

APPUNTI DEL CORSO DI
INTRODUZIONE ALLA
FISICA DELL'ATMOSFERA

DAVIDE VENTURELLI
2016/2017

PER INFO O SEGNALAZIONI:
venturelli.1591191@studenti.uniroma1.it

L'incessante lavoro di paleontologia richiesto per riportare in auge il senso logico di queste lezioni, sapientemente sepolto tra sottintesi ed errori di calcolo, non mi è mai parso in effetti commisurato a quanto ho appreso da questo corso e quanto di esso mi rimarrà, ora che ho superato l'esame. Che queste note possano evitarvi l'ira degli Dei che la mia legittima blasfemia ha scatenato lungo questo semestre; che voi possiate presto cogliere il Senso e, come spesso accade quando ci si riesce, amarlo.

Davide Venturelli

05/08/2017

FISICA DELL'ATMOSFERA

GEOSCIENZE

- TERRA SOLIDA (GEODIA, SISMOGRAFIA, VULCANOLOGIA)
 - OCEANOLOGIA
 - GLACIOLOGIA
 - SCIENZE NATURALI
 - SCIENZE ATMOSFERICHE
- CHIMICA (COMPOSIZIONE, INQUINAMENTO)
FISICA (METEOROLOGIA, CLIMATOLOGIA, IONOSFERA, FULMINI)

METEO : IN UN DATO LUOGO E TEMPO (MODELLO DETERMINISTICO, PREVISIONI $< 10^{20}$)

CLIMA : IN MEDIA (TEMPORALE, IN GENERE SU 30 ANNI - DIFFIDARE DEI TREND A BREVE TERMINE!)

NON FARO' PREVISIONI, MA PROIEZIONI SULLA BASE DI POSSIBILI CONDIZIONI AL CONTORNO (ENERGIA, USO DEL SUOLO...) A 10-20 ANNI. LE UNICHE PREVISIONI CHE POSSO' FAR A ~ 1 ANNO SONO DOVUTE A FENOMENI BEN NOTI (VEDI EL NIÑO, TEMPERATURA SUPERFICIE DEI MARI). SI PARLA DI PREVISIONI STAGIONALI.

A PARTIRE DAGLI ANNI '50 SONO INTRODOTTI I COMPUTER (NWP, NUMERICAL WEATHER PREDICTIONS : RISOLUZIONE DI PROBLEMI AI VALORI INIZIALI). DA ALLORA LE PREVISIONI SI FANNO TRAMITE SIMULAZIONI NUMERICHE BASATE SU 7 EQUAZIONI DIFFERENZIALI:

- CONSERVAZIONE DELLA QUANTITA' DI MOTO (3 EQ.)
- CONSERVAZIONE DELLA MASSA DELL'ARIA SECCA
- CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA TERMODINAMICA
- CONSERVAZIONE DELLA QUANTITA' DI ACQUA
- EQUAZIONE DI STATO DEI GAS PERFETTI

SONO EQUAZIONI NELLE 7 INCognite

T, P, V, ρ , U
↑
VETTORE VENTO ^ UMIDITA'

IL SISTEMA E' CHIUSO, MA FINORA NON NE ESISTE UNA SOLUZIONE ANALITICA.

RICHARDSON : PRIME SIMULAZIONI NUMERICHE (A 6 ORE, A MANO CON UN REGOLARE CALCOLATORE... IN 6 MESI. IN PIU' ERANO PREVISIONI SEGUITE PERCHE' CON QUEL PASSO IL SISTEMA ESPLODE).

PRIMI CALCOLATORI NEL DOPOGUERRA. FILTRANDO LE Onde CHE DESTABILIZZANO IL SISTEMA (ELIMINANDO TERMINI PICCOLI) SI OTTIENE L' APPROXIMAZIONE QUASI-GEOSTROFICA. SI OTTENGONO COSÌ BUONE PREVISIONI A 3-4 GIORNI.

TUTTOA NON SI FANNO PREVISIONI A PIÙ DI 10 GIORNI (TEORIA DEL CAOS, DOVUTA ALLA NON LINEARITÀ DELLE EQUAZIONI CHE SONO QUINDI SUSCETTIBILI A PERTURBAZIONI). PER AGGIARARE IL PROBLEMA FACCI PREVISIONI DI ENSEMBLE: VARIO DI POCO LE C.I. E SCARTO LE SOLUZIONI CHE DIVERGONO.

(GRAFICI SULL'EVOLUZIONE DELLA PRECISIONE NELLE PREVISIONI CON IL CRESCERE DELLA POTENZA DI CALCOLO - DA 1K A 1T OPERAZIONI AL SECONDO)

MODELLO PER LE PREVISIONI

- DEGLI ELA GRIGLIA GEOGRAFICA E IL PASSO TEMPORALE

$$\Delta t = \Delta l / v_{\max} \sim \Delta l / (1000 \text{ km/h})$$

"VELOCITÀ" CON CUI SI PROPAGANO I FENOMENI ATMOSFERICI, CHE PRENDIAMO COME v_{\max} .

AD ESEMPIO $\Delta l = 100 \text{ km} \rightarrow \Delta t \sim 6 \text{ min}$

→ PIÙ ALLARGO LA SCALA SPAZIALE, PIÙ POSSO AUMENTARE IL PASSO TEMPORALE E PREVEDO PIÙ LONTANO NEL TEMPO CON MENO PASSI.

UN ALTRO METODO È FILTRARE LE Onde PIÙ VELOCI (ABBASSO v_{\max}).

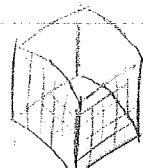
- OSSERVAZIONI PER ANTERE I VALORI INIZIALI DEL MODELLO

IN PRATICA ATTACCO UNA RADIOSONDA A UN PALLONE E LO LANZO (UN PAIO DI VOLTE AL GIORNO IN MOLTE PARTI DEL MONDO - OVVIAMENTE LE MISURE SONO PIÙ FITTE SULLA TERRAFERMA).

ALTRIE MISURE POSSIBILI SONO QUELLE DEI SATELLITI, CHE MISURANO LA RADIAZIONE EMESSA DALL'ATMOSFERA (COBERTURA PIÙ OMogenea).

① GEOSTACIONARI: VOLANO CON LA ω DI ROTAZIONE DELLA TERRA.

$$m\omega^2 r_g = \frac{mM_T G}{r_g^2} \rightarrow r_g = \left[\frac{M_T G}{\omega^2} \right]^{1/3} \sim 12100 \text{ km} \rightarrow Z = 36000 \text{ Km} \quad (R_T \sim 6000 \text{ Km})$$



SI NOTI CHE DEVONO VOLARE ALTISSIMI (LA COPERTURA NON E' FUTTA, VOLANO LENTI).

② A ORBITA POLARE: SEGUONO I MERIDIANI. GIRANO PIU' VELOCI E OGNI VOLTA SU AREE DIVERSE ($T = 10-12$ GIORNI). VOLANDO PIU' VELICI LA RISOLUZIONE E' MIGLIORE, MA NON REGISTRANO FENOMENI CHE SI SVOLGONO IN TEMPI BREVI (TIPO AVALONI).

$z \sim 600-800$ Km.

ANCORA, POSSO FARLE OSSERVAZIONI DA TERRA (IL VANTAGGIO E' CHE HO ACCESSO FISICO ALL'ISTRUMENTO). USO QUESTO METODO PER LA VALIDAZIONE DEI DATI PROVENIENTI DA SATELLITE (REPORT SENSING ATTIVO CON RADAR, SODAR, LIDAR - RADIO, SOUND, LIGHT DETECTION AND RANGING), IL CHE AVVIENE QUANDO IL SATELLITE PASSA IN CORRISPONDENZA DELLO STRUMENTO A TERRA.

GLI STRUMENTI DA SATELLITE IN REALTA' SONO MENO POTENTI (PER MOTIVI DI PESO E COSE COSI'): SI STA LAVORANDO PER SPEDIRE IN ORBITA STRUMENTI MIGLIORI.

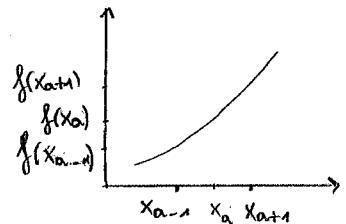
PROBLEMI DEL MODELLO

- ① MI SERVONO AROA 5 MIN DI DATI PER DARE LE C.I., E NON LI HO.
- ② I DATI NON PER FORZA SONO PRESI NEI PUNTI DI GRIGLIA: VI SI DEVONO RIPORTARE (SI USANO COMPLESSI SISTEMI DI PREDIZIONE E CORREZIONE).
- ③ BISOGNA INTEGRARE NUMERICAMENTE LE EQUAZIONI DIFFERENZIALI (DERIVATA PRIMA E SECONDA).

ESPRANDO, AD ESEMPIO,

$$f(x) \approx f(b) + f'(b)(x-b) + \frac{f''(b)}{2}(x-b)^2$$

$$b = x_a \quad x = \begin{cases} x_{a-1} & x-b = -\Delta x \\ x_{a+1} & x+b = \Delta x \end{cases}$$



$$f(x_{a-1}) = f(x_a) - \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{x_a} \cdot \Delta x + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \Big|_{x_a} \cdot \Delta x^2$$

$$f(x_{a+1}) = f(x_a) + \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{x_a} \cdot \Delta x + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \Big|_{x_a} \cdot \Delta x^2$$

$$f(x_{a+1}) - f(x_{a-1}) = 2 \frac{\partial f}{\partial x} \Delta x$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} \approx \frac{f(x_{a+1}) - f(x_{a-1})}{2 \Delta x}$$

(SOMMANDOLE HO LA DERIVATA SECONDA).

CENNO AI MODELLI DI PREVISIONE CLIMATICA

DEVO TENERE CONTO DELL'INTERAZIONE CON GLI OCEANI, DELL'ATTIVITÀ UMANA, VULCANICA, LA RADIAZIONE SOLARE ...

PERLOPIÙ NON SONO PREDIBILI, COSTRUISCO ALLORA DEGLI SCENARI (E.g.: CI METTO UN'EruzIONE VULCANICA) E FACCIO CORRERE DEI MODELLI; OTTENGO DEI RANGE INDICATIVI (AD ESEMPIO A 100 ANNI) DENTRO CUI CADONO I DIVERSI SCENARI (ANCHE IL SINGOLO SCENARIO HA UN SUO RANGE DOVUTO ALL'USO DI MODELLI DIVERSI).

COORDINATE SPHERICHE

→ GEOCENTRICHE

→ NON INERZIALE (GRA CON LA SUPERFICIE TERRESTRE)

(λ, φ, r)

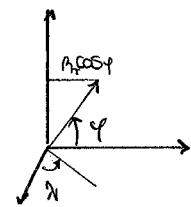
- λ LONGITUDINE
- φ LATITUDINE
- r DISTANZA DAL CENTRO

$\lambda = \text{cost.} \rightarrow$ MERIDIANI
 $\varphi = \text{cost.} \rightarrow$ PARALLELI

$$R_m = R_T \quad R_p = R_T \cos \varphi$$

$\varphi = 0^\circ$ EQUATORE
 $\varphi = \pm 90^\circ$ POLI
 $\lambda = 0^\circ$ GREENWICH

$-90^\circ < \varphi < 90^\circ$
 $-180^\circ < \lambda < 180^\circ$
 OPPURE $0 < \lambda < 360^\circ$



IN METEOROLOGIA SI USANO SPESO COORDINATE CARTESIANE CON ORIGINE IN UN PUNTO QUALSIASI DELLA SUPERFICIE TERRESTRE:

$$dx = R_T \cos \varphi d\lambda$$

$$dy = R_T d\varphi$$

$$dz = dr$$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = R_T \cos \varphi \frac{d\lambda}{dt}$$

VELOCITA' ZONALE

$$v_y = \frac{dy}{dt} = R_T \frac{d\varphi}{dt}$$

VELOCITA' MERIDIANALE

$$v_z = \frac{dz}{dt}$$

VELOCITA' VERTICALE



IN QUESTE COORDINATE DEFINISCO IL VENTO

$$\vec{V} = (u, v, w)$$

EST → OVEST: EASTERLY

N → S: NORTHERLY

OVEST → EST: WESTERLY

S → N: SOUTHERLY

(DA DOVE PROVIENE).

DETTA $Z = r - R_T$, CONSIDERIAMO UNA

$$f(\lambda, \varphi, z, t)$$

CHIAMO MEDIA ZONALE, MERIDIONALE E VERTICALE (COLONNALE SE $\Delta z \rightarrow 0$)

$$\bar{f}_\lambda = \frac{1}{2\pi} \int f d\lambda, \quad \bar{f}_\varphi = \frac{1}{\pi} \int f d\varphi, \quad \bar{f}_z = \frac{1}{\Delta z} \int f dz, \quad \bar{f}_t = \frac{1}{\Delta t} \int f dt$$

ONVIAMENTE, AD ESEMPIO,

$$\bar{f}_x = \bar{f}_x(\varphi, z, t)$$

PER USARE CARTINE 2D USO PROIEZIONI CONFORMI:

- MERCATORE



- LAMBERTIANA CONICA



- POLARE STEREOGRAFICA



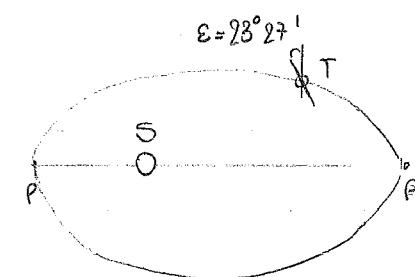
- ORBITA DELLA TERRA

$$S_A = 153 \cdot 10^6 \text{ Km}$$

$$S_p = 167 \cdot 10^6 \text{ Km}$$

$$\bar{r}_{TS} = 150 \cdot 10^6 \text{ Km} = 1 \text{ u.a.}$$

$$e = \frac{\sqrt{S_A^2 - S_p^2}}{S_A} = 0.0167$$



ECCENTRICITÀ

ROTAZIONE:

$$\Omega = \frac{2\pi}{1 \text{ day}} = 7.27 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

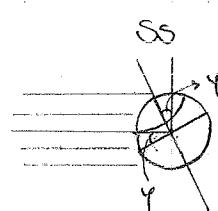
L'ASSE TERRESTRE OSCILLA TRA $22.5^\circ - 24.5^\circ$ IN 40.000 ANNI.

ϕ_{AE} (AUTUMNAL EQUINOX)

SOLESTIZIO
INVERNO (WS)

SOLESTIZIO
ESTATE (SS)

ϕ_{VE} (VERNAL EQUINOX)



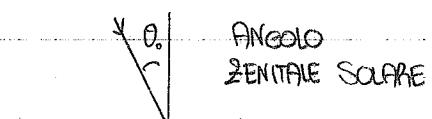
SS: TROPICO CANCRO

WS: TROPICO CAPRICORNO

SE φ_1 È LA LATITUDINE IN CUI LA RADIAZIONE SOLARE INCIDE L, DURANTE L'ANNO

$$-\varepsilon < \varphi_1 < \varepsilon$$

SI HA $\varphi_T = 0^\circ$ (EQUATOR) AGLI EQUINOXI.

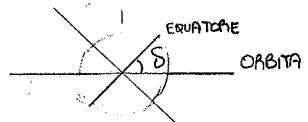


INOLTRE, DETTO θ_0 L'ANGolo ZENITALE SOLARE,

$$\cos \theta_0 = \sin \varphi \cdot \sin \delta + \cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \cos h$$

CHIAMO DECLINAZIONE

$$-\varepsilon < \delta < \varepsilon$$



E ANGOLO ORARIO ($t \in [0, 13200]$ s, così che $h \in [0, \pi]$)
 $[0, 12]$ h

$$h = 2\pi \frac{t}{T}$$

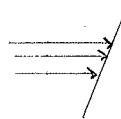
SI HA $\cos h = 1$ ALLE 00:00 E 12:00. METTIAMO AL TROPICO DEL CANCRO,

$$\varphi = \varepsilon, \quad LT = 12 \quad \cos h = 1$$

$$\text{AL SS, } \delta = \varepsilon \quad \text{E} \quad \cos \delta_0 = \sin \varepsilon \sin \delta + \cos \varepsilon \cos \delta = \cos(\varepsilon - \delta) = \cos(0) = 1$$

BILANCI ENERGETICI TERRA-SOLE

Più alta è l'inclinazione dei raggi solari, minore è l'energia trasmessa.



SI DICE INSOLAZIONE LA POTENZA AL METRO QUADRATO

$$Q(\lambda, \varphi, t) \quad [\text{W/m}^2]$$

MISURATA AL TOA (TOP OF ATMOSPHERE).

SI CHIAMA INVECE COSTANTE SOLARE LA POTENZA AL m^2 MISURATA A UNA DISTANZA DI 1 u.a. (NON È UNA COSTANTE, MA NON DIPENDE DALLA GEOMETRIA DELL'ORBITA):

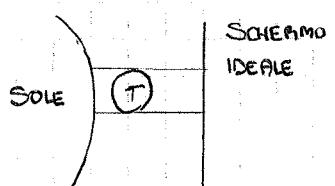
$$S = (1360 \pm 0.6) \text{ W/m}^2$$

PRENDENDO LA MEDIA ZONALE E Poi MERIDIONALE DELL'INSOLAZIONE OTTENGO

$$\frac{S}{4} \approx 380 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

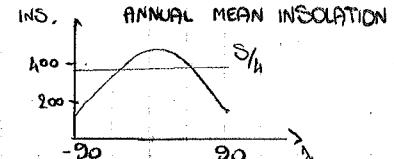
POSso CALCOLARLO COSÌ:

$$\frac{S \pi R_T^2}{4 \pi R_T^2}$$



(SI È GIÀ TENUTO COSÌ CONTO CHE META' DELLA SUPERFICIE È IN OMBRA).

IL MASSIMO E MINIMO DELL'INSOLAZIONE SI TROVANO NEI PRESSI DELL'EQUATORE E DEI POLI, MA DOVE DI PRECISO DIPENDE DAL PERIODO DELL'ANNO. TUTTO TORNA SE FACCI UNA MEDIA TEMPORALE. (V. KART, 2.7)



SI NOTI CHE IN REALTA' IL MASSIMO NON E' A $\lambda=0$ MA UN PO'
PIU' A SUD (DURANTE L'ESTATE AUSTRALE LA TERRA E' PIU' VICINA AL
SOLE). LA MEDIA E' A $\lambda \approx 40^\circ$ (DOVE STIAMO NOI).

* QUANDO LA RADIAZIONE INCIDE SULL'ATMOSFERA, QUESTA VIENE

① RIFLESSA (AD OPERA PRINCIPALMENTE DEL GHIACCIO E DELLE NUBI).

E' CIRCA IL 30% (SI DICE ALBEDO PLANETARIO, $A=0.3$)

② ASSORBITA

$$\frac{S}{4}(1-A)$$

↑
FROM LATIN, "WHITENESS"

LA TERRA A SUA VOLTA EMETTE RADIAZIONE ELETTROMAGNETICA, MA
PRINCIPALMENTE NELL'INFRAROSSO (MAX A $10\mu\text{m}$, $\propto T^4$).

MA COSA SUCCIDE IN SUPERFICIE?

(HART, 2.9 o ALBEDO IN SUPERFICIE). L'ALBEDO E' MOLTO ALTO AI POLI
(C'E' IL GHIACCIO) E MOLTO BASSO SUGLI OCEANI, A PARTE NELLE
ZONE DOVE SOPRA GLI OCEANI SI FORMANO NUBI. E' ALTO ANCHE
SULLE ZONE DESERTICHE.

(W.H. 4.3 ASSORBIMENTO IN SUPERFICIE). COME CI SI ASPETTA, ALTO
ALL'EQUATORE E CALA FINO AI POLI (SOMMA DEI DUE EFFETTI
INSOLAZIONE + ALBEDO).

(GRAFICO, EMISSIONE "OUTGOING LONGWAVE RAD").

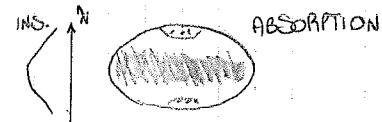
SIMILE, SE NON PER FASCE NEI PRESSI DELL'EQUATORE
CORRISPONDENTI A NUBI (SONO PIU' IN ALTO, QUINDI PIU' FREDDA). QUI SI
VEDE CHE I DESERTI (CHE ASSORBISCONO POCO) EMETTONO MOLTO.

COSA SUCCIDE SE FACCIO EMISSIONE + ASSORBIMENTO ("IN" - "OUT")?

GLOBALMENTE FA ZERO, MA LOCALMENTE NO.

I POLI EMETTONO PIU' DI QUANTO ASSORBISCONO (A STA).

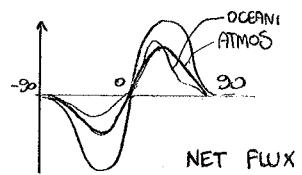
NON COSI' PER I DESERTI (CIRCA NEGLI), I MOTIVI SONO DA
RICERCARSI NEL CLIMA).



TRASPORTO INTERNO DI ENERGIA

E' DONATO AGLI OCEANI E/O ALL'ATMOSFERA.

$$F_N = \frac{\Delta F}{\Delta Y} \quad (\text{NORTH - SOUTH}).$$



IL FLUSSO NETTO E' MASSIMO ALLE MEDIE LATITUDINI ($\frac{\partial F_N}{\partial Y} = 0$).

L'ANDAMENTO DEL FLUSSO ATMOSFERICO E' SIMMETRICO, MENTRE QUELLO OCEANICO E' PIU' EFFICIENTE NELL' EMISFERO NORD (A SONO PIU' TERRE EMERSE A OSTACOLARE I FLUSSI FREDDI DAL POLO NORD).

OVERVIEW: L'ATMOSFERA

$$M_{(\text{ATMOSFERA})} = 5.3 \cdot 10^{18} \text{ Kg}$$

$$\Delta Z \approx 100 \text{ Km}$$

$$M_{(\text{TERRA})} = 5.97 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$$

$$R_T = 6370 \text{ Km}$$

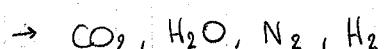
COMPOSIZIONE ATMOSFERA:

(QUELLI INDICATI SONO GAS SERRA).

N ₂	78.8 %.	(IN VOLUME)	% $\sim 10^{-2}$
O ₂	20.95 %.		ppm $\sim 10^{-6}$
Ar	0.93 %.		ppb $\sim 10^{-9}$
CO ₂	380 ppm		
Ne	18 ppm		
He	5 ppm		
CH ₄	1.75 ppm		
Kr	1 ppm		
H ₂	0.5 ppm		
O ₃	0 - 0.1 ppm		
H ₂ O	0 - 5 %.	(MEDIA 0.25 % IN MASSA)	
N ₂ O	0.3 ppm	(PROTOSSIDO DI AZOTO)	

CHE NE E' STATO DELL'ATMOSFERA PRIMORDIALE? CI SONO SOLO IPOTESI:

- URTI CHE FAANNO ALLONTANARE LE PARTICELLE.
- LA TERRA NON ANEVA UN CAMPO MAGNETICO (CHE OGGI LA PROTEGGE DAL VENTO SOLARE).



(ATMOSFERA PRIMORDIALE)

GIÀ H₂O POTEVA ESISTERE NELLE 3 FASI: C'ERA NO OCEANI.

3.8 MILIARDI DI ANNI FA I PRIMI ORGANISMI; MA NON SI ACCUMULAVA O₂ IN ARIA (~ 1.6 YEARS; LA FOTOINTESI E' MINORITARIA, MENTRE IL GROSSO E' DONATO A REDOX DI ROCCE NELLA CROSTA E ALL'ESPULSIONE DI H₂ CHE AUMENTA LO STATO DI OSSIDAZIONE TERRESTRE).

PIANO PIANO H_2 SFUGGE VIA (E' LEGGERO).

2. 4-2.2 b YEARS ADO L' O_2 RAGGIUNGE I NIVELLI ATTUALI. SI FORMA O_3 E IN SEGUITO GLI ORGANISMI TERRESTRI (SACCHETTI DAI UV).

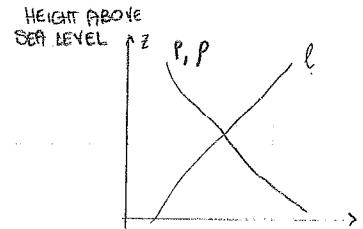
STRUTTURA VERTICALE

$$p(z) = p_0 e^{-z/H} \quad H \approx 7-8 \text{ km (e-folding depth)}$$

$$P(z) = P_0 e^{-z/H}$$

$$l(z) = l_0 e^{-z/H} \quad (\text{LIBERO CAMMINO MEDIO})$$

$$\rightarrow z = -H \ln \frac{P}{P_0}$$



STD ATMOSPHERE
(AVERAGED OVER t, N, Y)
IL GRAFICO E' IN SEMILOG.

GLI STRATI ATMOSFERICI SI CLASSIFICANO IN BASE ALL' ANDAMENTO DI T :

- THORO : DECRESC. 80% MASSA ATM., NUVOLE.
- STADIO : CAESCE (VERTICAL MIXING INHIBITED AT T INVERSIONS), OZONO.
- MESO : DECRESC.
- TERMO : CRESC (FOTODISSOCIAZIONE E FOTODIONIZZAZIONE).

$$\bar{T}_{x,t}(y, z)$$

EQUATORE : CALDO, Poi SI RAFFREDDA DOPO LA THROPAUSA.

SI SCALDA ANCORA, SCENDE, RISALE.

POLI : L' ANDAMENTO E' DIVERSO, IN QUOTA IL POLO ESTIVO E' PIU' CALDO DELL' EQUATORE (MOTI ATMOSFERICI); IL POLO INVERNALE E' SOVRASTATO DA ARIA FREDDA E BASTA (MINIMO DOPO LA THROPAUSA).

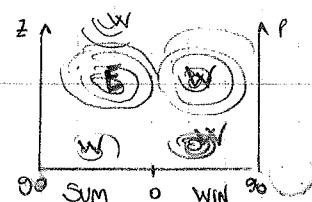
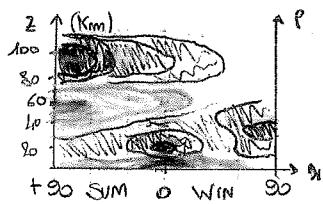
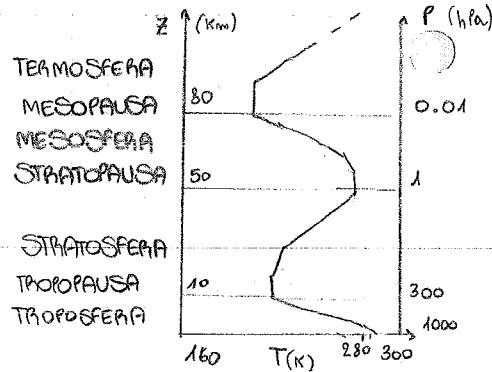
SI NOTI UN GRADINO DI TEMPERATURA A $N \approx 30^\circ$ (THROPAUSA \rightarrow JET STREAMS).

GRAFICO VENTO ZONALE, $W \rightarrow E$, MEDIA ZONALE; MEDIA STAGIONALE (SU 3 MESI). LE LINEE SONO ISO-U.

(WH 1.11)

AUSSI

JET STREAM \rightarrow COINCIDONO CON IL GRADINO DELLA THROPAUSA



SI NOTI CHE A TRASPORTARE ENERGIA È PERLOPIÙ LA TURBOLENZA A GRANDE SCALA (I CICLONI). QUESTI PRENDONO ENERGIA DAI JET STREAMS.

NOMENCLATURA:

- CIRCOLAZIONE CICLONICA: ANTORARIO NELL'EMISFERO NORD, ORARIO NEL SUD (COME LA TERRA VISTA DAL LATO GIUSTO). → ATTORNO A LOW PRESSURE-WINDS.
- ANTICICLONICA: VICEVERSA. → ATTORNO A HIGH PRESSURE-WINDS.



NEL GRAFICO L' "ACQUAPLANET"

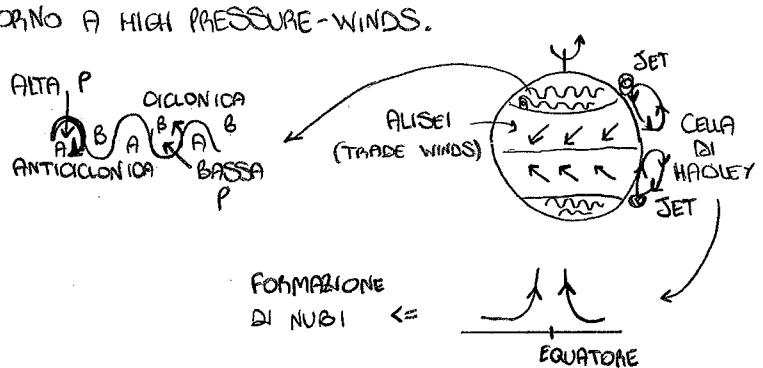
(MODELLO SEMPLIFICATO SENZA TERRE EMERSE).

LA PRESENZA DI CONTINENTI IN REALTÀ

"FRENA" L'ARIA E LA DIVIA

→ FORMAZIONI CICLONICHE SUI PIANI, ANTICICLONICHE SULL'EQUATORE

→ CICLONI E ANTICICLONI SUGLI OCEANI



ITCZ: INTERTROPICAL CONVERGENCE ZONE

MONSONI: SONO DONUTI ALLA DIVERSA CAPACITÀ TERMICA DI CONTINENTI E OCEANI; AVVENGONO A LUGLIO E A GENNAIO, IN VERSO OPPOSTO.

ANCHE L'INCLINAZIONE DELL'ASSE TERRESTRE MODIFICA L'ANDAMENTO DEI VENTI.

AL SOLITO NELL'EMISFERO SUD I VENTI SONO PIÙ REGOLARI (MENO TERRE EMERSE) E SI SENTE MENO LA DIFFERENZA TRA STAGIONI.

SI FORMANO IN CORRISPONDENZA DEGLI OCEANI CENTRI DI ALTA E BASSA PRESSIONE.

PRECIPITAZIONI: MASSIMI SULL'EQUATORE (E A GIUGNO

SULLE ZONE MONSONICHE). DOVE I VENTI CONVERGONO NEGLI STRATI BASSI DELL'ATMOSFERA, SI HANNO ZONE DI ASCENSIONE; L'ARIA SALE, SI RAFFREDDA E IL VAPORE ACQUEO CONDENSA.

OCEANI

70% DELLA SUPERFICIE TERRESTRE (SI CONTANO ANCHE I MARI INTERNI, BASTA CHE SIA ACQUA SALATA)

$$\bar{h} = 3700 \text{ m}$$

$$\Delta h_{\max} = 11000 \text{ m} (\text{FOSSA DELLE MARIANNE})$$

$$V = 1.35 \cdot 10^9 \text{ km}^3$$

$$p = 10^3 \text{ kg/m}^3, M_{\text{TOT}} = 1.35 \cdot 10^{21} \text{ kg} \quad / \quad \text{CIRCA 260 VOLTE } M_{\text{MT}} = 5 \cdot 10^{18} \text{ kg}$$

$$T \approx 3.6^\circ \text{C} \quad \text{CONFRONTA CON } M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$\text{SALINITÀ} \approx 34.7 \text{ g/kg} = 3.47\%$$

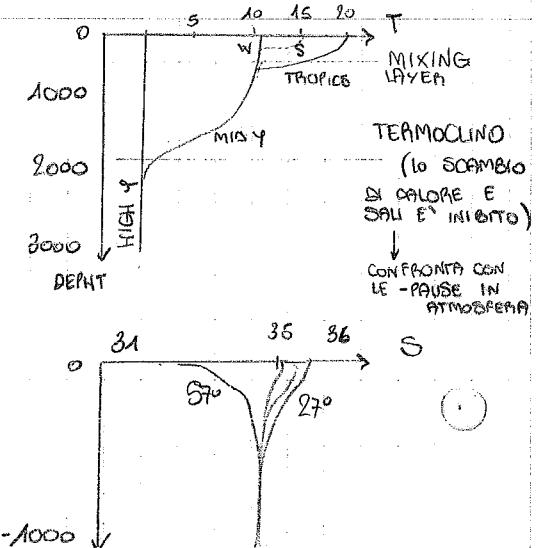
PERLOPIÙ NEGLI OCEANI (POI GHIACCIAI, FALDE, UMIDITÀ DEL SUOLO, LAGHI E Fiumi, ATMOSFERA).

COMPOSIZIONE CHIMICA SOLUTI: NaCl ~ 80%, S, Mg, Ca, K ...

* DISTRIBUZIONE VERTICALE DELLE TEMPERATURE.

(GRADIENTE DI $T \rightarrow$ TERMOCALINO, COME IN ATMOSFERA GRADIENTE DI $T \rightarrow$ PAUSE).

L'ACQUA È UN FLUIDO INCOMPRESIBILE,
QUINDI p DIPENDE SOLO DA COSEA C'E'
SOPRA.



* ANDAMENTO DELLA SALINITÀ

Dove ho la massima evaporazione

ho massima salinità (Tropici, ma non

all'equatore perché qui ho anche le massime precipitazioni che compensano).

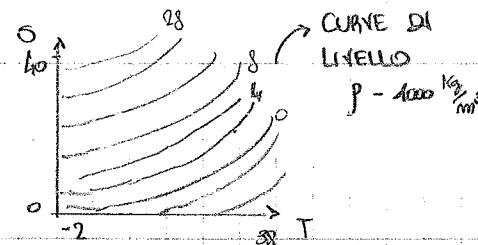
* SALINITÀ VS T. SICCOME $p \propto T$ NON È LINEARE,

su ogni curva ho una "ANOMALIA" che si

sposta in base alla salinità (che cambia il punto chioscopico).

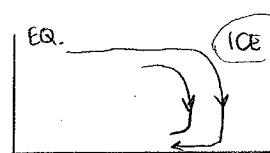
In acqua dolce si forma il ghiaccio solo in superficie (galleggia);

In acqua salata (non pura) p decresce con T anche tra 0°C e 4°C .



CIRCOLAZIONE OCEANICA

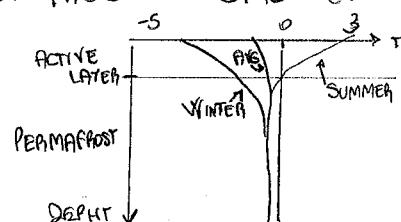
- CIRCOLAZIONE SUPERFICIALE: È DOVUTA ALL'ATTRITO CON I VENTI, QUINDI RISPECCHIA IL LORO ANDAMENTO. LE TEMPERATURE DELLE CORRENTI (EQUATORE → POI) POSSONO ESSERE MOLTO DIVERSE.
- CIRCOLAZIONE TERMOALINA (ACQUE PROFONDE): È DOVUTA ALL'AUMENTO DI DENSITÀ DOVUTA ALL'ABBASSAMENTO DI TEMPERATURA. (IL NUTRIMENTO DEI PESCI SI FORMA SUI FONDALI: QUESTO RIMESCOLAMENTO È ESSENZIALE).



CHIOSFERA

	MASS
GLIACCIO : ANTARTIDE	53
GROENLANDIA	5
ALPINI (MONTAGNE)	0,2
MARINO ARTICO	0,04
MARINO ANTARTICO	0,04
NEVE	0,01
PERMAFROST	<

IL GLIACCIO MARINO SI MUOVE (ICEBERG) ATTRaverso canali nell'ARTICO. IN ANTARTIDE È LA CALOTTA POLARE A MUOVERSI, SCOLANDO SULLA TERRA (SU TEMPI LUNghi, IL GLIACCIO SI MUOVE COME UN FLUIDO. È SPESsO 3000 m!).



CICLO IDROLOGICO

	MASSA
ATMOS	0,01
LAGHI, FIUMI	0,6
FALDE	15
GLIACCIAI	0,2
GROENLANDIA	5
ANTARTIDE	5,3
OCEANI	2700
CAOSTA, MANTELLO	20 000

RESIDENTIAL Z.	
DAYS	
0 TO 7	
~100s	7
~100s	7
10 000	7
100 000	7
10 ¹¹	7
10 ¹⁴	(COMPARA 4,5 · 10 ⁹ 7 ETÀ TERRA)

$$I = \frac{M}{RATE} = \frac{[kg]}{[kg/s]}$$

WATER BALANCE

- EVAPORAZIONE, PRECIPITAZIONE (118 / 107 cm/7 SU OCEANI, 48 / 55 SU TERRA) LA QUANTITÀ DI ACQUA IN ATMOSFERA RESTA INVARIATA, QUINDI DEVE ESISTERE UN TRASPORTO D'ACQUA.

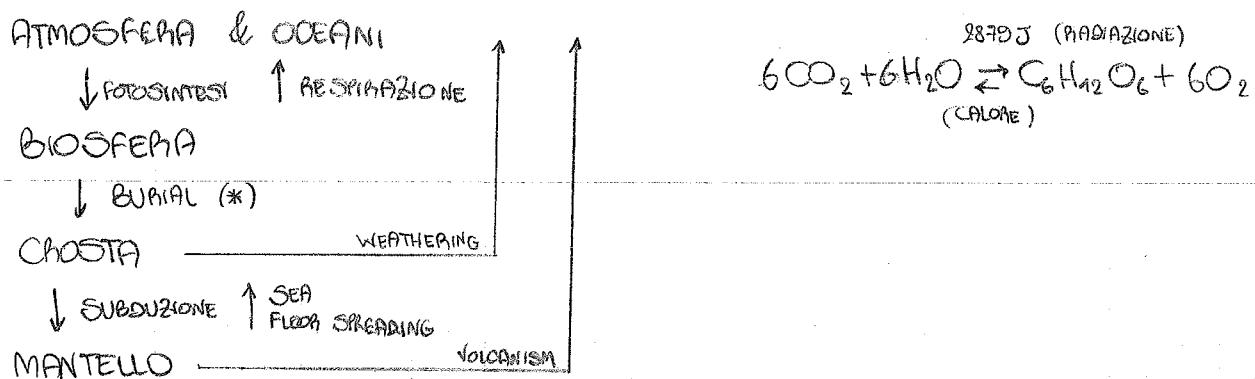
$$\text{EVAPOR.} - \text{PRECIP.} = - \frac{\partial F}{\partial x} \quad \text{CON } F: \text{IL FLUSSO DI ACQUA}$$

NON C'E' ACCUMULO O PERDITA DI ACQUA GLOBALMENTE IN ATMOSFERA (IN 2D $\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}$ E' UNA DIVERGENZA, $\nabla \cdot F = E - P$).

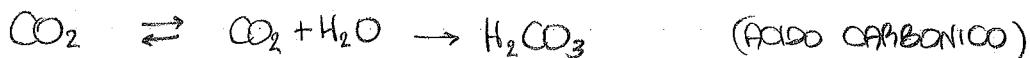
CICLO DEL CARBONIO

IN ATMOSFERA, CO_2 E CH_4 ; NELLE ROCCE SEDIMENTARIE (PERILOPIU'); NELLE PIANTE (TRONCHI, RADICI); NEL SUOLO, SEDIMENTI; NEI FOSSI LI; NEGLI OCEANI.

LA BIOSFERA E' RESPONSABILE DELLA FOTOSINTESI.



IL CARBONIO NELL'ATMOSFERA SI SOLUGIE NELL'ACQUA:



* SQUELTO,

CONCHIGLIE DI ORGANISMI MARINI

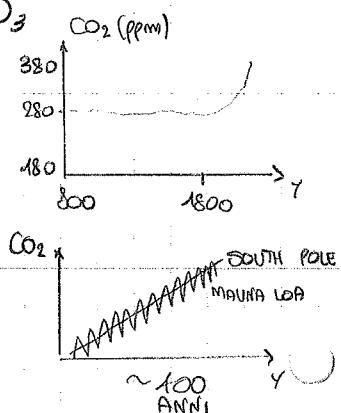


CO_2 (ppm)

* ANDAMENTO NEGLI ANNI DELLA CO_2 IN ATMOSFERA.

"RESPIRAZIONE": OSCILLAZIONE, RISPETTO AL TREND,

NELLE ZONE POPOLATE DA ALBERI (LA LINEA CONTINUA INVECE E' UN POLO).



TERMODINAMICA ATMOSFERICA

T, P, p, V

IL SISTEMA ATMOSFERICO E' COME UN SISTEMA TERMODINAMICO IDEALE:
E' UNIFORME E STAZIONARIO.

PARLEREMO DI

AIR PARCEL ("PACCHETTO D'ARIA", MASSA D'ARIA - SOSTANTIVO)

$\hookrightarrow \sim 10^{23}$ MOLECOLE PER m^3

LE GRANDEZZE DI CUI SOPRA SONO QUELLE MEDIE SUL PACCHETTO.

E CAMBIANO LENTAMENTE NEL TEMPO: POSSIAMO IPOTIZZARE CHE LE TRANSFORMAZIONI SIANO QUASI STATIONE.

PERCHE' AO' SIA VALIDO, IL LIBERO CAMMINO MEDIO DEVE ESSERE
(A CONDIZIONI STD, $T=273,16\text{ K}$ E $P=1000\text{ hPa}$) ATTORNO A
 $l \sim 5 \cdot 10^{-8}\text{ m}$

CHE E' MOLTO PIU' PICCOLO DEL PACCHETTO D'ARIA (MA GRANDE
RISPETTO ALLE MOLECOLE).

UNITA' DEL SI.: m, kg, s, k

$P: \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ $P: \text{hPa}$ ($1\text{ mBar} = 1\text{ hPa}$, $1\text{ atm} = 1013\text{ hPa}$, $760\text{ Torr} = 1\text{ atm}$)

AMBIENTE (ENVIRONMENT): AO' CHE E' ESTERNO AL SISTEMA.

SERBATOIO (RESENOIR): SERBATOIO.

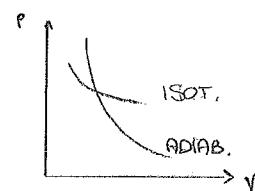
VARIABILI INTENSIVE (T, U...) E ESTENSIVE (m, V, N...).

VINCOLO: LE CONDIZIONI DEL SISTEMA. SE IL VINCOLO VARIA LENTAMENTE
IL SISTEMA VI SI ADATTA IN MODO REVERSIBILE.

PIANO PV → CURVA ISOTERMA

PER OGNI SERBATOIO A TEMPERATURA T CON CUI METTO

IL SISTEMA A CONTATTO HO UNA DIVERSA CURVA.



SI CHIAMANO ISOTERME LE TRASFORMAZIONI CHE AVVENGONO LUNGO LA CURVA.

• SISTEMA ISOLATO (NON SCAMBIA CALORE) → ADIABATICA

LE DIFFERENZE DI PRESSIONE SI PROPAGANO CON LA VELOCITA' DEL SUONO,
QUINDI UN PACCHETTO D'ARIA VA RAPIDAMENTE IN EQUILIBRIO DI PRESSIONE
PER QUANTO SIA GRANDE.

* L'ARIA SECCA SI PUO' CONSIDERARE UN GAS PERFETTO.

CONDIZIONI STANDARD : $T = 273.16 \text{ K}$, $P = 1013 \text{ hPa}$

$$M(\text{STP}) = 2.67 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$$

SI DICE NUMERO DI LOSCHMIDT E SIGNIFICA CHE UNA PARTICELLA OCCUPA

$$V(\text{STP}) = 3.7 \cdot 10^{-26} \text{ m}^3$$

$$l = 3.3 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 330 \text{ \AA}$$

IN QUESTE CONDIZIONI VALE PER L'ARIA LA LEGGE DEI GAS IDEALI

$$P = MK_b T$$

$$k_b = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$$

* A LIVELLO DEL MARE, LA PRESSIONE ATMOSFERICA VALE ($R_E = 6.37 \cdot 10^6 \text{ m}$)

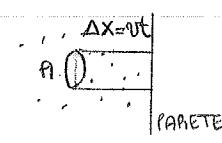
$$P(0) = 1000 \text{ hPa} = 10^5 \text{ Pa}$$

$$\frac{F}{A} = \frac{M_{\text{atm}} \cdot g}{A} \approx \frac{5 \cdot 10^{19} \text{ N}}{5 \cdot 10^{14} \text{ m}^2} = 10^5 \text{ Pa}$$

LA PRESSIONE E' UNA FORZA DI SUPERFICIE, QUINDI NON SI APPLICA AL CENTRO DI MASSA (SE NO LA SENTIREMMO SOLO IN TESTA).

CONSIDERIAMO DELLE MOLECOLE, $\frac{1}{6}$ DELLE QUALI

SI MUOVONO VERSO LA PARETE. USIAMO (QUI E NEL SEGUITO) LE LEGGI DEI GAS IDEALI.



Allora, con riferimento al disegno,

$$V = S \cdot A = v t A$$

$$N_i = V \cdot \frac{1}{6} m = \frac{1}{6} m v t A$$

N_i è il numero di particelle incidenti.

$$\Delta q = 2mv N_i = \frac{1}{3} m m v^2 t A$$

$$P = \frac{F}{A} = \frac{1}{3} m m v^2 = \frac{1}{3} m \cdot \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) = \frac{2}{3} m \left(\frac{3}{2} k_B T \right) = m R T$$

Dove

$$m = \frac{N}{\sqrt{v}} \quad M = N m \quad P = \frac{M}{\sqrt{v}}$$

$$PV = N k_B T = \frac{M}{m} k_B T = M R T$$

Nota:

N è il numero di particelle, N le mol

M è la massa totale, m quella di una particella
la costante che usavamo in termodinamica
qui si chiama R^* ed è la R di 1 mol di gas,
mentre k_B è la R di una sola molecola.

(è costante del gas, che cambia da gas a gas), o anche

$$P = P R T$$

O ancora, detto $\alpha = \frac{1}{P} = \frac{\sqrt{v}}{M}$ il volume specifico ("per unità di massa")

$$P \alpha = R T$$

• MOLE

Quantità di sostanza il cui peso in g è pari al peso molecolare.

