Università
degli Studi
di Ferrara

Dipartimento di Matematica e Informatica

01/04/22

Tutorato didattico di Fisica per LT Informatica

A.A. 2021 – 2022

Tutor: Martina Natali

Contatti:
martina01.natali@edu.unife.it
Classroom del corso

FORMULARIO

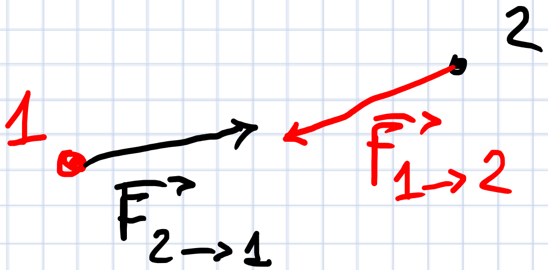
DINAMICA

sigma maiuscola

- II PRINC.

$$\left.\begin{aligned} \Sigma \vec{F} &= m\vec{a} \\ \vec{F}_{TOT} &= m\vec{a} \end{aligned}\right] \text{EQUIVALENTI}$$

- III PRINC.



$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

- FORZA ATTRITO

$$\vec{F}_a = \mu \vec{N}$$

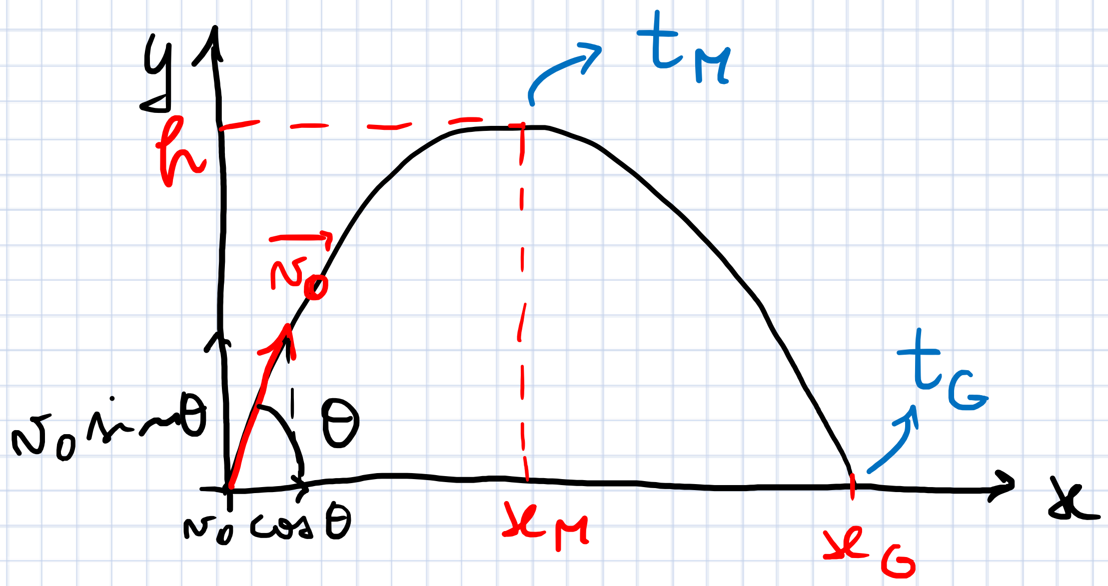
REAZIONE VINCOLARE

- FORZA PESO $\vec{P} = m\vec{g}$

MOTO DEI GRAVI

MOTO IN 2D

GRAFICO DELLA TRAIETTORIA



$$y = \frac{v_{0y}}{v_{0x}} x - \frac{1}{2} \frac{g}{v_{0x}} x^2$$

LEGGI ORARIE

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + v_{0x} t \\ y(t) = y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

$+ \quad (x_0, y_0) = (0, 0) \qquad$ INIZIO = ORIGINE ASSI

LEGGI DELLE VELOCITA'

$$\begin{cases} v_x(t) = cost = v_{0x} \\ v_y(t) = v_{0y} - g t \end{cases} \qquad \begin{aligned} v_{0x} &= v_0 \cos\theta \\ v_{0y} &= v_0 \sin\theta \end{aligned}$$

– GITTATA $$x_G = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\theta$$

– ASCISSA DEL PUNTO DI MASSIMA ALTEZZA $$x_M = \frac{1}{2} x_G$$

– MASSIMA ALTEZZA $$h = \frac{1}{2} \frac{v_{0y}^2}{g} = \frac{1}{2} \frac{v_0^2 \sin^2\theta}{g}$$

