정보컴퓨터공학과 권혁동





Contents

Learning With Errors

Lattice based cryptography

FrodoKEM

Future work



Learning With Errors

- 양자 환경에서도 안전하게 사용될 수 있는 기법
- 모듈러 정수군 Z에 속한 비밀 값 s를 찾아내는 풀이

$$\mathbf{s} \in \mathbb{Z}_q^n$$

- 에러(오차)가 없을 경우, 공격자는 n개의 식으로 s를 획득 가능
 - 가우시안 소거법 사용
 - 계산 복잡도 O(n)
- 에러를 포함하게 될 경우, s 내적 값에 에러 e를 포함
 - 계산 복잡도 O(n^2B+1)



Learning With Errors

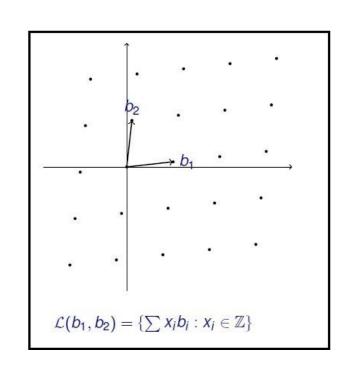
- 정수 배열 하나 선택 A[]
- 비밀 키 선택 s
- 에러 선택 e
- B[] = A[] * s + e
- 공개키 배열 B[]

$$b_{A} = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 11 & 10 \\ 5 & 5 & 9 & 5 \\ 3 & 9 & 0 & 10 \\ 1 & 3 & 3 & 2 \\ 12 & 7 & 3 & 4 \\ 6 & 5 & 11 & 4 \\ 3 & 3 & 5 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 6 \\ 9 \\ 11 \\ 11 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \pmod{13} = \begin{bmatrix} 4 \\ 7 \\ 2 \\ 11 \\ 5 \\ 12 \\ 8 \end{bmatrix}$$

Lattice Based Cryptography

- Lattice(격자) 상의 수학적 난제를 기반하는 암호 알고리즘
 - Shortest Vector Problem (SVP)
 - Closest Vector Problem (CVP)
- SVP: 임의 차원에서 가장 가까운 Lattice Point를 찾기 어려움에 기반

• FrodoKEM은 SVP에 기반하는 알고리즘





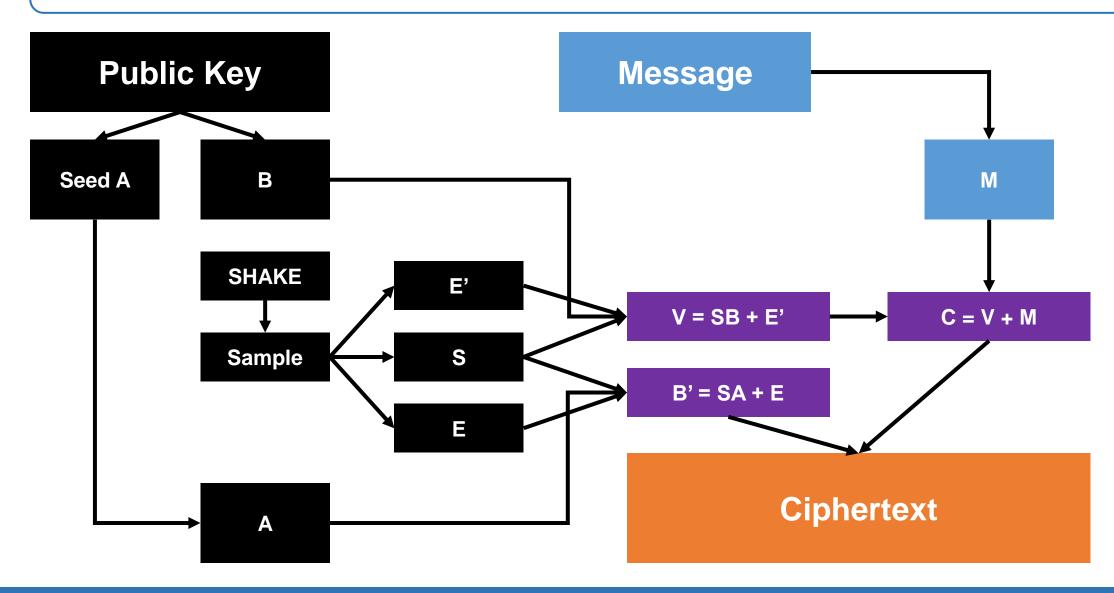
- LWE를 사용한 Lattice Based Cryptography
- NIST PQC Standardization project Round 3 alternate candidate
- NIST 요구 보안 수준 달성
 - FrodoKEM-640: NIST 요구 1레벨 (AES-128)
 - FrodoKEM-976: NIST 요구 3레벨 (AES-192)
 - FrodoKEM-1344: NIST 요구 5레벨 (AES-256)

