

RSA 알고리즘

유튜브 주소 : <https://youtu.be/e1E2oPkE5ls>

공개키 암호

RSA 암호

RSA 코드 분석

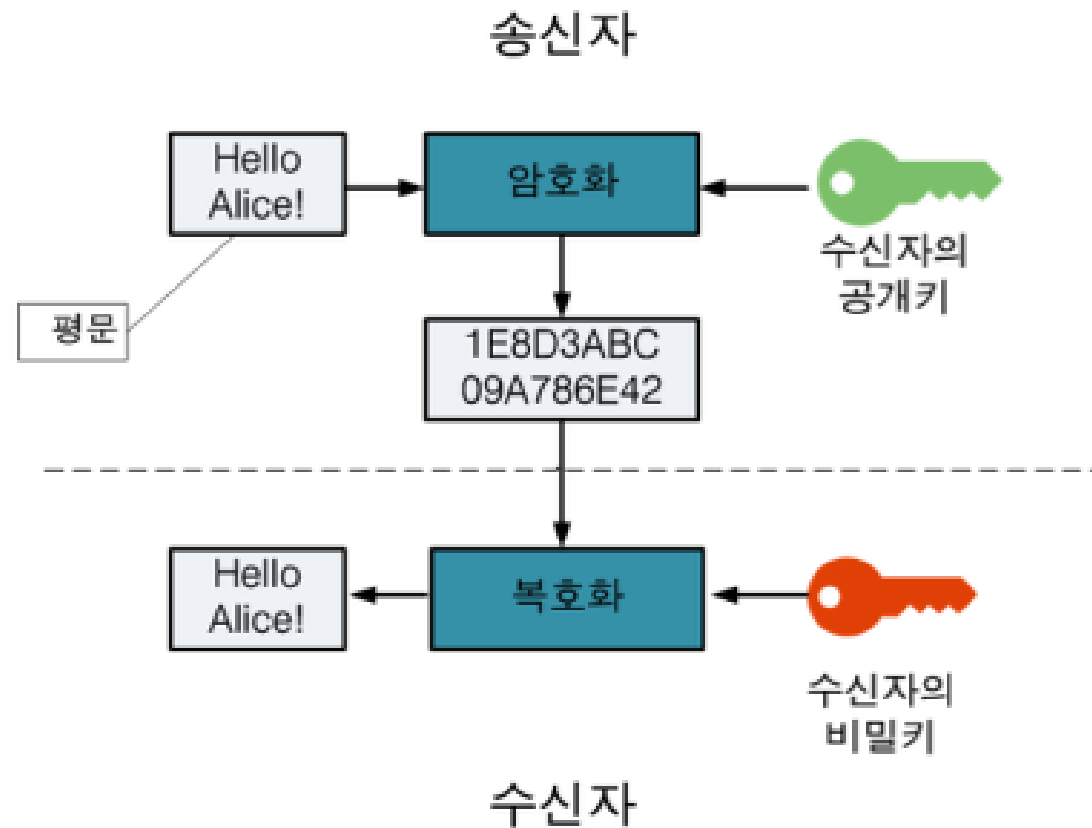
공개키 암호

- 두 개의 다른 키를 사용
 - 공개키 : 모든 사람이 접근 가능한 키
 - 개인키 : 사용자 자신만 소유하는 키(비공개)

| 대칭키 암호 | 공개키 암호 |
|------------------------|------------------------|
| 암호화, 복호화 시 동일한 키 사용 | 암호화, 복호화 시 서로 다른 키를 사용 |
| 수신자, 송신자 간 키 교환 필요 | 키 교환 필요 X(공개키 이용) |
| 공유한 키는 비밀로 유지 | 개인키만 비밀로 유지 |
| 공개키에 비해 속도 빠름(약 1000배) | 대칭키에 비해 속도 느림(약 1000배) |
| 키 분배가 어려움 | 공개키만 공개하면 됨 |

