Euler problem 05

于船长

书山有路勤为径，学海无涯苦作舟

本期内容

一. 题目讲解

二. 代码演示

一. 题目讲解

一. 题目讲解

Smallest multiple
2520 is the smallest number that can be divided by each of the numbers from 1 to 10 without any remainder.
What is the smallest positive number that is evenly divisible by all of the numbers from 1 to 20?

最小公倍数
2520是最小的能够被1到10整除的正数。
最小的能够被1到20整除的正数是多少?

一. 题目讲解

思考:

1、能同时被 3 和 5 整除的最小的数字是多少?

2、能同时被 9 和 15 整除的最小的数字是多少?

3、能同时被 a 和 b 整除的最小的数字是多少?

一. 题目讲解

答案：

1、15

2、45

3、a * b / gcd(a, b)

一. 题目讲解

答案:

1、15

2、45

3、a * b / $\boxed{gcd(a, b)}$

a 和 b 的最大公约数

一. 题目讲解

欧几里得算法

1、又名『辗转相除』法

2、迄今为止已知的最古老的算法，距今（2024年）2324年

3、用于快速计算两个数字的最大公约数

4、还可以用于快速求解 $a*x + b*y = 1$ 方程的一组整数解

一. 题目讲解

欧几里得算法

定理： a 和 b 两个整数的最大公约数等于 b 与 a % b 的最大公约数。

形式化表示： 假设 a, b != 0 则， gcd(a, b) = gcd(b, a % b)

证明1：

1、设 c = gcd(a, b), 则 a = cx, b = cy
2、可知 a % b = r = a - k * b = cx - kcy = c(x - ky)
3、可知 c 也是 r 的因数
4、其中 x - ky 与 y 互素，见 **证明2**

所以可知： gcd(a, b) = gcd(b, r) = gcd(b, a % b)

一. 题目讲解

欧几里得算法

证明2：

1、假设 $gcd(x - ky, y) = d$

2、则 $y = nd, x - ky = md$，则 $x = knd + md = d(kn + m)$

3、重新表示 a, b，则有 $a = cd(kn + m)$，$b = cdn$

4、则可得 $gcd(a, b)>=cd$，又因为 $gcd(a, b)=c$，所以 $d=1$

二. 代码演示

二. 代码演示

```c
#include <stdio.h>

int gcd(int a, int b) {
    return (b ? gcd(b, a % b) : a);
}

int main() {
    int ans = 1;
    for (int i = 1; i <= 20; i++) {
        if (ans % i == 0) continue;
        ans = ans * i / gcd(ans, i);
    }
    printf("%d\n", ans);
    return 0;
}
```