]$.

F

Enunciato 12. $\frac{d}{dx} \ln(|x|) = \frac{1}{x}$ per ogni $x \neq 0$

V

Enunciato 13. Se $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ è continua e convessa, allora ammette un minimo.

F

Enunciato 14. $\int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}} = \arctan(x) + C$

F

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 77

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
 Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (5 punti) Data la funzione

$$f(x) = \frac{4-5x}{3-5x},$$

si determinino:

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> a) l'insieme di definizione D di f ; | <input type="checkbox"/> d) l'immagine $I = f(D)$ di f ; |
| <input type="checkbox"/> b) la derivata $f'(x)$; | <input type="checkbox"/> e) il grafico di f , le coordinate dei punti di intersezione con gli assi ed eventuali asintoti. |
| <input type="checkbox"/> c) l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$; | |

Esercizio 2 (2 punti) Calcolare i seguenti limiti.

$$\begin{aligned} \text{a)} \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(-9n - \frac{3}{n} \right) \ln \left(1 + \frac{6}{n} \right) \\ \text{b)} \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt[4]{1 + \arctan \left(\frac{5}{x^2} \right)} - \cos \left(\frac{3}{x} \right) \right) x^2 \end{aligned}$$

Esercizio 3 (1 punto) Calcolare il valore della seguente somma finita.

$$\sum_{n=0}^4 4^n$$

Esercizio 4 (2 punti) Data la serie numerica

$$\sum_{n \geq 1} (-1)^n \arctan \left(\frac{1}{n} \right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> a) La serie converge. | <input type="checkbox"/> b) La serie non converge. |
|--|--|

Esercizio 5 (3 punti) Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.

$$z^3 = \frac{125}{2} + \frac{125}{2}\sqrt{3}i$$

Esercizio 6 (4 punti) Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'inf, il sup, e, se esistono, min e max.

$$\begin{aligned} A &= \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x^2 - 6x + 8}{x^2 - 2x - 15} \leq 0 \right\} \\ C &= \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{3x^2 - 21x + 30} \leq \sqrt{5x^2 - x + 80} \right\} \end{aligned}$$

Esercizio 7 (6 punti) Calcolare i seguenti integrali.

$$\begin{aligned} \text{a)} \int \frac{1}{\sqrt{x}} 2^{\sqrt{x}} dx \\ \text{b)} \int_1^e \frac{\ln(x)}{\ln(ex)} \frac{1}{x} dx \\ \text{c)} \int_0^{+\infty} \frac{1}{x^2 + 8x + 17} dx \end{aligned}$$

Esercizio 8 (2 punti) Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.

$$\begin{cases} y'(x) = (-7x + 3)y(x) + e^{-\frac{7}{2}x^2 + 5x} \\ y(0) = -1 \end{cases}$$

Nome, Cognome Matricola

Compito 78

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (5 punti) Data la funzione

$$f(x) = \frac{-11 - 20x}{-3 - 5x},$$

si determinino:

- a) l'insieme di definizione D di f ;
- b) la derivata $f'(x)$;
- c) l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;
- d) l'immagine $I = f(D)$ di f ;
- e) il grafico di f , le coordinate dei punti di intersezione con gli assi ed eventuali asintoti.

Esercizio 2 (2 punti) Calcolare i seguenti limiti.

a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(-7n + \frac{7}{n} \right) \ln \left(1 - \frac{10}{n} \right)$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{-x}$

Esercizio 3 (1 punto) Calcolare il valore della seguente somma finita.

$$\sum_{n=1}^{43} n$$

Esercizio 4 (2 punti) Data la serie numerica

$$\sum_{n \geq 1} n^4 \arctan \left(\frac{1}{n^9} \right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

- a) La serie converge. b) La serie diverge. c) La serie è irregolare.

Esercizio 5 (3 punti) Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica

$$z^3 = 4\sqrt{3} - 4i$$

Esercizio 6 (4 punti) Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'inf, il sup, e, se esistono min e max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{3x^2 + 15x + 12}{x^2 - x - 6} \leq 0 \right\}$$
$$C = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{3x^2 - 2x - 10} \geq \sqrt{x^2 - 2x - 8} \right\}$$

Esercizio 7 (6 punti) Calcolare i seguenti integrali.

a) $\int \frac{\sin(x)^2}{e^x} dx$

b) $\int_0^1 \frac{e^{\arctan(x)}}{1+x^2} \arctan(x) dx$

c) $\int_{2^{-1/4}}^{+\infty} \frac{x^3}{1+4x^8} dx$

Esercizio 8 (2 punti) Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.

$$\begin{cases} y''(x) + 11y'(x) + 30 = 0 \\ y(0) = -8 \\ y'(0) = -9 \end{cases}$$

Nome, Cognome Matricola

Comitato 79

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (5 punti) Data la funzione

$$f(x) = \frac{-14 - 5x}{3 + x},$$

si determinino:

- a) l'insieme di definizione D di f ;
- b) la derivata $f'(x)$;
- c) l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;
- d) l'immagine $I = f(D)$ di f ;
- e) il grafico di f , le coordinate dei punti di intersezione con gli assi ed eventuali asintoti.

Esercizio 2 (2 punti) Calcolare i seguenti limiti.

a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (-5n^2 - 5)^2 \left(1 - \cos\left(-\frac{2}{n^2}\right)\right)$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin(x)^2 - x^3}{5x \ln(1 + x^4)}$

Esercizio 3 (1 punto) Calcolare il valore della seguente somma finita.

$$\sum_{n=1}^{43} n$$

Esercizio 4 (2 punti) Data la serie numerica

$$\sum_{n \geq 1} \frac{5 + 9n^5 + 9n^8 + 5n^2 + 7n^6}{1 + 8n^{-3} + 4n^2 + 5n^6 + 2n},$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

- a) La serie converge.
- b) La serie diverge.
- c) La serie è irregolare.

