Fisica
per LT Informatica
Università di Ferrara

Lucia Del Bianco

Dip.to di Fisica e Scienze della Terra

ESERCIZIO

Una scala uniforme di lunghezza ℓ è ferma, appoggiata a una parete liscia verticale. La massa della scala è m, il coefficiente di attrito statico tra la scala e il pavimento è $\mu_s = 0.40$. Ricavare l'angolo minimo θ_{min} per il quale la scala non scivola a terra (cioè, al di sotto del quale la scala scivola a terra).

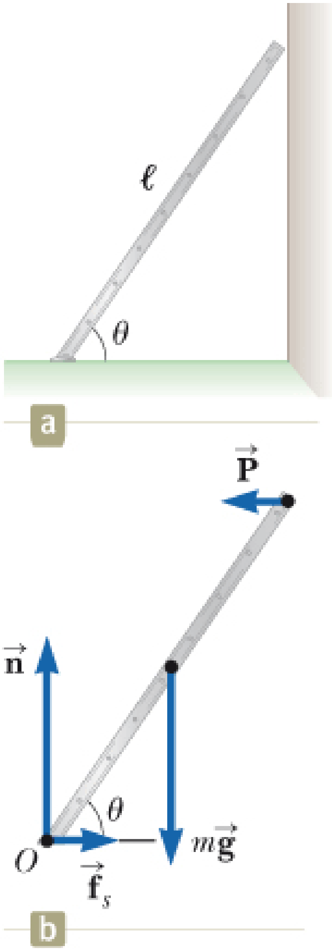


Figura 10.17 (Esempio 10.9) (a) Una scala uniforme ferma, appoggiata contro una parete senza attrito. (b) Il diagramma di corpo libero della scala.

Condizione per equilibrio traslazionale

$$(1) \quad \sum F_x = f_s - P = 0$$

$$(2) \quad \sum F_y = n - mg = 0$$

Ricaviamo P dall'Equazione (1):

$$(3) \quad P = f_s$$

Ricaviamo n dall'Equazione (2):

$$(4) \quad n = mg$$

EdiSES

Ricaviamo P dall'Equazione (1):

$$(3) \quad P = f_s$$

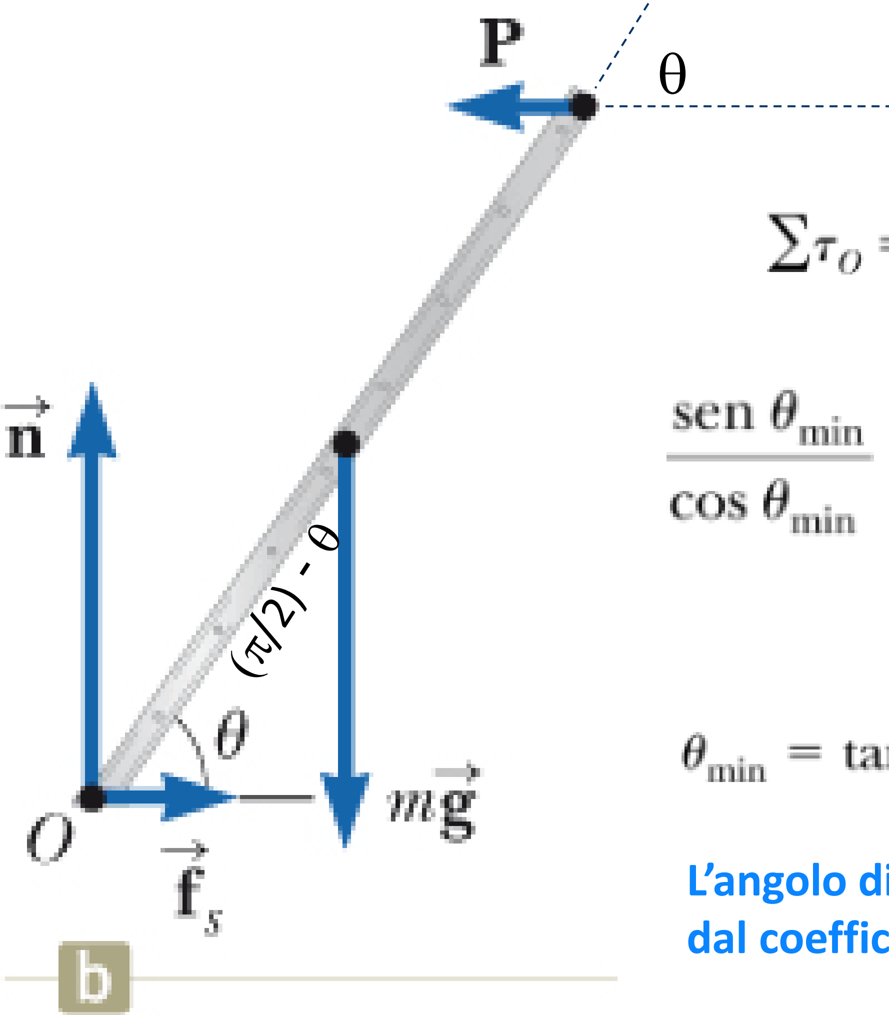
Ricaviamo n dall'Equazione (2):

