

BÀI TẬP XÁC SUẤT THỐNG KÊ CHƯƠNG 3

Bài 1. Cho X, Y là hai biến ngẫu nhiên độc lập có bảng phân bố xác suất:

X	-1	0	1	2
P	0,2	0,3	0,3	0,2

Y	-1	0	1
P	0,3	0,4	0,3

- Tìm bảng phân bố xác suất đồng thời của X, Y .
- Tìm bảng phân bố xác suất của $X + Y, XY$.
- Tính $P(X > Y)$ và $P(X + Y \leq 0)$.

Bài 2. Cho X, Y là hai biến ngẫu nhiên có bảng phân bố xác suất đồng thời

$X \backslash Y$	1	2	3
1	0,12	0,15	0,03
2	0,28	0,35	0,07

- Chứng minh rằng X, Y là các biến ngẫu nhiên độc lập.
- Tìm bảng phân bố xác suất của $Z = XY$.
- Tính $E(X), E(Y), E(Z)$ và $D(3X - 2Y)$.

Bài 3. Cho biến ngẫu nhiên 2 chiều (X, Y) có bảng phân bố xác suất

$X \backslash Y$	1	2	3
1	0,25	p	0,17
2	q	0,08	0,3

- Tìm p, q biết $P(Y = 2) = 0,23$.
- Tính $P(X \leq Y)$.
- Tính hệ số tương quan $\rho_{X,Y}$.

Bài 4. Cho X, Y là hai biến ngẫu nhiên rời rạc có bảng phân bố xác suất đồng thời

$X \backslash Y$	-3	1	p
2	0,07	0,13	0,05
4	0,19	0,18	0,11
6	$2q$	$3q$	0,07

- a) Tìm p, q biết $E(Y) = 0,56$.
- b) Hai biến ngẫu nhiên X và Y có độc lập không?
- c) Tìm bảng phân bố xác suất của X với điều kiện $Y = 1$ và tính $E(X|Y = 1)$.
- d) Tìm bảng phân bố xác suất của Y với điều kiện $Y = 6$ và tính $E(Y|X = 6)$.
- e) Tính hiệp phương sai của X và Y và tính $D(2X - Y)$.

Bài 5. Cho hai biến ngẫu nhiên X, Y độc lập cùng có phân bố đều trên $(0, 1)$.

- a) Tìm hàm mật độ xác suất đồng thời của X, Y .
- b) Đặt $Z = X + Y$. Tìm hàm phân bố xác suất và hàm mật độ xác suất của Z .

Bài 6. Cho véc tơ ngẫu nhiên (X, Y) có hàm mật độ xác suất

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} kx & \text{nếu } 0 < y < x < 1 \\ 0 & \text{nếu ngược lại} \end{cases}$$

- a) Tìm k .
- b) Tìm các hàm mật độ xác suất của X và Y .
- c) Hai biến ngẫu nhiên X và Y có độc lập không?
- d) Tính $P\left(0 < X \leq \frac{1}{2}, 0 < Y \leq \frac{1}{2}\right)$.

Bài 7. Cho véc tơ ngẫu nhiên (X, Y) có hàm phân bố xác suất

$$F_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} 1 - e^{-x} - e^{-y} + e^{-x-y} & \text{nếu } x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{nếu ngược lại} \end{cases}$$

- a) Tìm hàm mật độ xác suất đồng thời của X, Y .
- b) Tìm các hàm mật độ xác suất có điều kiện $f_{X|Y}(x|y)$ và $f_{Y|X}(y|x)$.
- c) Tính $P(|X| \leq 2, |Y| \leq 1)$.

Bài 8. Cho véc tơ ngẫu nhiên (X, Y) có hàm mật độ xác suất

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} kxy & \text{nếu } 1 < x < 4, 1 < y < 5 \\ 0 & \text{nếu ngược lại} \end{cases}$$

- a) Tìm k .
- b) Tìm các hàm mật độ xác suất của X và Y .
- c) Hai biến ngẫu nhiên X và Y có độc lập không?
- d) Tính $P(X \geq 3, Y \leq 2)$ và $P(X + Y < 3)$.

Bài 9. Cho véc tơ ngẫu nhiên rời rạc (X, Y) có hàm khối lượng xác suất

$$p_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} k(2x + y) & \text{nếu } x = 0, 1, 2; y = 0, 1, 2, 3 \\ 0 & \text{nếu ngược lại} \end{cases}$$

- a) Tìm k .
- b) Tìm hàm khối lượng xác suất biên của hai thành phần X, Y .
- c) Tìm hàm khối lượng xác suất của Y với điều kiện $X = 2$ và tính $E(Y|X = 2)$.

Bài 10. Cho véc tơ ngẫu nhiên (X, Y) có hàm mật độ xác suất

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} k(x + y) & \text{nếu } 0 < x < 2, 0 < y < 2 \\ 0 & \text{nếu ngược lại} \end{cases}$$

- a) Tìm k .
- b) Tìm các hàm mật độ xác suất của X và Y .
- c) Hai biến ngẫu nhiên X và Y có độc lập không?
- d) Tìm các hàm mật độ xác suất có điều kiện $f_{X|Y}(x|y)$ và $f_{Y|X}(y|x)$.
- e) Tính $P(0 < Y < 1/2|X = 1)$.

Bài 11. Cho véc tơ ngẫu nhiên (X, Y) có hàm mật độ xác suất

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} ke^{-(2x+y)} & \text{nếu } x > 0, y > 0 \\ 0 & \text{nếu ngược lại} \end{cases}$$

- a) Tìm k .
- b) Tính $P(X > 1, Y > 2)$, $P(X < Y)$ và $P(X \leq 3)$.

Bài 12. Cho véc tơ ngẫu nhiên (X, Y) có hàm mật độ xác suất

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} ke^{-(2x+3y)} & \text{nếu } 0 < x < y \\ 0 & \text{nếu ngược lại} \end{cases}$$

- a) Tìm k .
- b) Tìm các hàm mật độ xác suất của X và Y .
- c) Hai biến ngẫu nhiên X và Y có độc lập không?
- d) Tính $P(X < 1, Y < 2)$ và $P(1 < X < 2)$.