Karty kontrolne wartości średniej i odchylenia standardowego

Zofia Plackowska i Marta Sommer

14 stycznia 2014

SSP - wprowadzenie

SSP składa się z trzech zasadniczych kroków:

1. sporządzenie dokładnego diagramu procesu produkcji,
2. pobieranie losowych próbek i dokonywanie na nich pomiarów w regularnych odstępach czasu i na wielu etapach procesu produkcji,
3. użycie zaobserwowanych przypadków rozregulowania procesu (na danym etapie) do wykrycia ich przyczyn, tak by można było te przyczyny usunąć.

SSP - wprowadzenie

Główne założenia:

1. maszyny nie zachowują się jak ludzie
2. celem nie jest pracowanie ciężko, lecz inteligentnie
3. SSP to nie to samo, co kontrola odbiorcza
4. etapowa, stała poprawa jakości

Proces z dryfem wartości oczekiwanej

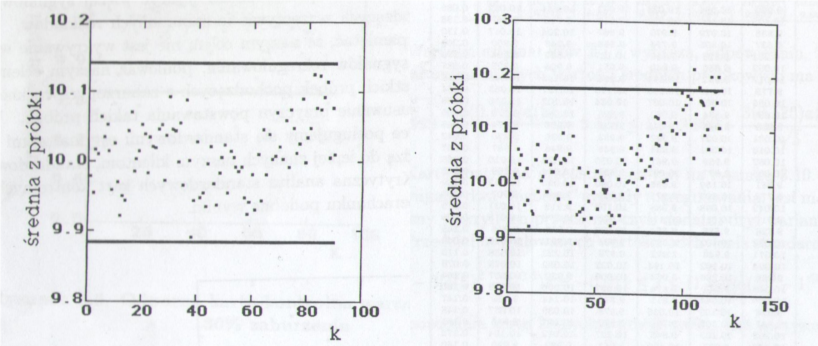
Rozważmy przykład związany z produkcją śrub. Załóżmy, że w chwili t, pobrana próbka ma rozkład $\mathcal{N}(\mu_t, \sigma^2)$ oraz że wartość μ_t zmienia się w czasie ("dryfuje"), zgodnie z poniższym równaniem rekurencyjnym

$$\mu_t = \mu_{t-1} + \epsilon_t,$$

gdzie ϵ_t jest zmienną losową o wartości oczekiwanej 0 i wariancji τ^2.

Proces z dryfem wartości oczekiwanej

Dla symulacji z parametrami: $\mu_1 = 10$, $\sigma = 0.1$ oraz $\tau = 0.01$, otrzymujemy następujące karty kontrolne wartości średniej:



Rysunek : Karta kontrolna wartości średniej przy dryfie średniej

Karta kontrolna różnic wartości średnich

Zbudujmy następujący model:

$$x_{t,j} = \mu_t + \eta_{t,j},$$

gdzie $j = 1, \ldots, n$, $\eta_{t,j} \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ oraz

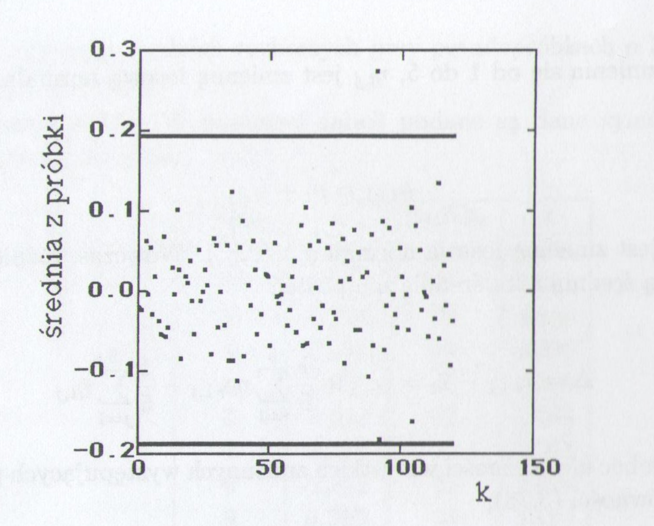
$$\mu_t = \mu_{t-1} + \epsilon_t,$$

gdzie $\epsilon_t \sim \mathcal{N}(0, \tau^2)$. Wówczas definiujemy różnicę między $(t+1)$-szą i t-tą średnią:

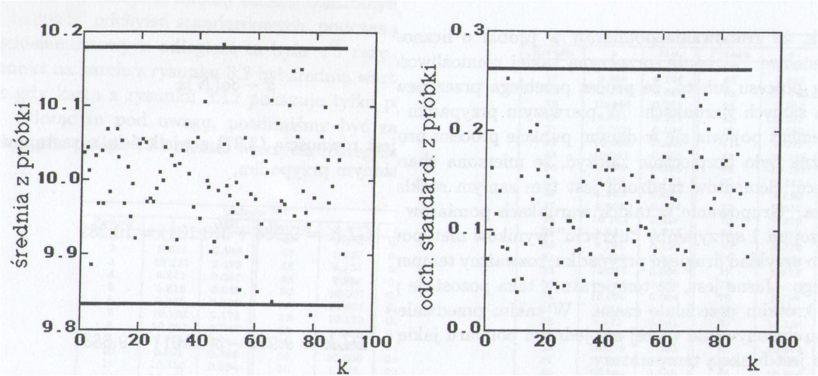
$$\Delta = \overline{x}_{t+1} - \overline{x}_t.$$

Możemy dla niej skonstruować kartę kontrolną wartości średnich.

