C6 - Karty sum skumulowanych CUSUM

Zadanie 1
Dla danych z tabeli A, przyjmując $\mu_0 = 10$, $\mu_1 = 11$ i $\sigma = 1$, przeprowadzić standardowy test CUSUM (V-mask) dla przesunięcia wartości średniej o $0,5\sigma$, σ i 2σ. Porównać zachowanie się tych kart przy sterowaniu do wartości μ_0 oraz do wartości $\mu^* = \frac{\mu_0+\mu_1}{2}$.
Porównać skuteczność tej karty ze standardową kartą $(\bar{X}, s)$ oraz z kartą Page'a dla $k = 0,5$, $k = 1$ i $k = 2$.

Zadanie 2
Sprawdzić zachowanie się testu FIR CUSUM dla zestawu danych z tabeli A, zakładając $\mu_0 = 10$, $\mu_1 = 11$ i $\sigma = 1$, $k = 1$, $h = 4$, $SH_0 = SL_0 = 2$ (parametr *Headstart*) oraz

a. rozpoczynając procedurę testowania od próbki 1;

b. rozpoczynając procedurę testowania od próbki 11;

c. rozpoczynając procedurę testowania od próbki 21.

Zinterpretować wyniki.

Zadanie 3
Rozważyć dane z tabeli A. Wyznaczyć wartości liczbowe estymatorów wartości średniej i odchylenia standardowego. Następnie, przyjmując $r = 0,333$ (λ), skonstruować kartę kontrolną EWMA. Rozważyć trzy przypadki inicjalizacji kartu (ustawienia wartości sumy skumulowanej w chwili 0).

(1) *Centerline (constant limits)*: $\hat{\bar{x}}_0 = \bar{\bar{x}}_{40}$ jest równe linii centralnej. Linie kontrolne są stałe dla wszystkich próbek wyznaczone na podstawie średniej ogólnej.

(2) *Centerline (variable limits)*: $\hat{\bar{x}}_0 = \bar{\bar{x}}_{40}$ jest równe linii centralnej. Linie kontrolne są funkcją schodkową, zależną od średniej skumulowanej, z uwzględnieniem rosnącej wraz z j zmiennością sumy skumulowanej $\hat{\bar{x}}_j$.

(3) *Initial data values*: $\hat{\bar{x}}_0 = \bar{x}_1$. Linie kontrolne są funkcją schodkową, zależną od średniej skumulowanej, z uwzględnieniem malejącej wraz z j zmiennością sumy skumulowanej $\hat{\bar{x}}_j$.

Powtórzyć analizę dla $r = 0,25$. Zinterpretować wyniki.

Zadanie 4
Zbadać dane z tabeli A kartą kontrolną MA dla różnych rzędów średniej ruchomej. Porównać jej skuteczność z wcześniej stosowanymi kartami.

Zadanie 5
Przy użyciu tablicy dystrybuanty rozkładu normalnego, wyznaczyć średnią długość serii *ARL* dla standardowej karty kontrolnej średnich przy przesunięciu wartości średniej, wyrażonym w jednostkach standardowych, o 0, 1, 2 i 4.

Zadanie 6

Rozważmy następujące dane z tabeli B, pochodzące z symulacji, odpowiadające standaryzowanym, próbkowym wartościom średnim 50 próbek o liczności 4. Standaryzacji dokonano zakładając, że wariancja jest znana i równa 4 a wartość średnia jest równa wartości nominalnej μ_0. Przypuszcza się jednakże, iż możliwe jest przesunięcie się wartości średniej o 1 (w jednostkach standaryzowanych $\sqrt{n}|\mu_1 - \mu_0|/\sigma$) w górę. W rzeczywistości, pierwsze 20 próbek pochodzi z rozkładu $N(0,1)$ podczas, gdy próbki od 21 do 50 pochodzą z rozkładu $N(1,1)$.

a. Przeprowadzić standardowy test CUSUM dla przesunięcia wartości średniej, przyjmując

$$\mathcal{R}_1 = N\left[\bar{\bar{z}}_N - 0,5\right]$$

ponieważ dane są w jednostkach standardowych.

b. Skonstruować kartę kontrolną CUSUM Shewharta (w oparciu o statystykę $\mathcal{R}_2$) dla standaryzowanych średnich próbkowych.

c. Hipotezę o braku przesunięcia wartości średniej zweryfikować czterema testami CUSUM Page'a dla standaryzowanych próbkowych wartości średnich. We wszystkich przypadkach przyjąć h=4 oraz k=0.25, 0,5, 1 i 2, odpowiednio. Skomentować uzyskane wyniki.

Zadanie 7

Dane w arkuszu Tabela E pochodzą z symulacji procesu z dryfem wartości oczekiwanej ($\mu_0 = 10$, $\sigma = 0,1$ i $\tau = 0,01$). Powtórzyć testy z zadań 1-4 oraz kartę kontrolną Shewharta. Dla statystyki $\mathcal{R}_1$ przyjąć $\frac{\mu_0+\mu_1}{2} = 10$. W przypadku $\mathcal{R}_2$ przyjąć $\mu_0 = 10$.

Zadanie 8

Dane w Tabeli F pochodzą z kontroli nadmiarowej zaworów ciśnieniowych do autoklawów stosowanych w przemyśle spożywczym. Zakład produkujący autoklawy zaopatrywany jest w zawory przez dwóch dostawców. Wiadomo, że pierwszy, droższy dostawca dostarczył zawory z próbek 1-20. Pozostałych 10 próbek pochodzi od drugiego dostawcy. Załóżmy, że celem firmy jest podpisanie umowy z takim dostawcą, który jest w stanie utrzymać frakcję jednostek wadliwych zawsze poniżej 5% i średnio zapewnić 3% poziom wadliwości. Użyć testu CUSUM opartego na ocenach alternatywnych (statystyka $\mathcal{R}_5$) do zweryfikowania przypuszczenia o tym, że pierwszy z poddostawców spełnia te wymagania.

Rozwiązania zadań 7-8 w formie sprawozdania.