1 mol di sostanza contiene N_A molecole, dove

$$N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

Allora, detto N il numero di mol,

$$N = N_A \cdot N$$

$$PV = N k_B T = N_A N k_B T$$

Nota: per quanto detto sopra e poiché 1 mol
ha massa M ,

$$PV = NMRT = NR^*T$$

Dove R^* è la costante universale dei gas,

$$R^* = N_A k_B$$

Inoltre, se M è il peso molecolare del gas in questione,

$$N = \frac{m}{M}$$

$$R = \frac{R^*}{M}$$

LEGGE DI DALTON (PRESSIONI PARZIALI)

$$P_{\text{TOT}} = \sum_i P_i$$

$$P_i = p_i R_i T$$

$$\Rightarrow P_{\text{TOT}} = \left(\sum_i p_i R_i \right) T = \left(\sum_i \frac{p}{M} M_i R_i \right) T = \left(\sum_i \frac{M_i}{M} R_i \right) p T$$

POSSIAMO DEFINIRE

$$R_{\text{eff}} = \frac{1}{M} \sum_i M_i R_i$$

DA QUI

$$P = p \cdot R_{\text{eff}} T$$

SIMILMENTE LA MASSA MOLECOLARE EFFICACE SARÀ

$$M_{\text{eff}} = \frac{R^*}{R_{\text{eff}}}$$

MASSA MOLECOLARE EFFICACE DELL' ARIA SECCA

$$\begin{array}{ll} N_2 & 0.78 \\ O_2 & 0.21 \\ Ar & 0.01 \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{IN MASSA, OVVERO } \frac{M}{m} :$$

$$M R_i = N k_B \rightarrow R_i = \frac{k_B}{m/N} = \frac{k_B}{m}$$

$$R_{N_2} = \frac{k_B}{M_{N_2}} = \frac{k_B}{M \cdot u} = \frac{k_B}{28 u}$$

$$u = 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

\uparrow
u.m.o. (VEDI NOTA SOTTO)

$$R_{O_2} = \frac{k_B}{M_{O_2}} = \frac{k_B}{32 u} \quad R_{Ar} = \frac{k_B}{M_{Ar}}$$

$$R_d = \sum_i \frac{M_i}{m} \cdot R_i = \left[\frac{0.78}{28} + \frac{0.21}{32} + \frac{0.01}{40} \right] \frac{k_B}{u} = 287 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$$

$$M_d = \frac{R^*}{R_d} = 28.97 \text{ g/mol}$$

NOTA : MASSA MOLECOLARE VS MASSA MOLARE. NUMERICAMENTE SONO

UGUALI SE SI MISURA LA PRIMA IN u.m.o. E LA SECONDA IN g/mol. INFATTI
 $1 \text{ mol} \rightarrow \text{NUMERO DI MOLECOLE CHE PESANO MEDIANTE "x" u.m.o. CONTENUTE IN "x" GRAMMI DI QUELLA SOSTANZA}$

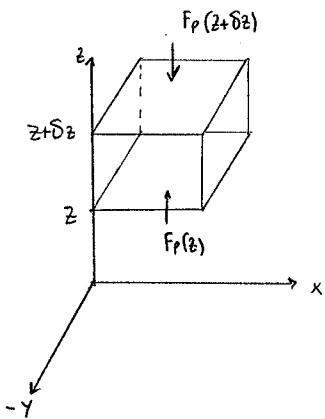
EQUILIBRIO IDROSTATICO

$$F_p(z+\delta z) = - \left[F_p(z) + \frac{\partial F_p}{\partial z} \delta z \right] \quad (\text{SPINTA DI ARCHIMEDE})$$

$$\rho = \frac{F_p}{\delta z \cdot g} = \frac{F_p}{A}$$

$$F_p(z+\delta z) + F_p(z) = - \frac{\partial F_p}{\partial z} \delta z = - \frac{\partial p}{\partial z} A \delta z = - \frac{\partial p}{\partial z} dV = dF_p^{(R.O.)} > 0$$

$$dF_g = -dm \cdot g = -\rho dV \cdot g$$



SI HA EQUILIBRIO IDROSTATICO QUANDO

$$F_g + F_p^{(R.O.)} = 0$$

$$-\rho Vg - \frac{\partial p}{\partial z} V = 0 \Rightarrow \frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$$

DETTA EQUAZIONE DELL'IDROSTATICA.

LA INTEGRO CONSIDERANDO $p(z)$, $g(z)$, PER L'ARIA SECCA (DRY, MA LASCIAMO CADERE IL SUFFISSO d),

$$\rho = \frac{P}{RT}$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\frac{P}{RT} g \Rightarrow P(z_2) = P(z_1) \exp \left\{ -\frac{1}{R} \int_{z_1}^{z_2} \frac{g}{T} dz \right\}$$

FACCIAMO L'IPOTESI CHE TRA z_1 E z_2 T E g SIANO COSTANTI; ALLORA

$$P(z_2) = P(z_1) e^{-\frac{g}{RT}(z_2-z_1)} = P(z_1) e^{-\frac{(z_2-z_1)}{H}}$$

DONDE SI DICE ALTEZZA DI SCALA LA QUANTITA'

$$H = \frac{RT}{g}$$

NOTA: SCEGLTA $T = 265$ K PER TROPPO E STRATOSFERA, SI HA $H = 7.5$ Km (7.89 SOLO TROPPO).

SE T NON FOSSE COSTANTE, USO AL SUO POSTO

$$T = \frac{\int_{P_1}^{P_2} T d\ln p}{\int_{P_1}^{P_2} d\ln p}$$

OPVERO LA TEMPERATURA MEDIA.

HIPARTENDO DALL'EQUAZIONE DELL' IDROSTATICA,

$$\frac{dp}{p} = -\frac{g}{RT} dz ; \quad T d \ln p = -\frac{g}{R} dz$$

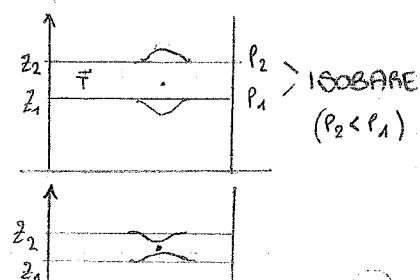
$$\int_{P_1}^{P_2} T d \ln p = \bar{T} \ln \frac{P_2}{P_1} = -\frac{g}{R} (z_2 - z_1)$$

$$\left(\bar{T} \ln \frac{P_2}{P_1} = \bar{T} \int_{P_1}^{P_2} d(\ln p) \right)$$

$$z_2 - z_1 = -\frac{R}{g} \bar{T} \ln \frac{P_2}{P_1} = \frac{R}{g} \bar{T} \ln \frac{P_1}{P_2}$$

UNA CONSEGUENZA È CHE $\Delta z \propto \bar{T}$:

$$\Delta z = \frac{R}{g} \bar{T} \ln \frac{P_1}{P_2} \quad \text{EQUAZIONE IPSOMETRICA}$$



SE \bar{T} AUMENTA IN UN PUNTO, LO STRATO DI ATMOSFERA COMPRESSO TUA P_1 E P_2 SI ISPESSISCE IN CORRISPONDENZA DI QUEL PUNTO E OSSENO TRA L'ALTRO UN ABBASSAMENTO DI PRESSIONE ALL'ALTEZZA z_1 .

AL CONTRARIO SE \bar{T} DIMINUISCE VEDO AUMENTARE LA PRESSIONE IN z_1 , (COME SE VEDESSI SALIRE LE ISOBARE A PRESSIONE SUPERIORE).

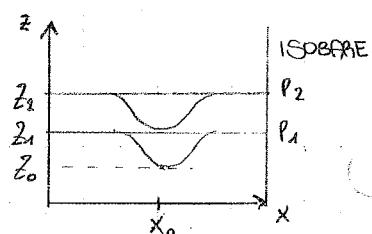
POICHÉ p DECRESCHE IN MODO MONOTONO CON z (LE SUPERFICI NON SI INTERSECANO), AFFERMO EQUIVALENTEMENTE

$$p(z_1, x_0) = P_2 < P_1$$

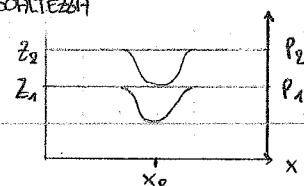
$$z(P_1, x_0) = z_0 < z_1$$

A BASSA/ALTA PRESSIONE A QUOTA COSTANTE

CORRISPONDONO BASSA/ALTA QUOTA A PRESSIONE COSTANTE.

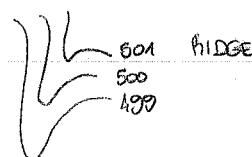
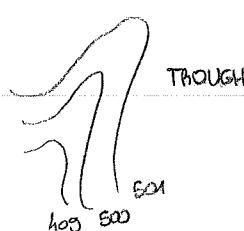


ISOBARIE



ISOLETTA

NELLE MAPPE A PRESSIONE COSTANTE È MOSTRATA LA QUOTA DELLE PRESSIONI, IN GENERE PER LA PRESSIONE IN SUPERFICIE USO INVECE DELLE NORMALI ISOBARE.



GEOPOTENZIALE

$$d\phi = g dz$$

$$\phi_2 - \phi_1 = \int_{z_1}^{z_2} g(z) dz$$

IMPOSENDO $\phi(z=0) = 0$,

$$\phi(z) = \int_0^z g(z') dz'$$

SI DICE ALTEZZA GEOPOTENZIALE

$$Z = \frac{\phi(z)}{g_0} = \frac{1}{g_0} \int_0^z g(z') dz'$$

CHE COINCIDE CON L'ALTEZZA SOLO SE PONGO $g \approx g_0$.

Z	z	Z-z	%.
10	9.99	10 m	1%
100	98.47	1.53 Km	1.5%

PRIMA LEGGE DELLA TERMODINAMICA

$$dU = \delta Q - \delta W$$

↑ ↑ ↗
 ENERGIA CALORE LAVORO FATTO
 INTERNA ASSORBITO DAL SISTEMA
 DAL SISTEMA

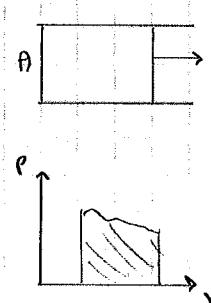
L'UNICO LAVORO IN ATMOSFERA E' QUELLO DI COMPRESSIONE / ESPANSIONE

$$\delta W = P A (dV)$$

SE P E' DEFINITA WILGO TUTTA LA TRASFORMAZIONE,

$$\Delta W = \int_{V_1}^{V_2} P dV$$

$$dU = \delta Q - P dV$$



PER UN GAS IDEALE, L'ENERGIA INTERNA E'

$$U = \frac{f}{2} N k_B T$$

CON f I GRADI DI LIBERTA':

$f = 3$	GAS MONOATOMICO
$f = 5$	BIATOMICO - SEMPLICE
$f = 6$	MOLECOLE PIU' COMPLEXSE

POICHÉ

$$\lambda = \frac{m}{M}$$

$$\Rightarrow U = \frac{f M}{2 m} k_B T = \frac{f}{2} M R T$$

CALORI SPECIFICI

IL CALORE SPECIFICO (PER UNITÀ DI MASSA, NON MOLARE) È

$$c_v = \frac{f}{2} R$$

$$dU = M c_v dT = \delta Q - P dV$$

IN PRIMA APPROSSIMAZIONE LE TRASFORMAZIONI ATMOSFERICHE SONO ADIABATICHE, PERCHÉ (PER PACCHETTI D'ARIA SECCA)

$$M c_v dT = -P dV \quad \delta Q = 0$$

* PER TRASFORMAZIONI CHE AVVENGONO A PRESSIONE COSTANTE,

$$M c_p dT = \delta Q_p$$

DA QUI

$$M c_v dT = M c_p dT - P dV$$

$$d(PV) = P dV + V dP \quad P = \text{costante} \quad P dV$$

$$\begin{aligned} M c_v dT &= M c_p dT - d(PV) \\ &= M c_p dT - d(M R T) \\ &= M c_p dT - M R dT \quad \Rightarrow \quad c_v + R = c_p \end{aligned}$$

NOTA: ANCHE SE L'ABBIAmo DERIVATA NEL CASO SPECIALE IN CUI $\delta Q = 0$, RESTA VERA $dU = M c_v dT$ PERCHÉ U È UNA FUNZIONE DI STATO DELLA TEMPERATURA PER UN GAS IDEALE.

DETTA RELAZIONE DI MEYER.

$$c_p = 717 + 287 = 1004 \text{ J K}^{-1} \text{ Kg}^{-1}$$

(PIÙ GRANDE, PERCHÉ PARTE DELL'ENERGIA SERVE A ESPANDERE IL SISTEMA).

* PER UNA ADIABATICA SI È VISTO

$$M c_v dT = -P dV$$

$$V = \frac{RT}{P} M$$

$$dV = \left(\frac{R}{P} dT - \frac{h}{P^2} T dP \right) M$$

$$M_C v dT = \left(-RdT + \frac{R}{P} T dP \right) M$$

$$C_v \frac{dT}{T} + R \frac{dT}{T} = R \frac{dP}{P}$$

$$C_p \frac{dT}{T} = R \frac{dP}{P}; \quad \frac{dT}{T} = \frac{R}{C_p} \frac{dP}{P} := \gamma \frac{dP}{P}$$

$$\Rightarrow \ln \frac{T}{T_0} = \gamma \ln \frac{P}{P_0} = \ln \left(\frac{P}{P_0} \right)^\gamma$$

$$\Rightarrow \frac{T}{T_0} = \left(\frac{P}{P_0} \right)^\gamma$$

NOTA: PER L'ARIA SECCA $\gamma = 0,286$.

DETTA EQUAZIONE DI POISSON (PER TRASFORMAZIONI ADIABATICHE).

TEMPERATURA POTENZIALE

$$\theta = T \left(\frac{P_0 = 1000 \text{ hPa}}{P} \right)^\gamma \rightarrow T \left(\frac{1000}{P} \right)^\gamma$$

E' LA TEMPERATURA CHE ANGREBBE UN PACCHETTO SE PORTATO ADIABATICAMENTE DA P, T A $P_0 = 1000 \text{ hPa}$.

DATO UN SISTEMA IN (P, T) , CON $\theta = T \left(\frac{P_0}{P} \right)^\gamma$, SE LO PORTO IN (P_1, T_1) ADIABATICAMENTE OTTENGO

$$T_1 = T \left(\frac{P_1}{P} \right)^\gamma$$

$$\theta_1 = T_1 \left(\frac{P_0}{P_1} \right)^\gamma = T \left(\frac{P_1}{P} \right)^\gamma \left(\frac{P_0}{P_1} \right)^\gamma = \theta$$

DA QUI SI VIDE CHE θ E' UNA PROPRIETA' INTRINSECA DELLA MASSA D'ARIA (ANCHE QUESTA SI MUOVE ADIABATICAMENTE, OVVERO SU SUPERFICI A TEMPERATURA POTENZIALE COSTANTE).

LAPSE RATE ADIABATICO DELL' ARIA SECCA

COME CAMBIA T DI UN PACCHETTO DI ARIA SECCA SE LO MUOVO

IN VERTICALE E ADIABATICAMENTE? USANDO L'EQUAZIONE DI POISSON,

$$T = \theta \left(\frac{P}{P_0} \right)^{\kappa}$$

$$\kappa = \frac{R}{C_p}, P = \frac{P_0}{RT}, \frac{\partial P}{\partial z} = -Pg$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_{a,d} = \frac{\partial}{\partial z} \left[\theta \left(\frac{P}{P_0} \right)^{\kappa} \right] = \kappa \theta \left(\frac{P}{P_0} \right)^{\kappa-1} \left(\frac{1}{P_0} \right) \frac{\partial P}{\partial z}$$

NOTA CHE STO USANDO L'EQUILIBRIO IDROSTATICO MA CI STA: IL PACCHETTO LO SOLLEVO MECCANICAMENTE.
(VEDI Dopo)

$$= - \frac{\theta}{P} \left(\frac{P}{P_0} \right)^{\kappa} Pg = - \kappa \frac{T}{P} Pg = - \kappa \frac{T}{P} \left(\frac{P}{RT} \right) Pg = - \frac{g}{C_p}$$

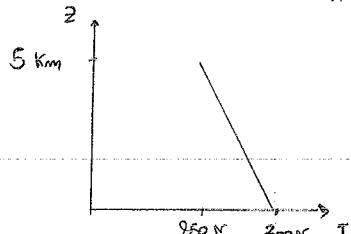
$$\left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_{a,d} = - \frac{g}{C_p} \approx -10^{-2} \frac{K}{m} = -10 \frac{K}{km}$$

NOTA: T SCENDE ALL'AUMENTARE DELLA QUOTA. LO FA ANCHE TRAPOSFERA, MA DI MENO ($6-7 \frac{K}{km}$).

CHIAMIAMO LAPSE RATE ADIABATICO

$$\Gamma_d = - \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_{a,d} = \frac{g}{C_p}$$

NELLA PRATICA UN PACCHETTO SALE IN VERTICALE SE NON C'E' EQUILIBRIO IDROSTATICO. QUAND'E' CHE QUESTO SUCCIDE?



STABILITÀ DELL' ATMOSFERA

A CAUSARE LO SBILANCIAMENTO DELLE FORZE VERTICALI SONO PRINCIPALMENTE:

- ARIA CHE SBATTE CONTRO UNA MONTAGNA

- FRONTI SU CUI SI INCONTRANO MASSE D'ARIA A TEMPERATURE DIVERSE

(FREDDO → CALDO: FRONTE FREDDO. CALDO → FREDDO: FRONTE CALDO. IN

ENTRAMBI I CASI L'ARIA CALDA SALE, ONERO QUELLA FREDDA VI SANGA SOTTO).

$$f_a \alpha = - \rho_a g - \frac{\partial P}{\partial z} < 0$$

DENSITÀ
VOLUMICA PACCHETTO D'ARIA

$$- \frac{\partial P}{\partial z} = \rho_a g$$

↑
DENSITÀ
VOLUMICA AMBIENTE

(INFATTI L'AMBIENTE SI PUO' SUPPORRE IN EQUILIBRIO IDROSTATICO).

Allora

$$p_a \cdot \alpha = - p_a \cdot g + p_e \cdot g$$

$$p_a \frac{d^2 z}{dt^2} = (p_e - p_a) g$$

E poiché $R = R_d$ in entrambi i casi e la pressione si mette in equilibrio immediatamente (a differenza di T),

$$p_e = \frac{P}{RT_e}, \quad p_a = \frac{P}{RT_a}$$

$$\frac{1}{T_a} \frac{d^2 z}{dt^2} = \left(\frac{T_a - T_e}{T_e T_a} \right) g$$

$$T_a = T_0 + \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_a \Delta z = T_0 - \Gamma_{a,d} \cdot \Delta z$$

↑
TEMPERATURA AL
LIVELLO DA CUI È PARTITA LA MASSA D'ARIA

$$T_e = T_0 + \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_e \Delta z = T_0 - \Gamma_e \cdot \Delta z$$

Allora

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{\Gamma_e - \Gamma_a}{T_0} g \Delta z$$

$$\frac{d^2 \Delta z}{dt^2} = (\Gamma_e - \Gamma_a) \frac{g}{T_0} \Delta z$$

$$\Rightarrow \Delta z = \Delta z_0 e^{-i \omega t}$$

da cui

$$\gamma_{Br} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{(\Gamma_{a,d} - \Gamma_e) \frac{g}{T_0}}$$

DETTA FREQUENZA DI BRUNT-VÄISÄLÄ. Se γ_{Br} è reale ho

OSCILLAZIONI ATTORNO A z_0 , mentre se è immaginaria ho un
ESPOENZIALE REALE E IL PACCHETTO CONTINUA A MUOVERSI NELLA
DIREZIONE IN CUI ANCHE INIZIATO A MUOVERSI.

$$\Gamma_{a,d} = \frac{g}{C_p}$$

EQUAZIONE DEL CALORE:

$$Q = -K_m \frac{\partial T}{\partial x}$$

↑
COEFFICIENTE DI DIFFUSIONE TERMICA,
PICCOLISSIMO PER LA DIFFUSIONE
MOLECOLARE.

$$\Delta z = z - z_0$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} (\Delta z) = \frac{\partial^2}{\partial x^2}$$

$$\omega = \left[(\Gamma_{a,d} - \Gamma_e) \frac{g}{T_0} \right]^{1/2}$$

DIPENDE TUTTO DA Γ_e :

$\Gamma_a > \Gamma_e$: ATMOSFERA STABILE

$\Gamma_a < \Gamma_e$: ATMOSFERA INSTABILE

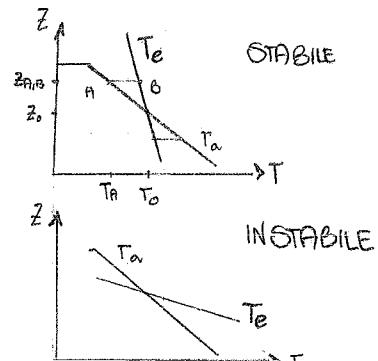
DOVE

$$\Gamma_a = -\frac{g}{c_p} = -\frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{a,d}$$

$$\Gamma_e = -\frac{\partial T}{\partial z} \Big|_e$$

$\Gamma_a = \Gamma_e$: NEUTRA.

NOTA: LA CONDIZIONE DI STABILITÀ IMPLICA $\frac{\partial \Gamma_a}{\partial z} < \frac{\partial \Gamma_e}{\partial z}$ (NOTA CHE SONO ENTRAMBE NEGATIVE E NON È UNA RELAZIONE TRA VALORI ASSOLUTI).



NEL PRIMO GRAFICO, QUANDO IL SISTEMA VA FUORI

EQUILIBRIO SI Vede CHE TENDE A TORNARE ALLA Z DI PARTENZA NEL SUO PORTARSI IN EQUILIBRIO CON T_e ; NEL SECONDO GRAFICO SUCCIDE L'INVERSO.

NELLA TROPOSFERA LA TEMPERATURA DIMINUISCE DI 6.5 K/Km: LA ATMOSFERA È STABILE. COSÌ NELLA STRATOSFERA, A MAGGIOR RAGIONE PERCHÉ T AUMENTA CON LA QUOTA: I FENOMENI DELLA STRATOSFERA SI SVILUPPANO ORIZZONTALMENTE (È MOLTO STABILE).

GUARDANDO ANCORA AL PRIMO GRAFICO, SE IL PACCHETTO D'ARIA INIZIALMENTE IN (T_0, z_0) È SOLLEVATO IN $z_{0,b}$, LA SUA TEMPERATURA SCENDE A $T_a < T_b$ (DOVE T_b È LA TEMPERATURA AMBIENTE A QUELL' ALTEZZA).

POLCHE'

$$P = \frac{P}{RT}$$

E LE PRESSIONI SI EQUILIBRANO SUBITO (ALTRIMENTI SI GENERANO ONDE SONORE), SI ANRA' $P_a > P_e$ E IL PACCHETTO D'ARIA PIÙ PESANTE TORNA DOV'E' ERA. NEL SECONDO GRAFICO SUCCIDE IL CONTRARIO.

INFINE NOTIAMO CHE PIÙ È ALTA LA FREQUENZA f_{bv} , PIÙ L'ATMOSFERA È STABILE.

NOTA: DAL GRAFICO VEDO CHE L'ATMOSFERA È STABILE SE T_e È PIÙ INCLINATA DI T_a

(O AL LIMITE CON PENDENZA POSITIVA), OVVERO DECRESCHE MENO RAPIDAMENTE (AL LIMITE CRESCE) AL CRESCERE DELLA QUOTA Z.

STABILITÀ E TEMPERATURA POTENZIALE

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} = \left(\frac{P_0}{P}\right)^X \frac{\partial T}{\partial z} - X_T \left(\frac{P_0}{P}\right)^X \frac{\partial P}{\partial z} = \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial z} - X \frac{\theta}{P} \frac{\partial P}{\partial z}$$

$$\theta = T \left(\frac{P_0}{P}\right)^X$$

$$= \frac{\partial \theta}{\partial z} + X \frac{\theta}{P} \frac{g}{R T} = \frac{\partial \theta}{\partial z} + \frac{R}{Q} \frac{\theta}{T} \frac{g}{R}$$

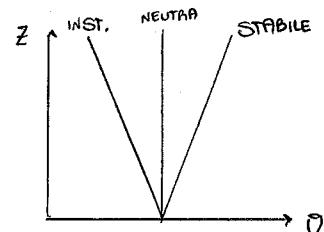
$$\frac{\partial P}{\partial z} = -P g, \quad P = \frac{R}{R T}$$

$$\frac{T \frac{\partial \theta}{\partial z}}{\theta \frac{\partial \theta}{\partial z}} = \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{g}{C_p} = -\Gamma_e + \Gamma_d$$

$$X = \frac{R}{C_p}$$

ORA POICHÉ $\frac{T}{\theta} > 0$, LE CONDIZIONI SUI LAPSE RATE DIVENTANO

- | | | |
|-----------------------|--|---------------------|
| $\Gamma_d > \Gamma_a$ | $\Rightarrow \frac{\partial \theta}{\partial z} > 0$ | ATMOSFERA STABILE |
| $\Gamma_d < \Gamma_a$ | $\Rightarrow \frac{\partial \theta}{\partial z} < 0$ | ATMOSFERA INSTABILE |
| $\Gamma_d = \Gamma_a$ | $\Rightarrow \frac{\partial \theta}{\partial z} = 0$ | ATMOSFERA NEUTRA |



QUESTO MI DICE ANCHE CHE θ (DELL'AMBIENTE) CRESCE CON LA QUOTA NELLA TROPOSPHERA (E ANCHE NELLA STRATOSPHERA, DOVE ADDIRITTURA CRESCE T).

ARIA UMIDA

- SISTEMA ETEROGENEO: È FORMATO DA PIÙ SISTEMI OMOGENEI, MA A SEPARARLI C'È UNA BRUSCA VARIAZIONE DELLE VARIABILI.
- L'ACQUA RENDE L'ATMOSFERA ETEROGENEA PERCHÉ È PRESENTE IN PIÙ FASI.
- FASI (φ): CHIMICAMENTE O FISIOMATICAMENTE DISTINGUIBILI \oplus MECANICAMENTE SEPARABILI.
- COMPONENTI (X): NUMERO MINIMO DI SPECIE CHIMICHE CHE PERMETTE DI SPECIFICARE COMPLETAMENTE LA COMPOSIZIONE CHIMICA.
- GRADI DI LIBERTÀ (f): NUMERO DI VARIABILI INTENSIVE CHE POSSO CAMBIARE INDIPENDENTEMENTE SENZA CHE CAMBI φ (ALMENO SENZA CHE CAMBI SUBITO).

REGOLA DI GIBBS: $f = X - \varphi + 2$

	X	φ
2 GAS	2	1
ACQUA-GHIACCIO	1	2
OLIO E ACETO	2	2
ACQUA E ALCOL	2	1
ACQUA E NaCl	2	1
IN PROPORZIONE FISSA	f	
ACQUA PURA	2	
ACQUA E VAPORE	1	
ACQUA, ICE, VAPORE	0	

PRESSIONE DI SATURAZIONE

COMPRESO DEL GAS IN UN PISTONE, AL CALARE DI T IL GAS NON SI COMPORTA PIÙ COME PERFETTO; RAGGIUNTA T_c (ISOTERMA CRITICA) INIZIA A CONDENSARE.

LA PRESSIONE DI SATURAZIONE DELL'ACQUA SI INDICA CON $e_s(T)$, COME LA DETERMINO?

SE HO ACQUA E VAPORE IN EQUILIBRIO, A T , e_s È COSTANTE; SE UNA MOLECOLA PASSA DA VAPORE A LIQUIDO PERDE ENERGIA ANETICA SOTTO FORMA DI CALORE E VICEVERSA BISOGNA FORNIRE CALORE (CALORE LATENTE DI EVAPORAZIONE, LO STESSO) PER FARLA EVAPORARE.

EQUAZIONE DI CLAUSIUS-CLAPEYRON:

$$\frac{de_s}{dT} = \frac{L}{R_w T^2} e_s$$

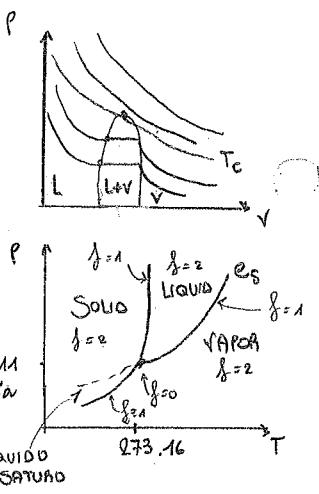
CHE INTEGRATA TRA T_0 E T ($\frac{L}{R_w}$ COSTANTE) DA'

$$e_s(T) = e_s(T_0) \exp\left[-\frac{L}{R_w}\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)\right]$$

SCEGUONO IN GENERE COME RIFERIMENTO IL PUNTO TRIPLO, COSÌ CHE

$$e_s = 2.497 \cdot 10^9 e^{-\frac{5417}{T}} \quad (\text{hPa})$$

$$\ln \frac{e_s}{6.11} = 19.83 - \frac{5417}{T}$$



CALORE LATENTE
 $L = 2.5 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$
 COSTANTE DEL VAPORE
 $R_w = 461 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$

ENTALPIA

$$H = U + PV$$

E' IL CALORE FORNITO A PRESSIONE COSTANTE

$$dH = dU + PdV + Vdp = SQ + Volp$$

DA CONFRONTARSI CON U , CHE E' IL CALORE FORNITO A VOLUME COSTANTE:

$$dU = SQ - pdV \Rightarrow U = M C_v dt$$

$$dH = SQ + Volp \Rightarrow H = M C_p dt$$

EQUAZIONE DELLA TERMODINAMICA

$$\frac{dH}{dt} = \frac{dQ}{dt} + V \frac{dp}{dt}$$

$$M_Q \frac{dT}{dt} = \frac{dQ}{dt} + V \frac{dp}{dt}$$

$$\dot{q} = \frac{Q}{m}$$

$$C_p \frac{dT}{dt} = \frac{dq}{dt} + \frac{1}{P} \frac{dp}{dt} = \frac{dq}{dt} + \frac{RT}{P} \frac{dp}{dt}$$

$$\frac{d\theta}{dt} = - \frac{\theta}{T} \frac{dT}{dt} - \frac{R}{C_p} \frac{\theta}{P} \frac{dp}{dt}$$

$$C_p \frac{T}{\theta} \frac{d\theta}{dt} = C_p \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{RT}{P} \frac{dp}{dt}$$

$$\theta = T \left(\frac{P_0}{P} \right)^{\gamma}$$

(1)

(2)

E INSERENDO LA (1) NELLA (2) SI OTTIENE

$$C_p \frac{T}{\theta} \frac{d\theta}{dt} = \frac{dq}{dt}$$

DETTA EQUAZIONE DELLA TERMODINAMICA.

PARAMETRI DI UMIDITÀ

COME MISURO L'UMIDITÀ DI UN PACCHETTO D'ARIA?

1. RAPPORTO DI MESCOLAMENTO (MIXING RATIO)

$$w = \frac{m_v \text{ (vapore)}}{m_d \text{ (aria secca)}} \quad [\frac{g}{kg}]$$

ESSENDO

$$m_v = \frac{eV}{R_w T}$$

$$m_d = \frac{PV}{R_d T}$$

OTTENGO

$$w = \frac{eV}{R_w T} \cdot \frac{R_d T}{PV} = \frac{R_d}{R_w} \cdot \frac{e}{P} := \epsilon \frac{e}{P}$$

RAPPORTO TRA
PRESSIONI PARZIALI

$$\epsilon = \frac{R_d}{R_w} \approx 0.622$$

ESSENDO UN RAPPORTO TRA MASSE, w NON CAMBIA CON T E P .

9. UMIDITÀ SPECIFICA

$$q := \frac{m_v}{m_{\text{tot}}} = \varepsilon \frac{e}{p+e} \quad (\approx w, e \text{ è piccola})$$

3. RAPPORTO DI MESCOLAMENTO DI SATURAZIONE

$$w_s := \frac{m_s}{m_d} \approx \varepsilon \frac{e_s(T)}{p} \quad (w \leq w_s)$$

DOVE m_s È LA MASSA D'ACQUA CHE SERVIREBBE A Saturare IL PACCHETTO D'ARIA. È UNA GRANDEZZA IPOTETICA CHE DIPENDE DA p E T . LA CONDIZIONE DI Saturazione DI UN PACCHETTO È QUELLA PER CUI $w = w_s$ ALLA TEMPERATURA E PRESSIONE DEL PACCHETTO. SI NOTI CHE $w > w_s$ SOLO SE IL LIQUIDO È SOVRASATURATO.

4. TEMPERATURA VIRTUALE

DEFINIAMO LA COSTANTE R_w EFFICACE

$$\begin{aligned} R_w &= \frac{m_d}{m} R_d + \frac{m_v}{m} R_w = \frac{m_d}{m} R_d \left[1 + \frac{m_v}{m_d} \frac{R_w}{R_d} \right] \\ &= \frac{m_d R_d}{m_d + m_v} \left[1 + \frac{1}{\varepsilon} w \right] = \frac{1}{1+w} \left[1 + \frac{w}{\varepsilon} \right] R_d \end{aligned}$$

Sviluppando

$$\frac{1}{1+w} = 1 - w + w^2 - \dots$$

$$\text{OTTENGO } \left(\frac{1}{\varepsilon} = 1.607 \right)$$

$$R_w \approx (1 - w + w^2)(1 + 1.607w) R_d \approx (1 + 0.607w) R_d$$

$$p = p R_w T = p (1 + 0.607w) R_d T$$

$$p = \frac{m_{\text{tot}}}{Y}$$

DEFINENDO LA TEMPERATURA VIRTUALE

$$T_u = (1 + 0.607w) T \rightarrow T$$

ONVERO LA TEMPERATURA CHE DOVREBBE AVERE L'ARIA SECCA PER AVERE LA STESSA p DELL'ARIA UMIDA A QUELLA p , OTTENGO

$$p = p R_d T_u$$

DA CUI

$$P_d = \frac{P}{R_d T_w}$$

$$P_d = \frac{P}{R_d T}$$

NOTA:

$$M_d = 28.97$$

$$M_w = 18.016$$

QUESTO DERIVA DAL FATTO CHE LE MOLECOLE DI ACQUA PESANO DI MENO DI QUELLE DI "ARIA" (AZOTO, OSSIGENO MOLECOLARE): L'ARIA UMIDA È MENO DENSA, PIÙ LEGGERA. QUESTO PUÒ INFLUIRE LA STABILITÀ DELL'ATMOSFERA.

4. Umidità Relativa

$$\rho_H = \frac{w}{w_s} \cdot 100$$

$$= \frac{e}{e_s} \frac{P \cdot 100}{P_e e_s} = \frac{e}{e_s} \cdot 100$$

CHIARAMENTE DIPENDE DA P E T . SI NOTI CHE IN ATMOSFERA PUÒ SUPERARE IL 100%: LA TENSIONE SUPERFICIALE DELLE GOCCE D'ACQUA IN ATMOSFERA PUÒ RITARDARE LA CONDENSAZIONE IN ASSENZA DI NUCLEI DI CONDENSAZIONE (AEROSOL, ONERO POLVERI, FORMATI DA VARIE SPECIE CHIMICHE COME SABBIA E ADDO SOLFORICO - QUELLO CHE DÀ ORIGINE ALLE PIOGGE ACIDE).

VARIABILI Umidità - ricapitolando

$$e_s(T) = 6.11 \exp \left\{ - \frac{L}{R_w} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{273.16} \right) \right\} = 2.497 \cdot 10^9 e^{-\frac{8417}{T}}$$

$$w = \varepsilon \frac{e}{p}$$

$$w_s = \varepsilon \frac{e_s}{p}$$

$$q = \varepsilon \frac{e}{p+e}$$

$$T_v = (1 + 0.607 w) T$$

$$RH = \frac{w}{w_s} \cdot 100 = \frac{e}{e_s} \cdot 100$$

PRESSEIONE DI SATURAZIONE [hPa]

MIXING RATIO ($\varepsilon = 0.622$)

MIXING RATIO DI SATURAZIONE

UMIDITÀ SPECIFICA

TEMPERATURA VIRTUALE

UMIDITÀ RELATIVA

TEMPERATURA DI RUGIADDA (DEW POINT)

IN GENERE

$$w \leq w_s(T, p) = \varepsilon \frac{e_s(T)}{p}$$

SI INDICA CON T_d LA TEMPERATURA PER OLTRE LA QUILA P

$$w_s(T_d, p) = w$$

PER CALCOLARE T_d ,

$$\varepsilon \frac{e_s(T_d)}{p} = w ; \quad \frac{e_s(T_d)}{6.11} = \frac{w p}{\varepsilon \cdot 6.11}$$

$$\ln \frac{e_s(T_d)}{6.11} = \ln \frac{w p}{\varepsilon \cdot 6.11} = - \frac{L}{R_w} \left(\frac{1}{T_d} - \frac{1}{273.16} \right)$$

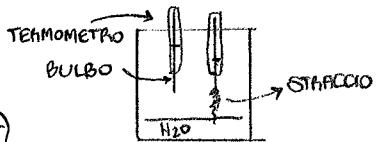
(CLAUSIUS-CLAPEYRON)

INVERTENDOLA,

$$T_d = \left[\frac{1}{273.16} - \frac{R_w}{L} \ln \frac{w p}{\varepsilon \cdot 6.11} \right]^{-1}$$

• TEMPERATURA DI BULBO BAGNATO

PER MISURARE L'UMIDITÀ NELLE CENTRALINE A TERRA SI USANDO DUE TERMOMETRI DI CUI UNO HA IL BULBO BAGNATO DA UNO STRACCIO IMBENVUTO. L'ARIA È IN CIRCOLO E L'EVAPORAZIONE DI ACQUA DAL BULBO FA SCENDERE T_w MISURATA. BENCHE' ESISTE UNA FORMULA PER CORRELARE T_w ALL'UMIDITÀ, NELLA PRATICA SI CONSULTANO I DIAGRAMMI PSICOMETRICI.



• ACQUA PRECIPITABILE

STIMIAMO IL CONTENUTO TOTALE DI VAPORE NELL'ATMOSFERA SU UNA SUPERFICIE DI 1 m^2 . QUESTA GRANDEZZA SI MISURA IN

$$\frac{\text{Kg}}{\text{m}^2} \quad \text{o in mm}$$

CON CONVERSIONE TRAMITE $p_L = 1000 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$.

$$A = \frac{1.35 \cdot 10^{16} \frac{\text{Kg}}{\text{m}^2}}{5 \cdot 10^{14} \text{ m}^2} = 27 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^2} = 27 \text{ mm. (ACQUA)} \quad (h = \frac{27 \text{ Kg}}{1\text{ m}^2 \cdot 1000 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}})$$

E QUESTO DA' UNA STIMA DEL VAPORE. SE CONSIDERO SOLAMENTE LE NUBI OTTERREI IL VALORE MEDIO 0.5 mm.

• CONDENSAZIONE

AVVIENE A SEGUITO DI TRE POSSIBILI PROCESSI FISICI.

① RAFFREDDAMENTO DIABATICO

SUCCEDE SOPRATTUTTO LA NOTTE PER CONTATTO CON LA TERRA CHE SI RAFFREDDA O CON IL GHIACCIO: SI FORMANO BAINA O RUGIADA. UN SECONDO MODO È L'IRRAGGIAMENTO NON COMPENSATO, DI NOTTE, DA QUELLO SOLARE.

② MESCOLAMENTO ISOBARICO ($P = \text{cost.}$)

CONSIDERIAMO DUE MASSE D'ARIA CHE SI MISCELANO.

ALLORA

$$T_f = \frac{M_1 T_1 + M_2 T_2}{M_1 + M_2}$$

$$w_f = \frac{M_1 w_1 + M_2 w_2}{M_1 + M_2}$$

AD ESEMPIO PRENDIAMO DUE MASSE D'ARIA NON SATURE,

$$P = 1000 \text{ hPa} \quad T_1 = 273 \text{ K} \quad RH = 90\%$$

$$M_1 = M_2, V_1 = V_2 \quad T_2 = 293 \text{ K} \quad RH = 90\%$$

POI CHE` (SE P E` IN hPa)

$$w = \frac{RH}{100} \cdot w_s = \frac{RH}{100} \cdot \varepsilon \frac{e_s}{P} = \frac{RH}{100} \cdot \frac{\varepsilon}{P} \cdot 2.497 \cdot 10^9 e^{-\frac{5417}{T}}$$

CALCOLIAMO

$$w_1 = 3.4 \text{ g/kg}$$

$$w_2 = 12.9 \text{ g/kg}$$

$$T_f = \frac{T_1 + T_2}{2} = 283 \text{ K}$$

$$w_f = \frac{w_1 + w_2}{2} = 8.2 \text{ g/kg}$$

$$e_s(T_f) = 2.497 \cdot 10^9 e^{-\frac{5417}{T_f}}$$

$$w_s(T_f) = 7.6 \text{ g/kg} < w_f \quad (w_s(T_f) = \varepsilon \frac{e_s(T_f)}{P})$$

CHE E` ASSURDO: SIGNIFICA CHE SI E` FORMATA ACQUA.

E` QUELLO CHE IN GENERE PROVOCÀ LA FORMAZIONE DI NEBBIA.

③ ESPANSIONE ADIABATICA PER SOLLEVAMENTO

$$w = \text{cost.} = \varepsilon \frac{e}{P}$$

$$w_s = \varepsilon \frac{e_s(T)}{P}, \quad P(z) = P(z_0) e^{-\frac{1}{H}(z-z_0)}$$

$$e(z) = \frac{w}{\varepsilon} P \approx \frac{w}{\varepsilon} P(z_0) e^{-\frac{z-z_0}{H}} = e(z_0) e^{-\frac{z-z_0}{H}}$$

$$e_s(z) = 6.11 \exp \left\{ -\frac{L}{R_w} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{273.16} \right) \right\}$$

$$e_s(z_0) = 6.11 \exp \left\{ -\frac{L}{R_w} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{273.16} \right) \right\}$$

$$\frac{e_s(z)}{e_s(z_0)} = \exp \left\{ -\frac{L}{R_w} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \right\}$$

NOTA: SI E` DERIVATA P(Z) PER T COSTANTE, QUINDI QUI USIAMO UNA \bar{T} . VOGLIAMO DERIVARE UN'ESPRESSONE SIMILE PER $e_s(z)$ PER POI CONFRONTARLE.

POICHE' IL PACCHETTO SI MUOVE ADIABATICAMENTE,

$$T = T_0 - \Gamma_d(z - z_0)$$

$$\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} = \frac{T_0 - T + \Gamma_d(z - z_0)}{TT_0} = \frac{\Gamma_d(z - z_0)}{TT_0}$$

QUINDI ($TT_0 \approx T_0^2$)

$$e_s(z) = e_s(z_0) \exp \left\{ - \frac{L}{R_w} \frac{\Gamma_d}{T_0^2} (z - z_0) \right\}$$

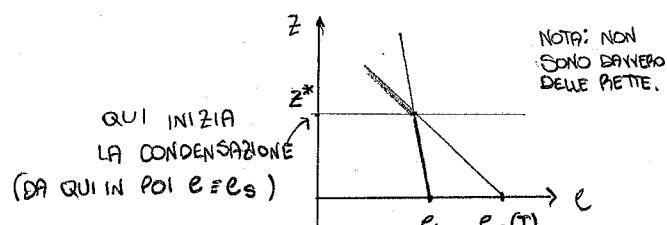
DA CUI L'ALTEZZA DI SOALA (AVENDO POSTO $T = T_0$)

$$H_w = \frac{R_w T_0^2}{L \Gamma_d} \approx 1.7 \text{ Km} \quad \text{PER } T_0 = 290 \text{ K}$$

(LA PRESSIONE PARZIALE DEL VAPOR D'ACQUA DIVENTA $\frac{1}{2}$ DEL TOTALE AD ALTEZZA H_w).

$$e_s \sim e^{-\frac{\Delta z}{1.7 \text{ Km}}}$$

$$e \sim e^{-\frac{\Delta z}{8 \text{ Km}}}$$



z^* SI DICE LIVELLO DI CONDENSAZIONE

PER SOLLEVAMENTO (LCL, LIFTING CONDENSATION LEVEL).

SI RICAVA IMPOSENDO

$$e_s(z_{LCL}) = e(z_{LCL})$$

$$e_s(z_0) e^{-\frac{z_{LCL}-z_0}{H_w}} = e(z_0) e^{-\frac{z_{LCL}-z_0}{H}}$$

$$\frac{e(z_0)}{e_s(z_0)} = RH(z_0) / 100 = e^{(z_{LCL}-z_0)\left(\frac{1}{H} - \frac{1}{H_w}\right)}$$

$$\ln \left[\frac{RH(z_0)}{100} \right] = -(z_{LCL}-z_0) \left(\frac{1}{H_w} - \frac{1}{H} \right)$$

$$z_{LCL} = z_0 + \frac{\ln \left[\frac{100}{RH(z_0)} \right]}{\left(\frac{1}{H_w} - \frac{1}{H} \right)} > z_0$$

SOLTA $RH(z_0) = 80\%$,

$$z_{LCL} \approx z_0 + 500 \text{ m}$$

NOTA: POICHE' $P(z)$ E' DATA DALL'EQUAZIONE IPSOMETRICA, QUESTA CONDIZIONE EQUIVALE A DIRE $w_s(z_{LCL}) = w$ (QUEST'ULTIMO NON DIPENDE DA P o T).

LAPSE RATE DELL' ARIA UMIDA

OSSERVIAMO CHE Γ_d DELL' ARIA NON SATURA E' IN SOSTANZA QUELLO DELL' ARIA SECCA. SE, INVECE E' SATURA DEVO TENERE CONTO DI CONDENSAZIONE E EVAPORAZIONE; NEL SAUVE DI QUOTA IL VAPORE CONDENSA CEDENDO CALORE, AVREMO

$$dH = M_C_p dT = dQ + Vdp$$

$$dQ = - \frac{dM_{v_s}}{M} L = - M L dw_s$$

$$M C_p dT = - M L dw_s + Vdp$$

$$C_p dT = - L dw_s - g \frac{\partial z}{\partial p} dp$$

$$\frac{dT}{dz} = - \frac{L}{C_p} \frac{dw_s}{dz} - \frac{g}{C_p} = - \Gamma_m$$

$$- \frac{dM_{v_s}}{M} = - dw_s$$

L CALORE LATENTE

$$\frac{V}{M} = \frac{1}{p} = - g \frac{\partial z}{\partial p}$$

CON Γ_m IL LAPSE RATE DELL' ARIA UMIDA (MOIST),

$$\Gamma_m = - \frac{dT}{dz} = \Gamma_d + \frac{L}{C_p} \frac{dw_s}{dz}$$

MA EHA

$$w_s = \varepsilon \frac{e_s(T)}{p}$$

$$\frac{dw_s}{dz} = \frac{\partial w_s}{\partial T} \frac{dT}{dz} + \frac{\partial w_s}{\partial p} \frac{dp}{dz}$$

$$= \frac{\varepsilon}{p} \frac{\partial e_s}{\partial T} (-\Gamma_m) + \varepsilon \frac{e_s(T)}{p^2} pg$$

CON $\frac{\partial e_s}{\partial T}$ DATA DA CLAUSIUS- CLAPEYRON,

$$\frac{\partial e_s}{\partial T} = \frac{L}{R_w T^2} e_s$$

$$\frac{dw_s}{dz} = - \Gamma_m \frac{\varepsilon}{p} \frac{L e_s}{R_w T^2} + \frac{w_s}{p} pg$$

CONTINUANDO CON I CONTI, ALLA FINE OTTENGO

$$\Gamma_m = \frac{1 + \frac{L w_s}{p \Gamma_d T}}{1 + \frac{L^2 w_s}{C_p R_w T^2}} \Gamma_d$$

CHIAMANDO

$$A = \frac{L w_s}{R_d T}$$

RISCHIYO

$$\frac{L^2 w_s}{\rho R_w T} = A \frac{L R_d}{R_w C_p T} \downarrow \simeq A \cdot 5$$

T=300 K

DA CUI DEDUCO CHE

$$\Gamma_m < \Gamma_d$$

E POICHÉ $A \approx 0.3$,

$$\Gamma_m \simeq 5 \text{ K/Km}$$

(DA CONFRONTARSI CON $\Gamma_d \approx 10 \text{ K/Km}$).