Esercizio 5 (3 punti) Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.

$$z^3 = 8$$

Esercizio 6 (4 punti) Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'inf, il sup, e, se esistono, min e max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{2x^2 - 2}{x^2 - 25} \geq 0 \right\}$$
$$C = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{2x^2 + 8x + 8} < \sqrt{3x^2 + 15x + 20} \right\}$$

Esercizio 7 (6 punti) Calcolare i seguenti integrali.

a) $\int \frac{dx}{e^x + 1}$

b) $\int_0^1 x^2 e^{-2x} dx$

c) $\int_0^1 x^{\frac{8}{3}} \ln(x) dx$

Esercizio 8 (2 punti) Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.

$$\begin{cases} y''(x) - 8y'(x) + 15 = 0 \\ y(0) = 3 \\ y'(0) = -8 \end{cases}$$

Nome, Cognome

Matricola

Compito 80

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
 Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = \frac{4x^2 + 16x - 180}{2x^2 + 8x + 20},$$

si determinino:

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> a) l'insieme di definizione D di f ; | <input type="checkbox"/> d) l'immagine $I = f(D)$ di f ; |
| <input type="checkbox"/> b) la derivata $f'(x)$; | <input type="checkbox"/> e) il grafico di f , le coordinate dei punti di intersezione con gli assi ed eventuali asintoti. |
| <input type="checkbox"/> c) l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$; | |

Esercizio 2 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \ln\left(\frac{1}{\sqrt[3]{18^n}}\right) \ln\left(\left(\frac{n-4}{n}\right)^{-3}\right)$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \ln(e + x^4) - 3}{1 - \cos(x^2)}$

Esercizio 3 (1 punto) *Calcolare il valore della seguente somma finita.*

$$\sum_{n=1}^4 3^n$$

Esercizio 4 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n \geq 1} n^6 \left(1 - \cos\left(\frac{1}{n}\right)\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

- | | | |
|--|---|--|
| <input type="checkbox"/> a) La serie converge. | <input type="checkbox"/> b) La serie diverge. | <input type="checkbox"/> c) La serie è irregolare. |
|--|---|--|

Esercizio 5 (3 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = \frac{27}{2} \sqrt{3} - \frac{27}{2} i$$

Esercizio 6 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'inf, il sup, e, se esistono, min e max.*

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x^2 + 2x - 3}{3x^2 + 15x + 18} \leq 0 \right\}$$

$$C = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{2x^2 + 4x - 16} < \sqrt{4x^2 + 4x - 18} \right\}$$

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

a) $\int \arctan(x) dx$

b) $\int_0^1 \frac{e^{\arctan(x)}}{1+x^2} \arctan(x) dx$

c) $\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^2 + 8x + 17} dx$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

$$\begin{cases} y''(x) + 4y'(x) + 13y(x) = 0 \\ y(0) = -7 \\ y'(0) = -7 \end{cases}$$

Compito 77

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. **Risposta mancante:** -0.1. **Risposta errata:** -0.2.

Enunciato 1. Per il principio di induzione si ha che

- $P(1)$ è vera
- se $P(n)$ è vera, allora anche $P(n+2)$ è vera

$$\left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \Rightarrow P(n) \text{ è vera per ogni } n \in \mathbb{N} \text{ dispari.}$$

V

Enunciato 2. $f: A \rightarrow B$ è strettamente monotona se è strettamente crescente o strettamente decrescente.

V

Enunciato 3. Se C è l'estremo superiore di $A \subset \mathbb{R}$, allora C è il massimo di A .

F

Enunciato 4. Ciascun angolo di un triangolo equilatero misura $\pi/3$.

V



Enunciato 5. Ciascun angolo di un triangolo equilatero misura $\pi/2$.

F



Enunciato 6. Se $z \in \mathbb{C}$, allora $z \notin \mathbb{R}$.

F

Enunciato 7. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$

V

Enunciato 8. Se $f(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ e $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a \in \mathbb{R}$, allora $a > 0$.

F

Enunciato 9. Ogni successione numerica limitata è convergente.

F

Enunciato 10. Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 0$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge.

F

Enunciato 11. Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è tale che $f([a, b])$ è un intervallo, allora f è continua in $[a, b]$.

F

Enunciato 12. $\frac{d}{dx} \arctan(x) = \frac{1}{1+x^2}$

V

Enunciato 13. Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f'(x_0) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$.

F

Enunciato 14. $\int \frac{dx}{\sin(x)^2} = \tan(x) + c$

F

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 78

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

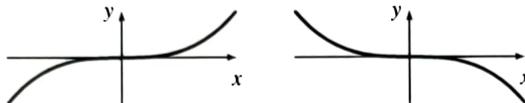
Risposta corretta: +0.5. **Risposta mancante:** -0.1. **Risposta errata:** -0.2.

Enunciato 1. L'insieme dei numeri naturali \mathbb{N} è ordinato e completo.

F

Enunciato 2. Se quello riportato a sinistra è il grafico di $f(x)$, allora quello a destra è il grafico di $f(-x)$.

V



Enunciato 3. Se C è l'estremo superiore di $A \subset \mathbb{R}$, allora C è il massimo di A .

F

Enunciato 4. $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$

V

Enunciato 5. $\cos(-x) = -\cos(x)$

F

Enunciato 6. Se $z \in \mathbb{C}$, allora $\overline{(\bar{z})} = z$.

V

Enunciato 7. Se $f(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ e $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = a \in \mathbb{R}$, allora $a > 0$.

F

Enunciato 8. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = L \in \mathbb{R}$ se
 $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0$ t.c. $|f(x) - L| < \varepsilon \forall x \in (x_0, x_0 + \delta)$.

F

Enunciato 9. Tutte le successioni numeriche monotone sono convergenti.

F

Enunciato 10. Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora nulla si può dire della convergenza di $\sum_{n \geq 1} b_n$.

