

Nome, Cognome Matricola

Compito 81

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere solo ed esclusivamente il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON** si devono includere gli svolgimenti. Il punteggio massimo è 25.

Esercizio 1 (5 punti) Data la funzione

$$f(x) = \frac{-11 + 20x}{-3 + 5x},$$

si determinino:

☐ a) l'insieme di definizione D di f ;

☐ d) l'immagine $I = f(D)$ di f ;

☐ b) la derivata $f'(x)$;

☐ e) il grafico di f , le coordinate dei punti di intersezione con gli assi ed eventuali asintoti.

☐ c) l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;

Esercizio 2 (2 punti) Calcolare i seguenti limiti.

a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(-3n - \frac{1}{n} \right) \ln \left(1 + \frac{9}{n} \right)$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{x^4 - x^2} - \sqrt[3]{3x^4 - 2})$

Esercizio 3 (1 punto) Calcolare il valore della seguente somma finita.

$$\sum_{n=0}^5 3^n$$

Esercizio 4 (2 punti) Data la serie numerica

$$\sum_{n \geq 1} n^2 \sin \left(\frac{1}{n} \right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

☐ a) La serie converge.

☐ b) La serie diverge.

☐ c) La serie è irregolare.

Esercizio 5 (3 punti) Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.

$$z^3 = -\frac{1}{2}\sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2}i$$

Esercizio 6 (4 punti) Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'inf, il sup, e, se esistono, min e max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{3x^2 + 21x + 30}{x^2 - 2x - 3} \leq 0 \right\}$$

$$C = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{x^2 - 2x - 8} < \sqrt{3x^2 - 8x - 4} \right\}$$

Esercizio 7 (6 punti) Calcolare i seguenti integrali.

a) $\int \sin \left(3x - \frac{\pi}{3} \right) dx$

b) $\int_0^1 \frac{x+2}{x^2+1} dx$

c) $\int_0^1 x^{\frac{2}{3}} \ln(x) dx$

Esercizio 8 (2 punti) Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.

$$\begin{cases} y''(x) - 4y'(x) + 85y(x) = 0 \\ y(0) = -4 \\ y'(0) = -2 \end{cases}$$

Nome, Cognome Matricola

Compito 82

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere solo ed esclusivamente il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON** si devono includere gli svolgimenti. Il punteggio massimo è 25.

Esercizio 1 (5 punti) Data la funzione

$$f(x) = \frac{-4-4x}{5+4x},$$

si determinino:

☐ a) l'insieme di definizione D di f ;

☐ d) l'immagine $I = f(D)$ di f ;

☐ b) la derivata $f'(x)$;

☐ e) il grafico di f , le coordinate dei punti di intersezione con gli assi ed eventuali asintoti.

☐ c) l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$;

Esercizio 2 (2 punti) Calcolare i seguenti limiti.

a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (5n^2 + 4)^2 \left(1 - \cos\left(\frac{4}{n^2}\right)\right)$

b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{2x} - \frac{1}{\sin(3x)}\right)$

Esercizio 3 (1 punto) Calcolare il valore della seguente somma finita.

$$\sum_{n=1}^4 3^n$$

Esercizio 4 (2 punti) Data la serie numerica

$$\sum_{n \geq 1} n^4 \sin\left(\frac{1}{n^4}\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

☐ a) La serie converge.

☐ b) La serie diverge.

☐ c) La serie è irregolare.

Esercizio 5 (3 punti) Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.

$$z^3 = \frac{27}{2} + \frac{27}{2}\sqrt{3}i$$

Esercizio 6 (4 punti) Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'inf, il sup, e, se esistono, min e max.

$$A = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{3x^2 - 15x + 18}{3x^2 - 21x + 30} \geq 0\right\}$$

$$C = \left\{x \in \mathbb{R} : \sqrt{6x^2 + 15x - 3} > \sqrt{3x^2 + 18x + 15}\right\}$$

Esercizio 7 (6 punti) Calcolare i seguenti integrali.

a) $\int e^x \sin(x) dx$

b) $\int_1^2 \frac{e^t (e^t - 1)}{e^{2t} - 1} dt$

c) $\int_0^1 x^{\frac{1}{2}} \ln(x) dx$

Esercizio 8 (2 punti) Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.

$$\begin{cases} y''(x) + 5y'(x) - 6 = 0 \\ y(0) = -3 \\ y'(0) = 3 \end{cases}$$

Compito 81

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. **Risposta mancante:** -0.1. **Risposta errata:** -0.2.

