***Form 3a***

|  |  |
| --- | --- |
| POSTS AND TELECOMMUNICATIONS INSTITUTE OF TECHNOLOGY  FACULTY**:**  INFORMATION TECHNOLOGY I  **DEPARTMENT:** COMPUTER SCIENCE | **FINAL EXAM**  **(written exam)** |
| **Course: Discrete Mathematics 2 (Semester 2, Academic year 2022-2023)** | | |
| **Classes: Honors-Program Classes** | **Time:** 90 minutes | |

**Exam Paper**: 1

**Question 1** (2 marks)

Given a directed graph G = <V, E> having 10 vertices. G is represented by the adjacency list Adj as follows:

Adj(1) = {2, 5, 8, 10} Adj(6) = {1, 7, 9}

Adj(2) = {3, 5, 6} Adj(7) = {8, 9}

Adj(3) = {4, 6, 8} Adj(8) = {9, 10}

Adj(4) = {2, 6, 9} Adj(9) = {1, 10}

Adj(5) = {4, 6, 7} Adj(10) = {2, 6}

1. Determine the indegree and outdegree of the vertices of G.
2. Represent G using an adjacency matrix.

*Cho đồ thị có hướng G = <V, E> gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng danh sách kề như sau:*

*Ke(1) = {2, 5, 8, 10} Ke(6) = {1, 7, 9}*

*Ke(2) = {3, 5, 6} Ke(7) = {8, 9}*

*Ke(3) = {4, 6, 8} Ke(8) = {9, 10}*

*Ke(4) = {2, 6, 9} Ke(9) = {1, 10}*

*Ke(5) = {4, 6, 7} Ke(10) = {2, 6}*

1. *Tìm bán bậc vào và bán bậc ra của mỗi đỉnh của đồ thị.*
2. *Biểu diễn đồ thị G dưới dạng ma trận kề.*

**Question 2** (2 marks)

a) Write a function called DFS(int u) in C/C++ based on the stack data structure. The DFS(int u) function performs the depth first search of a graph G = <V, E>. The search starts from the vertex u in G. G is represented by an adjacency matrix a[][].

*a) Viết hàm có tên* ***DFS****(int u) bằng C/C++ sử dụng ngăn xếp thực hiện thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu bắt đầu từ đỉnh u trên đồ thị G = <V, E> với V là tập đỉnh, E là tập cạnh và được biểu diễn dưới dạng ma trận kề a[ ][ ].*

b) Utilize the previously written function DFS(int u) to determine whether the graph G from Question 1 is strongly connected, weakly connected or not weakly connected. It is not necessary to show detailed results of DFS algorithm. Show the list of vertices for each DFS function call.

*b) Sử dụng thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu DFS vừa trình bày để kiểm tra và chỉ ra đồ thị G cho trong Câu 1 là liên thông mạnh, liên thông yếu, hay không liên thông (cả mạnh, cả yếu)? (Không cần ghi chi tiết các kết quả thực hiện thuật toán DFS, chỉ cần ghi danh sách các đỉnh theo đúng thứ tự mỗi khi thực hiện duyệt DFS).*

**Question 3** (2 marks)

Given an undirected graph G = <V, E> having 10 vertices. G is represented by the adjeciency matrix shown below:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 2 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 7 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 9 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 10 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |

1. Write the Euler algorithm to determine an Eulerian circuit starting from a vertex u in an Eulerian graph.
2. Utilize the previously written Euler algorithm to display the Eulerian circuit starting from vertex 3 in the given graph G. Present the results of each step of the Euler algorithm.

