SAMSUNG SW ACADEMY FOR YOUTH

함께가요 미래로!
Enabling People

삼성 청년 SW 아카데미

APS 기본

SAMSUNG SW ACADEMY FOR YOUTH

APS(Algorithm Problem Solving)

트리 (Tree)

- 트리
- 이진 트리

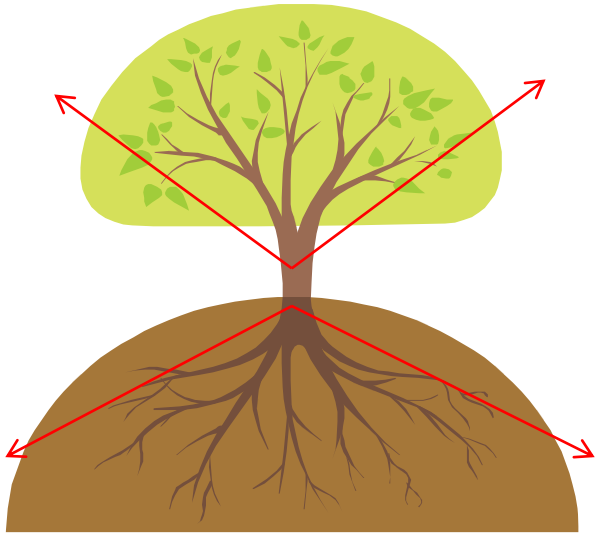
SAMSUNG SW ACADEMY FOR YOUTH

함께가요 미래로!
Enabling People

트리

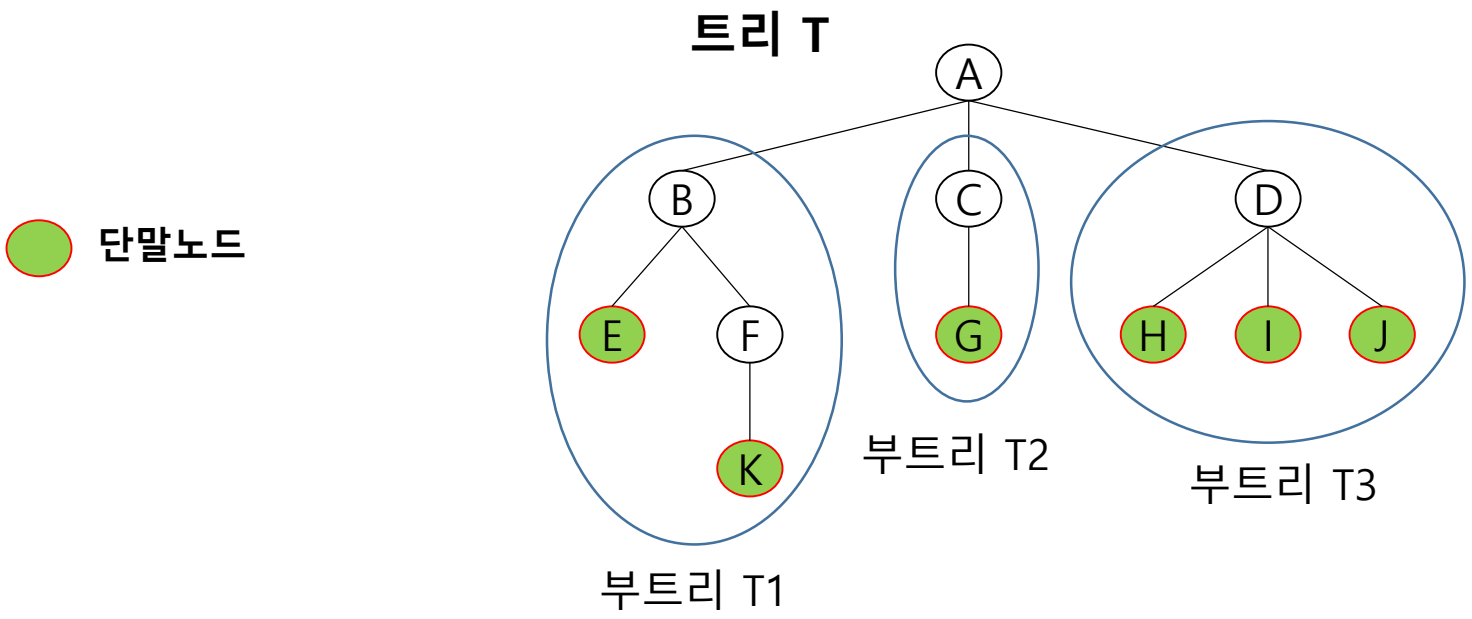
트리의 개념

- 비선형 구조
- 원소들 간에 1 : N 관계를 가지는 자료구조
- 원소들 간에 계층관계를 가지는 계층형 자료구조
- 상위 원소에서 하위 원소로 내려가면서 확장되는 트리(나무)모양의 구조



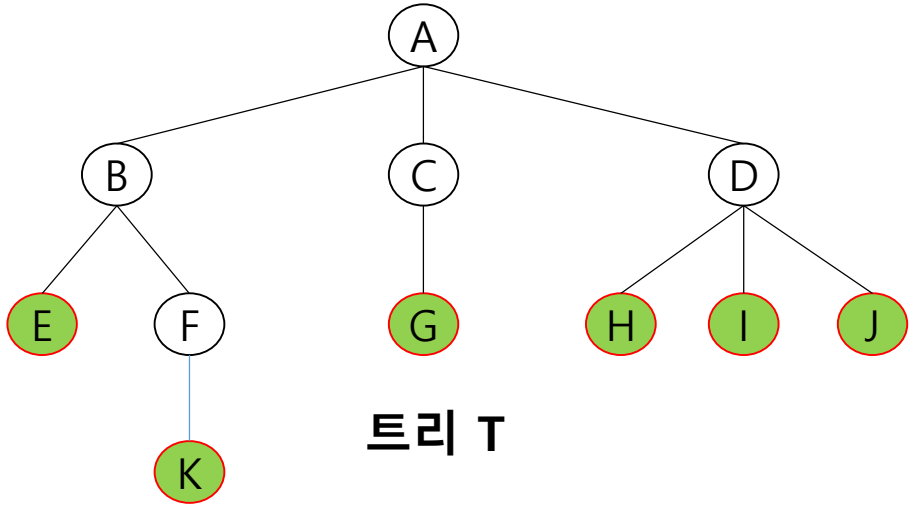
트리 - 정의

- **한 개 이상의 노드로 이루어진 유한 집합이며 다음 조건을 만족한다.**
  - 노드 중 최상위 노드를 루트(root)라 한다.
  - 나머지 노드들은 n(>= 0)개의 분리 집합 T1,...,TN으로 분리될 수 있다.
- **이들 T1, ... , TN은 각각 하나의 트리가 되며(재귀적 정의) 루트의 부 트리 (subtree)라 한다.**