- Enunciato 1. *L'insieme dei numeri complessi \mathbb{C} è totalmente ordinato.* F
- Enunciato 2. *$f: A \rightarrow B$ è decrescente se per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha*

$$x_1 < x_2 \implies f(x_1) \geq f(x_2).$$
 V
- Enunciato 3. $\{x \in \mathbb{R} : |x| < a\} = (-\infty, -a) \cup (a, +\infty)$ F
- Enunciato 4. $\cot(-x) = \cot(x)$ F
- Enunciato 5. $\tan(-x) = -\tan(x)$ V
- Enunciato 6. $e^{i\pi} + 1 = 0$ V
- Enunciato 7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln(a) \quad \forall a > 0$ V
- Enunciato 8. *Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$ se*

$$\forall \varepsilon > 0 \exists X = X(\varepsilon) > 0 \text{ t.c. } |f(x) - L| < \varepsilon \quad \forall x \in D \text{ con } x > X.$$
 V
- Enunciato 9. *Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = L > 1$ allora $a_n \downarrow 0$.* F
- Enunciato 10. $\sum_{p \geq 1} a_p$ converge se e solo se $\forall \varepsilon > 0 \exists N = N(\varepsilon) \in \mathbb{N}$ t.c. $\left| \sum_{p=m+1}^n a_p \right| < \varepsilon \quad \forall n > m > N.$ V
- Enunciato 11. *Se $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty$ e $\lim_{x \rightarrow b} f(x) = -\infty$, allora esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f(x_0) = 0$.* V
- Enunciato 12. $\frac{d}{dx} \arctan(x) = \frac{1}{1+x^2}$ V
- Enunciato 13. *La differenza di funzioni concave è una funzione concava.* F
- Enunciato 14. *Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora*
$$f(x) = \frac{d}{dx} \int_x^b f(x) dx.$$
 F

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 82

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

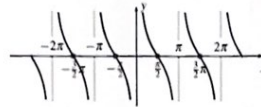
Risposta corretta: +0.5. **Risposta mancante:** -0.1. **Risposta errata:** -0.2.

Enunciato 1. L'insieme dei numeri complessi \mathbb{C} è un campo. V

Enunciato 2. Se $f: A \rightarrow B$ è una funzione periodica, allora è una funzione trigonometrica. F

Enunciato 3. Siano $a, b, c \in \mathbb{R}$ con $a > 0$. Se $\Delta = b^2 - 4ac > 0$, allora F
 $\{x \in \mathbb{R} : ax^2 + bx + c > 0\} = (x_1, x_2)$,
 dove $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ e $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$.

Enunciato 4. Quello riportato di seguito è il grafico di $f(x) = \cot(x)$. V



Enunciato 5. V

$$\overline{OA} = \overline{AP} \cdot \cot(x),$$

$$\overline{AP} = \overline{OA} \cdot \tan(x).$$



Enunciato 6. Se $z \in \mathbb{C}$, allora $\overline{z^n} = -(\overline{z})^n$. F

Enunciato 7. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ se F
 $\exists M > 0$ t.c. $\forall \delta = \delta(M) > 0 \exists x \in D$ con $0 < |x - x_0| < \delta$ t.c. $f(x) < M$.

Enunciato 8. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \in \mathbb{R}$ se V
 $\forall \varepsilon > 0 \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0$ t.c. $|f(x) - L| < \varepsilon \forall x \in (x_0, x_0 + \delta)$.

Enunciato 9. Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{a_n} = L < 1$ allora $a_n \downarrow 0$. V

Enunciato 10. Se $\sum_{n \geq 1} (-1)^n a_n$ converge, allora $a_n \downarrow 0$. F

Enunciato 11. Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è monotona ed $f([a, b])$ è un intervallo, allora f è continua in $[a, b]$. V

Enunciato 12. $\frac{d}{dx} \sin(x) = \cos(x)$ V

Enunciato 13. Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile n volte in x_0 e $P: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è il suo polinomio di Taylor di ordine n in x_0 , allora $P(x_0) = f(x_0)$. V

Enunciato 14: $\int f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) - \int f'(x) g(x) dx$ V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Nome, Cognome Matricola

Compito 83

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere solo ed esclusivamente il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON** si devono includere gli svolgimenti. Il punteggio massimo è 25.

