NTNU

Kunnskap for en bedre verden

TIØ4120 - Operasjonsanalyse, grunnkurs

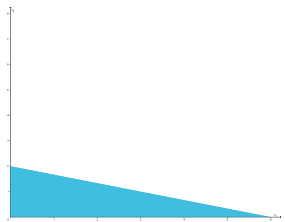
Exercise #1

Author:
Sondre Pedersen

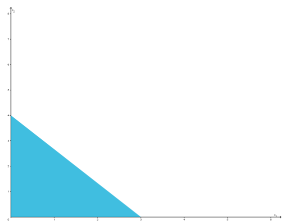
September 8, 2024

Oppgave 1: Grafisk illustrering

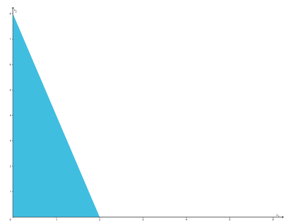
3.1-2 For each of the following constraints, draw a separate graph to show the nonnegative solutions that satisfy this constraint.



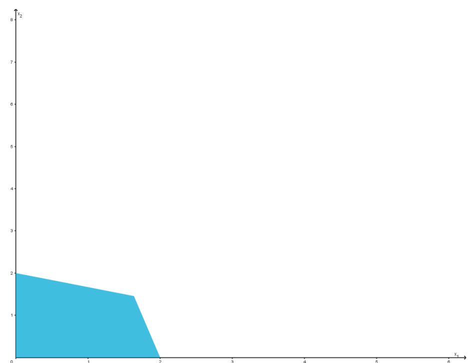
a) $x_1 + 3x_2 <= 6$



b) $4x_1 + 3x_2 <= 12$



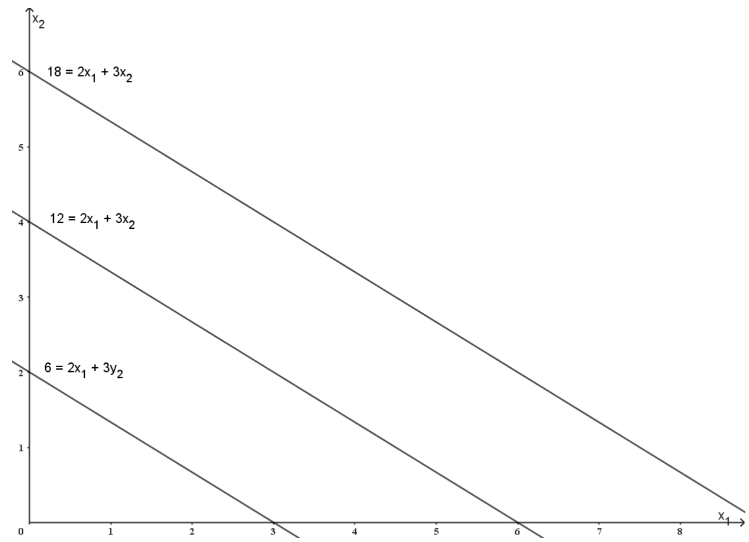
c) $4x_1 + x_2 <= 8$



d) $a \wedge b \wedge c$

Beklager blanding mellom norsk og engelsk i denne innleveringen. Jeg følger språket brukt i oppgavebeskrivelsen.

3.1-3 Consider the following objective function for a linear programming model: *Maximize* $Z = 2x_1 + 3x_2, Z_1 = 6, Z_2 = 12, Z_3 = 18$



a) Objective functions

b)

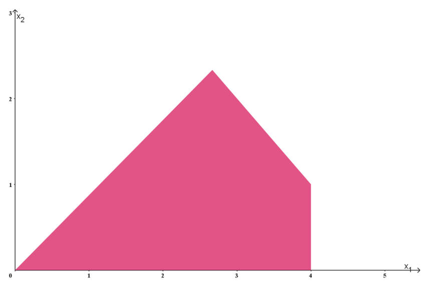
$$
\begin{aligned}
Z_i &= 2x_1 + 3x_2 \\
\Rightarrow x_2 &= \frac{Z_i}{3} - \frac{2x_1}{3} \\
slope &= \frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{2}{3}
\end{aligned}
$$

They have the same slope. From the graph, we can see that the x_2 intercept is 2, 4, 6. The interception increases along with Z.

