Controlo Automático - Projecto

```
%% Inicialização do ambiente
clear ; close all; clc

% Importamos os dados dos pacientes
data = importdata('ROC_REAL_50.mat');

% Definimos uma seed estatica para o gerador de números aleatórios de forma
% a podermos repetir os experimentos com resultados determinísticos
rng(42);
```

Questão 1

a) Selecionamos 10 pacientes da base de dados:

```
rndIDX = randperm(50);
sample_size = 10
```

```
sample_size = 10
```

```
sample = data(rndIDX(1:sample_size), :)
```

```
sample = 10×2
    0.0219    1.2746
    0.0528    2.5362
    0.0352    1.5503
    0.0293    1.4728
    0.0308    1.9499
    0.0330    2.4823
    0.0282    1.2615
    0.0295    1.2390
    0.0329    2.5669
    0.0394    2.0425
```

```
t_size = 600
```

```
t_size = 600
```

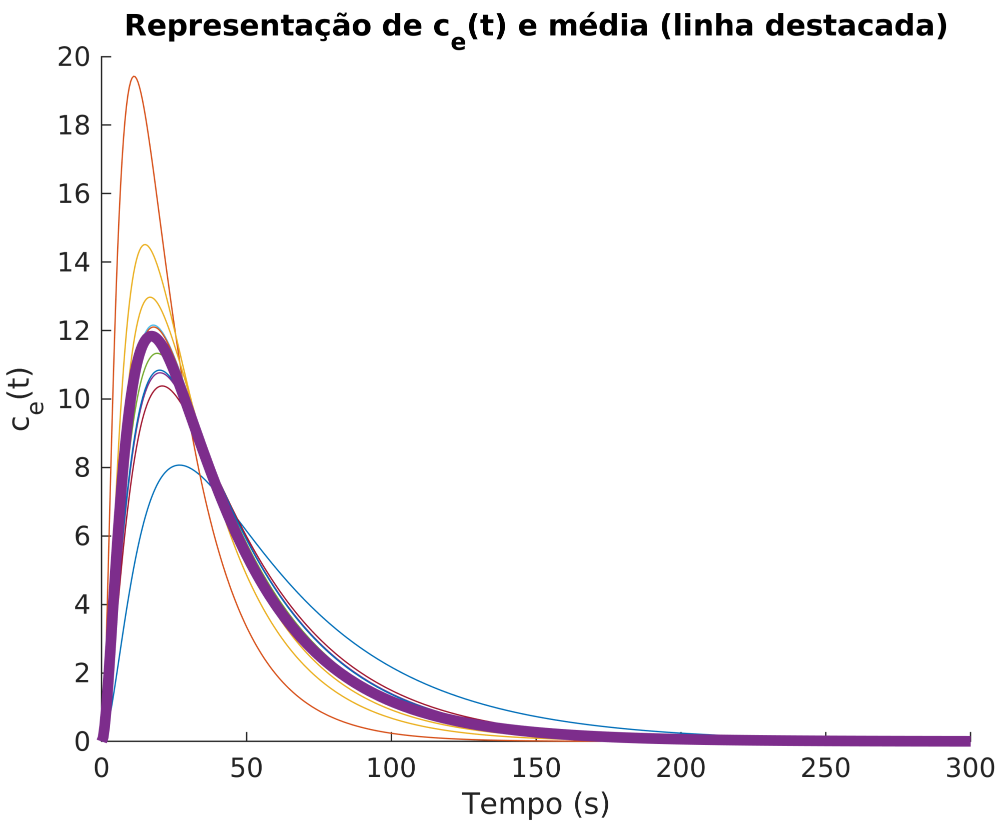
b) e c)

Temos que $(s+\alpha)(s+4\alpha)(s+10\alpha) = s^3 + 15\alpha s^2 + 54\alpha^2 s + 40\alpha^3$, o que nos dá os fatores $[1 \;\; 15a \;\; 54a^2 \;\; 40a^3]$.