– TEMPO DI VOLO $$t_G = 2\frac{v_{0y}}{g} = 2\frac{v_0 \sin\theta}{g}$$

– TEMPO IN (x_M, h) $$t_M = \frac{1}{2} t_G = \frac{v_0 \sin\theta}{g}$$

Moto armonico

LEGGE ORARIA $x(t) = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t)$

LEGGE DELLA VELOCITA' $v(t) = A\omega \cos(\omega t) - B\omega \sin(\omega t)$

LEGGE DELL' ACC. $\underline{a(t) = -\omega^2 x(t)}$

LEGGE DI HOOKE $\vec{F} = -K\vec{x} = m\vec{a}$

$\vec{F}$ → FORZA ELASTICA

K → COSTANTE ELASTICA

$[\text{rad Hz}] = [\text{rad/s}]$

$\omega = \sqrt{K/m} = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi f$ $\qquad T = 1/f$

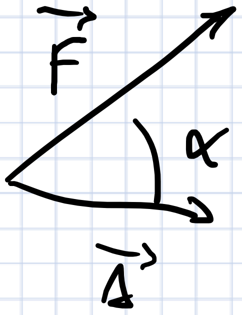
ω: " PULSAZIONE "

T → PERIODO

f → FREQUENZA

f → [Hz]

Energia



LAVORO $\quad W = \vec{F} \cdot \vec{s} = F s \cos\alpha$

$$[N \cdot m] = [J]$$

ENERGIA CINETICA $\quad K = \frac{1}{2} m v^2$

ENERGIA POT. GRAV. $\quad U_g = m g h$

ELASTICA $\quad U_e = \frac{1}{2} K x^2$

Un punto materiale di massa *m* viene lanciato dalla base di un piano inclinato verso la sua sommità, con una velocità iniziale di 4.2 m/s. Il piano è inclinato di un angolo di 30°, la sua altezza alla sommità è 0.4 m e il coefficiente di attrito dinamico è 0.2. Calcolare quanto tempo impiega il corpo ad arrivare sulla sommità.

Fonte: MNV3, cap 2, Problemi, n. 2.29

PIANO INCL

ATTRITO

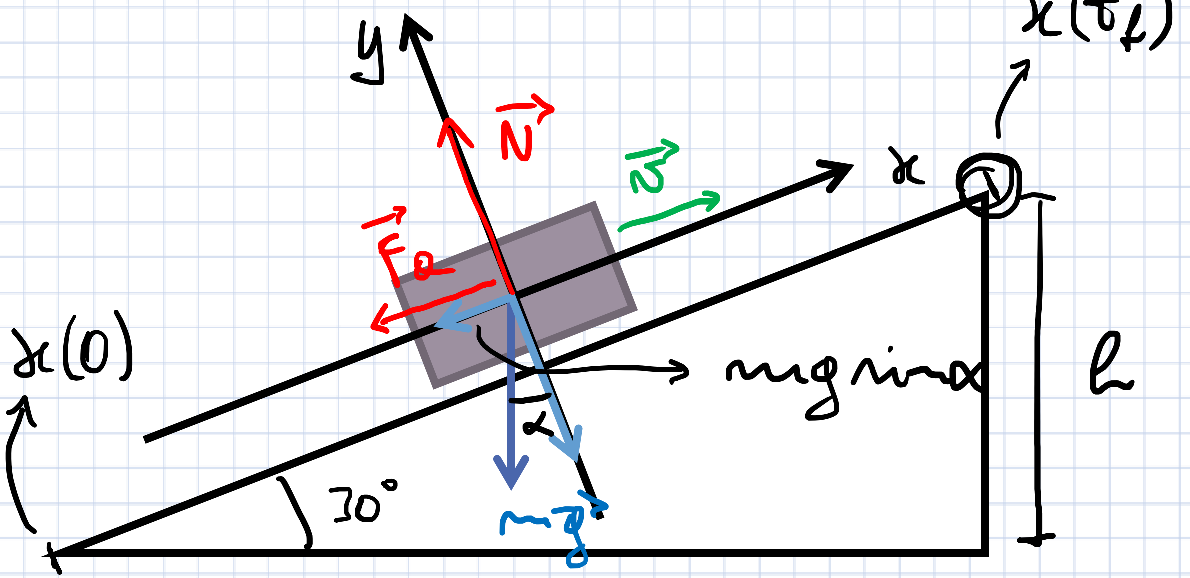
m massa

$v_0 = 4.2 \ m/s$

$h = 0.4 \ m$

$\mu = 0.2$

t_{finale} ?



