

## CAPITOLO 9

### GLI ALGORITMI DI CORRELAZIONE

Vanno sotto il nome di algoritmi di correlazione una serie di strumenti matematici che eseguono la ricerca dei legami di interdipendenza tra fenomeni che interessano tutte le scienze.

La possibilità di implementare in Qbasic questi algoritmi offre al lettore un efficace mezzo di indagine in molti campi degli studi e della tecnica.

#### 9.1 La correlazione tra grandezze in numero discreto

Correlazione è la dipendenza reciproca tra due serie di grandezze, l'entità della dipendenza è definita come **coefficiente di correlazione** (  $C$  ). Se le due serie di grandezze sono strettamente dipendenti l'una dall'altra si ha un elevato coefficiente di correlazione positivo o negativo, se le due serie di grandezze sono poco dipendenti tra loro si ha un modesto valore del coefficiente di correlazione, se infine le due serie di grandezze sono totalmente indipendenti si ha un coefficiente di correlazione nullo.

Il massimo valore del coefficiente di correlazione è dato da  $C = 1$  o da  $C = -1$

Il minimo valore del coefficiente di correlazione è dato da  $C = 0$

Chiariamo la cosa prendendo due serie di grandezze individuate rispettivamente dalle lettere:

$A_1; A_2; \dots; A_n$  e  $B_1; B_2; \dots; B_n$

calcoliamo le **medie** delle due serie,  $A_m$  e  $B_m$ :

$$A_m = (A_1 + A_2 + \dots + A_n) / n \quad B_m = (B_1 + B_2 + \dots + B_n) / n$$

impostiamo il rapporto:

$$C = \frac{(A_1 - A_m)(B_1 - B_m) + (A_2 - A_m)(B_2 - B_m) + \dots + (A_n - A_m)(B_n - B_m)}{[(A_1 - A_m)^2 + (A_2 - A_m)^2 + \dots + (A_n - A_m)^2][(B_1 - B_m)^2 + (B_2 - B_m)^2 + \dots + (B_n - B_m)^2]}^{1/2}$$

il valore di  $C$  esprime il coefficiente di correlazione tra le due serie di valori  $A_1 \dots A_n; B_1 \dots B_n$ .

Nei processi statistici sono significativi inoltre i valori detti di **deviazione standard** che per ciascuna delle due serie sono calcolabili con le seguenti espressioni:

$$DsA = \left[ \left( (A_1 - A_m)^2 + (A_2 - A_m)^2 + \dots + (A_n - A_m)^2 \right) / n \right]^{1/2}$$

$$DsB = \left[ \left( (B_1 - B_m)^2 + (B_2 - B_m)^2 + \dots + (B_n - B_m)^2 \right) / n \right]^{1/2}$$

Per rendere più tangibile il significato del coefficiente di correlazione è necessario implementare in un programma in Qbasic gli algoritmi che abbiamo ora mostrato ed operare con questi su

particolari serie di valori che possano illustrare come le caratteristiche del loro legame siano esprimibili mediante il valore di C.

Il programma consente il calcolo, sia del valore del coefficiente di correlazione C di cui ci occuperemo, sia dei valori medi  $A_m$ ;  $B_m$  e delle deviazioni standard  $DsA$ ;  $DsB$  che possono essere utili a chi si interessa di problemi statistici.

La compilazione del programma richiede una scomposizione delle formule date in modo che risulti più facile trovare le corrispondenze simboliche in linguaggio Qbasic; il commento al programma sotto elencato mette in evidenza questa scomposizione che si avvale delle seguenti memorie di appoggio:

A = sommatoria progressiva dei termini  $A_n$  per il calcolo delle medie  $A_m$

B = sommatoria progressiva dei termini  $B_n$  per il calcolo delle medie  $B_m$

$A_o$  = differenze alle medie per i termini  $A_n$

$B_o$  = differenze alle medie per i termini  $B_n$

SP = sommatoria progressiva dei prodotti delle sommatorie

$A_q$  = sommatoria progressiva dei quadrati delle differenze alla media per la serie  $A_n$

$B_q$  = sommatoria progressiva dei quadrati delle differenze alla media per la serie  $B_n$

$RA_q$  = calcolo radice quadrata di  $A_q$

$RB_q$  = calcolo radice quadrata di  $B_q$

CLS ' pulisce lo schermo

INPUT "n=" ; n ' entra il numero dei termini delle due serie (massimo valore di n =250)

DIM A(n), B(n) ' dimensionamento matrici volatili per contenere i valori delle due serie di dati

FOR P = 1 TO n ' comanda richiesta caricamento matrice A(n)

LOCATE 1,10: PRINT "A" ; P ' richiesta valori della serie  $A_n$

LOCATE 2,10: INPUT A(P) ' caricamento matrice volatile A(n)

NEXT P ' rimanda all'istruzione FOR P... per il successivo valore della serie

FOR P = 1 TO n ' comanda richiesta caricamento matrice B(n)

LOCATE 3,10: PRINT "B" ; P ' richiesta valori della serie  $B_n$

LOCATE 4,10: INPUT B(P) ' caricamento matrice volatile B(n)

NEXT P ' rimanda alla seconda istruzione FOR P... per il successivo valore della serie

FOR i = 1 TO n ' governa il calcolo delle sommatorie progressive per il

$A = A + A(i)$  ' successivo calcolo delle medie di  $A_n$  e  $B_n$

$B = B + B(i)$

NEXT i ' rimanda a FOR i... per il completamento delle sommatorie

$A_m = A / n$  ' calcolo della media dei termini della serie  $A_n$

$B_m = B / n$  ' calcolo della media dei termini della serie  $B_n$

FOR i = 1 TO n ' governa il calcolo delle differenze alle medie, le somme progressive dei prodotti, &

```

' le somme progressive dei quadrati
Ao = ( A(i) - Am ) ' calcolo differenze alla media per A(i)
Bo = ( B(i) - Bm ) ' calcolo differenze alla media per B(i)
SP = SP + ( Ao * Bo ) ' sommatoria progressiva dei prodotti
Aq = Aq + Ao ^ 2 ' sommatoria progressiva dei quadrati Aq
Bq = Bq + Bo ^ 2 ' sommatoria progressiva dei quadrati Bq
NEXT i ' rimanda alla seconda istruzione FOR i...
RAq = SQR( Aq ) ' radice quadrata della sommatoria progressiva Aq
RBq = SQR( Bq ) ' radice quadrata della sommatoria progressiva Bq
C = ( SP ) / ( RAq * RBq ) ' calcolo finale del coefficiente di correlazione
DsA = RAq / SQR( n ) ' calcolo della deviazione standard per la serie An
DsB = RBq / SQR( n ) ' calcolo della deviazione standard per la serie Bn
PRINT "C=" ; C ' presenta il coefficiente di correlazione
PRINT "Am=" ; Am ' presenta la media della serie An
PRINT "Bm=" ; Bm ' presenta la media della serie Bn
PRINT "DsA=" ; DsA ' presenta il dato della deviazione standard per la serie An
PRINT "DsB=" ; DsB ' presenta il dato della deviazione standard per la serie Bn

```

Esaminato il programma, vediamone l'impiego cercando di evidenziare come i risultati che si ottengono siano rappresentativi dei legami di interdipendenza tra le coppie di serie elaborate. A questo scopo iniziamo a considerare due serie di valori legate tra loro da un semplice rapporto di proporzionalità diretta quale può trovarsi tra il tempo di riempimento di una vasca e il volume d'acqua che in essa si deposita; dopo 7 osservazioni a distanza di 1 ora sia:

An	Bn
tempo in ore	volume d'acqua mc
1	.75
2	1.5
3	2.25
4	3
5	3.75
6	4.5
7	5.25

con queste due serie di dati procediamo al calcolo degli elementi elaborati dal programma:

```

F5
n ? 7
A1
? 1

```

..... si introducono tutti i valori fino ad  $A7 = 7$  dopo di che il programma richiede i valori di  $Bn$

B1

? .75

..... si introducono tutti i valori fino a  $B7 = 5.25$ , dopo l'introduzione dell'ultimo si ha la presentazione dei risultati

$C = 1$

$Am = 4$

$Bm = 3$

$DsA = 2$

$DsB = 1.5$

L'interpretazione del risultato relativo al coefficiente di correlazione è la seguente:

Il valore di  $C = 1$  ci dice che le due serie di grandezze sono strettamente legate tra loro (massimo valore del coefficiente di correlazione), ciò era atteso dato che volutamente abbiamo ipotizzato un fenomeno fisico in cui l'effetto (volume d'acqua nella vasca) è proporzionale alla causa (tempo trascorso per il versamento).

In questo caso si dice che le due serie di valori sono tra loro **correlate**.

Un secondo esempio significativo si può ottenere ipotizzando che la vasca, relativa all'esercizio precedente, in cui sono stati immessi 5.25 mc d'acqua, venga svuotata completamente con regolarità con la stessa portata di immissione. Si rilevano le due serie di valori di questa nuova operazione:

$A_n$ tempo in ore	$B_n$ volume d'acqua mc
1	4.5
2	3.75
3	3
4	2.25
5	1.5
6	.75
7	0

Se i valori delle due serie vengono introdotti nel programma abbiamo:

F5

n ? 7

A1

? 1

..... si introducono i termini fino ad  $A7=7$

B1

? 4.5

..... si introducono i termini fino a  $B7=0$  e si ottiene

$C = -1$

$Am = 4$

$Bm = 2.25$

$DsA = 2$

$DsB = 1.5$

Il valore di  $C = -1$  ci dice che le due serie di grandezze sono strettamente legate tra loro (massimo valore del coefficiente di correlazione negativo), ciò era atteso dato che volutamente abbiamo ipotizzato un fenomeno fisico in cui l'effetto (volume d'acqua nella vasca) è dipendente dalla causa in senso decrescente (tempo trascorso per lo svuotamento).

In questo caso si dice che le due serie di valori sono **inversocorrelate**.

Un terzo esempio aiuterà a meglio comprendere l'utilità dell'algoritmo di correlazione; supponiamo che l'incremento del volume dell'acqua nella vasca non sia regolare, sia a causa di immissione discontinua, sia a causa di perdite nella vasca, e che i rilievi fatti portino a due nuove serie di valori come sotto riportato:

An	Bn
tempo in ore	volume d'acqua mc
1	1
2	.8
3	1.2
4	2
5	4
6	3
7	8

si avrà:

F5  
 n ? 7  
 A1  
 ? 1  
 .... fino ad A 7 =7  
 B1  
 ? 1  
 ... fino a B7 = 8

C= .8540594  
 Am = 4  
 Bm = 2.857143  
 DsA = 2  
 DsB = 2.358484

Il nuovo valore di  $C = .8540594$  ci dice che le due serie di grandezze non sono strettamente legate tra loro (il valore del coefficiente di correlazione è sensibilmente inferiore ad 1), ciò dipende dal fatto che elementi di perturbazione hanno inciso sul fenomeno in esame riducendo il rapporto di proporzionalità che era caratteristico del primo esercizio.

E' utile mostrare in quali casi il valore del coefficiente di correlazione è nullo o molto piccolo; per fare ciò si dovrebbero confrontare due serie molto numerose di valori presi casualmente, ad esempio tirando 100 volte due coppie di dadi diversamente colorati per associare al colore di una coppia i valori della serie An e al colore dell'altra coppia i valori della serie Bn.

Dato che questa operazione è tediosa si possono costruire due serie di numeri ad arte tali da ottenere che il coefficiente di correlazione tra di esse sia nullo così come mostrano le serie di valori delle seguenti tabelle:

An	Bn
4	-4
-6	-6
-2	2
4	-4

che inserite a programma permettono di ottenere:

F5

```
n ? 4
A1
? 4
..... fino ad A4 = 4
B1
? - 4
..... fino a B4 = - 4

C = 0
Am = 0
Bm = -3
DsA = 4.24264
DsB = 3
```

come era nelle intenzioni le due serie di valori  $A_n$ ;  $B_n$  portano a  $C = 0$ , ciò denuncia la completa indipendenza di una serie rispetto all'altra. In questo caso le due serie di valori si dicono **scorrelate**.

## 9.2 La generazione di serie di numeri casuali

Per diversi impieghi, tra i quali le esercitazioni a scopo didattico con gli algoritmi di correlazione, sono disponibili in Qbasic alcune istruzioni che gestiscono la generazione automatica di serie di numeri casuali, tali quindi da essere, se prese con un numero sufficiente di termini, praticamente scorrelate.

Le istruzioni in oggetto sono:

### RANDOMIZE TIMER RND

L'istruzione RANDOMIZE TIMER ha il compito di inizializzare il generatore di numeri casuali che è implementato in Qbasic.

L'istruzione RND restituisce i numeri casuali inizializzati dall'istruzione precedente, i numeri resi sono compresi tra 0 ed 1.

Vediamo come compilare un piccolo programma per la generazione di una serie di numeri casuali:

```
CLS ' pulisci lo schermo

INPUT "n" ; n ' richiesta del numero dei termini della serie di valori casuali

RANDOMIZE TIMER ' inizializza il generatore di numeri casuali

FOR i = 1 TO n ' imposta la restituzione di n numeri casuali da parte dell'istruzione RND

y = RND ' restituisce gli n numeri casuali ponendoli uguali ad y

PRINT y ' presenta gli n numeri casuali

NEXT i ' rimanda all'istruzione FOR i ... per la restituzione dei successivi numeri casuali
```

Se desideriamo ad esempio una serie di 12 numeri casuali premiamo F5 e si ha:

n? 12

. e di seguito la sequenza di 12 numeri diversi tra loro che non si elencano dato  
. che non si ritroverebbero mai uguali nel provare il programma.

E' perciò immediata la conseguenza che con due giri di programma, per lo stesso valore di n, si hanno le presentazioni di due serie di numeri diverse tra loro.

Dato che i numeri generati sono compresi tra 0 ed 1, se si vogliono valori tra 0 e 10, 0 e 100, ecc.. è necessario modificare l'istruzione `y = RND` in:

`y = 10 * RND; y = 100 * RND; ecc...`

Se si desiderano serie di numeri casuali interi si deve impiegare l'istruzione **INT**, che opportunamente inserita consente di restituire la sola parte intera di un numero:

`y = INT ( 10 * RND ); y = INT ( 100 * RND ); .ecc..`

### 9.3 L'impiego del generatore di numeri casuali nei processi di correlazione

Disponendo del "generatore di numeri casuali" implementato in Qbasic è interessante vedere il comportamento dei coefficienti di correlazione quando nel programma del paragrafo 9.1 si inserisce la routine illustrata nel paragrafo 9.2.