Esercizio 1 (5 punti) Data la funzione

$$f(x) = \frac{5x^2 + 20x - 225}{8x^2 + 32x + 88},$$

si determinino:

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> a) l'insieme di definizione D di f ; | <input type="checkbox"/> d) l'immagine $I = f(D)$ di f ; |
| <input type="checkbox"/> b) la derivata $f'(x)$; | <input type="checkbox"/> e) il grafico di f , le coordinate dei punti di intersezione con gli assi ed eventuali asintoti. |
| <input type="checkbox"/> c) l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$; | |

Esercizio 2 (2 punti) Calcolare i seguenti limiti.

a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (-2n^2 - 6)^2 \left(1 - \cos\left(\frac{5}{n^2}\right) \right)$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + \sqrt{3x+2}}{3x - \sqrt{x-1}}$

Esercizio 3 (1 punto) Calcolare il valore della seguente somma finita.

$$\sum_{n=1}^5 2^n$$

Esercizio 4 (2 punti) Data la serie numerica

$$\sum_{n \geq 1} \arctan\left(\frac{1}{n}\right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

- | | | |
|--|---|--|
| <input type="checkbox"/> a) La serie converge. | <input type="checkbox"/> b) La serie diverge. | <input type="checkbox"/> c) La serie è irregolare. |
|--|---|--|

Esercizio 5 (3 punti) Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.

$$z^3 = -\frac{1}{2}\sqrt{3} + \frac{1}{2}i$$

Esercizio 6 (4 punti) Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'inf, il sup, e, se esistono, min e max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{2x^2 - 14x + 24}{3x^2 - 9x - 30} \leq 0 \right\}$$

$$C = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{2x^2 - 16x + 30} \leq \sqrt{3x^2 - 16x + 5} \right\}$$

Esercizio 7 (6 punti) Calcolare i seguenti integrali.

a) $\int e^x \sin(x) dx$

b) $\int_0^1 \frac{x+2}{x^2+1} dx$

c) $\int_0^{+\infty} x^3 e^{-x} dx$

Esercizio 8 (2 punti) Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.

$$\begin{cases} y'(x) = (-7x+1)y(x) + e^{-\frac{7}{2}x^2+6x} \\ y(0) = -4 \end{cases}$$

Nome, Cognome Matricola

Compito 84

Scritto di esercizi di Istituzioni di Matematica del 19/01/2022
Corso di Laurea Triennale in Informatica – a.a. 2021/2022

Svolgere solo ed esclusivamente il compito associato alla propria matricola, come indicato nel file che si trova nello stream di Classroom. Scrivere in maniera leggibile nome, cognome e matricola. Riportare le soluzioni degli esercizi dietro questa pagina. **NON** si devono includere gli svolgimenti. Il punteggio massimo è 25.

Esercizio 1 (5 punti) Data la funzione

$$f(x) = -\frac{4x^2 - 8x - 140}{2x^2 - 4x + 20},$$

si determinino:

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> a) l'insieme di definizione D di f ; | <input type="checkbox"/> d) l'immagine $I = f(D)$ di f ; |
| <input type="checkbox"/> b) la derivata $f'(x)$; | <input type="checkbox"/> e) il grafico di f , le coordinate dei punti di intersezione con gli assi ed eventuali asintoti. |
| <input type="checkbox"/> c) l'insieme dei punti $x \in D$ in cui $f'(x) > 0$; | |

Esercizio 2 (2 punti) Calcolare i seguenti limiti.

a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(-4n - \frac{4}{n} \right) \ln \left(1 + \frac{7}{n} \right)$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(3 - \sqrt{9 - \frac{2}{x^3}} \right) x^3$

Esercizio 3 (1 punto) Calcolare il valore della serie numerica $\sum_{n \geq 0} (a_n - a_{n+1})$ con

$$a_n = \frac{(3n-5)^2}{(7n-1)(-8n-4)}.$$

Esercizio 4 (2 punti) Data la serie numerica

$$\sum_{n \geq 1} n^8 \sin \left(\frac{1}{n^2} \right),$$

quale delle seguenti asserzioni è vera? Motivare la risposta.

- | | | |
|--|---|--|
| <input type="checkbox"/> a) La serie converge. | <input type="checkbox"/> b) La serie diverge. | <input type="checkbox"/> c) La serie è irregolare. |
|--|---|--|

Esercizio 5 (3 punti) Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione e scriverle in forma trigonometrica.

$$z^3 = -125i$$

Esercizio 6 (4 punti) Riscrivere come unione di intervalli i seguenti insiemi, calcolarne l'inf, il sup, e, se esistono, min e max.