F

Enunciato 11. Se $f: [a, b] \rightarrow [a, b]$ è invertibile, allora f è continua in $[a, b]$.

F

Enunciato 12. $\frac{d}{dx} \tan(x) = \frac{1}{\cos(x)^2}$

V

Enunciato 13. Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua ed $f(a) = f(b)$, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f'(x_0) = 0$.

F

Enunciato 14. $\int \frac{dx}{\cos(x)^2} = \tan(x) + c$

V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 79

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. **Risposta mancante:** -0.1. **Risposta errata:** -0.2.

Enunciato 1. Per il principio di induzione si ha che

- $P(1)$ e $P(2)$ sono vere
- se $P(n)$ e $P(n+1)$ sono vere, allora anche $P(n+2)$ è vera

V

Enunciato 2. $f: A \rightarrow B$ è decrescente se per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha

$$x_1 < x_2 \implies f(x_1) \geq f(x_2).$$

V

Enunciato 3. Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$ con $a > 0$. Se $\Delta = b^2 - 4ac > 0$, allora

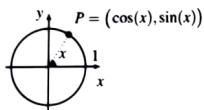
$$\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c > 0\} = (-\infty, x_1) \cup (x_2, +\infty),$$

dove $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ e $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$.

V

Enunciato 4. $\tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$

V



Enunciato 5.

V

Enunciato 6. Se $z \in \mathbb{C}$, allora $\Im m(z) = \frac{z + \bar{z}}{2i}$.

F

Enunciato 7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = 1 \quad \forall a > 0$

F

Enunciato 8. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty$ se
 $\exists M > 0$ t.c. $\forall \delta = \delta(M) > 0 \exists x \in (x_0 - \delta, x_0)$ t.c. $f(x) > -M$.

F

Enunciato 9. Ogni successione numerica convergente è limitata.

V

Enunciato 10. La serie armonica diverge.

V

Enunciato 11. Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è crescente, allora $f([a, b]) = [f(a), f(b)]$.

V

Enunciato 12. $\frac{d}{dx} \sin(x) = -\cos(x)$

F

Enunciato 13. Se $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ sono derivabili su $[a, b]$, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che
 $(g(b) - g(a)) f'(x_0) = (f(b) - f(a)) g'(x_0)$.

V

Enunciato 14. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - 1}} = \arcsin(x) + C$

F

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 80

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. **Risposta mancante:** -0.1. **Risposta errata:** -0.2.

Enunciato 1. Per il principio di induzione si ha che

- $P(2)$ è vera
- se $P(n)$ è vera, allora anche $P(n+2)$ è vera

V

Enunciato 2. Se $n \in \mathbb{N}$ è pari allora $f(x) = x^n$ è una funzione dispari nel suo dominio di definizione.

F

Enunciato 3. L'estremo inferiore di un insieme è il più grande dei minoranti.

V

Enunciato 4. $\cot(x + \pi) = \cot(x)$

V

Enunciato 5. Ciascun angolo di un quadrato misura $\pi/2$.



V

Enunciato 6. $\bar{1} = 1$

V

Enunciato 7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x)}{x} = 1$

V

Enunciato 8. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$

V

Enunciato 9. $\{a_n\}_n$ converge se e solo se $\forall \varepsilon > 0 \exists N = N(\varepsilon) \in \mathbb{N}$ t.c. $|a_n - a_m| < \varepsilon \forall n, m > N$.

V

Enunciato 10. Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge.

V

Enunciato 11. Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è crescente, allora $f([a, b]) = [f(a), f(b)]$.

V

Enunciato 12. Tutte le funzioni integrabili sono derivabili.

F

Enunciato 13. Se $f'(x_0) = 0$ ed $f''(x_0) < 0$, allora x_0 è un punto di minimo locale.

F

Enunciato 14. Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua ed F è una sua primitiva, allora $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$.

V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Nome, Cognome

Matricola

Compito 97

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (5 punti) Data la funzione

$$f(x) = -\frac{5x^2 - 30x - 35}{9x^2 - 54x + 144},$$

si determinino:

- a) l'insieme di definizione D di f ; d) l'immagine $I = f(D)$ di f ;
- b) la derivata $f'(x)$; e) il grafico di f , le coordinate dei punti di intersezione con gli assi ed eventuali asintoti.
- c) l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$.

Esercizio 2 (2 punti) Calcolare i seguenti limiti.

a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (-2n^2 - 8)^2 \left(1 - \cos\left(\frac{3}{n^2}\right)\right)$

b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\sin(x)}$

Esercizio 3 (1 punto) Calcolare il valore della serie numerica $\sum_{n \geq 0} (a_n - a_{n+1})$ con
$$a_n = \arctan\left(\frac{3^n + n^4 + 4}{2^n + n^3 + 4}\right).$$

Esercizio 4 (2 punti) Data la serie numerica

$$\sum_{n \geq 1} (-1)^n n^9 \sin\left(\frac{1}{n^6}\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

- a) La serie converge. b) La serie non converge.

Esercizio 5 (3 punti) Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.

$$z^3 = -\frac{27}{2} - \frac{27}{2}\sqrt{3}i$$

Esercizio 6 (4 punti) Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'inf, il sup, e, se esistono, min e max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x+2}{x+2} \leq \frac{x-9}{x+8} \right\}$$
$$C = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{4x^2 - 22x + 24} \geq \sqrt{2x^2 - 12x + 16} \right\}$$

Esercizio 7 (6 punti) Calcolare i seguenti integrali.

a) $\int \frac{dx}{e^x + 1}$

b) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{2\pi} \frac{1}{\sin(x)^2 + \sin(x)} dx$

c) $\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^2 + 8x + 17} dx$

Esercizio 8 (2 punti) Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.

$$\begin{cases} y'(x) = (-4x - 1)y(x) + e^{-2x^2 - 6x} \\ y(0) = -8 \end{cases}$$

Nome, Cognome Matricola

Compito 98

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (5 punti) Data la funzione

$$f(x) = \frac{-11+8x}{-3+2x},$$

si determinino:

- a) l'insieme di definizione D di f ;
- b) la derivata $f'(x)$;
- c) l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;
- d) l'immagine $I = f(D)$ di f ;
- e) il grafico di f , le coordinate dei punti di intersezione con gli assi ed eventuali asintoti.