트리 - 용어정리

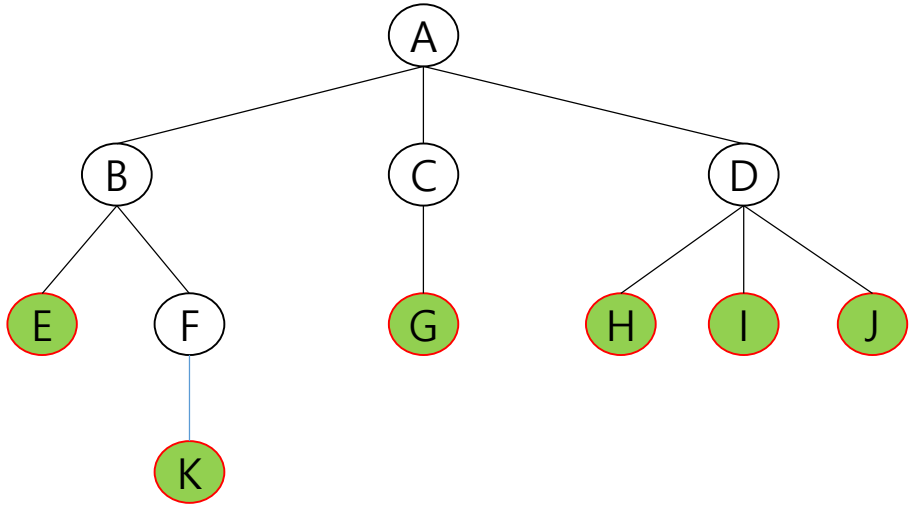
- **노드(node) – 트리의 원소**
  - 트리 T의 노드 - A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K
- **간선(edge) – 노드를 연결하는 선, 부모 노드와 자식 노드를 연결**
- **루트 노드(root node) – 트리의 시작 노드**
  - 트리 T의 루트 노드 - A



트리 T

트리 - 용어정리

- **형제 노드(sibling node) – 같은 부모 노드의 자식 노드들**
  - B, C, D는 형제 노드
- **조상 노드 – 간선을 따라 루트 노드까지 이르는 경로에 있는 모든 노드들**
  - K의 조상 노드 : F, B, A
- **서브 트리(subtree) – 부모 노드와 연결된 간선을 끊었을 때 생성되는 트리**
- **자손 노드 – 서브 트리에 있는 하위 레벨의 노드들**
  - B의 자손 노드 – E, F, K



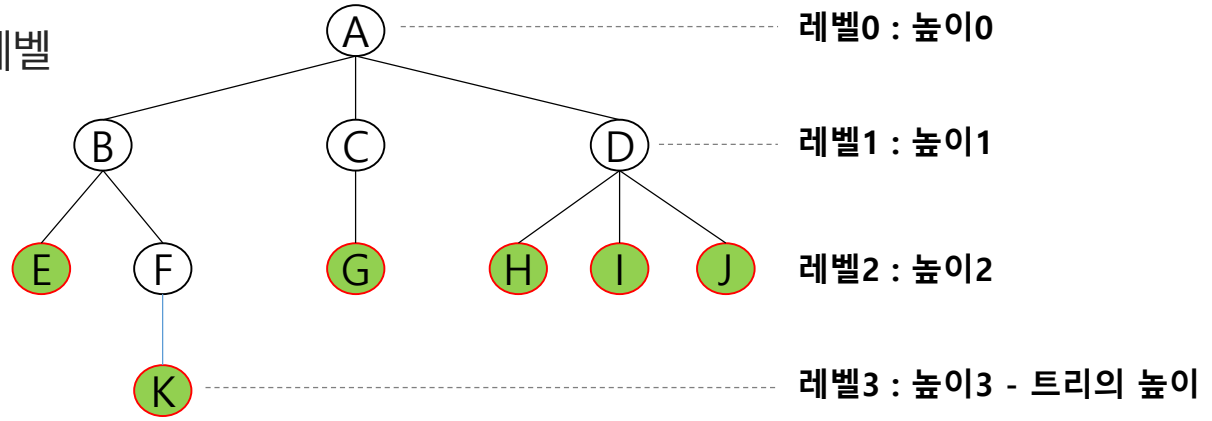
트리 - 용어정리

차수(degree)

- 노드의 차수 : 노드에 연결된 자식 노드의 수.
  - B의 차수 = 2, C의 차수 = 1
- 트리의 차수 : 트리에 있는 노드의 차수 중에서 가장 큰 값
  - 트리 T의 차수 = 3
- 단말 노드(리프 노드) : 차수가 0인 노드. 즉, 자식 노드가 없는 노드

높이

- 노드의 높이 : 루트에서 노드에 이르는 간선의 수. 노드의 레벨
  - B의 높이 = 1, F의 높이 = 2
- 트리의 높이 : 트리에 있는 노드의 높이 중에서 가장 큰 값. 최대 레벨
  - 트리 T의 높이 = 3



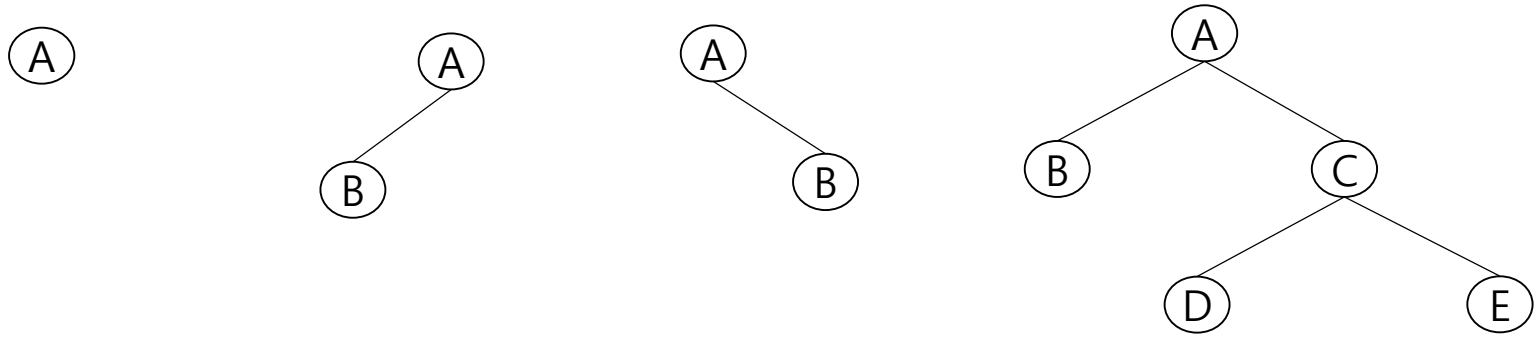
SAMSUNG SW ACADEMY FOR YOUTH

함께가요 미래로!
Enabling People

이진 트리

이진트리

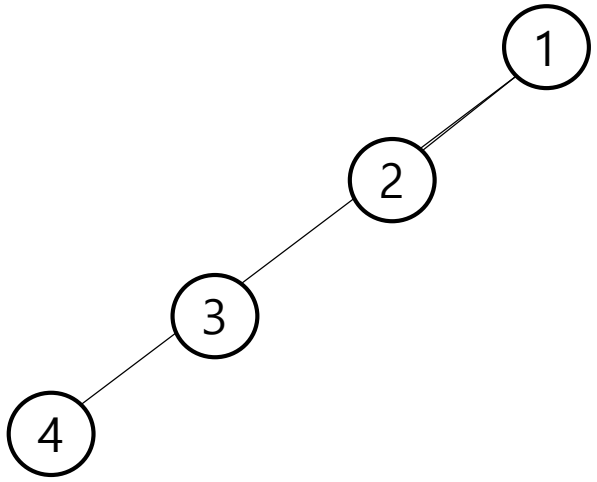
- 모든 노드들이 2개의 서브 트리를 갖는 특별한 형태의 트리
- 각 노드가 자식 노드를 최대한 2개 까지만 가질 수 있는 트리
  - 왼쪽 자식 노드(left child node)
  - 오른쪽 자식 노드(right child node)
- 이진 트리의 예