공개키 암호 모델

- 송신자 - 수신자의 공개키를 받아 데이터를 암호화 후 전달
- 수신자 - 전달받은 암호화된 데이터를 자신의 개인키로 복호화



공개키 암호 장단점

장점

- 키 관리가 쉬움
 - 키가 공개되어도 상관 없음
- 대칭키에 비해 키의 개수가 적음
 - 공개키 - $2n$ 개 필요, 대칭키 - $n(n-1)/2$ 개 필요
- 전자 서명에도 이용가능

단점

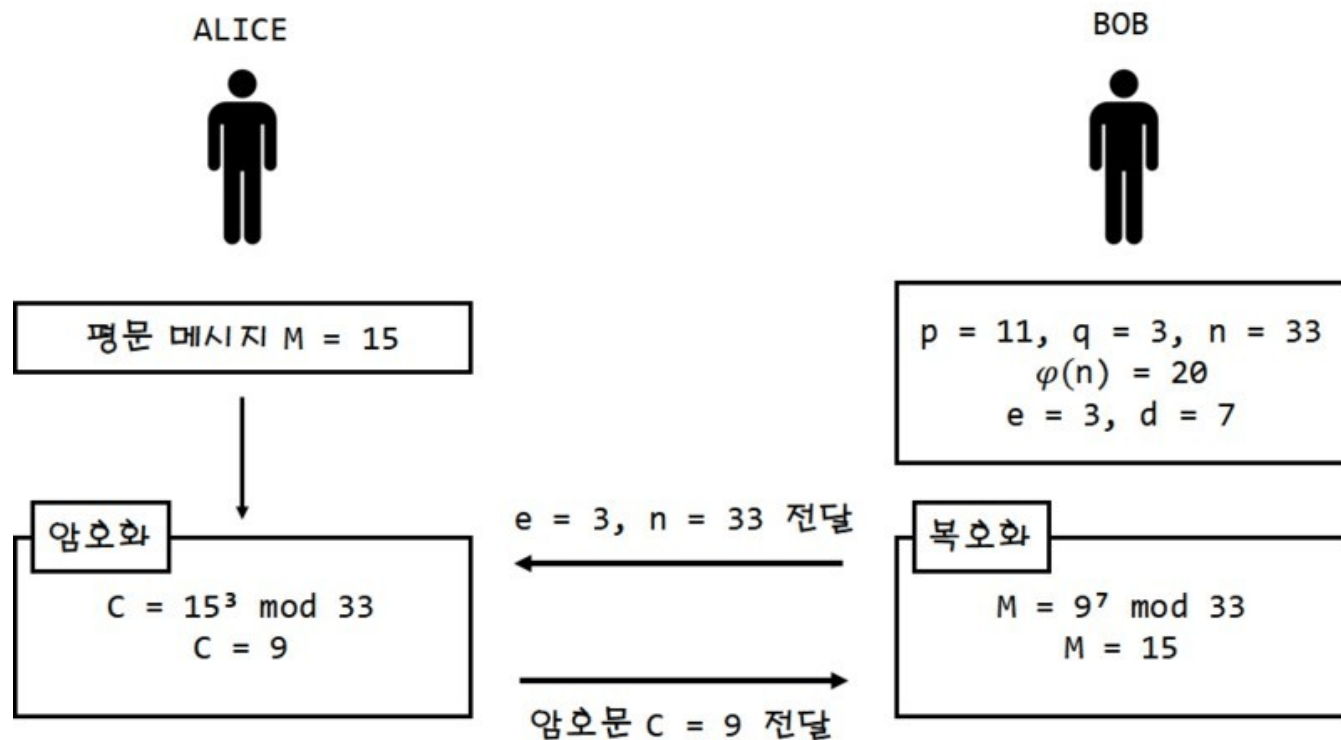
- 브루트 포스 공격에 취약
 - 키의 크기를 크게 함으로써 방지할 수 있음 But 속도는 느려짐
- 대칭키에 비해 속도가 매우 느림
 - 실시간 암호화 통신에는 사용이 힘들

