

稀疏信号重构的残差最小化追踪

宋和平¹, 王国利²

1. 江苏大学计算机科学与通信工程学院, 江苏 镇江 212013; 2. 中山大学信息科学与技术学院, 广东 广州 510006

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61375080, 61202110, 61170126); 江苏省自然科学基金资助项目(BK2012284, BK20130528); 江苏大学高级人才科研启动基金资助项目(12JDC050).

通信作者: 宋和平, songhp@ujs.edu.cn 收稿/录用/修回: 2013-10-16/2014-01-02/2014-06-20

摘要

提出一种新的压缩传感稀疏信号重构算法——残差最小化追踪(residual minimization pursuit, RMP). 残差最小化追踪 RMP 每次迭代选择残差信号在测量矩阵的正交投影绝对值最大的元素来检测支持集, 然后求解支持集上的最小二乘解更新稀疏信号. 另外, 提出两种扩展残差最小化追踪 RMP 算法, 算法每次迭代选择多个元素来检测支持集. 实验结果表明, 残差最小化追踪 RMP 稀疏重构性能优于正交匹配追踪 OMP 算法.

关键词

压缩传感
稀疏信号重构
贪婪算法
残差最小化追踪
中图分类号: TN911.7
文献标识码: A

Sparse Signal Recovery via Residual Minimization Pursuit

SONG Heping¹, WANG Guoli²

1. School of Computer Science and Telecommunication Engineering, Jiangsu University, Jiangsu 212013, China;

2. School of Information Science and Technology, Sun Yat-Sen University, Guangzhou 510006, China

Abstract

A new sparse signal recovery algorithm, dubbed as residual minimization pursuit (RMP), is proposed for compressive sensing signal reconstruction. This algorithm iteratively detects the support set of the true signal by selecting the element with the largest magnitude of orthogonal projection of residual signal onto the measurements matrix, and then updates the unknown signal using a least-squares solution on the detecting support set. In addition, two support detection strategies are devised by spotting several elements in each iteration. The experimental studies are presented to demonstrate that the RMP algorithm offers an attractive alternative to OMP for sparse signal recovery.

Keywords

compressed sensing;
sparse signal recovery;
greedy algorithm;
residual minimization pursuit

1 引言

求解欠定线性系统的稀疏解成为信号处理和应用数学领域的一个新研究热点, 特别是新兴发展的压缩传感(compressed sensing, CS)理论^[1-2]. 压缩传感为信号处理提供了一个新的方向, 可以通过欠采样的线性测量重构稀疏信号. 压缩传感开创了很多新的应用, 近年来信号处理领域的国际期刊、国际会议出版了大量有关压缩传感、稀疏表示的研究工作.

假设一未知稀疏信号 $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, 由压缩传感理论可以通过一个测量矩阵 $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 把未知稀疏信号 \mathbf{x} 投影到低维空间得到线性测量 $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$, 其中 $m \ll n$:

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} \quad (1)$$

对 k 稀疏的未知信号 $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, 稀疏信号重构就是求解一个带稀疏约束的欠定线性系统问题:

$$\min \|\mathbf{x}\|_0, \quad \text{s.t. } \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{y} \quad (2)$$

其中 \mathbf{x} 是待重构的真实信号, $\|\mathbf{x}\|_0$ 表示 \mathbf{x} 的 l_0 范数即非零元素个数, $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 是测量矩阵, $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$ 是测量向量. 求解式(2)是个 NP 难的非凸组合问题^[3], 为此, 压缩传感的奠基工作^[1-2]提出用 l_1 最优化代替 l_0 最优化, 即基追踪(BP)问题:

$$\min \|\mathbf{x}\|_1, \quad \text{s.t. } \mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{y} \quad (3)$$

此后, 很多研究人员提出各种稀疏信号重构的计算方法, 参考综述文[4-5]. 一般地, 可以分为 3 种: 凸松弛算法、贝叶斯推理和贪婪算法. 凸松弛算法将稀疏信号重构的组合问题(2)替换为凸优化问题, 常用的算法有基追踪(basis pursuit, BP)^[6]、去噪基追踪(BPDN)^[6]等. 贝叶斯推理法由稀疏先验模型求解最大后验估计, 常用的算法有贝叶斯压缩传感(BCS)^[7]等. 另一类重要的稀疏信号重构算法是

贪婪算法. 常见的算法有正交匹配追踪 (OMP)^[8]、子空间追踪 (SP)^[9] 和压缩采样匹配追踪 (CoSaMP)^[10] 等. 上述的贪婪算法都是逐次选择一个或多个测量矩阵 \mathbf{A} 的列来近似测量向量 \mathbf{y} . 最近, Yang 等提出一种新的贪婪算法——正交削减追踪 (orthogonal pruning pursuit, OPP)^[11]. 正交削减追踪 OPP 由给定支持集 I 逐次削减 0 值的索引直至找到非 0 值的支持集. 本文提出一种与正交削减追踪 OPP 对偶的算法——残差最小化追踪 (residual minimization pursuit, RMP). 残差最小化追踪 RMP 根据正交削减追踪 OPP 的思想对偶地逐次增加非 0 值的索引直至找到真实的支持集 I .