Cálculo de $c_e(t)$ e da respectiva média.

```
figure(1);
hold on
t = linspace(0, 300, t_size);
Ce = zeros(t_size, sample_size);
G = @(a) tf(40*a^3, [1 15*a 54*a^2 40*a^3]);
for idx = 1 : sample_size
```

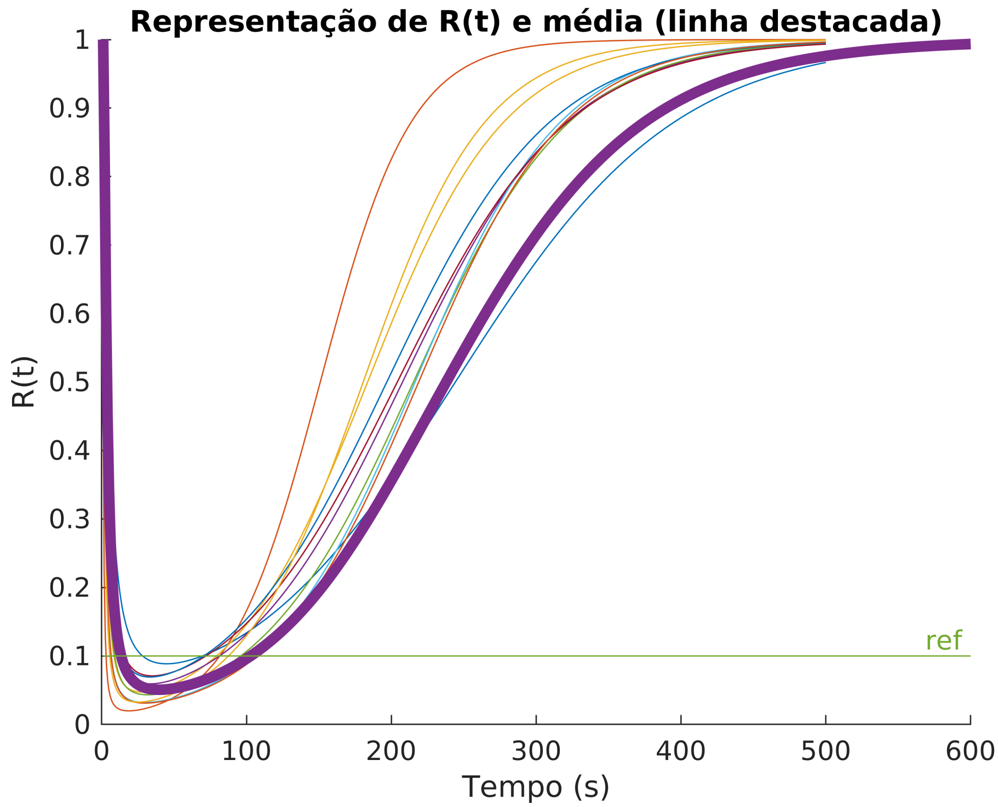
```
    a = sample(idx, 1);
    Ce(:, idx) = impulse(G(a) * 600, t);
end
plot(t, Ce);
mean_ce = mean(Ce, 2);
plot(t, mean_ce, 'LineWidth', 4);
%fplot(@(x) 1489.2*x);
xlabel('Tempo (s)')
ylabel('c_{e}(t)')
title('Representação de c_{e}(t) e média (linha destacada)')
hold off
```



Cálculo de $R(t)$ e da respectiva média.

```
r0 = 1;
EC50 = 1;
figure(2);
hold on
t = linspace(0, 500, t_size);
% O transposto da segunda coluna de `sample` é repetido verticalmente
% `t_size` vezes e multiplicado elemento a elemento com `Ce`
Rt = @(Ce, gamma) r0 ./ (1 + (Ce / EC50) .* gamma);
R = Rt(Ce, repmat(sample(:, 2)', t_size, 1));
plot(t, R);
gamma = mean(R, 2);
plot(gamma, 'LineWidth', 4);
% Ver label.m
label(plot(ones(t_size, 1) * 0.1), 'ref', 'location', 'right');
```

```
xlabel('Tempo (s)')
ylabel('R(t)')
title('Representação de R(t) e média (linha destacada)')
hold off
```