$$(4) \quad n = mg$$

Quando la scala è sul punto di scivolare, la forza di attrito statico deve avere il suo massimo valore dato da $f_{s,max} = \mu_s n$. Combiniamo questa equazione con le Equazioni (3) e (4):

$$(5) \quad P = f_{s,\max} = \mu_s n = \mu_s mg$$

$$sen\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right) = cos\theta$$



Condizione per equilibrio rotazionale

Scegliamo asse passante per O.

$$\sum \tau_O = P\ell \operatorname{sen} \theta_{min} - mg\frac{\ell}{2}\cos\theta_{min} = 0$$

$$\frac{\operatorname{sen}\theta_{min}}{\cos\theta_{min}} = \tan\theta_{min} = \frac{mg}{2P} = \frac{mg}{2\mu_s mg} = \frac{1}{2\mu_s}$$

$$\theta_{min} = \tan^{-1}\left(\frac{1}{2\mu_s}\right) = \tan^{-1}\left[\frac{1}{2(0.40)}\right] = 51°$$

L'angolo dipende solo dal coefficiente di attrito

EdiSES

Momento angolare (*o della quantità di moto*)

Il momento angolare $\vec{\mathbf{L}}$ dipende dal punto rispetto a cui è calcolato ed è un vettore perpendicolare sia a $\vec{\mathbf{r}}$ che a $\vec{\mathbf{p}}$.

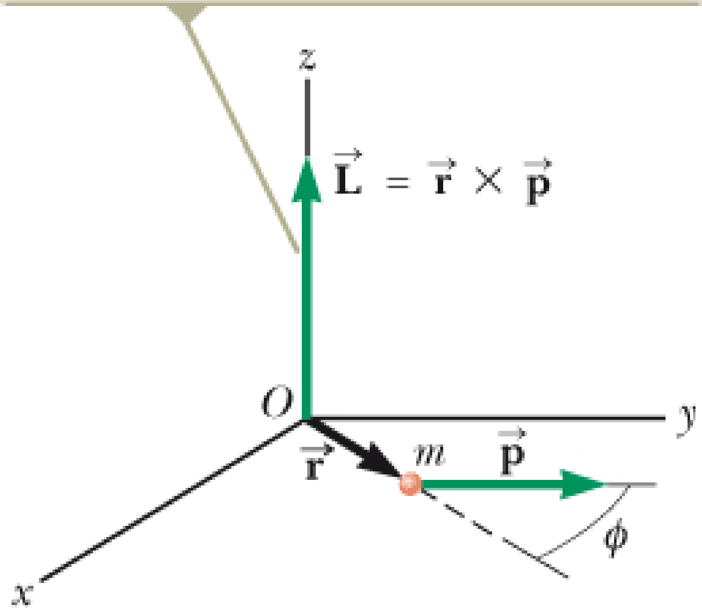


Figura 10.21 Il momento angolare $\vec{\mathbf{L}}$ di una particella di massa m e quantità di moto $\vec{\mathbf{p}}$ che si trova nella posizione $\vec{\mathbf{r}}$ è dato da $\vec{\mathbf{L}} = \vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{p}}$.