• TEMPERATURA POTENZIALE EQUIVALENTE

SI E' VISTO (EQUAZIONE DELLA TERMODINAMICA)

$$c_p \frac{T}{\rho} \frac{d\theta}{dt} = - \frac{dq}{dt} = - L \frac{dw_s}{dt}$$

NEL CASO DELLA CONDENSAZIONE,

$$dw_s = \frac{dM w_s}{M} < 0$$

$$w_s = \frac{e_s}{P}$$

$$dw_s = \frac{e}{P} \frac{des}{P} = \frac{e}{P} \frac{Les}{R_w T^2} dT$$

$$\frac{dw_s}{T} = \frac{e Les}{P R_w T^3} dT = \frac{w_s}{T} \frac{L}{R_w T^2} dT$$

$$d\left(\frac{w_s}{T}\right) = \frac{1}{T} dw_s - \frac{w_s}{T^2} dT = \frac{w_s}{T} \frac{L}{R_w T^2} dT - \frac{w_s}{T^2} dT$$

$$= \frac{w_s}{T^2} \left[\frac{L}{R_w T} - 1 \right] dT \simeq \frac{w_s}{T^2} \frac{L}{R_w T} dT = \frac{dw_s}{T}$$

P E' COSTANTE DURANTE LA CONDENSAZIONE.

$$C_p \frac{T}{\theta} d\theta = -L dw_s$$

$$\frac{C_p}{\theta} d\theta = -L \left(\frac{dw_s}{T} \right) \approx -L d\left(\frac{w_s}{T}\right)$$

$$C_p dw_s = -L d\left(\frac{w_s}{T}\right)$$

$$\ln \theta = -\frac{L}{C_p} \frac{w_s}{T} + \text{cost.}$$

POSTO $w_s = 0$,

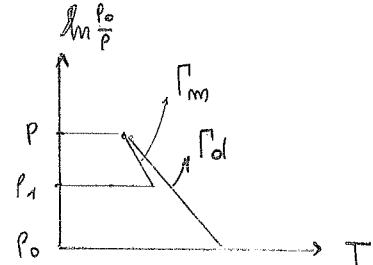
NOTA: STIAMO DEFINENDO
 $\theta_e = \theta(w_s = 0)$

$$\ln \theta(w_s = 0) = \text{cost} \equiv \ln \theta_e$$

$$\ln \frac{\theta}{\theta_e} = -\frac{L}{C_p} \frac{w_s}{T} \Rightarrow \theta_e = \theta \exp \left\{ \frac{L}{C_p} \frac{w_s}{T} \right\}$$

DONDE θ_e E' LA TEMPERATURA ROTENZIALE EQUIVALENTE.

PRENDI UN PACCHETTO SATURIO (p_1) E LO SOLLEVO; w_s CALA E L'ACQUA CONDENSA; LA P. E' CONDENSATA TUTTA, LA TOLGO E A QUESTO PUNTO $\theta = \theta_e$; SE ORA PORTO L'ARIA (SECCA!) ADIABATICAMENTE A p_0 , QUESTA ANDRA' $T = \theta_e$.



DATO UN PACCHETTO A $p_0, T_0, w_s(T_0, p_0)$,

$$\theta_e = \theta(T_0, p_0) e^{\frac{L}{C_p} \frac{w_s}{T_0}}$$

$$\theta(T_0, p_0) = T \left(\frac{1000 \text{ hPa}}{p_0} \right)^{\frac{K}{N}}$$

$$\theta_e = \theta(T_{\text{sat}}, p_{\text{sat}}) \exp \left\{ \frac{L}{C_p} \frac{w}{T_{\text{sat}}} \right\}$$

NOTA: SI RICORDI CHE
 ALL'LCL $w = w_s$.

BISOGNA QUINDI INDIVIDUARE L' LCL PER CALCOLARSI θ_e .

θ_e E' UNA QUANTITA' CONSERVATA LUNGO UN'ADIABATICA UMIDA.

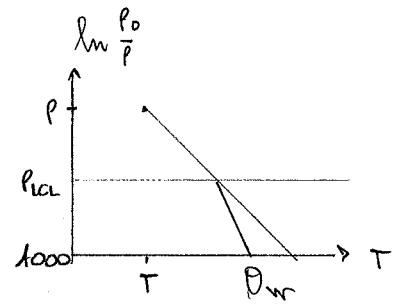
NOTA: DI QUANTO MI SOLLEVO PER FAR CONDENSARE TUTTA L'ACQUA? BASTA

ARRIVARE A $\sim 200 \text{ hPa}$, MA SE PROSEGUE POCO MALE VISTO CHE A QUELLE

QUOTE IN PRACTICA LE $100-\theta$ E $100-\theta_e$ SONO PARALLELE.

TEMPERATURA POTENZIALE DI BULBO BAGNATO

HO UNA MASSA D'ARIA SATURA (P, T). LA ABBASSO FINO ALL' LCL ; QUI NON E' PIU' SATURA E DOVREBBE SCENDERE SECONDO L'ADIABATICA SECCA. INVECE IO LE FORNISCO ACQUA PERCHE' RIMANGA SU T_m : ALLORA A 1000 hPa HAGGIUNGE θ_w .



θ_w E' COSTANTE PER TRASFORMAZIONI ADIABATICHE SECCHIE E UMIDE.

CONDENSAZIONE

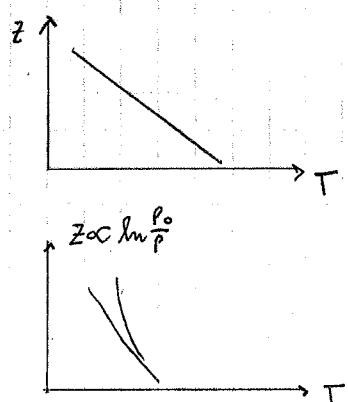
NUCLEAZIONE

OMOGENEA: SOLO MOLECOLE DI H_2O NEL PACCETTO. QUESTE CLUSTERIZZANO PER MOTIVI STATISTICI E ATTORNO AI CLUSTERS PIU' GROSSI CRESCЕ LA GOCCE D'ACQUA.
PERCHE' AVVENGA SERNE ARIA SOTRASATURA; L'ATTRAZIONE MOLECOLARE DECRESCHE CON IL RAGGIO DI CURVATURA, QUINDI MI SERNE UNA PRESSIONE DI VAPORE ALTA PERCHE' I PICCOLI CLUSTERS POSSANO TRATTENERE ACQUA.
IN ATMOSFERA QUESTO NON SUCCIDE MAI.

ETEROGENA: SI FORMANO NUCLEI DI CONDENSAZIONE MOLTO PIU' GRANDI INTORNO A POLVERI O ALTRO (SOLIDI E LIQUIDI).

DIAGRAMMI TERMODINAMICI

- SIMULARE PROCESSI ATMOSFERICI.
- RIPORTARE I PROFILI VERTICALI DI T E U
MI SURATE TRAMITE RADIISONDE
- STUDIARE LA STABILITA' DELL' ATMOSFERA.



VENGONO RIPORTATI 5 GRUPPI DI LINEE:

- $P = \text{cost.}$ (ISOBARME): LINEE ORIZZONTALI
- $T = \text{cost.}$ (ISOTERMICHE): LINEE VERTICALI

$\rightarrow T(w_s = \text{cost.})$

$$w_s = \varepsilon - \frac{p}{\rho} \Rightarrow T(P, w_s)$$

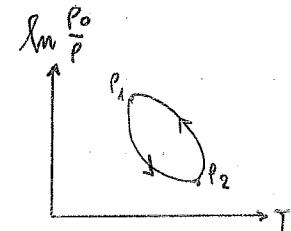
$\rightarrow T(\theta = \text{cost.})$

$$T = \theta \left(\frac{P}{P_0} \right)^{\kappa}$$

$\rightarrow T(\theta_e = \text{cost.})$

$$\theta_e = \theta \exp \left\{ \frac{L}{C_p} \frac{w_s(T, P)}{T} \right\}$$

(NON INVERTIBILE IN MODO ANALITICO).



LAVORO

$$\oint T dV = \oint T \frac{dP}{\rho} = \oint \frac{1}{\rho} dP = \frac{1}{\rho} \oint \alpha dP$$

$$= \frac{1}{\rho} \underbrace{\oint \alpha dP}_{=0} - \frac{1}{\rho} \oint P \alpha dP = - \frac{1}{\rho} \oint P \alpha dP$$

NOTA: INTENDIAMO
 $T = T_v$ (VIRUALE)
 $P = P_d$

$$\frac{1}{\rho} = \alpha = \frac{V}{M}$$

$$d(P_d) = P \alpha dP + \alpha dP$$

CHE E' IL LAVORO FATTO SULLA MASSA D'ARIA (DI COMPRESSIONE).

SE L'EQUILIBRIO IDROSTATICO NON SI VERIFICA,

$$\frac{F}{m} = \frac{T_a - T_e}{T_e} g$$

NOTA: VEDI LA PARTE SUA STABILITA'

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{T_a - T_e}{T_e} g$$

E $\frac{F}{m}$ COMPIE UN LAVORO (PER UNITA' DI MASSA)

$$\Delta L = \int_{z_0}^z \frac{F}{m} dz = K(z) - K(z_0)$$

ENERGIA CINETICA
PER UNITA' DI MASSA

$$= \int_{z_0}^z \frac{T_a - T_e}{T_e} g dz = - \int_{z_0}^z (T_a - T_e) \frac{P_d}{P} \frac{1}{g} \frac{dP}{dz} dz$$

$$\frac{1}{T} = \frac{P_d}{P}, P = -\frac{1}{g} \frac{dP}{dz}$$

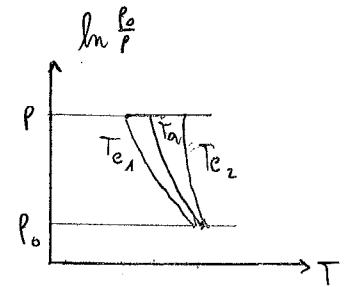
$$= - \frac{P_d}{g} \int_{P_0}^P (T_a - T_e) d \ln P$$

(L'AMBIENTE E' IN
EQUILIBRIO)

DATO IL CIRCUITO IN FIGURA,

$$\oint T d\ln p = \int_{P_0}^P T_a d\ln p + \int_P^{P_0} T_e d\ln p + \int_{P_0}^{P_0} T_e d\ln p$$

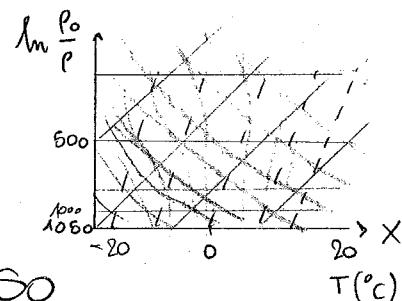
$$= \int_{P_0}^P (T_a - T_e) d\ln p = - \frac{g}{R_d} \Delta L \text{ (SUL SISTEMA DALL'ATMOSFERA)} \Rightarrow \Delta L = \frac{R_d}{g} \int_{P_0}^P (T_a - T_e) d(\ln \frac{P_0}{P}) \text{ (SUL SISTEMA)}$$



SE $T_e = T_{e_1}$ (T_a PIÙ PENDENTE DI T_e , OVVERO $\Gamma_e > \Gamma_a$, OVVERO ATMOSFERA INSTABILE) L'AIR PARCEL SI SOLLEVA SPONTANEAEMENTE; POI PER ATTRITO CEDE ΔL ALL'AMBIENTE SOTTO FORMA DI CALORE, T_e SI RADDRIZZA E L'ATMOSFERA TORNA STABILE. SE $T_e = T_{e_2}$, DEVO DARE LO ΔL AL PACCHETTO PERCHÉ SI MUOVA E INFATTI $\Delta L < 0$.

DIAGRAMMA SKEW T - $\ln \frac{P_0}{P}$

$$X \propto (T + \beta Y) \quad Y = \ln \frac{P_0}{P} \quad \beta \approx 1 \text{ (Tog } 45^\circ \text{)}$$



ANCHE QUI L'INTEGRALE SU UN CIRCUITO CHIUSO EQUINALE AL LAVORO.

ABBIAMO:

- ISOBARE (LINEE ORIZZONTALI)
- ISOTERME (LINEE A $\approx 45^\circ$)
- ISO θ (VANNO COME T^α) - : ADIABATICA SECCA.
- ISO θ_e - : ADIABATICA SATURATA.
- ISO w_s - - -

RICORDIAMO CHE ALLA TEMPERATURA DI RUGIADA T_0 VALE

$$w_s(T_0, P) = w$$

PASSO DA w A T_0 USANDO IL GRAFICO. INOLTRE

$$RH = \frac{w}{w_s} \cdot 100$$

CALCOLO DI e, es

$$w = \frac{e}{P}$$

$$e = \frac{wP}{\epsilon} \rightarrow \frac{w \text{ [g/kg]} P}{622}$$

$$\epsilon = 0.622$$

IN CHE UNITÀ? SE VOGLIO e IN hPa, ESPRIMO P IN hPa. INOLTRE
 $e [P = 622 \text{ hPa}] = w [g/\text{kg}]$
 $e_s [P = 622 \text{ hPa}] = w_s [g/\text{kg}]$

(VEDI ESEMPI SUL GRAFICO A PARTE).

STABILITÀ DEL PROFILO DI TEMPERATURA

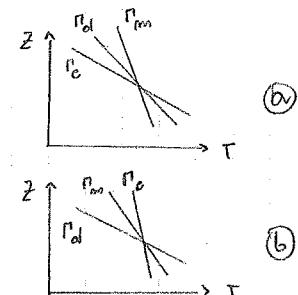
① AIR PARCEL METHOD (QUELLO CHE ABBIAMO VISTO)

$$\Gamma_m < \Gamma_d$$

a) $\Gamma_e > \Gamma_d > \Gamma_m$: ASSOLUTAMENTE INSTABILE.

b) $\Gamma_d > \Gamma_m > \Gamma_e$: ASSOLUTAMENTE STABILE.

c) $\Gamma_d > \Gamma_e > \Gamma_m$: CONDIZIONATAMENTE STABILE/INSTABILE.

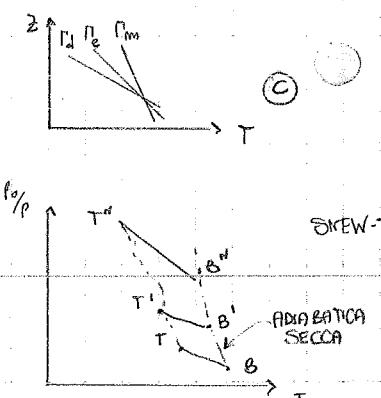


② LAYER METHOD: CONSIDERO STRATI D'ARIA.

a) SOLLEVAMENTO DI UNO STRATO NON SATURO

CON PROFILO SUPERADIABATICO ($\Gamma_s > \Gamma_d$).

B(1000 hPa, 30°C) T(900 hPa, 12°C)
 ↓ ↓
 BOTTOM TOP



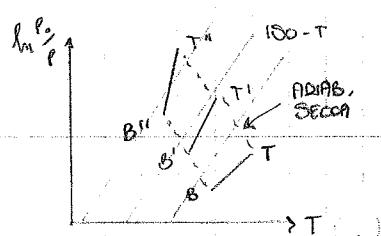
LO SOLLEVO DI ~300 hPa E LA PENDENZA AUMENTA:

GLI STRATI SONO SEMPRE PIÙ STABILI.

b) SOLLEVAMENTO DI UNO STRATO DI INVERSIONE

$$\Gamma_s < 0 < \Gamma_m$$

LO STRATO TENDE STAVOLTA A DESTABILIZZARSI
 MENTRE LO SOLLEVO.



c) ASSOLUTAMENTE STABILE, MA CON LA BASE VICINA ALLA CONDENSAZIONE. ($\Gamma_s < \Gamma_m$)

$B(1000 \text{ hPa}, 20^\circ\text{C}, \text{LCL} = 950 \text{ hPa})$

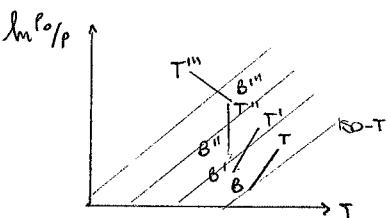
$T(800 \text{ hPa}, 17^\circ\text{C}, \text{LCL} = 730 \text{ hPa})$

LA PENDIANZA RUOTA PERCHE` SE UNO DEI DUE PUNTI DIVENTA SATURATO, DA LI` IN POI SEGUE UN'ADIABATICA UMIDA.

d) ASSOLUTAMENTE INSTABILE, MA CON IL TOP vicino A CONDENSAZIONE.

$B(1000 \text{ hPa}, 30^\circ\text{C}, \text{LCL} = 850 \text{ hPa})$

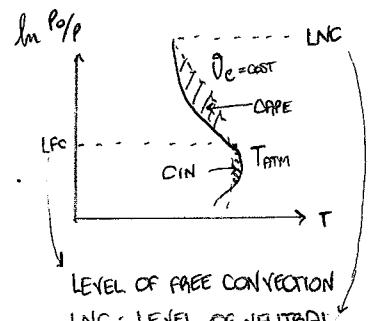
$T(800 \text{ hPa}, 17^\circ\text{C}, \text{LCL} = 820 \text{ hPa})$



SKEW-T E ENERGIA

CAPE: CONVECTIVE AVAILABLE POTENTIAL ENERGY.

CIN: ENERGIA DA FORNIRE PER SOLLEVARE UN PARCEL.



ENERGIA TOTALE DELLE MASSE D'ARIA

INIZIALMENTE $T_1 > T_2$ ($p_1 < p_2$), I CDM ALLA

STESSA ALTEZZA. RIMUONO IL SETTO E

Dopo un transiente il CDM si è abbassato:

L'ENERGIA POTENZIALE SI TRASFORMA IN

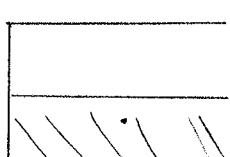
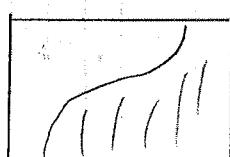
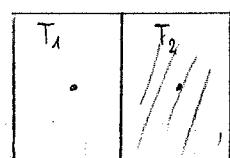
ENERGIA KINETICA (VENTO).

QUESTO ACCADE PER CIRCA IL 2% DELL'ENERGIA

POTENZIALE PERCHE` IL CDM SI SPOSTA POCO;

L'ATMOSFERA E` UN MOTORE CHE FUNZIONA

MOLTO Male.



TERMODINAMICA ATMOSFERICA - RIASSUNTO DA COMBATTIMENTO

· AIR PARCEL $\rightarrow T, P, \rho$, P VARIA SUBITO, T NO.

· $P(0) = 1000 \text{ hPa}$ (LEVELLO MARE)

· ARIA SECCA \rightarrow GAS PERFETTO

$$PV = Nk_B T = \frac{m}{M} k_B T = MR T$$

PART MASSA TOT
MASSA SINGOLA COSTANTE DEL GAS

$$\rho = m k_B T = \rho R T$$

DENSITA' NUMERICA M(R)

$$\Rightarrow Nk_B = MR \quad R = \frac{k_B}{M}$$

· N NUMERO MOLE, M MASSA MOLECOLARE (SE LA MISURA IN u.m.a. = $1.66 \cdot 10^{-27} \text{ Kg}$) OPPURE MASSA MOLARE (SE LA MISURA IN g/mol). ALLORA

$$N = N_A \cdot N \quad N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

$$PV = N_A \cdot N k_B T = N R^* T = NMRT$$

DOVE R^* E' LA COSTANTE UNIVERSALE DEI GAS,

$$R^* = N_A \cdot k_B = MR \quad R^* = 8.3145 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$$

BUONA PER UNA MOLE DI QUALESiasi SOSTANZA

· LEGGE DI DALTON

$$P_{\text{TOT}} = \sum_i P_i \quad P_i = p_i R_i T$$

$$\Rightarrow P_{\text{TOT}} = \rho \left(\frac{1}{M} \sum_i M_i R_i \right) T := \rho \text{Reff} T$$

· MASSA MOLECOLARE EFFICACE

$$M_{\text{eff}} = \frac{R^*}{\text{Reff}}$$

PER L'ARIA SECCA, $M_d = 28.97 \text{ g/mol}$

$$P_d = 287 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$$

PER IL VAPORE ACQUEO, $M_w = 18.016 \text{ g/mol}$ $\Rightarrow \epsilon = \frac{P_d}{P_v} = \frac{M_w}{M_d} = 0.622$

$$P_v = 161.51 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$$

· EQUAZIONE DELL'IDROSTATICA

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g \quad \text{DA } \rho g = (P_e - P) g \quad \text{PRINCIPIO DI PRATIACCI}$$

· EQUAZIONE ISOMETRICA

$$\text{SE USO QUI SOPRA } P = PRT \quad \text{E } \bar{T} = \frac{\int_{P_1}^{P_2} T dl}{\int_{P_1}^{P_2} dl}$$

· TRA DUE PUNTI A T, g COSTANTI,

$$P(z_2) = P(z_1) e^{-\frac{g}{RT}(z_2 - z_1)} := P(z_1) e^{-\frac{1}{H}(z_2 - z_1)}$$

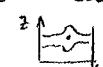
DOVE $H = \frac{RT}{g} = 7.5 \text{ km}$ PER STRATO-TROPO ($T = 255 \text{ K}$)

SI DICE ALTEZZA DI SCALA. (NEI CALCOLI, NORTH USA $P_0 = 1013 \text{ hPa}$ POSSO USARE $H = 7.89 \text{ km}$ ANCHE PARTENDO DA P_0 DIVERSA!)

· CONSEGUENZE:

① P DECRESCE MONOTONAMENTE CON z , QUINDI ISOBARE \Leftrightarrow ISOCALTEZZA

② $\Delta z \propto \bar{T}$, QUINDI SE \bar{T} SI ALZA IN UN PUNTO SI ISPESSISCE LO STRATO DI ATMOSFERA COMPRESA TRA P_1 E P_2 .



· GEOPOTENZIALE

$$d\phi = g dz$$

$$\text{IMPOSENDO } \phi(z=0)=0, \quad \phi(z) = \int_0^z g(z') dz'$$

DA CUI L'ALTEZZA GEOPOTENZIALE

$$Z = \frac{\phi(z)}{g} = \frac{1}{g} \int_0^z g(z') dz'$$

· PRIMA LEGGE TERMODINAMICA

$$dU = \delta Q - \delta W$$

$$= \delta Q - P dV$$

A VOLUME COSTANTE,

$$\delta Q_V = dU = M_C V dT \Rightarrow C_V + P_i = C_p$$

A PRESSIONE COSTANTE, $717 + 287 = 1004 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$

$$\delta Q_P = M_C P dT$$

$$\text{PER I GAS PERFETTI} \quad U = \frac{3}{2} M_R T, \quad C_V = \frac{3}{2} R \quad (\text{f G.D.L.})$$

· EQUAZIONE DI POISSON (ADIABATICA REVERSIBILE)

$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{P}{P_0} \right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = 1.026 \quad (\text{ARIA SECCA})$$

· TEMPERATURA POTENZIALE

$$\theta = T \left(\frac{P_0 = 1000 \text{ hPa}}{P} \right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

E' LA TEMPERATURA CHE AVREBBE UN PACCHETTO SE PORTATO DA (P, T) A P_0 ADIABATICAMENTE.

SI CONSEGNA LUNGO UN'ADIABATICA, QUINDI ADIABATICA SECCA $\Rightarrow 180^\circ\theta$

· LAPSE RATE ADIABATICO (ARIA SECCA)

$$\Gamma_d = - \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_{a,d} = \frac{g}{C_p} = 10 \frac{\text{K}}{\text{km}}$$

· STABILITÀ DELL'ATMOSFERA

$$\Gamma_e = - \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_e$$

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{P_e - P_d}{T_0} g \Delta z \Rightarrow \omega_{\text{sr}} = \left[(M_d - M_e) \frac{g}{T_0} \right]^{1/2} = \left[\frac{g \Delta \theta}{\theta \Delta z} \right]^{1/2}$$

L'ATMOSFERA E' STABILE SE

$$\Gamma_d > \Gamma_e$$

ALTRIMENTI HO UN ESPONENTIALE AL POSTO DI UN OSCILLATORE.

FIN CHE' SONO POSITIVI Γ_e E Γ_d (OSSIA

T DECRESCHE CON LA QUOTA), $\Gamma_d > \Gamma_e$

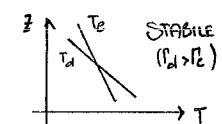
VOGLIO DIRE CHE T_d E' MENO INCLINATA DI T_e QUI (ANCHE IN SKEW-T).

ONNIAMENTE Γ_d E' UNA COSTANTE E A FARLA LA DIFFERENZA (PER L'ARIA SECCA) E' SOLO Γ_e .

SI PUO' RIPORTARE LA CONDIZIONE DI STABILITÀ A

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} = 0 \Leftrightarrow \text{ATMOSFERA STABILE}$$

SUL GRADICO, STABILE \rightarrow PIU' INCLINATO DI Γ_d . SE HO UN'INVERSIONE $\Gamma_d < 0$, QUINDI LA RETTA T_d HA PENDENZA POSITIVA (STABILE).



· ENTALPIA

$$H = U + PV$$

E' IL CALORE FORNITO A PRESSIONE COSTANTE,

$$dU = \delta Q - P dV \rightarrow U = M_C V dT$$

$$dH = \delta Q + V dP \rightarrow H = M_C P dT$$

· EQUAZIONE DELLA TERMODINAMICA

$$C_p \frac{T}{\theta} \frac{d\theta}{dt} = \frac{dg}{dt}$$

SISTEMA ETEROGENEO

- FASI (4) : DISTINGUIBU, SEPARABILI.
- COMPONENTI (X) : DI FATTO I GDL PER, SPECIFICARE LE POSI.
- GDL (8) : NUMERO DI VARIABILI INTENSIVE CHE POSSO MODIFICARE (UN PO') SENZA CHE CAMBI Y (SUBITO).

REGOLA DI GIROS:

$$f = X - 1 + 2$$

PAESIONE DI SATURAZIONE (CLAUSIUS-CLAPERYON)

$$\frac{d\ln e_s}{dT} = \frac{1}{P_{\text{sat}} T^2} e_s \quad L = 2,5 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$$

CALORE LATENTE EVAPORAZ./CONDENS.

$$e_s(T) = e_s(T_0) e^{-\frac{L}{R_w} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right)}$$

SE SOLEGO IL PUNTO TRIPLO COME RIFERIMENTO E MISURO e_s IN hPa, COME RULE OF THUMB. VALGONO

$$e_s(T) = 6.11 e^{-\frac{L}{R_w} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{273.16} \right)}$$

$$= 2.497 \cdot 10^9 e^{-\frac{5417}{T}}$$

$$\ln \frac{e_s}{6.11} = 19.83 - \frac{5417}{T}$$

TRA L'ALTRO,
 $e_s, e_s |_{P=622 \text{ hPa}} = w_r / w_s$
 [hPa] [g/kg]

MIXING RATIO

$$w = \frac{m_v}{m_{\text{ad}}} = \epsilon \frac{e}{P} \quad \epsilon = 0.622$$

E' UNA COSTANTE PER IL PACCHETTO (RAPPORTO TRA MASSE).

UMIDITA' SPECIFICA

$$q = \frac{m_v}{m_{\text{tot}}} = \epsilon \frac{e}{P+e} \approx w \quad \text{PER } e \text{ E' PICCOLA.}$$

SATURATION MIXING RATIO

$$w_s = \frac{m_{v_s}}{m_{\text{ad}}} \approx \epsilon \frac{e_s(T)}{P}$$

E' FUNZIONE DI T E P. SI HA w_s / w_s (A MENO DI SOSTANZA SOVRASATURA).

m_{v_s} E' LA MASSA DI VAPORE CHE SERVE PER SATURARE IL PACCHETTO A QUELLE T, P.

UMIDITA' RELATIVA

$$RH = \frac{w}{w_s} \cdot 100 \approx \frac{e}{e_s} \cdot 100$$

DIPENDE DA P, T E IN ATMOSFERA PUO' SUPERARE IL 100%.

DEW POINT

E' LA TEMPERATURA PER CUI, A UNA DATA P, SI HA

$$w_s(T_d, P) = w$$

ONERO LA TEMPERATURA A CUI DEVO RAFFREDDARE ISOBARICAMENTE IL PACCHETTO PERCHE' SATURI.

NOTA CHE

$$RH = 100 \cdot \frac{w_s(T_d, P)}{w_s(T, P)}$$

PER CALCOLARE T_d USO

$$T_d = \left[\frac{1}{273.16} - \frac{R_w}{L} \ln \frac{w}{6.11 \cdot \epsilon} \right]^{-1}$$

PER AH > 50%, VALE APPROSSIMATIVAMENTE

$$T_d = T - 20(1 - AH)$$

TEMPEARTURA DI BULBO BAGNATO

QUELLA MISURATA DA UN TERMOMETRO A BULBO BAGNATO (T_w). NELLA PRATICA L'ARIA ATTINTO AL BULBO E' MANTENUTA SATURA.

TEMPERATURA VIRTUALE

PER USARIE LA LEGGE DEI GAS PERFETTI CON L'ARIA UMIDA DEVO DEDUCERAM,

$$P_{\text{av}} = (1 + 0.607 w) P_{\text{ad}}$$

CHE DIPENDE DA W. IN ALTERNATIVA TENDO P_{ad} E SCRIVO

$$P = P_{\text{ad}} T_v$$

DOVE

$$T_v = \frac{T}{1 - \frac{e}{P}(1 - \epsilon)} \approx (1 + 0.607 w) \cdot T$$

(O T_{tw}) E' LA TEMPERATURA CHE DOVREBBE AVERE L'ARIA SECCA PER AVERE LA STESSA P DELLA ARIA UMIDA A QUELLA P. POICHE' L'ARIA UMIDA E' PIU' LEGGERA DI QUELLA SECCA, E' SEMPRE $T_v > T$.

LIFTING CONDENSATION LEVEL (LCL) $Z_{\text{LCL}} = Z_0 + \ln \left(\frac{100}{P_{\text{LCL}} P_{\text{ad}}} \right) / \left(\frac{1}{T_{\text{LCL}}} - \frac{1}{T_{\text{ad}}} \right)$

ALTEZZA A CUI UN PACCHETTO UMIDO PUO' ESSERE SOLLEVATO ADIABATICAMENTE (W, E' COSTANTE) PRIMA DI DIVENTARE SATURO ($w_s(\text{LCL}) = w$).

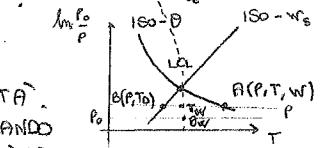


DIAGRAMMA TERMODINAMICO

INDIVIDUO UN PACCHETTO DANDO

P, T E UN PARAMETRO DI UMIDITA'.

DATA W, LA SUA T_d SI TROVA SECONDO LA ISO-P CON LA ISO-w_s = w (E' LA DEFINIZIONE DI T_d). PER ARIA INSATURA, T_d E' A SINISTRA DI T.

NONNARD'S RULE. NICEPIESA DATA T_d MI METTO IN (P, T_d) E CERCO LA ISO-w_s

CHE PASSA PER QUEL PUNTO, CHE MI DA' W.

UNA VOLTA NOTO W, A (P, T) CERCO L'ISO-w_s CHE PASSA

PER QUEL PUNTO E' CALCOLATO $P_{\text{LCL}} = 100 \cdot (w/w_s)$. NOTI (P, T, T_d) CERCO LCL SAPENDO CHE PARTENDI DA (P, T) MI DEVO MUOVERE ADIABATICAMENTE (LUNGO UN'ISO-θ) E CHE IN TUTTO OVO' W RESTA COSTANTE ED E' PARI AL w_s CHE PASSA PER (P, T_d).

LAPSE RATE ADIABATICO (ARIA UMIDA)

$$\Gamma_m = \left(1 + \frac{L w_s}{R_w T} \right) \left(1 + \frac{L^2 w_s}{C_p R_w T^2} \right)^{-1} P_{\text{ad}} < P_{\text{LCL}}$$

$\Gamma_m \approx 5 \text{ K/kg}$
HA SENSO UNICO SOLO
PER ARIA SATURA

TEMPEARTURA POTENZIALE EQUIVALENTE

$$\theta_e = \theta \exp \left\{ \frac{L w_s}{C_p T} \right\} = \theta(T_{\text{LCL}}, P_{\text{LCL}}) \exp \left\{ \frac{L w}{C_p T_{\text{LCL}}} \right\}$$

θ_e SI CONSERVA LUNGO LE ADIABATICHE (SATURE E NON). L'IDEA E' CHE PREndo UN PACCHETTO (T, P, w) E INIZIO A SOLLEVARLO ADIABATICAMENTE (ISO-θ) FINCHE' SATURA, CONTINUO P. SEUDO ADIABATICAMENTE LUNGO ISO-θ_e (OSSIA PORTO VIA L'ACQUA MAN MANO CHE CONDensa) E QUANDO NON C'E' PIU' ACQUA ($w_s=0$) COMINCIO A SCENDERE LUNGO UN'ISO-θ (SECCA). QUI E' GIA' θ = θ_e; SE ORA SCENDO FINO A $P_e = 1000 \text{ hPa}$ HO $T_e = \theta_e$. QUANTO DEVO SALIRE NELLA PRATICA? ~200 hPa TA BENE, MA CAMBIA POCO (INFATTI A QUELLA ALTEZZA LE ISO-θ E ISO-θ_e SONO QUASI PARALLELE).

TEMPEARTURA POTENZIALE DI BULBO BAGNATO

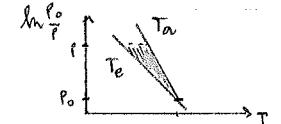
SE CON P_e TOGLIETO L'ACQUA AL PACCHETTO ORA FACCIO IL CONTARIO: PREndo IL PACCHETTO SATURO E LO ABBASSO FINO A LCL, QUINDI SCENDO ADIABATICAMENTE MA CONTINUO A FORNIRgli ACQUA IN MODO DA STARE SU ISO-θ_e INVECE CHE SU ISO-θ. w_s E' COSTANTE LUNGO ADIABATICHE (DRY E MOIST).

NOTA: MENTRE RISALGO UN'ISO-θ_e NOTO CHE w_s DIMINUISCE, VISTO CHE IL PACCHETTO E' SEMPRE SATURO DEVE VALERE $w = w_s$, QUINDI DI FATTO STA CALANDO w PERCHE' L'ACQUA CONDensa.

lAVORO

SI PUO' MOSTRARE CHE

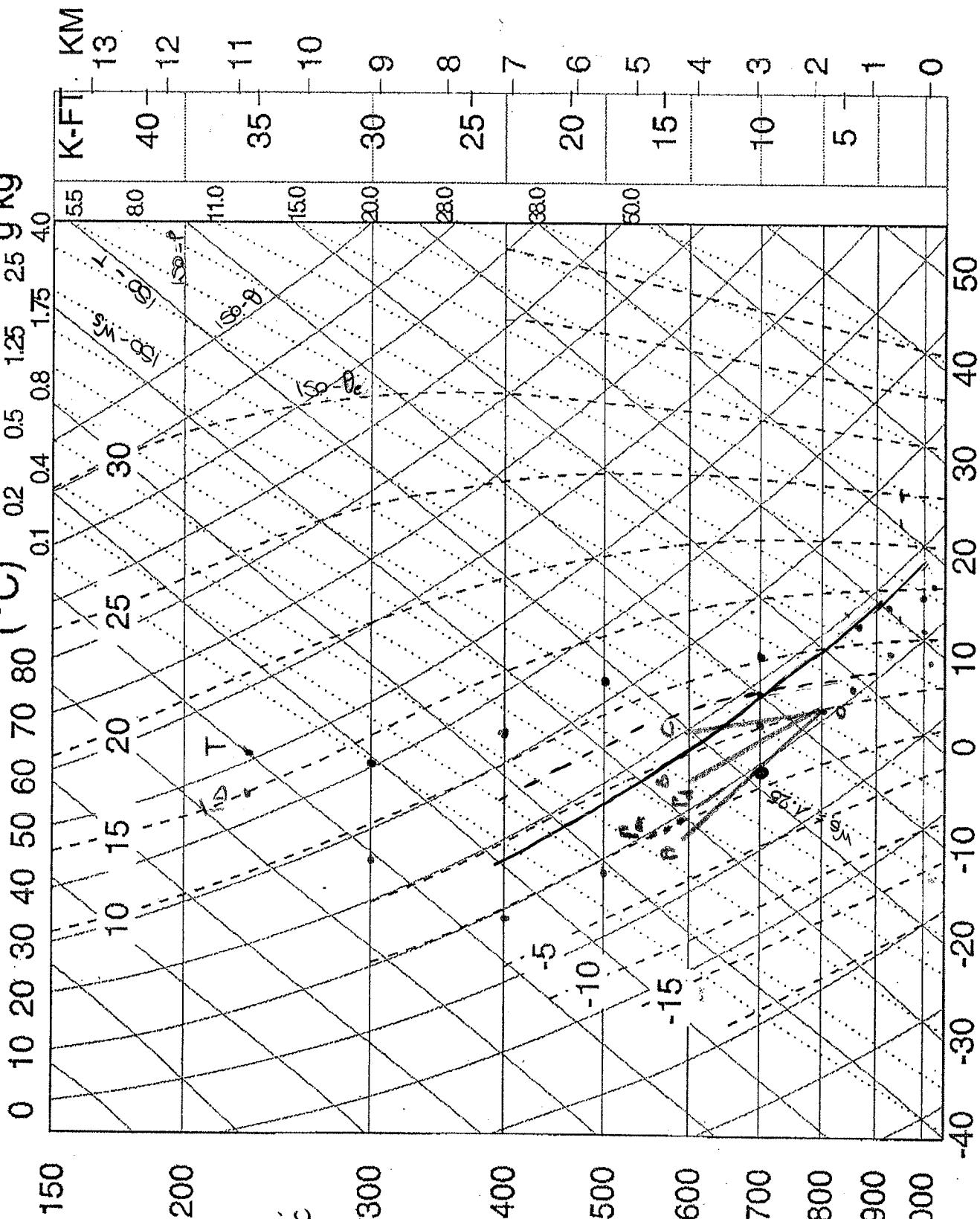
$$AL_{(\text{sul sist.})} = \frac{P_e}{P_0} \int_{P_0}^{P_e} (T_a - T_e) d \ln \frac{P}{P_e}$$



QUINDI L'AREA IN UNO SKEW-T/ln P MI DA' IL LAVORO. NEL GRAFICO SI Vede CHE ALSO PER ATMOSFERA INSTABILE,

Figure A.1

The skew $T - \ln p$ diagram.



$$P = 700 \text{ hPa}$$

$$T = -10^\circ\text{C}$$

- * ISOBARA: LUNGO $P = 700 \text{ hPa}$, $T = -10^\circ\text{C}$
- * ISOTERMA: LUNGO $T = -10^\circ\text{C}$
- * ADIABATICA SECCA: CERTO L'ISOBARA E LA SECCHIA E LA SECCA E LA SICURA E LA SECCO DI CO25.
- * ADIABATICA SATURATA: SECCO DI CO25.
- (ATTENZIONE A T < Tsec (per $P = 700 \text{ hPa}$)

SIA ORA
 $w = 1,25 \text{ g/Kg}$
 PERCHE' SIA OTTURA A
 $P = 700 \text{ hPa}$
 A VALORE CHE LA SIA T
 DI QUESTA CHE PASSA
 $P_{RH} = w$
 (TEMPERATURA DI PUGGIO),
 DATA INVECE
 $T_D = -15^\circ\text{C}$
 POSSO MISURARE A $w_s = 1,5 \text{ g/Kg}$,
 DATE (T, P) . E' DEFINITO IL SOLO w_s ; NOTO w
 CALCOLO $RH = \frac{w}{w_s} \cdot 100$

* $P = 1000 \text{ hPa}$, $T = 20^\circ\text{C}$, $T_D = -6^\circ\text{C}$
 SEGUO L'ISOBARA A 622 hPa E FOR
 SECONDO L'ISOTERMA TRONCO $e = w(622 \text{ hPa}) = 0,5 \text{ g/Kg}$
 $(A T_0 \text{ VALE } w_s = w)$.

Temperature ($^\circ\text{C}$)

* CALCOLO DEL LCL

LA CONDIZIONE E' $w_s = w$. PARTO DA
 LA SOLLENDO ADIABATICAMENTE $\rightarrow 100 - \theta$
 IL SUO w E' RIMASTO COSTANTE
 LA ISO- w_s , INVECE T_D CAMBIA (LINEA DI w_s CHE INCROIA T_D) ; QUINDI TI SALGO
 $t_{Ld} = 820 \text{ hPa}$, $T_{Ld} = 4^\circ\text{C}$, $w = w_s = 5.5 \text{ g/kg}$, LEGGO ALLORA
 SOLLENDO ANCORA LA MASSA D'ARIA E IL VAPORE CONDENSA. ESSENDO SATURA, SEGUE
 UN'ADIABATICA UMIDA ($\rightarrow 100 - \theta_e$). A UN CERTO PUNTO $w_s(100 \text{ hPa}) = 0.8 \text{ g/kg}$,
 INDICE CHE E' CONDENSATI LA QUANTITA' DI VAPORE $w_c(100 \text{ hPa}) = 5.5 - 0.8 = 4.7 \text{ g/kg}$,
 POSSO CALCOLARMI θ_e : LA PORTO AL PUNTO IN CUI TUTTA L'ACQUA CONDENSA* ($\sim 200 \text{ hPa}$), QUIA
 "TOLGO" E SEGUO UN'ADIABATICA SECCA ($100 - \theta$) FINO A $P = 1000 \text{ hPa}$; QUINDI LEGGO $T = 40^\circ\text{C}$.

* PARTO ANCORA DA

$$\left\{ \begin{array}{l} T = 20^\circ \\ T_D = 6^\circ\text{C} \\ P = 1000 \text{ hPa} \end{array} \right.$$

LA SOLLENDO ALL'LCL E SOLO SCENDO LUNGO
 L'ADIABATICA UMIDA (VIRTUALMENTE STO AGGIUNGENDO ACQUA). QUANDO ARRIVO A 1000 hPa
 LEGGO T ED HO $\theta_w = 12^\circ\text{C}$ (BULBO BAGNATO POTENZIALE).

* NOTA: NON A CASO AD ALTE QUOTE $100 - \theta$ E $100 - \theta_e$ CORRONO PRATICAMENTE PARALLELE !!

DINAMICA ATMOSFERICA

	l (km)	t	
SCALE:			TURBOLENZA
MICROSCALA	<1	<1 h	
MESOSCALA	1-1000	1h-1 d	TEMPORALI, VENTO MARINO
SINOTTICA	1000-6000	1d-1 m	FRONTI DI ALTA/BASSA PRESSIONE
PLANETARIA	> 6000	> 1 m	JET STREAMS, TRADE WINDS

A OCCUPEREMO PER LO PIÙ DELLA SCALA SINOTTICA.

3 LEGGI DI CONSERVAZIONE + 1 LEGGE DI STATO :

① ENERGIA TERMODINAMICA : $c_p \frac{dT}{dt} = \frac{dg}{dt}$

② MASSA $\frac{dm}{dt} = S - P$

③ QUANTITÀ DI MOTO $\frac{d(Mv)}{dt} = \sum F$

④ GAS PERFETTI $PV = MRt$

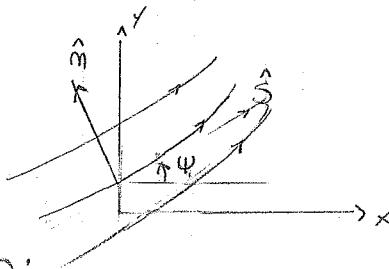
• FLUIDO VS SOLIDO : IL SECONDO REAGISCE ALLE FORZE CON DEFORMAZIONI PICCOLE, UN FLUIDO GRANDI.

TRA I FLUIDI, SONO GAS QUELLI CHE TENDONO A OCUPARE TUTTO IL VOLUME A DISPOSIZIONE (MENTRE I LIQUIDI SONO QUASI INCOMPATIBILI).

- * LINEE DI FUSSO (STREAMLINES) : PARALLELE IN OGNI PUNTO ALLA VELOCITÀ. NON SI INCONTRANO MAI (SE NO IN QUEL PUNTO ARREI DUE VELOCITÀ). SE SONO PIÙ FATTE HO VELOCITÀ PIÙ ALTE.
- * TRAIETTORIE : I PERCORSI DELLE SINGOLE MASSE D'ARIA. SE IL FUSSO È STAZIONARIO COINCIDONO CON LE STREAMLINES.
- * STREAMLINES : POSIZIONI DI TUTTE LE PARTICELLE CHE SONO PASSATE PER UN CERTO PUNTO (ACQUA CHE ESCE DA UN BUO).

COORDINATE NATURALI (\hat{s} , \hat{m} , \hat{r})

PARALLELO E ORTOGONALE AL MOTO DEL FLUSSO (\hat{r} ESCE DAL FOGLIO E FORMANO UNA Terna DESTROASSA), TRAMITE ESSE DEFINIAMO:



① SHEAR

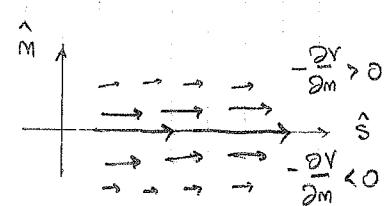
E' IL TASSO DI VARIAZIONE DI $|v|$ IN DIREZIONE $-\hat{m}$:

$$- \frac{\partial v}{\partial m} \quad [T]^{-1} \text{ s}^{-1}$$

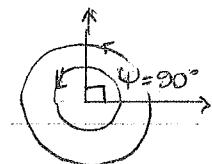
② CURVATURA

TASSO DI VARIAZIONE DI $\frac{v}{|v|}$ NELLA DIREZIONE DEL VENTO:

$$v - \frac{\partial \psi}{\partial s} \quad \text{S}^{-1}$$



JET STREAMS

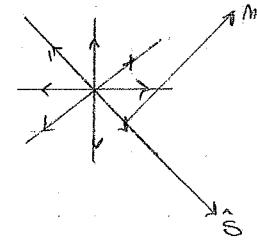


CURVATURA POSITIVA

③ DIFFLUENZA / CONFLUENZA

COME LA CURVATURA, MA LUNGO \hat{m} :

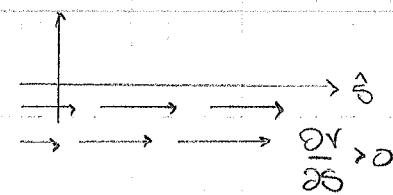
$$v - \frac{\partial \psi}{\partial m} \quad \text{S}^{-1}$$



④ STRETCHING

VARIAZIONE DELLA VELOCITA' IN DIREZIONE DELLA VELOCITA':

$$\left(\frac{\partial v}{\partial s} \right) \quad \text{S}^{-1}$$



⑤ VORTICITA': SHEAR + CURVATURA

⑥ DIVERGENZA: DIFFLUENZA + STRETCHING

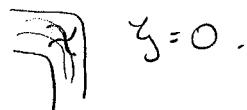
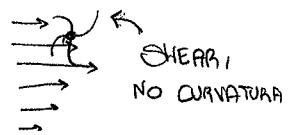
⑦ DEFORMAZIONE: { STRETCHING | SHEARING

VORTICITÀ

$$\zeta = \sqrt{\frac{\partial \psi}{\partial s} - \frac{\partial \psi}{\partial m}}$$

SE METTO UN'ELICA NEL FLUIDO LA VEDO MUOVERSI.

CI PUÒ ANCHE ESSERE COMPENSAZIONE TRA SHEAR E CURVATURA TALE DA ANNULLARE LA VORTICITÀ.

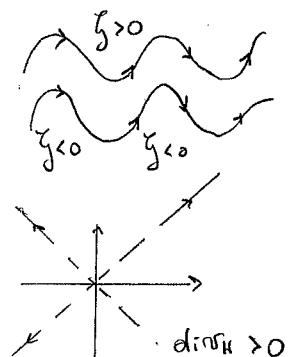


ESEMPIO

SUPPONIAMO IL FLOSSO ATMOSFERICO SINUSOIDALE VERSO EST A VAL COSTANTE: ζ È QUELLA MOSTRATA IN FIGURA.

DIVERGENZA

$$\operatorname{div} \mathbf{v}_H = \sqrt{\frac{\partial \psi}{\partial m} + \frac{\partial \psi}{\partial s}}$$



* IN COORDINATE CARTESIANE,

$$\zeta = \frac{\partial r}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = \hat{k} \cdot (\nabla \times \mathbf{v})$$

$$\mathbf{v} = (u, v, w)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \nabla \cdot \mathbf{v}$$

DEFORMAZIONE

$$\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y}$$

(STRETCHING)

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}$$

(SHEARING)

FORZE

DI VOLUME → VETTORI (AGISCONO NEL CM)

DI SUPERFICIE → DIPENDE DA COME È ORIENTATA LA SUPERFICIE

PER DESCRIVERLE MI SERVE UN TENSORE (3×3).