Questão 2

a)

Pela condição de estabilidade necessária do critério de estabilidade de Routh-Hurwitz, fácilmente vemos que α tem que ser não negativo, caso contrário pelo menos um dos coeficientes do polinómio do denominador seria negativo.

Aplicando o método de Routh-Hurwitz obtemos a seguinte tabela:

$$\begin{array}{c|c|c} s^3 & 1 & 54\alpha^2 \\ s^2 & 15\alpha & 40\alpha^3 \\ s^1 & \frac{15\alpha^2}{3} & 0 \\ s^0 & \frac{40\alpha^3}{3} & 0 \end{array}$$

Daqui, fácilmente vemos que os valores da primeira coluna têm todos o mesmo sinal, se $15\alpha > 0$, $\frac{154\alpha^2}{3} > 0$ e $\frac{40\alpha^3}{3} > 0$, o que acontece para todos os $\alpha > 0$, ou seja, para todos os valores estritamente positivos de α, o sistema é estável.

b)

```
figure(3);
hold on;
alpha = mean(sample(:, 1))
```

```
alpha = 0.0333
```

```
sys = G(alpha) * 6;
constant_infusion = step(sys);
step_info = stepinfo(constant_infusion)
```

```
step_info = struct with fields:
        RiseTime: 100.8415
    SettlingTime: 186.5193
     SettlingMin: 5.3991
     SettlingMax: 5.9958
       Overshoot: 0
      Undershoot: 0
            Peak: 5.9958
        PeakTime: 334
```

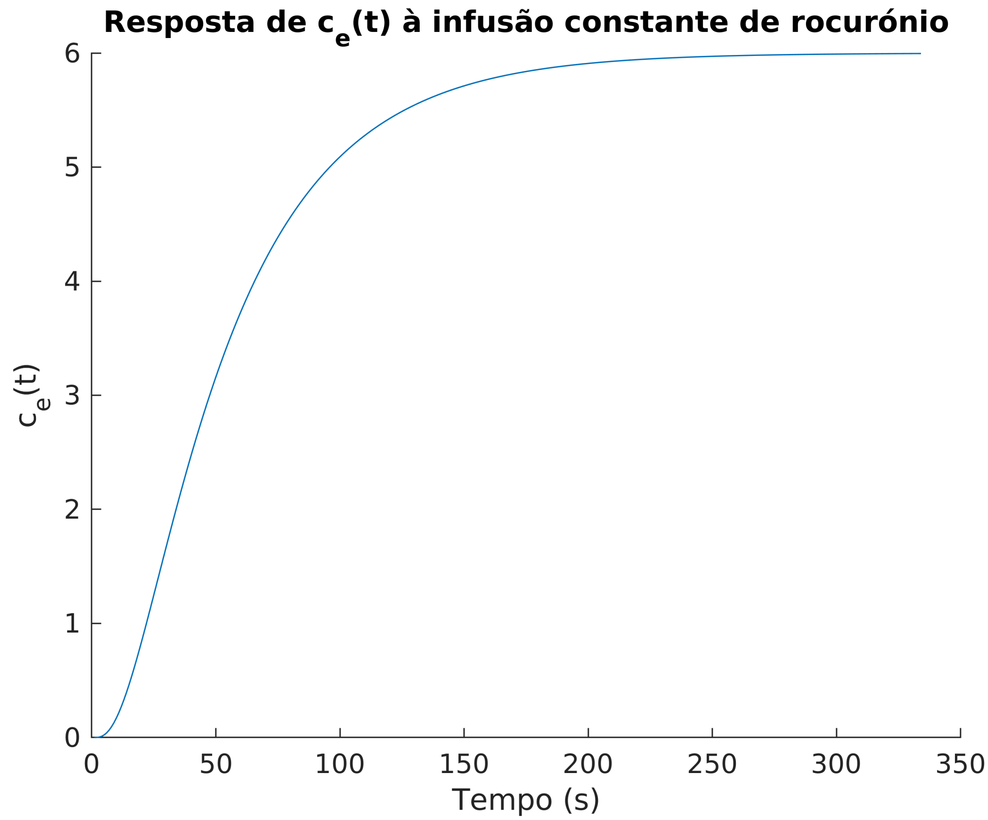
```
plot(constant_infusion);
xlabel('Tempo (s)');
ylabel('c_{e}(t)');
title('Resposta de c_{e}(t) à infusão constante de rocurónio');
```

