



TIØ4120 - OPERASJONSANALYSE, GRUNNKURS

Exercise #9

Author:
Sondre Pedersen

October 23, 2024

Problem 1

a) Utled EOQ formelen

La

Q : bestillingsmengden

K : Bestillingskostnad (fast)

c : Bestillingskostnad per enhet

h : Lagerkostnad per enhet per tidsenhet

$L(t)$: Lagerbeholdning ved tidspunkt t

Antar at D er kjent konstant etterspørsel. Da vil $L(t) = Q - Dt$, og en periode $L(T) = 0 \Rightarrow T = Q/D$.

Målet er å minimere kostnader for en periode.

Bestillingskostnad for en periode: $K + cQ$

Lagerkostnad for en periode: $h \times \frac{Q^2}{2d}$

Total kostnad for en periode: $K + cQ + h \times \frac{Q^2}{2d}$

Her er $Q^2/2d$ alle enhetene som må betales for på lager (integral av $L(t)$ fra 0 til T).

F = Kostnad per tidsenhet = Total kostnad / tid = $\frac{K+cQ+h \times \frac{Q^2}{2d}}{Q/D} = \frac{DK}{Q} + cD + \frac{hQ}{2}$

$$\frac{dF}{dt} = 0 \Rightarrow -\frac{DK}{Q^2} + \frac{h}{2} \Rightarrow Q = \sqrt{\frac{2DK}{h}}$$

b)

Oppgitt:

$$D = 500 \times 12$$

$$K = 1000$$

$$c = 400$$

$$h = 40 + 0.15 \times 400$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \times 500 \times 12 \times 1000}{40 + 0.15 \times 400}} = 346.4 \text{ enheter bør bestilles.}$$

$$T = Q/D \times 12 \approx 0.7 \text{ måneder mellom hver bestilling.}$$

c)

Utvider variablene i a) ved å legge til p for shortage cost. Bruker s som betegnelse på maks lagerbeholdning. Denne verdien er nå ulik Q , siden vi bestiller mer enn vi vil ha på lager, ettersom noe må etterleveres.

Bestillingskostnad for en periode: $K + cQ$

Lagerkostnad for en periode: $h \times \frac{s^2}{2d}$ Shortage cost for en periode: $p \times \frac{(Q-s)^2}{2d}$

Total kostnad for en periode: $K + cQ + h \frac{Q^2}{2d} + p \frac{(Q-s)^2}{2d}$

F = Kostnad per tidsenhet = $\frac{KD}{Q} + cD + \frac{hS^2 + p(Q-S)^2}{2Q}$

Løser nå $\frac{\partial F}{\partial Q} = 0$ og $\frac{\partial F}{\partial S} = 0$. Dette gir et system med likninger som man kan regne på og komme fram til

$$Q^* = \sqrt{\frac{2DK}{h}} \sqrt{\frac{p+h}{p}}, S^* = \sqrt{\frac{2DK}{h}} \sqrt{\frac{p}{p+h}}$$

d)

p = 150, så D' = 6000 h = 40 + 0.15 * 400 = 2400

$Q^* = \sqrt{\frac{2*6000*1000}{2400}} \sqrt{\frac{150+2400}{150}} = 291$ enheter. $S^* = \sqrt{\frac{2*6000*1000}{2400}} \sqrt{\frac{150}{150+2400}} = 17$ enheter.

e)

Ledetid vil ikke påvirke noe særlig. Alt som må endres er at bestillingen må skje 1 måned tidligere.

Problem 2

p/h forhold	Q* (Optimal ordrekvantum)	S* (Maksimum lagernivå)	B* (Maksimal shortage)
0.3333333333333333	2000	500	1500
1	1414	707	707
2	1225	816	408
3	1155	866	289
5	1095	913	183
10	1049	953	95

Problem 3

a)

Gitt:

$$K = 1500$$

$$h = 3000$$

$$p = 1000$$

$$d = 900$$

$$EOQ_{standard} = \sqrt{(2 * K * d)/h} \quad EOQ_{standard} = \sqrt{(2 * 1500 * 900)/3000} = 30.98 \approx 31 \text{ biler}$$

$$EOQ_{shortage} = EOQ_{standard} * \sqrt{(p + h)/p}$$

$$EOQ_{shortage} = 30.98 * \sqrt{(1000 + 3000)/1000} = 30.98 * \sqrt{4} = 61.96 \approx 62 \text{ biler}$$

$$S = EOQ_{shortage} * (p/(p + h))$$

$$S = 62 * (1000/(1000 + 3000)) = 62 * 0.25 = 15.5 \approx 16 \text{ biler}$$

b)

Gitt:

$$\mu_L = 50$$

$$\sigma_L = 15$$

$$z_{0.75} = 0.674$$

$$R = \mu_L + z_{0.75} * \sigma_L$$

$$R = 50 + (0.674 * 15) = 50 + 10.11 = 60.11 \approx 60 \text{ biler.}$$

c)

$$SS = R - \mu_L = 60 - 50 = 10 \text{ biler}$$