Vediamo anzitutto come il generatore può essere inserito nel contesto del programma di calcolo citato:

Il generatore di numeri casuali prende il posto del sistema di caricamento delle memorie volatili che normalmente immagazzinano, dopo digitazione, gli n valori delle serie An e Bn; infatti per questo tipo di esercitazioni le serie An e Bn sono prodotte dal generatore stesso.

Il programma modificato in questo senso è qui compilato e commentato:

`CLS` ' pulisce lo schermo

`INPUT "n=" ; n` 'entra il numero dei termini delle due serie (massimo valore di n =255)

`DIM A(n), B(n)` ' dimensionamento matrici volatili per contenere i valori delle due serie di dati  
' prodotte dal generatore di numeri casuali

`RANDOMIZE TIMER` ' inizializza il generatore di numeri casuali

`FOR i=1 TO n` ' imposta la restituzione di numeri casuali da parte dell'istruzione RND  
' per caricarli nelle memorie volatili A(n);B(n)

`A(i) = RND` ' restituisce n numeri casuali ponendoli nella matrice A(n)

`B(i) = RND` ' restituisce n numeri casuali, diversi dai precedenti, ponendoli nella matrice B(n)

`NEXT i` ' rimanda all'istruzione FOR i ... per la restituzione dei successivi numeri casuali

`FOR i=1 TO n` ' governa il calcolo delle sommatorie progressive per il

`A = A + A(i)` ' successivo calcolo delle medie di An e Bn

`B = B + B(i)`

`NEXT i` ' rimanda a FOR i... per il completamento delle sommatorie

`Am = A / n` ' calcolo della media dei termini della serie An

`Bm = B / n` ' calcolo della media dei termini della serie Bn

`FOR i=1 TO n` ' governa il calcolo delle differenze alle medie, le somme progressive dei prodotti, &

```

' le somme progressive dei quadrati

Ao = ( A( i ) - Am ) ' calcolo differenze alla media per A(i)

Bo = ( B( i ) - Bm ) ' calcolo differenze alla media per B(i)

SP = SP + ( Ao * Bo ) ' sommatoria progressiva dei prodotti

Aq = Aq + Ao ^ 2 ' sommatoria progressiva dei quadrati Aq

Bq = Bq + Bo ^ 2 ' sommatoria progressiva dei quadrati Bq

NEXT i ' rimanda alla seconda istruzione FOR i...

RAq = SQR( Aq ) ' radice quadrata della sommatoria progressiva Aq

RBq = SQR( Bq ) ' radice quadrata della sommatoria progressiva Bq

C = ( SP ) / ( RAq * RBq ) ' calcolo finale del coefficiente di correlazione

DsA = RAq / SQR( n ) ' calcolo della deviazione standard per la serie An

DsB = RBq / SQR( n ) ' calcolo della deviazione standard per la serie Bn

PRINT "C=" ; C ' presenta il coefficiente di correlazione

PRINT "Am=" ; Am ' presenta la media della serie An

PRINT "Bm=" ; Bm ' presenta la media della serie Bn

PRINT "DsA=" ; DsA ' presenta il dato della deviazione standard per la serie An

PRINT "DsB=" ; DsB ' presenta il dato della deviazione standard per la serie Bn

```

L'impiego di questo programma sperimentale è utile perché permette di constatare come varia il coefficiente di correlazione in dipendenza del numero dei termini che formano le due serie di numeri casuali. Infatti per pochi termini, anche se generati in modo casuale, si ha ancora correlazione tra le due serie, aumentando il numero dei termini delle serie si vede che il valore di C decresce fino ad indicare livelli di scorrelazione sensibili.

Per verificare quanto detto facciamo girare il programma per diversi valori di n e prendiamo nota di come varia il corrispondente valore di C; questa operazione viene svolta in modo automatico senza che l'operatore possa rendersi conto dei valori che compongono le due serie messe a calcolo di volta in volta.

I risultati di questo esercizio non possono essere riportati numericamente nel testo dato che non sono mai ripetibili a seguito della variabilità casuale dei numeri delle due serie che incide naturalmente sul coefficiente di correlazione. L'andamento dei risultati, di volta in volta diversi, può essere però commentato con profitto:

La prima osservazione riguarda serie di 2 o 3 termini, per un numero così limitato di valori il coefficiente di correlazione C è naturalmente molto elevato e può oscillare casualmente intorno a +1 ed a -1. E' poco probabile infatti che pochi numeri presi a caso possano mostrare caratteristiche di scorrelazione quali quelle studiate appositamente per l'ultimo esercizio del paragrafo 9.1.

Per serie da 4 a 50 termini si nota che C decresce sensibilmente oscillando tra valori ora positivi ora negativi, compresi indicativamente in una fascia che varia da .70 a .10. Ciò dimostra che le serie iniziano a manifestare segni evidenti di scorrelazione.



Per serie da 50 a 250 termini si osservano molti casi di scorrelazione quasi totale con valori di  $C$  dell'ordine di  $+/- .001$ , si presentano ancora alcuni valori di  $C$  piazzati attorno a  $+/- .1$ .  
L'esercizio svolto ha dato un'idea di come vengano trattate le serie numeriche mediante gli algoritmi di correlazione, la notevole variabilità dei risultati dei calcoli dipende soltanto dalle caratteristiche della distribuzione casuale dei valori numerici delle serie.

#### 9.4 La correlazione tra funzioni di tabella (matrice)

E' significativa la ricerca dei coefficienti di correlazione tra funzioni di tabella che, diversamente dalle serie numeriche, devono essere confrontate mediante la **correlazione di posizione**.

La correlazione di posizione è un procedimento di calcolo uguale a quello mostrato nel paragrafo 9.1 che viene ripetuto tante volte quanti sono gli elementi della matrice, in dipendenza della posizione degli elementi di una matrice rispetto agli elementi dell'altra tenuti fissi.

Per comprendere meglio quando detto vediamo un semplice esempio che interessa due funzioni di matrice espresse come segue:

Funzione A(x)	Funzione B(x)
10	7
2	9
15	6
8	5

La prima operazione di correlazione si esegue, mediante il programma illustrato nel paragrafo 9.1, sulle due funzioni di matrice come se fossero due serie di numeri e si ricava il coefficiente di correlazione di  $C1 = -.6624057$ .

Se si spostano gli elementi della funzione B(x) di un posto in modo che risulti:

Funzione A(x)	Funzione B(x)
10	9
2	6
15	5
8	7

e con questa nuova disposizione si esegue il calcolo del secondo coefficiente di correlazione.

Si ha:  $C2 = -.1179627$ .

Se si spostano ancora di un posto gli elementi della funzione B(x) si ha

Funzione A (x)	Funzione B(x)
10	6
2	5
15	7
8	9

ed il valore del terzo coefficiente di correlazione è  $C3 = .3901842$ .

Infine l'ultimo spostamento degli elementi della funzione B(x):

Funzione A(x)	Funzione B(x)
10	5
2	7
15	9
8	6

ed il valore del quarto coefficiente di correlazione è  $C4 = .3901842$ .  
 Con questo procedimento abbiamo calcolato, mediante quattro spostamenti, 4 valori di C che rappresentano a loro volta una funzione di tabella:

variabile di spostamento S	Funzione C(s)
0	-.6624057
1	-.1179627
2	.3901842
3	.3901842

pertanto è più corretto, in questi casi, sostituire la dizione coefficiente di correlazione con la dizione **funzione di correlazione di matrice**.

La funzione di correlazione di matrice esprime come varia il legame di interdipendenza tra due funzioni di tabella, il numero più elevato in valore assoluto che risulta dai calcoli di  $C(x)$  è il massimo di correlazione, o di inversocorrelazione, esistente tra le due funzioni; nel nostro esempio si ha per  $C1 = -.6624057$  il massimo di inversocorrelazione.

Generalmente la ricerca del massimo della funzione di correlazione di matrice viene eseguita tra funzioni di tabella costituite da molti elementi perciò risulta non praticabile il metodo di calcolo adottato nell'esempio che ne ha soltanto 4. Un interessante programma implementato in Qbasic permette il calcolo automatico per funzioni di matrice con un massimo di 127 elementi; il programma viene ora impiegato, come esercizio, su matrici a 16 termini.

Le dimensioni della matrice volatile che sarà distinta dalla sigla B1 dipendono dal numero degli elementi, tra ordinari e spostati, pari al prodotto  $n \cdot (n - 1) = 16 \cdot (16 - 1) = 240$ .

Prima di compilare il programma di calcolo della funzione di correlazione di matrice è opportuno anticiparne la struttura:

1° - Le prime 10 istruzioni che seguono **CLS** sono dedicate al caricamento manuale, da parte dell'operatore, degli elementi che costituiscono le due matrici da correlare A(n) e B(n), per un massimo di 16 elementi.

2° - Con l'istruzione **FOR k = 0 TO (n - 1)**, per ciascuno degli n valori di k, si comanda l'esecuzione di uno degli n processi di correlazione tra le due funzioni di matrice.

3° - Con le due istruzioni **FOR x = 1 TO n** si comandano le n operazioni che portano al computo del primo valore C1

4° - Con le istruzioni

**y = x + k**

**IF y > n THEN y1 = (y - n) ELSE y1 = y**

si costruisce la variabile indipendente y1 che deve gestire il caricamento degli  $(n \cdot (n - 1))$  elementi della matrice B1(x) derivata dalla B(n) dopo  $(n - 1)$  spostamenti così come mostrato nell'esempio dell'inizio paragrafo.

Il procedimento è spiegato con il seguente esempio svolto per  $n = 3$ :  
 inizia la prima scansione dei 3 elementi di  $A(n)$  e  $B(n)$  eseguita per  $k = 0$  ed  $x$  variabile da 1 ad 3 e con  $y1 = y = 1; 2; 3$ , la scansione in  $x$  legge nell'ordine gli elementi  $A(1); A(2); A(3)$ , la scansione in  $y1$  legge nell'ordine gli elementi  $B(1); B(2); B(3)$ , raggiunto  $n = 3$  il valore di  $k$  diventa 1 (vedi istruzione al punto 2°) e tutti i valori di  $y = x + k$  sono incrementati di 1;  $y1 = y = 2; 3; 4$  ciò provoca uno spostamento di un posto nella lettura di  $B(n)$ , quando  $y$  raggiunge il valore  $4 > n = 3$  viene posto  $y1 = y - n = 4 - 3 = 1$  e la scansione legge gli elementi nell'ordine  $A(1); A(2); A(3); B(2); B(3); B(1)$ . Il processo si ripete per  $k = 2$  e tutti i valori di  $y = x + k$  sono incrementati di 2;  $y1 = y = 3; 4; 5$  ciò provoca uno secondo spostamento di un posto nella lettura di  $B(n)$ , quando  $y$  raggiunge il valore  $4 > n = 3$  il valore di  $y1$  viene prima posto:  $y1 = y - n = 4 - 3 = 1$  e dopo per  $5 > n = 3$  viene posto:  $y1 = y - n = 5 - 3 = 2$  e la scansione legge gli elementi nell'ordine  $A(1); A(2); A(3); B(3); B(1); B(2)$ .

5° - Con l'istruzione  $B1(x) = B(y1)$  si comanda il caricamento della matrice  $B1(x)$ , ad  $(n \cdot (n-1))$  elementi, con i valori ricavati tramite spostamenti dalla  $B(n)$ .

6° - Seguono le istruzioni di calcolo del coefficiente di correlazione già commentate nel programma illustrato al paragrafo 9.1.

7° - Il programma di calcolo progressivo si completa con le due istruzioni **NEXT x**.

8° - Il programma generale si chiude con l'istruzione **NEXT k** che rimanda la routine all'inizio per iniziare il calcolo di un successivo valore di  $C$ .

Il programma citato è ora compilato e commentato, esso non prevede la presentazione dei calcoli relativi alle medie ed alle deviazioni standard che se necessario possono essere aggiunte dal lettore.

```
CLS ' pulisce lo schermo

INPUT "n" ; n ' entra il numero degli elementi di matrice

DIM A(16), B(16), B1(255) ' dimensionamento delle matrici volatili

FOR i = 1 TO n ' governa il caricamento della matrice A(n)

PRINT "A" ; i ' presenta il simbolo A(i) per l'istruzione successiva

INPUT A(i) ' presenta il simbolo ? per l'ingresso valori di A(n)

NEXT i ' rimanda alla prima istruzione FOR i... per il caricamento dei successivi elementi matrice A(n)

FOR i = 1 TO n ' governa il caricamento della matrice B(n)

PRINT "B" ; i ' presenta il simbolo B(i) per l'istruzione successiva

INPUT B(i) ' presenta il simbolo ? per l'ingresso valori di B(n)

NEXT i ' rimanda alla seconda istruzione FOR i... per il caricamento dei successivi elementi matrice B(n)

FOR k = 0 TO (n - 1) ' istruzione per la formazione di una matrice B1(x)
  ' contiene tutte le possibili configurazioni di posizione degli elementi di B(n) pari ad ( n * ( n-1 ) ) elementi

FOR x = 1 TO n ' esplora la matrice A(n) da 1 ad n per (n-1) volte

y = x + k ' si forma la variabile per la matrice B1(x)

IF y > n THEN y1 = (y - n) ELSE y1 = y &
```

**B1(x) = B(y1)** ' si caricano gli n valori di B(n) disposti in ( n \* ( n-1 ) ) posizioni d'ordine diverse in B1(x)

**A = A + A(x)** ' calcolo medie

**B = B + B1(x)**

**NEXT x**

**Am = A / n** ' calcolo della media Am dopo le sommatorie

**Bm = B / n** ' calcolo della media Bm dopo le sommatorie

**FOR x = 1 TO n**

**Ao = ( A(x) - Am )** ' calcolo differenze alla media per A(x)

**Bo = ( B1(x) - Bm )** ' calcolo differenze alla media per B1(x)

**SP = SP + ( Ao \* Bo )** ' sommatoria progressiva dei prodotti

**Aq = Aq + Ao ^ 2** ' sommatoria progressiva dei quadrati Aq

**Bq = Bq + Bo ^ 2** ' sommatoria progressiva dei quadrati Bq

**NEXT x**

**RAq = SQR( Aq )** ' radice quadrata della sommatoria progressiva Aq

**RBq = SQR( Bq )** ' radice quadrata della sommatoria progressiva Bq

**C = ( SP ) / ( RAq \* RBq )** ' calcolo finale degli n coefficienti di correlazione

**PRINT "C"; k ; "=" ; C** ' presentazione dei coefficienti di correlazione.

**A = 0** ' azzeramento memorie per i successivi calcoli di C

**B = 0**

**Am = 0**

**Bm = 0**

**Ao = 0**

**Bo = 0**

**SP = 0**

**Aq = 0**

**Bq = 0**

**NEXT k**

Per provare il programma proponiamoci la determinazione della funzione di correlazione di matrice delle due funzioni di tabella a 10 elementi ( n = 10 ):

variabile	Funzione	Funzione
x	A(x)	B(x)
1	1.7	2.5
2	3.4	2.9
3	5.0	3.2
4	6.4	3.5
5	7.6	3.0
6	8.6	3.7

7	9.3	.6
8	9.8	1.0
9	10.0	1.7
10	11.0	2.0

F5

n? 10

A1

? 1.7

A2

?