c)

```
[Z, gain] = zero(sys);
gain
```

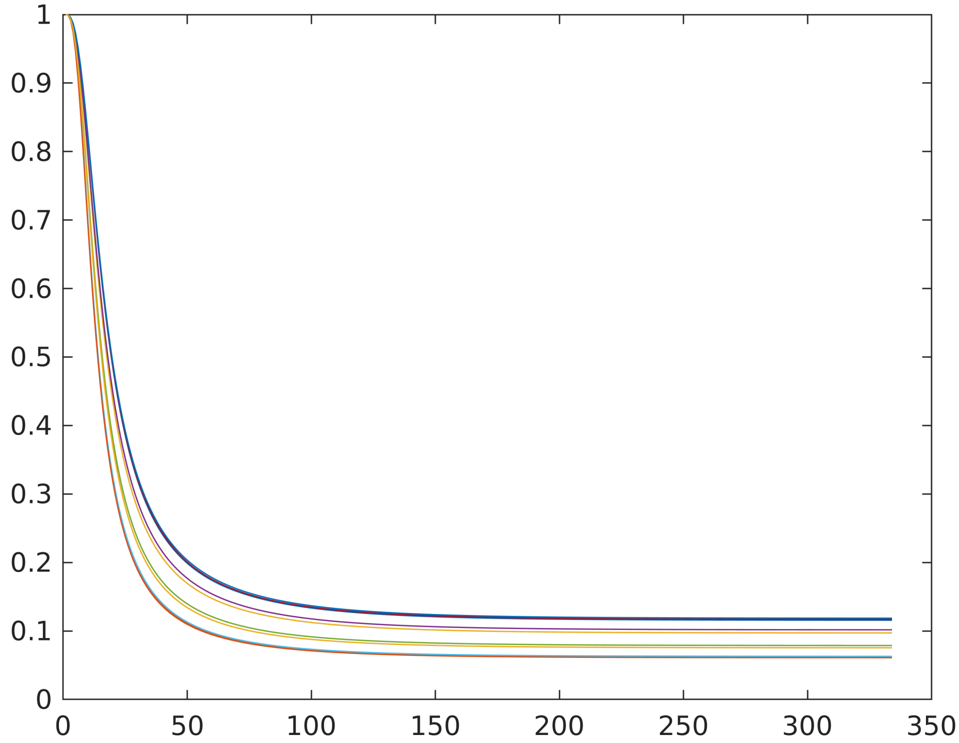
```
gain = 0.0089
```

```
hold off;
```



d)

```
figure(4);
plot(Rt(constant_infusion, repmat(sample(:, 2)', length(constant_infusion), 1)));
```