SERVE LEGGE ORARIA

MOTO RETT. UNIF. ACC.

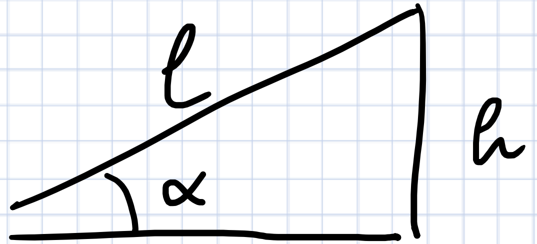
$$x(t) = \underset{0}{x_0} + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$\underbrace{x(t_{finale})}_{?} = x_f = \text{LUNGHEZZA PIANO}$$

$$= v_0 \, \boxed{t_f} + \frac{1}{2} \, \underset{?}{a} \, t_f^2$$

GOAL

LUNGHEZZA PIANO $\qquad x(t_f) = \ell$



$$h = \ell \sin\alpha \implies \ell = \frac{h}{\sin\alpha}$$

$$\implies \ell = \boxed{\frac{h}{\sin\alpha} = v_0 t_f + \frac{1}{2} \overset{?}{a} \, t_f^2}$$

CALCOLO L'ACC. DALLA II LEGGE DIN.

$$\text{asse } x \qquad -F_a - mg\sin\alpha = m\boxed{a}$$

?

FORZA ATTRITO $\quad F_a = \mu N = \mu mg\cos\alpha$

$$\Rightarrow \quad -\mu \cancel{m} g\cos\alpha - \cancel{m} g\sin\alpha = \cancel{m} a$$

$$\boxed{a = -g\left(\mu\cos\alpha + \sin\alpha\right)}$$

SOST. IN $x(t_f)$

$$a = -g(\mu \cos\alpha + \sin\alpha) = -6.60\ m/s^2$$

$$\frac{h}{\sin\alpha} = v_0 t_f + \frac{1}{2} a t_f^2 \longrightarrow \text{ricavo } t_f\,!$$

$$\frac{1}{2} a t_f^2 + v_0 t_f - \frac{h}{\sin\alpha} = 0$$

$$t_f = \frac{-v_0 \boxed{\pm} \sqrt{v_0^2 + 2ha/\sin\alpha}}{a} = 1.04\ s$$

Due blocchetti di massa $m_1 = 2\ kg, m_2 = 3.5\ kg$, scendono lungo un piano inclinato di 40° privo di attrito. I blocchetti sono sottoposti alla loro forza peso e ad una forza F costante che si oppone al loro moto. Sapendo che il blocchetto m_2 risente di una forza tangente al piano che vale 8.4 N, quanto vale F?