TENSORI

$T_{ij} \rightarrow$ i DIREZ. NORMALE ALLA SUPERFICIE, j DIREZ. FORZA.
i INDICE DI RIGA, j DI COLONNA.

NOTAZIONE DI EINSTEIN

$$(\underline{x} \cdot \hat{c})_i = \sum_j x_j c_{ji} = x_j c_{ji}$$

SI DICONO TENSORI QUELLI CHE SI MODIFICANO IN
SEGUITO A UNA ROTAZIONE DI ASSI COME

$$T'_{mm} = C_{im} C_{jm} T_{ij}$$

$$\underline{T}' = \hat{c}^T \underline{T} \hat{c}$$

$$C_{ij} = \cos \alpha_{ij}$$

ANGOLO TRA VECCHIO
E NUOVO ASSE

DIV. DI UN VETTORE : $\text{div}(A) = \frac{\partial A_i}{\partial x_i}$ SCALARE

DIV. DI UN TENSORE : $(\text{div } \underline{T})_i = \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j}$ VETTORE

GRADIENTE

∇c E' UN VETTORE.

$\nabla u = \frac{\partial u_i}{\partial x_i}$ E' UN TENSORE.

TENSORI SIMMETRICI E ANTI-SIMMETRICI

$$T_{ij} = T_{ji}$$

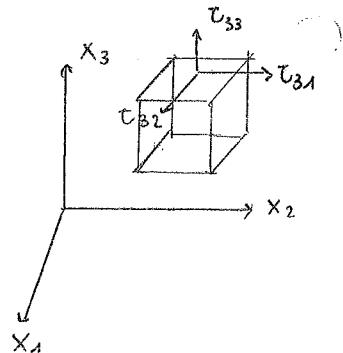
$$T_{ij} = -T_{ji}$$

PER UN TENSORE T GENERICO, POSSO SEMPRE RISCRIVERE

$$T_{ij} = \frac{1}{2} (T_{ij} + T_{ji}) + \frac{1}{2} (T_{ij} - T_{ji})$$

.SIMM. ANTI-SIMM.

AUTOVALORI, AUTOVETTORI...

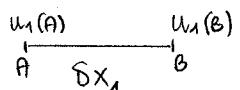


TASSO DI DEFORMAZIONE

★ NORMALE O LINEARE (NORMAL STRAIN RATE)

$$u_1 = u_1(A)$$

$$u_1(B) \approx u_1(A) + \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \delta x_1$$



$\overbrace{A}^{\delta x_1}, B \quad \overbrace{A'}^{\delta x'_1}, B'$

Dopo un tempo δt ,

$$\begin{aligned} \frac{1}{\delta t} \frac{d(\delta x_1)}{dx_1} &= \frac{1}{\delta t} \frac{A'B' - AB}{\delta x_1} = \frac{1}{\delta t} \frac{(AB' - AA') - AB}{\delta x_1} = \frac{(BB' + AB - AA') - AB}{\delta x_1} \\ &= \frac{1}{\delta t} \frac{BB' - AA'}{\delta x_1} \end{aligned}$$

MA

$$BB' = \left(u_1 + \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \delta x_1 \right) \delta t$$

$$AA' = u_1 \delta t$$

$$\text{NOTA: } d(\delta x_1) = \delta x'_1 - \delta x_1 = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \delta x_1 \delta t$$

$$\frac{BB' - AA'}{\delta x_1 \delta t} = \frac{1}{\delta x_1 \delta t} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \delta x_1 \delta t = \frac{\partial u_1}{\partial x_1}$$

LO STRAIN RATE E' (NON SI SOMMA SU α)

$$\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1}, \frac{\partial u_2}{\partial x_2}, \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) \stackrel{''}{=} \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\alpha}$$

★ STRAIN RATE VOLUMICO

$$\begin{aligned} \frac{1}{\delta V} \frac{\partial(\delta V)}{\partial t} &= \frac{1}{\delta x_1 \delta x_2 \delta x_3} \frac{\partial}{\partial t} (\delta x_1 \delta x_2 \delta x_3) \\ &= \frac{1}{\delta x_1 \delta x_2 \delta x_3} \left[\delta x_2 \delta x_3 \frac{\partial(\delta x_1)}{\partial t} + \delta x_1 \delta x_3 \frac{\partial(\delta x_2)}{\partial t} + \delta x_1 \delta x_2 \frac{\partial(\delta x_3)}{\partial t} \right] \\ &= \frac{1}{\delta x_1} \frac{\partial(\delta x_1)}{\partial t} + \frac{1}{\delta x_2} \frac{\partial(\delta x_2)}{\partial t} + \frac{1}{\delta x_3} \frac{\partial(\delta x_3)}{\partial t} = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} = \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \end{aligned}$$

$$= \operatorname{div} \underline{u} = \nabla \cdot \underline{u}$$

OPERO LA TRACCIA DEL TENSORE $\frac{\partial u_i}{\partial x_i}$ (GRADIENTE DELLA VELOCITA').

PERICO

$$\frac{1}{\delta t} \frac{\partial(\delta r)}{\partial t} = \frac{\partial u_i}{\partial x_i}$$

* TASSO DI DEFORMAZIONE DI TAGLIO (SHEAR STRAIN RATE)

$$u_1 = u_1(x_2)$$

(VARIA LUNGO x_2)

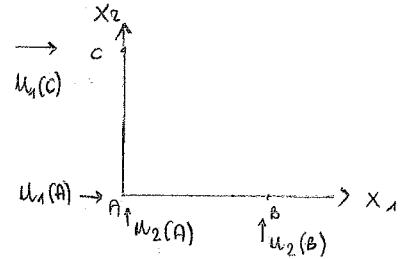
$$u_2 = u_2(x_1)$$

$$u_1(A) = u_1$$

$$u_2(A) = u_2$$

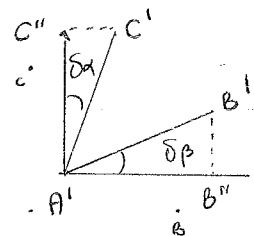
$$u_1(C) = u_1 + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \delta x_2$$

$$u_2(B) = u_2 + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \delta x_1$$



Dopo la deformazione,

$$\frac{\delta \gamma_{12}}{\delta t} = \frac{\delta \alpha + \delta \beta}{\delta t}$$



$$\delta \alpha \approx \frac{C'C''}{A'C''} = \frac{CC' - CC''}{\delta x_2} = \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \delta t$$

$$\delta \alpha \approx \text{Tay}(\delta \alpha)$$

$$\delta \beta \approx \frac{B'B''}{A'B''} = \frac{BB' - BB''}{\delta x_1} = \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \delta t$$

INFATTI

$$CC'' = \left(u_1 + \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \delta x_2 \right) \delta t - u_1 \delta t$$

E HO OTTENUTO

$$\frac{\partial \gamma_{12}}{\partial t} = \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1}$$

ESTRAOLANDO AGLI ALTRI ASSI,

$$\frac{\partial \gamma_{13}}{\partial t} = \frac{\partial u_1}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_1}$$

$$\frac{\partial \gamma_{23}}{\partial t} = \frac{\partial u_2}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_2}$$

COSTRUIAMO IL TENSORE TASSO DI DEFORMAZIONE

$$e_{ij} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \right) & \frac{\partial u_2}{\partial x_2} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_3}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x_3} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_3}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_3} \right) & \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \end{pmatrix}$$

ROTAZIONE DI UN FLUIDO

VELOCITÀ ANGOLARE CON CUI RUOTANO DUE LINEE INIZIALMENTE ORTOGONALI.

$$\omega_\alpha = - \frac{d\alpha}{dt} = - \frac{\partial u_1}{\partial x_2}$$

$$\omega_\beta = - \frac{d\beta}{dt} = - \frac{\partial u_2}{\partial x_1}$$

$$\langle \omega \rangle = \frac{1}{2} (\omega_\alpha + \omega_\beta) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_1} - \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \right) = \frac{1}{2} \zeta$$

ESTRAPOLANDO IN 3D,

$$\underline{\omega} = \nabla \wedge \underline{u}$$

$$\omega_i = \epsilon_{ijk} \frac{\partial u_k}{\partial x_j}$$

SE VALE $\underline{\omega} = 0$ IL FLUIDO È IRROTAZIONALE E POSSO SCRIVERE

$$u_i = \frac{\partial \phi}{\partial x_i}$$

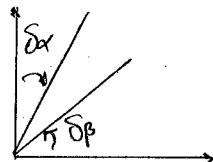
COME SI È VISTO

$$\zeta = (\underline{\omega})_k = \hat{R} \cdot \underline{\omega}$$

DEFINIAMO LA CIRCOLAZIONE

$$\Gamma = \oint \underline{u} \cdot d\underline{s}$$

$$\Gamma = \int_A (\nabla \wedge \underline{u}) \cdot d\underline{A} = \int_A \underline{\omega} \cdot d\underline{A}$$



$$\text{NOTA: ESSA } \underline{\omega} = \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \text{ E'}$$

TENSORE ROTAZIONE

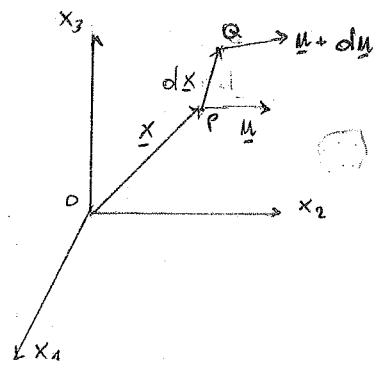
$$\underline{x} = \underline{OP}$$

$$d\underline{x} = PQ$$

$$OQ = \underline{x} + d\underline{x}$$

LA VARIAZIONE DELLA COMPONENTE i DELLA VELOCITÀ È

$$du_i = \frac{\partial u_i}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial u_i}{\partial x_2} dx_2 + \frac{\partial u_i}{\partial x_3} dx_3 = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} dx_j$$



SCOMPONIAMO IL GRADIENTE DI VELOCITÀ

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \\ &= e_{ij} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \end{aligned}$$

RICONOSCIAMO IN e_{ij} IL TENSORE DI DEFORMAZIONE (SIMMETRICO),
MENTRE DEFINIAMO IL TENSORE ROTAZIONE (ANTISIMMETRICO)

$$B_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{\partial u_1}{\partial x_2} - \frac{\partial u_2}{\partial x_1} & \frac{\partial u_1}{\partial x_3} - \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \\ \frac{\partial u_2}{\partial x_1} - \frac{\partial u_1}{\partial x_2} & 0 & \frac{\partial u_2}{\partial x_3} - \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \\ \frac{\partial u_3}{\partial x_1} - \frac{\partial u_1}{\partial x_3} & \frac{\partial u_3}{\partial x_2} - \frac{\partial u_2}{\partial x_3} & 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & -w_3 & w_2 \\ w_3 & 0 & -w_1 \\ -w_2 & w_1 & 0 \end{pmatrix} = -\epsilon_{ijk} w_k$$

IN FUNZIONE DI CUI POSSIAMO ESPRIMERE

$$du_i = \left(e_{ij} + \frac{1}{2} B_{ij} \right) dx_j = (\hat{e} \cdot d\underline{x})_i + \frac{1}{2} (\underline{\omega} \wedge d\underline{x})_i$$

NOTA: INFATTI

$$\underline{\omega} \wedge d\underline{x} = \epsilon_{ijk} w_k dx_j \quad \underline{\epsilon}_{ik} = \epsilon_{kji} \quad w_k dx_j \quad \underline{\epsilon}_i = -\epsilon_{ijk} w_k dx_j \quad \underline{\epsilon}_i$$

DERIVATE E ANNESSIONE

APPROCCIO LAGRANGIANO

POSIZIONE INIZIALE \underline{x}_0 DI UN GRUPPO DI MOLECOLE (INDIPENDENTE DAL TEMPO). DATO IL PARAMETRO A DELLE MOLECOLE,

$$A_{\underline{x}_0}, \frac{dA}{dt}$$

DOVE SI INDICA CON $\frac{d}{dt}$ LA DERIVATA SOSTANZIALE (SEGUENDO LE MOLECOLE).

APPROCCIO EULERIANO

COME CAMBIANO I PARAMETRI DEL FLUIDO ALL'INTERNO DI UN VOLUME: O PERCHÉ SPOSTO IL VOLUME, O PERCHÉ VARIANO NEL TEMPO I PARAMETRI.

$$\underline{x}(t), A[\underline{x}(t), t]$$

$$\frac{dA}{dt} = - \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial A}{\partial x_i} \frac{\partial x_i}{\partial t} = - \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial A}{\partial x_i} v_i dt$$

DOVE

$$v_i = \frac{\partial x_i}{\partial t}$$

SONO LE COMPONENTI DELLA VELOCITÀ CON CUI MUOVO IL VOLUME NELLO SPAZIO. ALLORA

$$\frac{dA}{dt} = \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial A}{\partial x_i} v_i = \frac{\partial A}{\partial t} + \underbrace{v_i \cdot \nabla A}_{\text{VARIAZIONE LOCALE}}$$

OPERO LA DERIVATA TOTALE DI A.

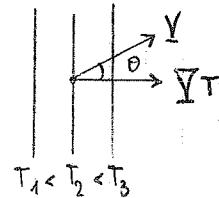
COSA SUCCIDE SE SPOSTO IL VOLUME CON LA STESSA VELOCITÀ DEL FLUIDO? RITORNO LA DERIVATA SOSTANZIALE.

SORNO

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{\partial A}{\partial t} + \nabla \cdot \nabla A$$

Dove ∇ è la velocità del fluido (che coincide con ∇ del volume),

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{\partial A}{\partial t} - \nabla \cdot \nabla A \quad \text{ANNESSIONE}$$



★ SUPPONIAMO AD ESEMPIO DI VOLER MISURARE, IN FIGURA, LA TEMPERATURA T , OSSERVANDO

$$\nabla \cdot \nabla T = |\nabla| \cdot |\nabla T| \cos \theta > 0$$

NOTO DALLA FORMULA CHE, SE LE MASSE D'ARIA NON VARIANO LA LORO T ($\frac{\partial A}{\partial t} = 0$), L'ANNESSIONE È NEGATIVA E QUINDI

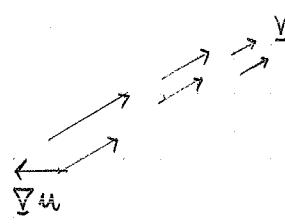
$$\frac{\partial A}{\partial t} < 0$$

INFATTI STO PORTANDO MASSE D'ARIA PIÙ FREDDDE NEL PUNTO IN CUI EFFETTUO LA MISURA.

★ ALTRO ESEMPIO :

$$\nabla u < 0$$

$$-\nabla \cdot \nabla u > 0$$

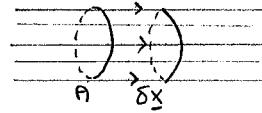


LE MASSE D'ARIA A SINISTRA VANNO PIÙ VELOCI DI QUELLE A DESTRA. IL VENTO IN QUESTO CASO TRASPORTA UNA VARIAZIONE DI UNA SUA STESSA CARATTERISTICA.

CONSERVAZIONE DELLA MASSA (LEGGE DI CONTINUITÀ)

PARTIAMO DA UN APPROCCIO EULERIANO. LA VARIAZIONE DELLA MASSA IN UN VOLUME È DATA DALLA DIFFERENZA DEI FUSSI

$$F_{in} - F_{out} = \frac{\partial M}{\partial t}$$



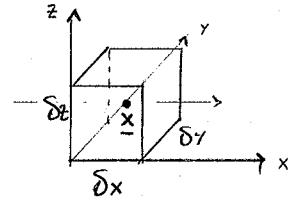
$$\delta M = \rho \delta V = \rho v \delta t \cdot A$$

$$\frac{\delta M}{\delta t} \xrightarrow{\delta t \rightarrow 0} \frac{\partial M}{\partial t} = \rho v A$$

(FLUSSO ATTRAVERSO A)

IL FUSSO PER UNITÀ DI AREA È ALLORA

$$f_M = \frac{1}{A} \frac{\partial M}{\partial t} = \rho v$$



PRESO IL VOLUMETTO A FRANCO, IN X

$$F_{in} = \left(\rho u - \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \frac{\delta x}{2} \right) \delta y \delta z$$

$$\delta x \delta y \delta z = \delta V = \frac{\delta M}{\rho}$$

$$F_{out} = \left(\rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \frac{\delta x}{2} \right) \delta y \delta z$$

$$\left(\frac{\partial M}{\partial t} \right)_x = F_{in} - F_{out} = - \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \delta y \delta z$$

PERÒ

$$\frac{1}{\delta V} \left(\frac{\partial M}{\partial t} \right)_x = - \frac{\partial(\rho u)}{\partial x}$$

E SIMILMENTE PER LE ALTRE DIREZIONI

$$\frac{1}{\delta V} \left(\frac{\partial M}{\partial t} \right)_i = - \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i}$$

USANDO INFINE $\delta M = \rho \delta V$ OTTENGO

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = - \left(\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \right) \Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t} = - \nabla \cdot (\rho \nabla)}$$

$$= - \nabla \cdot (\rho \nabla)$$

POICHE'

$$\nabla(p\mathbf{V}) = \mathbf{V} \cdot \nabla p + p \nabla \cdot \mathbf{V}$$

POSSO ANCHE SCRIVERE

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla p = -p \nabla \cdot \mathbf{V} = \frac{Dp}{Dt} \Rightarrow \frac{Dp}{Dt} + p \nabla \cdot \mathbf{V} = 0$$

SE IL FLUSSO E' STAZIONARIO,

$$\frac{\partial p}{\partial t} = 0$$

DO' COMPORTA CHE IL FLUSSO E' OMogeneo, OSSIA

$$\mathbf{V} \cdot (\rho \mathbf{V}) = 0$$

SE IL FLUSSO E' INCOMPRESSIBILE,

$$\frac{Dp}{Dt} = 0$$

CIOE'

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0$$

* VEDIAMO COME OTTENERE LA LEGGE DI CONTINUITA' TRAMITE
L'APPROCCIO LAGRANGIANO. POICHÉ CONSIDERO LE STESSE MOLECOLE,

$$\frac{1}{\delta M} \frac{D(\delta M)}{Dt} = 0$$

$$\delta M = \rho \delta V = \rho \delta x \delta y \delta z$$

$$\frac{1}{\rho \delta V} \frac{D(\rho \delta V)}{Dt} = \frac{1}{\rho \delta V} \left[\rho \frac{D(\delta V)}{Dt} + \delta V \frac{D\rho}{Dt} \right]$$

$$= \frac{1}{\delta V} \frac{D(\delta V)}{Dt} + \frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt}$$

NOTA: VEDI STRAIN RATE VOLUMICO.

$$\nabla \cdot \mathbf{V}$$

$$\frac{Dp}{Dt} = -p \nabla \cdot \mathbf{V}$$

CONSERVAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO

$$\sum_i F_i = M \frac{d\vec{v}}{dt}$$

(VALIDA IN UN SISTEMA INERZIALE). DISTINGUIAMO FORZE DI VOLUME (IN SOSTANZA LA GRAVITÀ) E DI SUPERFICIE. PER LE PRIME,

$$F_g = - \frac{GM_T M}{r^2} \hat{e}_r$$

$$\frac{F_g}{M} = - \frac{GM_T}{r^2} \hat{e}_r = - g^*(r)$$

$$z = R_T + z$$

$$|g^*| = g^* = \frac{GM_T}{(R_T+z)^2} = \frac{GM_T}{R_T^2} \frac{1}{\left(1 + \frac{z}{R_T}\right)^2} = g_0 \frac{1}{\left(1 + \frac{z}{R_T}\right)^2}$$

CON

$$g_0 = 9.8 \text{ ms}^{-2}$$

POLICHE' $z \lesssim 50 \text{ Km}$ SI HA $z \ll R_T$, QUINDI $g^* \approx g_0$:

$$\frac{F_g}{M} = - g_0^* \hat{x}_3$$

STUDIANO INVECE COME AGISCONO LE FORZE DI SUPERFICIE.

$$dF_s = dA \cdot \hat{\tau}$$

$$\frac{dF_s}{dA} = \hat{m} \cdot \hat{\tau}$$

Dove $\hat{\tau}$ è il tensore degli stress (dimostrazione del tetraedro di Cauchy), mentre \hat{m} è il versore normale alla superficie.

PRESO UN VOLUMETTO CUBICO (VEDI NOTA),

$$f_{3A} = T_{33}(A)$$

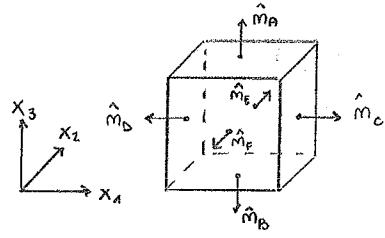
$$f_{3B} = -T_{33}(B)$$

$$f_{3C} = T_{13}(C)$$

$$f_{3D} = -T_{13}(D)$$

$$f_{3E} = T_{23}(E)$$

$$f_{3F} = -T_{23}(F)$$



$$\begin{aligned} \hat{m}_A &= \hat{x}_3 \\ \hat{m}_B &= -\hat{x}_3 \\ \hat{m}_C &= \hat{x}_1 \\ \hat{m}_D &= -\hat{x}_1 \\ \hat{m}_E &= \hat{x}_2 \\ \hat{m}_F &= -\hat{x}_2 \end{aligned}$$

NOTA: ASSUMENDO $\frac{\partial f_3}{\partial A} = \hat{m} \cdot \vec{T}$,

$$f_j = \frac{F_j}{A} = m_j T_{ij}$$

PRESA AD ESEMPIO LA FACCIA A,

$$f_{jA} = (\hat{m}_A \cdot \vec{T})_j = T_{3j}(A)$$

MA

$$T_{33}(A) = T_{33}(\underline{x}) + \frac{\partial T_{33}}{\partial x_3} \cdot \frac{\delta x_3}{2}$$

$$T_{33}(B) = T_{33}(\underline{x}) - \frac{\partial T_{33}}{\partial x_3} \cdot \frac{\delta x_3}{2}$$

$$F_3(AB) = \frac{\partial T_{33}}{\partial x_3} \delta x_3 \cdot \delta x_1 \delta x_2$$

E SIMILMENTE PER LE ALTRE

$$F_3(CD) = \frac{\partial T_{13}}{\partial x_1} \delta x_1 \delta x_2 \delta x_3$$

$$F_3(EF) = \frac{\partial T_{23}}{\partial x_2} \delta x_2 \delta x_1 \delta x_3$$

$$\frac{F_3}{M} = \frac{1}{P} \left(\frac{\partial T_{13}}{\partial x_1} + \frac{\partial T_{23}}{\partial x_2} + \frac{\partial T_{33}}{\partial x_3} \right)$$

E IN GENERALE

$$\frac{F_i}{M} = \frac{1}{P} \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} = \frac{1}{P} (\nabla \cdot \vec{T})_i$$

POSso SCRIVERE L'EQUAZIONE DI CAUCHY

$$\frac{D\vec{V}}{Dt} = -g_*^* \hat{x}_3 + \frac{1}{P} \nabla \cdot \vec{T}$$

NOTA: SU QUALE INDICE AGISCE ∇ APPLICATA A T_{ij} ? VEDREMO CHE IL PROBLEMA NON SI PONE PERCHE' T_{ij} E SIMMETRICO.

* SE IL FLUSSO E' FERMO, IL TENSORE DI STRESS DEVE ESSERE ISOTROPO (SIMMETRIA SPHERICA) E L'UNICO AD ESSERLO E'

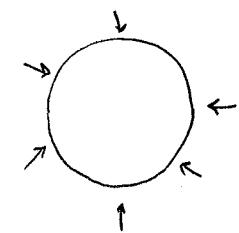
δ_{ij}
DEVE ESSERE

$$T_{ij} = -P \delta_{ij} = \begin{pmatrix} -P & 0 & 0 \\ 0 & -P & 0 \\ 0 & 0 & -P \end{pmatrix}$$

$$T_{ii} = -3P$$

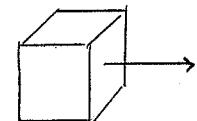
DONDE SI E' COSÌ DEFINITA LA PRESSIONE TERMODINAMICA

$$P = -\frac{T_{ii}}{3}$$



* PRENDIAMO INVECE UN VOLUMETTO IN MOVIMENTO.

NON MI ASPETTO ISOTROPIA NELLE FORZE E
QUINDI SONO



$$T_{ij} = -P \delta_{ij} + \underbrace{\sigma_{ij}}_{\text{TENSORE DEVIATORIO}} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} - P & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} - P & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} - P \end{pmatrix}$$

FACCIAO L'IPOTESI CHE SIA

$$\sigma_{ij} = K_{ijmm} e_{mm}$$

OSSIA CHE OGNI ELEMENTO DI σ_{ij} DI PENDA LINEARMENTE DA
TUTTI GLI ELEMENTI DEL TENSORE DI DEFORMAZIONE e_{ij} (IL
TENSORE K HA 81 TERMINI).

SUPPONIAMO INOLTRE CHE IL FLUIDO SIA LOCALMENTE ISOTROPO;
SI DIMOSTRA ALLORA CHE, PERCHE' K SIA ISOTROPICO,

$$K_{ijmm} = \lambda \delta_{ij} \delta_{mm} + \mu \delta_{im} \delta_{jm} + \gamma \delta_{im} \delta_{jm}$$

AFFINCHÉ INOLTRE σ_{ij} SIA SIMMETRICO,

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji} \Rightarrow K_{ijmm} = K_{jimm} \Rightarrow \mu = \gamma$$

SCHIVO ALLORA

$$K_{ijmm} = \lambda \delta_{ij} \delta_{mm} + \mu (\delta_{im} \delta_{jm} + \delta_{im} \delta_{jm})$$

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} e_{mm} + \mu e_{ii} + \mu e_{jj}$$

NOTA: ERA INFATTI
 $\sigma_{ij} = K_{ijmm} e_{mm}$

MA SAPPIAMO CHE

$$e_{mm} = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} = \nabla \cdot \underline{u}$$

$$e_{ii} = e_{jj}$$

NOTA: STO CHIAMANDO \underline{u}
LA VELOCITÀ DEL FLUIDO
(NON È DISTINTA DA \underline{v}).

QUINDI

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} \nabla \cdot \underline{u} + 2\mu e_{ij}$$

$$\tau_{ij} = -p \delta_{ij} + 2\mu e_{ij} + \lambda \delta_{ij} \nabla \cdot \underline{u}$$

NOTA: $\tau_{ij} = \tau_{ji}$

$$= \begin{pmatrix} -p + \lambda \nabla \cdot \underline{u} + 2\mu e_{11} & 2\mu e_{12} & 2\mu e_{13} \\ 2\mu e_{21} & -p + \lambda \nabla \cdot \underline{u} + 2\mu e_{22} & 2\mu e_{23} \\ 2\mu e_{31} & 2\mu e_{32} & -p + \lambda \nabla \cdot \underline{u} + 2\mu e_{33} \end{pmatrix}$$

$$\tau_{ii} = 3(-p + \lambda \nabla \cdot \underline{u}) + 2\mu e_{ii} = 3(-p + \lambda \nabla \cdot \underline{u}) + 2\mu \nabla \cdot \underline{u}$$

DA QUI

$$p = -\frac{1}{3} \tau_{ii} + \left(\frac{2}{3}\mu + \lambda\right) \nabla \cdot \underline{u}$$

PRESSEIONE TERMODINAMICA
NEL CASO STATICO

POSSIAMO DEFINIRE UNA PRESSEIONE DINAMICA MEDIA

$$\langle p \rangle = -\frac{1}{3} \tau_{ii}$$

$$P = \langle p \rangle + \left(\frac{2}{3}\mu + \lambda\right) \nabla \cdot \underline{u} := \langle p \rangle + K \cdot \nabla \cdot \underline{u}$$

P E $\langle p \rangle$ COINCIDONO SE $\nabla \cdot \underline{u} = 0$ OPPURE SE $K = 0$ (FLUSSO DI STOKES).

RISCRIVO LA CONSERVAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO COME

$$\rho \frac{D\mathbf{u}_i}{Dt} = -\rho g^* \delta_{3i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[-\rho \delta_{ij} + 2\mu e_{ij} + \lambda \delta_{ij} \nabla \cdot \mathbf{u} \right]$$

$$\rho \frac{D\mathbf{u}_i}{Dt} = -\rho g^* \delta_{3i} - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[2\mu e_{ij} + \lambda \delta_{ij} \nabla \cdot \mathbf{u} \right]$$

DETTA EQUAZIONE DI NAVIER - STOKES.

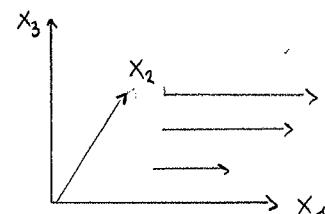
A QUESTA POSSIAMO AGGIUNGERE L'ASSUNZIONE DI STOKES $\lambda = 0$,

$$\lambda = -\frac{2}{3}\mu$$

NOTA: L'ASSUNZIONE È SOSTENUTA DA OSSERVAZIONI Sperimentali.

$$T_{ij} = -\rho \delta_{ij} + 2\mu e_{ij} - \frac{2}{3}\mu \delta_{ij} \nabla \cdot \mathbf{u} = -\left(\rho + \frac{2}{3}\mu \nabla \cdot \mathbf{u}\right) \delta_{ij} + 2\mu e_{ij}$$

SI PARLA ALLORA DI FLUIDI NEWTONIANI E μ SI DICE COEFFICIENTE DI VISCOSITÀ DINAMICA.



ESEMPIO

$$e_{13} = \frac{1}{2} \frac{\partial u_1}{\partial x_3}$$

$$\mathbf{u} = (u_1(x_3), 0, 0)$$

$$e_{11} = e_{22} = e_{33} = e_{12} = e_{23} = 0$$

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

QUINDI

$$T_{11} = T_{22} = T_{33} = -p$$

$$T_{13} = \mu \frac{\partial u_1}{\partial x_3}$$

LO STRESS È PROPORTZIONALE ALLA VARIAZIONE DI \mathbf{u} NELLA DIREZIONE AD ESSO ORTOGONALE.

LO STESSO ACCADE SE METTIAMO IN MOTO UNA PIASTRA APPOGGIATA SUL FLUIDO INIZIALMENTE FERMO.

PER UN FLUIDO NEWTONIANO SI PUO' RISCRIVERE

$$\rho \frac{du_i}{dt} = -\rho g^* \delta_{i3} - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(2e_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \nabla \cdot u \right) \right]$$

ASSUMENDO μ UNIFORME NELLO SPAZIO, L'ULTIMO TERMINE DIVENTA

$$\mu \frac{\partial}{\partial x_j} (2e_{ij}) - \mu \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x_j} (\nabla \cdot u)$$

E RICORDANDO LA DEFINIZIONE $e_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$ SI HA

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_j} (2e_{ij}) &= 2 \frac{\partial e_{i1}}{\partial x_1} + 2 \frac{\partial e_{i2}}{\partial x_2} + 2 \frac{\partial e_{i3}}{\partial x_3} \\ &= 2 \cdot \frac{1}{2} \left[\frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_i} \right) \right] \\ &= \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_1 \partial x_i} + \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_2 \partial x_i} + \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_3^2} + \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_3 \partial x_i} \\ &= \nabla^2 u_i + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) \\ &= \nabla^2 u_i + \frac{\partial}{\partial x_i} (\nabla \cdot u) \end{aligned}$$

NOTA: IN NOTAZIONE INDICIALE HO SUBITO

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (2e_{ij}) = \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_i \partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

REINSERENDOLA NELL'EQUAZIONE SOPRA SI OTTIENE

$$\rho \frac{du_i}{dt} = -\rho g^* \delta_{i3} - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \left[\nabla^2 u_i + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x_i} (\nabla \cdot u) \right]$$

DEFINIAMO IL COEFFICIENTE DI VISCOSITA' CINEMATICA

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

E ABBIAMO

$$\frac{du_i}{dt} = -g^* \delta_{i3} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \left[\nabla^2 u_i + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x_i} (\nabla \cdot u) \right]$$

SE $\nu = 0$ SI DICE CHE IL FLUIDO E' INVISCOIDO E L'EQUAZIONE SOPRA SI SEMPLIFICA (EQUAZIONE DI EULER).

SISTEMI NON INERZIALI E FORZE APPARENTI

METTIAMOCI IN UN SISTEMA NON INERZIALE MA SOLIDALE ALLA TERRA: DOBBIAMO INTRODURRE NELLA LEGGE DI NEWTON DELLE FORZE ATTIVE PER CHE' CONTINUI A ESSERE VALIDA.

PRESI DUE SISTEMI DI RIFERIMENTO

$\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ ROTANTE

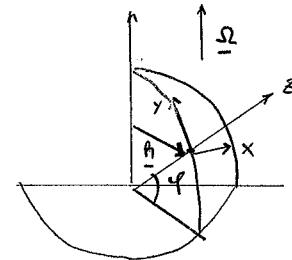
$\hat{i}', \hat{j}', \hat{k}'$ INERZIALE

IN CUI UN VETTORE \underline{A} SI RAPPRESENTA COME

$$\begin{aligned}\underline{A} &= A_x' \hat{i}' + A_y' \hat{j}' + A_z' \hat{k}' \\ &= A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}\end{aligned}$$

SI DEMOSTRA CHE (FORMULA DI POISSON)

$$\frac{d_I \underline{A}}{dt} = \frac{d \underline{A}}{dt} + \underline{\Omega} \wedge \underline{A}$$



$d_I \underline{A}$ E' LA VARIAZIONE
CALCOLATA NEL SISTEMA
INERZIALE.

SCELTO

$$\underline{A} = \underline{\Omega}$$

$$\frac{d_I \underline{\Omega}}{dt} = \underline{\mu}_a \quad \frac{d \underline{\Omega}}{dt} = \underline{\omega} \quad \underline{\mu}_a = \underline{\omega} + \underline{\Omega} \wedge \underline{\Omega}$$

$$\begin{aligned}\frac{d_I \underline{\mu}_a}{dt} &= \frac{d \underline{\mu}_a}{dt} + \underline{\Omega} \wedge \underline{\mu}_a \\ &= \frac{d \underline{\omega}}{dt} + \underline{\Omega} \wedge \frac{d \underline{\omega}}{dt} + \underline{\Omega} \wedge \underline{\omega} + \underline{\Omega} \wedge \underline{\Omega} \wedge \underline{\Omega} \\ &= \frac{d \underline{\omega}}{dt} + 2 \underline{\Omega} \wedge \underline{\omega} - \underline{\Omega}^2 \underline{B} \\ &= -g_0^* \hat{k} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \underline{f}_n\end{aligned}$$

NOTA: E' VERO SE
 $\underline{\alpha} = \dot{\underline{\omega}} = 0$.

$$\underline{f}_n = \nabla \left[\nabla^2 \underline{\omega} + \frac{1}{3} \nabla (\nabla \cdot \underline{\omega}) \right]$$

Dove si e' usata NAVIER-STOKES PER IL SISTEMA INERZIALE. ALLORA

$$\frac{D \underline{\mu}}{Dt} = -g_0^* \hat{k} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \underline{f}_n - 2 \underline{\Omega} \wedge \underline{\omega} + \underline{\Omega}^2 \underline{B}$$

①

②

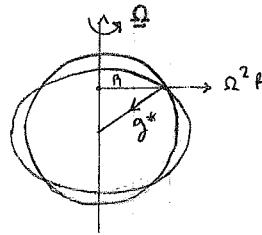
③

④

⑤

* PARTIAMO DALLA ⑤ (FORZA CENTRIFUGA).

$$-\underline{g}_0 = -\underline{g}_0^* + \Omega^2 \underline{R}$$



CHE NON E' PIU' SIRETTA VERSO IL CENTRO DI UNA SFERA, MA E' ORTOGONALE ALLA SUPERFICIE DI UN GEOIDE.

METTIAMO QUINDI IL VERSORE \hat{R} ORTOGONALE ALLA SUPERFICIE TERRESTRE E RISCRIVIAMO

$$\frac{D\underline{u}}{Dt} = -\underline{g}_0 \hat{R} - \frac{1}{\rho} \nabla P + \underline{f}_a - 2\Omega \times \underline{u}$$

NOTA: UNA SUPERFICIE A GEOPOTENZIALE COSTANTE COINCIDE CON UNA DI UNESSO PER UN OGGETTO A RIPOSO SULLA TERRA ROTANTE.

* ANALIZZIAMO ORA LA ⑥ (FORZA DI CORIOLIS). POICHÉ

$$L = mR \dot{\theta} = m \Omega R^2$$

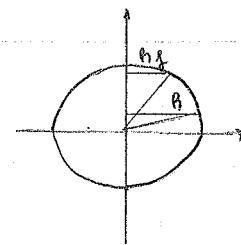
OSSIA IL MOMENTO ANGOLARE SI DEVE CONSERVARE,

ANDANDO DA R A R_f

$$L = mR_f^2 \Omega_f \Rightarrow \Omega_f = \Omega \frac{R^2}{R_f^2}$$

$$\Omega_f = \Omega + \Omega'$$

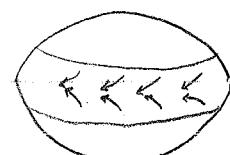
$$= \Omega + \frac{u}{R_f} \equiv \Omega - \frac{R^2}{R_f^2} \Rightarrow u = \frac{R^2 - R_f^2}{R_f} \Omega$$



NOTA: STIAMO DICENDO CHE UN INCREMENTO Ω' DI Ω E' DOVUTO A UNA VARIAZIONE u DELLA VELOCITA' ZONALE.

SE $R_f < R$ (MI MUOVO VERSO I POLI) SI HA $u > 0$: LE MASSE D'ARIA ACQUISISCONO UNA VELOCITA' ZONALE DA OVEST VERSO EST.
VICERESA MUOVENDOMI DAI POLI VERSO L'EQUATORE

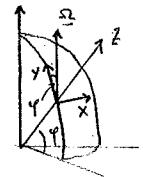
DI ACQUISTA UNA COMPONENTE DI VELOCITA' ZONALE DA EST VERSO OVEST: E' QUESTO IL CASO DEGLI ALISEI (TRADE WINDS).



NOTA: LA FORZA DI CORIOLIS E' MASSIMA AI POLI E NULLA ALL'EQUATORE (SE $u=v=0$)
PIU' AVANTI SCRIVEREMO $F_c = f \hat{R} \wedge \underline{v}$ CON $f = 2\Omega \sin \varphi$, DOVE φ E' APPUNTO LA LATITUDINE (MA QUESTA E' UNA APPROSSIMAZIONE).

ESPLICHIAMO ORA IL TERMINE DI CORIOLIS

$$\underline{\Omega} \wedge \underline{V} = (\Omega_y w - \Omega_z v) \hat{i} + (\Omega_z u - \Omega_x w) \hat{j} + (\Omega_x v - \Omega_y u) \hat{k}$$



DAL MOMENTO CHE

$$\Omega_x = 0 \quad \Omega_y = \Omega \cos \varphi \quad \Omega_z = \Omega \sin \varphi$$

$$\underline{\Omega} \wedge \underline{V} = \Omega (w \cos \varphi - v \sin \varphi) \hat{i} + \Omega u \sin \varphi \hat{j} - \Omega u \cos \varphi \hat{k}$$

POSSO RISORIVERE PER COMPONENTI L'EQUAZIONE DI NAVIER-STOKES

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - 2\Omega (w \cos \varphi - v \sin \varphi) + f_{u,x}$$

$$\frac{Dr}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - 2\Omega u \sin \varphi + f_{r,y}$$

$$\frac{Dw}{Dt} = -g_0 + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + 2\Omega w \cos \varphi + f_{z,z}$$

CHE DIVENTANO, UNA VOLTA MESSO IN EVIDENZA IL TERMINE DI ANVEZIONE,

$$\frac{Du}{Dt} = -u \frac{\partial u}{\partial x} - v \frac{\partial u}{\partial y} - w \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - 2\Omega (w \cos \varphi - v \sin \varphi) + f_{u,x}$$

NOTO CHE E' ALTAMENTE NON LINEARE. INTRODUCENDO INFINE I TERMINI CHE DERIVANO DAL PASSAGGIO IN COORDINATE SFERICHE, SI DEMOSTRA CHE L'EQUAZIONE FINALE DIVENTA (a E' IL RAGGIO DELLA TERRA)

$$\frac{Du}{Dt} + \frac{uv \tan \varphi}{a} + \frac{wv}{a} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + 2\Omega v \sin \varphi - 2\Omega w \cos \varphi + f_{u,x}$$

$$\frac{Dr}{Dt} + \frac{u^2 \tan \varphi}{a} + \frac{vw}{a} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - 2\Omega u \sin \varphi + f_{r,y}$$

$$\frac{Dw}{Dt} + \frac{w^2 + v^2}{a} = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + 2\Omega w \cos \varphi + f_{z,z}$$

Dove compaiono dei nuovi termini detti di sfericità.

OVIAMENTE NON NE ESISTE ANCORA UNA SOLUZIONE ANALITICA; SI STUDIANO CON SIMULAZIONI NUMERICHE.

SI POTREBBERO STUDIARE COSÌ I MOTI SU TUTTE LE SCALE;
NOI A FOCALIZZIAMO SU QUELLA SINOTTICA (DAL GRECO,
"PRESENTARE LA VISTA DEL TUTTO").

SCALA	L (km)	T	ESEMPI
MICROSCALA	< 1	< 1 h	TURBOLENZA, PBL (PLANETARY BOUNDARY LAYER).
MESOSCALA	1 - 1000	1h - 1d	BREEZE, TEMPORALI.
SINOTTICA	1000 - 6000	1d - 1m	BASSE / ALTE P
PLANETARIA	> 6000	> 1 m	ALISEI.

SCALA SINOTTICA E APPROXIMAZIONE GEOSTROFICA

$u, v \sim 10 \text{ m/s}$	U	VELOCITÀ ORIZZONTALE
$w \sim 10^{-2} \text{ m/s}$	W	VELOCITÀ VERTICALE
$x, y \sim 10^6 \text{ m}$	L	LUNGHEZZA
$z \sim 10^4 \text{ m}$	H	(TUTTA LA TROPOSPHERA, $\sim 10 \text{ km}$) \rightarrow PROFONDITÀ
$\delta p/p \sim 10^3 \text{ m}^2 \text{s}^{-2}$	$\delta p/p$	($\delta p \sim 10 \text{ hPa}$) \rightarrow FLUTTUAZIONI ORIZZONTALI DI P
$2\Omega \sin \phi \sim 10^{-4} \text{ s}^{-1}$	f	(MEDI LATITUDINI, f PARAMETRO DI CORIOLIS)

DA QUESTE SI RICANANO LE SCALE DI TEMPO

$$T_H = \frac{L}{U} \sim 10^5 \text{ s}$$

NOTA: P E P DECRESCONO CON Z ESPONENZIALMENTE, PERCÒ LA SCALA $\delta p/p$ È TALE A TUTTE LE ALTITUDINI.

$$T_z = \frac{H}{w} \sim 10^6 \text{ s}$$

NOTA: STO STUDIANDO SOLO LE PRIME DUE COMPONENTI DI N-S.

NELL' EQUAZIONE DI N-S COMPAGNO (TUTTI IN s^{-1} E USO IL SI)

$\frac{\partial u}{\partial t}$	$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y}$	$v \frac{\partial v}{\partial z}$	$\frac{uv \tan \phi}{a}$	$\frac{u w}{a}$	$\frac{1}{p} \frac{\partial p}{\partial x}$	$2\Omega v \sin \phi$	$2\Omega w \cos \phi$	f_{zx}
$\frac{\partial v}{\partial t}$	$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y}$	$w \frac{\partial v}{\partial z}$	$\frac{w^2 \tan \phi}{a}$	$\frac{v w}{a}$	$\frac{1}{p} \frac{\partial p}{\partial y}$	$2\Omega u \sin \phi$	/	f_{zy}
U $\sim 10^{-1}$	U^2 $\sim 10^{-4}$	WU $\sim 10^{-5}$	U^2 $\sim 10^{-5}$	UW $\sim 10^{-8}$	$\delta p/p$ $\sim 10^{-3}$	$f U \sim 10^{-3}$	$f W \sim 10^{-6}$	$\frac{U}{H^2}$
T_H	L	H	R_E	R_E	L			
$\frac{10}{10^5}$	10^2	10^{-1}	10^2	10^{-1}	10^3	$10^{-4} 10$	$10^{-4} 10^{-2}$	$\frac{10}{10^8}$

VEDIAMO SUBITO CHE SU SCALA SINOTTICA LA VISCOSITÀ È TRASCURABILE. SE TENIAMO SOLO I TERMINI DI ORDINE $10^{-3}, 10^{-4}$,

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + 2\Omega \sin \varphi \cdot u = 0$$

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - 2\Omega \sin \varphi \cdot v = 0$$

NOTA: NON COMPARTE PIÙ IL TEMPO,
QUINDI NON SI POSSONO USARE
PER PREDIRE L'EVOLUZIONE DEL
CAMPO DI VELOCITÀ.

QUESTA SI DICE APPROSSIMAZIONE GEOSTROFICA.

DEFINENDO \underline{v}_g (VENTO GEOSTROFICO)

$$\nabla_h = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} \right) \quad \underline{v}_g = (u_g, v_g)$$

$$f = 2\Omega \sin \varphi$$

$$\begin{cases} -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + f \cdot v_g = 0 \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - f \cdot u_g = 0 \end{cases}$$

NOTA: FOI STA A NOI CAPIRE
QUANDO SIA LEATO APPROSSIMARE
 $\underline{v} \approx \underline{v}_g$.

$$\hat{n} \wedge \underline{v}_g = -v_g \hat{i} + u_g \hat{j} = (-v_g, u_g)$$

NOTA: IL PRODOTTO VETTORIALE
SI SVOLGE PENSANDO \underline{v}_g COME
VETTORE IN \mathbb{R}^3 , OVVERO METTENDO
UNO ZERO COME TERZA COMPONENTE.

E USANDO IL FATTO CHE

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} (\nabla_h p)_x$$

$$f v_g = -f (\hat{n} \wedge \underline{v}_g)_x$$

POSso RISCRIVERE

$$-\frac{1}{\rho} (\nabla_h p)_x - f (\hat{n} \wedge \underline{v}_g)_x = 0$$

$$-\frac{1}{\rho} (\nabla_h p)_y - f (\hat{n} \wedge \underline{v}_g)_y = 0$$

O IN GENERALE

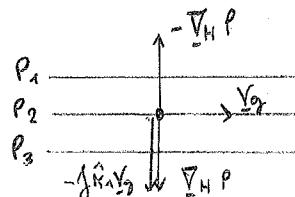
$$-\frac{1}{\rho} \nabla_h p = f \hat{n} \wedge \underline{v}_g$$

GRADIENTE DI
PRESSIONE

FORZA DI
CORIOLIS

LA SITUAZIONE E' ILLUSTRATA A LATO;

IL VETTORE VENTO GEOSTROFICO HA SEMPRE
LE BASSE PRESSIONI A SINISTRA.



$$P_1 < P_2 < P_3$$

BILANCIAMENTO GEOSTROFICO

$$\mathbf{F}_p + \mathbf{F}_c = 0$$

$$\mathbf{F}_p = \left(-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}, -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \right)$$

$$\mathbf{F}_c = (f v_g, -f u_g)$$

NOTA: PIU' SONO VICINE LE ISOBARE E MAGGIORE E' ∇p , QUINDI LA FORZA DI CORIOLIS CHE SERVE PER BILANCIALA: SEGRETE CHE \mathbf{V}_g E' PIU' INTENSO.

$$f = 2 \Omega \sin \varphi$$

$$\mathbf{V}_g = (u_g, v_g)$$

(SI E' TRASCURATO IN \mathbf{F}_c IL TERMINE PROPORZIONALE A w , DI 2 ORDINI DI GRANDEZZA PIU' PICCOLO). IN ALTRI TERMINI

$$\begin{cases} f - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + f v_g = 0 \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - f u_g = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} u_g &= -\frac{1}{f \rho} \frac{\partial p}{\partial y} \\ v_g &= \frac{1}{f \rho} \frac{\partial p}{\partial x} \end{aligned}$$

SI SONO TRASCURATE LE FORZE VISCOSE, I TERMINI DI SPERIATTA, LA COMPONENTE IN w DI \mathbf{F}_c E LE VARIAZIONI TEMPORALI ($\frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial^2}{\partial t^2}$), CHE SONO DELLO STESSO ORDINE DELL'ANNESSIONE ORIZZONTALE MA NON DI QUELLA VERTICALE

$$w \frac{\partial u}{\partial z} \sim 10^{-5} \text{ ms}^{-2}$$

CONFRONTIAMO I DUE TERMINI

$$\frac{Du}{Dt} \sim \frac{U}{L_f}$$

$$f u \quad (f \sim 10^{-4} \text{ s})$$

$$\frac{U^2}{L} \cdot \frac{1}{f U} = \frac{U}{L_f} := R_o = 0,1$$

SU SCALA SINOTTICA

NUMERO DI ROSSBY.