범례	640	976	1344
Dimension n	640	976	1344
Modulus q	2^15	2^16	2^16
공개키 크기	9616-byte	15632-byte	21520-byte
개인키 크기	19888-byte	31296-byte	43088-byte
해시함수	SHAKE-128	SHAKE-256	SHAKE-256
암호문 길이	9720-byte	15744-byte	21632-byte



- 디자인 기법
- 모듈러 연산: q는 2^16보다 작거나 같은 2의 배수, 효과적인 비트 마스킹
- 에러 샘플링: 가우시안 분포에 유사한 분포를 사용 Look-up Table을 사용하여 빠르고 단순한 구현 부채널 공격 방지
- 행렬 연산: 고속 polynomial multiplication 구현
- Reconciliation 제외: 추가한 에러를 보정하는 부분이 없음
- 짧은 코드: 250의 C 코드로 구성







Algorithm 13 FrodoKEM. Encaps.

16: **return** ciphertext $\mathbf{c}_1 \| \mathbf{c}_2$ and shared secret ss

```
Input: Public key pk = \text{seed}_{\mathbf{A}} || \mathbf{b} \in \{0, 1\}^{\text{len}_{\text{seed}}} + D \cdot n \cdot \overline{n}.
Output: Ciphertext \mathbf{c}_1 \| \mathbf{c}_2 \in \{0,1\}^{(\overline{m} \cdot n + \overline{m} \cdot \overline{n})D} and shared secret \mathbf{ss} \in \{0,1\}^{\mathsf{len}_{\mathsf{ss}}}.
  1: Choose a uniformly random key \mu \leftarrow U(\{0,1\}^{\text{len}_{\mu}})
  2: Compute \mathbf{pkh} \leftarrow \mathrm{SHAKE}(pk, \mathsf{len}_{\mathbf{pkh}})
  3: Generate pseudorandom values seed_{SE} || k \leftarrow SHAKE(pkh || \mu, len_{seed_{SE}} + len_k)
  4: Generate pseudorandom bit string (\mathbf{r}^{(0)}, \mathbf{r}^{(1)}, \dots, \mathbf{r}^{(2\overline{m}n + \overline{m}\overline{n} - 1)}) \leftarrow \text{SHAKE}(0x96 | | \text{seed}_{\mathbf{SE}}, (2\overline{m}n + \overline{m}\overline{n}) \cdot |
       len_{x}
  5: Sample error matrix \mathbf{S}' \leftarrow \text{Frodo.SampleMatrix}((\mathbf{r}^{(0)}, \mathbf{r}^{(1)}, \dots, \mathbf{r}^{(\overline{m}n-1)}), \overline{m}, n, T_{\chi})
  6: Sample error matrix \mathbf{E}' \leftarrow \text{Frodo.SampleMatrix}((\mathbf{r}^{(\overline{m}n)}, \mathbf{r}^{(\overline{m}n+1)}, \dots, \mathbf{r}^{(2\overline{m}n-1)}), \overline{m}, n, T_{\chi})
  7: Generate A ← Frodo.Gen(seed<sub>A</sub>)
  8: Compute \mathbf{B'} \leftarrow \mathbf{S'A} + \mathbf{E'}
  9: Compute c_1 \leftarrow \text{Frodo.Pack}(\mathbf{B}')
 10: Sample error matrix \mathbf{E}'' \leftarrow \text{Frodo.SampleMatrix}((\mathbf{r}^{(2\overline{m}n)}, \mathbf{r}^{(2\overline{m}n+1)}, \dots, \mathbf{r}^{(2\overline{m}n+\overline{m}n-1)}), \overline{m}, \overline{n}, T_{\nu})
11: Compute \mathbf{B} \leftarrow \mathsf{Frodo.Unpack}(\mathbf{b}, n, \overline{n})
12: Compute V \leftarrow S'B + E''
13: Compute \mathbf{C} \leftarrow \mathbf{V} + \mathsf{Frodo.Encode}(\mu)
14: Compute \mathbf{c}_2 \leftarrow \mathsf{Frodo.Pack}(\mathbf{C})
15: Compute ss \leftarrow SHAKE(\mathbf{c}_1 || \mathbf{c}_2 || \mathbf{k}, \mathsf{len}_{ss})
```



Future Work

- 레퍼런스 코드 분석
- 코드를 사용한 ARM 기본 구현물 작성 (O)
- 최적화 기법 분석 및 적용
- 논문 작성



Q&A

