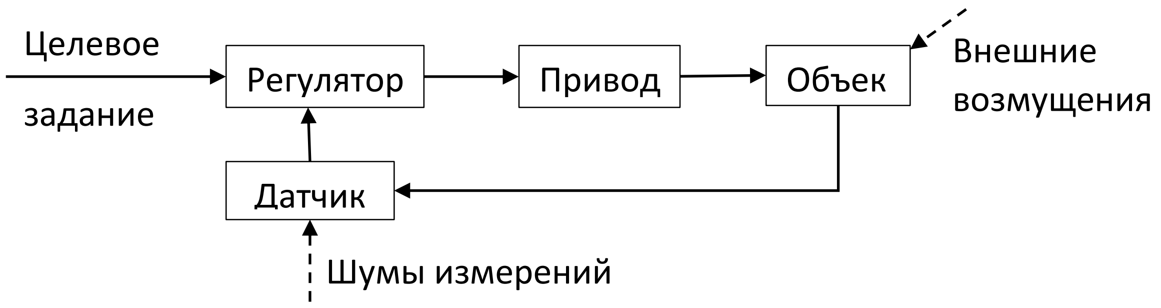
1. Основные понятия. Системы управления.

Управляемый объект – Объект;

Управляющий объект – Регулятор;

Замкнутая САУ



Могут быть и разомкнутые САУ (без обратной связи).

2. Классификация систем управления.

Автоматическая система – работает без участия человека.

Автоматизированная система – рутинные процессы выполняет машина, но управляет человек.

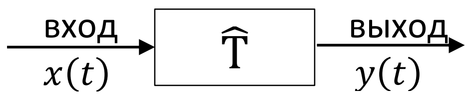
САУ применяются для решения трех типов задач:

1. Стабилизация – поддержание заданного режима работы.
2. Программное управление – управление по программе.
3. Слежение за неизвестным задающим сигналом

САУ бывают одномерными (один вход и один выход) и многомерными.

САУ бывают непрерывными и дискретными, и непрерывно-дискретными.

3. Математические модели. Связь входа и выхода.



$$y(t) = \hat{\mathrm{T}}\{x(t)\}$$

Способы построения моделей:

1. **На основе законов физики**.
2. **На основе наблюдения за объектом**.

4. Линейность и нелинейность. Линеаризация уравнений. Управление.

Модель линейна если:

$$\hat{\mathrm{T}}\{\alpha x_1(t) + \beta x_2(t)\} = \alpha\hat{\mathrm{T}}\{x_1(t)\} + \beta\hat{\mathrm{T}}\{x_2(t)\}$$

Если система нелинейная, то ее можно разложить вблизи целевого состояния и ограничиться линейной частью.

5. Модели линейных объектов. Дифференциальные уравнения.

6. Модели в пространстве состояний.

7. Переходная функция. Импульсная характеристика (весовая функция).

8. Передаточная функция. Пространство состояний.

Передаточная функция — это отношение изображения выхода к изображению входа:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)}$$

В общем случае модель СУ определяется через ДУ вида:

$$b_n \frac{d^n y}{dt^n} + b_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \cdots + b_1 \frac{dy}{dt} + b_0 = a_m \frac{d^m x}{dt^m} + a_{m-1} \frac{d^{m-1} x}{dt^{m-1}} + \cdots + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0$$

Если положить начальные условия нулевыми: $f(0) = f'(0) = \cdots = f^{(n-1)}(0) = 0$, то:

$$\mathrm{L}\{f^{(n)}(t)\} = p^n F(p)$$

Передаточная функция такой системы примет вид:

$$W(p) = \frac{a_m p^m + a_{m-1} p^{m-1} + \cdots + a_1 p + a_0}{b_n p^n + b_{n-1} p^{n-1} + \cdots + b_1 p + b_0}$$

$m \leq n$, так как в реальных системах чистое дифференцирование невозможно.