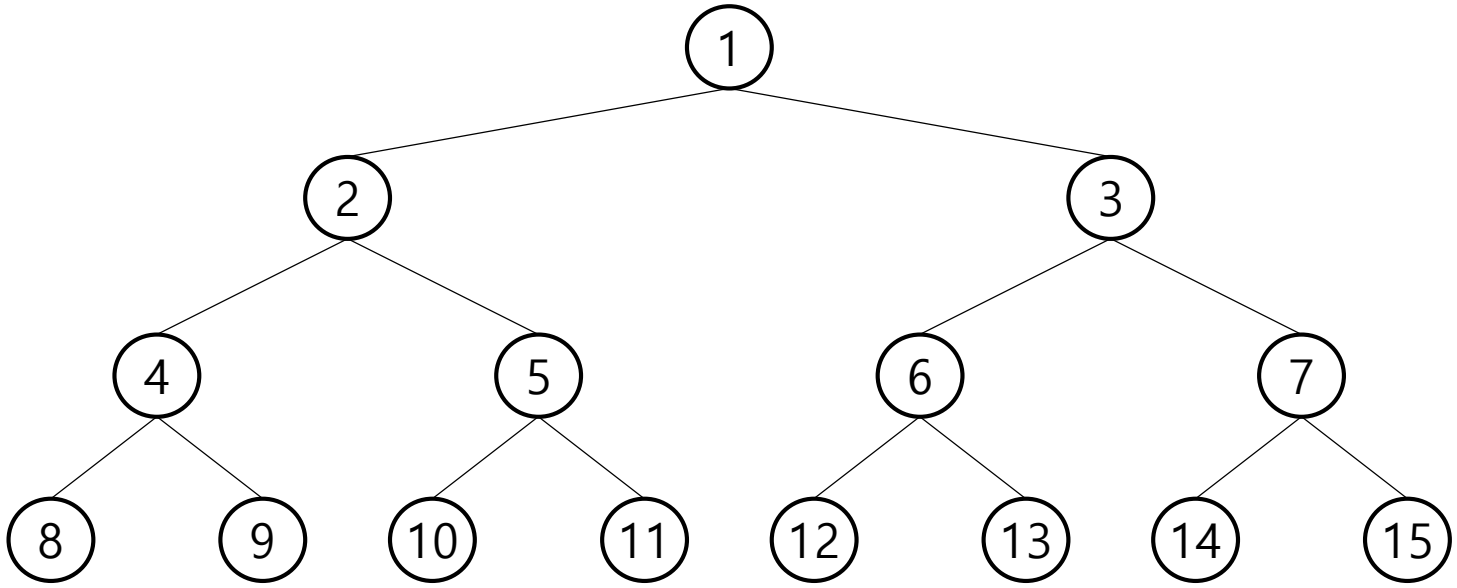


이진트리 - 특성

- 레벨 i에서의 노드의 최대 개수는 2^i개

- 높이가 h인 이진 트리가 가질 수 있는 노드의 최소 개수는 (h+1)개가 되며,
  최대 개수는 $(2^{h+1}-1)$개가 된다.

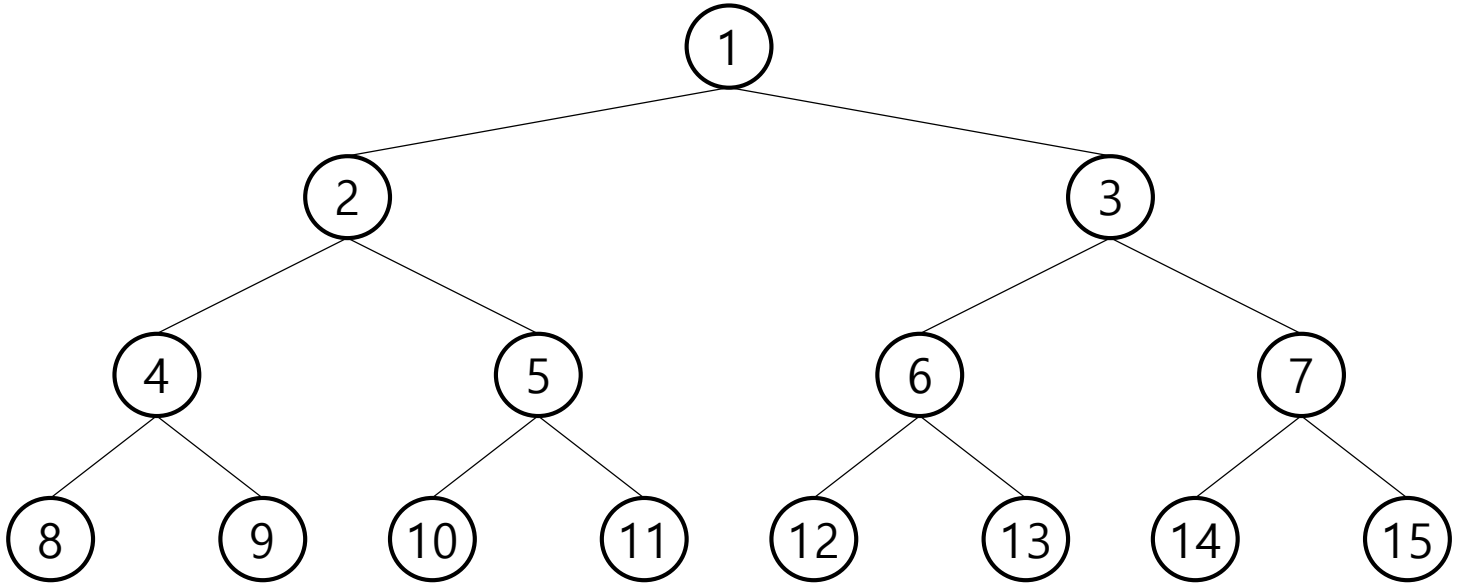




이진트리 - 종류

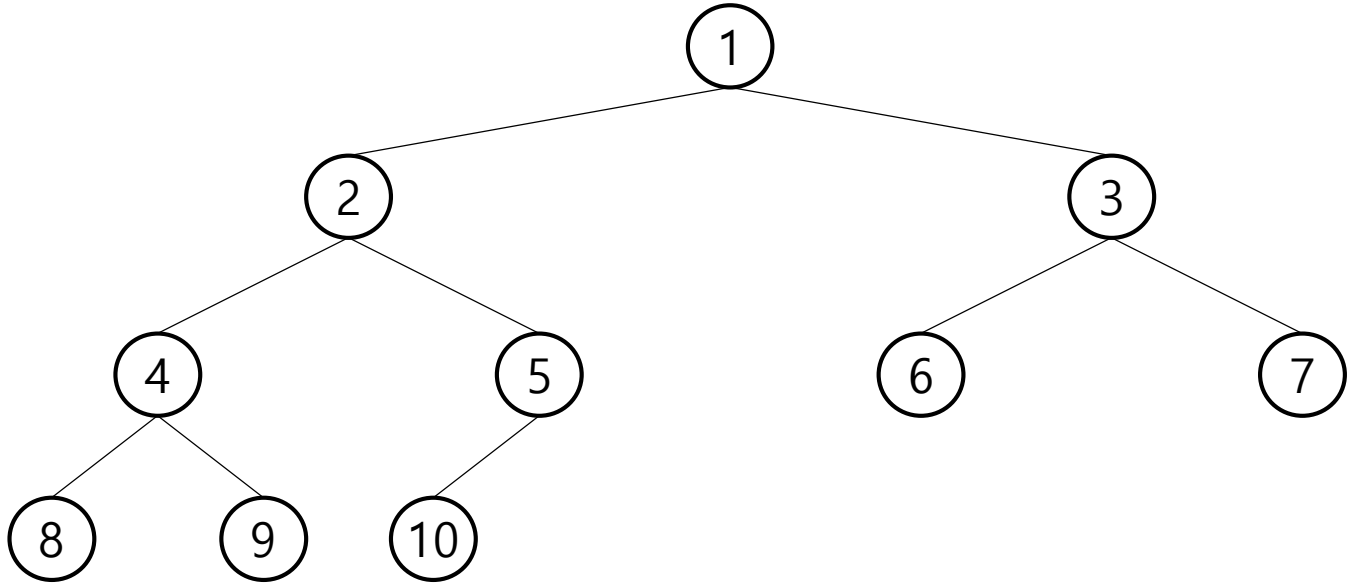
포화 이진 트리(Full Binary Tree)

