SPRAWOZDANIE 1
EKONOMETRIA - 14 lutego 2014r.
MARTA SOMMER – BSMAD – 237503

Zadanie 1.

Wczytajmy dane i dopasujmy model liniowy (zmienna *liniowa*):

$$pop = \beta_0 + \beta_1 \cdot cena + \beta_2 \cdot doch$$

przy uwzględnieniu inflacji i ludności kraju.

```
a <- read.table("C:\\Users\\Marta\\Desktop\\Marta\\studia\\rok4\\Ekonometria\\spr1\\lab1_zad1.csv",
    sep = ";", header = TRUE)

y <- a$pop/(a$CPI * a$ludnosc)
x <- matrix(c(a$cena/a$CPI, a$doch/a$CPI), ncol = 2)
colnames(x) <- c("cena2", "dochod2")

liniowa <- lm(y ~ x)
summary(liniowa)

##
## Call:
## lm(formula = y ~ x)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.00892 -0.00345  0.00043  0.00315  0.00844
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)   0.0847     0.0273    3.10    0.017 *
## xcena2       -0.4898     0.4518   -1.08    0.314
## xdochod2      0.0493     0.0320    1.54    0.167
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.00574 on 7 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.263,Adjusted R-squared:  0.0526
## F-statistic: 1.25 on 2 and 7 DF,  p-value: 0.343
```

$P - value$ testu F wynosi $0,3435$, jest zatem bardzo duże, czyli nie mamy podstaw do odrzucenia hipotezy o nieistotności całego modelu. W praktyce oznacza to, że popyt na alkohol nie zależy od ceny i dochodu. Wynik może nieco dziwić, ale wnosi on tyle, że alkohol jest dobrem pierwszej potrzeby i że zawsze będzie na niego popyt (w pewnym sensie i w pewnych granicach niezależnie od jego ceny i od dochodów ludności).

Przyjrzyjmy się jednak elastyczności, która wskaże pewną tendencję przydatną w interpretacji. Elastyczność cenowa w modelu liniowym ($elast\_cen\_liniowy$) wyraża się wzorem:

$$\varepsilon^C = \beta_1 \cdot \frac{cena}{pop}$$

zaś elastyczność dochodowa (*elast_ dochod_ potegowy*) wzorem:

$$\varepsilon^I = \beta_2 \cdot \frac{doch}{pop}$$

Są to wektory, tak więc je uśredniamy.

```
elast_cen_liniowy <- (liniowa$coefficients[2] * x[, "cena2"])/y
elast_dochod_liniowy <- (liniowa$coefficients[3] * x[, "dochod2"])/y
mean(elast_cen_liniowy)

## [1] -0.1482

mean(elast_dochod_liniowy)

## [1] 0.4198
```

Elastyczność cenowa wynosi $-0,1482$, czyli przy wzroście ceny o 1%, popyt maleje o 0,15%. Elastyczność dochodowa wynosi 0,4198, czyli przy wzroście dochodu o 1%, popyt rośnie o 0,42%. Obie tendencje wydają się sensowne.

Dopasujmy teraz model potęgowy (zmienna *potegowa*):

$$pop = \beta_0 \cdot cena^{\beta 1} \cdot doch^{\beta_2}$$

```
potegowa <- lm(log(y) ~ log(x))
summary(potegowa)

##
## Call:
## lm(formula = log(y) ~ log(x))
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.07867 -0.02833  0.00405  0.02437  0.07560
##
## Coefficients:
##                Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)      -2.521      0.383   -6.58  0.00031 ***
## log(x)cena2      -0.111      0.114   -0.97  0.36397
## log(x)dochod2     0.369      0.276    1.34  0.22352
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.0496 on 7 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.213,Adjusted R-squared:  -0.0123
## F-statistic: 0.945 on 2 and 7 DF,  p-value: 0.433
```

Z testu F wynika, że w tym modelu zmienne również nie są istotne ($p - value = 0,433$).