Esercizio 2 (2 punti) Calcolare i seguenti limiti.

a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (-2n^2 - 5)^2 \left(1 - \cos\left(\frac{2}{n^2}\right)\right)$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[4]{x^2 + 1}}{\sqrt{x - 1}}$

Esercizio 3 (1 punto) Calcolare il valore della seguente somma finita.

$$\sum_{n=1}^4 3^n$$

Esercizio 4 (2 punti) Data la serie numerica

$$\sum_{n \geq 1} \frac{1 + 8n^{-2} + 4n^5 + 5n^4 + 7n^2}{3 + 4n^2 + 4n^{-2} + 6n^{-1} + 7n^{-3}},$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

- a) La serie converge. b) La serie diverge. c) La serie è irregolare.

Esercizio 5 (3 punti) Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.

$$z^3 = \frac{125}{2} \sqrt{2} + \frac{125}{2} \sqrt{2}i$$

Esercizio 6 (4 punti) Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'inf, il sup, e, se esistono, min e max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x-3}{x-6} < \frac{x+5}{x-3} \right\}$$
$$C = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{3x^2 - 4x + 45} \geq \sqrt{2x^2 - 14x + 20} \right\}$$

Esercizio 7 (6 punti) Calcolare i seguenti integrali.

a) $\int x \sqrt[7]{-7 + 4x^2} dx$

b) $\int_1^e \frac{\ln(x)}{\ln(ex)} \frac{1}{x} dx$

c) $\int_{5^{-1/6}}^{+\infty} \frac{6x^5}{1 + 25x^{12}} dx$

Esercizio 8 (2 punti) Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.

$$\begin{cases} y''(x) + 18y'(x) + 90y(x) = 0 \\ y(0) = 8 \\ y'(0) = -8 \end{cases}$$

Nome, Cognome Matricola

Compito 99

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (5 punti) Data la funzione

$$f(x) = -\frac{3x^2 - 24x + 45}{x^2 - 8x + 25},$$

si determinino:

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> a) l'insieme di definizione D di f ; | <input type="checkbox"/> d) l'immagine $I = f(D)$ di f ; |
| <input type="checkbox"/> b) la derivata $f'(x)$; | <input type="checkbox"/> e) il grafico di f , le coordinate dei punti di intersezione con gli assi ed eventuali asintoti. |
| <input type="checkbox"/> c) l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$; | |

Esercizio 2 (2 punti) Calcolare i seguenti limiti.

a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(4n + \frac{7}{n} \right) \ln \left(1 + \frac{11}{n} \right)$
b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(e+x) - \cos(x)}{x \sin(3x)}$

Esercizio 3 (1 punto) Calcolare il valore della serie numerica $\sum_{n \geq 0} (a_n - a_{n+1})$ con

$$a_n = \frac{(6n-2)(7n+2)}{9n^2-6n+3}.$$

Esercizio 4 (2 punti) Data la serie numerica

$$\sum_{n \geq 1} (-1)^n n^{18} \left(1 - \cos \left(\frac{1}{n^7} \right) \right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

- a) La serie converge. b) La serie non converge.

Esercizio 5 (3 punti) Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.

$$z^3 = \frac{125}{2} + \frac{125}{2}\sqrt{3}i$$

Esercizio 6 (4 punti) Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'inf, il sup, e, se esistono, min e max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x^2+8x+15}{2x^2-32} < 0 \right\}$$
$$C = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{3x^2+11x-8} > \sqrt{x^2+x-20} \right\}$$

Esercizio 7 (6 punti) Calcolare i seguenti integrali.

a) $\int \frac{1}{x} \sin(\ln(x)) dx$
b) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2x \sin(x) dx$
c) $\int_3^{+\infty} \frac{x^3 - 8x^2 + 21x - 18}{(x-2)^3(x-3)^2} dx$

Esercizio 8 (2 punti) Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.

$$\begin{cases} y''(x) - 8y'(x) + 7 = 0 \\ y(0) = 3 \\ y'(0) = -5 \end{cases}$$

Nome, Cognome Matricola

Compito 100

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (5 punti) *Data la funzione*

$$f(x) = \frac{3x^2 + 24x - 27}{8x^2 + 64x + 160},$$

si determinino:

- a) l'insieme di definizione D di f ;
- b) la derivata $f'(x)$;
- c) l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;
- d) l'immagine $I = f(D)$ di f ;
- e) il grafico di f , le coordinate dei punti di intersezione con gli assi ed eventuali asintoti.

Esercizio 2 (2 punti) *Calcolare i seguenti limiti.*

a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n!)^8 e^{8n}}{n^{8n+4}}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin(x)^2 - x^3}{5x \ln(1+x^4)}$

Esercizio 3 (1 punto) *Calcolare il valore della seguente somma finita.*

$$\sum_{n=1}^{17} n$$

Esercizio 4 (2 punti) *Data la serie numerica*

$$\sum_{n \geq 1} (-1)^n n^3 \sin\left(\frac{1}{n^8}\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

- a) La serie converge.
- b) La serie non converge.