*Cho đồ thị vô hướng G = <V, E> gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận kề như sau:*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *1* | *2* | *3* | *4* | *5* | *6* | *7* | *8* | *9* | *10* |
| *1* | *0* | *1* | *0* | *0* | *1* | *0* | *0* | *0* | *1* | *1* |
| *2* | *1* | *0* | *1* | *0* | *0* | *0* | *0* | *0* | *0* | *0* |
| *3* | *0* | *1* | *0* | *1* | *1* | *1* | *0* | *0* | *0* | *0* |
| *4* | *0* | *0* | *1* | *0* | *0* | *1* | *0* | *0* | *0* | *0* |
| *5* | *1* | *0* | *1* | *0* | *0* | *0* | *0* | *0* | *0* | *0* |
| *6* | *0* | *0* | *1* | *1* | *0* | *0* | *1* | *0* | *1* | *0* |
| *7* | *0* | *0* | *0* | *0* | *0* | *1* | *0* | *1* | *1* | *1* |
| *8* | *0* | *0* | *0* | *0* | *0* | *0* | *1* | *0* | *0* | *1* |
| *9* | *1* | *0* | *0* | *0* | *0* | *1* | *1* | *0* | *0* | *1* |
| *10* | *1* | *0* | *0* | *0* | *0* | *0* | *1* | *1* | *1* | *0* |

1. *Trình bày thuật toán Euler để xác định một chu trình Euler xuất phát từ một đỉnh u trên một đồ thị Euler bất kỳ.*
2. *Áp dụng thuật toán tìm chu trình Euler trên đồ thị, chỉ ra một chu trình Euler xuất phát từ đỉnh 3**trên đồ thị G đã cho. Chỉ rõ kết quả của mỗi bước thực hiện thuật toán.*

**Question 4** (2 marks)

Given an undirected graph G = <V, E> having 10 vertices. G is represented by the weight matrix shown below:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 1 | 0 | 1 | ꝏ | 1 | ꝏ | 1 | ꝏ | ꝏ | 1 | 1 |
| 2 | 1 | 0 | 2 | 2 | ꝏ | 2 | ꝏ | 2 | ꝏ | 10 |
| 3 | ꝏ | 2 | 0 | 3 | 3 | ꝏ | 3 | ꝏ | 3 | ꝏ |
| 4 | 1 | 2 | 3 | 0 | 4 | 4 | ꝏ | ꝏ | ꝏ | ꝏ |
| 5 | ꝏ | ꝏ | 3 | 4 | 0 | 5 | 5 | ꝏ | ꝏ | ꝏ |
| 6 | 1 | 2 | ꝏ | 4 | 5 | 0 | 6 | ꝏ | 6 | ꝏ |
| 7 | ꝏ | ꝏ | 3 | ꝏ | 5 | 6 | 0 | 7 | 7 | ꝏ |
| 8 | ꝏ | 2 | ꝏ | ꝏ | ꝏ | ꝏ | 7 | 0 | 8 | 8 |
| 9 | 1 | ꝏ | 3 | ꝏ | ꝏ | 6 | 7 | 8 | 0 | 9 |
| 10 | 1 | 10 | ꝏ | ꝏ | ꝏ | ꝏ | ꝏ | 8 | 9 | 0 |

1. Write the Kruskal algorithm to construct the minimum spanning tree in an undirected weighted connected graph.
2. Utilize the previously written Kruskal algorithm to display the minimum spanning tree and its length. Show the result of each step of the algorithm.

