I. ประพจน์

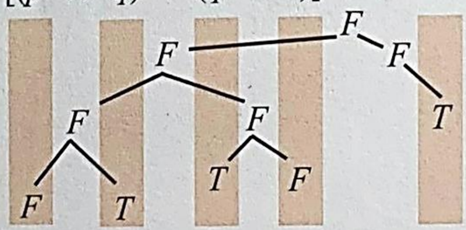
ตัวเชื่อมประพจน์และตารางค่าความจริง

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \leftrightarrow q$
T	T	T	T	T	T
T	F	F	T	F	F
F	T	F	T	T	F
F	F	F	F	T	T

นิเสธ		ข้อควรรู้	
p	$\sim p$	$F \wedge p \equiv F$	$p \wedge \sim p \equiv F$
T	F	$T \vee p \equiv T$	$p \vee \sim p \equiv T$
F	T	$F \rightarrow p \equiv T$	$p \leftrightarrow p \equiv T$
		$p \rightarrow T \equiv T$	$p \leftrightarrow \sim p \equiv F$

<u>Ex</u> ให้ค่าความจริงของประพจน์ $[(p \leftrightarrow q) \vee (q \rightarrow r)] \vee \sim s$ เป็นเท็จ จงหาค่าความจริงของ p, q, r และ s

<u>Sol</u> $[(p \leftrightarrow q) \vee (q \rightarrow r)] \vee \sim s$



q, s มีค่าความจริงเป็น<u>จริง</u> และ p, r มีค่าความจริงเป็น<u>เท็จ</u>

II. ประพจน์ที่สมมูลกัน/ ประพจน์ที่นิเสธกัน

ความหมายของสมมูลและนิเสธ

- สมมูล คือ มีค่าความจริง เหมือนกัน ทุกกรณี
- นิเสธ คือ มีค่าความจริง ตรงข้ามกัน ทุกกรณี

วิธีตรวจสอบสมมูลและนิเสธ

ใช้กฎพีชคณิต

1. กฎการสลับที่ *Commutative Laws*	$p \wedge q \equiv q \wedge p$	$p \vee q \equiv q \vee p$
2. กฎการเปลี่ยนกลุ่ม *Associative Laws*	$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$ $\equiv p \wedge q \wedge r$	$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$ $\equiv p \vee q \vee r$
3. กฎการกระจาย *Distributive's Laws*	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ $(q \vee r) \wedge p \equiv (q \wedge p) \vee (r \wedge p)$	$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ $(q \wedge r) \vee p \equiv (q \vee p) \wedge (r \vee p)$
4. *De Morgan's Laws*	$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$	$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$
5. อื่นๆ	$\sim(\sim p) \equiv p$	
	$p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$	$\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$
	$p \leftrightarrow q \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$	$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv \sim p \leftrightarrow q \equiv p \leftrightarrow \sim q$
	$T \wedge p \equiv p$	$p \wedge p \equiv p$
	$F \vee p \equiv p$	$p \vee p \equiv p$
	$T \rightarrow p \equiv p$	$T \leftrightarrow p \equiv p$
	$p \rightarrow F \equiv \sim p$	$F \leftrightarrow p \equiv \sim p$

<u>Ex</u> จงแสดงว่า $(p \vee q) \rightarrow r$ สมมูลกับ $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$

<u>Sol</u>

$$\begin{aligned}(p \vee q) \rightarrow r &\equiv \sim(p \vee q) \vee r \\ &\equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee r \\ &\equiv (\sim p \vee r) \wedge (\sim q \vee r) \\ &\equiv (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)\end{aligned}$$

<u>Ex</u> จงแสดงว่า $(p \rightarrow q) \wedge \sim q$ กับ $p \vee q$ เป็นนิเสธกัน

<u>Sol</u>

$$\begin{aligned}\sim[(p \rightarrow q) \wedge \sim q] &\equiv \sim(p \rightarrow q) \vee q \\ &\equiv (p \wedge \sim q) \vee q \\ &\equiv (p \vee q) \wedge (\sim q \vee q) \\ &\equiv (p \vee q) \wedge T \\ &\equiv p \vee q\end{aligned}$$