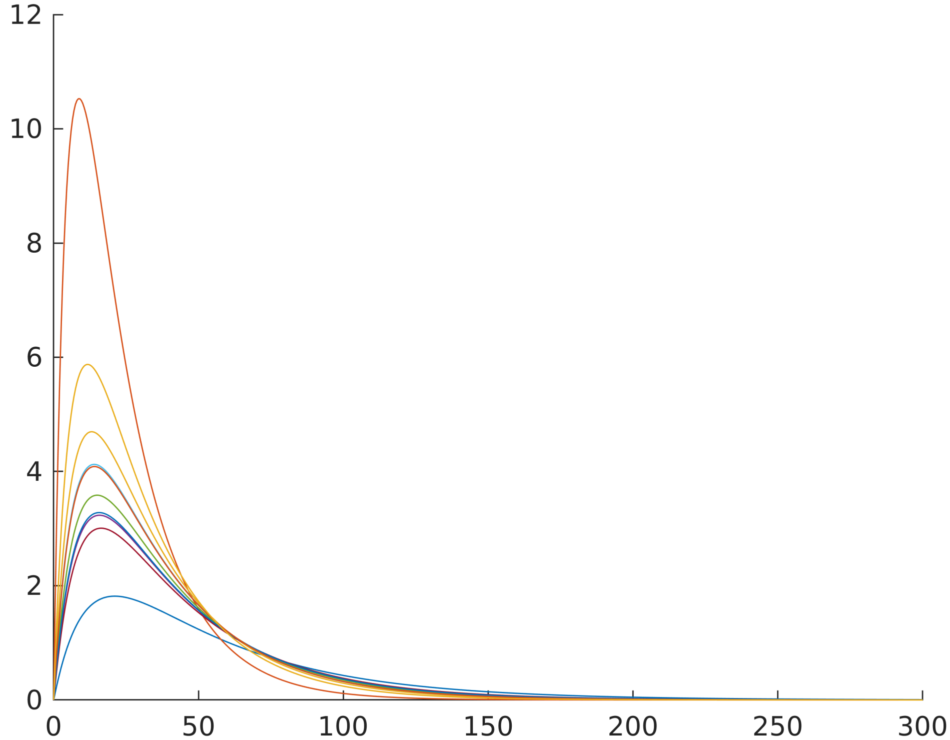


e)

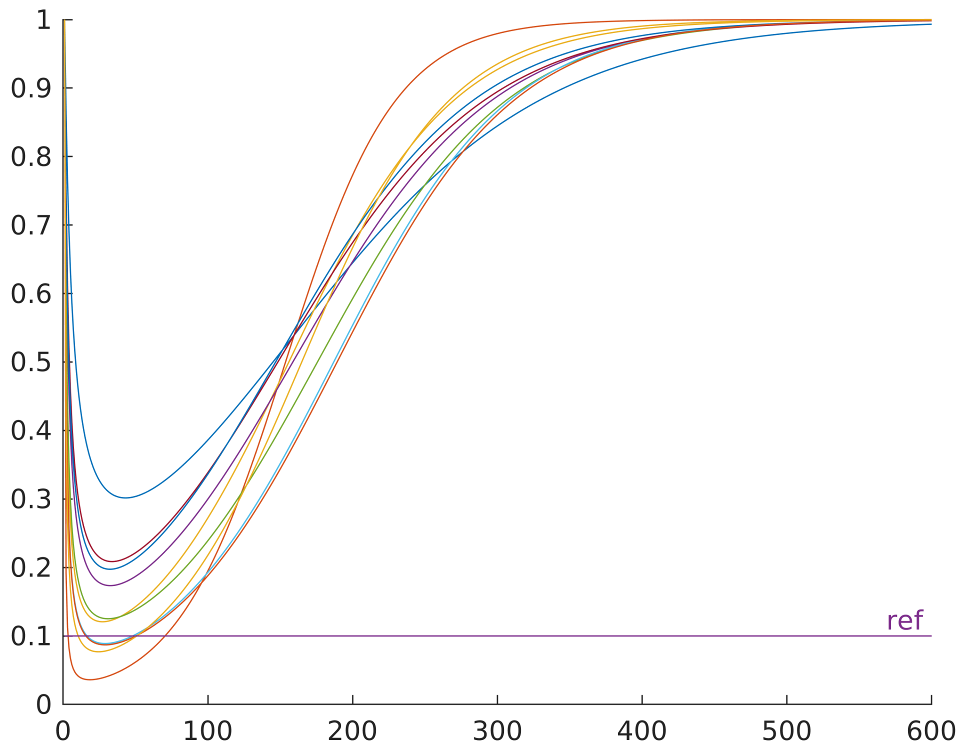
Os polos são $-\alpha$ e -4α.