Esercizio 5 (3 punti) *Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.*

$$z^3 = -\frac{1}{2}\sqrt{2} - \frac{1}{2}\sqrt{2}i$$

Esercizio 6 (4 punti) *Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'inf, il sup, e, se esistono, min e max.*

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{2x^2 + 4x - 16}{x^2 - 9x + 20} \geq 0 \right\}$$
$$C = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{x^2 + 7x + 12} \leq \sqrt{3x^2 + 11x - 4} \right\}$$

Esercizio 7 (6 punti) *Calcolare i seguenti integrali.*

a) $\int (e^x - 1) \sqrt{e^x - x} dx$

b) $\int_0^1 \frac{1}{e^x + 1} e^x dx$

c) $\int_{4^{-1/9}}^{+\infty} \frac{-x^8}{1 + 16x^{18}} dx$

Esercizio 8 (2 punti) *Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.*

$$\begin{cases} y'(x) = (4x - 9)y(x) + e^{2x^2 - 3x} \\ y(0) = -4 \end{cases}$$

Compito 97

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. **Risposta mancante:** -0.1. **Risposta errata:** -0.2.

Enunciato 1. L'insieme dei numeri interi \mathbb{Z} è un campo.

F

Enunciato 2. Quello riportato di seguito è il grafico di $f(x) = x^n$ con $n \in \mathbb{N}$ pari.

V

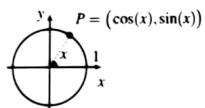


Enunciato 3. $\sqrt{p(x)} \geq \sqrt{q(x)} \iff \begin{cases} q(x) \geq 0 \\ p(x) \geq q(x). \end{cases}$

V

Enunciato 4. $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$

V



Enunciato 5.

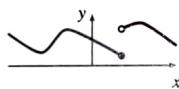
V

Enunciato 6. Se $z, w \in \mathbb{C}$ ed $n \in \mathbb{N}$, allora $\overline{z+w} = \bar{z} - \bar{w}$.

F

Enunciato 7. Quello riportato di seguito è il grafico di una funzione continua.

F



Enunciato 8. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$ se

V

$$\forall \varepsilon > 0 \exists X = X(\varepsilon) > 0 \text{ t.c. } |f(x) - L| < \varepsilon \quad \forall x \in D \text{ con } x > X.$$

Enunciato 9. Se esiste $\{x_n\}_n \subset \mathbb{R} \setminus \{x_0\}$ convergente ad x_0 tale che $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n) = L$, allora $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$.

F

Enunciato 10. La serie armonica converge.

F

Enunciato 11. Se $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$ e $\lim_{x \rightarrow b} f(x) = +\infty$, allora $f(x) \geq 0$ per ogni $x \in (a, b)$.

F

Enunciato 12. $\frac{d}{dx} \arctan(x) = \frac{1}{1+x^2}$

V

Enunciato 13. Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed $x_0 \in (a, b)$ è tale che $f'(x_0) = 0$, allora x_0 è un punto di massimo o di minimo.

F

Enunciato 14. $\int \sin(x) dx = -\cos(x) + c$

V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 98

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. **Risposta mancante:** -0.1. **Risposta errata:** -0.2.

Enunciato 1. Se $a, b, c \in \mathbb{R}$ sono tali che $a \cdot b = b \cdot c$, allora $a = c$.

F

Enunciato 2. Se $n \in \mathbb{N}$ è dispari allora $f(x) = x^n$ è una funzione pari nel suo dominio di definizione.

F

Enunciato 3. $\sqrt{p(x)} \geq \sqrt{q(x)} \iff \begin{cases} q(x) \geq 0 \\ p(x) \geq q(x). \end{cases}$

V

Enunciato 4. $\cos(2x) = 2\sin(x)\cos(x)$

F

Enunciato 5. $\cot\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$

V

Enunciato 6. Se $z \in \mathbb{C}$, allora $\Re(z) = \frac{z - \bar{z}}{2}$.

F

Enunciato 7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x)}{x} = \frac{1}{2}$

F

Enunciato 8. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L$ se
 $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0$ t.c. $|f(x) - L| < \varepsilon \forall x \in (x_0, x_0 + \delta)$.

V

Enunciato 9. Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{a_n} = L > 1$ allora $a_n \downarrow 0$.

F

Enunciato 10. Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge.

F

Enunciato 11. Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora essa ammette massimo e minimo assoluti.

V

Enunciato 12. $\frac{d}{dx} \arctan(x) = \frac{1}{\cos(x)^2}$

F

Enunciato 13. Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f'(x_0) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.

V

Enunciato 14. Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è decrescente, allora è integrabile secondo Riemann.

V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 99

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. **Risposta mancante:** -0.1. **Risposta errata:** -0.2.

Enunciato 1. L'insieme dei numeri reali \mathbb{R} è ordinato e completo.

V

Enunciato 2. Se quello riportato a sinistra è il grafico di $f(x)$, allora quello a destra è il grafico di $f(x+a)$.

V



Enunciato 3. L'estremo inferiore di un insieme è il più piccolo dei minoranti.

F

Enunciato 4. $\cos(2x) = 1 - 2\sin(x)^2$

V

Enunciato 5. Ciascun angolo di un quadrato misura $\pi/2$.

V



Enunciato 6. Sia $w = r(\cos(\varphi) + i\sin(\varphi))$ un numero complesso in forma trigonometrica ed $n \in \mathbb{N}$, allora l'equazione nell'incognita z

V

$$z^n = w$$

ha per soluzioni

$$z_k = \sqrt[n]{r} \left(\cos \left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2\pi}{n} k \right) + i \sin \left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2\pi}{n} k \right) \right), \quad k \in \{0, 1, \dots, n-1\}.$$

Enunciato 7. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$ se

V

$$\forall M > 0 \exists \delta = \delta(M) > 0 \text{ t.c. } f(x) < -M \quad \forall x \in D \text{ con } 0 < |x - x_0| < \delta.$$

Enunciato 8. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{x} = +\infty$

F

Enunciato 9. Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{a_n} = L > 1$ allora $a_n \downarrow 0$.

F

Enunciato 10. La serie telescopica $\sum_{n \geq 1} (a_{n+1} - a_n)$ converge se e solo se $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$.

F

Enunciato 11. Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora $f([a, b]) = [f(a), f(b)]$.