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

Momento angolare (*o della quantità di moto*)

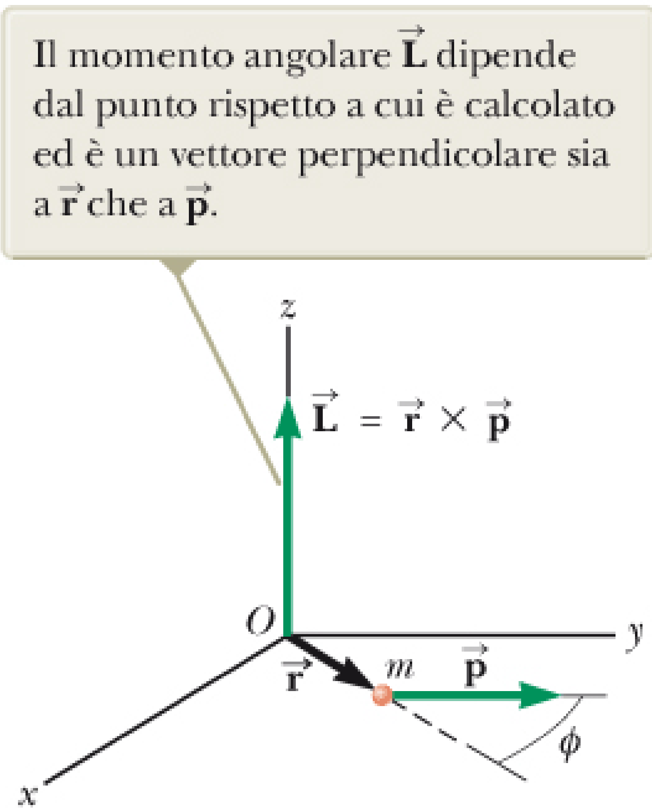


Figura 10.21 Il momento angolare $\vec{\mathbf{L}}$ di una particella di massa m e quantità di moto $\vec{\mathbf{p}}$ che si trova nella posizione $\vec{\mathbf{r}}$ è dato da $\vec{\mathbf{L}} = \vec{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{p}}$.

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \underbrace{\frac{d\vec{r}}{dt} \times m\vec{v}}_{=0} + \vec{r} \times \underbrace{m\frac{d\vec{v}}{dt}}_{=m\vec{a}}$$

$$\boxed{\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}}$$

Teorema del momento angolare

$$\boxed{\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}}$$

Relazione analoga traslazionale

Teorema del momento angolare

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

La derivata temporale del momento angolare è uguale al momento della forza (se entrambi i momenti sono riferiti allo stesso punto O)

Ne consegue che:
Il momento angolare di un punto materiale rimane costante nel tempo (cioè si conserva) se il momento delle forze è nullo.

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt}(I\vec{\omega}) = I\frac{d\vec{\omega}}{dt} = I\vec{\alpha}$$

$$\vec{\tau} = I\vec{\alpha}$$

IMPORTANTE: Seconda legge di Newton per il moto rotazionale.

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Relazione analoga traslazionale

$$K_r = \frac{1}{2} I\omega^2$$

Energia cinetica rotazionale

$$K_i = \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

Energia cinetica traslazionale

$$L = I\omega$$

Momento angolare

$$p = mv$$

Quantità di moto

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

Teorema del momento angolare

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Seconda legge di Newton

$$\vec{\tau} = I\vec{\alpha}$$

Seconda legge di Newton

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Seconda legge di Newton

Grandezza lineare	Grandezza angolare
m a F	I α τ

NOTA BENE: un corpo è in condizione di equilibrio se la risultante delle forze agenti su di esso è nulla e **se la somma vettoriale dei momenti meccanici rispetto ad un punto qualsiasi è nulla**.

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{\tau} = I\vec{\alpha}$$

Teorema del momento dell'impulso

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt} \qquad\qquad \vec{\tau}dt = d\vec{L}$$

$$\int_{t_{ini}}^{t_{fin}} \vec{\tau}dt = \Delta\vec{L} = \vec{L}_{fin} - \vec{L}_{ini}$$

$$\int_{t_{ini}}^{t_{fin}} \vec{\tau}dt = \int_{t_{ini}}^{t_{fin}} (\vec{r} \times \vec{F})dt = \vec{r} \times \int_{t_{ini}}^{t_{fin}} \vec{F}dt = \vec{r} \times \vec{J} = \Delta\vec{L}$$