3.4

..... di seguito fino a

A10

? 11

B1

? 2.5

B2

? 2.9

..... di seguito fino a

B10

? 2            dopo l'introduzione dell'ultimo elemento di B(x) si ha

C0 = -.4759656

C1 = -.5531418

C2 = -.4766486

C3 = -.2539985

C4 = .1339315

C5 = .4026823

C6 = .989358

C7 = .4487832

C8 = 3.011922 E-02

C9 = -.2451199

Il calcolo ha portato alla determinazione della funzione di correlazione di matrice che presenta il massimo di correlazione per  $C6 = .989358$ , è utile in molte applicazioni evidenziare, sia il valore massimo di correlazione, sia il numero (S) corrispondente allo spostamento effettuato sugli elementi di B(x) per ottenere tale massimo; nel nostro caso abbiamo  $S = 6$ .

La funzione di correlazione di matrice viene così espressa:

variabile di spostamento S	C( S )
0	-.4759656
1	-.5531418
2	-.4766486
3	-.2539985
4	.1339315
5	.4026823
6	.989358
7	.4487832
8	3.01192 E-02
9	-.2451199

dove il valore  $C(0)$  rappresenta la correlazione esistente tra  $A(x)$  e  $B(x)$  eseguita senza alcun spostamento degli elementi di  $B(x)$ ,....., dove il valore di  $C(r)$  rappresenta la correlazione esistente tra le due funzioni di matrice dopo aver eseguito il nono spostamento degli elementi di  $B(x)$ . E' di fondamentale importanza rimarcare che le operazioni di correlazioni tra le due funzioni sono eseguite nel presupposto che  **$A(x)$  rimanga sempre invariata**, mentre gli spostamenti avvengono soltanto negli elementi di  $B(x)$ .

## 9.5 La correlazione tra fenomeni ondulatori casuali

Si definiscono fenomeni ondulatori casuali quelli esprimibili mediante funzioni  $f(t)$  che mutano nel tempo sia in ampiezza che in polarità in modo casuale.

Gli algoritmi che abbiamo illustrato nel paragrafo 9.1 riguardano la ricerca dei valori dei coefficienti di correlazione tra serie di grandezze in numero discreto, questi metodi di calcolo non si adattano alla determinazione degli omologhi indicatori della correlazione tra funzioni che esprimono dei fenomeni ondulatori casuali.

Una certa analogia esiste invece tra la correlazione di funzioni di matrice e funzioni ondulatorie casuali, queste ultime possono considerarsi "estensioni" delle prime con un numero infinito di elementi nelle quali lo spostamento ( $S$ ), definito con un numero discreto di valori, viene sostituito da una variabile di spostamento continua ( $r$ ).

Gli indicatori del grado di correlazione tra fenomeni ondulatori casuali hanno caratteristiche di vere e proprie funzioni matematiche, per tale motivo sono detti **funzioni di correlazione**.

La teoria sulle funzioni di correlazione è molto vasta e non può essere trattata in questa sede, sede che si propone soltanto di fornire delle informazioni sui metodi di calcolo implementabili in Qbasic. Le funzioni di correlazione si ottengono per via analitica mediante complesse elaborazioni, i loro algoritmi sono però facilmente implementabile in Qbasic come ora dimostreremo.

### 9.5.1 La funzione di correlazione tra due fenomeni ondulatori casuali in banda (0 - F)

Se due fenomeni casuali, definiti rispettivamente dalle funzioni del tempo  $f_1(t)$  e  $f_2(t)$ , hanno tutte le loro componenti ondulatorie contenute in un intervallo di frequenza compreso tra la frequenza zero e la frequenza  $F$ , e se in tale intervallo l'ampiezza delle componenti dei due fenomeni è mediamente uniforme, la funzione di correlazione normalizzata tra i fenomeni stessi è data da:

$$C(r) = \frac{\text{Sen} [ 2 \pi F ( r - r_f ) ]}{[ 2 \pi F ( r - r_f ) ]}$$

dove

$C(r)$  = simbolo della funzione di correlazione

$F$  = frequenza estrema dell'intervallo

$r$  = variabile indipendente di spostamento temporale di  $f_2(t)$  rispetto a  $f_1(t)$

$r_f$  = valore iniziale e fisso di spostamento temporale di  $f_1(t)$  rispetto a  $f_2(t)$

Si deve osservare che in alcuni casi può essere  $r_f = 0$ , ciò significa che le due funzioni sono correlate per  $r = 0$ .

Un esempio fisico è utile per inquadrare meglio questa nuova funzione:

Sia  $f(t)$  un fenomeno ondulatorio casuale dovuto a vibrazioni meccaniche le cui oscillazioni sono contenute nell'intervallo compreso tra 0 e 1000 Hz. L'azione vibratoria di  $f(t)$  si propaghi su due percorsi diversi, percorso 1 e percorso 2, con il percorso 1 superiore al percorso 2, per poi essere percepita nello stesso punto d'ascolto A.

Indicando con  $f_1(t)$  la vibrazione che si propaga lungo il percorso 1 supponiamo che questo sia coperto in .0005 Sec.

Indicando con  $f_2(t)$  la vibrazione che si propaga lungo il percorso 2 supponiamo che questo sia coperto in .0003 Sec.

E' evidente che la vibrazione portata in A da  $f_1(t)$  sarà ritardata rispetto alla vibrazione portata in A da  $f_2(t)$  del tempo  $r_f = .0005 - .0003 = .0002$  Sec.

La funzione di correlazione tra i due fenomeni vibratorii presenti nel punto A, funzione che esprime il legame di interdipendenza tra  $f_1(t)$  e  $f_2(t)$ , sarà pertanto:

$$C(r) = \frac{\text{Sen} [ 2 \pi 1000 ( r - .0002 ) ]}{[ 2 \pi 1000 ( r - .0002 ) ]}$$

A questo punto non resta che computare l'espressione ottenuta, in funzione della variabile di posizione temporale (r), per ottenere l'andamento della funzione di correlazione interessata.

Il computo ed il grafico di  $C(r)$  si ottengono dal programma generale che si avvale della corrispondenza simbolica in Qbasic della funzione  $C(r)$ :

$$C(r) = \text{SIN} ( 2 * 3.14 * F * ( r - r_f ) ) / ( 2 * 3.14 * F * ( r - r_f ) )$$

che deve essere sviluppata per tutti i valori di r compresi nell'intervallo 0 - ro dove  $ro \gg r_f$

Il programma compilato e commentato è:

' Iniziare digitando la routine per il grafico del reticolo

LINE ( 0 , 160 ) - ( 460 , 160 ) ' comanda il tracciamento dell'asse delle ascisse (asse X)  
' per coordinate a 2 quadranti

LINE ( 0 , 0 ) - ( 0 , 320 ) ' comanda il tracciamento dell'asse delle ordinate (asse Y)  
' per coordinate a 2 quadranti

LOCATE 8,66 : PRINT "F" ' presentazione simbolo F per istruzione successiva

LOCATE 9,66 : INPUT F ' presentazione simbolo ? per introduzione valore di F

LOCATE 10,66 : PRINT "rf" ' presentazione simbolo rf per istruzione successiva

LOCATE 11,66 : INPUT rf ' presentazione simbolo ? per introduzione valore di rf

LOCATE 12,66 : PRINT "ro" ' presentazione simbolo ro per istruzione successiva

LOCATE 13,66 : INPUT ro ' presentazione simbolo ? per introduzione valore di ro

FOR r = .0000001 TO ro STEP ( ro / 1000 ) ' impostazione campo variabilità di r a 1000 passi fissi

C(r) = SIN ( 2 \* 3.14 \* F \* ( r - rf ) ) / ( 2 \* 3.14 \* F \* ( r - rf ) ) ' calcolo C(r)

PSET( 460 \* r / ro , 160 - 160 \* C ( r ) ),14 ' tracciamento del grafico andamento C(r) con &

' normalizzazione automatica asse delle ascisse

**NEXT r** ' rimanda all'istruzione FOR r... per il calcolo dei successivi punti di C(r)

L'esempio fisico illustrato può essere concluso con l'applicazione del programma ora compilato assumendo per ro il valore .002 >> rf; si preme F5 e si ha:

F  
? 1000  
rf  
? .0002  
ro  
? .002

dopo l'introduzione del valore di ro si ha la presentazione, in giallo, della curva di correlazione riportata in figura 45 in cui l'asse delle ordinate è diviso in 20 intervalli da .1 e l'asse delle ascisse in 20 intervalli da .0001 Sec.

Come avevamo anticipato si constata che il legame di correlazione tra due funzioni è a sua volta una funzione e come tale è rappresentabile graficamente per un qualsiasi numero di valori compatibilmente con il numero dei pixel disponibili sullo schermo.

Dalla curva si osserva:

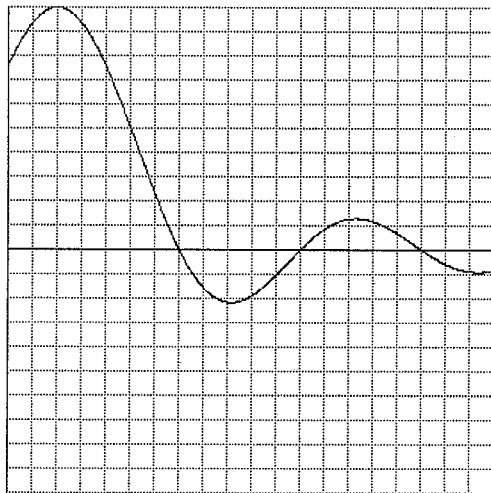
-La  $C(r)$  presenta il suo valore massimo in corrispondenza di  $r = .0002$  Sec. così come era prevedibile dato che tanto è il ritardo che la  $f_1(t)$  ha rispetto alla  $f_2(t)$ .

-Il profilo della  $C(r)$  ha la nota caratteristica delle funzioni  $\text{Sen } x/x$ .

-La curva di  $C(r)$  presenta il primo zero per un valore di

$$r = r_0 + 1/2F = .0002 + 1/(2 \cdot 1000) = .0007 \text{ Sec.}$$

Ciò indica che per tale valore le due funzioni  $f_1(t)$  e  $f_2(t)$  sono completamente scorrelate, cioè il loro legame di interdipendenza è nullo. La cosa può stupire dato che abbiamo ipotizzato che le due vibrazioni provengano dallo stesso fenomeno ondulatorio. La realtà fisica dell'esempio conferma invece questo comportamento che è inoltre mostrato dall'andamento della  $C(r)$  che, al di là di altri valori di zero netto, tende a decrescere d'ampiezza indefinitamente per valori di  $r$  crescenti indefinitamente.



**Figura 45**  
Funzione di correlazione  
banda 0 - 1000 Hz  
 $r_f = .0002$  Sec.



### 9.5.2 La funzione di correlazione tra due fenomeni ondulatori casuali in banda (F1 - F2)

Se due fenomeni casuali, definiti rispettivamente dalle funzioni del tempo  $f_1(t)$  e  $f_2(t)$ , hanno tutte le loro componenti ondulatorie contenute in un intervallo di frequenza compreso tra la frequenza  $F_1$  e la frequenza  $F_2$  e se in tale intervallo l'ampiezza media delle componenti dei due fenomeni è uniforme, la funzione di correlazione normalizzata tra i fenomeni stessi è data da:

$$C(r) = \frac{\text{Sen} [ 2 \pi DF ( r - rf ) ]}{[ 2 \pi DF ( r - rf ) ]} \text{Cos} [ 2 \pi Fo ( r - rf ) ]$$

dove

$C(r)$  = simbolo della funzione di correlazione

$DF = (F_2 - F_1) / 2$

$Fo = (F_2 + F_1) / 2$

$r$  = variabile indipendente di spostamento temporale di  $f_2(t)$  rispetto a  $f_1(t)$

$rf$  = valore iniziale e fisso di spostamento temporale di  $f_1(t)$  rispetto a  $f_2(t)$

L' esempio fisico riportato nel paragrafo 9.5.1 si adatta naturalmente anche a questo tipo di fenomeni casuali per cui possiamo scrivere:

Sia  $f(t)$  un fenomeno casuale dovuto a vibrazioni meccaniche le cui oscillazioni sono contenute nell'intervallo compreso tra 5000 Hz e 10000 Hz. Indicando con  $f_1(t)$  la vibrazione che si propaga lungo il percorso 1 supponiamo che questo sia coperto in .0001 Sec.

Indicando con  $f_2(t)$  la vibrazione che si propaga lungo il percorso 2 supponiamo che questo sia coperto in .00006 Sec. La vibrazione portata in A da  $f_1(t)$  sarà ritardata rispetto alla vibrazione portata in A da  $f_2(t)$  del tempo  $rf = .0001 - .00006 = .00004$  Sec.