2 相关工作

本文关注的是迭代贪婪算法, 分别介绍两种算法: 双阶段阈值化 (two-stage thresholding, TST)^[12] 和正交削减追踪 OPP. 下面将分别介绍双阶段阈值化算法和正交削减追踪 OPP.

2.1 双阶段阈值化

本文提出的方法属于迭代贪婪追踪, 根据文[12], 把这一类算法叫做双阶段阈值化 (双阶段阈值化 TST 是文[12]TST 概念的推广, 指把支持集检测和信号估计作为两次阈值化的稀疏信号重构算法). 考虑压缩传感的稀疏重构问题, 重构算法的目的是检测一个支持集 I 来近似测量向量 \mathbf{y} :

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}_I \mathbf{x}_I \quad (4)$$

待重构的稀疏信号初始赋值为 $\mathbf{x} = \mathbf{0}$, 双阶段阈值化算法迭代计算下面两个步骤:

(1) 支持集检测

检测稀疏信号 \mathbf{x} 的支持集 I , 即选择哪些测量矩阵 \mathbf{A} 的列去生成测量向量 \mathbf{y} , 或者说确定用稀疏信号 \mathbf{x} 的哪些分量来稀疏表示 \mathbf{x} .

(2) 信号估计

通过求解支持集 I 上的最小二乘问题来更新待重构的稀疏信号 \mathbf{x} , $\mathbf{x}_I = \arg \min_z \{ \|\mathbf{y} - \mathbf{A}_I \mathbf{z}\|_2^2, \sup(z) \subseteq I \}$, $\mathbf{x}_{[1, n] \setminus I} = \mathbf{0}$.

前面提到的正交匹配追踪 OMP, 子空间追踪 SP 和压缩采样匹配追踪 CoSaMP 都属于双阶段阈值化算法.

2.2 正交削减追踪

最近, Yang 等提出一种新的稀疏信号重构方法——正交削减追踪 (orthogonal pruning pursuit, OPP)^[11]. 给定一个包含支持集 I 的预定索引集 T , 逐次削减一个索引 j (相应地删去测量矩阵 \mathbf{A} 对应的列) 得到支持集 I , 正交削减追踪 OPP 提出一个准则, 逐次削减一个索引 j 得到真实的支持集 I :

$$\arg \min_j \frac{(\hat{\mathbf{x}}_j)^2}{\|\mathbf{A}_j\|_2^2} \quad (5)$$

其中 $\hat{\mathbf{x}}$ 是支持集 T 上的最小二乘解 (即 $\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_T^\dagger \mathbf{y}$), $\mathbf{A}^\dagger = \mathbf{A}^T (\mathbf{A} \mathbf{A}^T)^{-1}$, \mathbf{A}_j 是 \mathbf{A} 对应索引 j 的列.

正交削减追踪的算法描述如下:

(1) 初始化

初始化索引集 $T^{(0)} = \{1, 2, \dots, n\}$, 初始化信号估计

$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_{T^{(0)}}^\dagger \mathbf{y}$, 设迭代次数 $t = 1$.

(2) 削减索引

$j := \arg \min_i (\hat{\mathbf{x}}_i)^2 / \|\mathbf{A}_i\|_2^2, i \in T^{(t-1)}$, 得到新索引集 $T^{(t)} = T^{(t-1)} \setminus \{j\}$.

(3) 更新信号

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}_{T^{(t)}}^\dagger \mathbf{y} \\ \mathbf{r}^{(t)} &= \mathbf{y} - \mathbf{A}_{T^{(t)}} \hat{\mathbf{x}} \end{aligned}$$

(4) 算法停止验证

如果残差 $\|\mathbf{r}^{(t)}\|_2$ 大于预定阈值, $t = t + 1$, 进入算法第(2)步; 否则, 算法停止.

这样逐次削减索引集 T 得到真实的支持集 I , 待重构的稀疏信号 \mathbf{x} 的非零分量在支持集 I 上, 相应的支持向量为 $\mathbf{x}_I = \mathbf{A}_I^\dagger \mathbf{y}$.