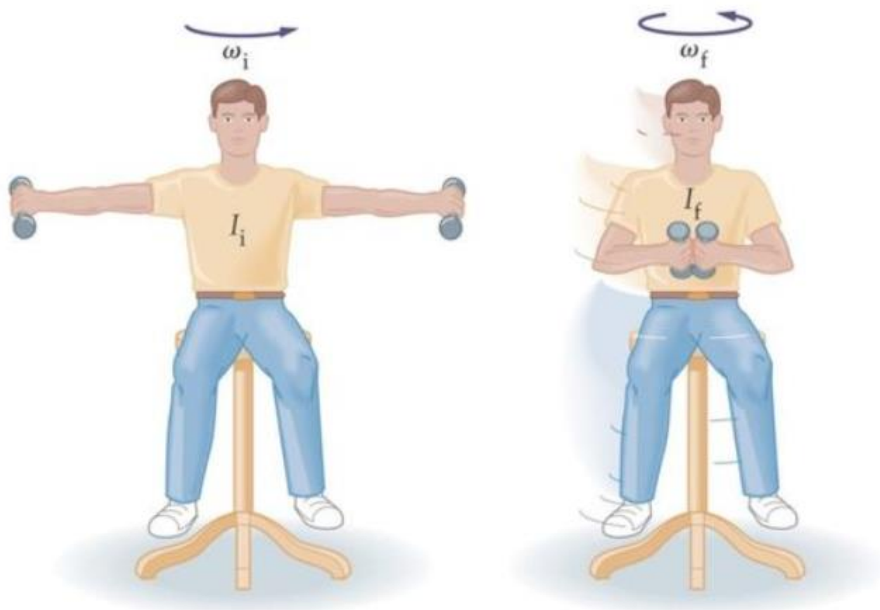
Teorema del momento dell'impulso
La variazione del momento angolare è uguale al momento dell'impulso applicato al corpo

(analogo al teorema dell'impulso)

Conservazione del momento angolare

Se il momento torcente risultante cui è sottoposto un sistema è nullo, il momento angolare del sistema è conservato.

Il caso più interessante è quello dei sistemi che possono cambiare forma:



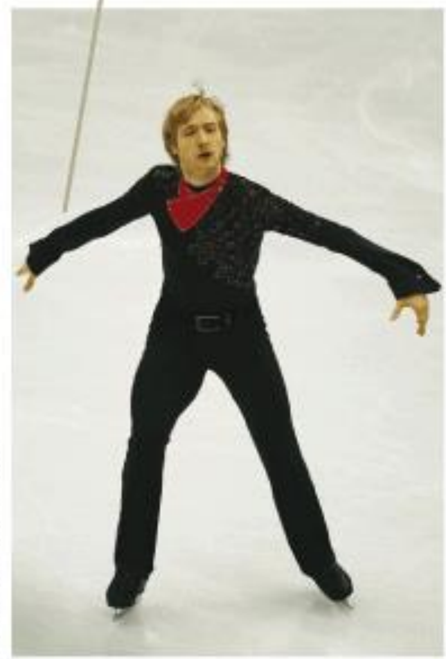
$$L = I\omega$$

Conservazione del momento angolare

Quando le sue braccia e gambe sono vicine al corpo, il momento d'inerzia del pattinatore è piccolo e la sua velocità angolare è grande.

Clive Rose/Getty Images

Per rallentare e terminare la sua rotazione, il pattinatore muove braccia e gambe verso l'esterno, aumentando il suo momento di inerzia.



Al Bello/Getty Images

Figura 10.23 Il momento angolare viene conservato durante l'esibizione della medaglia d'oro russa Evgeni Plushenko alle Olimpiadi invernali di Torino nel 2006.

$$L = I\omega$$

ESERCIZIO

7. Due blocchi (Figura 10.8) sono collegati da una fune, di massa trascurabile, che passa su una carrucola di 0.250 m di raggio e momento d'inerzia I. Il blocco posto sul piano inclinato si muove in su con un'accelerazione costante di 2.00 m/s^2. Si determinino (a) le tensioni T_1 e T_2 nei due tratti della fune e (b) il momento d'inerzia della carrucola.