- 모든 레벨에 노드가 포화상태로 차 있는 이진 트리
- 높이가 h일 때, 최대의 노드 개수인 $(2^{h+1}-1)$ 의 노드를 가진 이진 트리
  - 높이 3일 때 $2^{3+1}-1 = 15$개의 노드
- 루트를 1번으로 하여 $2^{h+1}-1$까지 정해진 위치에 대한 노드 번호를 가짐



이진트리 - 종류

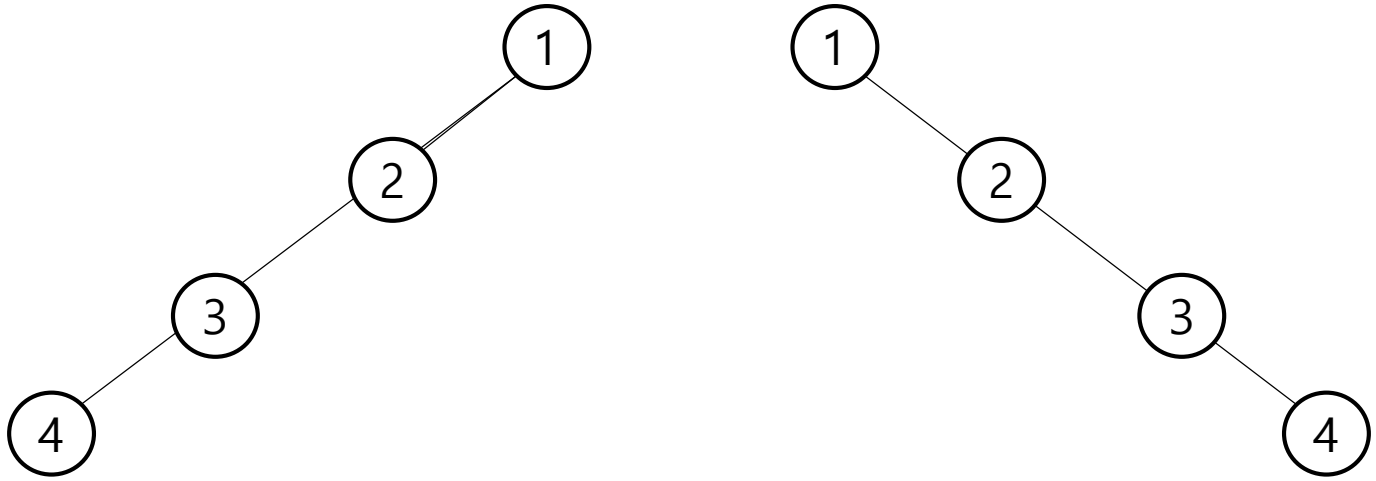
- **완전 이진 트리(Complete Binary Tree)**
  - 높이가 h이고 노드 수가 n개일 때 (단, $h+1 \leq n < 2^{h+1}-1$), 포화 이진 트리의 노드 번호 1번부터 n번까지 빈 자리가 없는 이진 트리
  - 예) 노드가 10개인 완전 이진 트리



이진트리 - 종류

편향 이진 트리(Skewed Binary Tree)

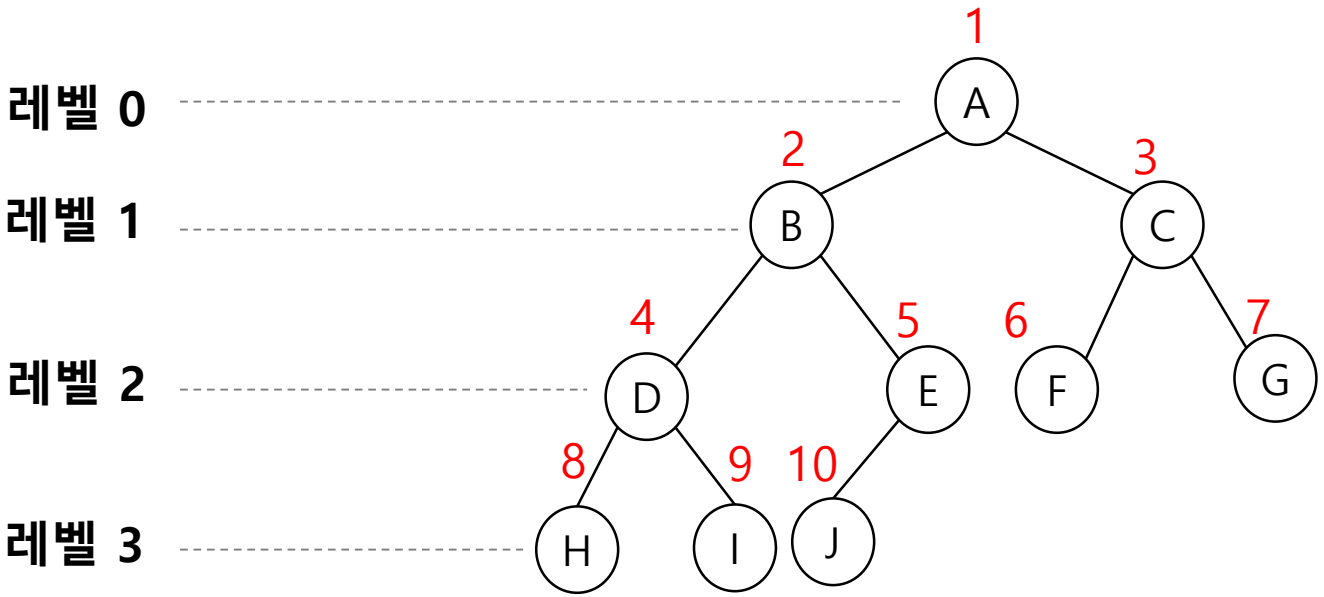
- 높이 h에 대한 최소 개수의 노드를 가지면서 한쪽 방향의 자식 노드 만을 가진 이진 트리
  - 왼쪽 편향 이진 트리
  - 오른쪽 편향 이진 트리