Per l'impostazione della funzione di correlazione tra i due fenomeni vibratorii presenti nel punto A, funzione che esprime il legame di interdipendenza tra  $f_1(t)$  e  $f_2(t)$ , si deve anzitutto computare:

$$DF = (F_2 - F_1) / 2 = (10000 - 5000) / 2 = 2500 \text{ Hz}$$

$$Fo = (F_2 + F_1) / 2 = (10000 + 5000) / 2 = 7500 \text{ Hz}$$

da cui si ha

$$C(r) = \frac{\text{Sen} [ 2 \pi 2500 ( r - .00004 ) ]}{[ 2 \pi 2500 ( r - .00004 ) ]} \text{Cos} [ 2 \pi 7500 ( r - .00004 ) ]$$

Il calcolo ed il grafico di  $C(r)$  si ottengono dal programma generale che si avvale della corrispondenza simbolica in Qbasic della funzione  $C(r)$  spezzata per comodità di compilazione in due parti:

$$Y1 = \text{SIN} ( 2 * 3.14 * ((F_2 - F_1) / 2) * (r - rf) ) / ( 2 * 3.14 * ((F_2 - F_1) / 2) * (r - rf) )$$

$$Y2 = \text{COS} ( 2 * 3.14 * ((F_2 + F_1) / 2) * (r - rf) )$$

$$C(r) = Y1 * Y2$$

che deve essere sviluppata per tutti i valori di r compresi nell'intervallo 0-ro dove  $ro \gg rf$   
 Il programma compilato e commentato è:

'Iniziare digitando la routine per il grafico del reticolo

```

LINE ( 0 , 160 ) - ( 460 , 160 ) ' comanda il tracciamento dell'asse delle ascisse (asse X)
                                ' per coordinate a 2 quadranti
LINE ( 0 , 0 ) - ( 0 , 320 ) ' comanda il tracciamento dell'asse delle ordinate (asse Y)
                                ' per coordinate a 2 quadranti

LOCATE 8,66 : PRINT "F1" ' presentazione simbolo F1 per istruzione successiva
LOCATE 9,66 : INPUT F1   ' presentazione simbolo ? per introduzione valore di F1
LOCATE 10,66 : PRINT "F2" ' presentazione simbolo F2 per istruzione successiva
LOCATE 11,66 : INPUT F2   ' presentazione simbolo ? per introduzione valore di F2
LOCATE 12,66 : PRINT "rf" ' presentazione simbolo rf per istruzione successiva
LOCATE 13,66 : INPUT rf   ' presentazione simbolo ? per introduzione valore di rf
LOCATE 14,66 : PRINT "ro" ' presentazione simbolo ro per istruzione successiva
LOCATE 15,66 : INPUT ro   ' presentazione simbolo ? per introduzione valore di ro
FOR r = .0000001 TO ro STEP ( ro / 1000 ) ' impostazione campo variabilità di r a 1000 passi fissi
Y1= SIN ( 2 * 3.14 * ( ( F2 - F1 ) / 2 ) * ( r - rf ) ) / ( 2 * 3.14 * ( ( F2 - F1 ) / 2 ) * ( r - rf ) )
Y2 = COS ( 2 * 3.14 * ( ( F2 + F1 ) / 2 ) * ( r - rf ) )
C( r ) = Y1 * Y2
PSET( 460 * r / ro , 160 - 160 * C ( r ) ),14 ' tracciamento del grafico andamento C(r) con
                                                ' normalizzazione automatica asse delle ascisse
NEXT r ' rimanda all'istruzione FOR r... per il calcolo dei successivi punti di C(r)

```

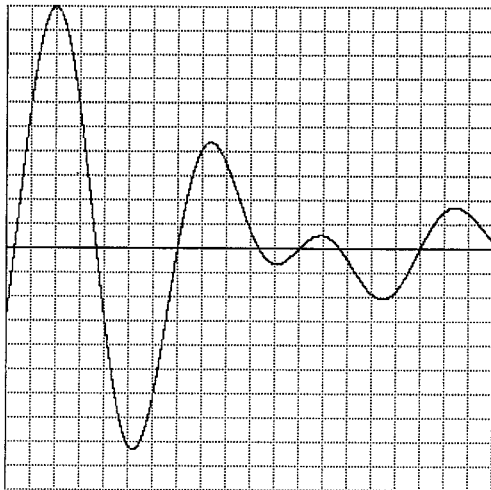
L'esempio può essere concluso con l'applicazione del programma ora compilato assumendo per ro il valore .0004 >> rf:

F5	F1
	? 5000
	F2
	? 10000
	rf
	? . 00004
	ro
	? . 0004

dopo l'introduzione del valore di ro si ha la presentazione, in giallo, della curva di correlazione riportata in figura 46 in cui l'asse delle ordinate è diviso in 20 intervalli da .1 e l'asse delle ascisse in 20 intervalli da .00002 Sec.

Dalla curva si osserva:

- La  $C(r)$  presenta il suo valore massimo in corrispondenza di  $r = .00004 \text{ Sec.}$ , così come era prevedibile dato che tanto è il ritardo che la  $f_1(t)$  ha rispetto alla  $f_2(t)$ .
- Il profilo della  $C(r)$  ondula secondo la funzione coseno modulata in  $\text{Sen } x/x$ , infatti la funzione di correlazione è il prodotto di due funzioni: una cosinusoidale, che varia rapidamente con il variare di  $r$ , e una del tipo  $\text{Sen } x/x$ , che varia, con il variare di  $r$ , meno rapidamente della prima.
- Il legame di correlazione di questo tipo di fenomeni dipende prevalentemente dalla larghezza della banda delle frequenze che li compongono e relativamente dal valore di  $r$ .



**Figura 46**  
Funzione di correlazione  
in banda 5000 - 10000 Hz  
 $r_f = .00004 \text{ Sec.}$

## 9.6 Le funzioni di correlazione per fenomeni casuali a due stati

Per concludere questo capitolo è necessario accennare a due utilissimi algoritmi di correlazione che giuocano un ruolo fondamentale nell'analisi dei fenomeni casuali.

I fenomeni ondulatori casuali, dei tipi già trattati in precedenza, sono definiti da una funzione  $f(t)$  che muta nel tempo in ampiezza e polarità in modo casuale.

Un fenomeno casuale a due stati è definito invece da una funzione  $f(t)$  che ha sempre ampiezza costante e varia soltanto in polarità in modo casuale.

### 9.6.1 La funzione di correlazione tra fenomeni casuali a due stati in banda

(0 - F)

Se due fenomeni casuali a due stati, definiti rispettivamente dalle funzioni del tempo  $f_1(t)$  e  $f_2(t)$ , hanno tutte le loro componenti frequenziali contenute in un intervallo di frequenza compreso tra la frequenza zero e la frequenza  $F$ , la funzione di correlazione normalizzata tra i fenomeni stessi è data da:

$$Cl(r) = (2/\pi) \operatorname{Arcsen} \frac{\operatorname{Sen} [2\pi F (r - rf)]}{[2\pi F (r - rf)]}$$

dove

$Cl(r)$  = simbolo della funzione di correlazione tra funzioni casuali a due stati

$F$  = frequenza estrema dell'intervallo

$r$  = variabile indipendente di spostamento temporale di  $f_2(t)$  rispetto a  $f_1(t)$

$rf$  = valore iniziale e fisso di spostamento temporale di  $f_1(t)$  rispetto a  $f_2(t)$

Il computo ed il grafico di  $Cl(r)$  si ottengono dal programma generale che si avvale della corrispondenza simbolica in Qbasic della funzione  $Cl(r)$  che per semplificare la compilazione è scritta con due istruzioni:

$$Y = \operatorname{SIN} (2 * 3.14 * F * (r - rf)) / (2 * 3.14 * F * (r - rf))$$

$$Cl(r) = (2/3.14) * \operatorname{ATN} (Y / \operatorname{SQR} (-Y * Y + 1))$$

che deve essere sviluppata per tutti i valori di  $r$  compresi nell'intervallo  $0-ro$  dove  $ro \gg rf$ .  
Il programma compilato e commentato è il seguente:

' Iniziare digitando la routine per il grafico del reticolo

**LINE (0,160) - (460,160)** ' comanda il tracciamento dell'asse delle ascisse (asse X)  
' per coordinate a 2 quadranti

**LINE (0,0) - (0,320)** ' comanda il tracciamento dell'asse delle ordinate (asse Y)  
' per coordinate a 2 quadranti

**LOCATE 8,66 : PRINT "F"** ' presentazione simbolo F per istruzione successiva

**LOCATE 9,66 : INPUT F** ' presentazione simbolo ? per introduzione valore di F

**LOCATE 10,66 : PRINT "rf"** ' presentazione simbolo rf per istruzione successiva

**LOCATE 11,66 : INPUT rf** ' presentazione simbolo ? per introduzione valore di rf

**LOCATE 12,66 : PRINT "ro"** ' presentazione simbolo ro per istruzione successiva

**LOCATE 13,66 : INPUT ro** ' presentazione simbolo ? per introduzione valore di ro

**FOR r = .0000001 TO ro STEP (ro/1000)** ' impostazione campo variabilità di r a 1000 passi fissi

**Y = SIN (2 \* 3.14 \* F \* (r - rf)) / (2 \* 3.14 \* F \* (r - rf))** ' calcolo di  $Cl(r)$

**$Cl(r) = (2/3.14) * \operatorname{ATN} (Y / \operatorname{SQR} (-Y * Y + 1))$**  ' in due passi di programma

**PSET(460 \* r / ro, 160 - 160 \*  $Cl(r)$ ),14** ' tracciamento del grafico andamento  $Cl(r)$  con  
' normalizzazione automatica asse delle ascisse

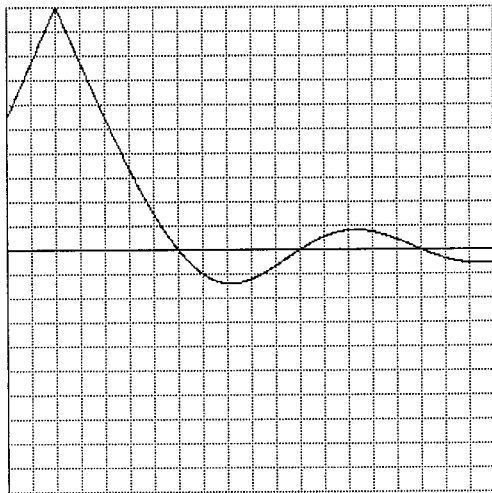
**NEXT r** ' rimanda all'istruzione FOR r... per il calcolo dei successivi punti di  $Cl(r)$

Se proviamo il programma ora compilato assumendo gli stessi valori utilizzati nell'esercizio del paragrafo 9.5.1 otteniamo

F5

F  
? 1000  
rf  
? .0002  
ro  
? .002

dopo l'introduzione del valore di  $r_o$  si ha la presentazione, in giallo, della curva di correlazione riportata in figura 47 in cui l'asse delle ordinate è diviso in 20 intervalli da .1 e l'asse delle ascisse in 20 intervalli da .0001 Sec.



**Figura 47**  
Funzione di correlazione  
per fenomeni a due stati  
in banda 0 - 1000 Hz  
 $r_f = .0002$  Sec.

Dalla curva si osserva:

- Il profilo della  $CI(r)$  mostra una cuspide in corrispondenza del massimo, il restante andamento segue di massima la funzione  $\text{Sen } x/x$ .
- La  $CI(r)$  presenta il suo valore massimo in corrispondenza di  $r = .0002$  Sec.
- La curva di  $CI(r)$  presenta il primo zero per un valore di  $r = r_o + 1/2F = .0002 + 1/(2 \cdot 1000) = .0007$  Sec.

### 9.6.2 La funzione di correlazione tra due fenomeni casuali a due stati in banda (F1 - F2).

Se due fenomeni casuali a due stati, definiti rispettivamente dalle funzioni del tempo  $f_1(t)$  e  $f_2(t)$ , hanno tutte le loro componenti frequenziali contenute in un intervallo di frequenza compreso tra la frequenza F1 e la frequenza F2, la funzione di correlazione normalizzata tra i fenomeni stessi è data da:

$$Cl(r) = (2/\pi) \text{Arcsen} \left\{ \frac{\text{Sen} [2\pi DF (r - rf)]}{[2\pi DF (r - rf)]} \text{Cos} [2\pi Fo (r - rf)] \right\}$$

dove

$Cl(r)$  = simbolo della funzione di correlazione tra funzioni casuali a due stati

$DF = (F2 - F1) / 2$

$Fo = (F2 + F1) / 2$

$r$  = variabile indipendente di spostamento temporale di  $f2(t)$  rispetto a  $f1(t)$

$rf$  = valore iniziale e fisso di spostamento temporale di  $f1(t)$  rispetto a  $f2(t)$

Il computo ed il grafico di  $Cl(r)$  si ottengono dal programma generale che si avvale della corrispondenza simbolica in Qbasic della funzione  $Cl(r)$  spezzata per comodità di compilazione in quattro parti:

$Y1 = \text{SIN} (2 * 3.14 * ((F2 - F1) / 2) * (r - rf)) / (2 * 3.14 * ((F2 - F1) / 2) * (r - rf))$

$Y2 = \text{COS} (2 * 3.14 * ((F2 + F1) / 2) * (r - rf))$

$Y3 = Y1 * Y2$

$Cl(r) = (2 / 3.14) * \text{ATN} (Y3 / \text{SQR} (-Y3 * Y3 + 1))$

che deve essere sviluppata per tutti i valori di  $r$  compresi nell'intervallo  $0-ro$  dove  $ro \gg rf$   
Il programma compilato e commentato è il seguente:

' Iniziare digitando la routine per il grafico del reticolo

**LINE (0,160) - (460,160)** ' comanda il tracciamento dell'asse delle ascisse (asse X)  
' per coordinate a 2 quadranti

**LINE (0,0) - (0,320)** ' comanda il tracciamento dell'asse delle ordinate (asse Y)  
' per coordinate a 2 quadranti

**LOCATE 8,66 : PRINT "F1"** ' presentazione simbolo F1 per istruzione successiva

**LOCATE 9,66 : INPUT F1** ' presentazione simbolo ? per introduzione valore di F1

**LOCATE 10,66 : PRINT "F2"** ' presentazione simbolo F2 per istruzione successiva

**LOCATE 11,66 : INPUT F2** ' presentazione simbolo ? per introduzione valore di F2

**LOCATE 12,66 : PRINT "rf"** ' presentazione simbolo rf per istruzione successiva

**LOCATE 13,66 : INPUT rf** ' presentazione simbolo ? per introduzione valore di rf

**LOCATE 14,66 : PRINT "ro"** ' presentazione simbolo ro per istruzione successiva

**LOCATE 15,66 : INPUT ro** ' presentazione simbolo ? per introduzione valore di ro

**FOR r = .0000001 TO ro STEP (ro / 1000)** ' impostazione campo variabilità di r a 1000 passi fissi &

```

Y1= SIN ( 2 * 3.14 * (( F2 - F1 ) / 2 ) * ( r - rf ) ) / ( 2 * 3.14 * (( F2 - F1 ) / 2 ) * ( r - rf ) )
Y2 = COS ( 2 * 3.14 * (( F2 + F1 ) / 2 ) * ( r - rf ) ) ' calcolo della Cl(r) in 4 passi di programma
Y3 = Y1 * Y2
Cl ( r ) = ( 2 / 3.14 ) * ATN ( Y3 / SQR ( -Y3 * Y3 + 1 ) )
PSET( 460 * r / ro , 160 - 160 * Cl ( r ) ),14 ' tracciamento del grafico andamento Cl(r) con
' normalizzazione automatica asse delle ascisse
NEXT r ' rimanda all'istruzione FOR r... per il calcolo dei successivi punti di Cl(r)

```

Si prova il programma con i dati impiegati nell'esercizio del paragrafo 9.5.2

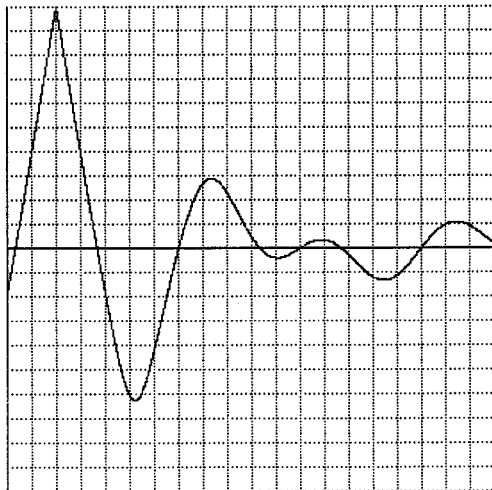
F5

```

F1
? 5000
F2
? 10000
rf
? .00004
ro
? .0004

```

dopo l'introduzione del valore di ro si ha la presentazione della curva di figura 48



**Figura 48**  
 Funzione di correlazione  
 per fenomeni a due stati  
 banda 5000 - 10000 Hz  
 $r_f = .00004$  Sec.

Dalla figura si osserva:

- l'asse delle ordinate è diviso in 20 intervalli da .1
- l'asse delle ascisse è diviso in 20 intervalli da .00002 Sec.
- Il profilo della  $Cl(r)$  presenta una cuspide sul massimo, lontano dal massimo la curva ondula secondo la funzione coseno modulata in  $\text{Sen } x/x$ .
- La  $Cl(r)$  presenta il suo valore massimo in corrispondenza di  $r = .00004$  Sec.