SE $R_o < 0,1$ POSSO USARE L'APPROXIMAZIONE GEOSTROFICA PER

* DESCRIVERE IL FENOMENO (L'ERRORE COMMESSO È MINORE DEL 10%).

SI SONO VISTI INOLTRE

$$\underline{F}_p = -\frac{1}{f} \nabla_H p$$

$$\underline{F}_c = -f \hat{k} \wedge \underline{V}_g$$

QUINDI POSIZIONO \underline{F}_p IN BASE ALLE PRESSIONI,

\underline{F}_c IN DIREZIONE OPPOSTA (EQUAZIONE DEL BILANCO) E \underline{V}_g DI

CONSEGUENZA:

$$\underline{V}_g = \frac{1}{\rho f} \hat{k} \wedge \nabla_H p = \frac{1}{\rho f} \left(-\frac{\partial p}{\partial y}, \frac{\partial p}{\partial x} \right)$$

NOTA:

$$\underline{F}_p = -\underline{F}_c; \quad \hat{k} \wedge \underline{V}_g = -\frac{1}{\rho f} \nabla_H p$$

E ESPLICATO \underline{V}_g RICORDANDO CHE
 $\hat{k} \wedge (\hat{k} \wedge \underline{V}_g) = -\underline{V}_g$

NOTIAMO CHE

$$\nabla \cdot \underline{V}_g = \frac{\partial}{\partial x} u_g + \frac{\partial}{\partial y} v_g = \frac{1}{\rho f} \left(-\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \right) = 0$$

IL VENTO GEOSTROFICO HA DIVERGENZA NULLA.

INOLTRE, DALLA DEFINIZIONE DI VORTICITÀ,

$$\zeta_g = (\nabla \wedge \underline{V}_g)_z = \frac{\partial v_g}{\partial x} - \frac{\partial u_g}{\partial y} = \frac{1}{\rho f} \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \right) = \frac{1}{\rho f} \nabla_H^2 p \propto -p$$

SI NOTI CHE, NON COMPARENDO TERMINI TEMPORALI, ANCHE BISOGNO
DI UN'APPROSSIMAZIONE MENO FORTE PER FARLE PREVISIONI. POSSO
AD ESEMPIO REINSEGNARE (PASSANDO COSÌ ALL'ORDINE 10^{-4})

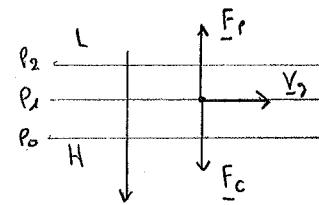
$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + f v$$

$$\frac{Dv}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - f u$$

DALLE QUALI RITRONO LE EQUAZIONI DEL VENTO GEOSTROFICO

Solo se si verificano

$$\frac{Du}{Dt} = \frac{Dv}{Dt} = 0$$



ONDE DI GRANITA

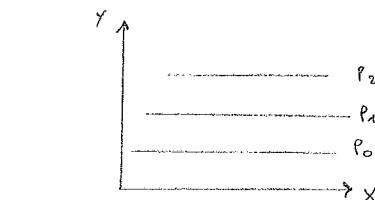
$$P = P(y) \quad \frac{\partial P}{\partial y} = -C$$

$$t = 0 \rightarrow u = v = 0$$

LE EQUAZIONI SI RIDUCONO A

$$\frac{du}{dt} = 0$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} > 0$$



$$P_0 > P_1 > P_2$$

(VEDI FOCUS PAGINA SUCCESSIVA:
BANDO AI RAGIONAMENTI
QUALITATIVI)

VEDREMO PIÙ IN LÀ PERCHÉ SUPPORRE UN TALE CAMPO DI P SIA VEROSSIMILE.

SOTTO LA SPINTA DEL GRADIENTE DI PRESSIONE (NORD → EVO) IL FLUIDO SI METTE IN MOTO VERSO NORD. PER $t > 0$,

$$\frac{du}{dt} = f v > 0$$

UNA VOLTA IN MOTO L'ARIA SUBISCE UN'ACCELERAZIONE DONUTA SOLO A F_c .

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} - f u > 0 \quad \text{SE} \quad -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} > f u \Rightarrow u_g > u$$

LA COMPONENTE VERSO NORD CRESCHE FINCHE' LA COMPONENTE VERSO EST U RAGGIUNGE QUELLA DEL VENTO GEOSTROFICO u_g .

$$t_1 \rightarrow u(t_1) = u_g$$

$$\frac{dv}{dt} = f u_g - f u = 0$$

$$\frac{du}{dt} = f v > 0$$

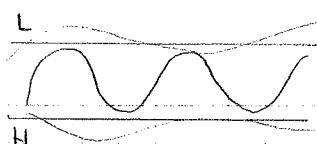
PER $t > t_1$,

$$u > u_g$$

$$\frac{du}{dt} < 0$$

E DECRESCHE FINCHE' NON TORNA $u = u_g$.

ONDE DI GRANITA O DI INERZIA



IN REALTÀ SOSTANDOSI VERSO NORD L'ARIA FA AUMENTARE LA PRESSIONE E VICENDA; QUESTO SMORZA LE OSCILLAZIONI FINCHE' DIVENTA PARALLELO ALE ISOBARE E A ∇p .

* ROTTURA DEL VORTICE POLARE. D'INVERNO I POI SONO AL BULO E PERDONO CALORE; SI FORMA INOLTRE UN VORTICE ATTORNO AL POLO CHE IMPEDISCE L'INGRESSO DI ARIA CALDA DALLE MEDIE LATITUDINI. TUTTANNA IN ARTIDE LA DISOMOGENEITÀ DELL'EMISFERO NORD GENERA ONDE DI GRANITÀ CHE ROMPONO IL VORTICE; È QUESTO IL MOTIVO PER CUI IL BUO NELL'OZONO SI OSSERVA PERLOPIÙ IN ANTARTIDE.

• VENTO AGEOSTROFICO

NOTA: SOMMA E SOTTRAII v_g NELLA PRIMA E u_g NELLA SECONDA.

$$\frac{Du}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + fv = -fv_g + fv = f(v - v_g) = fv_a$$

$$\frac{Dv}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - fu = fv_g - fu = -f(u - u_g) = -fu_a$$

Dove si definisce VENTO AGEOSTROFICO

$$\underline{v}_a = \underline{v} - \underline{v}_g = (u - u_g, v - v_g)$$

È SOLTANTO QUESTO AD ACCELERARE: IL VENTO GEOSTROFICO NON ACCELERA E IL VENTO VERO SI SCOMPONE IN $\underline{v} = \underline{v}_a + \underline{v}_g$.

$$\frac{D\underline{v}}{Dt} = -f \hat{k} \wedge \underline{v}_a$$

$$\nabla \cdot \underline{v} = \nabla \cdot \underline{v}_a$$

• FOCUS: ONDE DI GRANITA

$$\begin{cases} \frac{Du}{Dt} = fv \\ \frac{Dv}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - fu \end{cases} \quad \begin{cases} v = \frac{1}{f} \frac{Du}{Dt} \\ \frac{D^2 u}{Dt^2} + f^2 u = \frac{C_f}{\rho} \end{cases} \quad u^* = u - \frac{C_f}{f\rho} \quad \frac{D^2 u^*}{Dt^2} + f^2 u^* = 0$$

$$\begin{cases} u = A \sin(\gamma t + \phi) + \frac{C}{f\rho} \\ v = A \cos(\gamma t + \phi) \end{cases}$$

Dove si è supposto un andamento $p = p(y) = p_0 - Cy$, in accordo con l'EQUAZIONE IPSOMETRICA (VEDI SOPRA, ATMOSFERA BAROCINA).

BILANCO IDROSTATICO

$\frac{\partial w}{\partial t}$	$\frac{u^2 + v^2}{a}$	$u \frac{\partial w}{\partial x}, v \frac{\partial w}{\partial y}$	$w \frac{\partial w}{\partial z}$	g	$\frac{1}{P} \frac{\partial P}{\partial z}$	2nd order	$(f_r)_z$
w	U^2	U_w	w^2	g_0	$\frac{P_0}{P_0 H}$	$f_0 v$	$\frac{w}{H^2}$
T_H	R_E	L	H				
10^{-2}	10^2	10^{-1}	10^{-4}	10	10^6	$10^{-4} 10$	$10^{-3} \frac{10}{10^8}$
10^5	10^7	10^7	10^4		$1 \cdot 10^4$		
10^{-7}	10^{-5}	10^{-8}	10^{-8}	10	10	10^{-3}	10^{-10}

(COMPONENTE VERTICALE DELLA CONSERVAZIONE DI P). TENENDO I TERMINI A 10^0 ,

$$-g - \frac{1}{P} \frac{\partial P}{\partial z} = 0$$

SU SCALA SINOTTICA L'ATMOSFERA IN VERTICALE E' IN PERFETTO EQUILIBRIO IDROSTATICO (10^{-4}).

SI PARLA DI BILANCO IDROSTATICO.

TEORIA QUASI-GEOSTROFICA

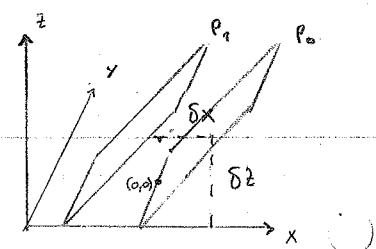
INTRODUO ALCUNI TERMINI RELATIVI AL VENTO TOTALE (NON SOLO GEOSTROFICO) PER POTER FARE PREVISIONI, CHE PRIMA AVVENIVANO SOSTANZIALMENTE SU BASE EMPIRICA.

COORDINATE ISOBARICHE

PER CALCOLARE V_g MI SERVE DI CONOSCERE LA PRESSIONE E DENSITA', A VOLTE DIFFICILI DA MISURARE.

SUPPONIAMO COME IN FIGURA CHE I PIANI A P COSTANTE ABBIANO UNA CERTA INCLINAZIONE RISPETTO A X MA SIANO PARALLELI A Y .

$$P(\delta x, \delta z) = P(0,0) + \frac{\partial P}{\partial x} \delta x + \frac{\partial P}{\partial z} \delta z$$



NOTA: VAI DIRETTO AL FOCUS.

POICHÉ MI STO MUOVENDO SU UNA SUPERFICIE A P COSTANTE,

$$\frac{\partial p}{\partial x} \Big|_z \delta x + \frac{\partial p}{\partial z} \Big|_x \delta z = 0$$

POICHÉ SI ERA DEFINITO IL GEOPOTENZIALE COME ($g = 1 g/cm^3$)

$$d\phi = +g dz$$

SI HA, USANDO $\frac{\partial p}{\partial z} = -pg$,

$$\frac{\partial p}{\partial x} \Big|_z \delta x - pg \cdot \delta z = 0$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} \Big|_z = p \frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_p$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} \Big|_z = p \frac{\partial \phi}{\partial y} \Big|_p$$

DOVE LA SECONDA SI OTTIENE CONSIDERANDO PIANI // A X. ALLORA

$$\frac{1}{p} \nabla_z p = \nabla_p \phi$$

NOTA: DELLA SERIE "NON USAMO TROPPO MATEMATICA CHE SE NO SI SPANENTANO"... VEDI DEMOSTRAZIONE NEL FOCUS SOTTO.
 $\nabla_z p = \nabla_H p$ E' LA COMPONENTE ORIZZONTALE DEL GRADIENTE DI PRESSIONE.

CHE POSSO RISCRIVERE COME

$$-\nabla_p \phi - \hat{k} \wedge \nabla_y = 0$$

DOVE NON COMPARA PIÙ p , SI OTTIENE

$$\nabla_y = \frac{1}{g} \hat{k} \wedge \nabla_p \phi = \frac{g}{f} \hat{k} \wedge \nabla_p z$$

QUEST'ULTIMA SCRITTA IN TERMINI DI ALTEZZA GEOPOTENZIALE

$$d\phi = g dz$$

TRA L'ALTRO NOTIAMO CHE

$$\nabla_p z \parallel \nabla_z p$$

A UN MINIMO DI ALTEZZA A PRESSIONE COSTANTE CORRISPONDE UN MINIMO DI PRESSIONE A ALTEZZA COSTANTE.

FOCUS: $\frac{\partial p}{\partial z} = -pg$, $d\phi = g dz$ E $dp = \nabla p \cdot d\vec{z} = 0$ (DEFINIZIONE DELLA SUPERFICIE ISOBARICA).

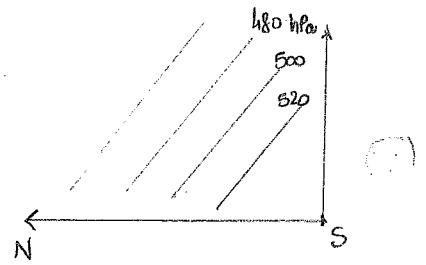
$$0 = dp = \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{y,z} \delta x + \left(\frac{\partial p}{\partial y}\right)_{x,z} \delta y - pg d\phi$$

$$\nabla_H p = \left(\frac{\partial p}{\partial x}, \frac{\partial p}{\partial y}, 0\right)$$

$$d\phi \Big|_{p=\text{cost}} = \nabla_p \phi \cdot d\vec{z} = \frac{1}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_{y,z} \delta x + \frac{1}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial y}\right)_{x,z} \delta y = \frac{1}{p} \nabla_H p \cdot d\vec{z} \Rightarrow \nabla_p \phi = \frac{1}{p} \nabla_H p$$

* ESEMPIO

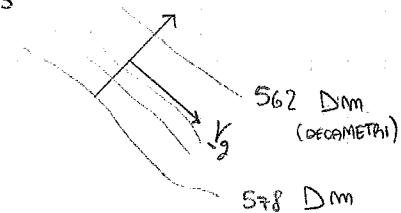
P DIMINUISCE CON LA QUOTA. SE MI MUONO VERSO NORD LUNGO UN' ISOBARA, DIMINUISCE LA QUOTA.



* ESEMPIO: VENTO GEOSTROFICO SULLA SARDEGNA

$$|\underline{V}_g| = \left| -\frac{1}{f} \nabla_p \phi \right| = \frac{g}{f} |\nabla_p z| \approx + \frac{g_0}{f} \frac{\Delta z}{\Delta y} \sim \frac{10}{10^{-4}} \frac{40 \text{ m}}{100 \text{ km}} \approx 40 \text{ m/s}$$

PIÙ LE ISOBARE SONO STRETTE E PIÙ \underline{V}_g È VELoce; INFATTI LE ISOBARE SONO LE LINEE DI FLUSSO DI \underline{V}_g .



RICORDIAMO CHE IL VENTO VERO DIFFERISCE AL PIÙ DEL 10% DA \underline{V}_g .

* CON IL SOFTWARE HYSPLIT (ANCHE ONLINE) SI RICOSTRUI SCONO O PREDICONO LE TRAIETTORIE DEI PACCHETTI D'ARIA. SI VERIFICA COSÌ LA BONTÀ DELL' APPROXIMAZIONE GEOSTROFICA.

VELOCITÀ VERTICALE ISOBARICA

ABBIAMO ALCANATO

$$\frac{1}{f} \nabla_z p = \nabla_p \phi = g \nabla_z z$$

NOTA: IN COORDINATE ISOBARICHE p È LA COORDINATA VERTICALE.

COME POSSIAMO ESPRIMERE LA VELOCITÀ w IN COORDINATE ISOBARICHE?

$$w = \frac{Dz}{Dt} = \frac{\partial z}{\partial t} = -pg$$

$$\omega = \frac{Dp}{Dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + \underline{V} \cdot \nabla p = \frac{\partial p}{\partial t} + \underline{V}_H \cdot \nabla_H p + w \frac{\partial p}{\partial z}$$

$$= \frac{\partial p}{\partial t} + \underline{V}_H \cdot \nabla_H p - pg w$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} \sim \frac{10 \text{ hPa}}{\text{day}} \sim \frac{10^3 \text{ Pa}}{10^6 \text{ s}} \sim 10^{-3} \text{ Pa s}^{-1}$$

$$\nabla_h \cdot \nabla_h p \sim \nabla_g \cdot \nabla_h p = 0$$

NOTA: $\nabla_g \cdot \nabla_h p$ SONO ORTOGONALI.

$$pgw \sim 1 \cdot 10 \cdot 10^{-2} \text{ Pa s}^{-1} \sim 10^{-1} \text{ Pa s}^{-1}$$

PERATO' LA VELOCITA' VERTICALE ISOBARICA E' IN PRIMA APPROSSIMAZIONE

$$\omega = \frac{Dp}{Dt} \sim -pgw \sim 10^{-1} \text{ Pa s}^{-1}$$

CONSERVAZIONE DELL' IMPULSO IN COORDINATE ISOBARICHE

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + \omega \frac{\partial}{\partial p}$$

$$w \frac{\partial}{\partial z} = \frac{\omega}{\rho g} \frac{\partial}{\partial z} = \frac{\omega}{\rho g} \frac{\partial p}{\partial z}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \omega \frac{\partial u}{\partial p} = - \frac{\partial \phi}{\partial x} + f v$$

EPOANO

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + f v \\ \frac{\partial v}{\partial t} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - f u \end{cases}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + \omega \frac{\partial v}{\partial p} = - \frac{\partial \phi}{\partial y} - f u$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial p} = - \frac{1}{\rho}$$

$$\text{E RICORDIAMO CHE} \\ \frac{1}{\rho} \nabla_z p = \nabla_p \phi$$

USANDO $d\phi = g dz$, HO L' EQUAZIONE DELL' IDROSTATICA

$$\frac{\partial p}{\partial z} = - \rho g$$

CONSERVAZIONE DELLA MASSA IN COORDINATE ISOBARICHE

$$\frac{1}{\delta M} \frac{D(\delta M)}{Dt} = \frac{1}{\rho \delta x \delta y \delta z} \frac{D(\rho \delta x \delta y \delta z)}{Dt} = 0$$

USANDO

$$\rho \delta z = - \frac{1}{g} \delta p$$

OTTENGO L' ESPRESSIONE (DOVE DI NUOVO NON COMPARTE ρ)

$$\frac{1}{\delta x \delta y \delta p} \frac{D(\delta x \delta y \delta p)}{Dt} = \frac{1}{\delta x} \frac{D(\delta x)}{Dt} + \frac{1}{\delta y} \frac{D(\delta y)}{Dt} + \frac{1}{\delta p} \frac{D(\delta p)}{Dt}$$

$$\rightarrow \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial w}{\partial p} = 0$$

NOTA: NON CI SONO RIFERIMENTI AL TEMPO t NE' ALLA DENSITA' ρ .
 $D(\delta p) = \frac{\partial w}{\partial p} \delta p \delta t$

EQUAZIONE DELL' ENERGIA TERMODINAMICA

$$\Delta H = M_q \Delta T = SQ + V DP$$

POICHÉ

$$\frac{V}{M} = \frac{1}{P} := \alpha$$

$$\frac{DP}{Dt} = w$$

$$J := \frac{1}{M} \frac{SQ}{Dt}$$

FLUSSO DI CALORE PER UNITÀ DI MASSA

POSso RISCRIVERE

$$q_p \frac{DT}{Dt} = J + \alpha w$$

ONVERO, USANDO LE COORDINATE ISOBARICHE,

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial p} = \frac{J}{q_p} + \frac{\alpha}{q_p} w$$

MA ERA $\Gamma_d = g/c_p$, QUINDI

$$\frac{\alpha}{q_p} = \frac{g}{q_p} \frac{\alpha}{g} = \Gamma_d \frac{\alpha}{g}$$

DA CUI

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + \left(\frac{\partial T}{\partial p} - \Gamma_d \frac{\alpha}{g} \right) w = \frac{J}{q_p}$$

$$\frac{\partial T}{\partial p} = \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial p} = - \frac{\partial T}{\partial y} \frac{1}{pg} = \Gamma_e \frac{1}{pg} = \frac{\alpha}{g} \Gamma_e$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\alpha}{g} \cdot (\Gamma_e - \Gamma_d) w = \frac{J}{q_p}$$

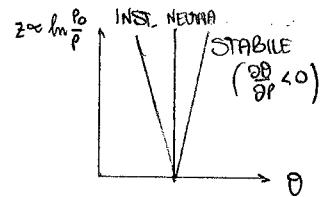
RICORDANDO

$$\Gamma_e - \Gamma_d = - \frac{T}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial p} = pg \frac{T}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial p} = \frac{g}{\alpha} \frac{T}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial p}$$

TROVO INFINE

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{T}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial p} w = \frac{J}{C_p}$$

VAR. TEMPORALE ANNESSIONE ORIZZONTALE ANNESSIONE VERTICALE IMMISIONE DI CALORE DALL'ESTERNO



CHE ESPRIME IN COORDINATE ISOBARICHE LA CONSERVAZIONE DELLA ENERGIA TERMODINAMICA.

NOTA: $w \approx -p g_w$

SE L'ATMOSFERA E' STABILE ($\frac{\partial \theta}{\partial p} < 0$) E L'ARIA SALE ($w < 0$) SI HA UN RISCALDAMENTO DELLA MASSA D'ARIA; LO STESSO ACCADE CON L'ATMOSFERA INSTABILE E L'ARIA CHE SCENDE. CONDIZIONI MISTE PROVOCANO UN RAFFREDDAMENTO DELLA MASSA D'ARIA.

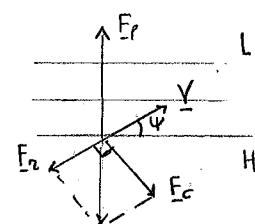
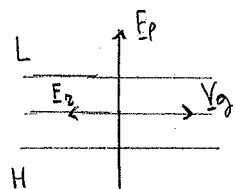
FORZE VISCOSE

IL VENTO \vec{V} NON E' DIRITTO PROPRIO COME \vec{g}_y ; SUPPONIAMO A SIN

$$F_c = -\alpha \vec{V}$$

$$|F_c| = f v < |F_p|$$

II III
C_o P



A COMPENSARE GLI EFFETTI DI F_c . BILANCIANDOLE,

$$P \cos \psi = C_o = f v \Rightarrow \tan \psi = \frac{\alpha}{f}$$

$$P \sin \psi = F_c = \alpha v$$

QUADRANDOLE E SOMMANDOLE,

$$P^2 (\cos^2 \psi + \sin^2 \psi) = P^2 = (f^2 + \alpha^2) v^2$$

$$\Rightarrow v = P \frac{1}{\sqrt{f^2 + \alpha^2}} = \frac{P}{f} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\alpha}{f}\right)^2}} = \frac{P}{f} \sqrt{1 + \left(\frac{\alpha}{f}\right)^2} \leq v_g$$

$$P = f v_g \quad (= F_c \text{ } (g))$$

RICORDANDO IL TERMINE DI FORZE DI STRESS NELLE EQUAZIONI DI NAVIER-STOKES ERA

$$F_{r,i} = \nu \left[\nabla^2 u_i + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x_i} (\nabla \cdot \underline{u}) \right]$$

NOTA: PIU' ALTA E' F_c E MAGGIORA DENE ESSERE L'ANGOLI ψ (SEMPRE VERSO PRESSIONI PIU' BASSE).

SE AGGIUNGONO L'IPOTESI DI FLUIDO INCOMPRESSIBILE,

$$\nabla \cdot \underline{u} = 0$$

$$F_{r,i} = \rightarrow \nabla^2 u_i$$

CHE INSERITA NEL BILANCIO GEOSTROICO DA' (CLASSICAL EKMAN LAYER)

$$\begin{cases} 0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + f v + \rightarrow \nabla^2 u \\ 0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - f u + \rightarrow \nabla^2 v \end{cases}$$

SE

$$\nabla^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}, \quad \nabla^2 v = \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}$$

(IPOTESI SEMPLIFICATIVA, MA IN EFFETTI A INTERESSARNO SOLTANTO DELLE VARIAZIONI CON LA QUOTA DI \underline{z}), LE EQUAZIONI DIVENTANO

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + f v + \rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - f u + \rightarrow \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}$$

DIAMO LE CONDIZIONI AL CONTORNO

$$\begin{cases} z=0 \\ z \rightarrow \infty \end{cases} \quad u=v=0$$

$$u=u_g, \quad v=v_g$$

$$u_g = -\frac{1}{\rho f} \frac{\partial p}{\partial y}$$

$$v_g = \frac{1}{\rho f} \frac{\partial p}{\partial x}$$

NOTA: VUOL DIRE CHE \underline{z} SI ANNULLA A CONTATTO CON IL TERRENO, MENTRE LONTANO DA ESSO $\underline{z} \rightarrow \underline{z}_g$.

$$\begin{cases} 0 = -f(v_g - v) + \rightarrow^2 \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \end{cases} \quad (I)$$

$$\begin{cases} 0 = f(u_g - u) + \rightarrow^2 \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \end{cases} \quad (II)$$

MOLTIPLICO LA II PER i E Poi SOMMO I E II.

OTTENGO

$$0 = f(iu_g - iv) + \checkmark \frac{\partial^2(iv)}{\partial z^2}$$

$$\checkmark \frac{\partial^2}{\partial z^2}(u + iv) = -f(iv_g - v_g) + f(iv - v)$$

$$\checkmark \frac{\partial^2}{\partial z^2}(u + iv) = -if(u_g + iv_g) + if(u + iv)$$

$$\checkmark \frac{\partial^2}{\partial z^2}(u + iv) - if(u + iv) = -if(u_g + iv_g)$$

PONENDO PER SEMPLICITÀ $v_g = 0$ (BASTA UNA ROTAZIONE DI ASSI),

$$\checkmark \frac{\partial^2}{\partial z^2}(u + iv) = if(u + iv) + ifu_g$$

NOTA: $a, b \in \mathbb{C}$, $a = u + iv$, $b = i \frac{1}{z}$,
 $a'' = ba + bu_g$.

CHE RISOLVO COME DI CONSUETO SOLO IL CAMBIO
 $a \rightarrow a + u_g$,
 $(a + u_g)'' = b(a + u_g)$

CHE AMMETTE SOLUZIONE

$$u + iv = A \exp \left\{ \sqrt{\frac{i}{2}} z \right\} + B \exp \left\{ -\sqrt{\frac{i}{2}} z \right\} + u_g$$

IMPOSIZIONE LE CONDIZIONI AL CONTORNO

$$z=0 \quad u=v=0 \quad (i)$$

$$\Rightarrow 0 = A + B + u_g$$

$$z=\infty \quad u=u_g, v=v_g=0$$

$$\Rightarrow u = Ae^{\infty} + Be^{-\infty} + u_g$$

(ii)

PERCHÉ NON ESPLODA,

$$A=0 \quad \Rightarrow \quad B = -u_g$$

(QUEST'ULTIMO DALLA (i)), ALLORA

$$u + iv = -u_g \exp \left\{ -\sqrt{\frac{i}{2}} z \right\} + u_g$$

$$\sqrt{\frac{i}{2}} = \sqrt{2}i \sqrt{\frac{1}{2}} := (1+i)\gamma$$

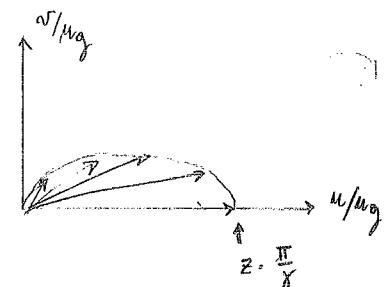
$$\gamma := \sqrt{\frac{1}{2}} \quad \sqrt{i} = \frac{1+i}{\sqrt{2}}$$

$$u + iv = u_g \left\{ 1 - e^{-(1+i)\gamma z} \right\} = u_g \left\{ 1 - e^{-\gamma z} e^{-i\gamma z} \right\}$$

$$e^{-i\gamma z} = \cos \gamma z - i \sin \gamma z$$

ABBIAMO OTTENUTO

$$u + i v = u_0 \left\{ 1 - e^{-\gamma z} \cos \gamma z + i e^{-\gamma z} \sin \gamma z \right\}$$
$$\begin{cases} u = u_0 (1 - e^{-\gamma z} \cos \gamma z) \\ v = u_0 e^{-\gamma z} \sin \gamma z \end{cases}$$



CHE E` L'EQUAZIONE DI UNA SPIRALE (SPIRALE DI EKMAN). PER $z = \frac{\pi}{\gamma}$,

$$u(z = \frac{\pi}{\gamma}) = u_0 (1 + e^{-\pi})$$

$$v(z = \frac{\pi}{\gamma}) = 0$$

IN REALTA` SI OSSERVA $u \approx u_0$ PER $z = 10 \text{ km}$ E NON $10 \text{ m} = \frac{\pi}{\gamma}$.

IL MOTIVO E` CHE $\gamma \approx 10^{-3}$ VA BENE A NIVELLO MOLECOLARE, MA IN ATMOSFERA A DOMINARE E` LA TURBOLENZA.

QUESTA E` CAUSATA PRINCIPALMENTE DA

- EDDIES : VORTICI GENERATI DALLA SHEAR VERTICALE. SI COMPORTANO COME GROSSE MOLECOLE.
- CONVEZIONE : SI INNESCA SOLO DURANTE IL GIORNO E DOMINA.

VENTO DI GRADIENTE

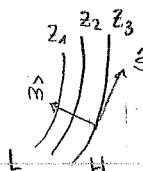
CONSIDERIAMO ORA IL CAMPO DI PRESSIONI A FIANCO. ANCHE SE LA VELOCITA` SEMBREbbe NON CAMBIARE (EQUISPIAZIATURA), POICHÈ LE LINEE SONO CURVE LA MASSA D'ARIA STA SUBENDO UNA ACCELERAZIONE.

SI ERA RICAVATA PER IL MOTO ORIZZONTALE

$$\frac{D\vec{v}}{Dt} = -\nabla_p \phi - f \hat{k} \times \vec{v} \quad (I)$$

NOTA: L'EQUAZIONE COMPLETA E'

$$\frac{D\vec{v}}{Dt} = F_p + F_c + F_n$$



PARLEREMO DI CIRCOLAZIONE CICLONICA QUANDO IL RAGGIO DI CURVATURA $R > 0$.

LAVORANDO INVECE IN COORDINATE NATURALI,

$$\underline{V} = V \hat{s}$$

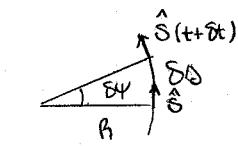
$$V > 0$$

$$\frac{D\underline{V}}{Dt} = - \frac{D}{Dt} (V \hat{s}) = \hat{s} \frac{DV}{Dt} + V \frac{D\hat{s}}{Dt}$$

$$\delta \psi = \frac{\delta s}{|R|}$$

$$\left| \frac{\Delta \hat{s}}{\Delta \psi} \right| \rightarrow |\hat{s}| = 1$$

$$\left| \frac{\partial \hat{s}}{\partial \alpha} \right| = \frac{1}{|R|}$$



DISCLAIMER: QUESTA
DIMOSTRAZIONE E'
ININTELLIGIBILE, MA VISTA
LA BANALITA' DEL RISULTATO
NON MI SPORZEREO' OLTRÉ
DI DARLE SENSO COMPLETO.

MA

$$\frac{\partial \hat{s}}{\partial \alpha} \parallel \hat{m}$$

$$\frac{\partial \hat{s}}{\partial \alpha} = \frac{\hat{m}}{|R|}$$

$$\frac{\partial \hat{s}}{\partial t} = \frac{\partial \hat{s}}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial t} = \frac{V}{|R|} \hat{m}$$

DA QUI

$$\frac{D\underline{V}}{Dt} = \hat{s} \frac{DV}{Dt} + \hat{m} \frac{V^2}{R}$$

* ACCELERAZIONE DI CORIOLIS

$$-\gamma \hat{k} \wedge \underline{V} = -\gamma V \hat{k} \wedge \hat{s} = -\gamma V \hat{m}$$

* GRADIENTE DI PRESSIONE

$$-\nabla_p \phi = -\frac{\partial \phi}{\partial s} \hat{s} - \frac{\partial \phi}{\partial m} \hat{m}$$

IDENTIFICHIAMO QUINDI NELLA (I)

$$\begin{cases} \frac{DV}{Dt} = -\frac{\partial \phi}{\partial s} \\ \frac{V^2}{R} = -\frac{\partial \phi}{\partial m} - \gamma V \end{cases}$$

$$\frac{D\underline{V}}{Dt} = \left(-\frac{\partial \phi}{\partial s} \right) \hat{s} + \left(-\frac{\partial \phi}{\partial m} - \gamma V \right) \hat{m}$$

(II)

INTRODUZIONE ALLE SEMPLIFICAZIONI

$$1) \frac{\partial \phi}{\partial s} = g_0 \frac{\partial^2}{\partial s^2} = 0 \quad (V = \text{cost.})$$

$$2) R = \text{cost.}$$

$$3) f = \text{cost.}$$

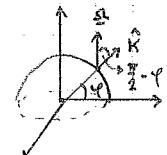
IL SISTEMA (II) SI RIDUCE ALLORA A

$$\frac{V^2}{R} = - \frac{\partial \phi}{\partial m} - fV$$

* CASO 1

$$\frac{V^2}{R} \ll - \frac{\partial \phi}{\partial m} - fV$$

NOTA: E' VERO SE STO A LATITUDINE FISSA.
OCCHIO CHE A ORIGINARE f_c NON E' LA CIRCOLAZIONE R , MA ANCORA SOLTANTO LA ROTAZIONE DELLA TERRA. SCRIVO $f_c = -f \hat{r} \cdot \hat{y}_g$, DOVE $f = 2\Omega \sin \psi$ TIENE CONTO DI $\hat{r} \cdot \hat{z}$, OVVERO DELLA COMPONENTE DI \hat{z} LUNGO \hat{r} .



(VERO PER $|R| \rightarrow \infty$)

* CASO 2

$$\frac{V^2}{R} \approx -fV$$

VALIDA SE $\frac{\partial \phi}{\partial m} \approx 0$: POICHÉ SI ERA IMPOSTO VERO SE IL CAMPO DI P E' UNIFORME.

$$\frac{\partial \phi}{\partial s} = 0, \text{ QUESTO E'}$$

* CASO 3

$$\frac{V^2}{R} \approx - \frac{\partial \phi}{\partial m} \gg fV$$

POICHÉ $f = 2\Omega \sin \psi$ (E ALL'EQUATORE $f=0$), QUESTO E' VERO PER BASSE LATITUDINI (SE V E' PICCOLO LO SAREBBE ANCHE V^2) O COMUNQUE SE $R \rightarrow 0$.

② FLUSSO INERZIALE

$$\frac{V^2}{R} = -fV \quad V > 0$$

$$V = -fR \Rightarrow R < 0$$

IN ATMOSFERA QUESTO NON PUO' SUCCEDERE: NON

NOTA: NEGLI OCEANI PUO' SUCCEDERE, PERCHÉ LI LA PRINCIPALE FORZA MOTRICE NON E' T_p MA L'ATTRITO DEL VENTO SULLA SUPERFICIE.



ANTI-CICLONICA
(ORARIO NELL'EMISFERO
NORD)

COMPARTE ALCUNA FORZA MOTRICE, MA CI SONO SOLO FORZE APPARENTI.

(3)

$$\frac{V^2}{R} = - \frac{\partial \phi}{\partial m} \Rightarrow V = \pm \sqrt{-R \frac{\partial \phi}{\partial m}}$$

PERCHE' V SIA REALE,

$$R > 0, \frac{\partial \phi}{\partial m} < 0$$

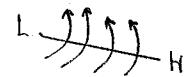
$$R < 0, \frac{\partial \phi}{\partial m} > 0$$

NOTA: IL SEGNO DI $\frac{\partial \phi}{\partial m}$ MI DICE DA CHE PARTE E' LA BASSA P ($\nabla P = \rho \nabla \phi$ E SI), ϕ CRESCHE CON P A 2 COSTANTE!

CICLONICO:

ANTIORARIO,

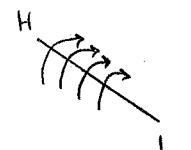
LOW P A SINISTRA.



ANTICICLONICO:

ORARIO,

HIGH P A DESTRA.



SONO ENTRAMBE POSSIBILI IN ATMOSFERA, MA LA PRIMA E' PIU' PROBABILE (IL VENTO GEOSTROFICO HA LOW P A SINISTRA).

(1)

$$\frac{V^2}{R} = - \frac{\partial \phi}{\partial m} - fV$$

SI BILANCIANO

$$C_e = \frac{V^2}{R} \quad C_o = -fV \quad P = - \frac{\partial \phi}{\partial m}$$

CENTRIFUGA

CORIOLIS

PRESSIONE

$$C_e = P + C_o$$

$$V^2 + fRV + R \frac{\partial \phi}{\partial m} = 0$$

SE

$$V > 0, \quad \frac{f^2 R^2}{h} - R \frac{\partial \phi}{\partial m} > 0$$

$$V = - \frac{fR}{2} \pm \sqrt{\frac{f^2 R^2}{h} - R \frac{\partial \phi}{\partial m}}$$

STUDIAMO QUINDI COSA SUCCIDE SE $R < 0$ (ARCOLAZIONE ANTICLONICA, a) O SE $R > 0$ (ARCOLAZIONE CICLONICA, c).

DISTINGUIAMO

a) $R < 0$: CIRCOLAZIONE ANTI CICLONICA

$$a+) \frac{\partial \phi}{\partial m} > 0$$

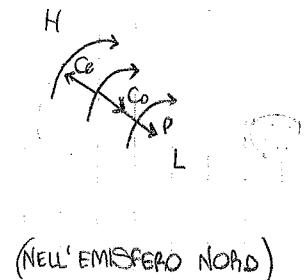
IL VENTO HA LA BASSA P A DESTRA (A DIFFERENZA DEL VENTO GEOSTROFICO):

$$|P| + |C_o| = |C_e|$$

$$a-) \frac{\partial \phi}{\partial m} < 0$$

STANOLTA

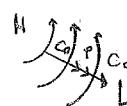
$$|P| + |C_o| = |C_e|$$



c) $R > 0$: CIRCOLAZIONE CICLONICA

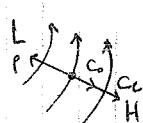
$$c+) \frac{\partial \phi}{\partial m} > 0$$

NON ESISTE (NON POSSONO BILANCIAZI).



$$c-) \frac{\partial \phi}{\partial m} < 0$$

$$|P| = |C_e| + |C_o|$$



QUANDO E' CHE SONO POSSIBILI?

$$a+) R < 0, \frac{\partial \phi}{\partial m} > 0$$

$$-\frac{fR}{2} = \frac{f|R|}{2} > 0$$

$$\frac{f^2 R^2}{4} - R \frac{\partial \phi}{\partial m} = \frac{f^2 R^2}{4} + |R| \frac{\partial \phi}{\partial m} > \frac{f^2 R^2}{4}$$

E VEDIAMO CHE

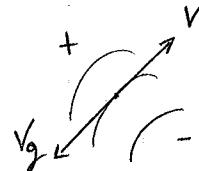
$$V_- = \frac{f|R|}{2} - \sqrt{\frac{f^2 R^2}{4} + |R| \frac{\partial \phi}{\partial m}} < \frac{f|R|}{2} - \sqrt{\frac{f^2 R^2}{4}} = 0$$

N. A.



INVECE

$$V_+ = \frac{f|H|}{2} + \sqrt{\dots} > 0$$



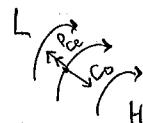
CHE E' ACCETTABILE, MA DA' UN VENTO CHE SCORRE IN VERSO OPPOSTO A V_g . SI PARLA DI CIRCOLAZIONE ANOMALA.

a-) SI HANNO

$$P < 0, \frac{\partial \phi}{\partial m} < 0$$

$$-\frac{fR}{2} = \frac{f|H|}{2} > 0 \quad \text{e} \quad \frac{f^2 R^2}{4} + |H| \frac{\partial \phi}{\partial m} > 0$$

$$\frac{f^2 R^2}{4} > |H| \frac{\partial \phi}{\partial m} \Rightarrow |H| < \frac{f^2 R^2}{4} \frac{\partial \phi}{\partial m} < 0 \Rightarrow |H| > \frac{f^2}{4} \left| \frac{\partial \phi}{\partial m} \right|$$



CHE MI DA' UN LIMITE INFERIORE A $|H|$: PIU' AUMENTA $\left| \frac{\partial \phi}{\partial m} \right|$ E PIU' LE LINEE DIVENTANO PIATTE. VICENDA SE R E' PICCOLO IL VENTO E' DEBOLE. CALCOLIAMO

$$V_- = \frac{f|H|}{2} - \sqrt{\frac{f^2 R^2}{4} - |H| \frac{\partial \phi}{\partial m}} > \frac{f|H|}{2} - \sqrt{\frac{f^2 R^2}{4}} = 0$$

NOTA: OSSERViamo CHE UN LIMITE SIMILE NON ESISTE NEL CASO CICLONICO. L'ASIMMETRIA E' DATA DALLA ROTAZIONE DELLA TERRA.

L'EQUILIBRIO DELLE FORZE SI HA SE

$$|P| + |C_{el}| = |C_0|$$

CON IL VENTO GEOSTROFICO ARREI AVUTO

$$|P| = |C_{0g}|$$

$|P|$ E' LA STESSA MENTRE $|C_{0g}| = |C_0| - |C_{el}|$, QUINDI

$$|C_{0g}| < |C_0| \quad fV_g < fV \Rightarrow V_g < V$$

CALCOLIAMO ORA

$$V_+ = \frac{f|H|}{2} + \sqrt{\frac{f^2 R^2}{4} - |H| \frac{\partial \phi}{\partial m}} > 0$$

$$V_+ > V_- > V_g$$

IL CHE CI DICE CHE V_- E' PIU' PROBABILE DI V_+ PERCHE' PIU' VIANA A V_g . V_+ SI DICE ACTA ANOMALE.

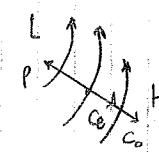
c) $R > 0$, $\frac{\partial \Phi}{\partial m} > 0$: IRREALIZZABILE.

c) $R > 0$, $\frac{\partial \Phi}{\partial m} < 0$

$$-\frac{fB}{2} < 0$$

$$V_- = -\frac{fB}{2} - \sqrt{\dots} < 0 \quad \text{No.}$$

$$V_+ = -\frac{fB}{2} + \sqrt{\frac{f^2 B^2}{4} - R \frac{\partial \Phi}{\partial m}} > -\frac{fB}{2} + \sqrt{\frac{f^2 B^2}{4}} = 0$$



PER LE FORZE

$$P = C_c + C_o = C_{og}$$

$$C_o + C_c = C_{og}$$

$$C_{og} > C_o \quad fV_g > fV \Rightarrow V_g > V$$

NOTA: QUI SOTTO SCRIVO $V_g < 0 < V$
PER INDICARE CHE V_g SCOMBE IN
VERSO OPPOSTO A V .

RICAPITOLANDO,

$B < 0$	$\frac{\partial \Phi}{\partial m} > 0$	ANTIACLONICA BASSA	$V_g < 0 < V$	BASSA ANOMALA	a+)
---------	--	--------------------	---------------	---------------	-----

$B < 0$	$\frac{\partial \Phi}{\partial m} < 0$	ANTIACLONICA ALTA	$V_- > V_g > 0$	ALTA REGOLARE	a-)
---------	--	-------------------	-----------------	---------------	-----

$B > 0$	$\frac{\partial \Phi}{\partial m} < 0$	ACLONICA BASSA	$V_+ < V_g$	BASSA REGOLARE	c-)
---------	--	----------------	-------------	----------------	-----

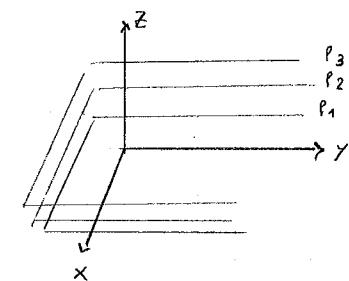
IN PRESENZA DI CURVATURA IL VENTO VERO V E' SOLO APPROSSIMATO DA V_g . TENENDO CONTO DELL'ACCELERAZIONE CENTRIPETA ABBIAMO TROVATO IL VENTO DI GRADIENTE.

NOTA: PARLO DI "ACLONICA BASSA" PER DIRE CHE AVVIENE ATTORNO A UN CENTRO DI BASSA PRESSIONE. E' REGOLARE SE segue l'andamento di V_g , CHE HA SEMPRE LE BASSE P A SINISTRA: PER QUESTO IL VENTO GEOSTROFICO HA CIRCOLAZIONE ACLONICA ATTORNO A CENTRI DI BASSA PRESSIONE E VICEVERSA. NEL TERZO CASO L'"ALTA ANOMALA" segue V_g MA E' MOLTO PIU' VELOCE.

VARIAZIONE DI v_g CON LA QUOTA

* SUPPONIAMO CHE P NON VARI LUNGO I PIANI XY ,

$$P(z) = P_0 e^{-z/H} \rightarrow z = -H \ln \frac{P}{P_0}$$



CONSIDERIAMO UNO STRATO DI SPESSEZZA

$$z_t - z_b = \Delta z = -H \ln \frac{P_t}{P_b}$$

MA SI ERA VISTO (EQUAZIONE IPSOMETRICA)

$$\Delta z = \frac{R_d}{g_0} \bar{T}_v \ln \frac{P_b}{P_t}$$

NOTA: OTTERMEI LO STESSO DIFFERENZIANDO $T(p)$ E INTEGRANDOLA TRA z_b E z_t . SE PERÒ z_b, z_t SONO VICINI, IN PRATICA MI MUOVO SU UNA ISOBARIA E \bar{T}_v È SEMPLICEMENTE LA SUA TEMPERATURA.

DEDUCIAMO CHE $\bar{T}_{T-B} = \text{cost.}$: LE ISOTERME SONO PARALLELE ALLE ISOBARIE.

POSSO SCRIVERE

$$T = \text{cost.} \cdot P$$

$$f(P, T) = P(T)$$

SI PARLA DI ATMOSFERA BAROTROPICA.

IL VENTO GEOSTROICO È QUINDI NULLO:

$$v_g = \tilde{f}^{\circ} \hat{R} \wedge \underbrace{\nabla_P z}_{=0} = 0$$

BAROTROPICA: $\nabla T = 0$
SU SUPERFI CI A PRESSIONE COSTANTE. LE SUPERFICI ISOTERME NON INTERSECCANO LE SUPERFICI ISOBARIE.