正交削减追踪 OPP 逐次削减冗余索引得到支持集 I , 相应地保证了残差最小化^[11].

3 残差最小化追踪

本文提出一种新的稀疏信号重构算法——残差最小化追踪 (residual minimization pursuit, RMP). 残差最小化追踪 RMP 是一种双阶段阈值化 TST 方法, 对偶地借用正交削减追踪 OPP 的削减索引保持残差最小化的思想, 提出一种新的支持集检测方法. 残差最小化追踪 RMP 从空集开始逐次增加索引到支持集, 提出与正交削减追踪 OPP 对偶的索引选取准则:

$$\arg \max_j \frac{(\|\mathbf{A}^\dagger \mathbf{r}^{(t)}\|_j)^2}{\|\mathbf{A}_j\|_2^2}, \quad \mathbf{r}^{(t)} = \mathbf{y} - \mathbf{A} \mathbf{x}^{(t)} \quad (6)$$

为方便讨论, 假设测量矩阵 \mathbf{A} 是归一化的 (即 $\|\mathbf{A}_j\|_2 = 1$), 残差最小化追踪 RMP 的算法描述如下:

(1) 初始化:

初始化残差信号 $\mathbf{r}^{(0)} = \mathbf{y}$, 初始化支持集 $I^{(0)} = \emptyset$, 设迭代次数 $t = 1$.

(2) 支持集检测

寻找索引 $j := \max |\mathbf{A}^\dagger \mathbf{r}^{(t-1)}|$, 检测支持集 $I: I^{(t)} = I^{(t-1)} \cup \{j\}$.

(3) 信号估计

估计信号:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{I^{(t)}}^{(t)} &= \mathbf{A}_{I^{(t)}}^\dagger \mathbf{y} \\ \mathbf{x}_{[1, n] \setminus I^{(t)}}^{(t)} &= \mathbf{0} \end{aligned}$$

更新残差信号:

$$\mathbf{r}^{(t)} = \mathbf{y} - \mathbf{A} \mathbf{x}^{(t)}$$

(4) 算法停止验证

若 $t < k$, $t = t + 1$, 进入算法第(2)步; 否则算法停止, 待重构的稀疏信号 \mathbf{x} 的非零分量在支持集 $I^{(t)}$ 上, 相应的支持向量为 $\mathbf{x}_{I^{(t)}}^{(t)}$.

上述残差最小化追踪 RMP 支持集检测时每次只选取一个索引, 采用与正交匹配追踪 OMP 的扩展算法 SP^[9]、CoSaMP^[10]、SWGPF^[13]、StOMP^[14] 类似的思想, 本文提出另外两种支持集检测方法:

$$I^{(t)} = I^{(t-1)} \cup \{ |\mathbf{A}^\dagger \mathbf{r}^{(t-1)}| \text{ 前 } k \text{ 个最大值的索引} \} \quad (7)$$

和

$$I^{(t)} = I^{(t-1)} \cup \{i: z_i \geq \beta \max z_i; z = |A^\dagger r^{(t-1)}|\} \quad (8)$$

这样本文提出了 3 种残差最小化追踪 RMP 的支持集检测方法, 相应的算法命名为 RMP-1, RMP- k (RMP- k 与 SP 算法相似, 下文中 SP 相应地表示为 OMP- k . CoSaMP 算法采用与 SP 算法类似的支持集检测方法, 但据文[12, 15], SP 算法稀疏重构性能更好) 和 RMP- β (RMP- β 与分阶段弱正交匹配追踪 SWOMP 算法^[13]相似, 下文中 SWOMP 相应地表示为 OMP- β ; 分阶段正交匹配追踪 StOMP^[14]也有类似的支持集检测方法), 其中 $\beta \in (0, 1]$ 是阈值参数 (β 也称为 weakness parameter, $\beta=1$ 时, RMP- β 变为 RMP-1).

由于残差最小化追踪 RMP- k 算法在支持集检测时增加了 k 个索引, 那么在信号估计时需 3 次阈值化来保证重构的稀疏信号 \mathbf{x} 是 k 稀疏的, 其步骤如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{I^{(t)}}^{(t)} &= A_{I^{(t)}}^\dagger \mathbf{y} \\ \mathbf{x}_{[1, n] \setminus I^{(t)}}^{(t)} &= \mathbf{0} \\ I^{(t)} &= \sup(H_k(\mathbf{x}^{(t)})) \\ \mathbf{x}_{I^{(t)}}^{(t)} &= A_{I^{(t)}}^\dagger \mathbf{y} \\ \mathbf{x}_{[1, n] \setminus I^{(t)}}^{(t)} &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (9)$$

注:

(1) 当测量矩阵 \mathbf{A} 行正交 (即 $\mathbf{A}\mathbf{A}^\top$ 是单位矩阵) 时, 残差最小化追踪 RMP 等同于正交匹配追踪 OMP. 残差最小化追踪 RMP 是正交削减追踪 OPP 的对偶形式, 正交削减追踪 OPP 通过削减索引 (支持集) 来保证残差最小化, 而 RMP 通过增加索引 (支持集) 来保证残差最小化.