-Il legame di correlazione di questo tipo di fenomeni dipende prevalentemente dalla larghezza della banda delle frequenze che li compongono e relativamente dal valore di  $r$ .



## APPENDICE 1

### IL Qbasic PER L'ANALISI DEI QUADRIPOLI

Questa appendice è indirizzata agli studenti di elettronica, ai tecnici del ramo e a quanti altri sono interessati alla progettazione dei quadripoli elettrici. Gli esempi di calcolo riportati sono la base per lo sviluppo di più elaborate configurazioni che possono presentarsi nell'ambito delle attività di studio o di lavoro.

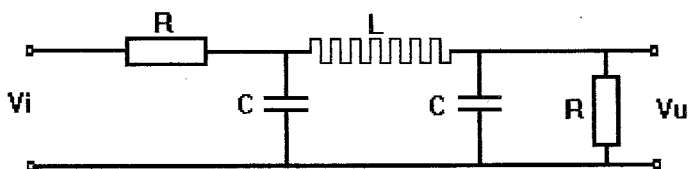
#### A1.1 Applicazione del Qbasic al calcolo dei componenti e della risposta in ampiezza di un filtro Passa Basso.

Il dimensionamento di un filtro passa basso, la cui struttura è riportata in figura 72, è cosa semplice; stabilito infatti il limite della frequenza della banda passante  $f_0$  ed il valore voluto delle resistenze di terminazione  $R$  si calcolano i componenti come segue:

$$L = R / (\pi f_0)$$

$$C = 1 / (2 \pi f_0 R)$$

in cui, espresso  $f_0$  in Hz ed  $R$  in ohm,  $L$  è in Henry e  $C$  in Farad



**Figura 72**

Struttura di un filtro Passa Basso

La determinazione della curva di risposta del filtro Passa Basso, indispensabile per visualizzare l'andamento dell'attenuazione del quadripolo in funzione della frequenza rappresenta, all'opposto del calcolo dei suoi componenti, un problema di notevole difficoltà. Difficoltà superabile con l'impiego della tecnica di calcolo sui numeri complessi sviluppata nel capitolo 11 e con la grafica illustrata nel capitolo 3.

Nel calcolo della risposta del filtro, che imposteremo nella pagina seguente, non si considereranno volutamente le resistenze di perdita dell'induttanza e delle capacità.

Questi elementi, a volte di notevole peso sulla risposta del quadripolo, potranno essere inseriti, come esercizio, nel programma di computazione dal lettore che avrà acquisito l'esperienza necessaria a tale implementazione.

Per calcolare la risposta del quadripolo dobbiamo anzitutto definire in termini complessi i vari componenti che lo costituiscono:

assunto

$$\omega = 2\pi f \quad \text{la pulsazione angolare}$$

$$A1 \quad \text{la reattanza dei componenti capacitivi } C$$

$$C1 \quad \text{la reattanza del componente induttivo } L$$

$$R \quad \text{il valore delle resistenze di terminazione}$$

si ha

$$\text{La reattanza } (A1) \quad A1 = 0 - j / \omega C$$

$$\text{La reattanza } (C1) \quad C1 = 0 + j \omega L$$

$$\text{La resistenza } (R) \quad R = R + j 0$$

Ora, in via del tutto convenzionale, se si assume che il simbolo // indichi il parallelo tra due o più componenti del quadripolo; sulla base della figura 72 (filtro pilotato di tensione) possiamo scrivere:

$$K \text{ per il parallelo tra } A1 \text{ ed } R \quad K = A1 // R = kx + jky$$

$$B1 \text{ per la serie tra } C1 \text{ e } K \quad B1 = C1 + K = bx + jby$$

$$H \text{ per il parallelo tra } A1 \text{ e } B1 \quad H = A1 // B1 = hx + jhy$$

$$U \text{ per la funzione di risposta del filtro} \quad U = ux + juy$$

a questo punto mediante passaggi di elettrotecnica classica si arriva alla determinazione della funzione di risposta in frequenza del quadripolo in forma complessa:

$$Vu / Vi = U = (K / B1) / [(R / H) + 1]$$

Per il computo della funzione di risposta si impiegheranno le operazioni tra numeri complessi già trattate nel capitolo 11 con l'aggiunta di una forma di calcolo che ci consentirà l'implementazione in Qbasic del valore complesso del parallelo tra i vari componenti del quadripolo.

Se Q e Z sono ad esempio i valori complessi di due componenti

$$Q = qx + j qy$$

$$Z = zx + j zy$$

il loro parallelo sarà:

$$P = Q // Z = (Q \cdot Z) / (Q + Z) = (qx + j qy) \cdot (zx + j zy) / [(qx + j qy) + (zx + j zy)]$$

il valore di P si ottiene quindi applicando in successione le operazioni di "prodotto"; "somma"; "quoziente" tra numeri complessi.

Per lo sviluppo del programma ci serviremo pertanto di 4 Subroutine denominate:

**somma:** esegue il calcolo  $(x1+jy1) + (x2+jy2)$  e fornisce il risultato nella forma  $(x1 + jy1)$

**prod:** esegue il calcolo  $(x1+jy1) \cdot (x2+jy2)$  e fornisce il risultato nella forma  $(xm + jym)$

**div:** esegue il calcolo  $(x1+jy1) : (x2+jy2)$  e fornisce il risultato nella forma  $(xq + jyq)$

**parall:** esegue il calcolo  $(x1+jy1) // (x2+jy2)$  e fornisce il risultato nella forma  $(xp + jyp)$

Per semplificare le procedure di calcolo "parzializzeremo" la funzione U in funzioni più semplici, utilizzando tre variabili complesse di servizio  $F = fx+jfy$ ;  $G = gx+jgy$ ;  $L = lx+jly$ .

Il programma che ci accingiamo a commentare è diviso in 10 sezioni di lavoro quali:

SEZIONE 1 - impostazione modalità di schermo e richiesta dati (valore della frequenza  $f_0$  limite della banda passante, valore delle resistenze di terminazione R)

SEZIONE 2 - calcolo dei componenti del filtro ( valore dell'induttanza L, valore delle capacità C)

SEZIONE 3 - richiesta dati per il tracciamento della curva di risposta ( la frequenza massima  $F_{max}$  da assegnare alle ascisse del tracciato, il passo -step- per l'incremento di frequenza di calcolo del tracciato)

SEZIONE 4 - formazione del sistema di assi cartesiani ad 1 quadrante ( scale delle ascisse in Hz, scale delle ordinate in dB -pari a 2dB/divisione-)

SEZIONE 5 - inizio calcolo automatico in funzione della frequenza

SEZIONE 6 - definizione dei componenti del filtro come numeri complessi

SEZIONE 7 - calcolo di K e di B1

SEZIONE 8 - calcolo di H e della risposta U del filtro in termini complessi

SEZIONE 9 - insieme delle subroutine di calcolo tra numeri complessi che vengono richiamate nel programma

SEZIONE 10 - calcolo del modulo di U e impostazione della funzione grafica PSET

La stesura del programma è la seguente:

' SEZIONE 1 - impostazione modalità di schermo e richiesta dati

SCREEN 9

LOCATE 4, 60: PRINT "PASSA BASSO-att."

LOCATE 5, 66: INPUT "fo ="; fo &

**LOCATE 6, 66: INPUT "R="; R**

' SEZIONE 2 - calcolo dei componenti del filtro

**L = R / (3.14 \* fo)**

**C = 1 / (6.28 \* fo \* R)**

**LOCATE 7, 60: PRINT "L="; L**

**LOCATE 8, 60: PRINT "C="; C**

' SEZIONE 3 - richiesta dati per il tracciamento della curva di risposta

**LOCATE 9, 66: INPUT "Fmax="; Fm**

**LOCATE 10, 66: INPUT "step="; s**

' SEZIONE 4 - formazione del sistema di assi cartesiani ad I quadrante

**LOCATE 20, 66: PRINT "y: 2dB/div"**

**LOCATE 2, 59 : PRINT "0dB"**

**LOCATE 24, 59 : PRINT "- 40dB"**

**FOR x = 0 TO 460 STEP 23**

**FOR y = 0 TO 320 STEP 2**

**PSET (x, y), 7**

**NEXT y**

**NEXT x**

**FOR y = 0 TO 320 STEP 16**

**FOR x = 0 TO 460 STEP 3**

**PSET (x, y), 7**

**NEXT x**

**NEXT y**

**LINE (0, 320)-(460, 320)**

**LINE (0, 0)-(0, 320)**

' SEZIONE 5 - inizio calcolo automatico in funzione della frequenza

**FOR f = 1 TO Fm STEP s**

' SEZIONE 6 - definizione dei componenti del filtro come numeri complessi

' espressione di  $R = rx + jry$

&

```

rx = R
ry = 0
' espressione di A1 = ax+jay
ax = 0
ay = -1 / (6.28 * f * C)
' espressione di C1 = cx+jcy
cx = 0
cy = (6.28 * f * L)

' SEZIONE 7 - calcolo di K e di B1
' espressione di B1 da calcolare B1 = bx+jby
' calcolo di B1= bx+jby = C1+A1//R = C1+ K
' per il computo di K= A1//R = kx+jky si fissa:
x1 = ax
y1 = ay
x2 = rx
y2 = ry

GOSUB parall ' invio alla subroutine parall che
              ' esegue il parallelo A1//R ottenendo kx e ky
kx = x1
ky = y1
' per C1 si fissa:
x2 = cx
y2 = cy

GOSUB somma ' invio alla subroutine somma che
             ' esegue la somma B1 = C1 + K
bx = x1
by = y1
' si ottiene cosi il valore di B1 = bx+jby

' SEZIONE 8 - calcolo di H e della risposta del filtro in termini complessi
' CALCOLO DI  $U = (K / B1) / [(R / H) + 1]$ 

```

&

```

' 1° -si calcola  $H = A1 // B1 = hx + jhy$ 

x1 = ax

y1 = ay

x2 = bx

y2 = by

GOSUB parall ' invio alla subroutine parall che
               ' esegue il parallelo tra A1 e B1
' si ottiene :

hx = x1

hy = y1

' 2° - si esegue il calcolo  $F = (R/(A1//B1))+1 = (R/H)+1 = fx + jfy$ 
' ( F è la prima variabile di servizio )

x1 = rx

y1 = ry

x2 = hx

y2 = hy

GOSUB div ' invio alla subroutine div che esegue il rapporto R/H
            ' (si esegue direttamente la somma  $1 + R/H$  per ottenere F)
fx = xq + 1

fy = yq

' 3° - si esegue il calcolo  $1/F = G = gx + jgy$ 
' ( G è la seconda variabile di servizio )

x1 = 1

y1 = 0

x2 = fx

y2 = fy

GOSUB div ' invio alla subroutine div che calcola il reciproco di F

gx = xq

gy = yq

' 4° - si esegue il calcolo  $L = lx + jly = K/B1$ 
' ( L è la terza variabile di servizio)

x1 = kx

y1 = ky

```

&

```

x2 = bx
y2 = by
GOSUB div ' invio alla subroutine div che esegue il rapporto K/B1
lx = xq
ly = yq
' 5° -si esegue il prodotto finale per il calcolo di U ;  $U = G \cdot L = ux + juy$ 
x1 = gx
y1 = gy
x2 = lx
y2 = ly
GOSUB prod ' invio alla subroutine prod che esegue il prodotto tra le due
' variabili di servizio G ed L
ux = xm
uy = ym
GOTO calcmo ' ultimato il calcolo di U si passa alla routine
' di calcolo per il tracciamento della risposta del filtro

' SEZIONE 9 - subroutine di calcolo tra numeri complessi che
' vengono richiamate dai passi di programma precedenti

' -----SUBROUTINE DI CALCOLO-----
somma:
x1 = x1 + x2
y1 = y1 + y2
RETURN
prod:
xm = (x1 * x2 - y1 * y2)
ym = (x1 * y2 + y1 * x2)
RETURN
div:
xq = (x1 * x2 + y1 * y2) / ((x2) ^ 2 + (y2) ^ 2)
yq = (x2 * y1 - x1 * y2) / ((x2) ^ 2 + (y2) ^ 2)
RETURN
&

```

**parall:**

**xp = (x1 \* x2 - y1 \* y2)**

**yp = (x1 \* y2 + y1 \* x2)**

**xs = x1 + x2**

**ys = y1 + y2**

**x1 = (xp \* xs + yp \* ys) / ((xs) ^ 2 + (ys) ^ 2)**

**y1 = (xs \* yp - xp \* ys) / ((xs) ^ 2 + (ys) ^ 2)**

**RETURN**

' SEZIONE 10 - calcolo del modulo di U e impostazione  
'della funzione grafica PSET

**calcmmod :**

**M = SQR(ux ^ 2 + uy ^ 2)** ' modulo

**D = 20 \* (LOG(M) / LOG(10))** ' espressione del modulo in dB

**PSET ((460 / Fm) \* f, -320 / 40 \* D), 14**

**NEXT f** ' rimanda all'istruzione For f=1 to Fm  
' per il calcolo del successivo valore di M

## **A1.2 Esercitazione numerica e grafica per il dimensionamento di un filtro Passa Basso**

Sia da calcolare un filtro passa basso con banda limitata alla frequenza  $f_0 = 1200$  Hz, siano fissati in 1300 ohm i valori delle resistenze di terminazione R, se ne tracci la curva di risposta in ampiezza dalla frequenza 0 alla frequenza  $F_{max} = 2500$  Hz con un passo di incremento in frequenza di 10Hz. Impiegando il programma compilato nel paragrafo precedente abbiamo:

F5

FILTRO PASSA BASSO -att.