이진트리의 표현

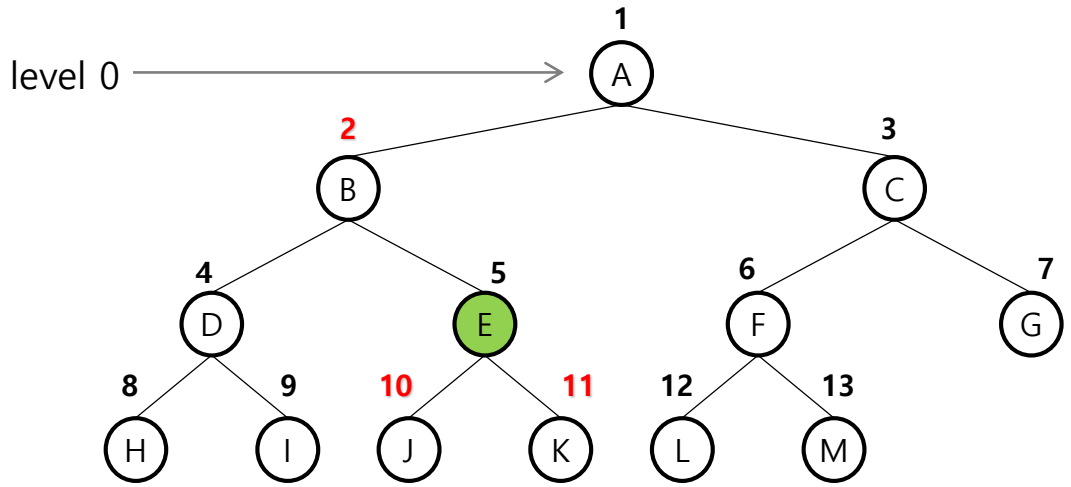
배열을 이용한 이진 트리의 표현

- 이진 트리에 각 노드 번호를 다음과 같이 부여
- 루트의 번호를 1로 함
- 레벨 n에 있는 노드에 대하여 왼쪽부터 오른쪽으로 2^n 부터 $2^{n+1}-1$ 까지 번호를 차례로 부여



이진트리의 표현 - 배열

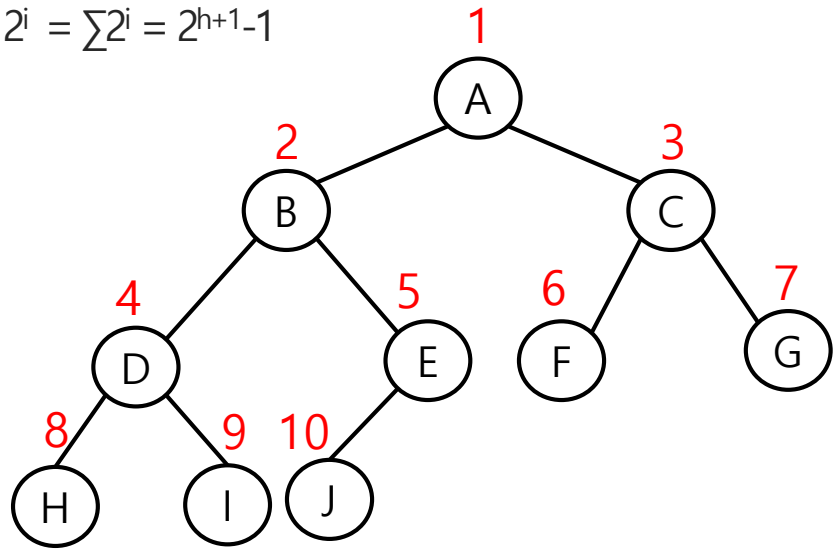
- 배열을 이용한 이진 트리의 표현
- 노드 번호의 성질
  - 노드 번호가 i 인 노드의 부모 노드 번호? $\lfloor i/2 \rfloor$
  - 노드 번호가 i 인 노드의 왼쪽 자식 노드 번호? 2 * i
  - 노드 번호가 i 인 노드의 오른쪽 자식 노드 번호? 2 * i + 1
  - 레벨 n의 노드 번호 시작 번호는? 2^n



이진트리의 표현 - 배열

배열을 이용한 이진 트리의 표현

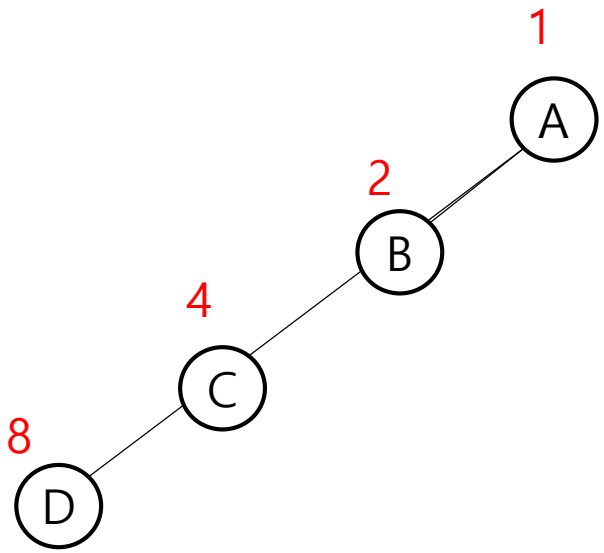
- 노드 번호를 배열의 인덱스로 사용
- 높이가 h 인 이진 트리를 위한 배열의 크기는?
  - 레벨 i의 최대 노드 수는? 2^i
  - 따라서 $1 + 2 + 4 + 8 \ldots + 2^i = \sum 2^i = 2^{h+1}-1$

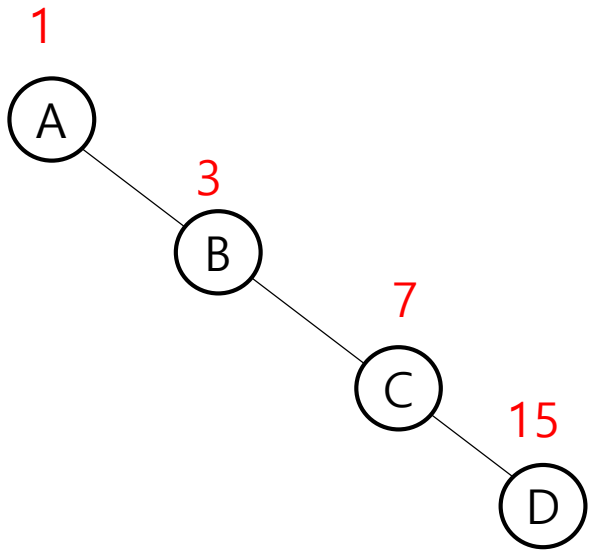


0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
-	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	-	-	-	-	-

이진트리의 표현 - 배열

- 배열을 이용한 이진 트리의 표현





0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
-	A	B	-	C	-	-	-	D	-	-	-	-	-	-	-

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
-	A	-	B	-	-	-	C	-	-	-	-	-	-	-	D

이진트리의 표현 - 배열

- **배열을 이용한 이진 트리의 표현의 단점**
  - 편향 이진 트리의 경우에 사용하지 않는 배열 원소에 대한 메모리 공간 낭비 발생
  - 트리의 중간에 새로운 노드를 삽입하거나 기존의 노드를 삭제할 경우 배열의 크기 변경 어려워 비효율적