(2) 正交匹配追踪 OMP 采用残差信号与测量矩阵基的相关度 ($\mathbf{A}^\top \mathbf{r}$) 作为检测支持集的参考, 其支持集检测的策略是相关最大化 (最匹配); 残差最小化追踪 RMP 和正交削减追踪 OPP 则采用残差最小化策略检测支持集.

(3) 残差最小化追踪 RMP-1 和正交匹配追踪 OMP-1 前向地增加索引来得到真实的支持集 I (即要 k 次迭代), 而正交削减追踪 OPP 则反向地削减索引来得到真实的支持集 I (即要 $n-k$ 次迭代). 对稀疏信号重构问题, 有 $k \ll n-k$, 残差最小化追踪 RMP 和正交匹配追踪 OMP 要比正交削减追踪 OPP 收敛更快.

(4) 残差最小化追踪 RMP-1 每次迭代增加一个索引到支持集 I , 残差最小化追踪 RMP- k 每次迭代增加 k 个索引到支持集 I 再阈值化得到势为 k 的新支持集 I , 然后再估计信号. 残差最小化追踪 RMP- β 的支持集变化取决于阈值参数 β . 残差最小化追踪 RMP- β 算法无需稀疏度先验 k , 适用于稀疏度 k 未知的应用.

4 计算复杂度分析

残差最小化追踪 RMP- k 和 RMP- β 主要的计算步骤为矩阵向量乘法. 伪逆矩阵 $\mathbf{A}^\dagger = \mathbf{A}^\top (\mathbf{A}\mathbf{A}^\top)^{-1}$ 可以预先计算 (计算复杂度为 $O(m^2n + mn)$), $\mathbf{A}^\dagger \mathbf{r}^{(t-1)}$ 的计算复杂度为 $O(mn)$, 支持集检测步骤的计算复杂度为 $O(n \ln k)$ (算法 RMP- k 的支持集检测需找出前 k 个最大值即计算复杂度为 $O(n \ln k)$, RMP- β 的支持集检测只需两次遍历查找即计算

复杂度为 $O(2n)$), 求解支持集上最小二乘的正交投影的计算复杂度为 $O(k^2m + km)$ (算法 RMP- k 需多次正交投影, 这里以单次计算; 算法 RMP- β 的支持集 I 变化不一, 这里以 $|I|=k$ 计算), 更新残差信号的计算复杂度为 $O(km)$, 那么 t 次迭代的计算复杂度总和为 $O(tmn + t \ln k + tk^2m + 2tkm)$. 残差最小化追踪 RMP-1 需 k 次迭代, 第 i 次迭代中, $\mathbf{A}^\dagger \mathbf{r}^{(t-1)}$ 的计算复杂度为 $O(mn)$, 找出最大值的计算复杂度为 $O(n)$, 求解支持集上最小二乘的正交投影的计算复杂度为 $O(i^2m + im)$, 更新残差信号的计算复杂度为 $O(im)$, 那么计算复杂度总和为 $O(kmn + kn + k^3m + k^2m)$. 残差最小化追踪 RMP 算法需存储测量矩阵 \mathbf{A} , 其所需的存储量为 $O(mn)$. 正交匹配追踪 OMP、OMP- k 和 OMP- β 与残差最小化追踪 RMP 的复杂度分析相同. 正交削减追踪 OPP 算法需 $n-k$ 次迭代, 第 i 次迭代中, 最复杂的计算步骤是正交投影, 其计算复杂度为 $\max\{O((n-i)m^2 + (n-i)m), O((n-i)^2m + (n-i)m)\}$, 那么计算复杂度总和为 $O(m^2n^2)$.