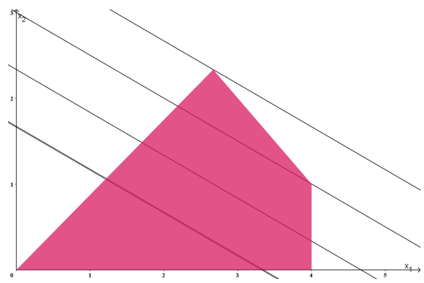
Oppgave 2: Max problem

$max\ z = 3x_1 + 6x_2\ når$

$$3x_1 + 2x_2 <= 18$$
$$x_1 + x_2 <= 5$$
$$x_1 <= 4$$
$$x_2 <= 7$$
$$\frac{x_2}{x_1} <= \frac{7}{8}$$
$$x_1 >= 0$$
$$x_2 >= 0$$



a) Mulighetsområde



a) Z = 10, 14, 18, 22

Løser ved å lage en målfunksjon der Z = 10, og øke Z til bare ett punkt på linjen er innenfor Mulighetsområdet.

b)

Løsningen er når Z = 22. Løser finner x_1 og x_2 ved å se at punktet er møtepunktet mellom $x_1 + x_2 = 5$ og $\frac{x_2}{x_1} = \frac{7}{8} \Rightarrow 8x_2 - 7x_1 = 0$. Ved å løse ligningssettet får vi $x_1 = \frac{8}{3}$ og $x_2 = \frac{7}{3}$

Oppgave 3: Excel

3.5-5 Investment
LP formulated problem:
min z = $2.5x_1 + 3x_2 + 3.5x_4$ such that

$$2x_1 + 1x_2 + 0.5x_3 >= 400 \tag{1}$$
$$0.5x_1 + 0.5x_2 + x_3 >= 100 \tag{2}$$
$$1.5x_2 + 2x_3 >= 300 \tag{3}$$

Where all units are millions of dollars. x_i refer to asset i.
c), d)

	Asset 1	Asset 2	Asset 3			Kapasitet
Profitt	2.5	3	3.5	1250		
Year 5	2	1	0.5	400	>=	400
Year 10	0.5	0.5	1	300	>=	100
Year 20		1.5	2	550	>=	300
Investment	100	100	200			

The table shows returns on investments of \$100 million in asset 1, \$100 million in asset 2 and \$200 million in asset 3. All constraints are satisfied, and the investment of \$400 million would generate \$1.25 billion. Sounds good to me.
e)

	Asset 1	Asset 2	Asset 3			Kapasitet
Profitt	2.5	3	3.5	850		
Year 5	2	1	0.5	400	>=	400
Year 10	0.5	0.5	1	150	>=	100
Year 20		1.5	2	300	>=	300
Investment	100	200				

Here is the solution found by Excel Solver. The smallest possible investment to satisfy the constraints is \$100 million in asset 1 and \$200 million in asset 2.

Oppgave 4: Distribusjon

Generell formulering

Indekser:
i og j: noder i grafen.

Konstanter og parametre:
N: antall noder i grafen.
C_{ij} : kostnad per enhet som transporteres mellom node i og j.
P_i : produksjonsmengde hos node i.
G_{ij} : Grense på enheter som kan transporteres mellom node i og j.

Variabler:
x_{ij} : antall enheter som transporteres mellom node i og j. z: total kostnad til transport av enheter.

b)
min z = $\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{j} x_{ij} C_{ij}$

s.t.
$x_{ij} >= 0$, i,j = 1,...,N
$P_i = \sum_{j=1}^{N} x_{ij} - x_{ji}$, i = 1,...,N
$x_{ij} <= G_{ij}$

$$\left[\begin{array}{cc|c} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$