# Approximate encoded permutations and piecewise quantum adders 논문 리뷰

HANSUNG UNIVERSITY CryptoCraft LAB

#### Approximate encoded permutations and piecewise quantum adders

- 근사 모듈러 덧셈 양자 회로 제안
  - 모듈러 정수를 coset 표현으로 인코딩
  - 조각별 덧셈 회로를 사용하여 근사 인코딩 덧셈을 수행
  - Oblivious carry runways: 점근적 덧셈 깊이를 O(lg lg n)으로 감소
  - 근사 표현에 대한 오류 범위를 증명 이를 사용하여 이전 작업보다 낮은 비용으로 2의 보수 가산기와 모듈러 가산기를 구성

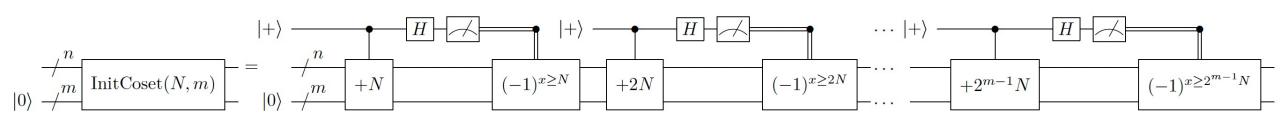
#### 근사 연산의 필요

- Zalka의 논문에서는 회로를 최적화하는 아이디어를 소개
- 이론적으로는 필요하지만 실제로는 큰 영향을 주지 않는 연산들을 생략 가능
- 예를 들어 레지스터 값을 증가시키려 할 때, 정확하게 증가시키기 위해선 가장 작은 자리수부터 가장 큰 자리수까지 캐리 신호를 함.
- 그러나 임의의 계산 기저 상태에서 시작할 때, 100번째 큐비트를 넘어 캐리가 발생할 확률은 매우 낮음.
- 이러한 오류율은 다른 계산 오류율에 비해 현저히 낮기 때문에, 캐리 전파를 과감하게 중단할 수 있다고 제안

## 논문의 목표

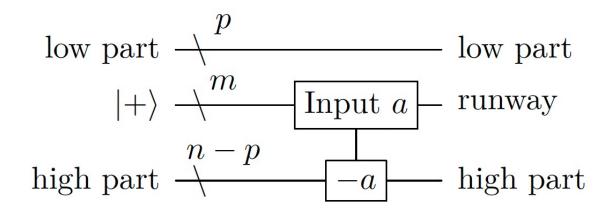
- Zalka의 '알고리즘 오류'를 알려진 오류 범위를 가진 대략적인 양자 회로를 생성하기 위한 패러다임으로 공식화
- 대략적인 인코딩된 순열의 개념과 그 편차를 소개하고, 편차가 최대 이면 대략적인 인코딩된 순열의 출력과 이상적인 순열 사이의 추적 거 리가 최대 2p임을 증명합니다.
- 또한 구성 및 연결에 따른 편차의 하위 가산성을 증명합니다.

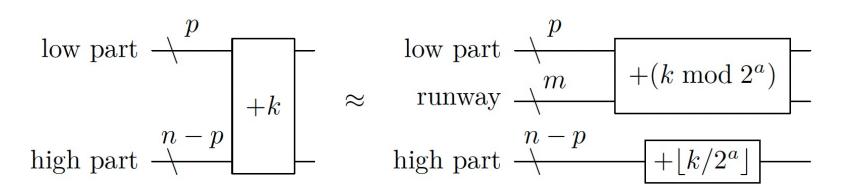
• 모듈러 정수의 coset 표현[10]이 편차 2-m의 비모듈러 덧셈으로 모듈러 덧셈을 인코딩하는 대략적인 인코딩된 순열 계열임을 보여줍니다. 여기서 m은 패딩비트 수입니다.



### Oblivious carry runway

• 덧셈을 편차 2-m의 조각별 덧셈으로 인코딩하는 대략적인 인코딩된 순열 계열을 정의하는 망각 캐리 런웨이를 소개합니다. 여기서 m은 활주로의 길이입니다.

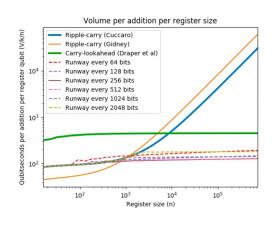


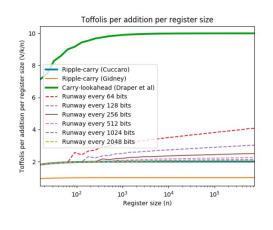


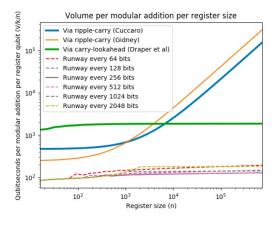


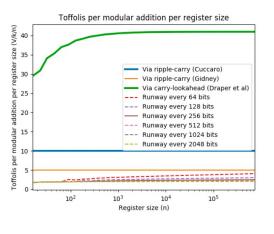
#### Amortized costs for various kinds of non-modular adders

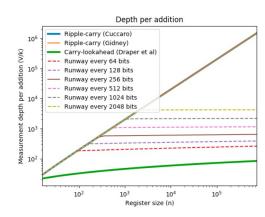
- n≈1000 이하일 때는 [5]의 리플-캐리 덧셈기가 가장 낮은 볼륨을 가지고, 그 이상에서는 캐리 런웨이가 256 또는 512비트마다 배치된 대략적인 덧셈기가 가장 낮은 볼륨
- 모듈라 덧셈의 비용은 대략적인 덧셈기가 모든 크기에서 가장 낮은 볼륨
  - 코셋 표현이 일반적인 구조에 비해 큰 이점
- 공간 사용이나 토폴리 계수를 크게 증가시키지 않으면서 리플-캐리 덧셈기에 비해 깊이를 상당히 줄임

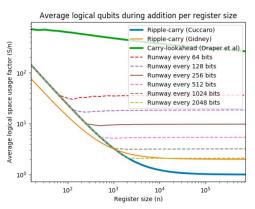


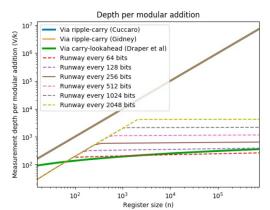


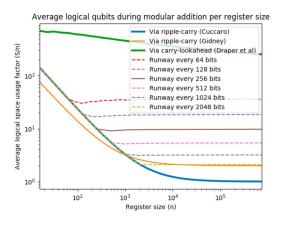












- 망각 캐리 런웨이를 사용하는 효율적인 근사 가산기 회로를 구성
- 인식되지 않는 캐리 활주로 표현을 모듈식 정수의 coset 표현으로 연결하여 모듈식 산술로 일반화
- 이전 작업보다 적은 시공간 볼륨
- O(Ig Ig n) 깊이에서 대략적으로 인코딩된 추가를 수행하는 것이 가능
- 망각 캐리 활주로는 계산 또는 누적과 관련된 모든 양자 알고리즘에 적용될 수 있기 때문에 특히 유용한 대략적인 표현

# Q&A