* SUPPONIAMO UN ANDAMENTO UN PO' PIÙ COMPLICATO.

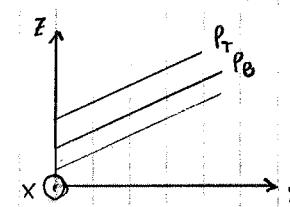
$$P = P_0 e^{-\frac{1}{H}(z-\alpha y)}$$

$$z - \alpha y = -H \ln \frac{P}{P_0}$$

POSSO UNO STRATO,

$$(z_t - \alpha y_t) - (z_b - \alpha y_b) = -H \ln \frac{P_t}{P_0} + H \ln \frac{P_b}{P_0}$$

$$\Delta z = -H \ln \frac{P_t}{P_b}$$



P VARIA LUNGO Y MA NON LUNGO X . INOLTRE I PIANI A P COSTANTE SONO ANCORA PARALLELI.

SI PARLA DI "EQUIVALENTE BAROTROPIC".

ANCORA TROVO $\Delta z = \text{cost.}$, DA QUI $\bar{T} = \text{cost.}$ E RICHO NEL CASO DI ATMOSFERA BAROTROPICA ANCHE SE I PIANI SONO INCLINATI.

TUTTANNA IN QUESTO CASO v_g NON È NULLO.

INFATTI

$$u_g = - \frac{g_0}{f} \frac{\partial \bar{z}}{\partial y} = - \frac{g_0}{f} \frac{\partial}{\partial y} \left(\alpha y - H \ln \frac{P}{P_0} \right) = - \frac{g_0}{f} \alpha v$$

NOTA: ERA
 $v_g = \frac{1}{f} \bar{r}_n \bar{T} \phi = \frac{g_0}{f} \bar{r}_n \bar{V}_p z$

ABBIAMO v_g DIRETTO VERSO OVEST (ENTRANTE, PERCHE' $\alpha > 0$) E INDIPENDENTE DALLA QUOTA.

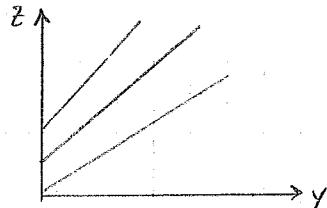
NOTA: FUNZIONA ANCHE CON $\bar{V}_h P$
 RICORDANDO $\frac{1}{H} = \frac{g}{f}$ E $P = P_{ATM}$.

* SUPPONIAMO ORA

$$z = +\alpha(P) \cdot y - H \ln \frac{P_0}{P}$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial P} < 0$$

$$P = P_0 e^{-\frac{1}{H}(2-\alpha(P) \cdot y)}$$



$$z_T - z_B = \Delta z = [\alpha(P_T) - \alpha(P_B)] y - H \ln \frac{P_T}{P_B} = \Delta z(y)$$

LE SUPERFICI ISOBARE
 NON SONO PIU' PARALLELE.

$$\bar{T}_{B,T} = \bar{T}_{B,T}(y)$$

$$u_g = - \frac{g_0}{f} \frac{\partial \bar{z}}{\partial y} = - \frac{\alpha(P) g_0}{f} = u_g(P)$$

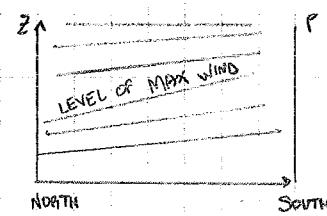
DONE NOTIAMO CHE u_g NON E' LO STESSO A TUTTE LE QUOTE: v_g PRESENTA UNO SHEAR VERTICALE.

$$\frac{\partial u_g}{\partial P} = - \frac{g_0}{f} \frac{\partial \alpha}{\partial P} > 0$$

NOTA: NELL'EMISFERO NORD FINO ALLA TROPOPAUSA SI HA $\frac{\partial \alpha}{\partial P} > 0$, QUINDI

$$u_g = - \frac{1}{f} \frac{\partial P}{\partial y} > 0 \text{ (WESTERLY)}$$

A FIANCO L'ANDAMENTO REALE IN TROPOSFERA:
 u_g CRESCE FINO ALLA TROPOPAUSA PER Poi DIMINUIRE. (ATMOSFERA BAROCINA).



DATA P_0 A LIVELLO TERRA, PER ANDARE A P_1

FACCIO UN SALTO $\Delta z \propto \bar{T}$; ALL'EQUATORE IL

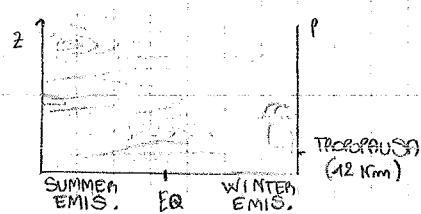
SALTO E' PIU' GRANDE CHE NON AI POI.

MANO A MANO CHE SALGO PER SALTI DI ΔP UGUALI

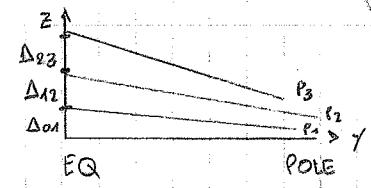
L'INCLINAZIONE DELLE LINEE DI PRESSIONE CRESCE

E QUINDI u_g E' PIU' GRANDE (E' PROPORZIONALE

ALL'INCLINAZIONE DELLE LINEE DI PRESSIONE).

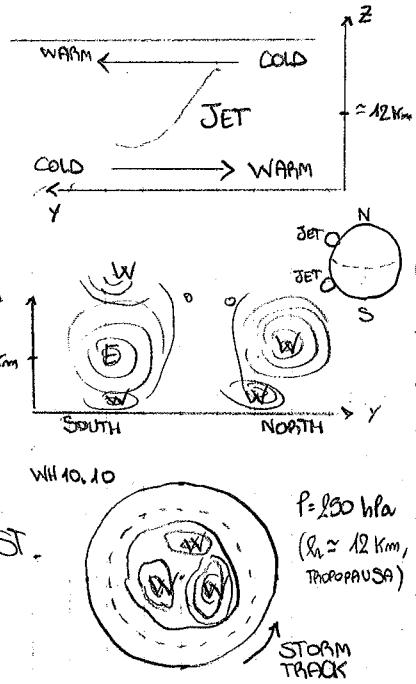


NOTA: DOPO LA TROPOPAUSA,
 L'ARIA SUL POLO E' PIU' CALDA
 DI QUELLA SULL'EQUATORIO!



Dopo la tropopausa $T(z)$ si "inverte" e quindi u_g decresce. In corrispondenza del massimo di u_g abbiamo i jet streams (u_g è la componente zonale di v_g).

Nel grafico, linee a $u = \text{cost}$. viste dal polo Nord (tratteggiate quelle negative, ossia easterly). Non sono uniformi per la presenza dei continenti, ma a sono centri in cui si formano cicloni che vanno a est.



VENTO TERMICO

C'è quindi una relazione tra lo spessore tra due livelli e la variazione di u_g con la quota: scriviamola in formule.

$$\frac{\partial^2}{\partial p} = \frac{1}{g_0} \frac{\partial \phi}{\partial p} = - \frac{1}{pg_0} = - \frac{R_d T_v}{g_0 p}$$

$$\frac{\partial u_g}{\partial p} = \frac{\partial}{\partial p} \left(- \frac{g}{g_0} \frac{\partial^2}{\partial z} \right) = - \frac{g_0}{g} \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{\partial^2}{\partial z} \right)$$

$$= - \frac{g_0}{g} \frac{\partial}{\partial p} \left(- \frac{RT}{g_0 p} \right) = - \frac{R}{g p} \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_p$$

$$\frac{\partial u_g}{\partial \ln p} = - \frac{R}{g} \frac{\partial T}{\partial p} \Big|_p$$

$$\frac{\partial u_g}{\partial \ln p} = - \frac{R}{g} \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_p$$

QUESTE ULTIME DUE RISCRIVIBILI COME

$$- \frac{\partial v_g}{\partial \ln p} = - \frac{R}{g} \hat{k} \wedge \nabla_p T$$

DETTA EQUAZIONE DEL VENTO TERMICO.

USANDO $P = P_0 e^{-z/H}$ (SEMPRE VERA IN FUNZIONE DI Z PERCHÉ $\frac{\partial p}{\partial z} = -pg_0$),

$$- \frac{\partial v_g}{\partial \ln p} \propto - \frac{\partial v_g}{\partial z} \propto \nabla_p T \propto \nabla_p z$$

NOTA: HO USATO $\frac{\partial p}{\partial z} = -pg_0$. NEL SEGUITO SOTTINTENDO R_d, T_v .

NOTA: PER DEFINIZIONE DI u_g , LA DERIVATA IN dz VA PRESA A P COSTANTE.

TRA L'ALTRO, SE L'ATMOSFERA NON È BAROCLINA, dT/dz PESA SU UNA SUPERFICIE ISOBARICA E' SEMPRE NULLA.

NOTA:
 $\frac{d \ln p}{d z} = \frac{dp}{p}$

NOTA: PUÒ DARSI INVECE CHE P VARI ALTAMENTI CON X E Y .

INTEGRANDO L'EQUAZIONE DEL VENTO TERMICO HO

$$\int_{u_g(p_0)}^{u_g(p_1)} du_g = - \frac{R}{f} \int_{p_0}^{p_1} \frac{\partial T}{\partial y} dhv$$

$$u_g(p_1) - u_g(p_0) = - \frac{R}{f} \int_{p_0}^{p_1} \frac{\partial T}{\partial y} dhv$$

E SIMILMENTE PER v_g

$$v_g(p_1) - v_g(p_0) = - \frac{R}{f} \int_{p_1}^{p_0} \frac{\partial T}{\partial x} dhv$$

DEFINIAMO QUINDI IL VETTORE VENTO TERMICO DI COMPONENTI

$$u_T = u_g(p_1) - u_g(p_0)$$

$$v_T = v_g(p_1) - v_g(p_0)$$

AVEMMO DEFINITO LA TEMPERATURA MEDIA VERTICALE

$$\int_{p_0}^{p_1} T dhv = \bar{T} \ln \frac{p_1}{p_0}$$

QUINDI

$$u_T = - \frac{R}{f} \ln \frac{p_0}{p_1} \frac{\partial \bar{T}}{\partial y}$$

$$u_g = - \frac{g_0}{f} \frac{\partial z}{\partial y}$$

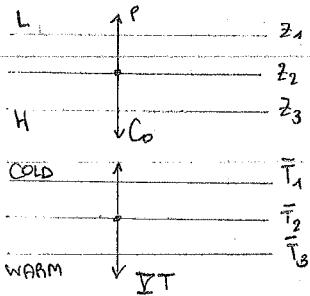
DA CONFRONTARSI CON

$$v_T = \frac{R}{f} \ln \frac{p_0}{p_1} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x}$$

$$v_g = + \frac{g_0}{f} \frac{\partial z}{\partial x}$$

CHE SONO LE EQUAZIONI DEL VENTO GEOSTROFICO, CON PASSAGGI ANALOGHI,

$$v_g = \frac{g_0}{f} \hat{k} \times \nabla_p z \quad \left(= \frac{1}{\rho_f} \hat{k} \times \nabla_h p \right)$$



$$v_T = \frac{R}{f} \ln \frac{p_0}{p_1} \hat{k} \times \nabla_p \bar{T}$$

ANALOGAMENTE AL BILANCIO GEOSTROFICO (FORZE DOVUTE AL GRADIENTE DI P E A CORIOLIS C_0), IN EQUILIBRIO DI VENTO TERMICO OSSERVIAMO UNA "FORZA" (NEL SENSO CHE BILANCI ∇T)

$$F = - f \ln \frac{p_0}{p_1} v_T$$

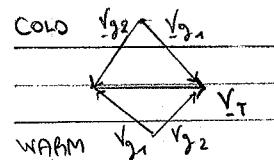
ABBIAMO QUINDI TRE BILANCI FONDAMENTALI:

- GEOSTROFICO
- IDROSTATICO
- DI VENTO TERMICO.

NOTA: LE LINEE ISOTERME SONO LE INTERSEZIONI DELLE SUPERFICI ISOBARICHE CON LE ISOTERME. QUESTE ESISTONO SOLO SE L'ATMOSFERA È BAROCINA.

IL VENTO TERMICO HA SEMPRE IL "FREDDO" A SINISTRA.

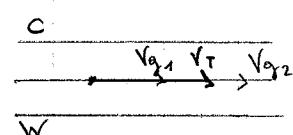
$$V_t = V_{g_2} - V_{g_1}$$



V_t IN FIGURA È DETERMINATO DALLA ROTAZIONE DEL V_g IN SENSO ANTIORARIO (SOPRA) O ORARIO (SOTTO) NEL SENSIBILE. NEL PRIMO CASO V_t PORTA ARIA CALDA E VICEVERSA:

- ANTIORARIO : AVVEZIONE FREDDA (CIAONICO)
- ORARIO : AVVEZIONE CALDA (ANTICIAONICO)

E' POSSIBILE UN TERZO CASO SENZA AVVEZIONE.



POLCHE' V_t È LA DIFFERENZA DEI V_g A DIVERSE ALTEZZE; AD ALTEZZA INTERMEDIA AVVIENE IL TRASPORTO DI ARIA E GUARDANDO DOVE SONO W, C PRIMA E DOPO DEDUCO CHE C'È STATA AVVEZIONE.

LA NOSTRA ATMOSFERA È IN GENERE BAROCINA (IL VENTO GEOSTROFICO CAMBIA CON LA QUOTA).

NOTA: PER CAPIRE LA AVVEZIONE, NOTA CHE V_{g_1} E V_{g_2} INCROCIANO LE ISOTERME NELLO STESSO SENSO: C'È STATO MOVIMENTO DI VENTO CALDO / FREDDO.

VELOCITÀ VERTICALE

FINORA L'AVEMMO TRASCURATA PERCHE' IN EFFETTI È PICCOLA.

SI ERANO RISTE, IN COORDINATE ISOBARICHE,

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial p} = 0$$

CONSERVAZIONE DELLA MASSA

$$\omega \approx - \rho g w \quad (= \frac{dp}{dt})$$

VELOCITÀ VERTICALE

POSSO RICAVARE DA QUESTE

$$\frac{\partial w}{\partial p} = - \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = - \underbrace{\nabla_h \cdot \mathbf{V}}_{CONVERGENZA}$$

$$w(p_2) - w(p_1) = - \int_{p_1}^{p_2} \nabla_h \cdot \mathbf{V} dp$$

$$w(p) = - \int_{p_0}^p \nabla_h \cdot \mathbf{V} dp$$

INFATTI SI PUO' ASSUMERE $w(p_0) = 0$ AL T.O.A.; TUTTAVIA

$$\nabla_h \cdot \mathbf{V} = \nabla_h \cdot (\mathbf{V}_g + \mathbf{V}_a) = \nabla_h \cdot \mathbf{V}_a$$

QUINDI IN REALTA' QUESTO NON E' UN GRAN METODO PER CALCOLARE w . SI VIDE PERO' CHE SE C'E'

- CONVERGENZA: L'ARIA SALE ($w < 0$) \leftarrow BASSA p (VEDI NOTA)
- DIVERGENZA: L'ARIA SCENDE ($w > 0$) \leftarrow ALTA p

SE AD ESEMPIO PRODUO INQUINAMENTO D'INVERNO E CAPITANO GIORNATE DI ALTA p , QUELLO RESTA LI: A QUESTO EFFETTO SINOTTICO SI OPPORREBBE LA CONNEZIONE LOCALE, MA NON DI INVERNO QUANDO IL TERRENO E' FREDDO.

POSSO INFINE STIMARE

$$w \sim 10^{-2} \text{ m/s} = 10^0 \text{ cm/s} = 3.6 \text{ m/h}$$

NOTA: RICORDAI LA CELLA DI HADLEY? SULL'EQUATORE I VENTI CONVERGONO, QUINDI L'ARIA SALE E SI RAFFREDDA; L'ACQUA CONDENSA E PIOVE (INFATTI IL MASSIMO DI PRECIPITAZIONI E' SULL'EQUATORE).

NOTA: IL VENTO GEOSTROFICO HA LE BASSE p A SINISTRA E QUINDI GIRA IN SENSO ANTORARIO ATTORNO A CENTRI DI BASSA p : SI E' VISTO PERO' CHE IL VENTO VERO DENIA VERSO IL CENTRO PERCHE', A CAUSA DELL'ATTRITO E DELLA VISCOSITA', LA VELOCITA' CALA E LA FORZA DI CORIOLIS NON E' PIU' IN GRADO DI BILANCiare IL GRADIENTE DI PRESSIONE. QUESTO SPIEGA PERO' SI OSSERVA CONVERGENZA IN REGIONI DI BASSA PRESSIONE.

NOTA: TRA POPO SI AFFERMA CHE, SE C'E' CONVERGENZA ($\nabla_h \cdot \mathbf{V} < 0$), L'ARIA SALE ($w < 0$). IL PROBLEMA DI SEGNI SI RISOLVE RICORDANDO CHE LA DIREZIONE "GIUSTA" IN CUI INTEGRARE E' PER 2 CRESCENTI (INFATTI HO USATO $\frac{\partial}{\partial z} = -\frac{\partial}{\partial p}$ PER DERIVARE L'EQUAZIONE DELLA CONSERVAZIONE DELLA MASSA). ORA QUESTO FENOMENO HA DEFINITO $p_0 = 0$ AL T.O.A. E INTEGRA PER p CRESCENTI, MA SALTA FUORI UN SEGNO MENO PERCHE', DIETRO LE QUINTE, STIAMO INTEGRANDO IN GIU' PER 2 DECRESCENTI.

CIRCOLAZIONE

AVENAMO DEFINITO

$$C = \oint \underline{V} \cdot d\underline{s}$$

POSITIVA SE IL CIRCUITO E' PERCORSO IN SENSO ANTERARIO ($C > 0$ CLONICA NELL' EMISFERO NORD).

CONSIDERIAMO UN ANELLO DI FLUIDO IN ROTAZIONE RIGIDA. DEFINIAMO LA DIREZIONE \hat{s} TANGENTE E \hat{m} ORTOGONALE A SINISTRA COSÌ CHE

$$\underline{B} = -\hat{m} \Omega$$

Allora

$$\underline{V} = \Omega \wedge \underline{B} = \Omega \underline{R} (+\hat{k} \wedge \hat{m}) = \Omega R \hat{s}$$

$$C = \oint \underline{V} \cdot d\underline{s} = \oint \Omega R \hat{s} \cdot R dN \hat{s} = \oint \Omega R^2 dN = 2\pi R^2 \Omega = 2\Omega A$$

LAVORANDO NEL SISTEMA INERZIALE, CALCOLIAMO L' INTEGRALE SU UN CIRCUITO CHIUSO SUI DUE MEMBRI DELL' EQUAZIONE DI EULERO.

$$C_a = \oint \underline{V}_a \cdot d\underline{s}$$

CIRCOLAZIONE ASSOLUTA

$$\frac{D_a \underline{V}_a}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + g$$

$$\oint \frac{D_a \underline{V}_a}{Dt} \cdot d\underline{s} = - \oint \frac{1}{\rho} \nabla p \cdot d\underline{s} + \oint g \cdot d\underline{s}$$

MA

$$g \cdot d\underline{s} = -g \hat{k} \cdot d\underline{s} = +g dz - \frac{\partial \phi}{\partial z} dz = -d\phi$$

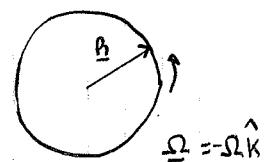
$$\oint d\phi = 0$$

INOLTRE OSSERVIAMO CHE

$$\frac{D_a (\underline{V}_a \cdot d\underline{s})}{Dt} = - \frac{D}{Dt} (\underline{V}_a \cdot d\underline{s}) = \frac{D \underline{V}_a}{Dt} \cdot d\underline{s} + \underline{V}_a \frac{D(d\underline{s})}{Dt}$$

E' UNO SCALARE,
NON DIPENDE DAL SR

$$\delta(d\underline{s}) = \delta(dx) \hat{i} + \delta(dy) \hat{j} + \delta(dz) \hat{k}$$



$$d\underline{s} = R dN \hat{s}$$

NOTA: SUPERFLUO AD A,
 $\oint \underline{V} \cdot d\underline{s} = \oint \underline{V}_{ds} = \sqrt{\rho} ds$

COME ABBIAMO VISTO STUDIANDO LO STRAIN RATE,

$$\delta(\underline{dx}) = du \underline{st}$$

$$\delta(\underline{ds}) = du \underline{st} \hat{i} + dw \underline{st} \hat{j} + dw \underline{st} \hat{k}$$

$$\frac{\delta(\underline{ds})}{dt} = du \hat{i} + dw \hat{j} + dw \hat{k} = \frac{dV_a}{dt} \xrightarrow{dt \rightarrow 0} \frac{D(\underline{ds})}{Dt}$$

DA QUI

$$\frac{D\underline{V_a}}{Dt} \cdot \underline{ds} = \frac{D}{Dt} (\underline{V_a} \cdot \underline{ds}) - \underline{V_a} \cdot \underline{dV_a}$$

$$= \frac{D}{Dt} (\underline{V_a} \cdot \underline{ds}) - \frac{1}{2} dV_a^2$$

$$\oint \frac{D\underline{V_a}}{Dt} \cdot \underline{ds} = \oint \frac{D(\underline{V_a} \cdot \underline{ds})}{Dt} - \underbrace{\oint \frac{1}{2} dV_a^2}_0 = \oint \frac{D}{Dt} (\underline{V_a} \cdot \underline{ds})$$

SE IL CIRCUITO NON CAMBIA NEL TEMPO,

$$\frac{D}{Dt} (\oint \underline{V_a} \cdot \underline{ds}) = \oint \frac{D\underline{V_a}}{Dt} \cdot \underline{ds}$$

$$\frac{D}{Dt} C_{av} = - \oint \frac{1}{\rho} \nabla p \cdot \underline{ds} = - \underbrace{\oint \frac{1}{\rho} dp}_{\substack{\text{CIRCOLAZIONE} \\ \text{ASSOLUTA}}} \quad \underbrace{\text{INTEGRALE BAROCINO}}$$

DETTO TEOREMA DELLA CIRCUITAZIONE.

SE L'ATMOSFERA E' BAROTROPICA OTTENGO

$$\frac{D}{Dt} C_{av} = 0$$

DETTO TEOREMA DELLA CIRCUITAZIONE DI KELVIN.

INFATTI SE L'ATMOSFERA E' BAROTROPICA LE SUPERFICI ISOBARE

SONO PARALLELE ALLE ISOTERMICHE E

$$\nabla p \propto \nabla T \propto \nabla f$$

L'INTEGRANDO VALE ALLORA

$$\frac{\nabla p}{\rho} \cdot d\bar{s} \propto \frac{\nabla p}{\rho} \cdot d\bar{s} = \frac{dp}{\rho} = dm_p$$

QUINDI

$$\oint \frac{\nabla p}{\rho} \cdot d\bar{s} \propto \oint dm_p = 0$$

* TUTTANIA LA CALCOLAZIONE ASSOLUTA C_a NON CI AIUTA MOLTO.

METTIAMOVI IN UN SISTEMA ROTANTE; POICHÉ $\underline{V}_a = \underline{V} + \underline{V}_e$,

$$C_a = \oint \underline{V} \cdot d\bar{s} + \oint \underline{V}_e \cdot d\bar{s} = C + C_e$$

VISTO SULLA TERRA ROTAZIONE DEL SISTEMA TERRA

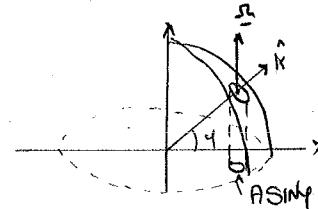
DAL TEOREMA DI STOKES

$$\oint \underline{V}_e \cdot d\bar{s} = \iint_A (\nabla \times \underline{V}_e) \cdot \hat{n} dA \quad \underline{V}_e = \underline{\Omega} \times \underline{B}$$

SI CALCOLA FACILMENTE

$$\nabla \times (\underline{\Omega} \times \underline{B}) = 2\underline{\Omega}$$

PERCIÒ



$$\oint \underline{V}_e \cdot d\bar{s} = \iint_A \nabla \times (\underline{\Omega} \times \underline{B}) \cdot \hat{n} dA \approx \iint_A 2\underline{\Omega} \cdot \hat{k} dA$$

$$= 2\Omega \sin \varphi \iint_A dA = 2\Omega \sin \varphi A = f A$$

POSso SCRIVERE

$$C_e = f A$$

$$A' := A \sin \varphi$$

DA QUI

$$\frac{Dc}{dt} = \frac{Dc_a}{dt} - \frac{Dc_e}{dt} = \frac{Dc_a}{dt} - 2\Omega \frac{D A'}{dt}$$

$$= \frac{Dc_a}{dt} - \frac{D}{dt} (f A)$$

ESEMPIO ($\frac{DC_a}{dt}$)

ANELLO DI ATMOSFERA $R = 100 \text{ Km}$ ALL'EQUATORE

$$V_g = 0, \quad \psi = 0, \quad P = \text{cost.} \quad (\Omega = 7.3 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1})$$

ALLORA

$$C_{eq} = 0 = C_a - 2\Omega A^1 = C_a - 2\Omega A \sin \psi = C_a$$

LA CIRCOLAZIONE E' DOVUTA SOLO A QUELLA ASSOLUTA.

SE CI SPOSTIAMO AI POLO PARTENDO DA $V_g = 0$ ($C_a = 0$) LUNGO UN'ISOBARIA,

$$\frac{DC_a}{dt} = - \oint \frac{\nabla P}{f} \cdot d\vec{s} = 0 \Rightarrow \Delta C_a = 0$$

$$\Delta C = C_{polo} - C_{eq} = C_{polo}$$

$$= \underbrace{\Delta C_a}_{0} - 2\Omega \Delta A^1 = - 2\Omega A \left(\sin \frac{\pi}{2} \right) = - 2\Omega A$$

$$C_{polo} = - 2\Omega A$$

ONDEMO LA VELOCITA' TANGENZIALE ORA E' NON NULLA, RICAVIAMOLA:

$$C_{polo} = \oint V_{polo} \cdot d\vec{s} = V_{polo} \oint ds = V_{polo} 2\pi R$$

$$- 2\Omega \pi R^2 = V_{polo} 2\pi R \Rightarrow V_{polo} = - \Omega R \approx - 7.3 \text{ m/s}$$

SE STO SULLA TERRA VEDO CHE PORTANDO UN ANELLO DALL'EQ. AL POLO QUESTO SI METTE A GIRARE (IN REALTA' E' LA TERRA A GIRARGLI ATTORNO). NOTA CHE LA DIREZIONE E' ANTICLONICA (r. focus).

ESEMPIO: BREZZE ($\frac{DC_a}{dt}$)

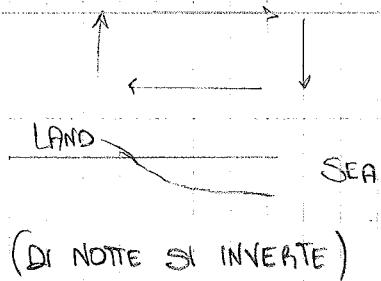
BREZZA DI MARE (DI GIORNO) E BREZZA

DI TERRA (NOTTE). A ROMA LA BREZZA DI

MARE SI CHIAMA PONENTINA PERCHE' VIENE

DA OVEST.

(GRAFIA SODAR, CHE MANDA IMPULSI ACUSTICI 4000 Hz RIFLESSI DAGLI STRATI TERMICAMENTE INSTABILI E DOPPLER-SHIFTATI IN BASE A \downarrow).



(DI NOTTE SI INVERTE)

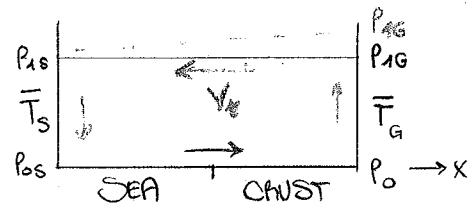
$$\textcircled{1} \quad \bar{T}_S = \bar{T}_G$$

$$P_{1S} = P_{1G}, P_{1S} = P_{1G}$$

$$\textcircled{2} \quad \bar{T}_G > \bar{T}_S$$

$$P_{1G} > P_{1S} \Rightarrow \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_z > 0$$

$$\textcircled{3} \quad P_{1S} > P_{1G} \Rightarrow \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_z < 0$$



NOTA: IL MODO MIGLIORE DI VEDERLO E' DALL'EQUAZIONE ISOMETRICA,

$$Z(p_1) - Z(p_0) = \frac{g}{\rho} \bar{T} \ln \frac{p_0}{p_1}$$

(INFATTI HO PORTATO ARIA DALLA TERRA AL MARE \rightarrow PIU' MASSA \rightarrow PIU' P).

SU QUESTO CIRCUITO

$$\frac{DC}{Dt} = - \oint \frac{dp}{\rho} = - \oint R \bar{T} \frac{dp}{\rho} = - \oint R \bar{T} d\ln \rho$$

$$= - \int_{p_1}^{p_0} R \bar{T}_G d\ln \rho - \int_{p_1}^{p_0} R \bar{T}_S d\ln \rho = R \ln \frac{p_0}{p_1} (\bar{T}_G - \bar{T}_S)$$

(SUI TRATTI "ORIZZONTALI" L'INTEGRALE E' NULLO). ESPRIMENDO

$$C = SV$$

$$S = 2(L+h)$$

NOTA: E' NULLO PERCHE' NON SONO "ORIZZONTALI"; MI FACCIO FUROBO E SEGUO LE ISOBARE ($d\rho = 0$).

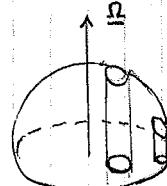
OTTENGO

$$\frac{DC}{Dt} = \frac{D}{Dt} [2(L+h)V] = 2(L+h) \frac{DV}{Dt}$$

$$\frac{DV}{Dt} = \frac{R \ln (p_0/p_1)}{2(L+h)} (\bar{T}_G - \bar{T}_S)$$

SUPPONENDO $L = 20 \text{ km}$, $h = 1 \text{ km}$, $\Delta \bar{T} = 10^\circ \text{C}$, $p_0 = 1000 \text{ hPa}$, $p_1 = 900 \text{ hPa}$,

$$\frac{DV}{Dt} \approx 7 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



FOCUS: SULL'ESEMPIO $\frac{DC}{Dt}$

E' UN PROBLEMA DI CONSERVAZIONE DEL MOMENTO ANGOLARE LUNGO Ω E COME TALE RIGUARDA

SOLI LE PROIEZIONI DELLE AREE SUL PIANO SU CUI GIACE L'EQUATORE. VISTO DA FUORI, UN

ANELLO CHE GIRA CON LA TERRA SI ALLARGA DI COLPO E PERDE IN VELOCITA' ANGOLARE; VISTO DALLA TERRA, E' COME SE ANNESSE ACQUISTATO UNA COMPONENTE DI ROTAZIONE ANTIACLONICA.

VORTICITÀ

$$\underline{\omega} = \nabla \times \underline{u}$$

DEFINIAMO VORTICITÀ ASSOLUTA

$$\omega_a = \nabla \times \underline{v}_a$$

E VORTICITÀ RELATIVA (NEL SISTEMA NON INERZIALE)

$$\underline{\omega} = \nabla \times \underline{v}$$

IN CARTESIANE

$$\underline{\omega} = \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}, \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

L'ANALISI DI SCALA DA'

$$\frac{\partial w}{\partial x} \sim \frac{\partial w}{\partial y} \sim \frac{w}{L} \sim 10^{-8} \text{ s}^{-1}$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} \sim \frac{\partial v}{\partial x} \sim \frac{v}{L} \sim 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} \sim \frac{\partial v}{\partial z} \sim \frac{v}{H} \sim 10^{-3} \text{ s}^{-1}$$

PERCIA'

$$w_x \sim 10^{-3} \text{ s}^{-1}$$

$$w_y \sim 10^{-3} \text{ s}^{-1}$$

$$w_z \sim 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

POSSANO TRASCHIUDERE IL TERMINE VERTICALE? A PARTE FENOMENI COME I FRONTI, I FENOMENI ATMOSFERICI AVENGONO SUL PIANO XY E QUINDI E' PROPRIO w_z A INTERESSARSI (ANCHE SE PICCOLE INCLINAZIONI FANNO SUBENTRARE w_x, w_y DANDO CONTRIBUTI IMPORTANTI). INDICHIAMO CON

$$\eta = \frac{\partial v_a}{\partial x} - \frac{\partial u_a}{\partial y} = (\omega_a)_z$$

$$\gamma = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = (\omega)_z$$

COME LE LEGGI?

$$\underline{V}_a = \underline{V} + \underline{V}_e$$

$$(\nabla_a \underline{V}_a)_z = \eta$$

$$(\nabla_a \underline{V})_z = \zeta$$

$$\nabla_a \underline{V}_e = 2\Omega$$

$$2\hat{k} \cdot \Omega = 2\Omega \sin \gamma = f$$

DA QUI (∇_a E' LINEARE)

$$\eta = \zeta + f$$

$$f \sim 5 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}, \quad \zeta \sim 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

E' PER QUESTO CHE NELL'EMISFERO NORD (DOVE $f > 0$) SI HA $\eta > 0$.

RICORDIAMO CHE

VORTICITÀ = SHEAR + ROTAZIONE



* CHE RELAZIONE C'E' TRA ARCOLAZIONE E VORTICITÀ? SI E' VISTO ($C_e = f A$) CHE VALE

$$f = \frac{\delta C_e}{\delta A}$$

E SI DEMOSTRA CHE SIMILMENTE

$$\zeta = \frac{\delta C}{\delta A}$$

$$\eta = \frac{\delta C_a}{\delta A}$$

CHI SONO I FATTORI CHE FANNO VARIARE QUESTE QUANTITA'?

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \hat{k} \cdot \left(\nabla_a \frac{\partial \underline{V}}{\partial t} \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + \underline{V} \cdot \nabla u \right) = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - f u$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + \underline{V} \cdot \nabla u \right) = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + f v$$

PRENDO LA DIFFERENZA TERMINE A TERMINE.

CONSIDERANDO

$$\eta = g + f = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} + f$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial t} = 0$$

OTTENGO

$$\frac{D\eta}{Dt} = -\eta \nabla_h \cdot V + \frac{1}{f^2} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\partial p}{\partial y} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial z} \right)$$

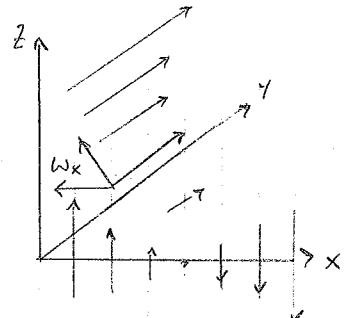
VARIAZ. CONVERGENZA GENERAZIONE BAROCINA VARIAZIONE DEL VENTO VERTICALE
 VORTICITA' (PATTINATORE CHE APRE LE BRACCIA) $\rightarrow \oint \frac{1}{f} \nabla p \cdot ds$
 (ANALOGO AL MOMENTO ANGOLARE) ↑ PRODUCE VORTICITA'
 NON E' UNA SORGENTE MA SOLO UN RINFORZO

USO QUESTA EQUAZIONE PER FARLE PREDISSIONI (SI E' VISTO CHE NOTA η RI COSTRUISCO IL CAMPO DI VELOCITA').

SUPPONIAMO COME A FIANCO CHE $V = V \hat{i}$ E CHE CRESCA CON LA QUOTA:

$$\omega_x = - \frac{\partial w}{\partial z} < 0$$

SUPPONIAMO INOLTRE $\frac{\partial w}{\partial x} < 0$: ALLORA IL VENTO TENDE A FUOTARE E SI GENERA VORTICITA'.

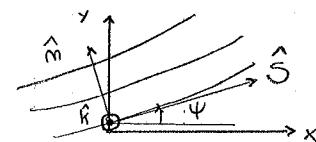


RIASSUNTO: DINAMICA ATMOSFERICA

* CONCETTI INTRODUTTIVI

- SCALE: MICROSCALA, MESOSCALA, SINOTTICA, PLANETARIA
- FLUIDO VS SOLIDO: DEFORMAZIONI CON CUI REAGISCONO ALLE FORZE.
- LINEE DI FUSSO: TANGENTI A \vec{V} , NON SI INCONTRANO, PIÙ ATTRE SE $\vec{V} \gg$.
- TRAIETTORIE: PERCORSI DELLE MASSE D'ARIA (SE STAZIONARIO, = STREAMLINES).
- STREAMLINES: POSIZIONI DELLE PARTICELLE PASSATE PER UN DATO PUNTO.

* COORDINATE NATURALI



- SHEAR $- \frac{\partial V}{\partial S}$ $\rightarrow \rightarrow$
- CURVATURA $\sqrt{\frac{\partial^2 V}{\partial S^2}}$ $\rightarrow \rightarrow \rightarrow$
- DIFFLUENZA $\sqrt{\frac{\partial V}{\partial M}}$ $\leftarrow \rightleftarrows \rightarrow$
- STRETCHING $\frac{\partial V}{\partial S}$ $\rightarrow \rightarrow \rightarrow$

• VORTICITÀ $\zeta = \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} = \hat{k} \cdot (\nabla \times \vec{V})$

SHEAR + CURVATURA

• DIVERGENZA $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \nabla \cdot \vec{V}$

DIFFLUENZA + STRETCHING

- DEFORMAZIONE
 - STRETCHING $\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y}$
 - SHEARING $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \\ & \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \end{aligned}$$

* TASSI DI DEFORMAZIONE

- NORMAL STRAIN RATE

$$\frac{1}{\text{st}} \frac{d(\delta x_1)}{dx_1} = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \Rightarrow \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1}, \frac{\partial u_2}{\partial x_2}, \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) = \frac{\partial \vec{u}}{\partial x_1}$$

- VOLUME STRAIN RATE

$$\frac{1}{\text{sv}} \frac{\partial (\delta r)}{\partial t} = \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = \nabla \cdot \vec{u} = \text{Tr}(\nabla \vec{u}) = \text{Tr} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = 1/2 (e_{ij}) = \frac{1}{2} \delta_{ij} e_{ij}$$

GRADIENTE DI VELOCITÀ

- SHEAR STRAIN RATE

$$\frac{\partial \gamma_{ij}}{\partial t} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \Rightarrow e_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

TENSORE TASSO DI DEFORMAZIONE (SIMMETRICO)

* ROTAZIONE

$$\underline{\omega} = \nabla \wedge \underline{u}$$

$$\zeta = (\underline{\omega})_z \quad \text{VORTICITÀ}$$

$$\Gamma = \oint \underline{u} \cdot d\underline{s} = \int_A (\nabla \wedge \underline{u}) \cdot d\underline{A} = \int_A \underline{\omega} \cdot d\underline{A} \quad \text{CIRCOLAZIONE}$$

$$du_i = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} dx_j \quad du = (\nabla \otimes \underline{u}) \cdot d\underline{x}$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_j} = e_{ij} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) = e_{ij} + \frac{1}{2} \gamma_{ij}$$

TENSORE ROTAZIONE (ANTISIMMETRICO)

$$\gamma_{ij} = -\epsilon_{ijk} w_k$$

$$d\underline{u} = \hat{e} \cdot d\underline{x} + \frac{1}{2} \underline{w} \wedge d\underline{x} \Rightarrow du_i = \left(e_{ij} + \frac{1}{2} \gamma_{ij} \right) dx_j$$

* DERIVATE E ANNESSIONE

- APPROCCIO LAGRANGIANO: FISSO \underline{x} . PER UN GRUPPO DI MOLECOLE E LE SEGUO

$\frac{dA}{dt}$

$A_{\underline{x}_0}$

DERIVATA SOSTANZIALE

- APPROCCIO EULERIANO: MISURO IN UN VOLUME CHE SIOSTO IN GRAD CON VELOCITÀ \underline{V} .

$$\frac{dA}{dt} = \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial A}{\partial x_i} \frac{\partial x_i}{\partial t} = \frac{\partial A}{\partial t} + \underline{V} \cdot \nabla A$$

VARIAZIONE LOCALE VARIAZIONE DONUTA ALLO SPOSTAMENTO DEL VOLUME

SE MI SPOSTO CON $\underline{V} = \underline{V}$ DEL FLUIDO,

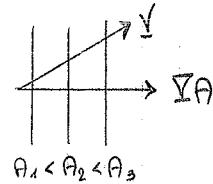
$$\frac{dA}{dt} \Big|_{\text{in } \underline{V}} = \frac{\partial A}{\partial t} - \frac{\partial A}{\partial t} + \underline{V} \cdot \nabla A$$

DA QUI

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{\partial A}{\partial t} - \underline{V} \cdot \nabla A$$

ANNESSIONE

SE LA PROPRIETÀ A NON CAMBIA PER LE MOLECOLE ($\frac{\partial A}{\partial t} = 0$), LA VARIAZIONE LOCALE È DONUTA AL FATTO CHE STO PORTANDO FLUIDO CON A PIÙ PICCOLA NEL PUNTO IN QUI STO FACENDO LA MISURA.



* CONSERVAZIONE DELLA MASSA

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \underline{V}) = 0$$

$$\frac{dp}{dt} + \int \nabla \cdot \underline{V} = 0$$

SE IL FLUSSO È STAZIONARIO ($\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$) È ANCHE OMOGENEO ($\nabla \cdot (\rho \underline{V}) = 0$).

SE IL FLUSSO È INCOMPRESSIBILE ($\frac{\partial p}{\partial t} = 0$) È ANCHE SOLENODALE ($\nabla \cdot \underline{V} = 0$).

* MOTI VERTICALI

BILANCO IDROSTATICO

LA TERZA COMPONENTE DI NAVIER-STOKES DA' IN PRIMA APPROSSIMAZIONE

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$$

COORDINATE ISOBARICHE

VOGLIO SCRIVERE ∇_g SENZA DOVER RICORRERE ALLA PRESSIONE. SI DEMOSTRA CHE

$$\frac{1}{\rho} \nabla_z p = g_0 \nabla_p z = \nabla_p \phi \quad \nabla_g = \frac{g_0}{\rho} \hat{k} \wedge \nabla_p z$$

VELOCITA' VERTICALE ISOBARICA

$$w = \frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla_h \cdot \nabla_h p - pg_m \approx -pg_m$$

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial p}$$

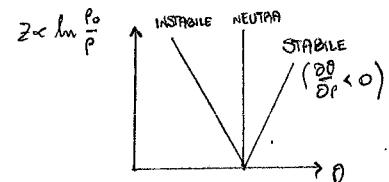
POSSO RISCRIVERE COSÌ NAVIER-STOKES. LA CONSERVAZIONE DELLA MASSA DA'

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)_p + \frac{\partial w}{\partial p} = 0$$

* EQUAZIONE DELL'ENERGIA TERMODINAMICA

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\nabla_h \cdot \nabla_h T - \frac{T \frac{\partial \theta}{\partial p}}{\theta \frac{\partial p}{\partial t}} w + \frac{J}{C_p}$$

VARIAZ. TEMPORALE ANNESSIONE ORIZZONTALE ANNESSIONE VERTICALE IMMISIONE DI CALORE



L'ATMOSFERA SI SCALDA SE

- a) ATMOS. STABILE ($\frac{\partial \theta}{\partial p} < 0$) E L'ARIA SALE ($w < 0$)
- b) ATMOS. INSTABILE ($\frac{\partial \theta}{\partial p} > 0$) E L'ARIA SCENDE ($w > 0$).

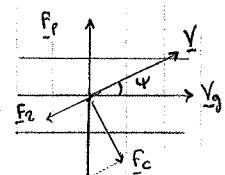
* FORZE VISCOSE

GLI ATTRITI RAFFRENTANO ∇ E QUINDI F_c NON COMPENSA PIÙ F_p .

∇ GIRA VERSO LA BASSA \vec{p} E IL NUOVO EQUILIBRIO SI HA PER

$$F_p = F_r + F_c$$

$$\Rightarrow \nabla = \nabla_g \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{F_c}{F_p})^2}} < \nabla_g$$



POSSO RIAGGIUNGERE F_c NELLA CONS. DEL

MOMENTUM (NEL CASO INCOMPRESSIBILE E' SOLO $\nabla \cdot \nabla^2 V$, CON $\nabla \approx 10^{-3}$). IMPOSANDO

$$\nabla(z=0) = 0, \quad \nabla(z \rightarrow \infty) = \nabla_g$$

RISOLVO LE EQUAZIONI DELLA SPIRALE DI ECKMAN E SCOPPO CHE $u = u_{\infty}$ PER LA PRIMA VOLTA

PER $\tilde{z} = 10 \text{ m}$ SE $\nabla \approx 10^{-3}$. POICHÉ IN REALTÀ $\tilde{z} \approx 10 \text{ km}$, DEDUCO CHE LA TURBOLENZA DOMINA SU ∇ .

* VENTO DI GRADIENTE

$$\frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\nabla_p \phi - f \hat{\mathbf{k}} \times \mathbf{v} = \left(-\frac{\partial \phi}{\partial s} \right) \hat{s} + \left(-\frac{\partial \phi}{\partial m} - fv \right) \hat{m} = \frac{D\mathbf{v}}{Ds} \hat{s} + \frac{v^2}{R} \hat{m}$$

DONDE SI SONO TRASCURATI GLI ATTRATTI. SUPPONIAMO TRASCURIBILE L'ACCELERAZIONE LINEARE (i.e. ISO-P EQUISPAZIATE) E STUDIAMO LA CURVATURA DELLE ISO-P PER TRATTI CON R FISSO (R>0 ALCIONICA) E LATITUDINI CIRCA COSTANTI (f=cost).

$$\frac{v^2}{R} = -\frac{\partial \phi}{\partial m} - fv$$

PRIMA DI COMINCIARE METTIAMO NELL'EMISFERO NORD E RICORDIAMO CHE LAVORIAMO AD ALTEZZA COSTANTE. SO CHE

$$\nabla_p P = P \nabla_p \phi$$

QUINDI IL SEGNO DI $\frac{\partial \phi}{\partial m}$ MI DICE DA CHE PARTE CRESCE P:

VANNO BILANDATE LE TRE FORZE C_0, P, C_o , FACCO IL

DISEGNINO RICORDANDO CHE C_o VA SEMPRE DALLA STESSA PARTE PER $R \geq 0$, PERCHE' A GENERARLA E' LA ROTAZIONE DELLA TERRA E NON DEL VENTO: $F_{C_o} = "C_o" = -fv \hat{m}$.

INVECE P VA VERSO LOW P E F_C E' CENTRIFUGA.

STUDIO PRIMA I DUE CASI SEMPLIFICATI:

$\frac{v^2}{R} = -fv$: FLUSSO INERZIALE. ESISTE NEGLI OCEANI MA NON IN ATMOSFERA (NO ∇P).

$\frac{v^2}{R} = -\frac{\partial \phi}{\partial m}$ C-) ALCIONICA BASSA REGOLARE

(VERO PER PICCOLE LATITUDINI)

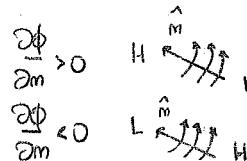
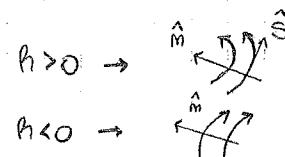
A+) ANTI ALCIONICA BASSA ANOMALA

PARLO DI "BASSA" SE ANNIENE ATTORNO A UN CENTRO DI LOW P. RICORDIAMO CHE v_g FAREBBE CASI' (HA LE BASSE P A SINISTRA), QUINDI E' NORMALE, E' ANOMALA SE SI DISCOSTA DA v_g IN DIREZIONE O IN VELOCITA'

STUDIO IL MODELLO COMPLETO PER CASI, SCEGLIENDO LE SOLUZIONI $v_{\pm} > 0$ NELL'EQUAZIONE DI II GRADO

$$v_{\pm} = -\frac{fv}{2} \pm \sqrt{\frac{f^2 R^2}{4} - R \frac{\partial \phi}{\partial m}}$$

POSSO VEDERLE CON I DISEGNINI (E BILANCIO I MODULI DELLE FORZE) O ALGEBRAICAMENTE (E IN QUEL CASO I MODULI NON SONO NECESSARI).



