I. พื้นฐาน

กฎการนับเบื้องต้น

กฎการคูณ	แยกงานหลักออกเป็นงานย่อย k อย่าง จำนวนวิธีทำงาน $= n_1 \cdot n_2 \cdot n_3 \cdot \ldots \cdot n_k$
กฎการบวก	แยกงานที่เสร็จแล้วออกเป็น k กรณีย่อย จำนวนวิธีทำงาน $= n_1 + n_2 + n_3 + \ldots + n_k$

นิยามความน่าจะเป็น

แซมเปิลสเปซ (Sample Space) คือ เซตของเหตุการณ์ทั้งหมดจากการทดลองสุ่ม

เหตุการณ์ (Event) คือ เซตของเหตุการณ์ที่สนใจ

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ $P(E) = \dfrac{n(E)}{n(S)}$

สมบัติของความน่าจะเป็น

1. $0 \leqslant P(E) \leqslant 1$

   $P(E) = 0$ แปลว่า $n(E) = 0$ หรือ $E = \varnothing$

   $P(E) = 1$ แปลว่า $n(E) = n(S)$ หรือ $E = S$
2. ถ้า A และ B เป็นเหตุการณ์ซึ่ง $A \subset B$ จะได้ว่า $P(A) \leqslant P(B)$

II. การเรียงสับเปลี่ยน

แนวเส้นตรง มีของซ้ำ

มีของแตกต่างกัน n สิ่ง และมีสิ่งของที่ซ้ำกัน แบ่งเป็น k กลุ่ม

กลุ่มที่ 1 มีของซ้ำกัน n_1 สิ่ง

$\vdots \qquad \vdots$

กลุ่มที่ k มีของซ้ำกัน n_k สิ่ง

จำนวนวิธีในการเรียงสับเปลี่ยน $= \dfrac{n!}{n_1!n_2!...n_k!}$ วิธี

แนววงกลม ไม่มีของซ้ำ

นำของต่างกัน n สิ่ง มาเรียงเป็นวงกลม

1. มองได้ด้านเดียว

   จำนวนวิธี = $(n-1)!$ วิธี

2. มองได้สองด้าน

   จำนวนวิธี $= \dfrac{(n-1)!}{2}$ วิธี

การแบ่งสิ่งของที่แตกต่างกันเป็นกลุ่มๆ โดยไม่มีความแตกต่างกันระหว่างกลุ่ม

มีของแตกต่างกัน n สิ่ง แบ่งออกเป็น k กลุ่ม

<u>กรณี แต่ละกลุ่มที่มีจำนวนสิ่งของไม่เท่ากันเลย</u>

<u>Ex</u> ต้องการแบ่งเด็ก 12 คน ออกเป็น 3 กลุ่ม กลุ่มละ 3 คน, 4 คน และ 5 คน

<u>Sol</u> $= \dfrac{12!}{3!4!5!}$ วิธี

ซ้ำในกลุ่ม

<u>กรณี แต่ละกลุ่มที่มีจำนวนสิ่งของเท่ากัน</u>

<u>Ex</u> ต้องการแบ่งเด็ก 12 คน ออกเป็น 3 กลุ่ม กลุ่มละ 3 คน, 3 คน และ 6 คน

<u>Sol</u> $= \dfrac{12!}{3!3!6!2!}$ วิธี

ซ้ำในกลุ่ม ซ้ำระหว่างกลุ่ม (กลุ่ม 3 คน ซ้ำ 2 กลุ่ม)

<u>Ex</u> ต้องการแบ่งเด็ก 12 คน ออกเป็น 3 กลุ่ม โดยที่แต่ละกลุ่มมีอย่างน้อย 3 คน

<u>Sol</u>

กรณี 3, 3, 6 $= \dfrac{12!}{3!3!6!2!}$ วิธี

กรณี 3, 4, 5 $= \dfrac{12!}{3!4!5!}$ วิธี

กรณี 4, 4, 4 $= \dfrac{12!}{4!4!4!3!}$ วิธี

III. การจัดหมู่

ไม่มีของซ้ำ

มีของทั้งหมด n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด เลือกมา r สิ่ง

จำนวนวิธีในการเลือก $C_{n,r} = \binom{n}{r} = \dfrac{n!}{r!(n-r)!}$

IV. เซตกับความน่าจะเป็น

1. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
2. ถ้า $A \cap B = \varnothing$ แล้ว $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
3. $P(A) = 1 - P(A')$
4. $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$

V. ทฤษฎีบททวินาม

$$(x+y)^n = \binom{n}{0}x^n y^0 + \binom{n}{1}x^{n-1}y^1 + \binom{n}{2}x^{n-2}y^2 + \dots + \binom{n}{n-1}x^1 y^{n-1} + \binom{n}{n}x^0 y^n$$

NOTE

- พจน์ที่ $r+1$ คือ $T_{r+1} = \binom{n}{r}x^{n-r}y^r$
- พจน์กลางของการกระจาย คือ $\begin{cases} \text{พจน์ที่ } \frac{n}{2}+1, & \text{เมื่อ } n \text{ เป็นเลขคู่} \\ \text{พจน์ที่ } \frac{n+1}{2} \text{ กับ } \frac{n+3}{2}, & \text{เมื่อ } n \text{ เป็นเลขคี่} \end{cases}$
- ผลบวกของ ส.ป.ส. จากการกระจาย $(ax+by)^n$
  - ผลบวกของ ส.ป.ส. ทวินามของทุกพจน์ $= 2^n$ (แทน $a = b = x = y = 1$)
  - ผลบวกของ ส.ป.ส. ของทุกพจน์ $= (a+b)^n$ (แทน $x = 1, y = 1$)