5 实验结果

本节介绍仿真实验, 所有代码均由 Matlab 编写, 运行环境为 Matlab v7.6, 计算机操作系统为 Windows XP, 2.53 GHz Intel Celeron CPU, 2 GB 内存. 所有实验结果都是运行 100 次后的平均结果. 所有的代码都未经优化, 实现最小二乘 $\mathbf{x} = \arg \min \|\mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x}\|_2^2$ 采用 Matlab 内置的伪逆函数 $\mathbf{x} = \text{pinv}(\mathbf{A}) \times \mathbf{y}$. 在实验中, 所有测量矩阵 \mathbf{A} 都采用均匀球面矩阵集, 即测量矩阵 \mathbf{A} 是随机高斯矩阵并对 \mathbf{A} 归一化.

为公平比较算法, 实验中迭代停止条件设最大迭代次数为 100 或相对误差为

$$\frac{\|\mathbf{y} - \mathbf{r}^{(t)}\|_2}{\|\mathbf{y}\|_2} \leq 10^{-6} \quad (10)$$

5.1 残差最小化追踪 RMP-1 与 OMP-1、OPP 的比较结果

定义 $\rho = k/m$ 为稀疏性度量 (sparsity), $\delta = m/n$ 为不确定性度量 (indeterminacy), 那么得到评价稀疏信号重构的二维相平面 $(\delta, \rho) \in [0, 1]^2$. 对每一个 δ , 通过插值找到稀疏重构概率大于 0.5 的所有 ρ , 这样得到相变曲线. 曲线之下表示稀疏重构成功, 曲线之上则表示稀疏重构失败. 越高的相变曲线表示算法稀疏重构能力越好. 详细的定义参考文[12], 本实验采用文[15]所用代码生成相变曲线. 如同文[12, 15], 确定稀疏信号维数 $n = 400$, $\delta \in [0.05, 0.5]$, $\rho \in [0.05, 0.5]$, 线性选取 16 个 ρ, δ . 每对 (δ, ρ) 运行 100 次实验. 采用 $\|\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}\|_2 / \|\mathbf{x}_0\|_2 < 0.01$ (\mathbf{x}_0 是真实稀疏信号) 判定稀疏重构准确. 对稀疏高斯信号, 如图 1 所示, 残差最小化追踪 RMP-1 比正交匹配追踪 OMP-1 和正交削减追踪 OPP 的准确重构率更高, 稀疏重构性能更好, 其相变曲线如图 1 所示 (正交削减追踪 OPP 重构性能比较差, 在插值画相变曲线时很耗时故在图 1 中略去); 选取 $n = 400$, $m = 100$, $k = 40$, 其重构结果如图 2 所示. 对稀疏伯努利信号, 如图 3 所示, 残差最小化追踪 RMP-1 与正交削减追踪 OPP 比正交匹配追踪 OMP-1 的准确重构率更高, 稀疏重构性能更好, 其相变曲线如图 3 所示; 选取 $n = 400$, $m = 100$, $k = 20$, 其重构结果如图 4 所示. 综上,

对两种不同的稀疏信号, 残差最小化追踪 RMP-1 的稀疏重构性能更具鲁棒性.

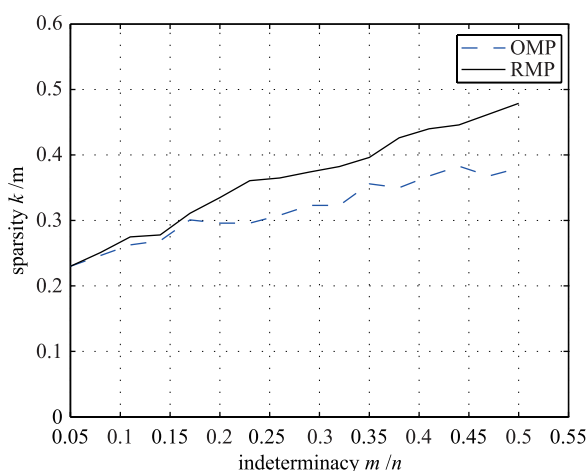


图1 算法 OPP、OMP-1、RMP-1 的相变曲线比较, 稀疏信号为高斯

Fig.1 Phase transitions of OPP, OMP-1 and RMP-1 with Gaussian sparse vector

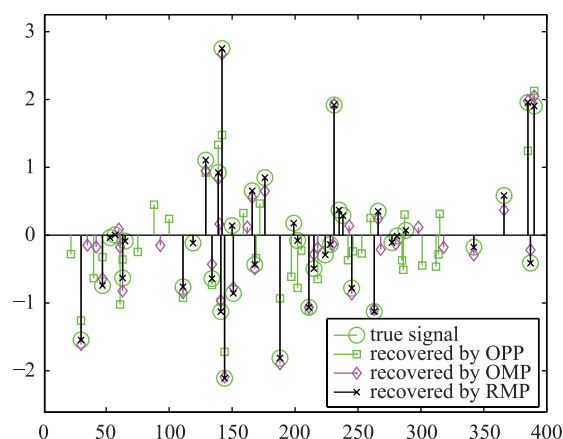


图2 算法 OPP、OMP-1、RMP-1 重构高斯稀疏信号, $n=400, m=100, k=40$

Fig.2 Recovering Gaussian sparse vector via OPP, OMP-1 and RMP-1 when $n=400, m=100, k=40$

