

SEMINAR 4

1) Sunt inversabile următoarele matrici? În caz afirmativ, să se determine inversele lor:

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ 4 & 1 & 4 \end{pmatrix}; \text{ b) } \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 6 & 8 & 5 \\ 9 & 12 & 10 \end{pmatrix}; \text{ c) } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}; \text{ d) } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ a & b & c & 1 \\ a^2 & b^2 & c^2 & 1 \\ a^3 & b^3 & c^3 & 1 \end{pmatrix}.$$

2) Să se determine rangurile următoarelor matrice:

$$\begin{aligned} \text{a) } & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 0 & -3 \end{pmatrix}; \text{ b) } \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -2 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & -3 \end{pmatrix}; \text{ c) } \begin{pmatrix} 3 & 0 & 3 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}; \\ \text{d) } & \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & -1 & 4 \\ \alpha & 3 & 5 & -3 \\ 7 & -5 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad (\alpha \in \mathbb{R}); \text{ e) } \begin{pmatrix} 2 & \alpha & -2 & 2 \\ 4 & -1 & 2\alpha & 5 \\ 2 & 10 & -12 & 1 \end{pmatrix} \quad (\alpha \in \mathbb{C}); \\ \text{f) } & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ a & b & c & d & 1 \\ a^2 & b^2 & c^2 & d^2 & 1 \\ a^3 & b^3 & c^3 & d^3 & 1 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

3) Să se rezolve, folosind teorema lui Rouché, sistemele de ecuații:

$$\begin{aligned} \text{a) } & \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4 \text{ (în } \mathbb{R}^3) \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2 \end{cases}; \quad \text{b) } \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 3 \\ 6x_1 + 8x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 7 \text{ (în } \mathbb{R}^4) \\ 9x_1 + 12x_2 + 3x_3 + 10x_4 = 13 \end{cases}; \\ \text{c) } & \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = -1 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 1 \end{cases} \quad (\text{în } \mathbb{R}^3). \end{aligned}$$