

Parziale 1.

Un produttore di bevande usa una macchina per riempire in bottiglie che, quando funziona correttamente, eroga 10 dl per bottiglia. Supponiamo che la quantità media erogata in un particolare campione di 35 bottiglie sia 7,91 dl con una varianza di 0,03 dl al quadrato. Ci sono prove che la macchina debba essere fermata perché non funzionante? La perdita nel caso la macchina venga fermata è potenzialmente così grande che la direzione ritiene che il livello di significatività nella decisione dovrebbe essere del 99%.

Test delle Ipotesi

$H_0: \mu = 8 \text{ dl}$

$H_1: \mu \neq 8 \text{ dl}$

$\alpha = 0.01$

$Z_{\alpha/2} = 2.575$

$\sigma = 0.173$

Test statistic: -3.07

Soluzione: Rifiuto H_0

Parziale 2

Si intervistano 80 clienti di un ristorante, di cui 60 risultano soddisfatti dal servizio. Calcolare l'intervallo di confidenza al 95% per la percentuale di client soddisfatti.

Intervallo di confidenza per la proporzione

$$\hat{p} = 0.75$$
$$\hat{p}(1 - \hat{p})/n = 0.023$$

Soluzione: (0.654,0.846)

Totale 1.

Esercizio 1

Abbiamo caramelle gommose di 6 colori diversi, con probabilità di essere pescate pari a:

marrone: 0.3
rosso: 0.2
giallo: 0.2
verde: 0.1
arancio: 0.1
viola: ?

Qual è la probabilità di pescarne una viola? 0.1
Quale di pescarne una marrone o una viola? 0.4
Quale di non pescarne una gialla? 0.8
Quale che non sia né arancio né viola? 0.8
Quale che sia marrone o rossa o gialla o verde o arancio? 0.9

Esercizio 2

Giovanni ha 8 anni e nuota 25 metri in stile libero in 16.43 secondi in media, con una deviazione standard di 0.8 secondi.

Il padre acquista degli occhialini e misura 15 volte il nuovo tempo, ottenendo una media di 16 secondi.

Possiamo dedurre che gli occhialini abbiano migliorato il tempo di nuoto? Si consideri $\alpha=0.05$

Test delle ipotesi ad una coda

$H_0: \mu=16.43$

$H_1: \mu<16.43$

t-test

$n-1=14$

Test statistic= 2.08

Soluzione: sì è migliorato.

Esercizio 3

Un test anticovid ha un'accuratezza del 99%; il 60% della popolazione ha il covid. Se un paziente risulta positivo, che probabilità ha di avere effettivamente la malattia?

Teorema di Bayes:

$$P(\text{malato} | \text{positivo}) = \frac{P(\text{positivo} | \text{malato}) P(\text{malato})}{P(\text{positivo})} = 0.993$$

$$P(\text{positivo}) = P(\text{positivo} | \text{malato}) * P(\text{malato}) + P(\text{positivo} | \text{sano}) * (1 - P(\text{malato})) = 0.99 * 0.6 + 0.01 * 0.4$$

Totale 2.

Esercizio 1

Abbiamo 4 dadi che non sono equi, con le seguenti probabilità per ogni faccia da 1 a 6

| Faccia | Probabilità | | | |
|--------|-------------|--------|--------|--------|
| | Dado 1 | Dado 2 | Dado 3 | Dado 4 |
| 1 | $1/3$ | $1/6$ | $1/7$ | $1/3$ |
| 2 | 0 | $1/6$ | $1/7$ | $1/3$ |
| 3 | $1/6$ | $1/6$ | $1/7$ | $-1/6$ |
| 4 | 0 | $1/6$ | $1/7$ | $-1/6$ |
| 5 | $1/6$ | $1/6$ | $1/7$ | $1/3$ |
| 6 | $1/3$ | $1/7$ | $2/7$ | $1/3$ |

Quali di questi dadi ha probabilità valide? Se no, perché?

Valide: Dado 1, Dado 3

Non Valide: Dado 2 (somma delle probabilità maggiore di 1) e Dado 4 (probabilità negative)

Esercizio 2

Una macchina è predisposta in modo tale che il contenuto medio di succo per bottiglia sia uguale a μ . Un campione di 36 bottiglie produce un contenuto medio di 48,5 cl. Si può rifiutare l'ipotesi che il contenuto medio per bottiglia sia inferiore o uguale a 45 cl a favore dell'alternativa che superi i 45 cl (livello di significatività del 5%)? $\sigma=5$ cl

Test a una coda, livello di significatività 5% ==> 5% nella coda destra

$H_0: \mu \leq 48.5 \text{ cl}$

$H_1: \mu > 48.5 \text{ cl}$

z-test, statistica test: 4.2

$z_{\alpha}=1.65$

Soluzione: Rifiuta l'ipotesi H_0

Esercizio 3

Uguale a quello del Totale 1