
Группа Р3215

К работе допущен _____

Студент Павличенко Софья Алексеевна

Работа выполнена _____

Преподаватель Пулькин Н.С.

Отчет принят _____

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №1.01

Исследование распределения случайной величины

1. Цель работы.

Исследование распределения случайной величины на примере многократных измерений определённого интервала времени.

2. Задачи, решаемые при выполнении работы.

1. Провести многократные измерения определённого интервала времени.
2. Построить гистограмму распределения результатов измерения.
3. Вычислить среднее значение и дисперсию полученной выборки.
4. Сравнить гистограмму с графиком функции Гаусса с такими же как и у экспериментального распределения средним значением и дисперсией.

3. Объект исследования.

Случайная величина – результат измерения промежутка времени 5 секунд.

4. Метод экспериментального исследования.

Многократное прямое измерение определённого интервала времени (5 секунд) и проверка закономерностей распределения значений этой случайной величины.

5. Рабочие формулы и исходные данные.

$\langle t \rangle_N = \frac{1}{N} (t_1 + t_2 + \dots + t_N) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i$ – среднее арифметическое всех результатов измерений.

$\sigma_N = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2}$ – выборочное среднеквадратичное отклонение.

$\rho_{max} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$ – максимальное значение плотности распределения.

$\sigma_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2}$ – среднеквадратичное отклонение среднего значения.

$\rho(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(t - \langle t \rangle)^2}{2\sigma^2}\right)$ – нормальное распределение, описываемое функцией Гаусса.

$\Delta t = t_{\alpha, N} \cdot \sigma_{\langle t \rangle}$ – доверительный интервал.

6. Измерительные приборы.

№ п/п	Наименование	Тип прибора	Используемый диапазон	Погрешность прибора
1	Секундомер	Цифровой	0 - 10с	0.005с

7. Схема установки (перечень схем, которые составляют Приложение 1).

-

8. Результаты прямых измерений и их обработки (таблицы, примеры расчетов).

Таблица 1: Результаты прямых измерений

№	$t_i, \text{с}$	$t_i - \langle t \rangle_N, \text{с}$	$(t_i - \langle t \rangle_N)^2, \text{с}^2$
1	5,06	0,04	0,00181476
2	5,00	-0,02	0,00030276
3	4,81	-0,21	0,04301476
4	5,27	0,25	0,06380676
5	5,10	0,08	0,00682276
6	5,07	0,05	0,00276676
7	4,88	-0,14	0,01887876
8	5,07	0,05	0,00276676
9	5,13	0,11	0,01267876
10	5,20	0,18	0,03334276
11	5,22	0,20	0,04104676
12	5,13	0,11	0,01267876
13	5,11	0,09	0,00857476
14	5,18	0,16	0,02643876
15	5,02	0,00	0,00000676
16	4,89	-0,13	0,01623076
17	4,94	-0,08	0,00599076
18	5,20	0,18	0,03334276
19	4,80	-0,22	0,04726276
20	4,93	-0,09	0,00763876
21	4,91	-0,11	0,01153476
22	5,00	-0,02	0,00030276
23	4,84	-0,18	0,03147076
24	4,94	-0,08	0,00599076
25	4,96	-0,06	0,00329476
26	4,97	-0,05	0,00224676
27	5,06	0,04	0,00181476
28	5,18	0,16	0,02643876
29	4,81	-0,21	0,04301476
30	5,09	0,07	0,00527076
31	5,14	0,12	0,01503076
32	4,95	-0,07	0,00454276
33	4,92	-0,10	0,00948676
34	4,95	-0,07	0,00454276
35	5,08	0,06	0,00391876
36	5,04	0,02	0,00051076
37	4,98	-0,04	0,00139876
38	4,94	-0,08	0,00599076

39	5,19	0,17	0,02979076
40	5,02	0,00	0,00000676
41	4,85	-0,17	0,02802276
42	4,96	-0,06	0,00329476
43	5,03	0,01	0,00015876
44	4,89	-0,13	0,01623076
45	5,00	-0,02	0,00030276
46	5,03	0,01	0,00015876
47	4,98	-0,04	0,00139876
48	5,14	0,12	0,01503076
49	4,94	-0,08	0,00599076
50	5,07	0,05	0,00276676
	$\langle t \rangle_N = 5,0174 \text{ с}$	$\sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N) = 0,00 \text{ с}$	$\sigma_N = 0,1165 \text{ с}$ $\rho_{max} = 3,4236 \text{ с}^{-1}$

9. Расчет результатов косвенных измерений (таблицы, примеры расчетов).

$$\langle t \rangle_N = \frac{1}{50} \sum_{i=1}^{50} t_i N_i = 5,0174 \text{ с}$$

$$\sigma_N = \sqrt{\frac{1}{50-1} \sum_{i=1}^{50} (t_i - 5,0174)^2} = 0,1165 \text{ с}$$

$$\rho_{max} = \frac{1}{0,1165\sqrt{2\pi}} = 3,4236 \text{ с}^{-1}$$

$$\sigma_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{50 \cdot 49} \sum_{i=1}^{50} (t_i - 5,0174)^2} = 0,0165 \text{ с}$$

$$t_{min} = 5,80 \text{ с}, t_{max} = 5,27 \text{ с}, \sqrt{N} \approx 7$$

Для построения гистограммы возьмем 7 интервалов.