5.2 残差最小化追踪 RMP- k 、RMP- β 与 OMP- k 、OMP- β 的比较结果

本小节稀疏信号重构实验的评价标准采用信噪比 (signal-to-noise ratio, SNR) 和迭代次数, 定义 $SNR = -20\ln(\|x - x_0\|_2 / \|x_0\|_2)$, 其中 x_0 是真实稀疏信号, x 为重构信号.

测试集 1: 实验评估阈值参数 β 对残差最小化追踪 RMP- β 的影响, 设 $\beta = 0.6:0.1:0.9$, 评价标准采用信噪比 SNR 和迭代次数. 对维数 $n=2000$ 的稀疏信号, 确定其稀疏度 $k=100$, 变化测量数 $m=200:40:800$, β 对残差最小化追踪 RMP- β 的影响如图 5 所示. 从图中可以看出, β 越大稀疏信号重构的信噪比 SNR 越高, 重构效果越好; 但相应的迭代次数也越大. 同时也注意到迭代次数要小于稀疏

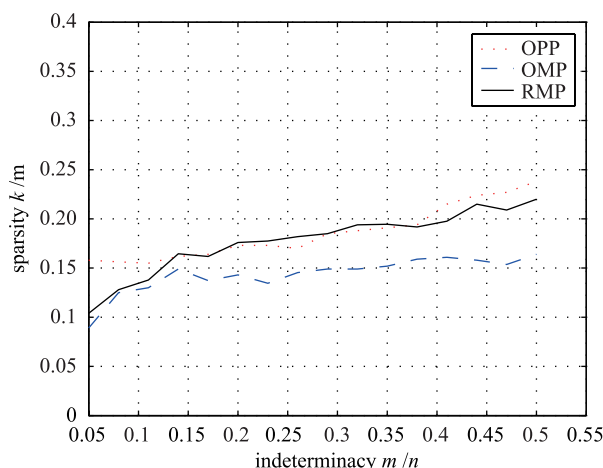


图3 算法 OPP、OMP-1、RMP-1 的相变曲线比较, 稀疏信号为伯努利

Fig.3 Phase transitions of OPP, OMP-1 and RMP-1 with Bernoulli sparse vector

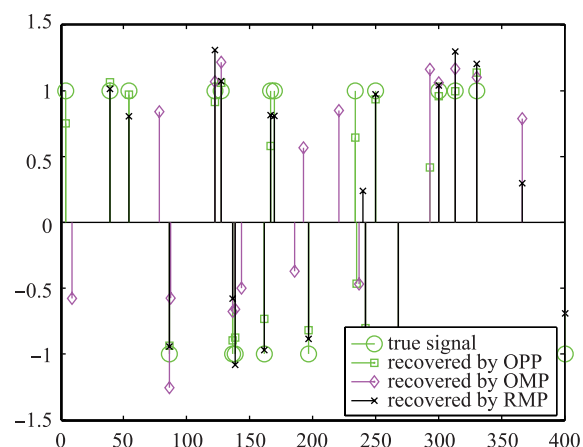


图4 算法 OPP、OMP-1、RMP-1 重构伯努利稀疏信号, $n=400, m=100, k=20$

Fig.4 Recovering Bernoulli sparse vector via OPP, OMP-1 and RMP-1 with $n=400, m=100, k=20$

度 k . 较大的阈值参数 β 对于测量数相对少的情况具有更强的竞争力.

测试集 2: 实验比较残差最小化追踪 RMP- k 、RMP- β 与 OMP- k 、OMP- β 的稀疏信号重构性能, 评价标准采用信噪比 SNR 和迭代次数. 对维数 $n=2000$ 的稀疏信号, 确定其稀疏度 $k=100$, 变化测量数 $m=200:40:800$, 残差最小化追踪 RMP- k 、RMP- β 与 OMP- k 、OMP- β 的实验比较结果如图 6 所示. 从图中可以看出, RMP- β 与 OMP- β 算法在阈值参数为 0.8 时, 其稀疏重构的信噪比 SNR 比 RMP- k 与 OMP- k 算法大, 而 RMP- β 又比 OMP- β 还大. 在 m/n 比较小或者 k/m 比较大时, RMP- k 、RMP- β 比 OMP- k 、OMP- β 稀疏重构具有更强的竞争力.