Karta kontrolna różnic wartości średnich



Rysunek : Karta kontrolna różnic wartości średnich przy dryfie średniej



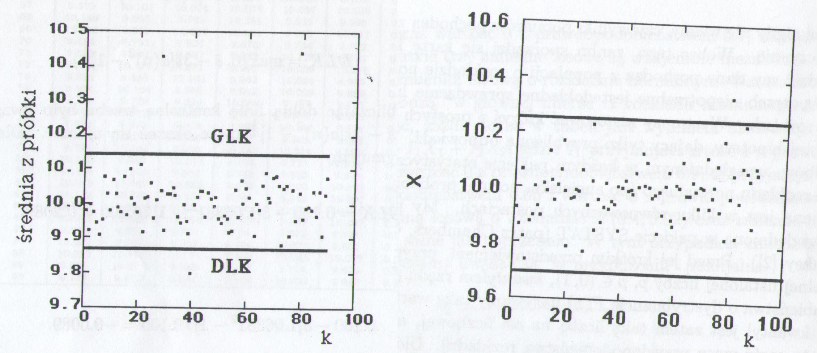
Rysunek : Karta kontrolna wartości średniej i odchylenia standardowego przy dryfie wariancji

Karty kontrolne dla pojedynczych pomiarów

Zamiast średnich próbkowych umieszczamy wyniki pomiarów, a zamiast średniej odchyleń standardowych wyznaczamy odchylenie standardowe wszystkich pomiarów. GLK i DLK wyznaczamy więc z następującego wzoru:

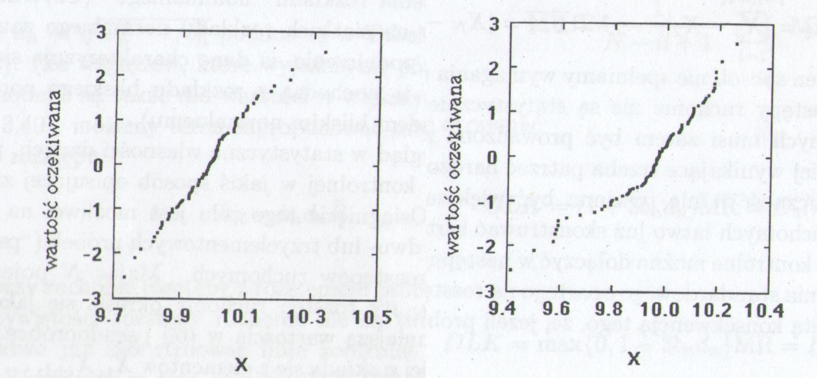
$$\overline{x} \pm 3a(N)s,$$

gdzie $a(N)$ wyznaczamy jak w przypadku zwykłej karty kontrolnej z wielkością n zastąpioną przez N.



Rysunek : Zwykła karta kontrolna wartości średnich oraz karta kontrolna wartości średnich pojedynczych pomiarów

Stosujemy tu tzw. siatkę rozkładu normalnego.



Rysunek : Dwie siatki rozkładu normalnego - pierwszy rozkład jest normalny, a drugi nie

Rozstępy ruchome

Mamy N pojedynczych obserwacji: $X_1, \ldots, X_N$. i-ty **rozstęp ruchomy** określa się jako różnicę między największą i najmniejszą wartością w tzw. i-tej pseudopróbce. Z kolei i-ta pseudopróbka o liczności n składa się z elementów $X_i, X_{i+1}, \ldots, X_{i+n-1}$, gdzie $i = 1, 2, \ldots, N-n+1$. Zwykle przyjmuje się liczność pseudopróbki 2 lub 3. Więc, jeśli $n = 2$ mamy:

$$MR_1 = |X_2 - X_1|, MR_2 = |X_3 - X_2|, \ldots, MR_{N-1} = |X_N - X_{N-1}|$$

Linie kontrolne dla karty rozstępu ruchomego konstruuje się przyjmując za GLK i DLK następujące wartości:

$$GLK = D_4(n)\overline{MR}$$

$$DLK = D_3(n)\overline{MR},$$

gdzie $D_3(n)$ i $D_4(n)$ są to pewne stałe.

Wydolność procesu

Miary wydolności procesu:

- wskaźnik zdolności:

$$C_p = \frac{T_g - T_d}{6\hat{\sigma}},$$

  gdzie T_g, T_d - odpowiednio górna i dolna granica tolerancji

- wskaźnik wydajności:

$$C_{pk} = \frac{Z_{min}}{3},$$

  gdzie $Z_{min} = \min\{Z_{T_g}, -Z_{T_d}\}$ oraz $Z_{T_g} = \frac{T_g - \overline{\overline{x}}}{\hat{\sigma}}$ i $Z_{T_d} = \frac{T_d - \overline{\overline{x}}}{\hat{\sigma}}$

Bibliografia

J. Koronacki: *Statystyczne sterowanie procesem. Metoda Deminga etapowej optymalizacji jakości*, Akademicka Oficyna Wydawnicza PLJ, Warszawa 1994

Dziękujemy za uwagę