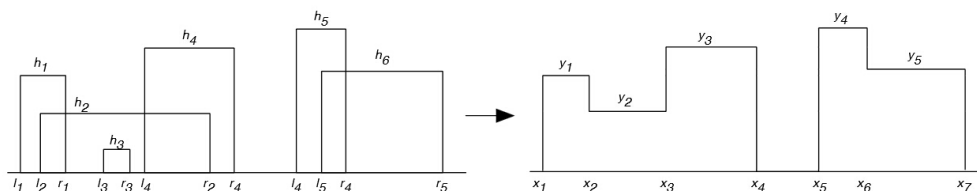


第三章 分治

1. 给定平面上 n 个点构成的集合 $S = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ 。如果存在边平行于坐标轴的矩形仅包含 S 中的两个点 p_1 和 p_2 ($1 \leq i, j \leq n$)，则称 p_1 和 p_2 为友谊点对。试设计一个分治算法统计 S 中友谊点对的个数。
2. 给定平面上 n 个白点和 n 个黑点，试设计一个分治算法将每个白点与一个黑点相连，使得所有连线互不相交，并给出算法的时间复杂度。(hint:划分类似于GrahamScan算法考虑极角，确保子问题比较均匀)
3. 输入含有 n 个顶点的加权树 T 和实数 τ ，树 T 中每条边的权值均非负，树中顶点 x, y 的距离 $dis(x, y)$ 定义为从 x 到 y 的路径上各边权值之和。试设计一个分治算法输出满足 $dis(x, y) \leq \tau$ 的顶点对个数。
4. 设 $A[1 : n]$ 是由不同实数组成的数组，如果 $i < j$ 且 $A[i] > A[j]$ ，则称实数对 $(A[i], A[j])$ 是该数组的一个反序。如，若 $A = [3, 5, 2, 4]$ ，则该数组存在3个反序 $(3, 2)$, $(5, 2)$ 和 $(5, 4)$ 。反序的个数可以用来衡量一个数组的无序程度。设计一个分治算法（要求时间复杂度严格低于 n^2 ），计算给定数组的反序个数。
5. 令 x_1, x_2, \dots, x_n 是一个整数集合。给出一个求和最大的连续子序列的分治算法，分析时间复杂度。
例如：10, -20, 3, 4, 5, -1, -1, 12, -3, 1, - $> 3+4+5+(-1)+(-1)+12=22$
6. 下图左侧为一个城市的建筑物在二维空间中的表示，右侧我们定义为城市的skyline。



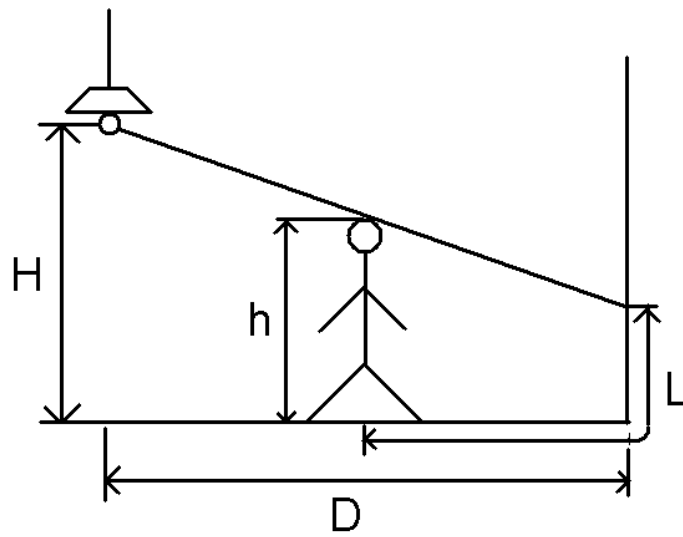
给定一组城市建筑物的横坐标和高度：

$$(l_1, h_1, r_1), (l_2, h_2, r_2), \dots, (l_n, h_n, r_n)$$

给出一个求skyline的分治算法并给出时间复杂度，最后的输出形式为：

$$x_1, y_1, x_2, y_2, x_3 \dots$$

7. 给定一棵树，它的顶点集合 V ,边集合为 E ，每个顶点都有一个权值 $value$ 可正可负，现在让你设计一个算法，找出树上的一个连通子树，满足该子树上所有顶点的和最大。
8. 如下图：



在一个房间里，有一个吊灯离地 H 高，和墙的水平距离是 D ；现在有一个身高为 h 的人，他想知道自己在墙上的投影 L 最长是多少，现在请设计一个分治算法来求出最长的投影 L 。