6 结论

求解带稀疏约束的欠定反问题是现代信号处理的重要

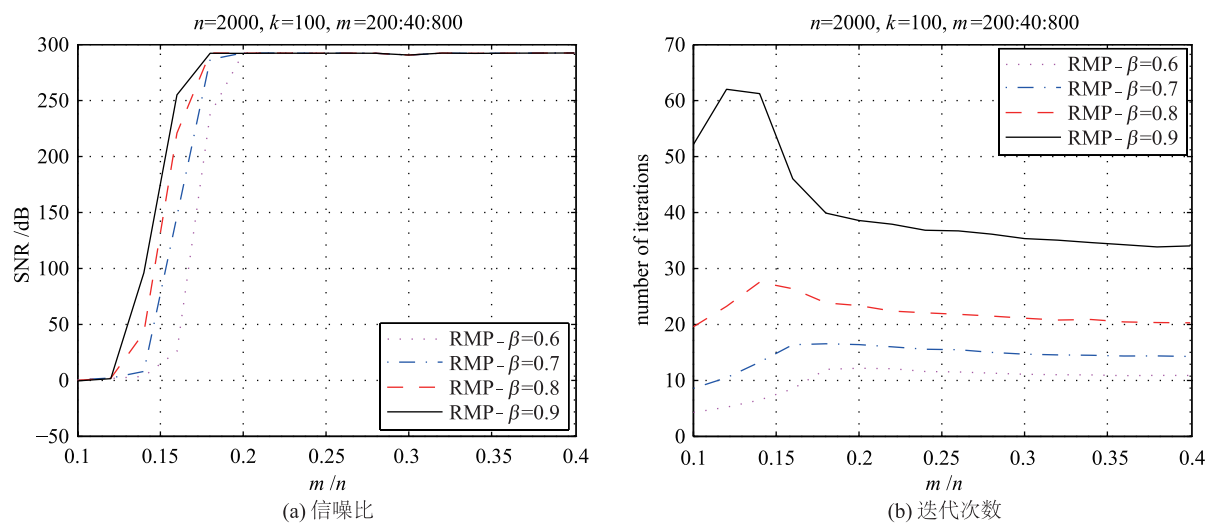


图5 阈值参数 β 对算法 RMP- β 的影响, $n = 2000$, $k = 100$, 稀疏信号为高斯

Fig.5 The influence of parameter β on RMP- β with Gaussian sparse vector, $n = 2000$, $k = 100$

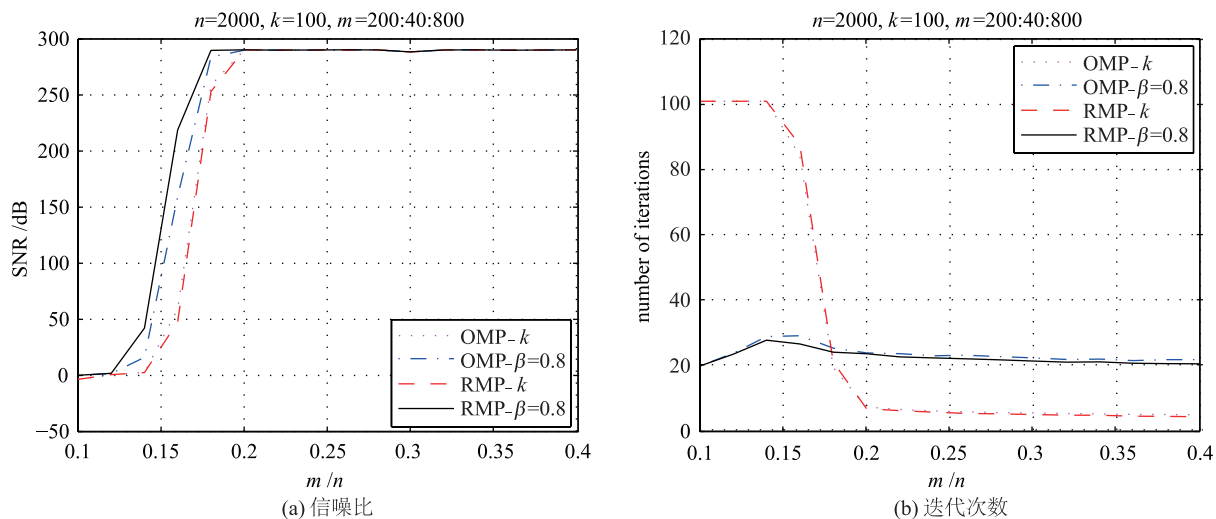


图6 算法 OMP- k 、OMP- β 、RMP- k 、RMP- β 的对比结果, $\beta = 0.8$; $n = 2000$, $k = 100$, 稀疏信号为高斯