Zbadajmy jeszcze elastyczność, która dla modelu potęgowego wyraża się wzorami, odpowiednio:

$$\varepsilon^C = \beta_1$$

$$\varepsilon^I = \beta_2$$

```r
elast_cen_potegowy <- potegowa$coefficients[2]
elast_dochod_potegowy <- potegowa$coefficients[3]
elast_cen_potegowy
```

```
## log(x)cena2
##     -0.1111
```

```r
elast_dochod_potegowy
```

```
## log(x)dochod2
##        0.3692
```

Elastyczność cenowa wynosi $-0,1111$, czyli przy wzroście ceny o 1%, popyt maleje o $0,11\%$. Elastyczność dochodowa wynosi $0,3692$, czyli przy wzroście dochodu o 1%, popyt rośnie o $0,37\%$. Wyniki są więc bardzo zbliżone do tych z modelu liniowego.

Zadanie 2.

Dopasujmy model potęgowy:

$$\ln q = \beta_0 + \beta_1 \ln p + \beta_2 \ln doch$$

```
zywn <- read.table("C:\\Users\\Marta\\Desktop\\Marta\\studia\\rok4\\Ekonometria\\spr1\\lab1_zad2.csv",
    sep = ";", header = TRUE)
attach(zywn)

l <- lm(log(q) ~ log(p) + log(doch), data = zywn)
summary(l)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = log(q) ~ log(p) + log(doch), data = zywn)
##
## Residuals:
##       Min        1Q    Median        3Q       Max
## -0.020763 -0.007164  0.000065  0.008644  0.015038
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)   4.0473     0.1360   29.76   <2e-16 ***
## log(p)       -0.1189     0.0404   -2.95   0.0066 **
## log(doch)     0.2412     0.0134   17.95   <2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.0103 on 27 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.973,Adjusted R-squared:  0.971
## F-statistic:  488 on 2 and 27 DF,  p-value: <2e-16
```

$P - value$ testu F jest małe i wynosi $< 2e - 16$, zatem odrzucamy hipotezę o nieistotności zmiennych w modelu (krótko mówiąc - model ma sens). Poza tym zmodyfikowany współczynnik R^2 jest równy $0,971$, jest zatem bardzo duży, co świadczy o dobrym dopasowaniu modelu.

Elastyczność cenowa i dochodowa tego modelu to, odpowiednio, współczynniki $\beta_1 (= -0,1189)$ i β_2 $(= 0,2412)$. Tak więc, gdy cena rośnie, to popyt na żywność minimalnie maleje, a gdy dochód rośnie, to popyt mimimalnie rośnie. Fakt, że nie jest to duży spadek (lub wzrost) można tłumaczyć tym, że żywność jest produktem pierwszej potrzeby.

Dopasujmy teraz model z interakcjami:

$$\ln q = \beta_0 + \beta_1 \ln p + \beta_2 \ln doch + \beta_3 \ln p \ln doch$$

```
ll <- lm(log(q) ~ log(p) * log(doch), data = zywn)
summary(ll)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = log(q) ~ log(p) * log(doch), data = zywn)
##
## Residuals:
##       Min        1Q    Median        3Q       Max
## -0.018870 -0.006899 -0.000065  0.007257  0.015455
```

```
##
## Coefficients:
##                  Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)        8.0290     1.7981    4.47  0.00014 ***
## log(p)            -0.9963     0.3970   -2.51  0.01866 *
## log(doch)         -0.7184     0.4324   -1.66  0.10866
## log(p):log(doch)   0.2112     0.0951    2.22  0.03535 *
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.00963 on 26 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.977,Adjusted R-squared:  0.975
## F-statistic:  375 on 3 and 26 DF,  p-value: <2e-16
```

Tutaj model również ma sens (zmienne są istotne), a zmodyfikowany współczynnik R^2 jest nawet nieco lepszy niż w zwykłym modelu potęgowym (wynosi $0,975$). Przyjrzyjmy się elastyczności cenowej i dochodowej w tym modelu. Będzie ona wynosiła, odpowiednio:

$$
\begin{aligned}
\varepsilon^C &= \beta_1 + \beta_3 \ln(doch) \\
\varepsilon^I &= \beta_2 + \beta_3 \ln(p)
\end{aligned}
$$

i również będzie wektorem, więc rozpatrzymy jej średnią.

```
elast_cen <- ll$coefficients[2] + ll$coefficients[4] * log(zywn$doch)
elast_doch <- ll$coefficients[3] + ll$coefficients[4] * log(zywn$p)
mean(elast_cen)

## [1] -0.09084

mean(elast_doch)

## [1] 0.2394
```

Widać więc, że elastyczność jest bardzo zbliżona do tej z modelu bez interakcji i odpowiednia tendencja jest zachowana.