Передаточная функция называется:

1. правильной $m \leq n$
2. строго правильной $m < n$
3. неправильной $m > n$

Используя пространство состояний можно построить передаточную функцию системы:

Пусть:

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{s}} = A\boldsymbol{s} + Bu \\ y = C\boldsymbol{s} + Du\end{cases}$$

Выполняя преобразование Лапласа, получим:

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{S}}(p) = A\boldsymbol{S}(p) + BU(p) \\ Y(p) = C\boldsymbol{S}(p) + DU(p)\end{cases}$$

Отсюда:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = C(pI - A)^{-1}B + D, \quad \text{где } I - \text{ единичная матрица}$$

9. Преобразование Лапласа. Свойства преобразования.

Преобразование Лапласа:

$$\mathrm{L}\{f(t)\} = F(p) = \int_0^{\infty} f(t)\mathrm{e}^{-pt}dt$$

Обратное преобразование Лапласа:

$$\mathrm{L}^{-1}\{F(p)\} = f(t) = \frac{1}{2\pi i}\int_{\sigma - i\infty}^{\sigma + i\infty} F(p)\mathrm{e}^{pt}dt$$

Главное свойство:

$$\mathrm{L}\left\{\frac{df(t)}{dt}\right\} = p\mathrm{L}\{f(t)\} - f(0)$$

Также:

$$\lim_{p\to 0} pF(p) = f(\infty)$$

$$\lim_{p\to \infty} pF(p) = f(0)$$

10. Частотные характеристики.

Пользуясь тем, что любую функцию можно выразить через δ-функцию:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t')x(t - t')dt$$

И тем, что $\widehat{\mathrm{T}}\delta(t) = w(t)$ – импульсная характеристика, можно получить:

$$y(t) = \widehat{\mathrm{T}}\{x(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t')w(t - t')dt$$

Вспоминая чему равно преобразование Фурье свертки сигналов получим:

$$Y(\omega) = X(\omega) \cdot W(\omega)$$

Связь преобразования Фурье с преобразованием Лапласа:

$$X_f(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\mathrm{e}^{-i\omega t} dt$$

$$X(s) = \int_{0}^{+\infty} x(t)\mathrm{e}^{-st} dt$$

Если рассматриваются сигналы, начинающиеся в некоторый момент времени (не теряя общности можно говорить о сигналах, начинающихся с нуля), то:

$$X(p) = \int_{0}^{+\infty} x(t)\mathrm{e}^{-st} dt = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\mathrm{e}^{-st} dt = X(i\omega) = X_f(\omega)$$

Таким образом, частотная характеристика:

$$W_f(\omega) = W(i\omega) = \frac{Y(i\omega)}{X(i\omega)}$$

$$W(i\omega) = |W(i\omega)| \cdot \exp\big(i \cdot \arg\big(W(i\omega)\big)\big)$$

Здесь:

$$A(\omega) = |W(i\omega)| - \text{коэффициент усиления сигнала на частоте } \omega \text{ (АЧХ)}$$

$$\varphi(\omega) = \arg\big(W(i\omega)\big) - \text{фазовый сдвиг сигнала на частоте } \omega \text{ (ФЧХ)}$$

Вместо АЧХ зачастую удобнее рассматривать ЛАЧХ:

$$L(\omega) = 20\lg|W(i\omega)| = 20\lg A(\omega) - \text{в децибеллах}$$

Например, если наша система состоит из двух последовательных звеньев:

$$\longrightarrow \boxed{W_1} \longrightarrow \boxed{W_2} \longrightarrow$$

$$W(s) = W_1(s) \cdot W_2(s)$$

11. Логарифмические частотные характеристики.

12. Типовые динамические звенья. Усилитель. Апериодическое звено.

13. Типовые динамические звенья. Колебательное звено.

14. Типовые динамические звенья. Интегрирующее звено. Дифференцирующие звенья. Запаздывание.

15. Обратные звенья.

16. ЛАФЧХ сложных звеньев.

17. Структурные схемы. Условные обозначения. Правила преобразования. Типовая одноконтурная система.

18. Анализ систем управления. Требования к управлению. Процесс на выходе.

19. Понятие устойчивости. Устойчивость по Ляпунову.

20. Критерий устойчивости Гурвица.

21. Критерий устойчивости Найквиста.

22. Переходный процесс. Оценки его качества. Частотные оценки качества. Корневые оценки качества.

23. Электротехнические примеры реализаций типовых регуляторов.

24. П-,И-,ПИ-,ПИД-регуляторы.