F

Enunciato 12. $\frac{d}{dx} \arctan(x) = \frac{1}{1+x^2}$

V

Enunciato 13. Per la regola di De L'Hôpital si ha che

F

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\arctan(x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\frac{1}{1+x^2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} (1+x^2) = +\infty$$

Enunciato 14. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - 1}} = \arccos(x) + c$

V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 100

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. **Risposta mancante:** -0.1. **Risposta errata:** -0.2.

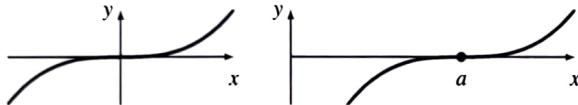
Enunciato 1. Per il principio di induzione si ha che

- $P(1)$ è vera
- se $P(n)$ è vera, allora anche $P(n+2)$ è vera

V

Enunciato 2. Se quello riportato a sinistra è il grafico di $f(x)$, allora quello a destra è il grafico di $f(x+a)$.

F



Enunciato 3. $\sqrt{p(x)} \geq \sqrt{q(x)} \iff \begin{cases} p(x) \geq 0 \\ q(x) \geq 0. \end{cases}$

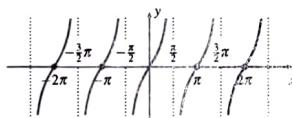
F

Enunciato 4. $\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$

V

Enunciato 5. Quello riportato di seguito è il grafico di $f(x) = \cot(x)$.

F

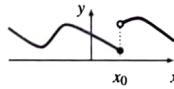


Enunciato 6. Se $z \in \mathbb{C}$, allora $\overline{z^n} = (\bar{z})^n$.

V

Enunciato 7. Se quello riportato di seguito è il grafico della funzione f allora $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = f(x_0)$.

F



Enunciato 8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x)}{x} = \frac{1}{2}$

F

Enunciato 9. Tutte le successioni numeriche non limitate divergono.

F

Enunciato 10. Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge, allora anche $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge.

F

Enunciato 11. Se $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora l'immagine di un intervallo aperto è un intervallo aperto.

F

Enunciato 12. $\frac{d}{dx} \arccos(x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

V

Enunciato 13. Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed ha in $x_0 \in [a, b]$ un punto di massimo, allora $f'(x_0) = 0$.

F

Enunciato 14. $\int \sin(x) dx = -\cos(x) + c$

V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Nome, Cognome Matricola

Compito 93

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (5 punti) Data la funzione

$$f(x) = -\frac{4x^2 + 16x + 12}{8x^2 + 32x + 48},$$

si determinino:

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> l'insieme di definizione D di f ; | <input type="checkbox"/> l'immagine $I = f(D)$ di f ; |
| <input type="checkbox"/> la derivata $f'(x)$; | <input type="checkbox"/> il grafico di f , le coordinate dei punti di intersezione con gli assi ed eventuali asintoti. |
| <input type="checkbox"/> l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$; | |

Esercizio 2 (2 punti) Calcolare i seguenti limiti.

a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(-3n - \frac{4}{n} \right) \ln \left(1 + \frac{13}{n} \right)$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(3 - \sqrt{9 - \frac{2}{x^3}} \right) x^3$

Esercizio 3 (1 punto) Calcolare il valore della seguente somma finita.

$$\sum_{n=1}^{45} \frac{1}{n^2}$$

Esercizio 4 (2 punti) Data la serie numerica

$$\sum_{n \geq 1} n^8 \arctan \left(\frac{1}{n^6} \right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

- | | | |
|---|--|---|
| <input type="checkbox"/> La serie converge. | <input type="checkbox"/> La serie diverge. | <input type="checkbox"/> La serie è irregolare. |
|---|--|---|

Esercizio 5 (3 punti) Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.

$$z^3 = -4\sqrt{2} - 4\sqrt{2}i$$

Esercizio 6 (4 punti) Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'inf, il sup, e, se esistono, min e max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x+2}{x-1} \geq \frac{x-2}{x-5} \right\}$$
$$C = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{2x^2 - 8x + 6} \leq \sqrt{4x^2 - 20x + 16} \right\}$$

Esercizio 7 (6 punti) Calcolare i seguenti integrali.

a) $\int x \cdot \ln(x) dx$

b) $\int_0^1 \frac{e^{\arctan(x)}}{1+x^2} \arctan(x) dx$

c) $\int_{7^{-1/2}}^{+\infty} \frac{-9x}{1+49x^4} dx$

Esercizio 8 (2 punti) Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.

$$\begin{cases} y''(x) + 16y'(x) + 65y(x) = 0 \\ y(0) = 3 \\ y'(0) = 5 \end{cases}$$

Compito 94

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
 Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (5 punti) Data la funzione

$$f(x) = \frac{3x^2 - 30x + 63}{8x^2 - 80x + 248},$$

si determinino:

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> l'insieme di definizione D di f ; | <input type="checkbox"/> l'immagine $I = f(D)$ di f ; |
| <input type="checkbox"/> la derivata $f'(x)$; | <input type="checkbox"/> il grafico di f , le coordinate dei punti di intersezione con gli assi ed eventuali asintoti. |
| <input type="checkbox"/> l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$; | |

Esercizio 2 (2 punti) Calcolare i seguenti limiti.

a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n!)^6 e^{6n}}{n^{6n+3}}$

b) $\lim_{x \rightarrow e} \frac{\ln(ex) - 2}{\sqrt{x} - e}$

Esercizio 3 (1 punto) Calcolare il valore della serie numerica $\sum_{n \geq 0} (a_n - a_{n+1})$ con

$$a_n = \frac{(9n-6)^2}{-7n^2-8n-8}.$$

Esercizio 4 (2 punti) Data la serie numerica

$$\sum_{n \geq 1} \frac{6 + 3n^4 + 5n^2 + n^7 + 9n^5}{5 + 4n^7 + 4n^5 + n^{-3} + 7n^8},$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

- La serie converge. La serie diverge. La serie è irregolare.