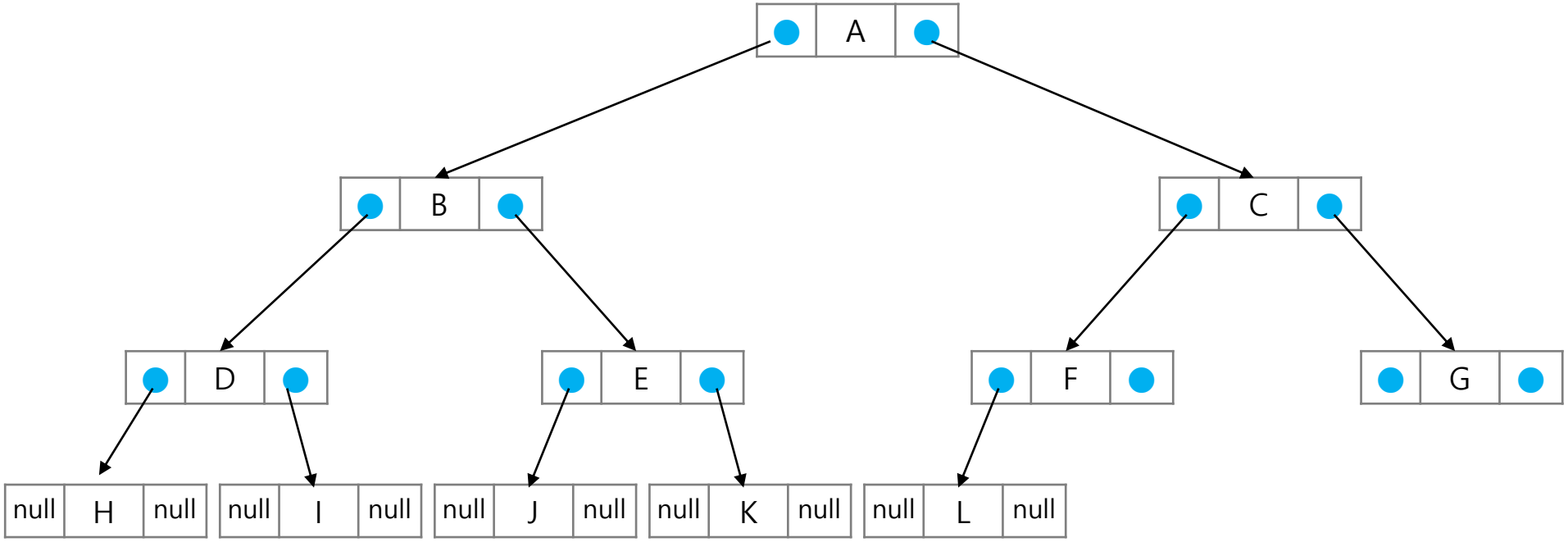
트리의 표현 - 연결리스트

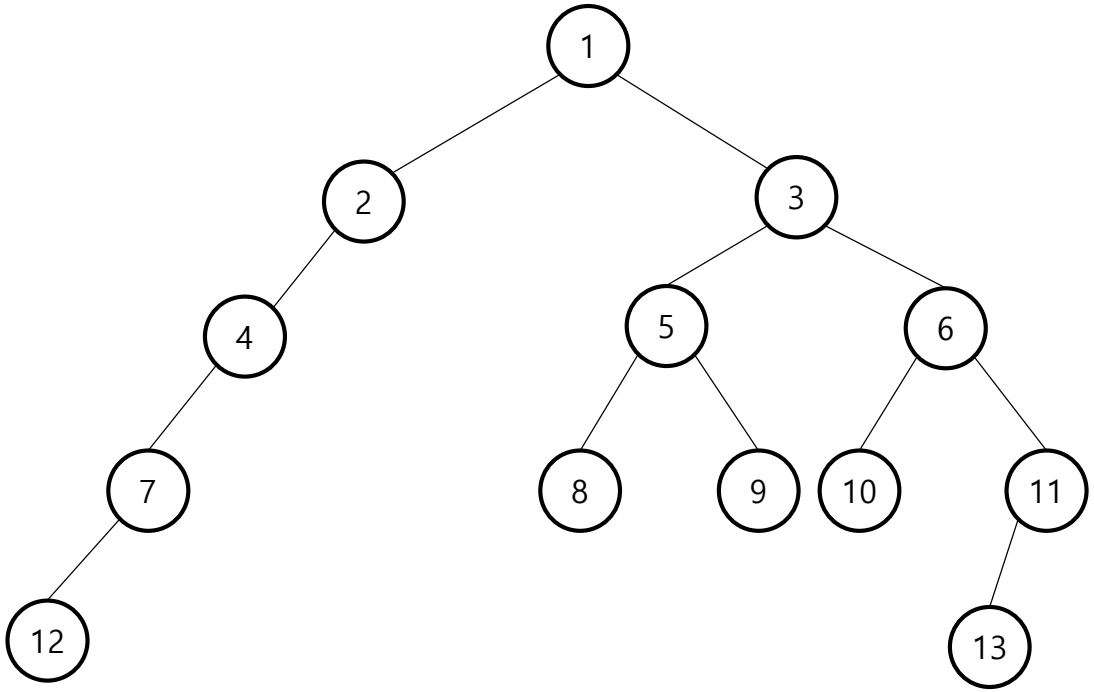
- **배열을 이용한 이진 트리의 표현의 단점을 보완하기 위해 연결리스트를 이용하여 트리를 표현할 수 있다.**

- **연결 자료구조를 이용한 이진트리의 표현**
  - 이진 트리의 모든 노드는 최대 2개의 자식 노드를 가지므로 일정한 구조의 단순 연결 리스트 노드를 사용하여 구현

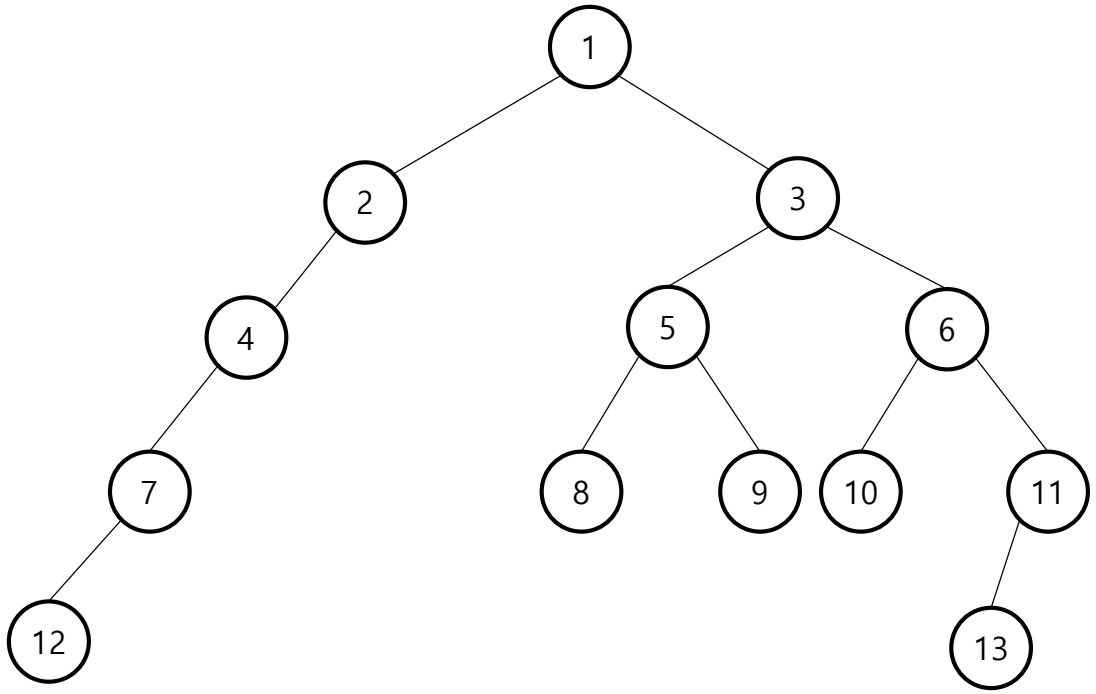
트리의 표현 - 연결리스트

- 완전 이진 트리의 연결 리스트 표현





0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
-	1	2	3	4	-	5	6	7	-	-	-	8	9	10	11	12	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	13	-