$40 * a^3/((s+a)*(s+4*a)) = 40*a^3/(s^2+5*a*s+4*a^2)$

```
figure(5);
hold on;
H = @(a) tf(40*a^3, [1 5*a 4*a^2]);
t = linspace(0, 300, t_size);
Ce_h = zeros(t_size, sample_size);
for idx = 1 : sample_size
    a = sample(idx, 1);
    Ce_h(:, idx) = impulse(H(a) * 600, t);
end
plot(t, Ce_h);
hold off;
```




```
figure(6);
hold on;
plot(Rt(Ce_h, repmat(sample(:, 2)', t_size, 1)));
label(plot(ones(t_size, 1) * 0.1), 'ref', 'location', 'right');
hold off;
```



f)

Como podemos observar pelos dois gráficos apresentados em cima, estes têm comportamentos semelhantes aos correspondentes à função de transferência exata, exceto que apresentam uma magnitude diferente. Verificamos que com esta aproximação, o modelo não tem o desempenho pretendido já que muito poucos pacientes atingem o nível de NBM de referência com a administração do bólus inicial.

Questão 3

a)

Obtenção do modelo (A,B,C,D) para o sistema input/output através da Função de Transferência.

$$G(s) = \frac{40\,\alpha^{3}}{s^3 + 15\,\alpha\, s^2 + 50\,\alpha^2\, s + 40\,\alpha^3} \iff$$

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{40\,\alpha^{3}}{s^3 + 15\,\alpha\, s^2 + 50\,\alpha^2\, s + 40\,\alpha^3} \iff$$

$$Y(s) \cdot (s^3 + 15\,\alpha\, s^2 + 50\,\alpha^2\, s + 40\,\alpha^{3}) = 40\,\alpha\, U(t)$$

No domínio do tempo, pela $\mathscr{L}^{-1}$: $\dddot{y}(t) + 15\alpha\ddot{y} + 50\alpha^2\dot{y}(t) + 40\alpha^3 y(t) = 40\alpha u(t)$

Ora temos que:

$y(t) = y \ = x_1$

$\dot{y}(t) = x_2 = \ \dot{x}_1$

$\ddot{y}(t) = x_3 = \ \dot{x}_2$

$\dddot{y}(t) = \dot{x_3}$

$u(t) = u$

Assim,

$$\dot{x_3} + 15\,\alpha\,x_3 + 50\,\alpha^2\,x_2 + 40\,\alpha^3\,x_1 = 40\,\alpha^3\,u \Longleftrightarrow$$
$$\dot{x_3} = -40\,\alpha^3\,x_1 - 50\,\alpha^2\,x_2 - 15\,\alpha\,x_3 + 40\,\alpha^3\,u$$

Chegamos assim ao modelo de espaço de estados na forma canonica controlável na forma matricial:

$$\dot{x} = \overset{A}{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -40\alpha^3 & -50\alpha^2 & -15\alpha \end{bmatrix}} x + \overset{B}{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 40\alpha^3 \end{bmatrix}} u$$

$$y = \underbrace{\begin{array}{ccc} x_1 & x_2 & x_3 \\ \hline \end{array}}_{} \!\!\!\!\!\!\!\!\!\!\!\!\!\!\! \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{C} x + \underbrace{[0]}_{D} u$$