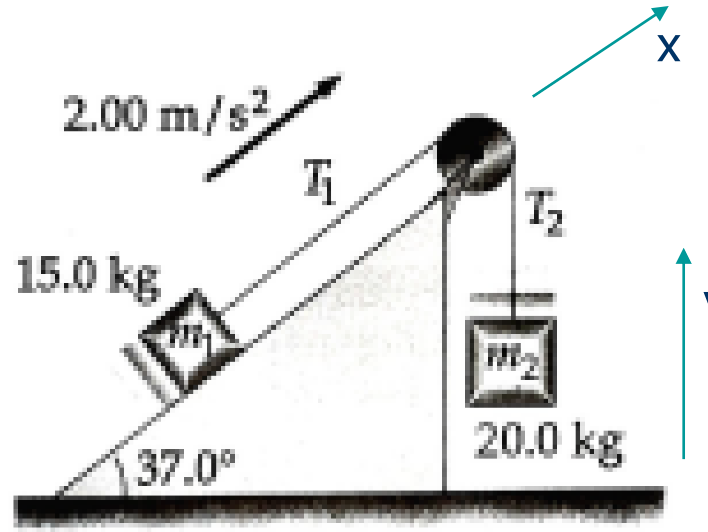


Figura 10.8

Soluzione

(a) Il blocco di massa 15.0 kg pesa $F_g = mg = (15.0 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2) = 147 \text{ N}$

La superficie del piano inclinato è priva di attrito. Prendendo l'asse x nella direzione del piano inclinato verso l'alto, $\sum F_x = ma_x$ dà:

$$(-147 \text{ N})\text{sen } 37° + T_1 = (15.0 \text{ kg})(2.00 \text{ m/s}^2)$$

$$T_1 = 118 \text{ N}$$

Per il blocco di massa 20.0 kg abbiamo $\sum F_y = ma_y$, ossia

$$T_2 - (20.0 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2) = (20.0 \text{ kg})(-2.00 \text{ m/s}^2)$$

Cosicché, $T_2 = 156 \text{ N}$ ◊

Attenzione: la carrucola non è ideale $\Rightarrow$ T_1 e T_2 possono essere diverse

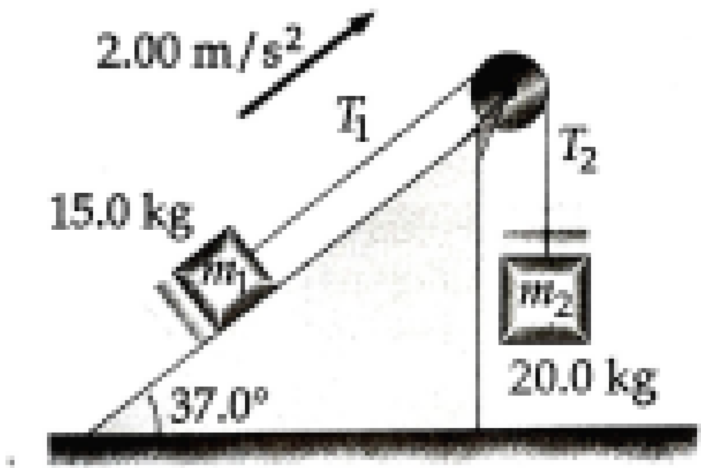


Figura 10.8

La massa m_1 sale $\Rightarrow$ la puleggia ruota in senso orario

(b) Per la puleggia, usiamo il modello di corpo rigido sotto l'azione di un momento meccanico.

$$\alpha = \frac{a}{r} = \frac{-2.00\ \mathrm{m/s^2}}{0.250\ \mathrm{m}} = -8.00\ \mathrm{rad/s^2},$$

si è scelto come verso positivo quello antiorario

$$\Sigma\tau = I\alpha, \text{ oppure } \quad (+118\ \mathrm{N})(0.250\ \mathrm{m}) - (156\ \mathrm{N})(0.250\ \mathrm{m}) = I\left(-8.00\ \mathrm{rad/s^2}\right)$$

$$I = \frac{9.38\ \mathrm{N\cdot m}}{8.00\ \mathrm{rad/s^2}} = 1.17\ \mathrm{kg\cdot m^2}$$

◊

EdiSES

ESERCIZIO

Una trave orizzontale uniforme di lunghezza ℓ = 8.00 m e forza peso W_t = 200 N è fissata ad una parete verticale. La sua estremità distale è sostenuta da un cavo che forma un angolo ϕ = 53° con la trave.