$\frac{\partial \phi}{\partial m} > 0$ H \hat{m} \hat{s}
 $\frac{\partial \phi}{\partial m} < 0$ L \hat{m} \hat{s} H
 $\rightarrow F_C$ $\rightarrow F_C$ (ossia F_C E' SEMPRE A DESTRA NELL'EMISFERO N)

* CONSERVAZIONE DEL MOMENTUM

$$\sum_i F_i = M \frac{d\vec{r}}{dt}$$

• FORZE DI VOLUME: GRAVITÀ, $\frac{F_3}{M} = -g_0^* \hat{x}_3$

• FORZE DI SUPERFICIE

$$dF_s = dA \cdot \hat{\tau} \rightarrow \text{TENSORE DEGLI STRESS} \Rightarrow \frac{F_i}{M} = \frac{1}{P} \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = \frac{1}{P} (\nabla \cdot \hat{\tau});$$

EQUAZIONE DI GAUCHY:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = -g_0^* \hat{x}_3 + \frac{1}{P} \nabla \cdot \hat{\tau}$$

• VOLUMETTO FERMO: τ È ISOTROPO.

$$\tau_{ij} = -P \delta_{ij}$$

• VOLUMETTO IN MOTO

$\tau_{ii} = -3P$ \hookrightarrow PRESSIONE TERMODINAMICA NEL CASO STATICO

$$\tau_{ij} = -P \delta_{ij} + \underline{\sigma_{ij}} \rightarrow \text{TENSORE DEVIATORIO}$$

IPOTIZZANDO DIPENDENZA LINEARE $\sigma_{ij} = K_{ijmm} e_{mm}$, ISOTROPIA DI K , SIMMETRIA DI σ ,

$$\sigma_{ij} = 2\mu e_{ij} + \lambda \delta_{ij} \nabla \cdot \underline{u}$$

• PRESSIONE

$$P = \underbrace{-\frac{1}{3} \tau_{ii}}_{P \text{ NEL CASO STATICO}} + \left(\frac{2}{3} \mu + \lambda \right) \nabla \cdot \underline{u} := \langle P \rangle + K \nabla \cdot \underline{u}$$

P NEL CASO STATICO E P DINAMICA MEDIA $\langle P \rangle$

• ASSUNZIONE DI STOKES: $K=0$

$$\tau_{ij} = -\left(P + \frac{2}{3}\mu \nabla \cdot \underline{u}\right) \delta_{ij} + 2\mu e_{ij}$$

• EQUAZIONE DI NAVIER - STOKES

$$\frac{Du_i}{Dt} = -P g_0^* \delta_{3i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[-P \delta_{ij} + 2\mu e_{ij} + \lambda \delta_{ij} \nabla \cdot \underline{u} \right]$$

USANDO QUANTO ESPUATATO E DEFINENDO IL COEFFICIENTE DI VISCOSITÀ ANEMATICA $\nu = \mu/P$,

$$\frac{Du_i}{Dt} = -g_0^* \delta_{3i} - \frac{1}{P} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \left[\nabla^2 u_i + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x_i} \nabla \cdot \underline{u} \right]$$

$$\frac{Du}{Dt} = -g_0^* \hat{z} - \frac{1}{P} \nabla P + \nu \left[\nabla^2 \underline{u} + \frac{1}{3} \nabla (\nabla \cdot \underline{u}) \right]$$

SE $\nu=0$ IL FLUIDO È INVISCIDO E HO L'EQUAZIONE DI EULEO.

* CONSERVAZIONE MOMENTUM IN SISTEMI NON INERZIALI

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -g_0^* \hat{\mathbf{r}} - \frac{1}{\rho} \nabla p + f_r - 2\Omega \wedge \mathbf{u} + \Omega^2 \mathbf{B} \quad (f_r \text{ E' L'ATTRITO})$$

- GRAVITÀ EFFETTIVA

$$-g_0^* = -g_0 + \Omega^2 \mathbf{B}$$

ORTOGONALE ALLE SUPERFICI GEOPOTENZIALI (QUINDI AL TERRENO) MA NON DIRETTA VERSO IL CENTRO DELLA TERRA.

- FORZA DI CORIOLIS : VIENE DALLA CONSERVAZIONE DI L E VEDREMO CHE SI APPROSSIMA CON

$$\mathbf{F}_c = 2\Omega \sin \varphi \hat{\mathbf{r}} \wedge \mathbf{v} := f \hat{\mathbf{r}} \wedge \mathbf{v}$$

↑
NULLA ALL'EQ.

- PERICO'

$$\frac{Du}{Dt} = -g_0^* \hat{\mathbf{r}} - \frac{1}{\rho} \nabla p + f_r - 2\Omega \wedge \mathbf{u}$$

↑ viscosità

- A QUESTE SI DEVONO AGGIUNGERE I TERMINI DI SPHERICITÀ IN COORDINATE POLARI.

* APPROXIMAZIONE GEOSTROFICA

UN'ANALISI DI SCALA IN SCALA SINOTTICA MOSTRA CHE IN PRIMA APPROSSIMAZIONE

NELLE EQUAZIONI DI NAVIER-STOKES SI SCRIVE, TRASCURANDO IL MOTO VERTICALE

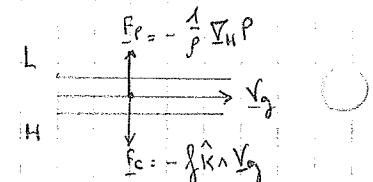
$$\begin{cases} -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + f v_g = 0 \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - f u_g = 0 \end{cases} \Rightarrow -\frac{1}{\rho} \nabla_H p = f \hat{\mathbf{r}} \wedge \mathbf{v}_g$$

Dove $\mathbf{v}_g = (u_g, v_g)$ è il vento geostrofico.

• BILANCIO GEOSTROFICO

$$\mathbf{F}_p + \mathbf{F}_o = 0$$

$$\mathbf{v}_g = \frac{1}{\rho f} \hat{\mathbf{r}} \wedge \nabla_H p$$



LE ISOBARE SONO LINEE DI FLUSSO DI \mathbf{v}_g . INOLTRE

$$\nabla_H \cdot \mathbf{v}_g = 0$$

$$\nabla_H \cdot \mathbf{v}_g = \omega_z = (\nabla \cdot \mathbf{v}_g)_z = \frac{1}{\rho f} \nabla_H^2 p$$

• VENTO AGEOSTROFICO

REINTRODUCENDO I TERMINI DI ORDINE SUCCESSIVO

\mathbf{v} DIFFERISCE DA \mathbf{v}_g ATTORNO AL 10%. SE $R_0 < 0.1$.

$$\begin{cases} \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + f v = -f v_g + f v \quad := f v_a \\ \frac{Dv}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - f u = f u_g - f u \quad := -f u_a \end{cases} \Rightarrow \mathbf{v}_a = \mathbf{v} - \mathbf{v}_g = (u - u_g, v - v_g)$$

E' SOLTANTO LUI AD ACCELERARE E

$$\frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -f \hat{\mathbf{r}} \wedge \mathbf{v}_a$$

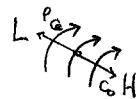
$$\nabla \cdot \mathbf{v} = \nabla \cdot \mathbf{v}_a$$

INSERENDO NEL SISTEMA SOPRA $p(y) = -cy + c_0$ CON $\mathbf{v}(t=0) = 0$, OTTENGO UN OSCILLATORE (ONDE DI INERZIA).

SCOPRO CHE C) NON ESISTE, C-) E A-) MI DANNO UNA SOLUZIONE CIASCUNO.

NEL CASO A-) TROVO LA CONDIZIONE

$$|B_1| > \frac{h}{f^2} \left| \frac{\partial \phi}{\partial m} \right|$$



PIÙ CRESCE $\nabla \phi$ (E QUINDI LA VELOCITÀ DEL VENTO), PIÙ LE LINEE DIVENTANO PIATTE: DOVE IL VENTO CURVA MOLTO, È DEBOLE. IN BREVE

A +) BASSA ANOMALA $V_g < 0 < V$

A -) ALTA REGOLARE
ALTA ANOMALA $V_- > V_g > 0$
 $V_+ > V_-$

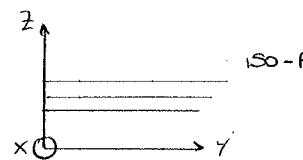
C-) BASSA REGOLARE $V_+ < V_g$

* VENTO TERMICO

ATMOSFERA BAROTROPICA

$$P(z) = P_0 e^{-z/H} \Rightarrow \Delta z = -H \ln \frac{P_T}{P_0}$$

MA ERA (EQ. IPSOMETRICA) $\Delta z = \frac{g_0}{\bar{T}_v} \ln \frac{P_0}{P_T}$



DEDUCO CHE SU SUPERFICIA ISOBARE

$$\nabla T \Big|_{P=\text{cost.}} = 0$$

INOLTRE È NULLO IL VENTO GEOSTROFICO

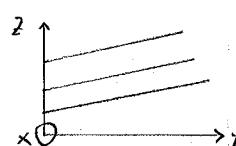
$$V_g = \frac{g_0}{f} \hat{k} \wedge \nabla_P z = 0 \quad \left(= \frac{1}{P_f} \hat{k} \wedge \nabla_z P \right)$$

ATMOSFERA EQUIVALENT BAROTROPIC

$$P(z, y) = P_0 e^{-\frac{1}{H}(z-\alpha(y))} \Rightarrow \Delta z = -H \ln \frac{P_T}{P_0}$$

HO DI NUOVO $\nabla T \neq 0$, MA

$$V_g = \frac{g_0}{f} \hat{k} \wedge \nabla_P z = \left(-\frac{g_0}{f} \alpha'(y), 0 \right) \quad \text{INDIPENDENTE DALLA QUOTA.}$$



ATMOSFERA BAROCOLINA

$$P(z, y) = P_0 e^{-\frac{1}{H}(z-\alpha(y))} \Rightarrow \Delta z = \Delta z(y)$$

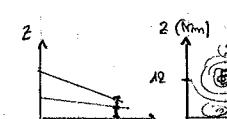
QUINDI $\nabla T \neq 0$. INOLTRE V_g PRESENTA UNO SHEAR VERTICALE:

$$W_g = -\frac{g_0}{f} \alpha'(y)$$

FINO ALLA TROPOPAUSA $T(y)$ DECRESCE CON y E, POICHÉ $\Delta z \propto T$, LO

$$\Delta z = \Delta z(y)$$

STRATO TRA P_1 E P_2 È PIÙ SPESO ALL'EQUATORE; DOPO $T(y)$ CAMBIA



FORMA, PERÒ ALLA TROPOPAUSA HO IL MASSIMO DI W_g (JET STREAMS).

$$\frac{\partial V_g}{\partial \ln P} = -\frac{g_0}{f} \hat{k} \wedge \nabla_P T$$

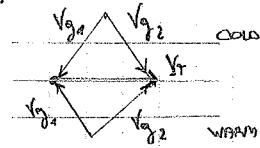
RICORDANDO $\frac{\partial P}{\partial z} = -P_f g_0 z \Rightarrow \frac{\partial}{\partial \ln P} \propto -\frac{1}{z}$, SI DICE EQUAZIONE DEL VENTO TERMICO

$$\frac{\partial V_g}{\partial z} = -\frac{g_0}{f} \hat{k} \wedge \nabla_z T$$

VENTO TERMICO

E' LO SHEAR TRA IL VENTO TERMICO A DUE DIVERSE p_1 E p_2 :

$$\underline{V}_T = \underline{V}_g(p_2) - \underline{V}_g(p_1) = \frac{R}{f} \ln \frac{p_1}{p_2} \hat{k} \wedge \nabla_p T$$



\underline{V}_T HA SEMPRE IL FREDDO A SINISTRA E RAPPRESENTA LA ROTAZIONE DI \underline{V}_g :

< ANTIORARIO: ANNESSIONE FREDDA
ORARIO: ANNESSIONE CALDA

SE L'ATMOSFERA E' BAROTROPICA, $\text{ISO-P} // \text{ISO-T}$ (SUPERFICIA) E $\underline{V}_r = 0$.

VELOCITA' VERTICALE

$$\omega = \frac{dp}{dt} \approx -pg \approx 10^{-2} \text{ m/s} \Rightarrow \omega(p) = - \int_{p_0}^p \nabla_h \cdot \underline{V} dp$$

CHE RISALO DALLA CONSERVAZIONE DELLA MASSA. POICHÉ: $\nabla_h \cdot \underline{V} = \nabla_n \cdot \underline{V} - \underline{V}_a$

E' DIFFICILE IL CALCOLO DIRITTO, MA SO CHE \underline{V}_g GIRA CICLONICO ATTORNO A BASSE P E SE CI METTO ATTRITO \underline{V} DIMINUISCE, $F_d = -f \underline{V}$ NON CONTRIBUISCE PIU' A ∇_p E OTTENGO CONVERGENZA, ALTRA

< CONVERGENZA (BASSA P) $\rightarrow \omega < 0 \rightarrow$ L'ARIA SALE
< DIVERGENZA (ALTA P) $\rightarrow \omega > 0 \rightarrow$ L'ARIA SCENDE

* CIRCOLAZIONE E VORTICITÀ

$$c = \oint \underline{V} \cdot d\underline{s}$$

$$\omega = \nabla_h \cdot \underline{V}$$

TEOREMA DELLA CIRCUITAZIONE:

$$\frac{D}{Dt} \int_{\text{CIRG. ASSOLUTA}} c_a = - \oint \frac{1}{p} dp$$

INTEGRALE BIDIMENSIONALE

SCHIENDO

$$\underline{V}_a = \underline{V} + \underline{V}_e$$

$$c_a = \oint A \quad (\text{si calcola...})$$

$$\frac{Dc}{Dt} = \frac{Dc_a}{Dt} - \frac{Dc_e}{Dt} = \frac{Dc_a}{Dt} - \frac{D}{Dt} (f_A)$$

$$\text{DETTI } \eta = (w_a)_z, \xi = (w)_z, \quad \eta = \xi + f \quad f = \frac{Dc_e}{Da}, \quad \xi = \frac{Dc}{Da}, \quad \eta = \frac{Dc_a}{Da}$$

SI PUO' RICHIAMARE

$$\frac{D\eta}{Dt} = -\eta \nabla_h \cdot \underline{V} + \frac{1}{p^2} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{\partial p}{\partial y} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial z} \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

TRASFERIMENTO RADIATIVO

(Liu)

INTERAZIONE TRA LA RADIAZIONE ELETROMAGNETICA (SOLE, MOLECOLE DELL'ARIA) E L'ATMOSFERA.

PARAMETRI E UNITÀ DI MISURA:

$$\lambda \text{ [cm, mm, μm, nm, Å]}$$

LUNGHEZZA D'ONDA

$$\tilde{\nu} = \frac{c}{\lambda} \text{ [s}^{-1}, \text{ Hz}]$$

FREQUENZA

$$c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

VELOCITÀ DELLA LUCE (ARIA, VUOTO)

$$\gamma = \frac{\tilde{\nu}}{c} = \frac{1}{\lambda}$$

NUMERO D'ONDA

$$T = \frac{1}{\tilde{\nu}} = \frac{\lambda}{c} \text{ [s]}$$

PERIODO

$$\omega = 2\pi \tilde{\nu} = 2\pi \frac{c}{\lambda} \text{ [rad/s, s}^{-1}, \text{ Hz}]$$

PULSAZIONE

LE REGIONI DELLO SPECTRO A CUI SIAMO MAGGIORMENTE INTERESSATI SONO

- VISIBILE (SHORT WAVE, 400-700 nm)
- INFRAROSSO TERMICO (LONG WAVE, FINO A 1mm)

ANGOLO SOLIDO

$$\Omega = \frac{\sigma}{r^2}$$

$$d\Omega = \frac{d\sigma}{r^2} = \frac{r^2 \sin\theta d\phi r^2 d\theta}{r^2} = \sin\theta d\phi d\theta$$

AD ESEMPIO L'AREA DELLA CUPOLA DI RAGGIO r VALE

$$S_{\text{EMIS.}} = \int_{\text{cm}} d\Omega = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} r^2 \sin\theta d\theta d\phi = 2\pi r^2 \int_0^1 d\cos\theta = 2\pi r^2$$

RADIANZA (INTENSITÀ) SPECTRALE

CONSIDERIAMO DELL'ENERGIA dE CHE

- 1) ATTRAVERSA DA PERPENDICOLARMENTE ALLA DIREZIONE DI PROPAGAZIONE
- 2) PROVIENE DA DIREZIONI CONTENUTE IN $d\Omega$ ATTORNO A $\Omega(\theta, \phi)$
- 3) IN UN TEMPO dt
- 4) IN UN RANGE DI LUNGHEZZA D'ONDA $d\lambda$ INTORNO A λ .

ESPRIMIAMO QUESTA ENERGIA COME

$$d^4 E_n(\theta, \varphi, t) = I_n(\theta, \varphi, t) d\Omega_1 d\Omega_2 dt d\lambda$$

DOVE I_n E' UNA GRANDEZZA FINITA CHE FUNGE DA COSTANTE DI PROPORZIONALITÀ: ESSA E' DETA RADIANZA (O INTENSITÀ) SPECTRALE.

NOTO CHE

$$d\Omega_1 = d\theta \cos \theta$$

INTEGRANDO SU λ OTTENGO LA RADIANZA

$$I(\theta, \varphi, t) = \int_{\Delta\lambda} I_n(\theta, \varphi, t) d\lambda$$

DOVE

$$[I_n] = \frac{[E]}{[L^2 T L]} = [P] [L^2] [L^{-1}] \doteq W m^{-2} \mu m^{-1} (sr^{-1})$$

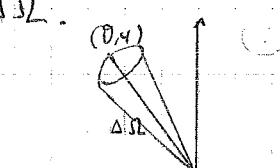
$$[I] \doteq W m^{-2} (sr^{-1})$$

IRRADIANZA (DENSITÀ DI FLUSSO)

SPECIALE SE PER UNITÀ DI LUNGHEZZA D'ONDA. SI CALCOLA COME LA RADIANZA (SPECIALE) CHE ATTRAVERSA LA SUPERFICIE DA DA TUTTE LE DIREZIONI CONTENUTE IN UN ANGOLO SOLIDO $d\Omega$.

$$F_n(t) = \int_{\Delta\Omega} I_n(\theta, \varphi, t) \cos \theta d\Omega$$

$$= \iint_{\Delta\theta \Delta\varphi} I_n(\theta, \varphi, t) \cos \theta \sin \theta d\theta d\varphi$$

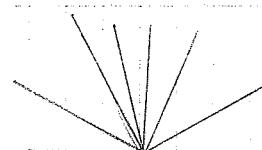


$$[F] = W m^{-2}$$

ESEMPIO

$$F_{n, \text{EMISPERO}}(t) = \int_{\theta=0}^{\pi/2} \int_{\varphi=0}^{2\pi} I_n(\theta, \varphi, t) \cos \theta \sin \theta d\theta d\varphi$$

SE L'IRRADIANZA E' ISOTROPA,



$$F_{n, \text{EMISf}}(t) = 2\pi I_n(t) \int_{\theta=0}^{\pi/2} \cos \theta \sin \theta d\theta = \pi I_n(t)$$

RADIANZA COLLIMATA

(θ_0, φ_0) ZENITALE E AZIMUTALE SOLARE

$$I_\lambda(\theta, \varphi) = I_{\lambda 0} \underset{\text{SOLE}}{\delta(\theta - \theta_0)} \delta(\varphi - \varphi_0)$$

NOTA: IN REALTA' (NEI DOPPI) E'

$$I_\lambda(\theta, \varphi) = I_{\lambda 0} \delta(\theta - \theta_0)$$

$$F_{\lambda, \text{sf}} = \int_{\text{sf}} I_{\lambda 0} \cos \theta d\Omega = I_{\lambda 0} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \cos \theta \sin \theta d\theta d\varphi \delta(\theta - \theta_0) \delta(\varphi - \varphi_0)$$

POICHÉ

$$\int_0^{2\pi} \delta(\varphi - \varphi_0) d\varphi = 1$$

$$\int_0^\pi \cos \theta \sin \theta \delta(\theta - \theta_0) d\theta = \int_{-1}^1 \delta(\mu - \mu_0) \mu d\mu = \mu_0 = \cos \theta_0.$$

PERO'

$$F_{\lambda, \text{sf}} = I_{\lambda 0} \cos \theta_0.$$

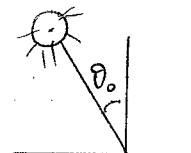
ANIMALE! QUESTO CAMBIO DI VARIABILI E' SBAGLIATO, PERCHE' $\delta(\theta) = \sin \theta \delta(\cos \theta)$. SI OTTIENE PERO' LO STESSO RISULTATO RIDEFINENDO I_λ COME SOPRA, DATO CHE $\delta(\Omega) \neq \delta(\theta)\delta(\varphi)$.

FLUSSO

$$f_\lambda(t) = \int_A F_\lambda(t) dA$$

$$[f_\lambda] = W \mu m^{-2}$$

$$[f] = W$$



EMISSIONE DI CORPO NERO

$$I_\lambda(\theta, \varphi, t) = B_\lambda(T)$$

NOTA: QUESTO DESCRIVE EMISSIONE E ASSORBITO.

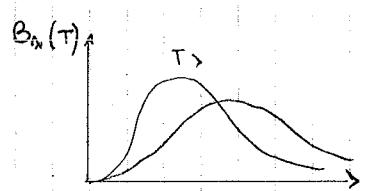
INFATTI L'EMISSIONE E' ISOTROPA, QUINDI NON DIPENDE DA θ, φ .

$$B_\lambda(T) = \frac{2hc^2 \lambda^{-5}}{\pi \left[\exp \left\{ \frac{hc}{k_B T} \right\} - 1 \right]}$$

NOTA: SECONDO ME ERA

$$B_\lambda(T) = \frac{8\pi h \lambda^3}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{h \lambda / k_B T} - 1}$$

$$[B_\lambda(T)] = W m^2 sr^{-1} m^{-1}$$



INTEGRANDO SU TUTTE LE λ HO LA RADIANZA (INTENSITA')

$$B(T) = \int_0^\infty B_\lambda(T) d\lambda = \frac{2}{15} \frac{\pi^3 k_B^2}{h^3 c^2} T^4$$

$x = \frac{hc}{k_B T \lambda}$

LEGGE DI STEPHAN - BOLTZMANN

SU UN EMISFERO SI HA UN'IRRADIANZA PARI A

$$F_{\text{EMI}}(T) = \pi B(T) := \sigma T^4$$

$$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$$

IMPONENDO $\frac{\partial B_{\lambda}(T)}{\partial \lambda} = 0$ SI OTTIENE LA LEGGE DI WIEN

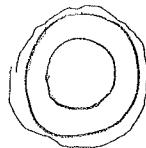
$$\lambda_{\text{MAX}} = \frac{\alpha}{T}$$

$$\alpha = 2.897 \cdot 10^{-3} \text{ m K} \approx 2.9 \text{ cm K}$$

EMISSIONE DEL SOLE

IPOTEZZIAMO CHE IL SOLE SIA UN CORPO NERO.

IL SOLE E' FATTO DA STRATI CHE EMETTONO E RIASSORBONO A DIVERSE T. LA LUCE CHE ARRIVA A NOI PROVIENE DALLA FOTOSFERA, A TEMPERATURA



$$T \approx 5800 \text{ K}$$

L'IRRADIANZA A QUESTA TEMPERATURA VALE

$$F_0 = \sigma \cdot (5800 \text{ K})^4 = 6.41 \cdot 10^7 \text{ W m}^{-2}$$

$$\lambda_{\text{MAX}(\odot)} = \frac{\alpha}{5800 \text{ K}} = 0.5 \mu\text{m} = 500 \text{ nm}$$

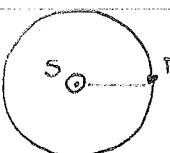
CHE E' IL CENTRO DELLA REGIONE VISIBLE DELLO SPECTRO.

IL FLUSSO VALE ($R_0 = 7 \cdot 10^8 \text{ m}$)

$$f = F_0 \cdot A_0 = 4 \cdot 10^{27} \text{ W}$$

POLIOCHE' $R_{\text{ST}} = 1.5 \cdot 10^{11} \text{ m}$, ALLA TERRA ARRIVA

$$F_{0,\text{ST}} = \frac{f}{4\pi R_{\text{ST}}^2} = 1320 \text{ W m}^{-2}$$

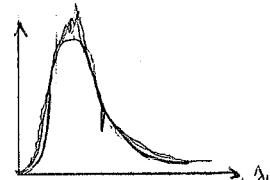


MISURANDOLA CON I SATELLITI SI TROVA

$$F_{0,\text{ST}} = 1360 \text{ W m}^{-2} := S$$

DETTA TOTAL SOLAR IRRADIANCE (TSI) O COSTANTE SOLARE (IN DISUSO PERCHÉ' NON E' COSTANTE).

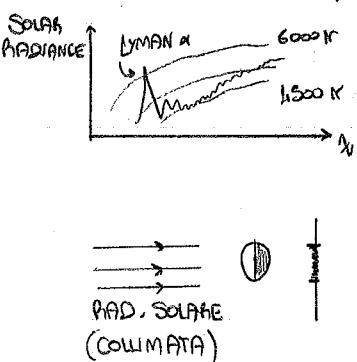
A FIANCO LE DENSITÀ MISURATE DALLA EMISSIONE DI CORPO NERO A T_{SOLE}.



- * QUANTA ENERGIA VIENE EFFETTIVAMENTE INTERCETTATA DALLA TERRA?

$$F = \frac{S\pi R_T^2}{4\pi R_S^2} = \frac{S}{4}$$

OSSIA SOLO $\frac{1}{4}$ DELLA COSTANTE SOLARE S.



MOLTORE UNA PARTE DI F VIENE RIFLESSA NELLO SPAZIO (ARROA IL 30%), PERÒ

$$F_{in} = \frac{S}{4}(1-A) = 238 \text{ W m}^{-2}$$

DOVE A = 0.3 SI DICE ALBEDO TERRESTRE.

FACCIAMO L'IPOTESI CHE IL PIANETA TERRA SIA IN EQUILIBRIO RADIAZIONE (VERIFICATA A MENO DI 0.6 W m⁻² TRATTENUTI DAGLI OCEANI). SUPONENDO CHE LA TERRA EMETTA COME UN CORPO NERO, DETTA T_E LA TEMPERATURA DI EQUILIBRIO

$$\bar{F}_{out} = \sigma T_E^4 = \frac{S}{4}(1-A) \Rightarrow T_E = 255 \text{ K} = -18^\circ\text{C}$$

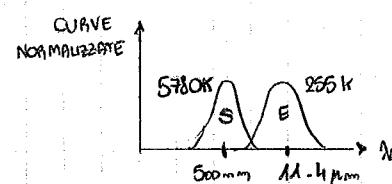
MA LA SUPERFICIE TERRESTRE HA TEMPERATURA

$$T_s = 288 \text{ K} = 25^\circ\text{C}$$

VEDREMO IL PERCHÉ. IL MASSIMO DI EMISSIONE SI TROVA A

$$\lambda_{max} = \frac{\alpha}{T_E} = 11.4 \mu\text{m}$$

(OLW, OUTGOING LONG WAVE - INFRAROSSO).



AVREMMO T_s = T_E SE NON CI FOSSE DI MEZZO L'ATMOSFERA:

NON ABBIAMO PIÙ A CHE FAIRE CON UN CORPO NERO.

NOTA: QUESTO IN MEDIA; NELLA ZONA ILLUMINATA NE VEDO IL DOPPIO.

DEFINIAMO L'EMISSIVITÀ SPETTRALE

$$\epsilon_\lambda = \frac{I_\lambda(\text{EMESSA})}{B_\lambda} \quad \text{EMISSIVITÀ}$$

(INFATTI IL CORPO NERO EMETTE E ASSORBE TUTTO QUANTO PERMESSO A QUELLA T). DEFINIAMO:

$$\alpha_\lambda = \frac{I_\lambda(\text{ASSORBITA})}{B_\lambda} \quad \text{ASSORBITÀ}$$

$$r_\lambda = \frac{I_\lambda(\text{RIFLESSA})}{I_\lambda(\text{INCIDENTE})} \quad \text{RIFLETTANZA}$$

$$T_\lambda = \frac{I_\lambda(\text{TRASMESSA})}{I_\lambda(\text{INCIDENTE})} \quad \text{TRASMITTANZA}$$

LA LEGGE DI KIRCHHOFF AFFERMA CHE A UNA DATA λ

$$\epsilon_\lambda = \alpha_\lambda$$

UN CORPO NERO HA $\epsilon_\lambda = \alpha_\lambda = 1$. SUPONIAMO
DI SOVRAPPORVI UNO STRATO CHE NELLE
DUE REGIONI VISIBILE E INFRAROSSO HA

$$\epsilon_{ir} = \alpha_{ir}, \quad \epsilon_{ia} = \alpha_{ia}$$

NEL TOP OF ATMOSPHERE (DI TEMPERATURA T_A) SONO IN EQUILIBRIO

$$F_{in} = (1 - \alpha_{ia})\sigma T_S^4 + \epsilon_{ia}\sigma T_A^4$$

IN ATMOSFERA SI BILANCANO

$$\alpha_{ir} F_{in} + \alpha_{ia} \sigma T_S^4 = 2 \epsilon_{ir} \sigma T_A^4$$

IN SUPERFICIE

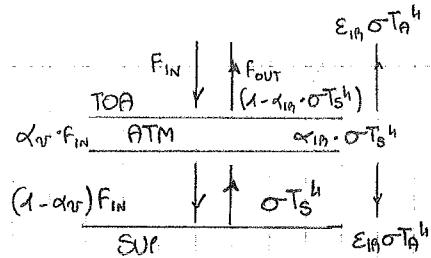
$$(1 - \alpha_{ir}) F_{in} + \epsilon_{ia} \sigma T_A^4 = \sigma T_S^4$$

DOVE F_{in} E' UNA COSTANTE E LE INCognITE SONO SOLO T_A E T_S ,
CHE SI trovano VALERE

$$T_S = \sqrt[4]{\frac{2 - \epsilon_{ir}}{2 - \epsilon_{ia}}} T_E$$

$$T_A = \sqrt{\frac{1}{\epsilon_{ia}} - \frac{1 - \epsilon_{ia}}{\epsilon_{ia}} \left(\frac{T_S}{T_E} \right)^4} T_E$$

DOVE $F_{in} = \sigma T_E^4$.



NOTA: STO ANCORA PENSANDO
ALLA TEMPERA COME A UN CORPO
NERO CON $T = T_S$.

UN'ATMOSFERA GRIGIA ($\epsilon_{ir} = \epsilon_{in}$) E' COME SE NON CI FOSSE. ($T_s = T_A = T_E$).

UN'ATMOSFERA BIANCONERA ($\epsilon_{ir} = 0$, $\epsilon_{in} = 1$) COMPORTA

$$T_s = 303 \text{ K}$$

$$T_A = T_E$$

INSERENDO INFINE $\epsilon_{ir} = 0.2$, $\epsilon_{in} = 0.8$ TROVO

$$T_s = 283 \text{ K}$$

$$T_A = 247 \text{ K} < T_E$$

ASSORBIMENTO ED EMISSIONE

L'ENERGIA DI UNA MOLECOLA DI GAS SI PUO' SCRIVERE COME

$$\underbrace{E_{\text{tot}} + E_{\text{vib}} + E_{\text{el}}}_{\text{QUANTIZZATE}} + \underbrace{E_{\text{trasl}}}_{\text{CONTINUA}}$$

INIZIAMO DA

$$E_T = \frac{3}{2} k_B T \xrightarrow{280 \text{ K}} 5,8 \cdot 10^{-21} \text{ J}$$

INVECE PER LE ALTRE ENERGIE

$$\Delta E_{\text{QUANT}} = h \tilde{\nu} = h \frac{c}{\lambda}$$

POICHE' IN ATMOSFERA

$$\lambda < 1 \mu\text{m} \longrightarrow \Delta E > 2 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

ELETTRONICA

$$\lambda < 20 \mu\text{m} \longrightarrow \Delta E > 10^{-20} \text{ J}$$

VIBRAZIONALE

$$\lambda < 1 \text{ cm} \longrightarrow \Delta E > 2 \cdot 10^{-22} \text{ J}$$

ROTAZIONALE

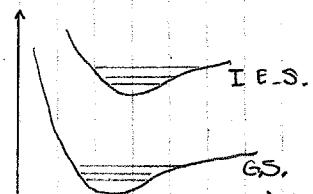
NOTIAMO CHE

$$E_T > E_A, \quad E_T < E_V, E_{el}$$

NOTA: UN CONCETTO ANALOGO E' CHE A
TUTTI SONO OCCURSI TUTTI I LIVELLI E_A .

CONFRONTABILE CON I LIVELLI ROTAZIONALI CHE QUINDI VARIANO
DANDO LUOGO A SPECTRI COMPLESSI (IN GENERE INVECE STIAMO
NEI LIVELLI FONDAMENTALI DI E_V, E_{el}).

SE UN FOTONE HA ENERGIA SUFFICIENTE PUO'

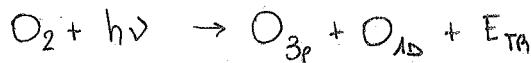


DISSOCIARE LA MOLECOLA; L'ENERGIA IN ECCESSO

VA IN E_T , QUINDI VIENE GENERATO CALORE. ALTRIMENTI HO SOLO
UNA VARIAZIONE DEI LIVELLI DI E_V, E_{el} .

NOTA: ACCADE NELLA TERMOESPERA
(FOTOASSOCIAZIONE - RADIONELLAZIONE).

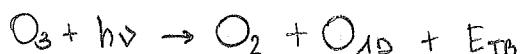
* PER L' O_2 , A UNA REGIONE DEL CONTINUO NE SEGUONO UNA CON BANDE SOMMAPPLOSE AL CONTINUO, DONDE



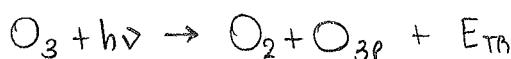
IN QUESTA REGIONE O È ECITATO E FORMA LEGAMI CON FACILITÀ; SI OSSERVANO APPUNTO RIGHE MOLTO FITTE E PARZIALMENTE SOMMAPPLOSE.

* SPECTRO DELL' OZONO O_3 .

HARTLEY BAND (I)



HUGGING BANDS (II)



ALTRI MOLECOLI: SO_2 , NO_2 ...

* RICAPITOLANDO (SPECTRO DELL' OSSIGENO)

100 - 175 nm

$\frac{1}{2} 10^4$
 10^0
 10^{-2}

O_2 (S-R) CONTIN.

TERMO-MESOSFERA

175 - 200 nm

L_α (127 nm, LYMAN α H)

MESOSFERA

200 - 242 nm

O_2 HERZ., O_3 HARTLEY

STRATO

242 - 310 nm

O_3 HARTLEY

STRATO

310 - 400 nm

O_3 HUGGINGS

STRATO-TRIASFERA

400 - 850 nm

O_3 CHAPPUIS

TRASPO

VISIBLE
VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

VISIBLE

DALLO SPAZIO CON I SATELLITI); PRIMA HO ALCUNI BUCHI
(INFRAROSSO VIANO).

SE SO CHE ASSORBE A UNA DATA λ E IN
CHE STRATO DELL'ATMOSFERA CIÒ ACCADE,
POSso INVIARE LUCE DA TERRA E MISURARE $I(\lambda)$
DA UN SATELLITE PER OTTENERE UN PROFILO
VERTICALE DI TEMPERATURA: PER FARLO INTERSECO

I VARI PUNTI DELLO SPETTRO CON CURVE DI CORPO NERO PASSANTI
PER QUEL PUNTO E TROVO LA TEMPERATURA DI BRILLANZA.

TEMPERATURA DI BRILLANZA (BRIGHTNESS TEMPERATURE)

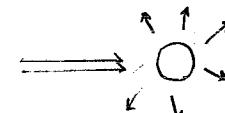
T CHE DOREBBE AVERE UN EMETTORE PER COMPORTARSI COME
UN CORPO NERO CHE EMETTE A QUELLA LUNGHEZZA D'ONDA.

$$B_\lambda(T_B) = I_\lambda$$

(ESEMPIO: LAMPADA CHE EMETTE A 500 nm. CHE T DEVE AVERE?)

SCATTERING (DIFFUSIONE)

DIPENDE DA PIÙ FATTORI.



a) DIMENSIONE SCATTERATORE

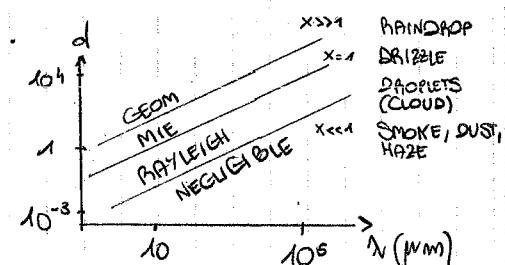
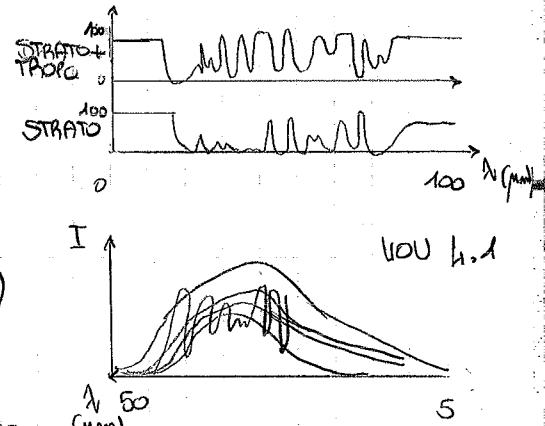
$1 \mu\text{m} \rightarrow$ MIE; $10^{-2} \mu\text{m} \rightarrow$ RAYLEIGH, PER DIMENSIONI MAGGIORI HO
SCATTERING GEOMETRICO.

Lo SCATTERING DI RAYLEIGH CONSISTE NELLO STUDIARE RADIAZIONE
ELETTROMAGNETICA CHE INCIDE SUL DIPOLO.

b) LUNGHEZZA D'ONDA

AL CRESCERE DI λ CAMBIA IL REGIME
DI SCATTERING (MIE SE SONO CONFRONTABILI
 λ E d).

NOTA: CIÒ CHE CONTA E' IL SIZE PARAMETER $x = \frac{2\pi r}{\lambda}$. PER $x > 1$ USO MIE E PER
 $x < 1$ USO RAYLEIGH.



SCATTERING RAYLEIGH

CAMPO E_i INCIDENTE, PRODUCE UN DIPOLO

P NELLA MATERIA E QUESTO OSCILLA

PRODUCENDO A SUA VOLTA RADIAZIONE. SE IL CAMPO INCIDENTE È

$$E_i = E_0 e^{-ik(r-ct)}$$

$$P = \alpha E_i$$

Dove α è la polarizzabilità (in atmosfera posso considerarlo UNO SOGLIALE), è indotto quindi un dipolo

$$P = P_0 e^{-ik(r-ct)} = \alpha E_0 e^{-ik(r-ct)}$$

DALLA TEORIA DEI DIPOLI, IL CAMPO È TOTALE DIFFUSO SODDISFA

$$E = \frac{1}{c^2} \frac{1}{\pi} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} \sin \gamma$$

NOTA: γ è l'angolo tra l'onda diffusa e la direzione di osservazione.

Dove γ è la direzione di osservazione. poiché'

$$\frac{\partial P}{\partial t} = ikc P$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = -k^2 c^2 P$$

$$E = -\frac{k^2}{2} \alpha E_0 e^{-ik(r-ct)} \sin \gamma \quad (\text{I})$$

INDIVIDUIAMO IL PIANO DI SCATTERING COME

IN FIGURA: DIPENDE DALLA DIREZIONE DI

PROPAGAZIONE DELLA LUCE E DA QUELLA DI OSSERVAZIONE.

θ è l'angolo di scattering. Siano E_{01} e E_{02} le componenti

di E al piano; allora per costruzione

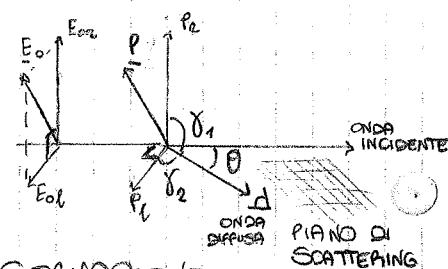
$$\gamma_1 = \frac{\pi}{2} - \theta$$

$$\gamma_2 = \frac{\pi}{2} - \theta$$

E USANDO LA (I)

$$E_0 = -\frac{k^2}{2} \alpha E_{02} e^{-ik(r-ct)} \frac{\sin \gamma_1}{=1}$$

$$E_0 = -\frac{k^2}{2} \alpha E_{01} e^{-ik(r-ct)} \frac{\sin \gamma_2}{= \cos \theta}$$



$$\begin{pmatrix} E_0 \\ E_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{02} \\ E_{01} \end{pmatrix} \frac{k^2 \alpha}{2}$$

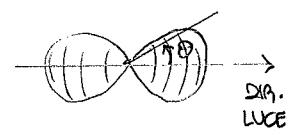
Allora, detti

$$I = \text{cost. } |E|^2$$

$$I_2 = \text{cost. } |E_2|^2$$

$$I_{02} = \text{cost. } |E_{02}|^2$$

$$I_{0l}$$



SI HANNO

$$I_2 = I_{02} \frac{k^4 \alpha^2}{r^2}$$

$$I_l = I_{0l} \frac{k^4 \alpha^2}{r^2} \cos^2 \theta$$

NOTO QUINDI CHE I_2 NON DIPENDE DALL'ANGOLO DI SCATTERING.
INVECE, SE IL CAMPO E' VIBRA SUL PIANO DI SCATTERING, I_l VA COME $\cos^2 \theta$. IN PARTICOLARE PER $\theta = \frac{\pi}{2}$ NON OSSERVO SCATTERING.

COSA SUCCIDE SE NON POSSO DIVIDERE E_{0l}, E_{02} (LUCE NON POLARIZZATA)? AVREMO

$$I_{02} = I_{0l} = \frac{I_0}{2}$$

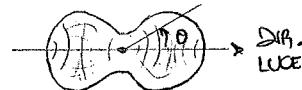
$$I = I_2 + I_l = \frac{k^4 \alpha^2}{r^2} (I_{02} + I_{0l} \cos^2 \theta) = \frac{k^4 \alpha^2}{r^2} \frac{I_0}{2} (1 + \cos^2 \theta)$$

E' QUESTO IL CASO DELLA RADIAZIONE SOLARE.

ANCHE QUI A 90° L'INTENSITA' E' MINIMA. INOLTRE

$$k^4 = \frac{1}{\lambda^4}$$

$$\Rightarrow I \propto \frac{1}{\lambda^4}$$



PER λ CORTE (UV) HO MOLTO PIU' SCATTERING: E' PER QUESTO CHE VEDIAMO IL CIELO BLU. LO VEDIAMO ROSSO SOLO AL TRAMONTO, QUANDO LA COMPONENTE BLU VIENE DEVIATA DAL GRANDE SPESORE DELL'ATMOSFERA ATTRaversata.

SI DEFINISCE LA FUNZIONE DI FASE $P(\cos \theta)$ t.c.

$$\int_{-\pi}^{\pi} \frac{P(\cos \theta)}{4\pi} d\theta = 1 = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{P(\cos \theta)}{4\pi} \sin \theta d\theta d\phi$$

NOTA: Non viola, confusione con la curva dell'occhio umano.

NOTA: LA NORMALIZZA COME UNA $P(\theta)$ MA A 4π E' NON A 1.

POICHÉ

$$P(\cos \theta) = \text{cost.} \cdot (1 + \cos^2 \theta)$$

$$\frac{\text{cost.}}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} (1 + \cos^2 \theta) \sin \theta d\theta d\phi = \frac{\text{cost.}}{2} \left[\int_0^{\pi} \sin \theta d\theta + \int_0^{\pi} \cos^2 \theta \sin \theta d\theta \right]$$

DA CUI

$$\int \frac{P(\cos\theta)}{4\pi} d\Omega = \frac{\cos^2}{2} \left[-\int_1^{-1} dx - \int_1^{-1} x^2 dx \right] = \frac{1}{3} \cos^2 = 1$$

PERÒ

$$P(\cos\theta) = \frac{3}{4} (1 + \cos^2\theta)$$

IN TERMINI DELLA QUALE LA RADIANZA DIFFUSA DA UN DIPOLO SI SCRIVE

$$I = I_0 \frac{K^4 \alpha^2}{\lambda^2} \frac{2}{3} P(\cos\theta)$$

$$= I_0 \frac{32 \pi^4}{3 \lambda^2} \frac{1}{\lambda^4} P(\cos\theta)$$

I VA COME r^{-2} E λ^{-4} .

• SEZIONE D'URTO PER SCATTERING

$$\sigma_s = \frac{\oint}{F_0} \text{FLUSSO DIFFUSO}$$

F₀ RADIANZA INCIDENTE

DOVE

$$F_{0,\lambda} = \int I_{i,\lambda} d\Omega \cdot \cos\theta$$

$d\Omega$ ANGOLO DA CUI DERIVA

$$\oint = \int_A F_s dA$$

RADIANZA DIFFUSA

SE A È UNA SUPERFICIE SFERICA DI RAGGIO r , $dA = r^2 d\Omega$ E

$$\oint = \int_A F_s r^2 d\Omega = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi F_0 \frac{32 \pi^4}{3 \lambda^2} \frac{1}{\lambda^4} P(\cos\theta) r^2 \sin\theta d\theta d\phi$$

$$= F_0 \frac{32}{3} \frac{\pi^4 \alpha^2}{\lambda^4} \frac{1}{\lambda^4} \underbrace{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi P(\cos\theta) \sin\theta d\theta d\phi}_{= 4\pi} = F_0 \frac{32}{3} \frac{\pi^4 \alpha^2}{\lambda^4} \frac{1}{\lambda^4}$$

DA CUI

$$\sigma_s = \frac{128}{3} \frac{\pi^5 \alpha^2}{\lambda^8} \frac{1}{\lambda^4}$$

DOVE

$$\alpha \propto \frac{m_\lambda - 1}{m_\lambda + 1}$$

m_λ INDICE DI RIFRAZIONE

AEROSOL

MATERIA CONDENSATA IN ARIA CHE NON SI MUOVE PER PROPULSIONE PROPRIA (NON GLI INSETTI E GLI AEREI, MA SÌ VIRUS, BATTERI, POLLINI). LI CONSIDERIAMO TUTTI CON LA STESSA DIMENSIONE ($0.03 \mu\text{m} - 100 \mu\text{m}$). LA CONCENTRAZIONE VARIA, MA IN MEDIA È ATTORNO A $10^{6-7} / \text{cm}^3$ IN CITTA' E $10^3 / \text{cm}^3$ IN CAMPAGNA (AI POU HO LA POLAR HAZE).

GLI AEROSOL SONO NUCLEI DI CONDENSAZIONE PER IL VAPORE ACQUEO. LE MAGGIORI FONTI SONO LE POWERI (DAL SUOLO O INDUSTRIALI) E IL SALE MARINO (ROTTURA DELLE CRESTE ONDOSE).

SI SUDDIVIDONO IN TRE CATEGORIE IN BASE ALLA LORO DIMENSIONE ($0.1 \mu\text{m} - 1 \mu\text{m}$, SOTTO E SOPRA).

