

3. Laboratorijska vaja

Čeprav je bil Gaston Julia (1893 - 1978) v svojih časih svetovno znan matematik, je njegovo delo padlo v pozabo, dokler ga ni nekaj desetletij kasneje oživel poljski matematik Mandelbrot. S pomočjo računalniške grafike je pokazal, da je Juliajevo delo vir nekaterih najlepših danes znanih fraktalov.

Juliajeve množice živijo v kompleksni ravnini. Vzemimo za primer enostaven polinom

$$P_c(z) = z^2 + c,$$

kjer sta z in c kompleksni števili. Izberimo nek konstanten c in začetno točko z_0 in opazujemo zaporedje

$$z_0, z_1 = P_c(z_0), z_2 = P_c(z_1), \dots, z_{n+1} = P_c(z_n), \dots$$

To pomeni, da najprej izračunamo vrednost polinoma $z^2 + c$ za neko začetno vrednost spremenljivke z . Dobljeno vrednost nato uporabimo za novo vrednost spremenljivke z . Zopet izračunamo vrednost polinoma $z^2 + c$ in dobljeno vrednost spet priredimo spremenljivki z , in tako naprej. Gornjemu zaporedju pravimo orbita točke z_0 .

Možna sta dva dogodka:

1. Orbita točke z_0 sčasoma pobegne daleč od izhodišča.
2. Orbita ostane v nekem omejenem področju kompleksne ravnine.

Množica vseh točk, katerih orbita ostane v omejenem področju kompleksne ravnine, se imenuje Juliajeva množica.

Besedilo naloge:

Funkcije za izvajanje računskih operacij nad kompleksnimi števili iz prejšnje vaje uporabite za risanje Juliajevih množic.

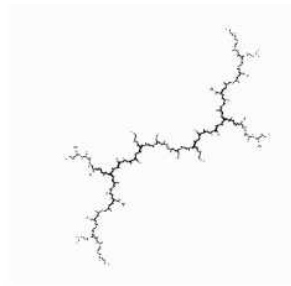
Postopek:

Sistematično preglejte orbite vseh točk kompleksne ravnine v območju $-1,7 < \text{Re}(z_0) < 1,7$ in $-1,7 < \text{Im}(z_0) < 1,7$ ter narišite točko z_0 v barvi, ki ustreza številu točk v orbiti, preden ta pobegne iz območja $|z_n| < 2$.

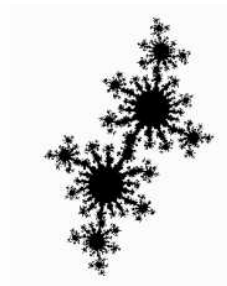
Za pomoč boste dobili funkcijo `shraniBMP()`, ki vam bo ustvarila bitno sliko. Funkciji boste kot prvi parameter podali dvodimenzionalno zbirko vrednosti med 0 in 255, kjer bo vsaka vrednost predstavljala določeno barvo točke. Drugi in tretji parameter funkcije bosta širina in višina matrike, četrti parameter pa ime datoteke, kamor želite, da se slika shrani. Na primer:

```
#define DIM 500
unsigned char slika[DIM][DIM];
//...
shraniBMP(slika, DIM, DIM, "slikca.bmp");
```

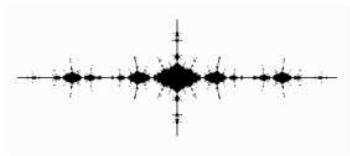
Naslednja slika prikazuje Juliajeve množice za 4 različne vrednosti konstante c :



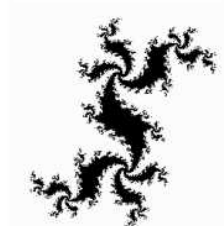
$c = i$



$c = -0,55 + 0,50i$



$c = -1,35$



$c = 0,31 + 0,50i$

Vprašanja za pomoč:

- Če želimo v območju od -1,7 do 1,7 pregledati DIM vrednosti, kolikšen je razmik med posameznimi vrednostmi?
- Na kakšen način lahko proizvedemo vse možne kombinacije dveh vrednosti med 0 in 499 (to pomeni (0, 0), (0, 1), (0, 2), ..., (0, 499), (1, 0), (1, 1), (1, 2), ..., (1, 499), ..., (499, 0), (499, 1), (499, 2), ..., (499, 499))?
- Kako lahko z uporabo funkcij iz 2. laboratorijske vaje izračunamo vrednost polinoma $z^2 + c$?
- Več o Juliajevih množicah si lahko preberete na www.presek.si/24/1320-Potocnik.pdf