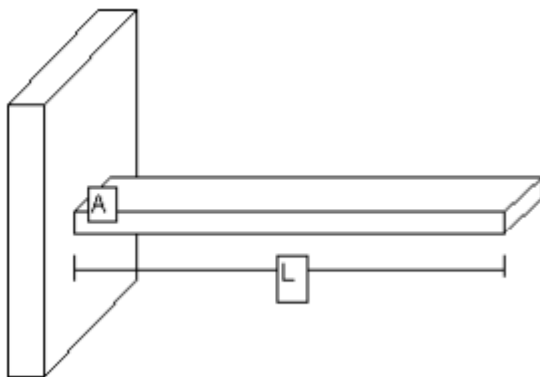


Skilaverkefni 1 í tölulegri greiningu

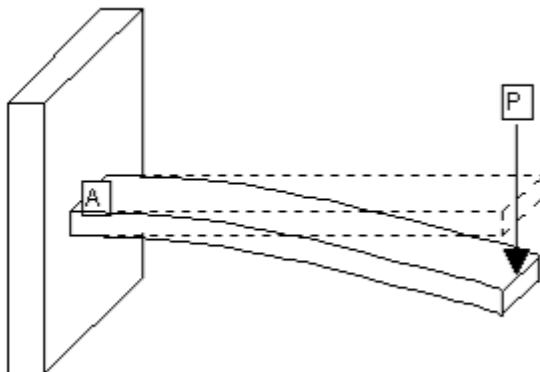
Gildir 15 % af lokaeinkunn.

Inngangur

Í þessu verkefni skoðum við sveiflanir stangar úr áli sem er föst í öðrum enda (*e: cantilever beam*), sjá mynd:



Stöng með lengd L er held fest í punktinum A. Sett er álag P í endapunkti stangarinnar:



Stönginni er síðan sleppt og við höfum áhuga á að finna tíðni sveiflanna hennar í kjölfarið. Hægt er að leiða út að tíðni ω uppfyllir jöfnuna

$$k^4 = \frac{\omega^2 \lambda}{EI}$$

þar sem λ er massaþéttleiki stangarinnar, EI er stifnistuðull (*e: flexural rigidity*) og $k > 0$ uppfyllir jöfnuna

$$\cos(kL) \cosh(kL) = -1 \quad (1)$$

þ.s. L er lengd stangarinnar. \cosh er breiðbogakósinus sem er skilgreint sem

$$\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

Verkefni

Við gefum okkur að lengd stangarinnar er $L = 30$ mm, massaþéttleiki stangarinnar er $\lambda = 0.8$ g/mm og stifnistuðull er $EI = 1.09 \times 10^{10} \text{ Pa} \cdot \text{mm}^2$.

1. Plottið graf fallsins $f(x) = \cos(x)\cosh(x) + 1$ á bilinu $[0, 10]$ svo að þrjár rætur sjáist vel. Við viljum finna rót f skv. jöfnunni (1).
2. Notið helmingunaraðferð til að finna minnsta jákvæða rót jöfnunnar (1) með 4 réttum aukastöfum. Merkjið rótina inn á graf í lið 1.
3. Hve margar ítranir af helmingunaraðferð nægja til að fá 4 rétta aukastafi í lið 2?
4. Reiknið tíðni ω_1 sem samsvarar gildinu sem reiknað var í lið 2. Þetta er minnsta tíðni sveiflanna eða "first mode of oscillation".
5. Jafnan (1) hefur í raun óendanlega margar lausnir. Notið aðferð Newtons til að finna næst minnsta jákvæða rót f með 4 réttum aukastöfum. Merkjið hana inn á graf f og reiknið tilsvarendi tíðni ω_2 .
6. Reiknið minnstu 20 sveiflutiðni stangarinnar.

Heimildir

Útleiðsla á jöfnunni (1) má finna á þessari síðu ásamt meira áhugaverðu efni.

Voltera, E., Zachmanoglou, E. C. Dynamics of Vibrations. Columbus, Charles E. Merrill Books, Inc., 1965.

Hint

2. Að fá 4 rétta aukastafi samsvarar skekkjumörk $0.5 \cdot 10^{-4}$.
5. Það má endilega nota mynd úr lið 1 til að fá gróft mat á rótinni.
6. Notað FOR lykkju en tékka alltaf hvor lausn hafi ekki verið fundin áður. Má einnig fíkta og reyna að giska hvað er mikið bil milli 2 samliggjandi róta.