b)

```
alpha = mean(sample(:, 1));
[num, den] = tfdata(G(alpha), 'v');
[A, B, C, D] = tf2ss(num, den)
```

```
A = 3×3
   -0.4995   -0.0599   -0.0015
    1.0000         0         0
         0    1.0000         0
B = 3×1
     1
     0
     0
C = 1×3
         0         0    0.0015
D = 0
```

```
sys_ss = ss(A, B, C, D)
```

```
sys_ss =

  A =
              x1         x2         x3
   x1    -0.4995   -0.05989  -0.001477
   x2          1          0          0
   x3          0          1          0

  B =
       u1
   x1   1
```

```
    x2   0
    x3   0

  C =
              x1        x2        x3
    y1         0         0  0.001477

  D =
        u1
    y1   0

Continuous-time state-space model.
```

```
Co = ctrb(sys_ss)
```

```
Co = 3×3
    1.0000   -0.4995    0.1896
         0    1.0000   -0.4995
         0         0    1.0000
```

Número de estados não controláveis:

```
unco = length(A) - rank(Co)
```

```
unco = 0
```

Concluímos assim, pelo teste de Kalman, que o sistema é controlável.

Por meio do MATLAB, conseguimos também testar a estabilidade do sistema da seguinte forma:

```
B = isstable(sys_ss)
```

```
B = logical
   1
```

Sendo este um sistema de tempo contínuo, deduzimos assim que todos os polos se localizam na metade esquerda aberta do plano complexo.

c)

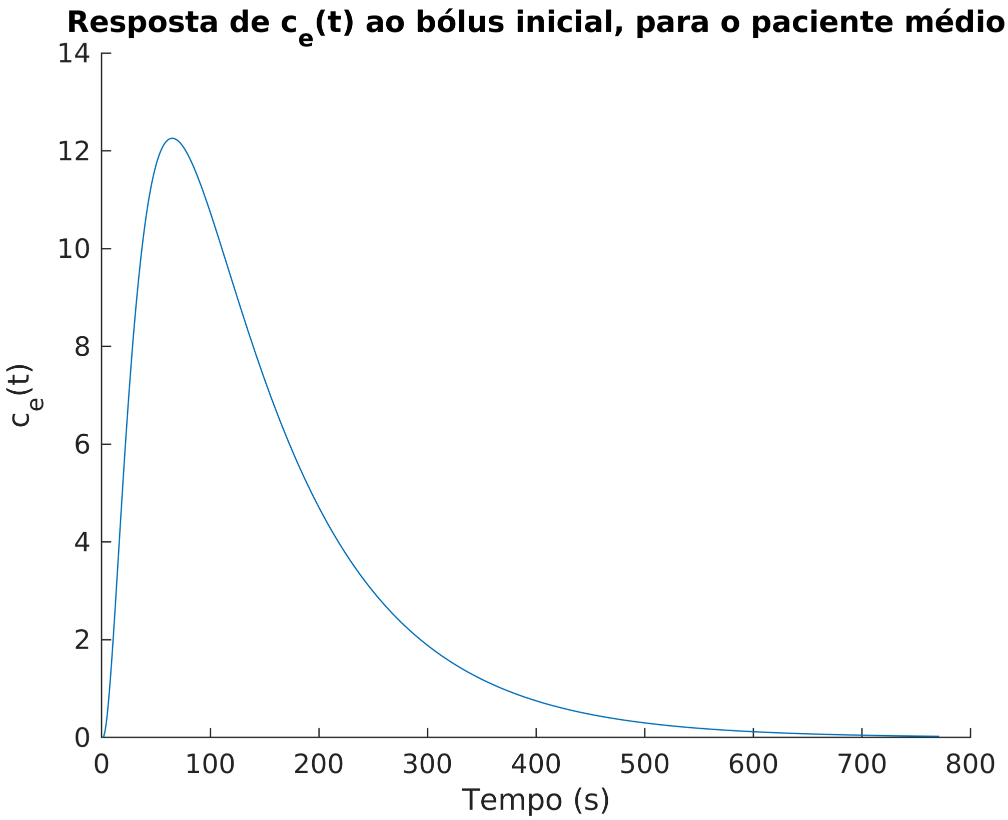
```
figure(7);
hold on;
alpha = mean(sample(:, 1))
```

```
alpha = 0.0333
```