Fig.6 A comparison study on OMP- k , OMP- β , RMP- k and RMP- β with Gaussian vector, $\beta = 0.8$, $n = 2000$, $k = 100$

研究内容,特别是压缩传感的出现,稀疏信号重构成为一个重要的问题.本文提出一种新的贪婪算法——残差最小化追踪 RMP. RMP 算法对偶地采用正交削减追踪 OPP 的残差最小化思想,在迭代步中逐步增加残差信号在测量矩阵的正交投影绝对值最大的元素对应的索引到支持集,然

后以支持集上的最小二乘解估计稀疏信号.另外,提出两种扩展残差最小化追踪 RMP 算法,算法迭代选取多个元素来检测支持集.实验结果表明,残差最小化追踪 RMP 比正交削减追踪 OPP、正交匹配追踪 OMP 具有更鲁棒的稀疏重构性能.

参考文献

- [1] Candes E, Romberg J, Tao T. Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(2): 489–509.
- [2] Donoho D. Compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289–1306.
- [3] Natarajan B. Sparse approximate solutions to linear systems[J]. SIAM Journal on Computing, 1995, 24(2): 227–234.
- [4] Bruckstein A, Donoho D, Elad M. From sparse solutions of systems of equations to sparse modeling of signals and images[J]. SIAM Review, 2009, 51(1): 34–81.
- [5] Tropp J, Wright S. Computational methods for sparse solution of linear inverse problems[J]. Proceedings of the IEEE, 2010, 98(6): 948–958.
- [6] Chen S, Donoho D, Saunders M. Atomic decomposition by basis pursuit[J]. SIAM Review, 2001, 43(1): 129–159.

(下转第 734 页)

of Sound and Vibration, 2009, 328(4): 369–381.

- [26] 逢海萍, 唐功友, 孙慧影. 一类时滞不确定系统的最优滑模设计[J]. 信息与控制, 2009, 38(1): 87–92.

Pang H P, Tang G Y, Sun H Y. Optimal sliding mode design for a class of uncertain systems with time-delay[J]. Information and Control, 2009, 38(1): 87–92.

- [27] 贾廷纲, 牛玉刚, 夏康. 不确定输入时滞系统的滑模输出反馈控制[J]. 信息与控制, 2011, 40(6): 809–813.

Jia T G, Niu Y G, Xia K. Output feedback control for time-delay systems with uncertain input based on sliding mode[J]. Information and Control, 2011, 40(6): 809–813.

作者简介

张宝琳(1972–), 男, 博士, 教授. 研究领域为时滞系统分析与设计, 网络控制系统和海洋平台结构振动控制.

张宇(1989–), 男, 硕士. 研究领域为时滞系统分析与设计, 结构振动控制.

(上接第 726 页)

- [7] Ji S, Xue Y, Carin L. Bayesian compressive sensing[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(6): 2346–2356.

- [8] Tropp J, Gilbert A. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2007, 53(12): 4655–4666.

- [9] Dai D, Milenkovic O. Subspace pursuit for compressive sensing signal reconstruction[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2009, 55(5): 2230–2249.

- [10] Needell D, Tropp J. CoSaMP: Iterative signal recovery from incomplete and inaccurate samples[J]. Communications of the ACM, 2010, 53(12): 93–100.

- [11] Yang D, Li H, Peterson G. Feedback orthogonal pruning pursuit for pulse acquisition in UWB communications[C]//IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2009: 1647–1651.

- [12] Maleki A, Donoho D. Optimally tuned iterative reconstruction algorithms for compressed sensing[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2010, 4(2): 330–341.

- [13] Blumensath T, Davies M. Stagewise weak gradient pursuits[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2009, 57(11): 4333–4346.

- [14] Donoho D, Tsaig Y, Drori I, et al. Sparse solution of underdetermined systems of linear equations by stagewise orthogonal matching pursuit[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2012, 58(2): 1094–1121.

- [15] Sturm B. Sparse vector distributions and recovery from compressed sensing[EB/OL]. (2011–03–21)[2013–09–10]. <http://arxiv.org/pdf/1103.6246v2.pdf>.

作者简介

宋和平(1983–), 男, 博士, 讲师. 研究领域为智能信息处理.

王国利(1965–), 男, 博士, 教授, 博士生导师. 研究领域为压缩传感支配的智能感知.