Una persona con un peso W_p = 600 N si trova sulla trave alla distanza d = 2.00 m dalla parete. Ricavare la tensione del cavo e il modulo, direzione e verso della reazione vincolare che la parete esercita sulla trave.

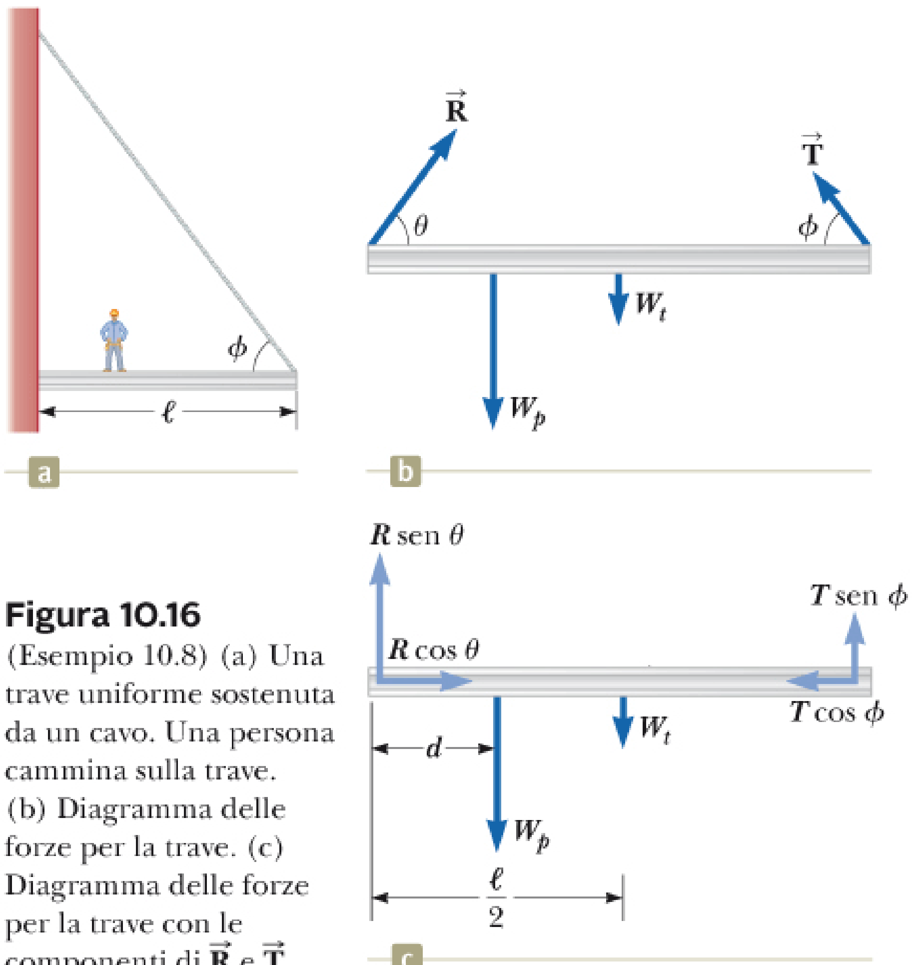
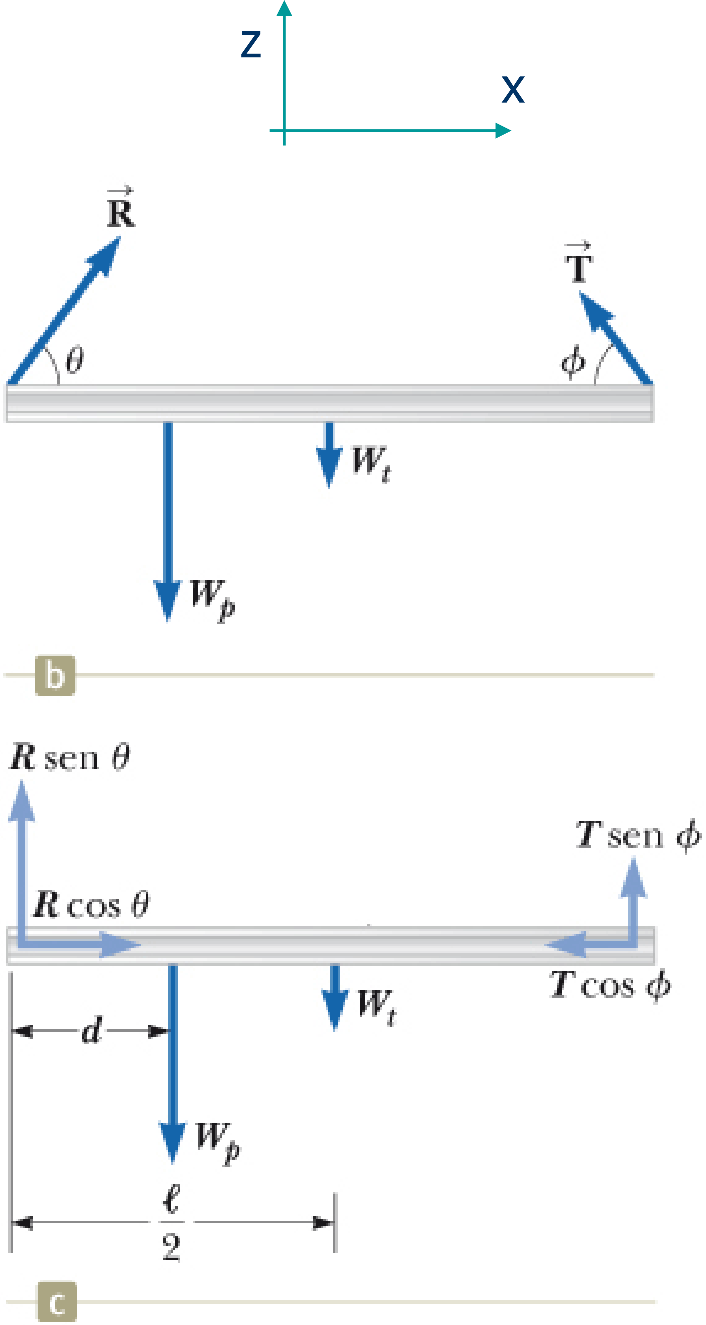