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x-8}{x-8} \geq \frac{x+4}{x+8} \right\}$$

$$C = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{x^2+x-6} \leq \sqrt{4x^2-5x-3} \right\}$$

Esercizio 7 (6 punti) Calcolare i seguenti integrali.

a) $\int \cos(x)^5 dx$

b) $\int_1^e \frac{\ln(x)^2}{x} dx$

c) $\int_0^1 \ln \left(1 + \frac{1}{x} \right) dx$

Esercizio 8 (2 punti) Calcolare la soluzione del seguente problema di Cauchy.

$$\begin{cases} y''(x) + 10y'(x) + 106y(x) = 0 \\ y(0) = 7 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

Compito 83

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

Enunciato 1. Se $a \in \mathbb{R}$ è tale che $a \cdot 0 = 0$, allora $a \neq 0$.

F

Enunciato 2. $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ è decrescente se per ogni $x_1, x_2 \in A$ si ha

$$x_1 < x_2 \implies f(x_1) \geq f(x_2).$$

V

Enunciato 3. $\{x \in \mathbb{R} : |x| > a\} = (-\infty, -a) \cup (a, +\infty)$

V

Enunciato 4. $\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$

F

Enunciato 5. $\tan\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$

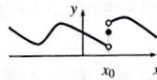
V

Enunciato 6. $\sqrt{2} \in \mathbb{C}$

V

Enunciato 7. Se quello riportato di seguito è il grafico della funzione f allora $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0)$.

F



Enunciato 8. Data $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, si ha che $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = L \in \mathbb{R}$ se

V

$$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta = \delta(\varepsilon) > 0 \text{ t.c. } |f(x) - L| < \varepsilon \forall x \in (x_0, x_0 + \delta).$$

Enunciato 9. Se $a_n = f(n)$ e $\nexists \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, allora $\nexists \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$.

F

Enunciato 10. La serie telescopica $\sum_{n \geq 1} (a_{n+1} - a_n)$ converge se e solo se $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = L \in \mathbb{R}$.

V

Enunciato 11. Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora l'immagine di un intervallo aperto è un intervallo aperto.

F

Enunciato 12. $\frac{d}{dx} \arccos(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

F

Enunciato 13. Se $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile ed ha in $x_0 \in (a, b)$ un punto di massimo, allora $f'(x_0) = 0$.

V

Enunciato 14. $\int f(x) g'(x) dx = f(x) g(x) - \int f'(x) g(x) dx$

V

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														

Compito 84

Indicare nella griglia finale quali enunciati sono veri e quali falsi.

Risposta corretta: +0.5. Risposta mancante: -0.1. Risposta errata: -0.2.

Enunciato 1. L'insieme dei numeri razionali \mathbb{Q} è totalmente ordinato.

V

Enunciato 2. Quello riportato di seguito è il grafico di $f(x) = x^n$ con $n \in \mathbb{N}$ dispari.

V



Enunciato 3. L'estremo inferiore di un insieme è il più piccolo dei minoranti.

F

Enunciato 4. $\tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$

V

Enunciato 5.

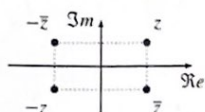
V

$$\overline{OA} = \overline{AP} \cdot \cot(x),$$

$$\overline{AP} = \overline{OA} \cdot \tan(x).$$



Enunciato 6.



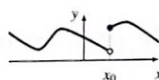
V

Enunciato 7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x}-1}{x} = 1 \quad \forall a > 0$

F

Enunciato 8. Se quello riportato di seguito è il grafico della funzione f allora $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = f(x_0)$.

V



Enunciato 9. Se $a_n > 0$ per ogni $n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{a_n} = L < 1$ allora $a_n \downarrow 0$.

V

Enunciato 10. Se $a_n, b_n > 0$, $\sum_{n \geq 1} a_n$ converge e $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{b_n} = 0$, allora anche $\sum_{n \geq 1} b_n$ converge.

F

Enunciato 11. Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è continua, allora l'immagine di un intervallo chiuso è un intervallo chiuso.

V

Enunciato 12. $\frac{d}{dx} \arcsin(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

V

Enunciato 13. La differenza di funzioni concave è una funzione concava.

F

Enunciato 14. $\int \frac{dx}{\sin(x)^2} = \tan(x) + c$

F

Enunciato	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
V														
F														