Esercizio 5 (3 punti) Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.

$$z^3 = 32\sqrt{3} + 32i$$

Esercizio 6 (4 punti) Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'inf, il sup, e, se esistono, min e max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{2x^2 - 12x + 10}{x^2 + 3x - 4} \geq 0 \right\}$$

$$C = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{3x^2 + 12x - 12} \geq \sqrt{x^2 + 6x + 8} \right\}$$

Esercizio 7 (6 punti) Calcolare i seguenti integrali.

a) $\int \ln(x)^2 dx$

b) $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \frac{e^{|x^8|} \tan(x)}{\ln(1+x^2)+1} dx$

c) $\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^2 + 8x + 17} dx$

Esercizio 8 (2 punti) Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{4}{x} y(x) + x^2 \\ y(1) = -6 \end{cases}$$

Nome, Cognome Matricola

Compito 95

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (5 punti) Data la funzione

$$f(x) = \frac{4x^2 + 16x - 20}{6x^2 + 24x + 72},$$

si determinino:

- a) l'insieme di definizione D di f ;
- b) la derivata $f'(x)$;
- c) l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;
- d) l'immagine $I = f(D)$ di f ;
- e) il grafico di f , le coordinate dei punti di intersezione con gli assi ed eventuali asintoti.

Esercizio 2 (2 punti) Calcolare i seguenti limiti.

a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n!)^{14} e^{14n}}{n^{14n+7}}$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x}{\ln(x^2 + 1)}$

Esercizio 3 (1 punto) Calcolare il valore della seguente somma finita.

$$\sum_{n=1}^4 5^n$$

Esercizio 4 (2 punti) Data la serie numerica

$$\sum_{n \geq 1} (-1)^n n^5 \tan\left(\frac{1}{n^3}\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

- a) La serie converge.
- b) La serie non converge.

Esercizio 5 (3 punti) Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.

$$z^3 = \frac{27}{2} + \frac{27}{2}\sqrt{3}i$$

Esercizio 6 (4 punti) Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'inf, il sup, e, se esistono, min e max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x-9}{x+2} \leq \frac{x+9}{x-7} \right\}$$

$$C = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{4x^2 - 20x + 14} \geq \sqrt{2x^2 - 4x - 16} \right\}$$

Esercizio 7 (6 punti) Calcolare i seguenti integrali.

a) $\int (x+2) \cos(3x) dx$

b) $\int_1^e \frac{\ln(x)^2}{x} dx$

c) $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^3} dx$

Esercizio 8 (2 punti) Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{5}{x} y(x) + x^0 \\ y(2) = 9 \end{cases}$$

Nome, Cognome Matricola

Compito 96

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere **solo ed esclusivamente** il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON si devono includere gli svolgimenti.** Il punteggio massimo è **25**.

Esercizio 1 (5 punti) Data la funzione

$$f(x) = \frac{-4 + 25x}{1 - 5x},$$

si determinino:

- a) l'insieme di definizione D di f ;
- b) la derivata $f'(x)$;
- c) l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;
- d) l'immagine $I = f(D)$ di f ;
- e) il grafico di f , le coordinate dei punti di intersezione con gli assi ed eventuali asintoti.

Esercizio 2 (2 punti) Calcolare i seguenti limiti.

a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n!)^{12} e^{12n}}{n^{12n+6}}$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x}{\ln(x^2 + 1)}$

Esercizio 3 (1 punto) Calcolare il valore della seguente somma finita.

$$\sum_{n=1}^4 2^n$$

Esercizio 4 (2 punti) Data la serie numerica

$$\sum_{n \geq 1} (-1)^n n^6 \arctan\left(\frac{1}{n^5}\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

- a) La serie converge.
- b) La serie non converge.

Esercizio 5 (3 punti) Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverele in forma trigonometrica.

$$z^3 = -\frac{1}{2}\sqrt{3} - \frac{1}{2}i$$

Esercizio 6 (4 punti) Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'inf, il sup, e, se esistono, min e max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x-1}{x+8} > \frac{x-1}{x-5} \right\}$$

$$C = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{2x^2 - 12x + 16} < \sqrt{5x^2 - 12x - 11} \right\}$$

Esercizio 7 (6 punti) Calcolare i seguenti integrali.

a) $\int \arctan(x) dx$

b) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{2\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\sin(x)^2 + \sin(x)} dx$

c) $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^3} dx$

Esercizio 8 (2 punti) Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.

$$\begin{cases} y''(x) - 2y'(x) + 1 = 0 \\ y(0) = 7 \\ y'(0) = 4 \end{cases}$$

Compito 93

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. **Risposta mancante:** -0.1. **Risposta errata:** -0.2.

Enunciato 1. Per il principio di induzione si ha che

- $P(1)$ è vera
- se $P(n)$ è vera, allora anche $P(n+2)$ è vera

V

Enunciato 2. $f: A \rightarrow B$ è crescente se per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha

$$x_1 < x_2 \implies f(x_1) \geq f(x_2).$$

F

Enunciato 3. Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$ con $a > 0$. Se $\Delta = b^2 - 4ac > 0$, allora

$$\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c > 0\} = (x_1, x_2),$$

F

dove $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ e $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$.

Enunciato 4. $\tan\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \tan(x)$

F

Enunciato 5. $\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

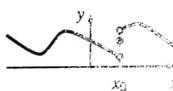
V

Enunciato 6. Se $z \in \mathbb{C}$, allora $z \in \mathbb{R} \iff z = \bar{z}$.

V

Enunciato 7. Se quello riportato di seguito è il grafico della funzione f allora $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0)$.

F



Enunciato 8. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$ se

$$\forall M > 0 \exists \delta = \delta(M) > 0 \text{ t.c. } f(x) < -M \ \forall x \in D \text{ con } 0 < |x - x_0| < \delta.$$

V

Enunciato 9. Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{a_n} = L < 1$ allora $a_n \downarrow 0$.