1ª fase di introduzione dati       $f_0 = ?$  1200

$R = ?$  1300

$F_{max} = ?$  2500

Step=? 10

risultati del calcolo dei componenti       $L = .3450106$   
(L in Henry, C in Farad)

$C = 1.020741E-07$



2<sup>a</sup> fase di introduzione dati

Fmax=? 2500

Step=? 10

Dopo l'introduzione dell'ultimo dato si forma il reticolo ad un quadrante ed inizia il tracciamento della curva di risposta, traccia di colore giallo.

Dato che i calcoli per la presentazione della curva di risposta del filtro richiedono molte operazioni, il P.C. impiegherà qualche secondo per la visualizzazione grafica completa.

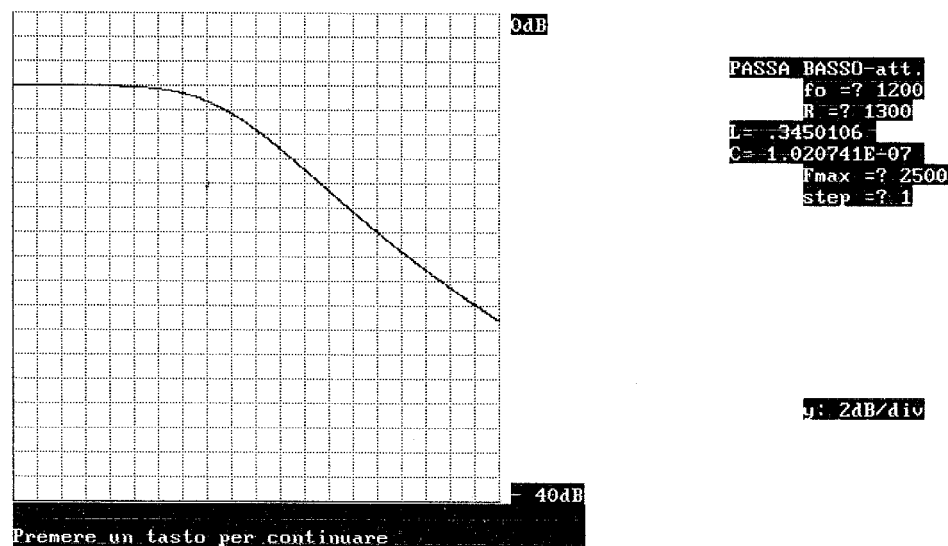
Il tempo di esecuzione del programma dipende naturalmente dal tipo del P.C. e dal valore dell'incremento in frequenza impostato.

Il risultato grafico è riportato in figura 73, da esso si osserva:

-alle frequenze molto inferiori ad  $f_0$  l'attenuazione del filtro è costante a livello di -6dB, questo valore di attenuazione dipende dal tipo di pilotaggio ipotizzato ( pilotaggio di tensione )

-alla frequenza  $f_0$  il filtro presenta un valore di attenuazione pari a -9dB

-alla frequenza Fmax il filtro presenta un'attenuazione di -25 dB .



**Figura 73**

Curva di risposta in ampiezza  
del filtro Passa Basso

### A1.3 Applicazione del Qbasic al calcolo dei componenti e della risposta in fase di un filtro Passa Basso

Con un programma di elaborazione molto simile a quello mostrato nel paragrafo A1.1 è possibile tracciare l'andamento della risposta in fase del filtro passa basso.

Ferma restando tutta l'impostazione esposta all'inizio del citato paragrafo il nuovo programma si diversifica per il contenuto di alcune delle sezioni di lavoro come segue:

SEZIONE 1 - impostazione modalità di schermo e richiesta dati (valore della frequenza  $f_0$  limite della banda passante, valore delle resistenze di terminazione R)

SEZIONE 2 - calcolo dei componenti del filtro (valore induttanza L, valore capacità C)

SEZIONE 3 - richiesta dati per il tracciamento della curva di risposta ( la frequenza massima  $F_{max}$  da assegnare alle ascisse del tracciato, il passo -step- per l'incremento di frequenza di calcolo del tracciato )

SEZIONE 4 - formazione del sistema di assi cartesiani ad 1 quadrante ( scale delle ascisse in Hz, scale delle ordinate in gradi sessagesimali -pari a  $20^\circ$  /divisione-)

SEZIONE 5 - inizio calcolo automatico in funzione della frequenza

SEZIONE 6 - definizione dei componenti del filtro come numeri complessi

SEZIONE 7 - calcolo di K e di B1

SEZIONE 8 - calcolo di H e della risposta U del filtro in termini complessi

SEZIONE 9 - insieme delle subroutine di calcolo tra numeri complessi che vengono richiamate nel programma

SEZIONE 10 - calcolo dell'argomento Arg e impostazione della funzione grafica PSET

La stesura del programma è la seguente:

' SEZIONE 1 - impostazione modalità di schermo e richiesta dati

SCREEN 9

LOCATE 4, 60: PRINT "PASSA BASSO -fase"

LOCATE 5, 66: INPUT "f o ="; fo

LOCATE 6, 66: INPUT "R ="; R

' SEZIONE 2 - calcolo dei componenti del filtro

$L = R / (3.14 * fo)$

$C = 1 / (6.28 * fo * R)$

LOCATE 7, 60: PRINT "L="; L

LOCATE 8, 60: PRINT "C="; C

' SEZIONE 3 - richiesta dati per il tracciamento della curva di fase

LOCATE 9, 66: INPUT "Fmax ="; Fm

LOCATE 10, 66: INPUT "step ="; s

' SEZIONE 4 - formazione del sistema di assi cartesiani ad 1 quadrante &

```

LOCATE 20 , 66: PRINT "y: 20°/div"

LOCATE 2 , 59 : PRINT "400°"

LOCATE 24 , 59 : PRINT "0°"

FOR x = 0 TO 460 STEP 23

FOR y = 0 TO 320 STEP 2

PSET (x, y), 7

NEXT y

NEXT x

FOR y = 0 TO 320 STEP 16

FOR x = 0 TO 460 STEP 3

PSET (x, y), 7

NEXT x

NEXT y

LINE (0, 320)-(460, 320)

LINE (0, 0)-(0, 320)

' SEZIONE 5 - inizio calcolo automatico in funzione della frequenza

FOR f = 1 TO Fm STEP s

' SEZIONE 6 - definizione dei componenti del filtro come numeri complessi

' espressione di R = rx+jry

rx = R

ry = 0

' espressione di A1 = ax+jay

ax = 0

ay = -1 / (6.28 * f * C)

' espressione di C1 = cx+jcy

cx = 0

cy = (6.28 * f * L)

' SEZIONE 7 - calcolo di K e di B1

' espressione di B1 da calcolare B1 = bx+jby
&

```

' calcolo di  $B1 = bx + jby = C1 + A1/R = C1 + K$

' per il computo di  $K = A1/R = kx + jky$  si fissa:

$x1 = ax$

$y1 = ay$

$x2 = rx$

$y2 = ry$

**GOSUB parall** ' invio alla subroutine parall che  
' esegue il parallelo  $A1/R$  ottenendo  $kx$  e  $ky$

$kx = x1$

$ky = y1$

' per  $C1$  si fissa:

$x2 = cx$

$y2 = cy$

**GOSUB somma** ' invio alla subroutine somma che  
' esegue la somma  $B1 = C1 + K$

$bx = x1$

$by = y1$

' si ottiene così il valore di  $B1 = bx + jby$

' SEZIONE 8 - calcolo di  $H$  e della risposta del filtro in termini complessi

' CALCOLO DI  $U = (K / B1) / [(R / H) + 1]$

' 1° - si calcola  $H = A1/B1 = hx + jhy$

$x1 = ax$

$y1 = ay$

$x2 = bx$

$y2 = by$

**GOSUB parall** ' invio alla subroutine parall che  
' esegue il parallelo tra  $A1$  e  $B1$

' si ottiene :

$hx = x1$

$hy = y1$

' 2° - si esegue il calcolo  $F = (R/(A1/B1)) + 1 = (R/H) + 1 = fx + jfy$

' (  $F$  è la prima variabile di servizio )

&

**x1 = rx**

**y1 = ry**

**x2 = hx**

**y2 = hy**

**GOSUB div** ' invio alla subroutine **div** che esegue il rapporto R/H  
' (si esegue direttamente la somma 1+ R/H per ottenere F)

**fx = xq + 1**

**fy = yq**

' 3° - si esegue il calcolo  $1/F = G = gx+jgy$   
' ( G è la seconda variabile di servizio )

**x1 = 1**

**y1 = 0**

**x2 = fx**

**y2 = fy**

**GOSUB div** ' invio alla subroutine **div** che calcola il reciproco di F

**gx = xq**

**gy = yq**

' 4° - si esegue il calcolo  $L = lx+jly = K/B1$   
' ( L è la terza variabile di servizio )

**x1 = kx**

**y1 = ky**

**x2 = bx**

**y2 = by**

**GOSUB div** ' invio alla subroutine **div** che esegue il rapporto K/B1

**lx = xq**

**ly = yq**

' 5° -si esegue il prodotto finale per il calcolo di U ;  $U = G \cdot L = ux+juy$

**x1 = gx**

**y1 = gy**

**x2 = lx**

**y2 = ly**

&

```

GOSUB prod ' invio alla subroutine prod che esegue il prodotto tra le due
              ' variabili di servizio G ed L
ux = xm

uy = ym

GOTO calcarg ' ultimato il calcolo di U si passa alla routine
              ' di calcolo per il tracciamento della risposta in fase del filtro

```

```

' SEZIONE 9 - subroutine di calcolo tra numeri complessi che
              ' vengono richiamate dai passi di programma precedenti

```

```

'-----SUBROUTINE DI CALCOLO-----
somma:

```

```

x1 = x1 + x2

```

```

y1 = y1 + y2

```

```

RETURN

```

```

prod:

```

```

xm = (x1 * x2 - y1 * y2)

```

```

ym = (x1 * y2 + y1 * x2)

```

```

RETURN

```

```

div:

```

```

xq = (x1 * x2 + y1 * y2) / ((x2) ^ 2 + (y2) ^ 2)

```

```

yq = (x2 * y1 - x1 * y2) / ((x2) ^ 2 + (y2) ^ 2)

```

```

RETURN

```

```

parall:

```

```

xp = (x1 * x2 - y1 * y2)

```

```

yp = (x1 * y2 + y1 * x2)

```

```

xs = x1 + x2

```

```

ys = y1 + y2

```

```

x1 = (xp * xs + yp * ys) / ((xs) ^ 2 + (ys) ^ 2)

```

```

y1 = (xs * yp - xp * ys) / ((xs) ^ 2 + (ys) ^ 2)

```

```

RETURN

```

```

' SEZIONE 10 - calcolo dell'argomento di U e impostazione
              ' della funzione grafica PSET

```

```

calcarg :

```

```

&

```

```

IF (ux = 0) AND (uy <> 0) THEN R = .00000001#
IF (ux > 0) AND (uy = 0) THEN T = 0
IF (ux < 0) AND (uy = 0) THEN T = 180
IF (uy > 0) AND (ux > 0) THEN T = 0
IF (uy > 0) AND (ux < 0) THEN T = 180
IF (uy < 0) AND (ux < 0) THEN T = 180
IF (uy < 0) AND (ux > 0) THEN T = 360
arg = T + 57.2957 * ATN(uy / ux)
PSET ((460 / Fm) * f, 320 - .8 * (360 - arg)), 14
NEXT f      ' rimanda all'istruzione For f=1 to Fm
            ' per il calcolo del successivo valore di Arg

```

#### A1.4 Esercitazione numerica e grafica per il tracciamento della risposta in fase di un filtro Passa Basso

Sia da tracciare la risposta in fase del filtro passa basso con banda limitata alla frequenza  $f_0 = 1200$  Hz, siano fissati in 1300 ohm i valori delle resistenze di terminazione R, se ne tracci la curva di risposta dalla frequenza 0 alla frequenza  $F_{max} = 2500$  Hz con un passo di incremento in frequenza di 10Hz.

Impiegando il programma compilato nel paragrafo precedente abbiamo:

```

F5
      FILTRO PASSA BASSO-fase
1ª fase di introduzione dati      fo= ? 1200
                                   R= ? 1300
                                   Fmax=? 2500
                                   Step=? 10

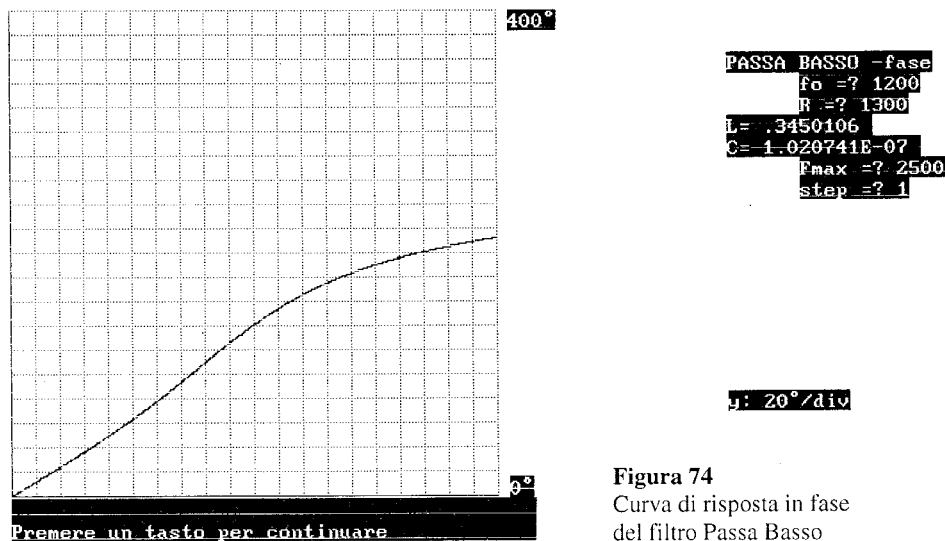
risultati del calcolo dei componenti      L = .3450106
(L in Henry, C in Farad)
                                   C = 1.020741E-07

2ª fase di introduzione dati      Fmax=? 2500
                                   Step=? 10

```

Dopo l'introduzione dell'ultimo dato si forma il reticolo ad un quadrante ed inizia il tracciamento della curva di risposta in fase, traccia di colore giallo.