Fonte: MNV3, cap. 2, Problemi, n. 2.33

PIANO INCLINATO

$m_1 = 2\ kg$ $\theta = 40°$

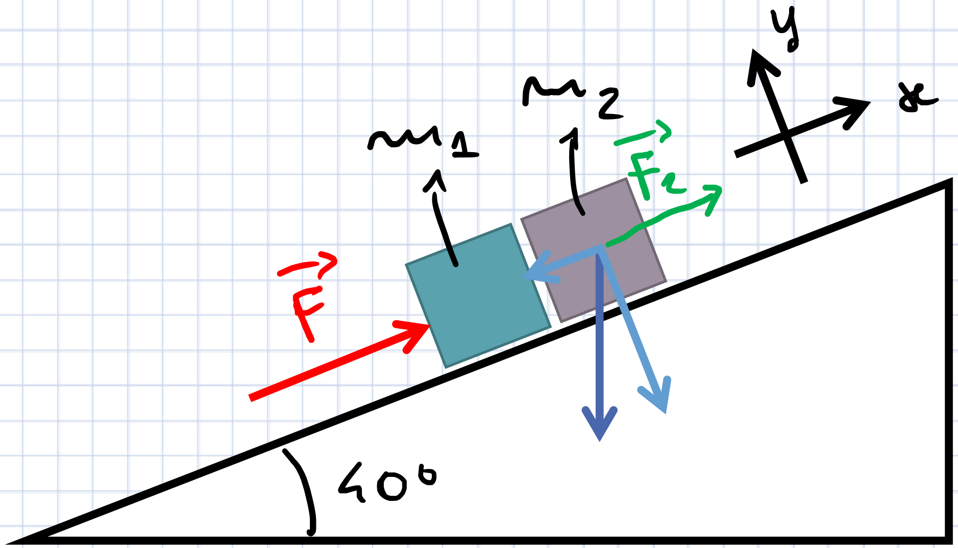
$m_2 = 3.5\ kg$

$F_2 = 8.4\ N$

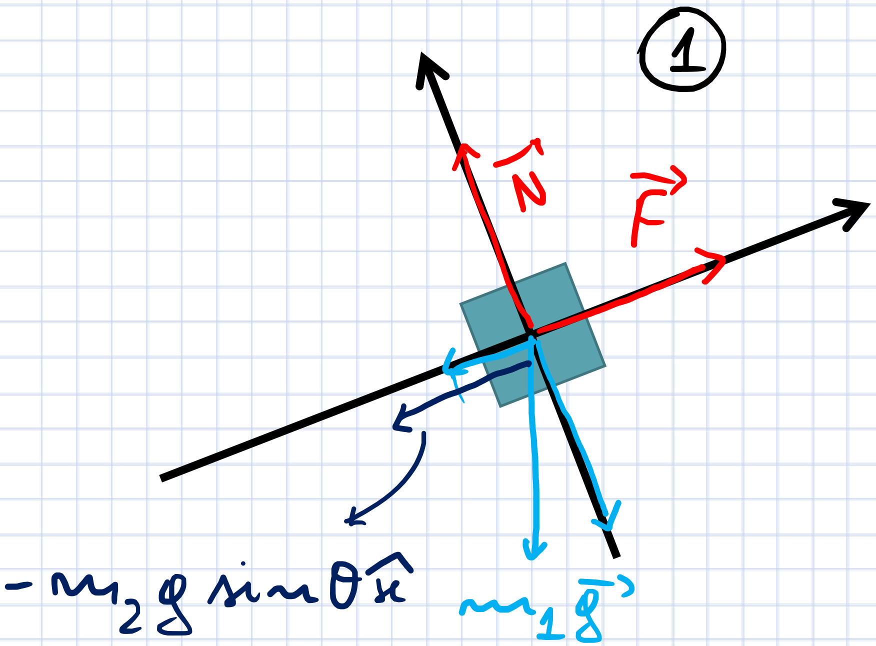
$F = ?$

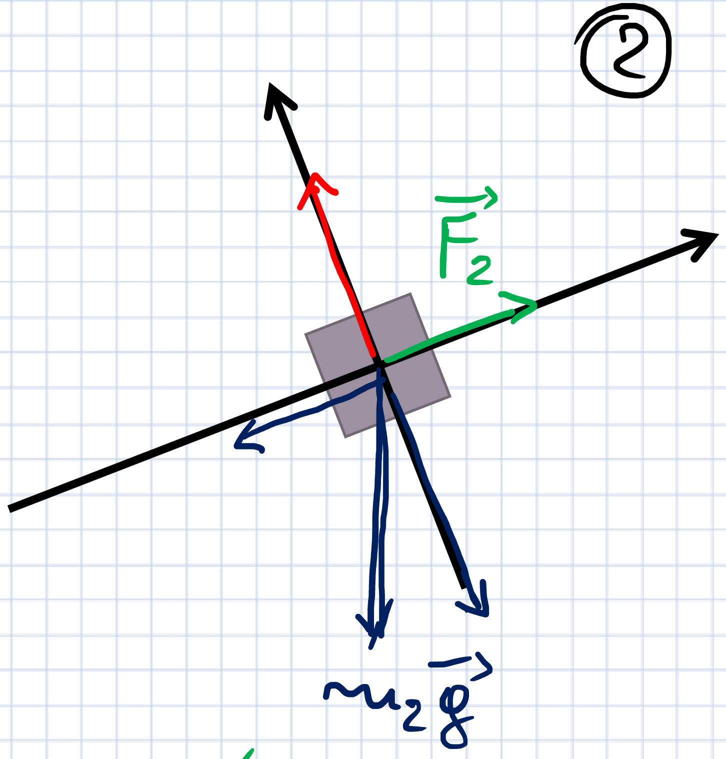
asse y : $a_y = 0$

asse x :