III. สัจนิรันดร์

ความหมายของสัจนิรันดร์

- ประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็น จริงทุกกรณี

วิธีตรวจสอบสัจนิรันดร์

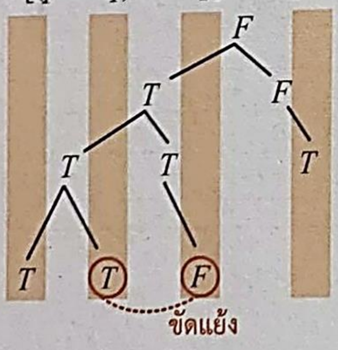
- สมมติให้ประพจน์รวมเป็นเท็จ แล้วหาข้อขัดแย้งของประพจน์ย่อย
  "ถ้า ขัดแย้ง แสดงว่า เป็นสัจนิรันดร์"
  "ถ้า ไม่ขัดแย้ง แสดงว่า ไม่เป็นสัจนิรันดร์"
- ใช้กฎพีชคณิต สุดท้ายต้องได้ ค่าความจริงเป็นจริง

<u>Ex</u> จงตรวจสอบว่า $[(p \rightarrow q) \wedge \sim q] \rightarrow \sim p$ เป็นสัจนิรันดร์หรือไม่

<u>วิธีที่ 1</u>

(สมมติว่าเป็นเท็จ แล้วหาข้อขัดแย้ง)

$[(p \rightarrow q) \wedge \sim q] \rightarrow \sim p$



เกิดข้อขัดแย้ง

$\therefore\ [(p \rightarrow q) \wedge \sim q] \rightarrow \sim p$ เป็น<u>สัจนิรันดร์</u>

<u>วิธีที่ 2</u>

(กฎพีชคณิต)

$$
\begin{aligned}
[(p \rightarrow q) \wedge \sim q] \rightarrow \sim p &\equiv \sim [(p \rightarrow q) \wedge \sim q] \vee \sim p \\
&\equiv \sim (p \rightarrow q) \vee q \vee \sim p \\
&\equiv \sim (\sim p \vee q) \vee (\sim p \vee q) \\
&\equiv T
\end{aligned}
$$

$\therefore\ [(p \rightarrow q) \wedge \sim q] \rightarrow \sim p$ เป็น<u>สัจนิรันดร์</u>

IV. การอ้างเหตุผล

วิธีตรวจสอบการอ้างเหตุผลว่าสมเหตุสมผลหรือไม่

พิสูจน์ว่า (เหตุ$\wedge$เหตุ$\wedge$ เหตุ$\wedge$ ... $\wedge$เหตุ) $\longrightarrow$ ผล เป็น "สัจนิรันดร์" หรือไม่

ถ้า เป็นสัจนิรันดร์ จะสรุปได้ว่า "สมเหตุสมผล"

ถ้า ไม่เป็นสัจนิรันดร์ จะสรุปได้ว่า "ไม่สมเหตุสมผล"

<u>Ex</u> จงตรวจสอบว่า การอ้างเหตุผลต่อไปนี้ สมเหตุสมผลหรือไม่

เหตุ $\sim r \rightarrow \sim p$

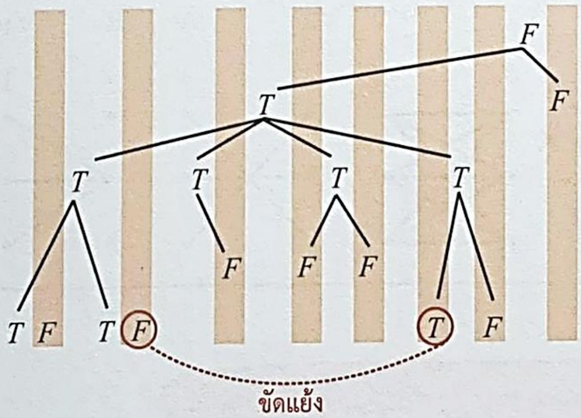
$\sim q$

$r \rightarrow s$

$p \vee q$

ผล s

<u>Sol</u> $[(\sim r \rightarrow \sim p) \wedge \sim q \wedge (r \rightarrow s) \wedge (p \vee q)] \rightarrow s$