Wróćmy do zwykłego modelu potęgowego. Zbadajmy stabilność funkcji popytu przy pomocy testu Chowa.

```
library("strucchange")
sctest(log(q) ~ log(p) + log(doch), data = zywn, type = "Chow")

##
##  Chow test
##
## data:  log(q) ~ log(p) + log(doch)
## F = 5.54, p-value = 0.004913
```

$P-value$ testu wyszło bardzo małe $(0,004913)$, więc odrzucamy hipotezę o stabilności, zatem funkcja popytu dla tego modelu nie jest stabilna. Rozważmy więc podokresy (przed i po wojnie) i przekonajmy się, czy taki model będzie lepiej dopasowany.

```
l_przed_wojna <- lm(log(q) ~ log(p) + log(doch), data = zywn[1:15, ])
summary(l_przed_wojna)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = log(q) ~ log(p) + log(doch), data = zywn[1:15, ])
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.01581 -0.00570  0.00228  0.00694  0.01448
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)   4.5549     0.2009   22.67  3.2e-11 ***
## log(p)       -0.2352     0.0534   -4.41  0.00086 ***
## log(doch)     0.2432     0.0229   10.63  1.9e-07 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.0098 on 12 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.907,Adjusted R-squared:  0.891
## F-statistic: 58.2 on 2 and 12 DF,  p-value: 6.64e-07
```

```
l_po_wojnie <- lm(log(q) ~ log(p) + log(doch), data = zywn[16:30, ])
summary(l_po_wojnie)
```

```
##
## Call:
## lm(formula = log(q) ~ log(p) + log(doch), data = zywn[16:30,
##     ])
##
## Residuals:
##       Min        1Q    Median        3Q       Max
## -0.012503 -0.004076 -0.000251  0.004325  0.012466
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept)   5.0522     0.9014    5.61  0.00012 ***
## log(p)       -0.2372     0.1540   -1.54  0.14947
## log(doch)     0.1407     0.0464    3.03  0.01037 *
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.00673 on 12 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.874,Adjusted R-squared:  0.853
## F-statistic: 41.7 on 2 and 12 DF,  p-value: 3.97e-06
```

Oba modele mają sens ($p-value$ testu F małe). Zmodyfikowany współczynnik R^2 jest nieco gorszy niż w modelu dopasowanym dla wszystkich danych, może to jednak być skutkiem mniejszej o połowę liczby danych, jak również ewentualnego wpływu obserwacji odstających.

Zbadajmy jeszcze stabilność w podokresach:

```
sctest(log(q) ~ log(p) + log(doch), data = zywn[1:15, ], type = "Chow")
```

```
##
##  Chow test
```

```
##
## data:  log(q) ~ log(p) + log(doch)
## F = 4.168, p-value = 0.0416
```

```r
sctest(log(q) ~ log(p) + log(doch), data = zywn[16:30, ], type = "Chow")
```

```
##
##  Chow test
##
## data:  log(q) ~ log(p) + log(doch)
## F = 0.366, p-value = 0.7794
```

W okresie przed wojną $p-value$ jest równe $0,0416$, czyli wskazuje na niestabilność funkcji popytu, jednak w okresie po wojnie już zdecydowanie tę stabilność mamy ($p-value$ duże, równe $0,7794$).

Zadanie 3.