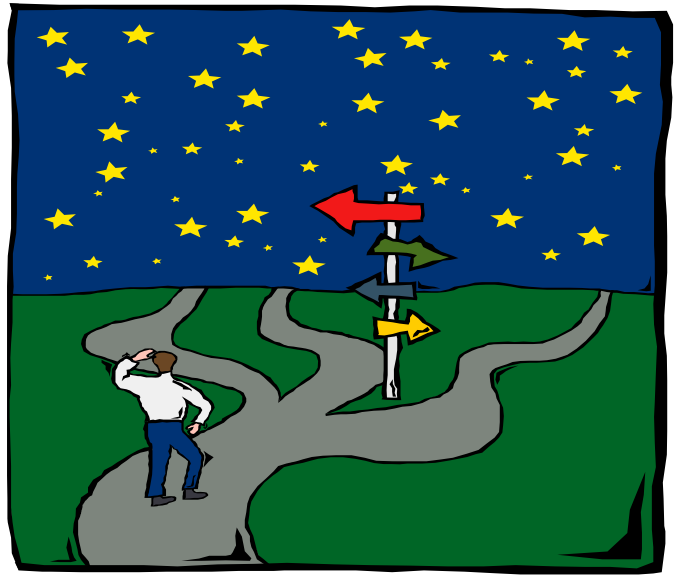


노드번호	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
왼쪽자식	2	4	5	7	8	10	12	-	-	-	13	-	-
오른쪽자식	3	-	6	-	9	11	-	-	-	-	-	-	-

이진트리 - 순회(traversal)

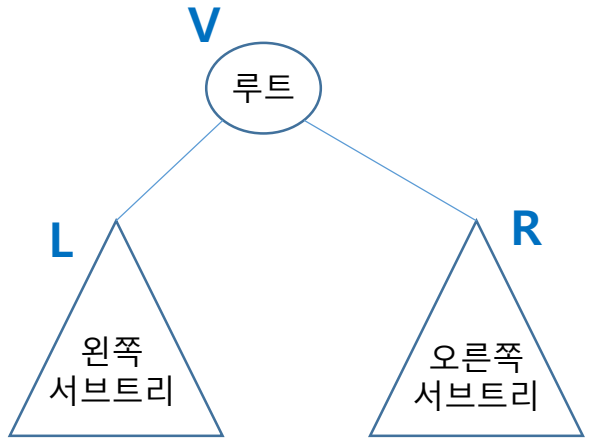
- 순회(traversal)란 트리의 각 노드를 중복되지 않게 전부 방문(visit) 하는 것을 말하는데 트리는 비 선형 구조이기 때문에 선형구조에서와 같이 선후 연결 관계를 알 수 없다.

- 따라서 특별한 방법이 필요하다.



이진트리 - 순회(traversal)

- **순회(traversal): 트리의 노드들을 체계적으로 방문하는 것**
- **3가지의 기본적인 순회방법**
  - 전위 순회(preorder traversal) : VLR
    - 부모 노드 방문 후, 자식 노드를 좌,우 순서로 방문한다.
  - 중위 순회(inorder traversal) : LVR
    - 왼쪽 자식 노드 , 부모 노드, 오른쪽 자식 노드 순으로 방문한다.
  - 후위 순회(postorder traversal) : LRV
    - 자식 노드를 좌우 순서로 방문한 후, 부모 노드로 방문한다.



이진트리 - 순회(traversal)

전위 순회(preorder traversal)

- 수행 방법

  1) 현재 노드 n을 방문하여 처리한다. -> V

  2) 현재 노드 n의 왼쪽 서브 트리로 이동한다. -> L

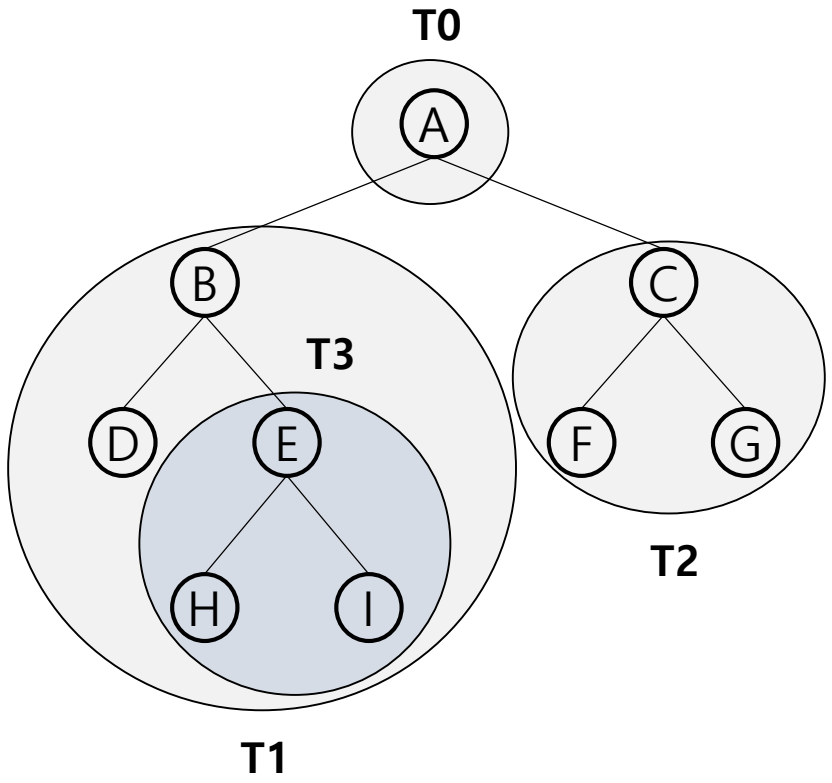
  3) 현재 노드 n의 오른쪽 서브 트리로 이동한다. -> R

- 전위 순회 알고리즘

```
preorder_traverse(T) {
    if (T is not null) {
        visit(T)
        preorder_traverse(T.left)
        preorder_traverse(T.right)
    }
}
```

이진트리 - 순회(traversal)

- 전위 순회 예



순서1 : T0 → T1 → T2

순서2 : A → B D (T3) → C F G

총 순서 : A B D E H I C F G

이진트리 - 순회(traversal)

중위 순회(inorder traversal)

- 수행 방법

  1) 현재 노드 n의 왼쪽 서브 트리로 이동한다. : L

  2) 현재 노드 n을 방문하여 처리한다. : V

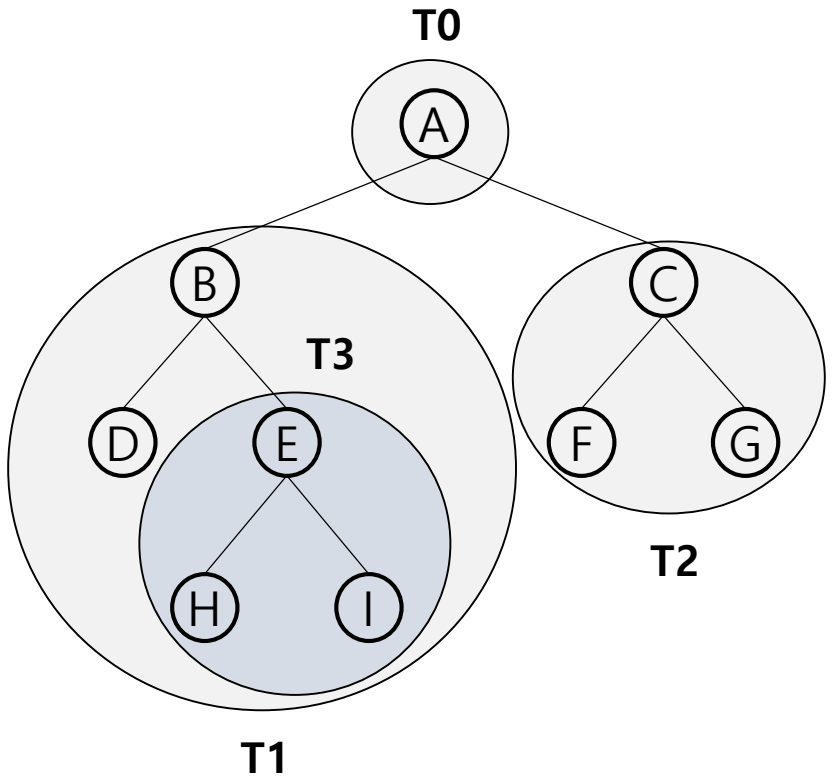
  3) 현재 노드 n의 오른쪽 서브 트리로 이동한다. : R

- 중위 순회 알고리즘

```
inorder_traverse(T) {
    if (T is not null) {
        inorder_traverse(T.left)
        visit(T)
        inorder_traverse(T.right)
    }
}
```