RSA 암호

- 가장 대표적인 공개키 알고리즘
 - 전자 상거래에서 가장 흔히 사용되고 있음(RSA-2048)
- Rivest, Shamir, Adelman 세 사람의 이니셜을 따서 작명
 - 1983년 미국 MIT에서 특허로 등록
- 큰 정수의 소인수 분해가 어렵다는 점을 이용하여 암호화
 - 곱하는 것은 쉽지만 다시 분해하는 것은 어려움
- 쇼어 알고리즘 – 소인수 분해를 빠르게 처리할 수 있는 양자 알고리즘
 - 양자 컴퓨터가 실용화되면 RSA의 무력화 가능

RSA 암호

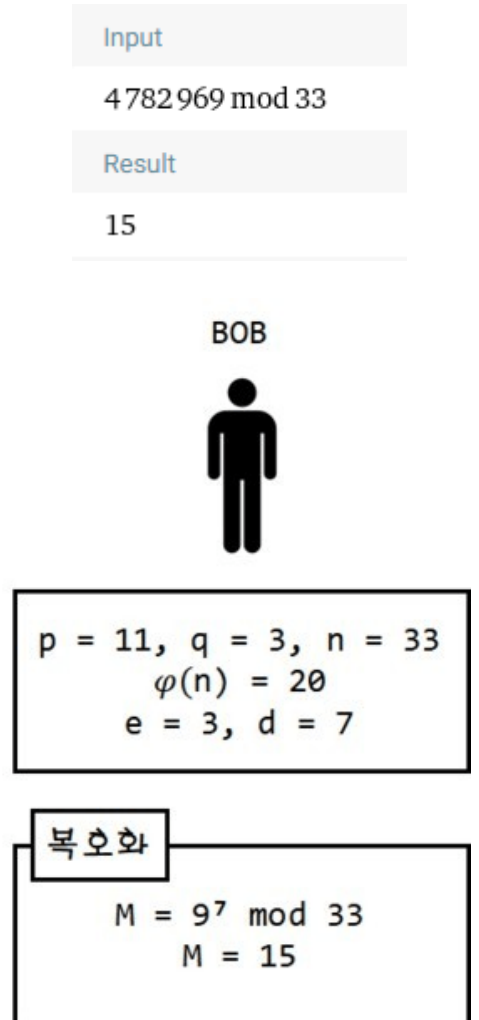
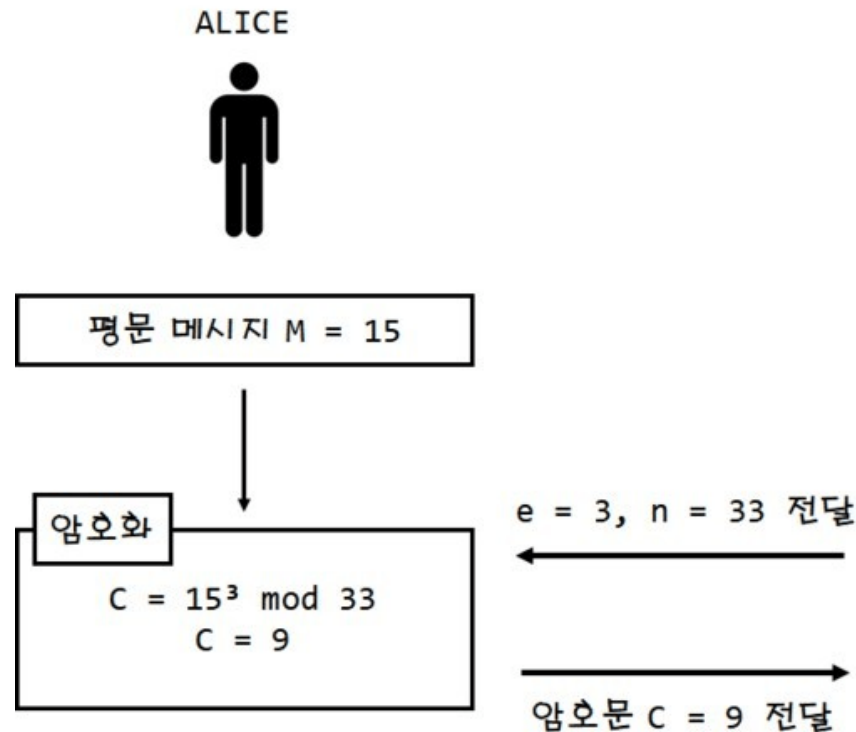
- $d \rightarrow$ 개인키 : $e \bmod (p-1)(q-1)$ 의 역
- $n \rightarrow$ 공개키 : $p * q$ (p, q 는 소수)
- $e \rightarrow$ 공개키 : $(p-1)*(q-1)$ 과 서로소
($1 < e < n$)