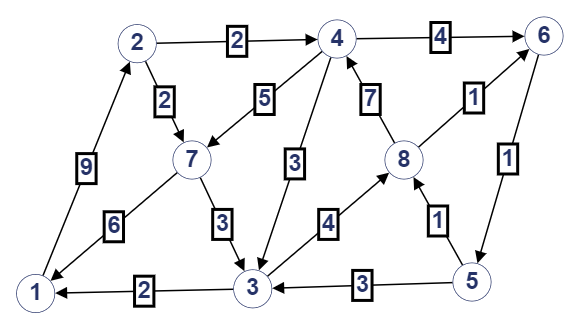
*Cho đồ thị vô hướng G = <V, E> gồm 10 đỉnh được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số như sau:*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *1* | *2* | *3* | *4* | *5* | *6* | *7* | *8* | *9* | *10* |
| *1* | *0* | *1* | *ꝏ* | *1* | *ꝏ* | *1* | *ꝏ* | *ꝏ* | *1* | *1* |
| *2* | *1* | *0* | *2* | *2* | *ꝏ* | *2* | *ꝏ* | *2* | *ꝏ* | *10* |
| *3* | *ꝏ* | *2* | *0* | *3* | *3* | *ꝏ* | *3* | *ꝏ* | *3* | *ꝏ* |
| *4* | *1* | *2* | *3* | *0* | *4* | *4* | *ꝏ* | *ꝏ* | *ꝏ* | *ꝏ* |
| *5* | *ꝏ* | *ꝏ* | *3* | *4* | *0* | *5* | *5* | *ꝏ* | *ꝏ* | *ꝏ* |
| *6* | *1* | *2* | *ꝏ* | *4* | *5* | *0* | *6* | *ꝏ* | *6* | *ꝏ* |
| *7* | *ꝏ* | *ꝏ* | *3* | *ꝏ* | *5* | *6* | *0* | *7* | *7* | *ꝏ* |
| *8* | *ꝏ* | *2* | *ꝏ* | *ꝏ* | *ꝏ* | *ꝏ* | *7* | *0* | *8* | *8* |
| *9* | *1* | *ꝏ* | *3* | *ꝏ* | *ꝏ* | *6* | *7* | *8* | *0* | *9* |
| *10* | *1* | *10* | *ꝏ* | *ꝏ* | *ꝏ* | *ꝏ* | *ꝏ* | *8* | *9* | *0* |

1. *Trình bày thuật toán Kruskal tìm cây khung nhỏ nhất trên đồ thị vô hướng, liên thông, có trọng số.*
2. *Áp dụng thuật toán Kruskal chỉ ra độ dài cây và các cạnh của cây khung nhỏ nhất của đồ thị G đã cho, chỉ rõ kết quả tại mỗi bước thực hiện thuật toán.*

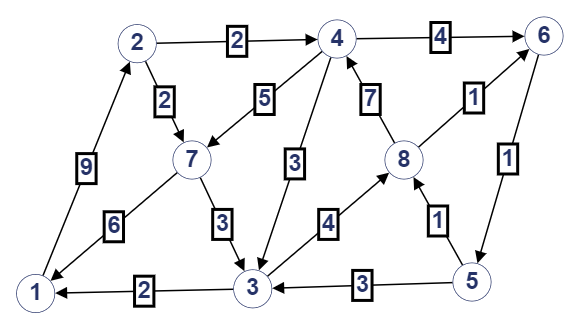
**Question 5** (2 marks)

Given a directed weighted graph G = <V, E> shown below:



1. Write the DIJKSTRA(int u) function in C/C++ to showcase the Dijkstra algorithm for finding the shortest path and its length d[v] from a given vertex u to other vertices v in a graph G = <V, E>. The graph is represented by a weight matrix a[][].
2. Utilize the previously implemented DIJKSTRA(int u) function to determine the shortest path and its length d[v] from a given vertex u = 3 to other vertices v in the given graph G = <V, E> depicted in the figure.

*Cho đồ thị có hướng G = <V, E> như hình dưới, trọng số được ghi trên mỗi cung.*

**

1. *Viết hàm có tên* ***DIJKSTRA****(int u) trên C/C++ mô tả thuật toán Dijkstra tìm khoảng cách d[v] và đường đi ngắn nhất xuất phát từ đỉnh u cho trước đến các đỉnh v của đồ thị G = <V, E> được biểu diễn dưới dạng ma trận trọng số a[ ][ ].*
2. *Áp dụng thuật toán Dijkstra, chỉ ra khoảng cách và đường đi ngắn nhất từ đỉnh số 3 đến các đỉnh của đồ thị G đã cho trong hình vẽ.*

***No*te:** *This is a closed-book exam. Students are not allowed to use any material or resources.*

*Student name*:……………………………… *Class*:…………………*Test room*:………..

*Student signature:*………………………………………