① ②





GOAL

$$(1) \quad +\boxed{F} - m_1 g \sin\theta - m_2 g \sin\theta = m_1 a \,?$$

$$(2) \quad \underbrace{+F_2 - m_2 g \sin\theta = m_2 a}\,?$$

SI MUOVONO INSIEME

$\Rightarrow$ ESPLICITO a

$$a = \frac{F_2}{m_2} - g \sin\theta$$

$\Rightarrow$ SOST. a IN (1)

$$\boxed{F} - m_1 \cancel{g \sin\theta} - m_2 g \sin\theta = m_1 a = m_1 \frac{F_2}{m_2} - \cancel{m_1 g} \sin\theta$$

$\Rightarrow$ CALCOLO F

$$F = m_2 g \sin\theta + \frac{m_1}{m_2} F_2 = 26.9 \text{ N}$$

Una persona calcia un pallone, dal suolo, con una velocità di 20 m/s che forma un angolo di 60° con l'orizzontale. Calcolare il tempo di volo del pallone, l'altezza massima raggiunta e la gittata.

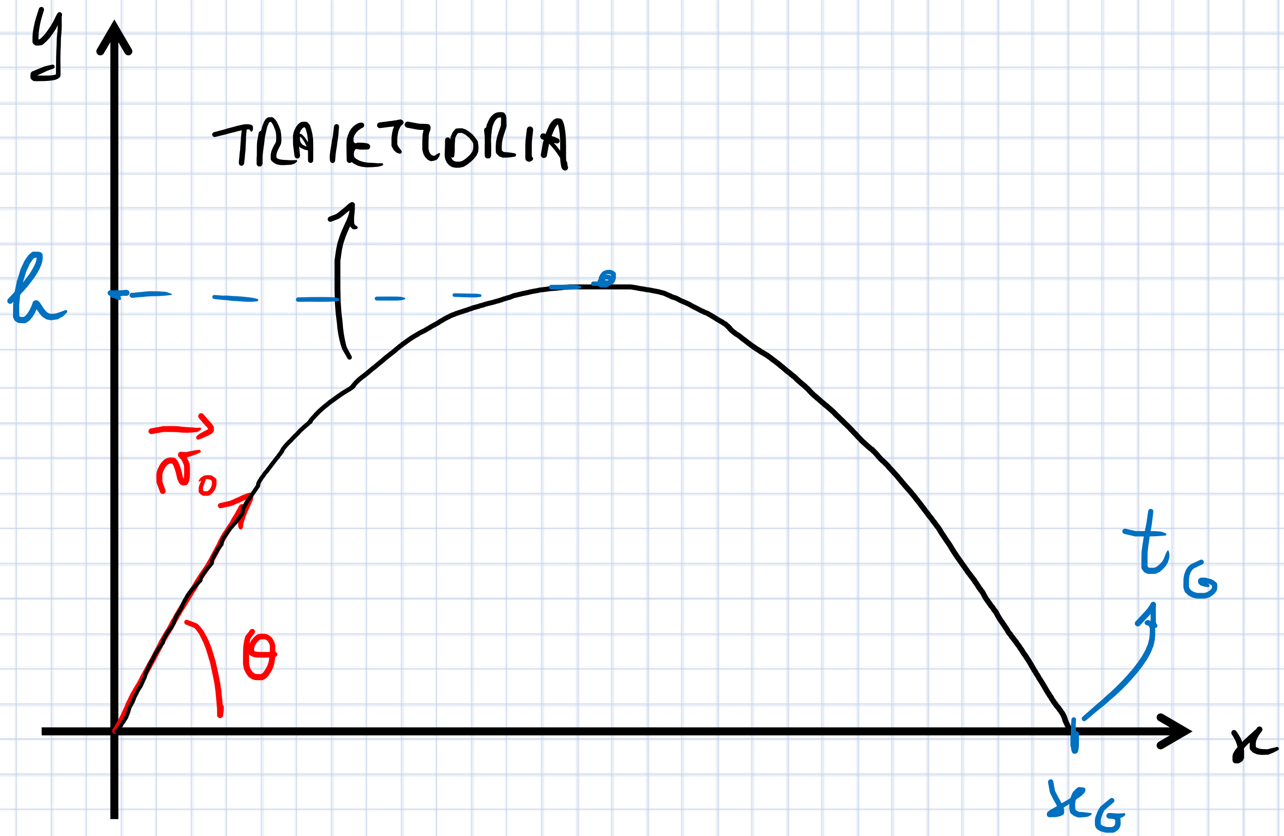
Fonte: ☺

MOTO PARABOLICO

$v_0 = 20\ m/s$

$\theta = 60°$

$t_G\ ?\quad h\ ?\quad x_G\ ?$



$$\boxed{t_G} = \frac{2 v_0 \sin\theta}{g} = 3.54\ s$$

$$h = \frac{1}{2}\frac{(v_{0y})^2}{g} = \frac{1}{2}\frac{v_0^2 \sin^2\theta}{g} =$$