LE MISURE DI CONCENTRAZIONE SI FANNO CON IL LASER (PROFILO VERTICALE DELLO SCATTERING DI IMPULSI LASER, CON MISURA DEL TEMPO DI RITORNO).

SE VALE ($x = \text{SIZE PARAMETER}$)

$$x = \frac{2\pi r}{\lambda} \gtrsim 1$$

SI APPLICA PER LO SCATTERING LA TEORIA DI MIE (PARTICELLE SFERICHE E OMOGENEE: I SOLAI NON LO SONO MAI).

SI DICE EFFICIENZA DI SCATTERING

$$Q_s = \frac{\sigma_s}{\pi r^2}$$

← Raggio

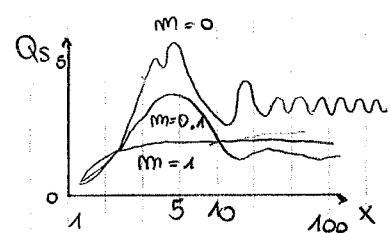
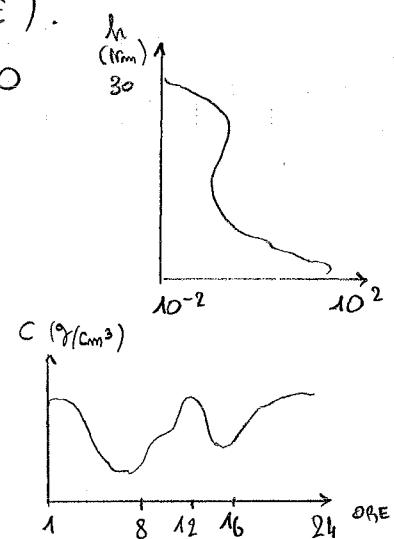
$$\text{NOTA: } \frac{dn}{dt} = \sigma \cdot N_b \cdot \Phi_a$$

E $\frac{dn}{dt} \propto I$ E L'INTENSITÀ DI DIFFRAZIONE.

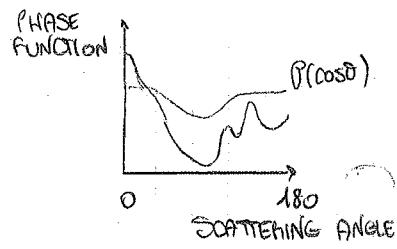
SI OSSERVANO FRANGE TIPICHE DELL'INTERFERENZA

CHE SONO PIÙ IMPORTANTI TANTO NENO LA RADIAZIONE È ASSORBITA (NEL GRAFICO m È LA PARTE IMMAGINARIA DELL'INDICE DI RIFRAZIONE, CHE QUANTIFICA L'ASSORBIMENTO).

SI NOTI CHE LA SEZIONE D'URTO È 2 VOLTE L' "OMBRA" DELLA PARTICELLA A CAUSA DELLA DIFFRAZIONE (PRINCIPIO DI BABINET).



Più la particella è grande rispetto a λ
e più lo scattering è sostanzialmente
in avanti.



EQUAZIONE DEL TRASFERIMENTO RADIATIVO

Considero lo strato compreso tra 0 e S_1 .

Abbiamo una diminuzione della radianza

per assorbimento e scattering e un suo
aumento per emissione (e scattering multiplo,
che però ha sezione d'urto piccolissima).

$$dI_{\text{ass.}} = -\tilde{\kappa} dM I$$

$$dI_{\text{emiss.}} = \tilde{j} dM$$

POICHÉ

$$dM = \rho dV = \rho A ds$$

$$dI_{\text{ass.}} = -\tilde{\kappa} \rho A I ds := -K_p I ds$$

NOTA:
 $dI_{\text{ass.}}^{(n)} = -I_n K_n p ds$
 $dI_{\text{emis.}}^{(n)} = B_n(T) E_n$
 $(\tau \text{ è la concentrazione } \frac{m}{m} \text{ del gas})$

$$K_p = \tilde{\kappa} A, [K] = \frac{[I][\epsilon]}{[M]}^2$$

(K è una sezione d'urto per unità di massa). SIMILMENTE

$$dI_{\text{emi.}} = j p ds$$

$$j = \tilde{j} A, [j] = \frac{[I][\epsilon]}{[M]}$$

(\tilde{j} era una radianza per unità di massa). DEFINENDO

$$J = \frac{j}{K_p}$$

$$[J] = [I]$$

CHE HA LE DIMENSIONI DI UNA RADIANZA (FUNZIONE DI PRODUZIONE), TROVO

$$dI = dI_{\text{ass.}} + dI_{\text{emi.}} = K_p p ds (J - I)$$

$$\frac{dI}{K_p p ds} = J - I$$

NOTA: vuol dire che I tende esponenzialmente a J lungo lo strato (e in genere $J \approx B_n$).

CHE È L'EQUAZIONE GENERALE DEL TRASFERIMENTO RADIATIVO.

ESEMPIO: RADIAZIONE SOLARE

SI HA $J=0$: INFATTI LA TEMPERATURA DI BRILLANZA PER N visible È
 $T \approx 5000K$ E NON VI SONO IN ATMOSFERA CORPI COSÌ CALDI.

Allora

$$\frac{dI}{k_p \rho ds} = -I \Rightarrow I(s) = I(0) e^{-\int_0^s k_p \rho ds'}$$

DETTA LEGGE DI BEER LAMBERT. SUPPONENDO K COSTANTE E

DETTO

$$l(s) = \int_0^s \rho ds' \Rightarrow I(s) = I(0) e^{-kl}$$

(SE LO STRATO E` SOTTILE, K COSTANTE VA BENE).

• RICAPITOLANDO:

$$\frac{dI_N}{k_N \rho ds} = J_N - I_N$$

DOVE k_N E` LA SEZIONE D'URTO PER UNITA' DI MASSA, J_N LA FUNZIONE SORGENTE.

PER LO SPETTRO SOLARE DEFINISCO LA TRASMITTANZA

$$T_N(s) = \frac{I_N(s)}{I_N(0)} = e^{-\int_0^s k_N \rho ds}$$

$$A_N(s) = 1 - T_N(s) = 1 - e^{-\int_0^s k_N \rho ds}$$

DOVE A_N E` L'ASSORBANZA. (NERO IN ASSENZA DI SCATTERING).

• IR TERMICO, LW, SPETTRO TERRESTRE

IN QUESTO CASO $J_N \neq 0$ E PONIAMO

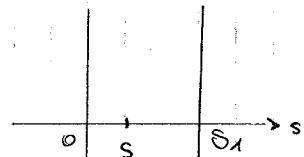
$$J_N = B_N(T_E)$$

DEFINIAMO LO SPESORE OTTICO

$$T_N(s_1, s) = \int_s^{s_1} k_N(s') \rho(s') ds'$$

$$dT_N = -k_N \rho ds$$

(SI NOTI CHE E` UN PARAMETRO ADIMENSIONALE).



SOSTITUISCO ALLA VARIABILE S LA VARIABILE SPESORE OTTICO.

$$\frac{dI}{k_p ds} = - \frac{dI}{dt} \quad d\tau = - k_p ds$$

$$\left(- \frac{dI}{dt} = B - I \right) e^{-\tau} dt$$

NOTA: HO MOLTIPLICATO ENTRAMBI I MEMBRI PER $e^{-\tau} dt$.

$$-dIe^{-\tau} = Be^{-\tau} dt - Ie^{-\tau} dt$$

$$-(dIe^{-\tau} - Ie^{-\tau} dt) = Be^{-\tau} dt$$

MA $d(Ie^{-\tau}) = dIe^{-\tau} - Ie^{-\tau} dt$, QUINDI

$$-d(Ie^{-\tau}) = Be^{-\tau} dt$$

CHE INTEGRATO TRA $S \in [0, S_1]$, DOVE $\tau \in [\tau(0), \tau(S_1)]$, DOVE

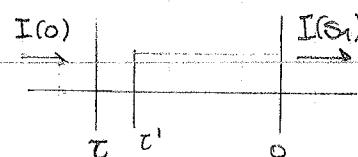
$$\tau(0) = \int_0^{S_1} k_p ds' \quad \tau(S_1) = \int_{S_1}^{S_1} k_p ds' = 0$$

$$-\int_{I(0)e^{-\tau(0)}}^{I(S_1)} d(Ie^{-\tau}) = \int_{\tau(0)}^0 Be^{-\tau} dt$$

CON $B = B(\tau) = B[\tau(S)] = B[\tau(\tau)] = B(\tau)$. DETTO $\tau(0) := \tau$ (IL τ DELLO STIMO),

$$I(0)e^{-\tau} - I(S_1) = - \int_0^\tau Be^{-\tau} dt$$

$$I(S_1) = \underbrace{I(0)e^{-\tau}}_{\text{ATTENUAZIONE}} + \underbrace{\int_0^\tau Be^{-\tau'} dt'}_{\text{AUMENTO (A SUA VOLTA ATTENUATO DA } e^{-\tau})}$$



DETTO EQUAZIONE DI SCHWARZCHILD.

APPROXIMAZIONE PIANO-PARALLELA

SE TRASCURIAMO LA CURVATURA DELL' ATMOSFERA, POSSIAMO SCRIVERE

$$f(z)$$

$$dz = ds \cos\theta \quad \mu := \cos\theta$$

Allora, ridefinendo τ come

$$T_N(z) = \int_z^\infty K_N(z') f(z') dz'$$

$$d\tau_N = -K_N f dz$$

ESPRIMIAMO

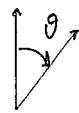
$$I_N(\varphi, \theta, z) \rightarrow I_N(\varphi, \mu, \tau)$$

$$K_p ds = \frac{K_p dz}{\mu} = -\frac{d\tau}{\mu}$$

$$-\mu \frac{dI(\varphi, \mu, \tau)}{d\tau} = J(\varphi, \mu, \tau) - I(\varphi, \mu, \tau)$$

DETTA USCENTE LA DIREZIONE VERSO L'ALTO,

$$-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2} \quad \cos\theta > 0 \quad \mu > 0$$



INVECE E' ENTRANTE LA RADIAZIONE CHE VA VERSO IL BASSO,

$$\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3}{2}\pi \quad \cos\theta < 0 \quad \mu < 0$$

PER LA PARTE \uparrow , E \downarrow RISPECTIVAMENTE,

$$-\mu \frac{dI_N(\varphi, \mu, \tau)}{d\tau} = J_N(\varphi, \mu, \tau) - I_N(\varphi, \mu, \tau)$$

$$\mu \frac{dI_N(\varphi, -\mu, \tau)}{d\tau} = J_N(\varphi, -\mu, \tau) - I_N(\varphi, -\mu, \tau)$$

(\uparrow) I^+

(\downarrow) I^-

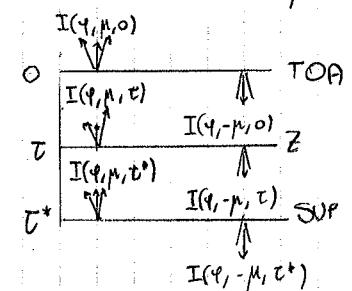
(SOTTINTENDIAMO D'ORA IN POI IL N , INTENDENDO I MONOCHROMATICA).

MOLTIPLICANDO PER

$$\uparrow e^{-\tau/\mu} d\tau/\mu$$

$$\downarrow e^{\tau/\mu} d\tau/\mu$$

NOTA: NEL DISEGNO SONO MOSTRATI I CONTRIBUTI CHE CONSIDERIAMO.



OTTENIAMO

$$\begin{cases} -dI^{\uparrow}e^{-\tau/\mu} = J^{\uparrow}e^{-\tau/\mu} d\tau/\mu - I^{\uparrow}e^{-\tau/\mu} d\tau/\mu \\ dI^{\downarrow}e^{\tau/\mu} = J^{\downarrow}e^{\tau/\mu} d\tau/\mu - I^{\downarrow}e^{\tau/\mu} d\tau/\mu \end{cases}$$

OVVERO

$$\begin{cases} -d(I^{\uparrow}e^{-\tau/\mu}) = J^{\uparrow}e^{-\tau/\mu} d\tau/\mu \\ +d(I^{\downarrow}e^{\tau/\mu}) = J^{\downarrow}e^{\tau/\mu} d\tau/\mu \end{cases}$$

INTEGRANDO

$$\begin{array}{lll} \uparrow & \text{TAA } \tau^+ \in \tau, & I^{\uparrow}(\tau^+)e^{-\tau'/\mu} \text{ A } I^{\uparrow}(\tau)e^{-\tau/\mu} \\ \downarrow & \text{TAA } 0 \in \tau, & I^{\downarrow}(0) \text{ A } I^{\downarrow}(\tau)e^{\tau/\mu} \end{array}$$

OTTENGO

$$\begin{cases} I^{\uparrow}(\tau)e^{-\tau/\mu} + I^{\uparrow}(\tau^+)e^{-\tau'/\mu} = \int_{\tau^+}^{\tau} J^{\uparrow}e^{-\tau'/\mu} d\tau'/\mu \\ I^{\downarrow}(\tau)e^{\tau/\mu} - I^{\downarrow}(0) = \int_0^{\tau} J^{\downarrow}e^{\tau'/\mu} d\tau'/\mu \\ + I^{\uparrow}(\tau)e^{-\tau/\mu} = + I^{\uparrow}(\tau^+)e^{-\tau'/\mu} + \int_{\tau}^{\tau^+} J^{\uparrow}e^{-\tau'/\mu} d\tau'/\mu \end{cases}$$

$$\begin{cases} I^{\uparrow}(\tau) = I^{\uparrow}(\tau^+)e^{-\frac{\tau^+-\tau}{\mu}} + \int_{\tau}^{\tau^+} J^{\uparrow}e^{-\frac{\tau'-\tau}{\mu}} d\tau'/\mu \\ I^{\downarrow}(\tau) = I^{\downarrow}(0)e^{-\tau/\mu} + \int_0^{\tau} J^{\downarrow}e^{-\frac{\tau-\tau'}{\mu}} d\tau'/\mu \end{cases}$$

COSA CI DICONO? LA RADIANZA CHE ENTRA IN UNO STRATO (DA SOGLIA E DA SOTTO) E' DATA DAL CONTRIBUTO DEGLI EMESSORI

$$\begin{array}{l} I^{\uparrow}(\tau^+) : \text{ DALLA SUPERFICIE} \\ I^{\downarrow}(0) : \text{ DALLO SPAZIO} \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \text{ATTENUATE } e^{-\tau} \end{array} \right.$$

MENTRE UN SECONDO CONTRIBUTO (GLI INTEGRALI) E' DATO DAGLI STRATI INTERMEDI. SI NOTI CHE IL PERCORSO SU CUI INTEGRO E' INVERSALEMENTE PROPORZIONALE A $\mu = \cos \theta$ (OSSIA CRESCE CON θ).

SE MI METTO IN $T=0$ HO $I'(0)$, CHE E' L'EMISSIONE AL TOA MISURATA DAI SATELLITI.

$$I'(0) = I^*(\tau^*) e^{-\tau^*/\mu} + \int_0^{\tau^*} J^* e^{-\tau'/\mu} d\tau'/\mu$$

MA

$$I_n^*(\tau^*) = \varepsilon_{n,s} B_n(T_s)$$

CHE POSSO CONFRONTARE CON $I_n^*(\tau^+)$ CHE OTTENGO MISURANDO $I'(0)$ NELLA FINESTRA IN CUI L'ATMOSFERA E' TRASLARENTE: INFATTI LI $J_n^* = 0$. IN ALTRE PORZIONI DI λ POSSO FARE UNA STIMA SUL SE CONOSCO BENE J_n^* .

INVECE $I'(0)$ E' LA RADIANZA PROVENIENTE DALLO SPAZIO: NOTA J^* , LA TROVO MISURANDO $I^*(\tau^*)$.

RISCALDAMENTO SOLARE

SI DICE HEATING/COOLING RATE

$$\frac{\partial T}{\partial t} \quad [\text{K s}^{-1}], [\text{C s}^{-1}], [\text{C Hz}]$$

SI ERA DERIVATA DALLA 1^a LEGGE (IN TERMINI DI ENTRALIA, $P=\text{cost.}$)

$$p c_p \frac{\partial T}{\partial t} = - \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\partial Q}{\partial t}$$

RICORDIAMO IL FLUSSO RADIATIVO

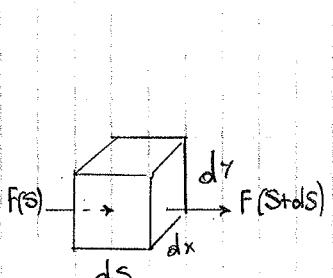
$$f_r = \frac{\partial Q}{\partial t} = F \cdot A \quad ([\text{W}][\text{m}^{-2}][\text{s}^{-1}])$$

IN TERMINI DI IRRADIANZA F AVREMO PERTO'

$$F(S+dS) \approx F(S) + \frac{\partial F}{\partial S} dS$$

$$df_r = (F_{in} - f_{out}) dx dy = - \frac{\partial F}{\partial S} dS dx dy = - \frac{\partial F}{\partial S} dV$$

$$\frac{df}{dV} = - \frac{\partial F}{\partial S}$$



E POSSO RISCRIVERE ($dz = -ds$)

$$P_Q \frac{\partial T}{\partial t} = + \frac{\partial F}{\partial z}$$

NOTA: SI POTREbbe EVITARE DI DEFINIRLA IN dS ...

NOTA: L'HO RISCRITTA CON dz IN LUOGO DI dS PERCHÉ IN EFFETTI F È UN FLUSSO PER UNITÀ DI AREA A INCIDENZA NORMALE.

DOVE A DESTRA HO LA CONVERGENZA DELLA IRRADIANZA, CHE PROVOCÀ (1° PRINCIPIO) UN AUMENTO DI T . USANDO LA DEFINIZIONE

$$dz = - \frac{1}{k_p} dT$$

$$Q_p \frac{\partial T}{\partial t} = - k \frac{\partial F}{\partial z}$$

DALLA LEGGE DI BEER-LAMBERT ($I(s) = I(0)e^{-\int_0^s k_p ds'}$),

$$I(z) = I_0 e^{-z/\mu_0}$$

NOTA: $I(s)$ QUI SOPRA SI RIFERISCE A UNA DEF. DIVERSA DI S (È OPPOSTO A \hat{s} , $S=0 \Leftrightarrow \hat{s}=0$).

POICHÉ LA RADIANZA È COLLIMATA, L'IRRADIANZA È SEMPLICEMENTE

$$F(z) = \mu_0 I_0 e^{-z/\mu_0} = F_0 e^{-z/\mu_0}$$

$$\frac{\partial F}{\partial z} = F_0 e^{-z/\mu_0} \left(-\frac{1}{\mu_0} \right) \Rightarrow$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{c_p \mu_0} F(z)$$

Ora poiché

$$p = p_0 e^{-z/H}$$

$$\tau = \int_z^\infty k_p dz' \approx k_p \int_z^\infty e^{-z'/H} dz' = H k_p e^{-z/H} = H k_p$$

QUINDI (SE k È PRESSOCAH COSTANTE NELLO STRATO)

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\tau}{c_p H \mu_0} F(z)$$

NOTA: OK COSTANTE, MA COME MINIMO HO UN k DIVERSO PER OGNI SPECIE CHIMICA CHE ASSORBE (VEDI GRAPICO PROSSIMA PAGINA).

QUANT'E' IL MASSIMO NIVELLO DI RISCALDAMENTO?

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{T}{H \mu_0} F(z) \right] = 0$$

NOTA: SE CI PENSI QUESTO NON VOLGHEREBBE TRASCUARRE LA DIPENDENZA $p(z)$. INVECE $H \mu_0$ È SOLO UNA COSTANTE INUTILE. INOLTRE SI E' VISTO SOPRA CHE

$$\frac{DF}{dT} + \frac{T}{H \mu_0} \frac{\partial F}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial F}{\partial z} = - \frac{1}{\mu_0} F(z)$$

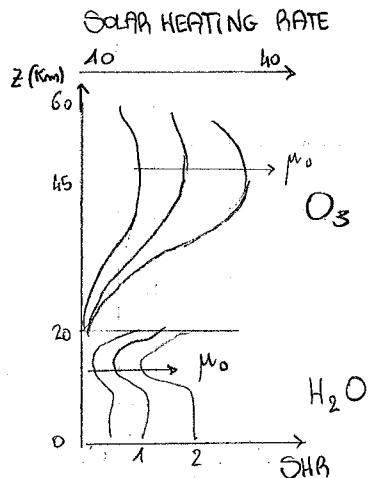
$$\frac{F}{H\mu_0} - \frac{\tilde{\tau}}{H\mu_0^2} F = 0$$

QUINDI HO IL MASSIMO CALORE ASSORBITO PER

$$\tilde{\tau} = \mu_0$$

DALLA DEFINIZIONE DI $\tilde{\tau} = KH\rho(\tilde{z}) = \mu_0$ RICAVO

$$\tilde{z} = H \ln \left(\frac{K H \rho_0}{\mu_0} \right)$$



RAFFREDDAMENTO IR

CALCOLIAMO IL COOLING RATE PARTENDO DA

$$F = F^{\uparrow}(2) - F^{\downarrow}(2)$$

CHE ANDREMO A SOSTITUIRE IN

$$\frac{\partial T}{\partial t} = + \frac{1}{\rho g} \frac{\partial F}{\partial z}$$

RICORDIAMO

$$\begin{cases} I^{\uparrow}(z) = I^{\uparrow}(z^*) e^{-\frac{z^*-z}{\mu}} + \int_z^{z^*} J^{\uparrow} e^{-\frac{z'-z}{\mu}} dz'/\mu \\ I^{\downarrow}(z) = I^{\downarrow}(0) e^{-z/\mu} + \int_0^z J^{\downarrow} e^{-\frac{z-z'}{\mu}} dz'/\mu \end{cases}$$

ASSUMIAMO PER SEMPLIFICAZIONE

$$J^{\uparrow}, J^{\downarrow} = B$$

E CHE DALLO SPAZIO NON ARRIVI RADIAZIONE IR, OHE AL TOA

$$I^{\uparrow}(0) = 0$$

E, COME ULTERIORE SEMPLIFICAZIONE, ANCHE PER LA SUPERFICIE

$$I^{\uparrow}(z^*) = B(z^*)$$

DEFINISCO LA TRASMITTANZA

$$T(z/\mu) = e^{-z/\mu}$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = -\frac{1}{\mu} e^{-z/\mu} = -\frac{1}{\mu} T(z/\mu)$$

E POSSO RISCRIVERE

$$I^{\uparrow}(z) = B(z^*) T\left(\frac{z^*-z}{\mu}\right) - \int_z^{z^*} B(z') \left\{ \frac{d}{dz'} T\left(\frac{z'-z}{\mu}\right) \right\} dz'$$

$$I^\downarrow(\tau) = \int_0^{\tau} B(\tau') \left\{ \frac{d}{d\tau'} T\left(\frac{\tau'-\tau}{\mu}\right) \right\} d\tau'$$

INTEGRANDO SU $\mu \in \mu$ (L'INTERO EMISFERO), OTTENGO L'IRRADIANZA

$$F^{11} = 2\pi \int_0^1 I^\downarrow \mu d\mu$$

DEFINISCO INNANZITUTTO LA TRASMITTANZA DIFFUSA

$$T^f(\tau) := 2 \int_0^1 T\left(\frac{\tau}{\mu}\right) \mu d\mu$$

INTEGRO QUINDI I^\uparrow E I^\downarrow :

$$\begin{cases} 2\pi \int_0^1 I^\uparrow \mu d\mu = F^1(\tau) = 2\pi \int_0^1 B(\tau^*) T\left(\frac{\tau^*-\tau}{\mu}\right) \mu d\mu - 2\pi \int_0^1 \int_{\tau}^{\tau^*} B(\tau') \frac{d}{d\tau'} \left\{ T\left(\frac{\tau'-\tau}{\mu}\right) \right\} d\tau' \mu d\mu \\ F^\downarrow(\tau) = 2\pi \int_0^1 \int_0^{\tau} B(\tau') \frac{d}{d\tau'} \left\{ T\left(\frac{\tau'-\tau}{\mu}\right) \right\} d\tau' \mu d\mu \end{cases}$$

NOTO CHE $B(\tau)$ NON DIPENDE DA μ E, RICONOSCENDO $T^f(\tau)$,

$$\begin{cases} F^1(\tau) = \pi B(\tau^*) T^f\left(\frac{\tau^*-\tau}{\mu}\right) - \int_{\tau}^{\tau^*} \pi B(\tau') \frac{d}{d\tau'} T^f\left(\frac{\tau'-\tau}{\mu}\right) d\tau' \\ F^\downarrow(\tau) = \int_0^{\tau} \pi B(\tau') \frac{d}{d\tau'} T^f\left(\frac{\tau'-\tau}{\mu}\right) d\tau' \end{cases}$$

RICORDANDO CHE PER

$$\tau = \tau^* \rightarrow z = 0$$

$$\tau = 0 \rightarrow z = \infty$$

CAMBIO DI VARIABILI E RISOLVO

NOTA: CALAMO UN VERO PIETOSO SU QUESTO CAMBIO.

$$\begin{cases} F^1(z) = \pi B(0) T^f(z) + \int_0^z \pi B(z') \frac{d}{dz'} T^f(z-z') dz' \\ F^\downarrow(z) = \int_z^{\infty} \pi B(z') \frac{d}{dz'} T^f(z-z') dz' \end{cases}$$

SOMMANDOLE OTTENGO

$$F = F^1 - F^\downarrow = \pi B(0) T^f(z) + \int_0^{\infty} \pi B(z') \frac{d}{dz'} T^f(z-z') dz'$$

DONDE DERIVARLA E CERCARE IL MASSIMO.

USO INVECE L'APPROSSIMAZIONE COOLING TO SPACE: I FLUSSI

DALL'ALTO E DAL BASSO SI COMPENSANO

(VERO DI PERO SE SOLO SE GLI STRATI ANTESERO LA STESSA TEMPERATURA); NON SI COMPENSA

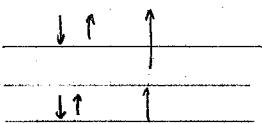
SOLO IL CONTRIBUTO RELATIVO ALLO STRATO CHE STIAMO OSSERVANDO.

IN ALTRI TERMINI TRASCURRO IN F IL TERMINE

$$\pi B(0) T^{\frac{1}{2}}(2)$$

E PENSO $B(z') = 0 \quad \forall z' \neq z$, COSÌ CHE

$$\frac{\partial F}{\partial z} = \pi B(2) \int_0^{\infty} \frac{d}{dz'} T^{\frac{1}{2}}(2-z') dz' = \pi B(2) \frac{d}{dz} T^{\frac{1}{2}}(2_0 - z) \propto \pi B(2) e^{-z/\mu}$$

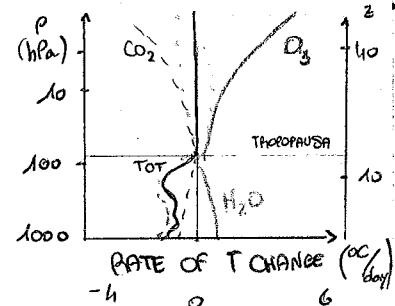


$$\text{NOTA: } \frac{d}{dz} T(z/\mu) = -\frac{1}{\mu} e^{-z/\mu}$$

PER FARRE IL GRADICO QUI
SOTTO MI SERNE CALCOLARE
 $\frac{\partial I}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \frac{\partial F}{\partial z}$

CONTA QUINDI SOLO QUELLO CHE PASSA DALLO STRATO IN QUESTIONE
ALLO SPAZIO. MEDIANO μ ,

$$\bar{\mu} = 0.66 \rightarrow \theta = 53^\circ$$



IN STRATOSFERA SI HA PERFETTO EQUILIBRIO
RADIATIVO, MENTRE LA TROPOSPERA EMETTE
PIÙ RADIAZIONE DI QUANTA NE ASSORBA.

COME È RISTABILITO L'EQUILIBRIO IN TROPOSPERA?

$$100 \text{ UNITÀ} \equiv 340 \text{ W/m}^2$$

NOTA CHE TROPO, STRATO EMETTONO DI PIÙ DOVE
SONO PIÙ CALDE. AL NETTO,

STRATO 0

TROPO -29

SUPERF. 29

SOLE	30	10	54	16
100	↓	↑	2	STRATO
3	↓		6	
27	↓		160	↓
17	↓		88	TROPO
50	↓		140	↑
60			180	SUPERFICIE

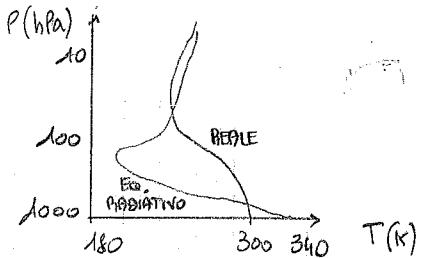
(VALORI MISURATI)

SI VIDE QUINDI CHE A COMPENSARE LA PERDITA NELLA TROPOSPERA
È LA SUPERFICIE E LO FA SOTTO FORMA DI CALORE SENSIBILE (5,
CONVEZIONE E TURBOLENZE) O LATENTE (24, ACQUA CHE SALE E CONDENSA).

SE NON FOSSE PER LA SUPERFICIE, LA TROPPO SI RAFFREDDEREBBE COSÌ DA EMETTERE DI MENO; INOLTRE IL LAPSE RATE SAREBBERE MOLTO PIÙ ALTO.

UN'ATMOSFERA IN EQUILIBRIO RADIATIVO È MOLTO PIÙ INSTABILE.

LA NOSTRA ATMOSFERA È IN EQUILIBRIO RADIATIVO - CONVETTIVO (L'INSTABILITÀ DOVUTA AL RAFFREDDAMENTO PROVOCA CONVEZIONE GRAZIE A CUI È RIPRISTINATO L'EQUILIBRIO).



RADIAZIONE E CHIMICA DELL'ATMOSFERA



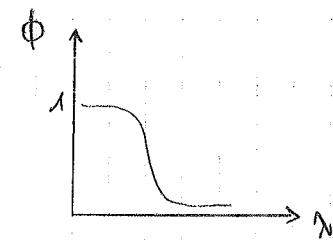
DONDE γ È IL COEFFICIENTE DI FOTODISSOCIAZIONE, IL NUMERO m_{AB} DI MOLECOLE DI AB VARIA COME

$$\frac{dm_{AB}}{dt} = -j m_{AB}$$

DOVE

$$j = \int_{\Delta\lambda} \phi(\lambda) \sigma_a(\lambda) F_{att}(\lambda) d\lambda$$

CON F_{att} IL FLOSSO ATTINICO, ϕ L'EFFICIENZA (PROBABILITÀ DI DISSOCIAZIONE), σ_a LA SEZIONE D'URTO DI ASSORBIIMENTO; DIMOSTRIAMOLO.



PRENDO UNO STRATO $d\lambda$ SU CUI INCIDE

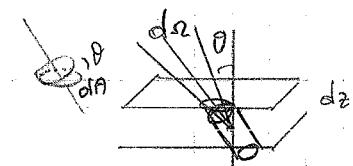
$$dE_{\lambda}^{(inc)} = I_{\lambda} \cos\theta d\Omega dt d\lambda$$

IL NUMERO DI MOLECOLE COLPITE È $dN_a = m A dS$. INOLTRE

$$\sigma_a = \frac{dE^{(ass)}}{dE^{(inc)} / dt \cdot dN_a / dA}$$

$$dE^{(ass)} = dE^{(inc)} \cdot \sigma \cdot m dS = dE^{(inc)} \cdot \sigma \cdot m \frac{d\lambda}{\cos\theta}$$

$$= I_{\lambda} A d\Omega dt d\lambda \cdot \sigma \cdot m d\lambda$$



NOTA: L'HO RIFATTATA DA CIMA A FONDO, NON STAVA NÉ IN CIELO NÉ IN TERRA.

CHE NON DIPENDE PIÙ DA θ . SI DISSOCIANO

$$dN_d = \phi(\lambda) dE_{\lambda}^{(ass)}$$

QUINDI NELLO STRATO IL RATE DI DISSOCIAZIONE VALE

$$\frac{dN_d}{dt} = -A_m d\tau \int_{\Delta\lambda} \int_{\Delta\Omega} \phi(\lambda) \sigma(\lambda) I_{\lambda}(\theta, \varphi) d\lambda d\Omega$$

$$= -A_m d\tau \int_{\Delta\lambda} \left[\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} I_{\lambda}(\theta, \varphi) \sin\theta d\theta d\varphi \right] \phi(\lambda) \sigma_{\lambda}(\lambda) d\lambda$$

FLUSSO ATTINICO

IL FLUSSO ATTINICO DIFFERISCE DALL'IRRADIANZA SOLO PER L'ASSENZA DEL TERMINE COS θ NELL'INTEGRALE.

DIVIDENDO PER L'UNITÀ DI VOLUME $V = A d\tau$,

$$\frac{1}{V} \frac{dN_d}{dt} = -m \int_{\Delta\lambda} \text{Fact} \phi \sigma_{\lambda} d\lambda$$

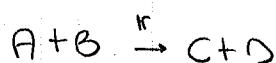
STUDIAMO I TIPI DI FOTODISSOCIAZIONE.

RICORDIAMO

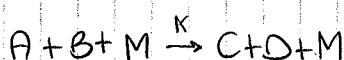
REAZIONE DEL I° ORDINE:



II° ORDINE



III° ORDINE



$$\frac{dm_A}{dt} = -k m_A$$

$$\frac{dm_A}{dt} = \frac{dm_B}{dt} = -k m_A m_B$$

$$\frac{dm_A}{dt} = \frac{dm_B}{dt} = -k m_A m_B m_M$$

PRODUZIONE DI OZONO

MISURIAMO LA QUANTITÀ DI OZONO COME

$$m/V = m_{O_3} \quad [m^{-3}]$$

$$m_{O_3} = \frac{m_{O_3}}{m_d} \cdot 10^6 \quad [\text{ppm}], \text{ MIXING RATIO}$$

$$P_{O_3} \quad [\text{hPa}], \text{ PRESSIONE PARZIALE$$

P_{O_3} SI PUO' MISURARE IN DOBSON UNITS (DU) : PRENDO TUTTO L' O_3 IN UNA COLONNA D'ARIA E LO PORTO IN STP ($P = 1013 \text{ hPa}$, $T = 273.16 \text{ K}$), QUINDI NE MISURO LO SPESORE (IN UNITA' DI 10^{-5} m). PER L'INTERA ATMOSFERA, AD ESEMPIO,

$$M_d(z) = M_d(z_{STP}) e^{-\frac{z-z_{STP}}{H}}$$

$$N_d = f M_d(z_{STP}) \int_{z_{STP}}^{\infty} e^{-\frac{(z-z_{STP})}{H}} dz = A H m(z_{STP})$$

$$\frac{N_d}{m(z_{STP})} = V_{STP} = A H$$

$$H \approx 8 \text{ km} = 8 \cdot 10^8 \text{ DU}$$

L' OZONO IN ATMOSFERA E'

$$300 \text{ DU} = 3 \cdot 10^2 \cdot 10^{-5} \text{ m} = 3 \text{ mm}$$

$$\frac{DU_{O_3}}{DU_d} = \frac{3 \cdot 10^2}{8 \cdot 10^8} = 3.75 \cdot 10^{-7} = 0.375 \text{ ppm} = 375 \text{ ppb}$$

NOTA: m_d E' UNA DENSITA' NUMERICA E COME TALE $m_d \approx e^{-z/H}$.

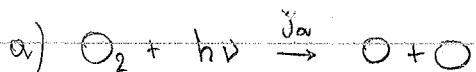
N_d : NUMERO DI MOLECOLE IN UNA COLONNA D'ARIA DI AREA UNITARIA ($A = 1 \text{ m}^2$)

VOLUME OCCUPATO DALLE N_d PARTICELLE DI PRIMA POSTE IN STP.

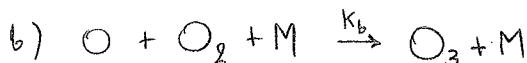
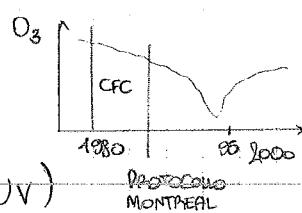
ALL'EQUATORE HO MINIMA CONCENTRAZIONE DI O_3 , MENTRE E' MASSIMA AL POLO PRIMAVERILE.

MODELLO FOTOCHEMICO DI CHAPMAN

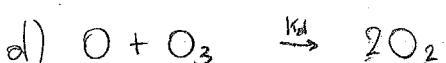
$$M_1 = M_o, M_2 = M_{O_2}, M_3 = M_{O_3}$$



$\lambda < 240 \text{ nm}$ (UV)

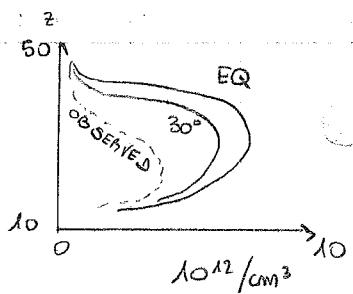


$\lambda < 310 \text{ nm}$ (UV \times (aNo))



NOTA: QUELLI CON j SONO FOTOLITICI

SI DEMOSTRA CHE IL RISULTATO DEL CICLO E' QUELLO A FIANCO. CI PRENDE LA FORMA MA NON LA QUANTITA' (REAZIONI CATALITICHE E CONNESSIONE).



SOMMARIO: TRASFERIMENTO RADIAZIONE

- ANGOLO SOLIDO
- INTENSITÀ (RADIANZA SPETTALE)
- RADIANZA
- RADIANZA COLLIMATA
- FLUSSO
- EMISSIONE DI CORPO NERO
- EMISSIONE SOLARE
- MODELLO ATMOSFERA BLACK BODY
- ENERGIA DELLE MOLECOLE
- SPECTRI DI ASSORBIMENTO
- TEMPERATURA DI BRILLANZA
- TEMPERATURE SOUNDING
- SCATTERING
- SCATTERING RAY LEIGH
- SEZIONE D'URTO
- AEROSOL
- EQUAZIONE DEL TRASFERIMENTO RADIAZIONE
- LEGGE DI BEER - LAMBERT (EMISSIONE SOLARE)
- EMISSIONE TERRESTRE
- EQUAZIONE DI SCHWARZCHILD
- RISCALDAMENTO SOLARE
- RAFFREDDAMENTO IR
- BILANCIO TERMICO
- RADIAZIONE E CHIMICA DELL' ATMOSFERA
- MODELLO FOTOCHEMICO DI CHAPMAN

• RIASSUNTO DELL'ULTIMA PARTE (MA SOLO IN PARTE)

* EQUAZIONE DEL TRASFERIMENTO RADIATIVO

CONSIDERO UN "PENCIL" DI RADIAZIONE.

$$dI^{(\text{RESTRAZIONE})} = -k \rho I ds \quad (\text{ASSORBIMENTO, SCATTERING})$$

$$dI^{(\text{EMISSIONE})} = j \rho ds \quad (\text{EMISSIONE BLACKBODY})$$

DETTA $J = j/k$ LA FUNZIONE DI PRODUZIONE (E' UNA RADIANZA - INTENSITA'),

$$\frac{dI}{k\rho ds} = J - I$$

EQUAZIONE DEL TRASFERIMENTO RADIATIVO
(L'INTENSITA' SI ANICINA ESPONENZIALMENTE A $B_N(T)$) (I)

• RADIAZIONE SOLARE (LUCE VISIBILE)

POLCHE' $T^{(\text{RAIGHTN.})} (\sim 5000 \text{ mm}) \approx 5000 \text{ K}$ E IN ATMOSFERA NON VI SONO CORPI COSÌ' CALDI,

AVRÒ $j=0 \Rightarrow J=0$, DA QUI

$$I(s) = I(0) e^{-\int_0^s k \rho ds'}$$

LEGGE DI BEER - LAMBERT

POSSO ANCHE DEFINIRE

$$T(s) = I(s) / I(0)$$

TRASMITTANZA

$$A(s) = 1 - T(s)$$

ASSORBANZA (IN ASSENZA DI SCATTERING)

• RADIAZIONE TERRESTRE (I_R)

RONIAMO PER SEMPLICITÀ $J_\lambda = B_N(T_E)$. DEFINIAMO

$$T_R(s, s_1) = \int_s^{s_1} k_n(s') \rho(s') ds' \quad \text{SPESSORE OTTICO}$$

NOTO CHE E' ADIMENSIONALE. SE LO CALCOLO A TERRA HO $T(0) = T$, LO SPESSORE DELLO STRATO DI ATMOSFERA ALTO FINO A s_1 . INVECE AL CRESCERE DI s

T DIMINUISCE. POSSO RISCRIVERE LA (I) USANDO

$$dT = -k \rho ds.$$

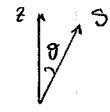
E INTEGRANDOLA ($B(T(s)) = B(t)$) HO L'EQUAZIONE DI SCHWARZCHILD

$$I(s_1) = I(0) e^{-t} + \underbrace{\int_0^t B(t') e^{-t'} dt'}_{\substack{\text{ATTENUAZIONE} \\ \text{AUMENTO (A SUA VOLTA ATTENUATO)}}} \quad (\text{II})$$

• APPROSSIMAZIONE PIANO - PARALLELA

TRASCHIAMI LA CURVATURA DELL'ATMOSFERA E SUPONIAMO $T = T(z)$, $p = p(z)$.

$$dz = ds \cdot \cos\theta := ds \cdot \mu$$



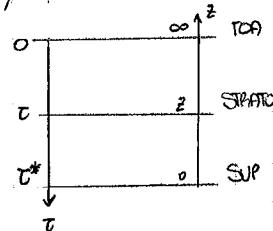
MANDIAMO $S_1 \rightarrow \infty$ (TANTO $p(S) \rightarrow 0$) E RIDIFINIAMO

$$T(z) = \int_z^{\infty} k(z') p(z') dz' \quad dz = -k p dz$$

CONSIDERANDO L'EMISSIONE DELLA SUPERFICIE TERRESTRE VERSO L'ALTO, DEGLI STRATI

SOTTOSTANTI VERSO L'ALTO E DI QUELLI SOPRASTANTI VERSO IL BASSO,

$$\left\{ \begin{array}{l} I'(z) = I'(z^*) e^{-\frac{z-z^*}{\mu}} + \int_{z^*}^z J' e^{-\frac{z-z'}{\mu}} \frac{dz'}{\mu} \\ I'(z) = I'(0) e^{-\frac{z}{\mu}} + \int_0^z J' e^{-\frac{z-z'}{\mu}} \frac{dz'}{\mu} \end{array} \right. \quad (\text{III})$$



DONDE $I'(z^*)$ DERIVA DALLA SUPERFICIE E $I'(0)$ DALLO SPAZIO, MENTRE GLI INTEGRALI SONO I CONTRIBUTI DEGLI STRATI INTERMEDI (AL CRESCERE DI θ CRESCE LA LUNGHEZZA DEL CAMMINO DI INTEGRAZIONE).

• STIME

SI E' VISTO CHE C'E' UNA FINESTRA DI λ IN CUI L'ATMOSFERA E' TRASPARENTE. POSSO CONFRONTARE QUANTO MISURATO DAI SATELLITI AL TOA ($z=0$) CON

$$I_\lambda^*(0) = I_\lambda'(z^*) e^{-\frac{z^*}{\mu}} = \epsilon_{\lambda, S} B_\lambda(T_s) e^{-\frac{z^*}{\mu}}$$

ALTRIE STIME SONO POSSIBILI QUANDO E' BEN NOTA J_λ .

* RISCALDAMENTO SOLARE

DALL'EQUAZIONE DELLA TERMODINAMICA

$$PQ \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{\sqrt{\mu}} \frac{\partial Q}{\partial t}$$

IN TERMINI DI IRRADIANZA

$$\frac{1}{\sqrt{\mu}} \frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{1}{\delta r} \left[(F_{in} - F_{out}) dA \right] = \frac{1}{\delta r} \left[+ \frac{\partial F}{\partial z} dz dA \right] = + \frac{\partial F}{\partial z}$$

$$F_{out} = F_{in} + \frac{\partial F}{\partial z} (-dz)$$

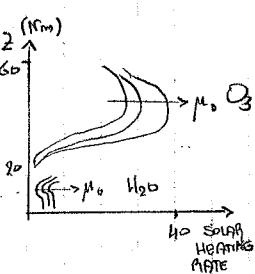
USANDO $dz = -k p dz$ E LA LEGGE DI BEER LAMBERT (PENSACI, CI STA CHE SIA SCRITTA COSÌ)

$$I(z) = I_0 e^{-\frac{z}{\mu_0}}$$

E CONSIDERANDO INFINE CHE $F(z) = \mu_0 I(z) := F_0 e^{-\frac{z}{\mu_0}}$ (E' COLLIMATA),

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{\mu_0 c_p} F(z)$$

(k DIVERSA PER $O_3, H_2O \dots$)



TRA L'ALTRO, POSTO $f = p_0 e^{-\frac{z}{H}}$ E SUPPOSTO K COSTANTE IN Z, HICHO $\tau = HKp$ DA CUI
 $\frac{dt}{dz} = \frac{\tau}{q \rho H \mu_0} F(z)$

DEFINENDO $T F(z)$ TROVO UN MASSIMO PER $\tilde{z} = \mu_0$, OSSIA PER $\tilde{z} = H \ln \left(\frac{KHP_0}{\mu_0} \right)$.

* RAFFREDDAMENTO IR

VOGLIAMO CALCOLARE

$$\frac{dT}{dt} = + \frac{1}{PQ} \frac{\partial F}{\partial z}$$

PER FARLO CI SERVE $F = F^I(z) - F^D(z)$. PARTIAMO DALLE EQUAZIONI (III) CHE CI DANNO

$I^I(z) \in I^D(z)$, CHE INTEGRIAMO SULL'EMISFERO PER OTTENERE L'IRRADIANZA F. SUPONIAMO:

- $J^I, J^D = B$
- $I^D(0) = 0$ (DALLO SPAZIO NON ARRIVA RADIAZIONE IR)

OTTENIAMO

$$F(z) = \pi B(0) T^I(z) + \int_0^\infty \pi B(z') \frac{dz'}{dz} T^D(z-z') dz$$

DOVE SI SONO DEFINITE TRASMITTANZA (T) E TRASMITTANZA DIFFUSA (T^D) COME

$$T(\tau_{\mu}) = e^{-\tau/\mu} \quad T^D(z) = 2 \int_0^z T\left(\frac{z}{\mu}\right) \mu d\mu$$

DERIVARIE F(z) E' DIFFICILE E QUINDI USO IL COOLING-TO-SPACE: I FUSSI DI CALORE DALL'ALTO E DAL BASSO SI COMPENSANO (COME SE GLI STRATI ANESSEREO LA STESSA TEMPERATURA) E CONTA SOLO IL CONTRIBUTO DELLO STRATO IN QUESTIONE. CIÒ COMPORTA CHE TRASCURIAMO $B(z=0)$ E NELL'INTEGRALE PONIAMO $B(z')=0 \forall z \neq z'$; VEDI GLI APPUNTI PER I GRAFICI.

SCOPRO CHE LA STRATOSFERA E' IN EQUILIBRIO RADIATIVO, MENTRE LA TROPOSPERA E' IN EQUILIBRIO RADIATIVO-CONNETTIVO CON LA SUPERFICIE (CALORE LATENTE O SENSIBILE).

UN'ATMOSFERA IN EQUILIBRIO RADIATIVO E' PIÙ FRECCA E PIÙ INSTABILE ($\Gamma_c \gg$).

GLI ARGOMENTI SUCCESSIVI E LA PRIMA PARTE (FINO AGLI AEROSOL) SONO PIÙ SEMPLICI E SI TROVANO SUGLI APPUNTI.

THAT'S ALL, FOLKS.