Wczytajmy dane i dopasujmy model potęgowy:

$$\ln \frac{G}{Pop} = \beta_0 + \beta_1 \ln Y + \beta_2 \ln Pg + \beta_3 \ln Pnc + \beta_4 \ln Puc$$

```
gas <- read.csv2("C:\\Users\\Marta\\Desktop\\Marta\\studia\\rok4\\Ekonometria\\spr1\\lab1_zad3.csv",
    sep = ";", header = TRUE)
attach(gas)

l <- lm(log(G/Pop) ~ log(Y) + log(Pg) + log(Pnc) + log(Puc), data = gas)
summary(l)

##
## Call:
## lm(formula = log(G/Pop) ~ log(Y) + log(Pg) + log(Pnc) + log(Puc),
##     data = gas)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.06504 -0.01884  0.00153  0.02079  0.05808
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) -12.3418     0.6749  -18.29   <2e-16 ***
## log(Y)        1.3734     0.0756   18.16   <2e-16 ***
## log(Pg)      -0.0591     0.0325   -1.82    0.079 .
## log(Pnc)     -0.1268     0.1270   -1.00    0.326
## log(Puc)     -0.1187     0.0813   -1.46    0.154
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.033 on 31 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.958,Adjusted R-squared:  0.953
## F-statistic:  177 on 4 and 31 DF,  p-value: <2e-16
```

$P - value$ testu F jest małe (wynosi $< 2e - 16$), zatem model ma sens (zmienne są istotne). Współczynnik R^2 modelu jest duży (0,9526), więc model jest dobrze dopasowany. Z testu t wynika, że istotne są tylko zmienne Pg i Y.

Jest to model potęgowy, więc elastyczności to po prostu współczynniki stojące przy odpowiednich zmiennych. Tak więc elastyczność cenowa dotycząca nowych samochodów wynosi $-0,13$. Czyli gdy cena nowych samochodów rośnie, to popyt na benzynę maleje. Elastyczność cenowa dotycząca samochodów używanych wynosi $-0,12$, czyli gdy cena samochodów używanych rośnie, to popyt nieznacznie maleje. Elastyczność cenowa dotycząca ceny benzyny wynosi $-0,06$, czyli przy wzroście ceny benzyny popyt na nią maleje. I wreszcie elastyczność dochodowa wynosi $1,37$, czyli przy wzroście dochodów ludności, popyt na benzynę też rośnie. Wyniki wydają się więc intuicyjne.

Zadanie 4.

Dla modelu z zadania 3. zbadajmy charakter elastyczności popytu na benzynę. Przypomnijmy, jak wygląda *summary* naszego modelu, a tym samym (ponieważ to był model potęgowy) jego elastyczności:

```
summary(l)

##
## Call:
## lm(formula = log(G/Pop) ~ log(Y) + log(Pg) + log(Pnc) + log(Puc),
##     data = gas)
##
## Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.06504 -0.01884  0.00153  0.02079  0.05808
##
## Coefficients:
##             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
## (Intercept) -12.3418     0.6749  -18.29   <2e-16 ***
## log(Y)        1.3734     0.0756   18.16   <2e-16 ***
## log(Pg)      -0.0591     0.0325   -1.82    0.079 .
## log(Pnc)     -0.1268     0.1270   -1.00    0.326
## log(Puc)     -0.1187     0.0813   -1.46    0.154
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## Residual standard error: 0.033 on 31 degrees of freedom
## Multiple R-squared:  0.958,Adjusted R-squared:  0.953
## F-statistic:  177 on 4 and 31 DF,  p-value: <2e-16
```

Zajmijmy się elastycznością dochodową. Z testu t wynika, że jest ona istotna, czyli nie jest równa 0. Widzimy, że jest równa $1,3734$, sprawdźmy zatem hipotezę:

$$\begin{aligned} H : \text{elastyczność dochodowa} &= 1 \\ K : \text{elastyczność dochodowa} &> 1 \end{aligned}$$

```
tabela <- summary(l)$coefficients
t.value <- (tabela[2, 1] - 1)/tabela[2, 2]
p.value <- pt(t.value, 36 - 5, lower.tail = FALSE)
p.value

## [1] 1.285e-05
```

$P - value$ testu t dla tej hipotezy wynosi $1,285e - 05$, jest zatem bardzo małe, czyli hipotezę odrzucamy. Zatem rzeczywiście elastyczność dochodowa jest większa od 1. Popyt jest więc elastyczny (wzrost dochodów ludności będzie mieć faktyczny wpływ na zwiększenie popytu na benzynę).