$$= 15.3 \text{ m}$$

$$x_G = \frac{v_0^2}{g}\sin 2\theta = 35.3 \text{ m}$$

Consideriamo ancora il pallone calciato nel problema di prima: se alla distanza di 30 m dall'origine c'è un muro alto 2 m, il pallone lo supera o lo colpisce?

$$y(t_{30\,m}) \gtrless 2\ m\ ?$$

$$\downarrow$$

$$y(t) = 0 + v_{0y}\,t - \frac{1}{2} g t^2 = v_0 \sin\theta\, t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$y(t_{30\,m}) \rightarrow ?$$

SFRUTTO LA LEGGE ORARIA LUNGO L'ASSE DELLE x

$$x(t) = v_{0x}\, t = v_0 \cos\theta\, t$$

(MOTO RETT. UNIF.)

$$30 = v_0 \cos\theta\, t_{30m} \rightarrow t_{30m} = \frac{30}{v_0 \cos\theta} = 3\,s$$

SOST. t_{30m} IN $y(t_{30m})$

$$y(t_{30m}) = v_0 \sin\theta \times 3 - \frac{1}{2} g \times (3)^2$$

$$= 7{,}8\ m \Rightarrow \text{LO SUPERA!}$$

Il codice di Marta è così pesante che il suo computer, mentre compila, prende il volo e finisce fuori dalla finestra, cadendo da 6 m di altezza, e con una velocità iniziale solo orizzontale di 5 m/s. Qual è la velocità finale del computer, lungo la direzione verticale, raggiunta prima di schiantarsi al suolo? #MOTO PARABOLICO