Figura 10.16
(Esempio 10.8) (a) Una trave uniforme sostenuta da un cavo. Una persona cammina sulla trave. (b) Diagramma delle forze per la trave. (c) Diagramma delle forze per la trave con le componenti di $\vec{R}$ e $\vec{T}$.



Condizione per equilibrio traslazionale

$$(1)\ \sum F_x = R\cos\theta - T\cos\phi = 0$$

$$(2)\ \sum F_y = R\,\text{sen}\,\theta + T\,\text{sen}\,\phi - W_p - W_t = 0$$

Condizione per equilibrio rotazionale

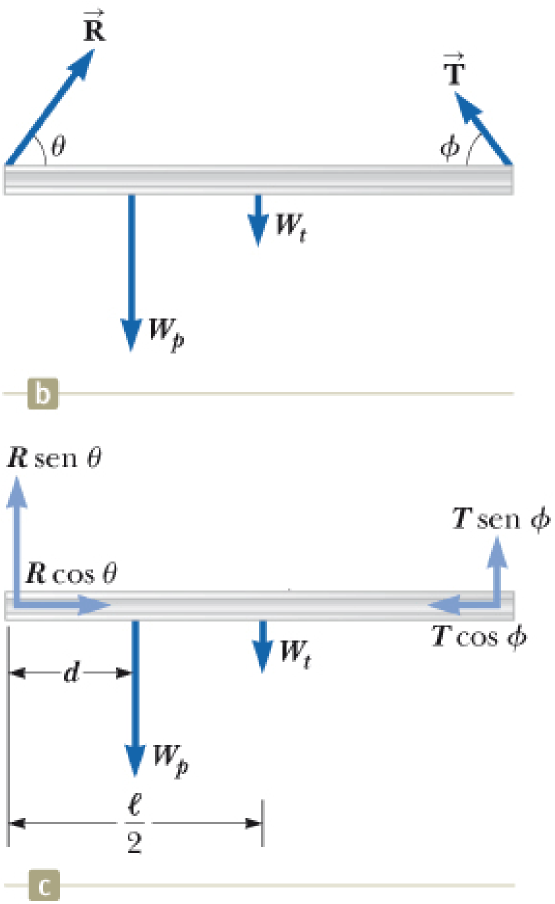
Scegliamo come asse quello passante per il punto in cui l'asta si innesta nella parete

$$\sum \tau_z = (T\,\text{sen}\,\phi)(\ell) - W_p d - W_t\left(\frac{\ell}{2}\right) = 0$$