Z testu t dla elastyczności cenowej benzyny wynika, że popyt jest doskonale sztywny. $P - value$ tego testu wyszło jednak stosunkowo niewielkie $(0,0786)$. Sprawdźmy więc jeszcze hipotezę jednostronną:

$$\begin{aligned} H : \text{elastyczność cenowa benzyny} &= 0 \\ K : \text{elastyczność cenowa benzyny} &> 0 \end{aligned}$$

```r
t.value <- (tabela[3, 1] - 1)/tabela[3, 2]
p.value <- 2 * min(pt(t.value, 36 - 5, lower.tail = FALSE), pt(t.value, 31))
p.value

## [1] 1.48e-25
```

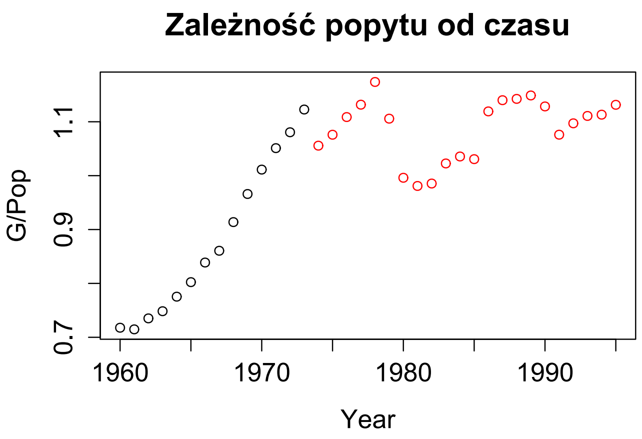
$P - value$ wyszło bardzo małe, zatem rzeczywiście możemy przypuszczać, że elastyczność cenowa benzyny jest większa od zera, zatem popyt nie jest elastyczny. Oznacza to tyle, że wzrost ceny benzyny nie ma znaczącego wpływu na popyt.

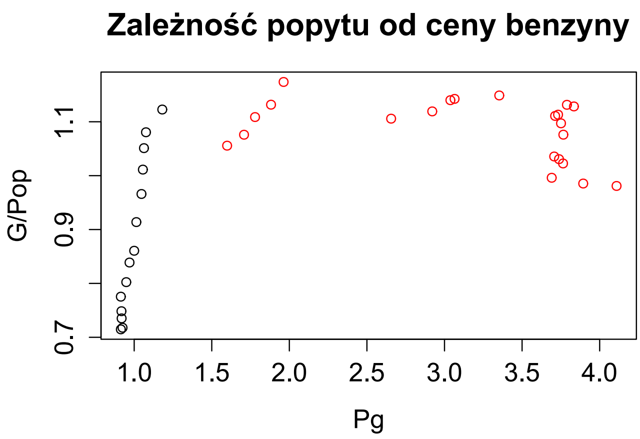
Z testu t z *summary* wnioskujemy natomiast, że zarówno elastyczność cenowa nowych samochodów, jak i elastyczność cenowa samochodów używanych są doskonale nieelastyczne.

Zadanie 5.

Przeanalizujmy następujące wykresy:

```
plot(G/Pop ~ Year, col = c(rep("black", 14), rep("red", 22)), main = "Zależność popytu od czasu")
plot(G/Pop ~ Pg, col = c(rep("black", 14), rep("red", 22)), main = "Zależność popytu od ceny benzyny")
```





Funkcja popytu nie jest stabilna, a punkt „przełączenia” następuje około 1974 roku (widać to wyraźnie na powyższych wykresach, gdzie dane powyżej roku 1974 zaznaczone są kolorem czerwonym). Sprawdźmy to jeszcze formalnie testem Chowa:

```
sctest(log(G/Pop) ~ log(Y) + log(Pg) + log(Pnc) + log(Puc), data = gas, type = "Chow",
    point = 15)

##
##  Chow test
##
## data:  log(G/Pop) ~ log(Y) + log(Pg) + log(Pnc) + log(Puc)
## F = 22.67, p-value = 1.008e-08
```

Rzeczywiście, $p - value$ jest bardzo małe ($1,008e - 08$), więc odrzucamy hipotezę o stabilności.