PRACA DOMOWA 5
ASC - 02 czerwca 2014r.
MARTA SOMMER – BSMAD – 237503

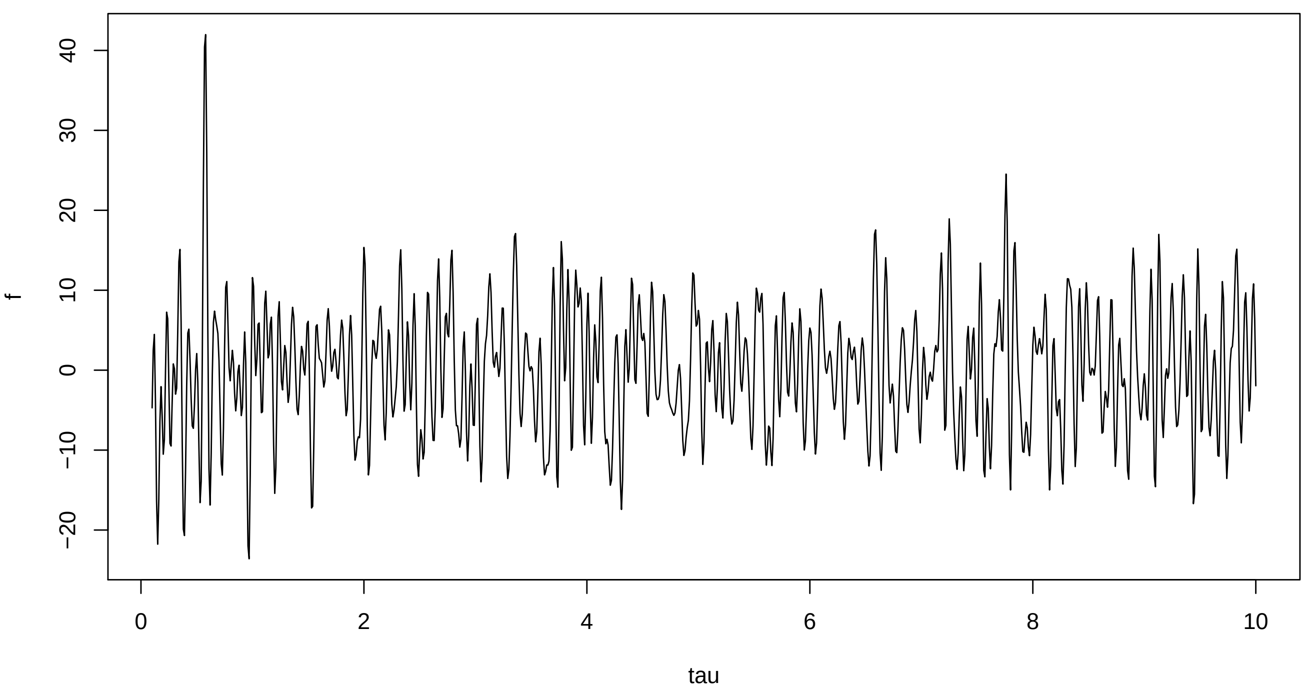
Rozważamy pomiary pewnej skwantowanej wielkości tzn. pomiary pochodzące z modelu:

$$x_i = M_i \cdot q + \varepsilon_i,$$

gdzie $M_i \in \mathbb{N}$, ε_i to błędy pomiaru, a q jest szukaną jednostką (wartością kwantu). Chcemy wyznaczyć estymator $\hat{q}$ przy pomocy kwantogramu danego wzorem:

$$\varphi(\tau) = \sum_{i=1}^{n} \cos(2\pi\tau \cdot x_i)$$

Wczytujemy dane i tworzymy funkcję kwantogramu zależną od τ. Następnie tworzymy siatkę wartości τ i tworzymy wykres:



Zróbmy małe przeliczenie:

$$\varphi(\tau) = \sum_{i=1}^{n} \cos(2\pi\tau \cdot x_i) = \sum_{i=1}^{n} \cos(2\pi\tau \cdot (M_i \cdot q + \varepsilon_i)) = \sum_{i=1}^{n} \cos(2\pi\tau \cdot M_i \cdot q + 2\pi\tau\varepsilon_i)$$

Jeśli przyjmiemy $q = \frac{1}{\tau}$, to otrzymamy:

$$\varphi(\tau) = \sum_{i=1}^{n} \cos(2\pi \cdot M_i + \frac{2\pi}{q}\varepsilon_i)$$

Jeśli błędy są niewielkie (a według założeń tak właśnie być powinno), to człon $\frac{2\pi}{q}\varepsilon_i$ dąży do zera. Wtedy:

$$\varphi(\tau) \sim \sum_{i=1}^{n} \cos(2\pi \cdot M_i)$$

Ale $M_i \in \mathbb{N}$, więc $\cos(2\pi \cdot M_i) = 1$, czyli:

$$\varphi(\tau) \sim \sum_{i=1}^{n} 1 = n$$

Czyli w punkcie $\tau = \frac{1}{q}$ powinniśmy otrzymać jakąś dużą wartość (taki pik). Największa wartość w naszym szeregu (co też łatwo widać na wykresie) jest dla τ równego $0,58$, co przekłada się na $q = 1,72$. Zatem estymatorem naszego q będzie właśnie ta wartość.