Condizione per equilibrio traslazionale

$$(1)\ \sum F_x = R\cos\theta - T\cos\phi = 0$$

$$(2)\ \sum F_y = R\,\text{sen}\,\theta + T\,\text{sen}\,\phi - W_p - W_t = 0$$

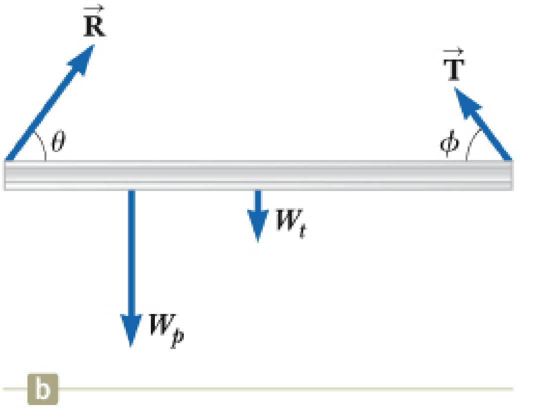


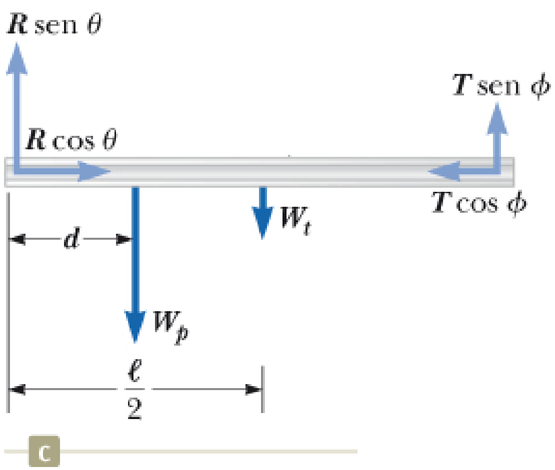
Condizione per equilibrio rotazionale

$$\sum \tau_z = (T\,\text{sen}\,\phi)(\ell) - W_p d - W_t\left(\frac{\ell}{2}\right) = 0$$

Questa equazione contiene solo T come incognita grazie alla nostra scelta dell'asse di rotazione. Si ricava T e si ricava il suo valore numerico:

$$T = \frac{W_p d + W_t(\ell/2)}{\ell\,\text{sen}\,\phi} = \frac{(600\text{ N})(2.00\text{ m}) + (200\text{ N})(4.00\text{ m})}{(8.00\text{ m})\,\text{sen}\,53.0°} = \boxed{313\text{ N}}$$





Condizione per equilibrio traslazionale

$$(1) \sum F_x = R\cos\theta - T\cos\phi = 0$$

$$(2) \sum F_y = R \operatorname{sen}\theta + T\operatorname{sen}\phi - W_p - W_t = 0$$

$$\frac{R\operatorname{sen}\theta}{R\cos\theta} = \tan\theta = \frac{W_p + W_t - T\operatorname{sen}\phi}{T\cos\phi}$$

Ricaviamo θ e sostituiamo i valori numerici:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{W_p + W_t - T\operatorname{sen}\phi}{T\cos\phi}\right)$$

$$= \tan^{-1}\left[\frac{600\text{ N} + 200\text{ N} - (313\text{ N})\operatorname{sen} 53.0^\circ}{(313\text{ N})\cos 53.0^\circ}\right] = \boxed{71.1^\circ}$$

Ricaviamo R dall'Equazione (1) e sostituiamo i valori numerici:

$$R = \frac{T\cos\phi}{\cos\theta} = \frac{(313\text{ N})\cos 53.0^\circ}{\cos 71.1^\circ} = \boxed{581\text{ N}}$$