เกิดข้อขัดแย้ง แสดงว่า

$[(\sim r \rightarrow \sim p) \wedge \sim q \wedge (r \rightarrow s) \wedge (p \vee q)] \rightarrow s$ เป็นสัจนิรันดร์

$\therefore$ การอ้างเหตุผลข้างต้น<u>สมเหตุสมผล</u>

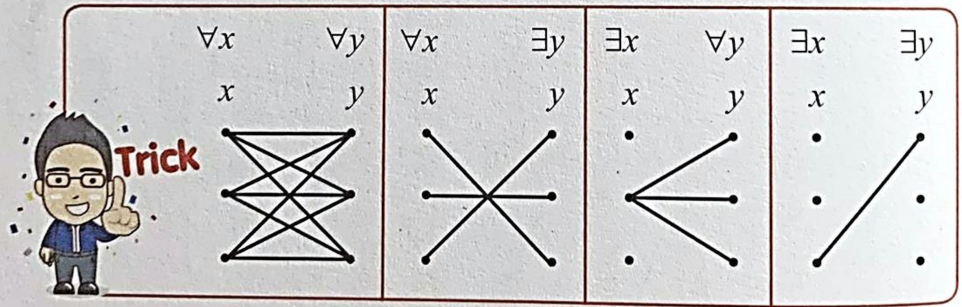
V. ประโยคเปิดและตัวบ่งปริมาณ

ตัวบ่งปริมาณ

$\forall x$ แทน "สำหรับทุกๆ x", $\exists x$ แทน "มี x บางตัว"

วิธีการหาค่าความจริงของประโยคที่มีตัวบ่งปริมาณ

$\forall x[P(x)]$	เป็น F เมื่อมี x บางตัว ที่ทำให้ $P(x)$ เป็น F
$\exists x[P(x)]$	เป็น T เมื่อมี x บางตัว ที่ทำให้ $P(x)$ เป็น T
$\forall x\forall y[P(x,y)]$	เป็น F เมื่อมี x, y บางตัว ที่ทำให้ $P(x,y)$ เป็น F
$\forall x\exists y[P(x,y)]$	เป็น F เมื่อมี x บางตัว คู่กับ y ทุกตัว ที่ทำให้ $P(x,y)$ เป็น F
$\exists x\forall y[P(x,y)]$	เป็น T เมื่อมี x บางตัว คู่กับ y ทุกตัว ที่ทำให้ $P(x,y)$ เป็น T
$\exists x\exists y[P(x,y)]$	เป็น T เมื่อมี x, y บางตัว ที่ทำให้ $P(x,y)$ เป็น T



สมมูลและนิเสธของประโยคเปิดที่มีตัวบ่งปริมาณ

สมมูล	ตัวบ่งปริมาณต้อง เหมือนกัน ประโยคเปิดต้อง สมมูลกัน เช่น $\forall x[P(x) \to Q(x)] \equiv \forall x[\sim P(x) \vee Q(x)]$
นิเสธ	ตัวบ่งปริมาณต้อง ตรงข้ามกัน ประโยคเปิดต้อง เป็นนิเสธกัน เช่น $\sim \forall x[P(x) \to Q(x)] \equiv \exists x[P(x) \wedge \sim Q(x)]$

VI. การให้เหตุผล

อุปนัย (*Induction*)	- สรุปผลจากการสังเกต/ ทดลอง/ ประสบการณ์ ❤ หา *Pattern* !! ผลสรุปอาจเป็นจริงหรือไม่ก็ได้
นิรนัย (*Deduction*)	- สรุปผลจากเหตุที่มีอยู่ ผลลัพธ์จะสมเหตุสมผล ก็ต่อเมื่อเหตุนั้นบังคับให้ต้องสรุปผลแบบนั้นอย่างเดียว ❤ ใช้แผนภาพเวนน์ - ออยเลอร์