V

Enunciato 10. Se $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge.

V

Enunciato 11. Se $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora essa ammette massimo e minimo assoluti.

F

Enunciato 12. $(f^{-1})'(y) = -\frac{f'(f^{-1}(y))}{f^{-1}(y)^2}$

F

Enunciato 13. Se $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ sono derivabili su $[a, b]$, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che

V

$$(g(b) - g(a)) f'(x_0) = (f(b) - f(a)) g'(x_0).$$

Enunciato 14. $\int \cos(x) dx = -\sin(x) + c$

F

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 94

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. **Risposta mancante:** -0.1. **Risposta errata:** -0.2.

Enunciato 1. L'insieme dei numeri razionali \mathbb{Q} è ordinato e completo.

F

Enunciato 2. $f: A \rightarrow B$ è strettamente decrescente se per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha
 $x_1 < x_2 \implies f(x_1) > f(x_2)$.

V

Enunciato 3. Se C è l'estremo superiore di $A \subset \mathbb{R}$ e $C \in A$, allora C è il massimo di A .

V

Enunciato 4. $\cot\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$

F

Enunciato 5. $\cos(-x) = -\cos(x)$

F

Enunciato 6. Se $z \in \mathbb{C}$, allora $\overline{(\bar{z})} = z$.

V

Enunciato 7. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L$ se

V

$$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0 \text{ t.c. } |f(x) - L| < \varepsilon \quad \forall x \in (x_0, x_0 + \delta).$$

Enunciato 8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x}-1}{x} = 1 \quad \forall a > 0$

F

Enunciato 9. Se $\{a_n\}_n$ che $\{c_n\}_n$ sono convergenti e $a_n \leq b_n \leq c_n$, allora anche $\{b_n\}_n$ convergente.

F

Enunciato 10. Se $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge, allora $a_n \downarrow 0$.

F

Enunciato 11. Se $f: [a, b] \rightarrow [a, b]$ è invertibile, allora f è continua in $[a, b]$.

F

Enunciato 12. Le funzioni dispari non sono derivabili in $x = 0$.

F

Enunciato 13. Se $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ è continua e concava, allora ammette un massimo.

F

Enunciato 14. $\int \sin(x) dx = \cos(x) + c$

F

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 95

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. **Risposta mancante:** -0.1. **Risposta errata:** -0.2.

Enunciato 1. L'insieme dei numeri interi \mathbb{Z} è un campo.

F

Enunciato 2. $f: A \rightarrow B$ è strettamente crescente se per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha

V

$$x_1 < x_2 \implies f(x_1) < f(x_2).$$

Enunciato 3. $\{x \in \mathbb{R} : |x| < a\} = (-a, a)$

V

Enunciato 4. $\cos(x-y) = \cos(x)\cos(y) + \sin(x)\sin(y)$

V

Enunciato 5. $\sin(-x) = \sin(x)$

F

Enunciato 6. Sia $w = r(\cos(\varphi) + i\sin(\varphi))$ un numero complesso in forma trigonometrica ed $n \in \mathbb{N}$, allora l'equazione nell'incognita z

V

$$z^n = w$$

ha per soluzioni

$$z_k = \sqrt[n]{r} \left(\cos \left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2\pi}{n} k \right) + i \sin \left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2\pi}{n} k \right) \right), \quad k \in \{0, 1, \dots, n-1\}.$$

Enunciato 7. Se $f(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ e $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = a \in \mathbb{R}$, allora $a > 0$.

F

Enunciato 8. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^a \log_b(x) = 1 \quad \forall a, b > 0$

F

Enunciato 9. Ogni successione numerica limitata ammette una sottosuccessione convergente.

V

Enunciato 10. La serie armonica a segno alterno converge.

V

Enunciato 11. Se $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$ e $\lim_{x \rightarrow b} f(x) = -\infty$, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f(x_0) = 0$.

V

Enunciato 12. Tutte le funzioni derivabili sono continue.

V

Enunciato 13. Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua ed $f(a) = f(b)$, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f'(x_0) = 0$.

F

Enunciato 14. Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è decrescente, allora è integrabile secondo Riemann.

V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 96

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. **Risposta mancante:** -0.1. **Risposta errata:** -0.2.

Enunciato 1. L'insieme dei numeri complessi \mathbb{C} è totalmente ordinato.

F

Enunciato 2. Una funzione $f: A \rightarrow B$ è un processo che ad ogni elemento y di B associa uno ed un solo elemento x di A .

F

Enunciato 3. Se C è l'estremo superiore di $A \subset \mathbb{R}$ e $C \in A$, allora C è il massimo di A .

V

Enunciato 4. $\cot(0) = 0$

F

Enunciato 5. $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$

V

Enunciato 6. Se $z \in \mathbb{C}$, allora $\overline{z^n} = -(\bar{z})^n$.

F

Enunciato 7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x)}{x} = 1$

V

Enunciato 8. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$ se
 $\exists \varepsilon > 0$ t.c. $\forall X = X(\varepsilon) > 0 \ \exists x \in D$ con $x > X$ t.c. $|f(x) - L| > \varepsilon$.

F

Enunciato 9. Se $\{a_n\}_n$ che $\{c_n\}_n$ sono convergenti e $a_n \leq b_n \leq c_n$, allora anche $\{b_n\}_n$ convergente.

F

Enunciato 10. Se $\sum_{n \geq 1} a_n$ diverge e $0 \leq a_n \leq b_n$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ diverge.

V

Enunciato 11. Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è crescente, allora $f([a, b]) = [f(a), f(b)]$.

V

Enunciato 12. $\frac{d}{dx} \cos(x) = \sin(x)$

F

Enunciato 13. Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed ha in $x_0 \in (a, b)$ un punto di minimo, allora $f'(x_0) = 0$.

V

Enunciato 14. Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora è integrabile secondo Riemann.

V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														