Fonte: ☺

$h = 6\ m$

$v_0 = 5\ m/s = v_{0x}$

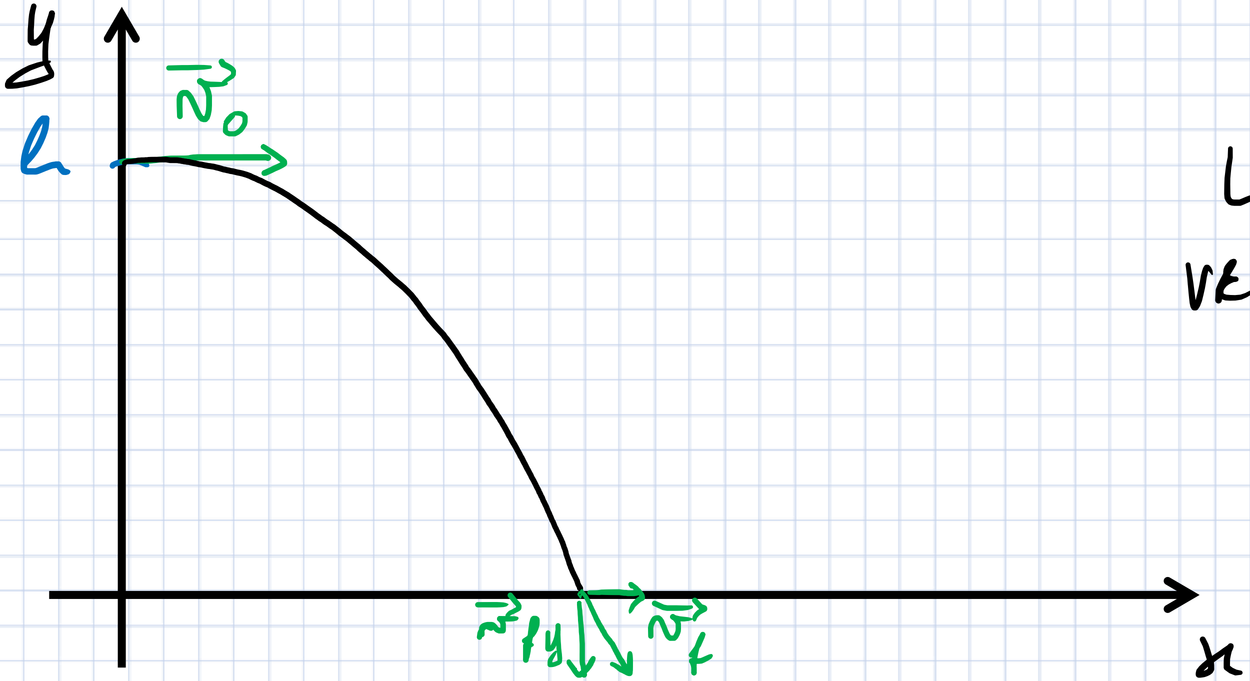
$v_{0y} = 0$

$\boxed{v_{fy}} = ?$

$\downarrow$

LEGGI VELOCITA'

$$\begin{cases} v_x(t) = v_{0x} = \text{cost.} \\ \boxed{v_y(t) = \cancel{v_{0y}}^{\,0} - g t} \end{cases}$$



$$v_y(t) = -g\,t$$

$$\boxed{v_{fy}} = v_y(t_f) = -g\,t_f \;?$$

GOAL

NON POSSO USARE LA FORMULA PERCHE' v_0 E' ORIZZ.

USO LEGGE ORARIA

$$\begin{cases} x(t) = v_{0x}\,t \\ y(t) = h - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \xrightarrow{t_f} \begin{cases} x(t_f) = \cancel{x_G} = v_{0x}\,t_f \\ y(t_f) = h - \frac{1}{2} g t_f^2 \end{cases}$$

$$y(t_f) = 0\ \text{m}$$

USO LEGGE ORARIA DELLE y

$$0 = h - \frac{1}{2} g t_f^2 \quad \Rightarrow \quad \text{RICAVO } t_f$$

$$\frac{1}{2} g t_f^2 = h \longrightarrow t_f^2 = 2h/g$$

$$\Rightarrow t_f = \sqrt{2h/g} \quad \Rightarrow \quad \text{SOSTITUISCO IN } v_y(t_f)$$

$$v_y(t_f) = -g t_f = -g\sqrt{2h/g} = -\sqrt{\frac{2hg^{\cancel{2}}}{\cancel{g}}}$$

$$= -\sqrt{2gh} = -10.8 \text{ m/s}$$

$$v(t_f) = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{yf}^2} = \sqrt{v_{0x}^2 + 2gh} = 11.9 \text{ m/s}$$

Rifacciamo l'esercizio precedente sfruttando la conservazione dell'energia meccanica, per arrivare al risultato più velocemente.

PUÒ ESSERE

grav elastica

CONS. ENERGIA MECCANICA $E_M = K + U = \text{cost}$

INIZIO E_i = FINE E_f

$$K_i + U_i = K_f + U_f$$

CONSIDERIAMO IL NOSTRO PROBLEMA :

- ABBIAMO ENERGIA POT. GRAV. $U = U_g = mgh$

INIZIO $\quad U_y = mgh$

(asse y) $\quad K_y = \frac{1}{2} m \cancel{v_{0y}^2}^{\,0} = 0$

FINE $\quad U_y = 0 \qquad (h = 0)$

$K_y = \frac{1}{2} m v_{fy}^2$

INIZIO = FINE $\qquad mgh + 0 = 0 + \frac{1}{2} m v_{fy}^2$

$$\cancel{m} g h = \frac{1}{2} \cancel{m} v_{fy}^2$$

$$v_{fy}^2 = 2gh \longrightarrow v_{fy} = \sqrt{2gh}$$

Un punto che si muove di moto armonico con periodo t = 4.4 s si trova al tempo t = 0 s nella posizione $x(0) = 0.28\,\mathrm{m}$ con velocità $v(0) = -2.5\,m/s$. Scrivere l'equazione del moto. Calcolare i valori massimi di velocità e posizione.

Fonte: MNV3, Cap.1, Problemi 1.28

Quanto vale l'energia meccanica della molla del problema precedente?

Un blocchetto di 20 g è lanciato su una superficie priva di attrito verso una molla di costante elastica k = 10 N/m, inizialmente a riposo. Il blocchetto colpisce la molla con una velocità di 2 m/s e vi si attacca. Sfruttando la conservazione dell'energia meccanica, calcolare di quanto si accorcia al massimo la molla dopo l'urto.