Il risultato grafico è riportato in figura 74, da esso si osserva che la curva di fase del filtro passa basso cresce con la frequenza con legge non lineare, la variazione di fase è contenuta tra 0° e 210° circa.



**Figura 74**  
Curva di risposta in fase  
del filtro Passa Basso

### A1.5 Applicazione del Qbasic al calcolo dei componenti e della risposta in ampiezza di un filtro Passa Banda

Per il dimensionamento di un filtro passa banda, la cui struttura è riportata in figura 75, si fissano i limiti di banda passante F1 ed F2 ed il valore voluto delle resistenze di terminazione R, si calcolano i componenti come segue:

$$L1 = R / [\pi (F2 - F1)]$$

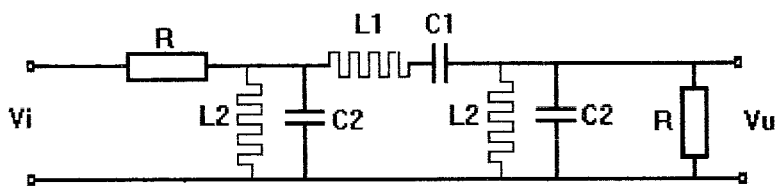
$$L2 = R (F2 - F1) / (2 \pi F1 F2)$$

$$C1 = (F2 - F1) / (4 \pi F1 F2 R)$$

$$C2 = 1 / [2 \pi (F2 - F1) R]$$

in cui, espresse F1 ed F2 in Hz ed R in ohm, L1 ed L2 sono in Henry e C1 e C2 in Farad





**Figura 75**  
Struttura di un filtro Passa Banda

Per calcolare la risposta del quadripolo dobbiamo anzitutto definire, in termini complessi, i vari componenti che lo costituiscono:

assunto

$$\omega = 2\pi f \quad \text{la pulsazione angolare}$$

si ha

$$\text{La reattanza di } L1 = l1x + j l1y = 0 + j 2\pi f L1$$

$$\text{La reattanza di } L2 = l2x + j l2y = 0 + j 2\pi f L2$$

$$\text{La reattanza di } C1 = c1x + j c1y = 0 - j / 2\pi f C1$$

$$\text{La reattanza di } C2 = c2x + j c2y = 0 - j / 2\pi f C2$$

$$\text{La resistenza } R = R + j 0$$

sulla base della figura 75 (filtro pilotato di tensione) possiamo scrivere:

$$\text{per il parallelo tra } L1 \text{ e } C2 \quad A = L1 // C2 = ax + j ay$$

$$\text{per la serie tra } L1 \text{ e } C1 \quad B = L1 + C1 = bx + j by$$

$$\text{per il parallelo tra } A \text{ ed } R \quad C = A // R = cx + j cy$$

$$\text{per la serie tra } B \text{ e } C \quad D = B + C = dx + j dy$$

$$\text{per il parallelo tra } A \text{ e } D \quad E = A // D = ex + j ey$$

$$\text{per la serie tra } R \text{ ed } E \quad F = R + E = fx + j fy$$

$$\text{per il reciproco di } F \quad G = 1 / F = gx + j gy$$

per il prodotto tra G ed E      $H = G \cdot E = h_x + j h_y$

per il prodotto tra H e C      $I = H \cdot C = i_x + j i_y$

da cui la funzione di risposta:

$$V_u / V_i = U = I / D = u_x + j u_y$$

Il programma per il calcolo ed il tracciamento della curva di risposta in ampiezza del filtro passa banda è diviso in 10 sezioni:

**SEZIONE 1** - impostazione modalità di schermo e richiesta dati (valori delle frequenze F1 ed F2 limiti della banda passante, valore delle resistenze di terminazione R)

**SEZIONE 2** - calcolo dei componenti del filtro (valori delle induttanze L1, L2; valori delle capacità C1, C2)

**SEZIONE 3** - richiesta dati per il tracciamento della curva di risposta ( la frequenza minima Fmin e la frequenza massima Fmax da assegnare alle ascisse del tracciato, il passo -step- per l'incremento di frequenza di calcolo del tracciato)

**SEZIONE 4** - formazione del sistema di assi cartesiani ad 1 quadrante ( scale delle ascisse in Hz, scale delle ordinate in dB -pari a 2dB/divisione-)

**SEZIONE 5** - inizio calcolo automatico in funzione della frequenza

**SEZIONE 6** - definizione dei componenti del filtro come numeri complessi

**SEZIONE 7** - calcolo delle variabili complesse A; B; C; D; E; F; G; H; I

**SEZIONE 8** - calcolo della risposta U del filtro in termini complessi

**SEZIONE 9** - insieme delle subroutine di calcolo tra numeri complessi che vengono richiamate nel programma

**SEZIONE 10** - calcolo del modulo di U e impostazione della funzione grafica PSET

Viene di seguito compilato e commentato il programma per il calcolo dei componenti ed il tracciamento della curva di risposta in ampiezza del filtro passa banda:

' SEZIONE 1 - impostazione modalità di schermo e richiesta dati

**SCREEN 9**

**LOCATE 4, 60: PRINT "PASSA BANDA-att."**

**LOCATE 5, 66: INPUT "F1="; F1**

**LOCATE 6, 66: INPUT "F2="; F2**

**LOCATE 7, 66: INPUT "R="; R**

**&**

' SEZIONE 2 - calcolo dei componenti del filtro

$L1 = R / (3.14 * (F2 - F1))$

$L2 = R * (F2 - F1) / (6.28 * F1 * F2)$

$C1 = (F2 - F1) / (12.56 * F1 * F2 * R)$

$C2 = 1 / (6.28 * (F2 - F1) * R)$

LOCATE 8, 60: PRINT "L1="; L1

LOCATE 9, 60: PRINT "L2="; L2

LOCATE 10, 60: PRINT "C1="; C1

LOCATE 11, 60: PRINT "C2="; C2

' SEZIONE 3 - richiesta dati per il tracciamento della curva di risposta

LOCATE 12, 66: INPUT "Fmin="; Fi

LOCATE 13, 66: INPUT "Fmax="; Fm

LOCATE 14, 66: INPUT "step="; s

' SEZIONE 4 - formazione del sistema di assi cartesiani ad I quadrante

LOCATE 20, 66: PRINT "y: 2dB/div"

LOCATE 2, 59 : PRINT " 0 dB"

LOCATE 24, 59 : PRINT "-40dB"

FOR x = 0 TO 460 STEP 23

FOR y = 0 TO 320 STEP 2

PSET (x, y), 7

NEXT y

NEXT x

FOR y = 0 TO 320 STEP 16

FOR x = 0 TO 460 STEP 3

PSET (x, y), 7

NEXT x

NEXT y

LINE (0, 320)-(460, 320)

LINE (0, 0)-(0, 320)

&

' SEZIONE 5 - inizio calcolo automatico in funzione della frequenza

**FOR F = (Fi + 1) TO Fm STEP s**

' SEZIONE 6 - definizione dei componenti del filtro come numeri complessi

' espressione di  $R = r_x + j r_y$

**$r_x = R$**

**$r_y = 0$**

' espressione di  $L1 = l1x + j l1y$

**$l1x = 0$**

**$l1y = 6.28 * F * L1$**

' espressione di  $L2 = l2x + j l2y$

**$l2x = 0$**

**$l2y = 6.28 * F * L2$**

' espressione di  $C1 = c1x + j c1y$

**$c1x = 0$**

**$c1y = -1 / (6.28 * F * C1)$**

' espressione di  $C2 = c2x + j c2y$

**$c2x = 0$**

**$c2y = -1 / (6.28 * F * C2)$**

' SEZIONE 7 - calcolo di A,B,C,D,E,F,G,H,I in termini complessi

' computo di  $A = L2 // C2 = ax + j ay$

**$x1 = l2x$**

**$y1 = l2y$**

**$x2 = c2x$**

**$y2 = c2y$**

**GOSUB parall** ' invia alla subroutine parall per il calcolo di A

**$ax = x1$**

**$ay = y1$**

' computo di  $B = L1 + C1 = bx + j by$

**$x1 = l1x$**

**$y1 = l1y$**

```

y1 = lly
x2 = c1x
y2 = c1y

GOSUB somma ' invia alla subroutine somma per il calcolo di B

bx = x1
by = y1
' computo di C = A//R = cx+jcy
x1 = ax
y1 = ay
x2 = rx
y2 = ry

GOSUB parall ' invia alla subroutine parall per il calcolo di C

cx = x1
cy = y1
' computo di D = B+C =dx+jdy
x1 = bx
y1 = by
x2 = cx
y2 = cy

GOSUB somma ' invia alla subroutine somma per il calcolo di D

dx = x1
dy = y1
' computo di E = A//D = ex+jey
x1 = ax
y1 = ay
x2 = dx
y2 = dy

GOSUB parall ' invia alla subroutine parall per il calcolo di E

ex = x1

```

&

**ey = y1**

' computo di  $F = R+E = fx+jfy$

**x1 = rx**

**y1 = ry**

**x2 = ex**

**y2 = ey**

**GOSUB somma** ' invia alla subroutine somma per il calcolo di F

**fx = x1**

**fy = y1**

' computo di  $G = 1/F = gx+jgy$

**x1 = 1**

**y1 = 0**

**x2 = fx**

**y2 = fy**

**GOSUB div** ' invia alla subroutine div per il calcolo di G

**gx = xq**

**gy = yq**

' computo di  $H = G \cdot E = hx+jhy$

**x1 = gx**

**y1 = gy**

**x2 = ex**

**y2 = ey**

**GOSUB prod** ' invia alla subroutine prod per il calcolo di H

**hx = xm**

**hy = ym**

' computo di  $I = H \cdot C = ix+jiy$

**x1 = hx**

**y1 = hy**

**x2 = cx**

&

**y2 = cy**

**GOSUB prod** ' invia alla subroutine prod per il calcolo di l

**ix = xm**

**iy = ym**

' SEZIONE 8 calcolo della risposta del filtro

' computo di  $U = l/D = ux+juy$

**x1 = ix**

**y1 = iy**

**x2 = dx**

**y2 = dy**

**GOSUB div** ' invia alla subroutine div per il calcolo di U

**ux = xq**

**uy = yq**

**GOTO calcom** ' invia alla routine calcom per il calcolo del modulo di U

' SEZIONE 9

'-----SUBROUTINE DI CALCOLO---

**somma:**

**x1 = x1 + x2**

**y1 = y1 + y2**

**RETURN**

**prod:**

**xm = (x1 \* x2 - y1 \* y2)**

**ym = (x1 \* y2 + y1 \* x2)**

**RETURN**

**div:**

**xq = (x1 \* x2 + y1 \* y2) / ((x2) ^ 2 + (y2) ^ 2)**

**yq = (x2 \* y1 - x1 \* y2) / ((x2) ^ 2 + (y2) ^ 2)**

**RETURN**

**parall:**

**&**

```

xp = (x1 * x2 - y1 * y2)
yp = (x1 * y2 + y1 * x2)
xs = x1 + x2
ys = y1 + y2
x1 = (xp * xs + yp * ys) / ((xs) ^ 2 + (ys) ^ 2)
y1 = (xs * yp - xp * ys) / ((xs) ^ 2 + (ys) ^ 2)
RETURN

' SEZIONE 10 calcolo del modulo e impostazione della funzione PSET
'calcolo del modulo
calcom:
M = SQR(ux ^ 2 + uy ^ 2) ' calcolo del modulo
D = 20 * (LOG(M) / LOG(10)) ' espressione del modulo in dB
PSET ((460 / Fm) * F, -320 / 40 * D), 14
NEXT F ' rimanda all'istruzione For F= .....
' per il calcolo del successivo valore di M

```

### A1.6 Esercitazione numerica e grafica per il tracciamento della risposta in ampiezza di un filtro Passa Banda

Sia da tracciare la risposta in ampiezza di un filtro passa banda con banda limitata tra  $F1 = 5000$  Hz e  $F2 = 10000$  Hz, siano fissati in 2000 ohm i valori delle resistenze di terminazione R, se ne tracci la curva di risposta dalla frequenza  $Fmin = 1000$  Hz alla frequenza  $Fmax = 20000$  Hz con un passo di incremento in frequenza di 50Hz.

Impiegando il programma compilato nel paragrafo precedente abbiamo:

F5

FILTRO PASSA BANDA-att.

1ª fase di introduzione dati      F1= ? 5000

F2=? 10000

R= ? 2000

risultati del calcolo dei componenti  
(L in Henry, C in Farad)

L1 = .1273885

L2 = 3.184713E-02

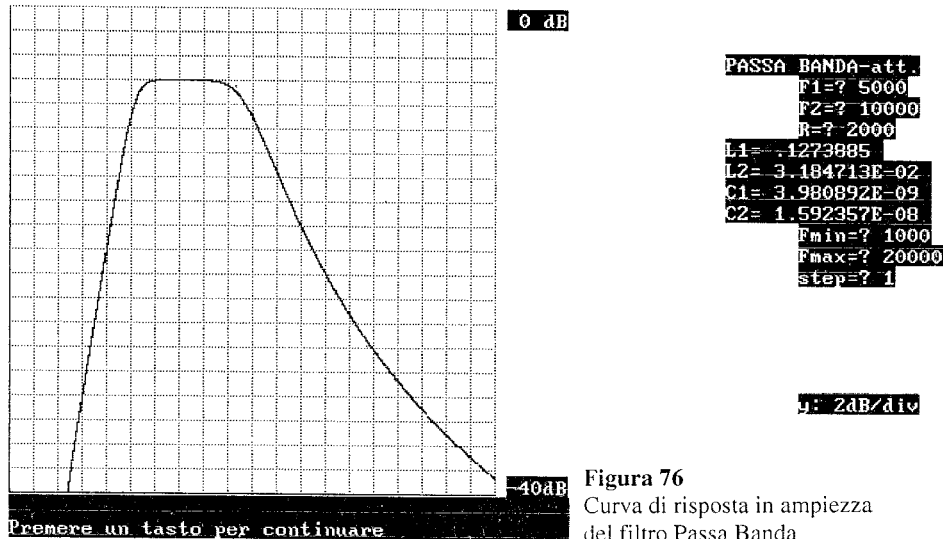
C1 = 3.980892E-09

C2 = 1.592357E-08



2<sup>a</sup> fase di introduzione dati      Fmin=? 1000  
    Fmax=? 20000  
    Step=? 50

Dopo l'introduzione dell'ultimo dato si forma il reticolo ad un quadrante ed inizia il tracciamento della curva di risposta in ampiezza, traccia di colore giallo.