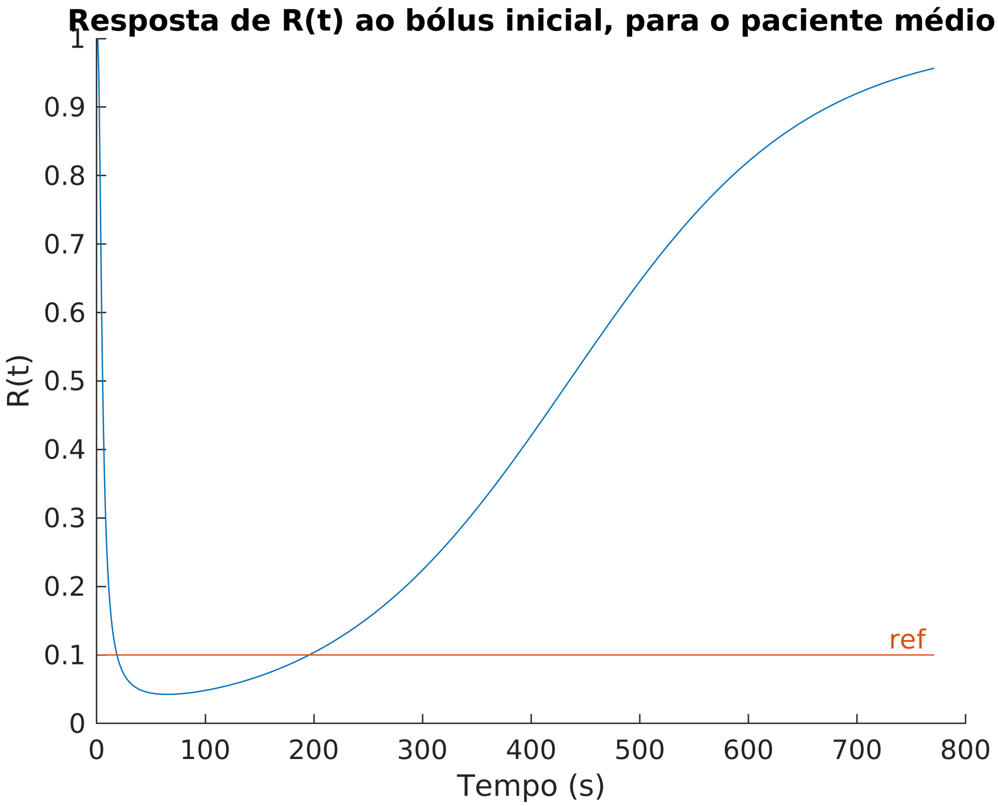
```
gamma = mean(sample(:, 2))
```

```
gamma = 1.8376
```

```
ce = impulse(G(alpha) * 600);
plot(ce);
xlabel('Tempo (s)');
ylabel('c_{e}(t)');
title('Resposta de c_{e}(t) ao bólus inicial, para o paciente médio');
hold off;
```




```
figure(8);
hold on;
plot(Rt(ce, gamma));
xlabel('Tempo (s)');
ylabel('R(t)');
title('Resposta de R(t) ao bólus inicial, para o paciente médio');
label(plot(ones(length(ce), 1) * 0.1), 'ref', 'location', 'right');
hold off;
```


Resposta de R(t) ao bólus inicial, para o paciente médio
R(t)
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1
ref
0
100
200
300
400
500
600
700
800
Tempo (s)