이진트리 - 순회(traversal)

- 중위 순회의 예



순서1 : T1 → T0 → T2

순서2 : D B (T3) → A → F C G

총 순서 : D B H E I A F C G

이진트리 - 순회(traversal)

후위 순회(postorder traversal)

- 수행 방법

  1) 현재 노드 n의 왼쪽 서브 트리로 이동한다. : L

  2) 현재 노드 n의 오른쪽 서브 트리로 이동한다. : R

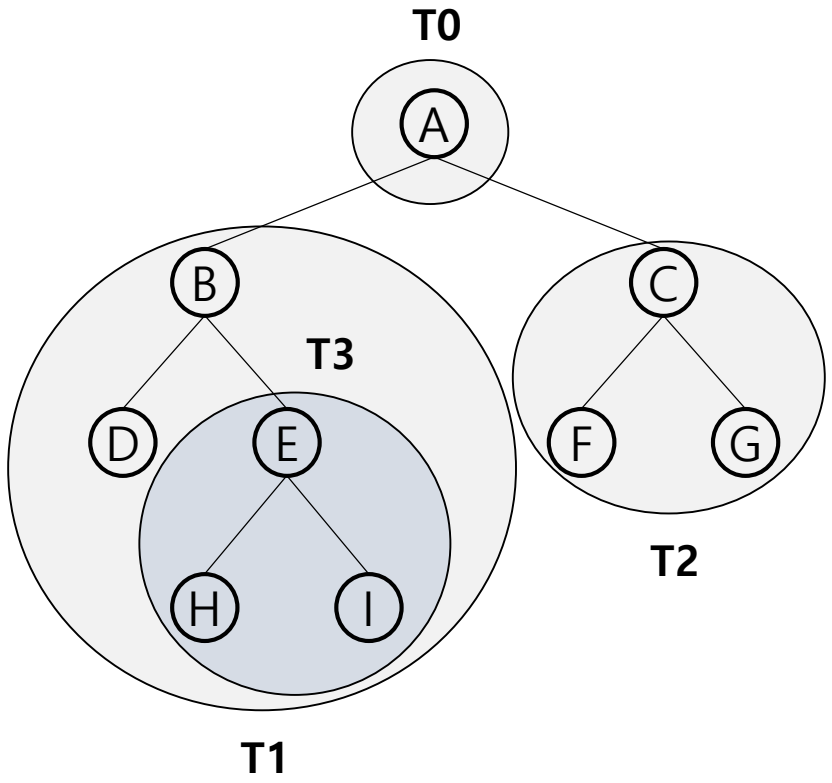
  3) 현재 노드 n을 방문하여 처리한다. : V

- 후위 순회 알고리즘

```
postorder_traverse(T) {
    if (T is not null) {
        postorder_traverse(T.left)
        postorder_traverse(T.right)
        visit(T)
    }
}
```

이진트리 - 순회(traversal)

- 후위 순회의 예



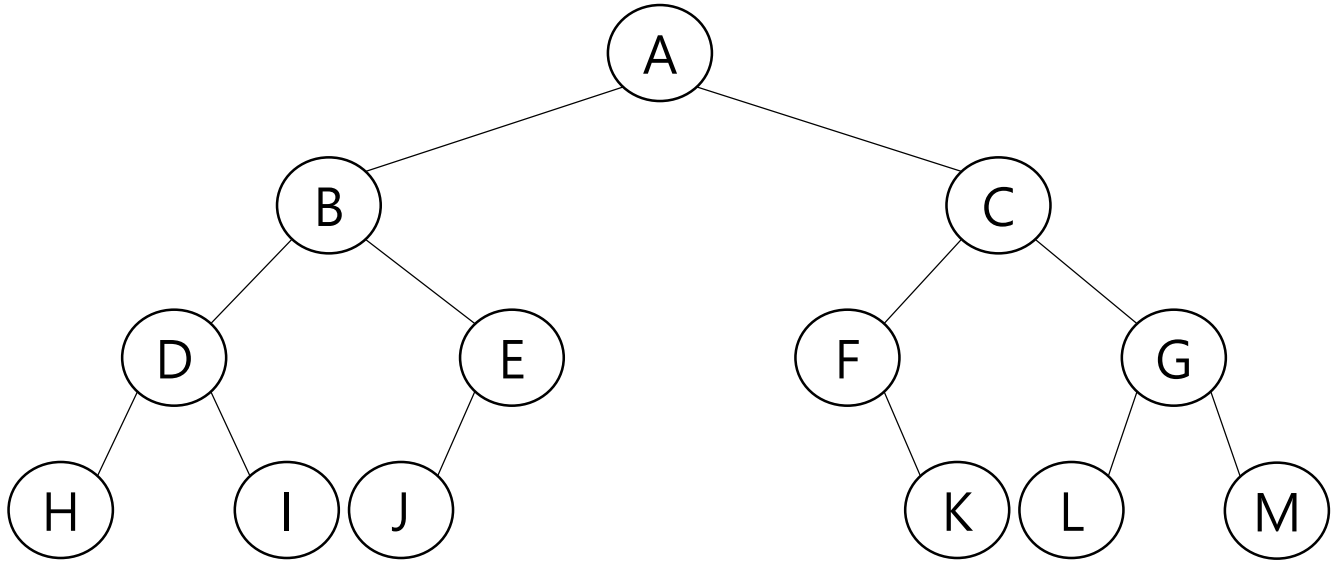
순서1 : T1 → T2 → T0

순서2 : D (T3) B → F G C → A

총 순서 : D H I E B F G C A

이진트리 - 순회 연습 문제

- **이진 트리의 순회**
  - 전위 순회는 ?
  - 중위 순회는 ?
  - 후위 순회는 ?



<연습문제>

- 첫 줄에는 트리의 정점의 총 수 V가 주어진다. 그 다음 줄에는 V-1개 간선이 나열된다. 간선은 그것을 이루는 두 정점으로 표기된다. 간선은 항상 “부모 자식” 순서로 표기된다. 아래 예에서 두 번째 줄 처음 1과 2는 정점 1과 2를 잇는 간선을 의미하며 1이 부모, 2가 자식을 의미한다. 간선은 부모 정점 번호가 작은 것부터 나열되고, 부모 정점이 동일하다면 자식 정점 번호가 작은 것부터 나열된다.

- 다음 이진 트리 표현에 대하여 전위 순회하여 정점의 번호를 출력하시오.
  - 13 ← 정점의 개수
  - 1 2 1 3 2 4 3 5 3 6 4 7 5 8 5 9 6 10 6 11 7 12 11 13

SAMSUNG SW ACADEMY FOR YOUTH

함께가요 미래로!
Enabling People

다음 방송에서 만나요!

삼성 청년 SW 아카데미