RSA 암호

- 암호화 공식(M이 메시지일 때)
 - $M^e \bmod n = C$ ($0 \leq M \leq n-1$)
- 복호화 공식(C가 암호문일 때)
 - $C^d \bmod n = M$
- 공개 키로 개인 키 구하기
 - $e \cdot d \bmod (p-1)(q-1)$ 일 때
d 값 구하면 됨

| |
|-----------------|
| Input |
| $3375 \bmod 33$ |
| Result |
| 9 |



RSA 코드 분석

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#define size 3000
#define n 6012707
#define e 3000037

long long mod(long long a, long long b) {
    if (a > 0)
        return a % b;
    else {
        return a - b * -((-a / b) + 1);
    }
}

int main(void) {
    printf(_Format: " n= %d, e=%d\n", n,e);

    int *store = (int)malloc(_Size: sizeof(int)*size);
    int length = 0;
    for (int i = 2; i < 2 * size; i++) {
        for (int j = 1; j <= i; j++) {
            if (j != 1 && j != i && i%j == 0)
                break;
            else if (j == i) {
                store[length++] = i;
            }
        }
    }
}
```

```
long long p = 0;
long long q = 0;
for (int i = 0; i < length; i++) {
    for (int j = i; j < length; j++) {
        if (store[i] > 0 && store[j] > 0) {
            if (store[i] * store[j] == n) {
                p = store[i]; q = store[j];
                break;
            }
        }
    }
}
free(store);
for (long long d = 1; d < 500000; d++) {
    if (mod(a: e*d, b: (p - 1)*(q - 1)) == 1) {
        printf(_Format: "\np=%lld\n", p);
        printf(_Format: "q=%lld\n", q);
        printf(_Format: "d=%lld\n", d);
        printf(_Format: "%d * %lld mod (%lld-1)(%lld-1) = %lld\n",
            e,d,p,q,mod(a: e*d, b: (p - 1)*(q - 1)));
        break;
    }
}
```

n= 6012707, e=3000037

p=2357

q=2551

d=327373

3000037 * 327373 mod (2357-1)(2551-1) = 1

RSA 코드 분석

```
#include<stdio.h>

long pow_(long i, long j, long k) {
    double l, temp, p = 1;
    for (temp = 0; temp < j; temp++) {
        p = (p * ((double) i));
        l = (long) (p / k);
        p = p - (l * k);
    }
    return (long) p;
}

int encryption(int input, int e, int n) {
    int i = pow_(input, e, n);
    printf(_Format: "encrypt result= %d\n", i);
    return i;
}

int Decryption(int input, int d, int n) {
    int i = pow_(input, d, n);
    printf(_Format: "decrypt result= %d\n", i);
    return i;
}
```

```
int main() {
    int input;
    scanf(_Format: "%d", &input);
    int p = 17, q = 11;
    int e = 7, d = 23, N = p * q;
    input = encryption(input, e, N);
    Decryption(input, d, N);
    return 0;
}
```

88

```
encrypt result= 11
decrypt result= 88
```

Q & A