1. ลำดับ

ลำดับเลขคณิต/ เรขาคณิต

ลำดับเลขคณิต คือ ลำดับที่มีผลต่างของพจน์ที่ $n+1$ กับพจน์ที่ n เป็นค่าคงที่
เรียกค่าคงตัวนั้นว่า "ผลต่างร่วม" $(d = a_{n+1} - a_n)$
พจน์ทั่วไป $a_n = a_1 + (n-1)d$

ข้อสังเกต เทคนิคการทำโจทย์ เมื่อโจทย์กำหนดผลบวกของลำดับเลขคณิตโดย

- จำนวนพจน์เป็นเลขคี่

$$\begin{array}{ccccc} a_1 + & a_2 + & a_3 + & a_4 + & a_5 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ x-2d & x-d & x & x+d & x+2d \end{array}$$

- จำนวนพจน์เป็นเลขคู่

$$\begin{array}{cccc} a_1 + & a_2 + & a_3 + & a_4 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ x-3d & x-d & x+d & x+3d \end{array}$$

ลำดับเรขาคณิต คือ ลำดับที่มีอัตราส่วนของพจน์ที่ $n+1$ ต่อพจน์ที่ n เป็นค่าคงที่
เรียกค่าคงตัวนั้นว่า "อัตราส่วนร่วม" $\left(r = \frac{a_{n+1}}{a_n}\right)$
พจน์ทั่วไป $a_n = a_1 r^{n-1}$

ข้อสังเกต ผลคูณของลำดับเรขาคณิต เมื่อ

- จำนวนพจน์เป็นเลขคี่

$$\begin{array}{ccc} a_1 & a_2 & a_3 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \frac{x}{r} & x & xr \end{array}$$

II. ลิมิตของลำดับ

ลิมิตของลำดับเศษส่วนพหุนาม/ เศษส่วนฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

พหุนาม	ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล
♥ ดีกรีสูงสุดของเศษน้อยกว่าส่วน $\lim_{n\to\infty}\frac{n^3+n^2+2n+3}{n^4+4}=0$	♥ ฐานสูงสุดของเศษน้อยกว่าส่วน $\lim_{n\to\infty}\frac{3^{n+1}+2^n}{5^n+1}=0$
♥ ดีกรีสูงสุดของเศษเท่ากับส่วน $\lim_{n\to\infty}\frac{2n^3+n^2-4n+1}{4n^3+2n^2-3}=\frac{1}{2}$	♥ ฐานสูงสุดของเศษเท่ากับส่วน $\lim_{n\to\infty}\frac{3^{n+1}-2^n}{3^n+2^n}=3$
♥ ดีกรีสูงสุดของเศษมากกว่าส่วน $\lim_{n\to\infty}\frac{n^3+n^2}{n^2+2n+1}=\infty$	♥ ฐานสูงสุดของเศษมากกว่าส่วน $\lim_{n\to\infty}\frac{5^n-1}{3^{n+1}+2^n}=\infty$

III. สัญลักษณ์แทนการบวก

$\sum_{i=1}^{n} c = nc$ (c เป็นค่าคงที่)	$\sum_{i=1}^{n} i = 1+2+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$
$\sum_{i=1}^{n} ca_i = c\sum_{i=1}^{n} a_i$	$\sum_{i=1}^{n} i^2 = 1^2+2^2+\dots+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
$\sum_{i=1}^{n}(a_i \pm b_i) = \sum_{i=1}^{n} a_i \pm \sum_{i=1}^{n} b_i$	$\sum_{i=1}^{n} i^3 = 1^3+2^3+\dots+n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$

IV. อนุกรม

อนุกรมเลขคณิต/ เรขาคณิต

	จำกัด	อนันต์
อนุกรมเลขคณิต	$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ $= \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$	$0 + 0 + 0 + \ldots = 0$
อนุกรมเรขาคณิต	$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$	$S_\infty = \frac{a_1}{1-r}\ ; \lvert r \rvert < 1$

อนุกรมผสม

อนุกรมเลขคณิตกับเรขาคณิต $\longrightarrow$ แก้สมการ โดยให้ S_n เป็นสมการ 1 และสร้างสมการ 2 โดยนำ r คูณสมการ 1 แล้วนำทั้งสองสมการมาลบกัน

Ex จงหา S_n ของ $\frac{1}{5} + \frac{3}{25} + \frac{5}{125} + \ldots + \frac{2n-1}{5^n}$

Sol

$$S_n = \frac{1}{5} + \frac{3}{25} + \frac{5}{125} + \ldots + \frac{(2n-1)}{5^n} \quad \text{—— ①}$$

เลข

รขา

$$5S_n = 1 + \frac{3}{5} + \frac{5}{25} + \ldots + \frac{(2n-1)}{5^{n-1}} \quad \text{—— ②}$$

$$② - ① \ ; \quad 4S_n = 1 + \frac{2}{5} + \frac{2}{25} + \ldots + \frac{2}{5^{n-1}} - \frac{(2n-1)}{5^n}$$

$$S_n = \frac{1}{4}\left[1 + \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{5^{n-1}}\right) - \frac{(2n-1)}{5^n}\right]$$

อนุกรมเศษส่วนย่อย

$$\Sigma \frac{1}{n(n+d)} = \frac{1}{d}\Sigma\left[\frac{1}{n} - \frac{1}{n+d}\right]$$

$$\Sigma \frac{1}{n(n+d)(n+2d)} = \frac{1}{2d}\Sigma\left[\frac{1}{n(n+d)} - \frac{1}{(n+d)(n+2d)}\right]$$