

abc412_e LCM Sequence 题解

题目大意

定义 A_n 为整数 $1, 2, \dots, n$ 的最小公倍数。

现在给你两个整数 L 和 R ，求 A_L, A_{L+1}, \dots, A_R 中存在多少个不同的数值？

解题思路

$A_n \neq A_{n-1}$ ，当且仅当 n 是一个素数的正整数次幂，即 $n = p^x$ ，其中 p 是一个素数， x 是一个正整数。

最终的答案为区间 $[L + 1, R]$ 内满足条件的数的个数 $+1$ (L 算一个)。

可以用 **素数筛法** 解决这个问题。

因为 $R \leq 10^{14}$ ，所以区间 $[L, R]$ 范围内的一个整数 i 主要不是素数，它必然存在一个 $\leq \sqrt{10^{14}} = 10^7$ 的因数。

所以，我们可以在 $[1, 10^7]$ 范围内找到所有素数 i ，每当找到一个素数 i ，一方面进行素数筛，另一方面，将区间 $[L, R]$ 范围内所有 i 的倍数都标记为不是素数。

这样，我们就能预处理出区间 $[L, R]$ 范围内所有的素数了（即 $n = p^1$ 的那些数）。

同时，每当找到一个素数 i ，就枚举 i^2, i^3, i^4, \dots 这些数有哪些数是在 $[L, R]$ 范围内的，这样就能预处理出所有 $n = p^x$ （其中 p 是素数， x 是大于 1 的正整数）了。

整体时间复杂度：

- 素数筛 $O(n \log n)$ （还是 $O(n \log \log n)$ 来着，反正够用）
- 找 $[L, R]$ 范围内的素数 $O(n \log n)$ （调和级数）
- 找 $[L, R]$ 范围内所有 $n = p^x$ （其中 p 是素数， x 是大于 1 的正整数）虽然不会算时间复杂度，但是目测不会特别大。

所以时间复杂度整体上是 $O(n \log n)$ 的。