**Figura 76**  
 Curva di risposta in ampiezza  
 del filtro Passa Banda

Il risultato grafico è riportato in figura 76, da esso si osserva:

- alle frequenze  $F1=5000$  Hz e  $F2=10000$  Hz l'attenuazione del filtro è di -9dB
- all'interno di questo intervallo di frequenza si ha una attenuazione costante a livello di -6dB
- alla frequenza  $F=3300$  Hz il filtro presenta un valore di attenuazione pari a -40dB
- alla frequenza  $F=20000$  Hz il filtro presenta un'attenuazione di -39dB.

### A1.7 Applicazione del Qbasic al calcolo dei componenti e della risposta in fase di un filtro Passa Banda

Con un programma di elaborazione simile a quello mostrato nel paragrafo A1.5 è possibile tracciare l'andamento della risposta in fase del filtro passa banda.

Il contenuto delle sezioni di lavoro varia come segue:

**SEZIONE 1** - impostazione modalità di schermo e richiesta dati (valori delle frequenze  $F1$  ed  $F2$  limiti della banda passante, valore delle resistenze di terminazione  $R$ )

**SEZIONE 2** - calcolo dei componenti del filtro (valori delle induttanze  $L1$ ,  $L2$ ; valori delle capacità  $C1$ ,  $C2$ )

SEZIONE 3 - richiesta dati per il tracciamento della curva di fase (la frequenza minima Fmin e la frequenza massima Fmax da assegnare alle ascisse del tracciato, il passo -step- per l'incremento di frequenza di calcolo del tracciato)

SEZIONE 4 - formazione del sistema di assi cartesiani ad 1 quadrante (scale delle ascisse in Hz, scale delle ordinate in gradi sessagesimali -pari a 20° /divisione-)

SEZIONE 5 - inizio calcolo automatico in funzione della frequenza

SEZIONE 6 - definizione dei componenti del filtro come numeri complessi

SEZIONE 7 - calcolo delle variabili complesse A; B; C; D; E; F; G; H; I

SEZIONE 8 - calcolo della risposta U del filtro in termini complessi

SEZIONE 9 - insieme delle subroutine di calcolo tra numeri complessi che vengono richiamate nel programma

SEZIONE 10 - calcolo dell'argomento Arg di U e impostazione della funzione grafica PSET

La stesura del programma è la seguente:

' SEZIONE 1 - impostazione modalità di schermo e richiesta dati

**SCREEN 9**

**LOCATE 4, 60: PRINT "PASSA BANDA-fase"**

**LOCATE 5, 66: INPUT "F1="; F1**

**LOCATE 6, 66: INPUT "F2="; F2**

**LOCATE 7, 66: INPUT "R="; R**

' SEZIONE 2 - calcolo dei componenti del filtro

**L1 = R / (3.14 \* (F2 - F1))**

**L2 = R \* (F2 - F1) / (6.28 \* F1 \* F2)**

**C1 = (F2 - F1) / (12.56 \* F1 \* F2 \* R)**

**C2 = 1 / (6.28 \* (F2 - F1) \* R)**

**LOCATE 8, 60: PRINT "L1="; L1**

**LOCATE 9, 60: PRINT "L2="; L2**

**LOCATE 10, 60: PRINT "C1="; C1**

**LOCATE 11, 60: PRINT "C2="; C2**

' SEZIONE 3 - richiesta dati per il tracciamento della curva di fase

**LOCATE 12, 66: INPUT "Fmin="; F1** &

**LOCATE 13, 66: INPUT "Fmax="; Fm**

**LOCATE 14, 66: INPUT "step="; s**

' SEZIONE 4 - formazione del sistema di assi cartesiani ad 1 quadrante

**LOCATE 20, 66: PRINT "y: 20°/div"**

**LOCATE 2 , 59 : PRINT " 400°"**

**LOCATE 24 , 59 : PRINT "0°"**

**FOR x = 0 TO 460 STEP 23**

**FOR y = 0 TO 320 STEP 2**

**PSET (x, y), 7**

**NEXT y**

**NEXT x**

**FOR y = 0 TO 320 STEP 16**

**FOR x = 0 TO 460 STEP 3**

**PSET (x, y), 7**

**NEXT x**

**NEXT y**

**LINE (0, 320)-(460, 320)**

**LINE (0, 0)-(0, 320)**

' SEZIONE 5 - inizio calcolo automatico in funzione della frequenza

**FOR F = (Fi + 1) TO Fm STEP s**

' SEZIONE 6 - definizione dei componenti del filtro come numeri complessi

' espressione di  $R = r_x + j r_y$

**$r_x = R$**

**$r_y = 0$**

' espressione di  $L1 = l1x + j l1y$

**$l1x = 0$**

**$l1y = 6.28 * F * L1$**

' espressione di  $L2 = l2x + j l2y$

**$l2x = 0$**

**&**

$$l2y = 6.28 * F * L2$$

' espressione di  $C1 = c1x + jc1y$

$$c1x = 0$$

$$c1y = -1 / (6.28 * F * C1)$$

' espressione di  $C2 = c2x + jc2y$

$$c2x = 0$$

$$c2y = -1 / (6.28 * F * C2)$$

' SEZIONE 7 - calcolo di A,B,C,D,E,F,G,H,I in termini complessi

' computo di  $A = L2/C2 = ax + jay$

$$x1 = l2x$$

$$y1 = l2y$$

$$x2 = c2x$$

$$y2 = c2y$$

**GOSUB parall** ' invia alla subroutine **parall** per il calcolo di A

$$ax = x1$$

$$ay = y1$$

' computo di  $B = L1 + C1 = bx + jby$

$$x1 = l1x$$

$$y1 = l1y$$

$$x2 = c1x$$

$$y2 = c1y$$

**GOSUB somma** ' invia alla subroutine **somma** per il calcolo di B

$$bx = x1$$

$$by = y1$$

' computo di  $C = A/R = cx + jcy$

$$x1 = ax$$

$$y1 = ay$$

$$x2 = rx$$

$$y2 = ry$$

&

**GOSUB parall** ' invia alla subroutine parall per il calcolo di C

**cx = x1**

**cy = y1**

' computo di  $D = B + C = dx + jdy$

**x1 = bx**

**y1 = by**

**x2 = cx**

**y2 = cy**

**GOSUB somma** ' invia alla subroutine somma per il calcolo di D

**dx = x1**

**dy = y1**

' computo di  $E = A/D = ex + jey$

**x1 = ax**

**y1 = ay**

**x2 = dx**

**y2 = dy**

**GOSUB parall** ' invia alla subroutine parall per il calcolo di E

**ex = x1**

**ey = y1**

' computo di  $F = R + E = fx + jfy$

**x1 = rx**

**y1 = ry**

**x2 = ex**

**y2 = ey**

**GOSUB somma** ' invia alla subroutine somma per il calcolo di F

**fx = x1**

**fy = y1**

' computo di  $G = 1/F = gx + jgy$

**x1 = 1**

**&**

```

y1 = 0
x2 = fx
y2 = fy
GOSUB div ' invia alla subroutine div per il calcolo di G
gx = xq
gy = yq

' computo di  $H = G \cdot E = hx + jhy$ 
x1 = gx
y1 = gy
x2 = ex
y2 = ey
GOSUB prod ' invia alla subroutine prod per il calcolo di H
hx = xm
hy = ym
' computo di  $I = H \cdot C = ix + jiy$ 
x1 = hx
y1 = hy
x2 = cx
y2 = cy
GOSUB prod ' invia alla subroutine prod per il calcolo di I
ix = xm
iy = ym

' SEZIONE 8 calcolo della risposta del filtro
' computo di  $U = I/D = ux + juy$ 
x1 = ix
y1 = iy
x2 = dx
y2 = dy
GOSUB div ' invia alla subroutine div per il calcolo di U
&

```

```

ux = xq

uy = yq

GOTO calcarg ' invia alla routine calcarg per il calcolo dell'argomento Arg di U

' SEZIONE 9

'-----SUBROUTINE DI CALCOLO-----

somma:

x1 = x1 + x2

y1 = y1 + y2

RETURN

prod:

xm = (x1 * x2 - y1 * y2)

ym = (x1 * y2 + y1 * x2)

RETURN

div:

xq = (x1 * x2 + y1 * y2) / ((x2) ^ 2 + (y2) ^ 2)

yq = (x2 * y1 - x1 * y2) / ((x2) ^ 2 + (y2) ^ 2)

RETURN

parall:

xp = (x1 * x2 - y1 * y2)

yp = (x1 * y2 + y1 * x2)

xs = x1 + x2

ys = y1 + y2

x1 = (xp * xs + yp * ys) / ((xs) ^ 2 + (ys) ^ 2)

y1 = (xs * yp - xp * ys) / ((xs) ^ 2 + (ys) ^ 2)

RETURN

' SEZIONE 10 calcolo dell'argomento e impostazione della funzione PSET

' calcolo dell'argomento

calcarg:

IF (ux = 0) AND (uy <> 0) THEN R = .00000001#
&

```

```

IF (ux > 0) AND (uy = 0) THEN T = 0
IF (ux < 0) AND (uy = 0) THEN T = 180
IF (uy > 0) AND (ux > 0) THEN T = 0
IF (uy > 0) AND (ux < 0) THEN T = 180
IF (uy < 0) AND (ux < 0) THEN T = 180
IF (uy < 0) AND (ux > 0) THEN T = 360
arg = T + 57.2957 * ATN(uy / ux)
PSET ((460 / Fm) * f, 320 - .8 * (360 - arg)), 14
NEXT F      ' rimanda all'istruzione For F= .....
            ' per il calcolo del successivo valore di Arg

```

### A1.8 Esercitazione numerica e grafica per il tracciamento della risposta in fase di un filtro Passa Banda

Sia da tracciare la risposta in fase di un filtro passa banda con banda limitata tra  $F1 = 5000$  Hz e  $F2 = 10000$  Hz, siano fissati in 2000 ohm i valori delle resistenze di terminazione R, se ne tracci la curva di fase dalla frequenza  $Fmin = 1000$  Hz alla frequenza  $Fmax = 20000$  Hz con un passo di incremento in frequenza di 50 Hz.

Impiegando il programma compilato nel paragrafo precedente abbiamo:

```

F5
FILTRO PASSA BANDA-fase

1ª fase di introduzione dati      F1=? 5000
                                   F2=? 10000
                                   R=? 2000

risultati del calcolo dei componenti
(L in Henry, C in Farad)          L1 = .1273885
                                   L2 = 3.184713E-02
                                   C1 = 3.980892E-09
                                   C2 = 1.592357E-08

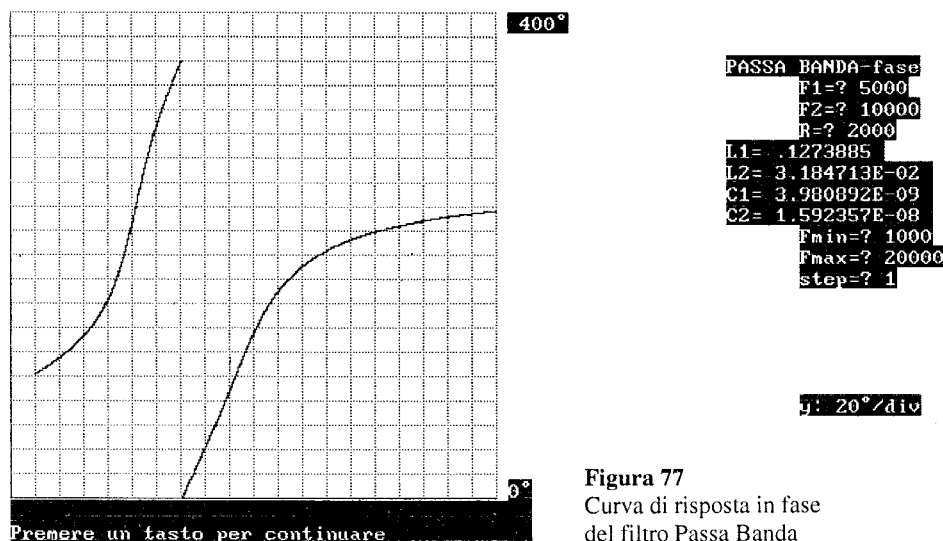
2ª fase di introduzione dati      Fmin=? 1000
                                   Fmax=? 20000
                                   Step=? 50

```



Dopo l'introduzione dell'ultimo dato si forma il reticolo ad un quadrante ed inizia il tracciamento della curva di risposta in fase mostrata in figura 77, traccia di colore giallo.

Dalla curva si osserva che il tracciato presenta una apparente discontinuità alla frequenza media geometrica tra F1 ed F2 (7071 Hz); tale fenomeno non rappresenta una reale discontinuità ma è il naturale passaggio tra il valore della fase che ha raggiunto  $360^\circ$  e la ripresa di crescita della fase stessa che inizia da  $0^\circ$ . Infatti il primo tratto di curva si estende da  $100^\circ$  alla frequenza di 1000 Hz fino a  $360^\circ$  raggiunti alla frequenza di 7071 Hz. Il secondo tratto riprende con  $0^\circ$  alla frequenza di 7071 Hz fino a circa  $238^\circ$  alla frequenza di 20000 Hz.



**Figura 77**  
Curva di risposta in fase  
del filtro Passa Banda

## A1.9 Conclusioni

Gli esercizi svolti in questa appendice sono esempi di ciò che si può fare implementando in Qbasic le metodologie di calcolo dei numeri complessi per l'analisi dei quadripoli.

Impiegando il metodo di "parzializzazione" per isolare le diverse componenti reattive delle reti, similmente a quanto fatto ad esempio per ottenere le A; B; C; D; E; F; G; H; I dalla struttura passa banda di figura 75, è possibile affrontare lo studio di quadripoli di notevole complessità.

Seguendo le modalità di compilazione dei programmi mostrati in precedenza, ampliandoli e modificandoli per adattarli alle nuove problematiche, si potranno ottenere importanti risultati.