

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет программной инженерии и компьютерных технологий

Лабораторная работа №2

Синтез помехоустойчивого кода

Вариант 99

Выполнила:

Павличенко Софья Алексеевна, Р3115

Проверила:

Авксентьева Елена Юрьевна,

к.п.н., доцент факультета ПИиКТ

Санкт-Петербург 2023г.

Оглавление

Обязательные задания	3
Решения.....	3
Часть 1	3
Часть 2	5
Часть 3	6
Дополнительное задание	7
Решение	7
Заключение	8
Список источников	9

Обязательные задания

1. На основании номера варианта задания выбрать набор из 4 полученных сообщений в виде последовательности 7-символьного кода.
2. Построить схему декодирования классического кода Хэмминга (7;4), которую представить в отчёте в виде изображения.
3. Показать, исходя из выбранных вариантов сообщений (по 4 у каждого – часть №1 в варианте), имеются ли в принятом сообщении ошибки, и если имеются, то какие. Подробно прокомментировать и записать правильное сообщение.
4. На основании номера варианта задания выбрать 1 полученное сообщение в виде последовательности 11-символьного кода.
5. Построить схему декодирования классического кода Хэмминга (15;11), которую представить в отчёте в виде изображения.
6. Показать, исходя из выбранного варианта сообщений (по 1 у каждого – часть №2 в варианте), имеются ли в принятом сообщении ошибки, и если имеются, то какие. Подробно прокомментировать и записать правильное сообщение.
7. Сложить номера всех 5 вариантов заданий. Умножить полученное число на 4. Принять данное число как число информационных разрядов в передаваемом сообщении. Вычислить для данного числа минимальное число проверочных разрядов и коэффициент избыточности.

Решения

Часть 1

1) $83 = 1010011_2$

r_1	r_2	i_1	r_3	i_2	i_3	i_4
1	0	1	0	0	1	1

	1	2	3	4	5	6	7	
2^k	r_1	r_2	i_1	r_3	i_2	i_3	i_4	s
1	X		X		X		X	s_1
2		X	X			X	X	s_2
4				X	X	X	X	s_3

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

$$s(s_1, s_2, s_3) = s(1, 1, 0)$$

Ошибка в бите i_1 . Инвертируем его и получаем правильную последовательность **1000011**.

$$2) \quad 13 = 0001101_2$$

r_1	r_2	i_1	r_3	i_2	i_3	i_4
0	0	0	1	1	0	1

	1	2	3	4	5	6	7	
2^k	r_1	r_2	i_1	r_3	i_2	i_3	i_4	s
1	X		X		X		X	s_1
2		X	X			X	X	s_2
4				X	X	X	X	s_3

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

$$s(s_1, s_2, s_3) = s(0, 1, 1)$$

Ошибка в бите i_3 . Инвертируем его и получаем правильную последовательность **0001111**.

$$3) \quad 101 = 1100101_2$$

r_1	r_2	i_1	r_3	i_2	i_3	i_4
1	1	0	0	1	0	1

	1	2	3	4	5	6	7	
2^k	r_1	r_2	i_1	r_3	i_2	i_3	i_4	s
1	X		X		X		X	s_1
2		X	X			X	X	s_2
4				X	X	X	X	s_3

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 0$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$

$$s(s_1, s_2, s_3) = s(1, 0, 0)$$

Ошибка в бите r_1 . Инвертируем его и получаем правильную последовательность **0100101**.

$$4) 95 = 1011111_2$$

r_1	r_2	i_1	r_3	i_2	i_3	i_4
1	0	1	1	1	1	1

	1	2	3	4	5	6	7	
2^k	r_1	r_2	i_1	r_3	i_2	i_3	i_4	s
1	X		X		X		X	s_1
2		X	X			X	X	s_2
4				X	X	X	X	s_3

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

$$s(s_1, s_2, s_3) = s(0, 1, 0)$$

Ошибка в бите r_2 . Инвертируем его и получаем правильную последовательность **1111111**.

Часть 2

$$97 = 000000001100001$$

r_1	r_2	i_1	r_3	i_2	i_3	i_4	r_4	i_5	i_6	i_7	i_8	i_9	i_{10}	i_{11}
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
2^k	r_1	r_2	i_1	r_3	i_2	i_3	i_4	r_4	i_5	i_6	i_7	i_8	i_9	i_{10}	i_{11}	s
1	X		X		X		X		X		X		X		X	s_1
2		X	X			X	X			X	X			X	X	s_2
4				X	X	X	X					X	X	X	X	s_3
8								X	X	X	X	X	X	X	X	s_4

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 \oplus i_5 \oplus i_7 \oplus i_9 \oplus i_{11} = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 \oplus i_6 \oplus i_7 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 \oplus i_8 \oplus i_9 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

$$s_4 = r_4 \oplus i_5 \oplus i_6 \oplus i_7 \oplus i_8 \oplus i_9 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

$$s(s_1, s_2, s_3, s_4) = s(0, 0, 1, 1)$$

Ошибка в бите i_8 . Инвертируем его и получаем правильную последовательность **000000001101001**.

Часть 3

$$(83 + 13 + 101 + 95 + 97) * 4 = 1556$$

$2^r \geq r + i + 1$, где i - число информационных разрядов в сообщении = 1556, r - число проверочных разрядов в сообщении

Тогда $2^r \geq r + 1557$. Отсюда минимальное $r = 11$.

Коэффициент избыточности $r / n = r / (i + r) = 11 / (1556 + 11) \approx 0,00701978$.

Дополнительное задание

Написать программу на любом языке программирования, которая на вход получает набор из 7 цифр «0» и «1», записанных подряд, анализирует это сообщение на основе классического кода Хэмминга (7,4), а затем выдает правильное сообщение (только информационные биты) и указывает бит с ошибкой при его наличии.

Решение

Решение дополнительного задания представлено на Рис. 1.

```
message = list(map(int, [i for i in input()]))
order = ['r1', 'r2', 'i1', 'r3', 'i2', 'i3', 'i4']
bits = dict(zip(order, message))

s1 = int(bits['r1'] ^ bits['i1'] ^ bits['i2'] ^ bits['i4'])
s2 = int(bits['r2'] ^ bits['i1'] ^ bits['i3'] ^ bits['i4'])
s3 = int(bits['r3'] ^ bits['i2'] ^ bits['i3'] ^ bits['i4'])

error_i = s1 * 1 + s2 * 2 + s3 * 4 - 1
if error_i >= 0:
    error_bit = order[error_i]
    message[error_i] = 1 - message[error_i]
    print('Бит с ошибкой:', error_bit)
print('Правильное сообщение:', str(message[2]) + str(message[4]) + str(message[5]) + str(message[6]))
```

Рис.1

Заключение

В результате выполнения лабораторной работы я ознакомилась с кодом Хэмминга и приобрела навыки работы с ним, которые закрепила на практике.

Список источников

1. Википедия – URL: <https://ru.wikipedia.org/wiki/>
2. Балакшин П.В., Соснин В.В. Информатика. Методическое пособие – URL: <https://picloud.pw/media/resources/posts/2018/02/19/Методичка.pdf>