$$\Delta t = t_{\alpha,N} * \sigma_{\langle t \rangle} = 2,01 * 0,0165 = 0,033165 \text{ с}$$

Таблица 2. Данные для построения гистограммы

Границы интервалов, с	ΔN	$\frac{\Delta N}{N \Delta t}, \text{ с}^{-1}$	$t, \text{ с}$	$\rho, \text{ с}^{-1}$
4,8	5	1,4893617	4,835	1,00563834
4,87				
4,87	5	1,4893617	4,9	2,06096435
4,93				
4,93	12	3,57446809	4,965	3,09435377
5				
5	10	2,9787234	5,035	3,3847418
5,07				
5,07	9	2,68085106	5,105	2,58085302

5,14				
5,14	5	1,4893617	5,17	1,45239967
5,2				
5,2	3	0,89361702	5,235	0,59879731
5,27				

Опытное значение плотности вероятности (третий интервал):

$$\frac{\Delta N}{N \Delta t} = \frac{12}{50 \cdot 0,067} = 3,5745 \text{ с}^{-1}$$

Нормальное распределение, описываемое функцией Гаусса:

$$\rho(4,965) = \frac{1}{0,1165\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(4,965 - 5,0174)^2}{2 \cdot 0,1165^2}\right) = 3,0944 \text{ с}^{-1}$$

Таблица 3: Стандартные доверительные интервалы

	Интервал, с		ΔN	$\frac{\Delta N}{N}$	Р
	от	до			
$\langle t \rangle_N \pm \sigma_N$	4,90	5,1339	33	0,66	0,683
$\langle t \rangle_N \pm 2\sigma_N$	4,78434364	5,25045636	49	0,98	0,954
$\langle t \rangle_N \pm 3\sigma_N$	4,66781547	5,36698453	50	1	0,997

10. Расчет погрешностей измерений (для прямых и косвенных измерений).

$$\Delta_{ux} = 0,005 \text{ с}$$

$$\Delta t = t_{\alpha, N} \cdot \sigma_{\langle t \rangle} \approx 2,01 \cdot 0,0165 = 0,033165; t_{\alpha, N} \approx 2,01;$$

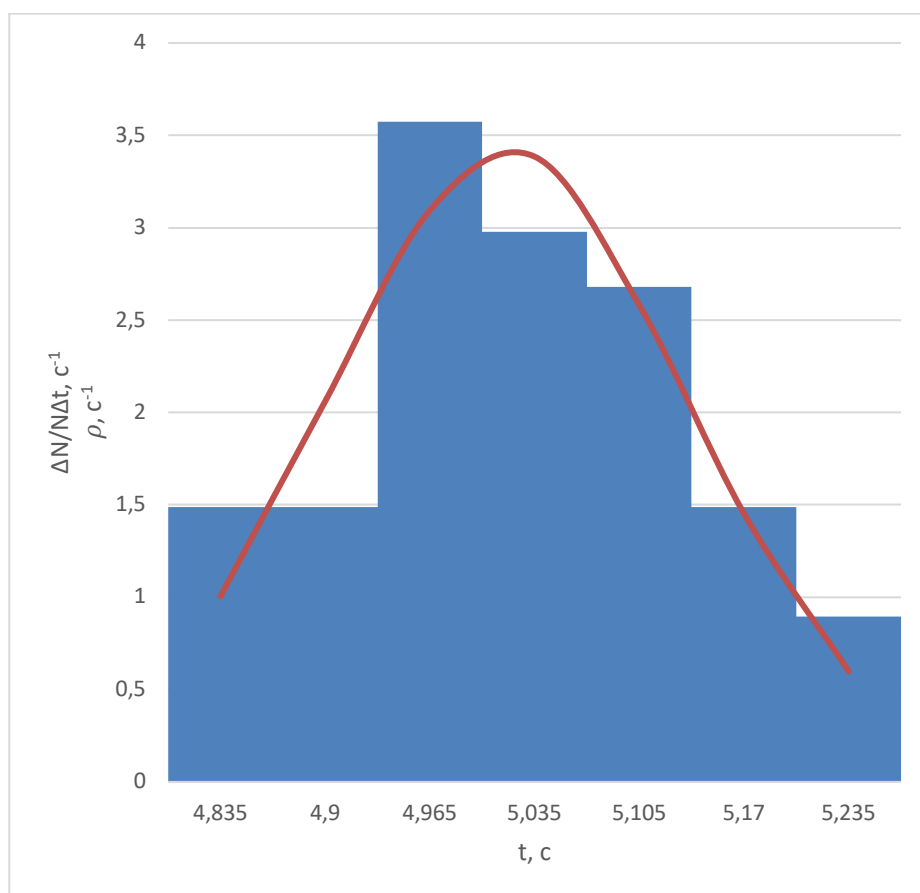
Абсолютная погрешность с учетом погрешности прибора:

$$\Delta_t = \sqrt{(\Delta t)^2 + \left(\frac{2}{3} \Delta_{ux}\right)^2} \approx 0,0666 \text{ с}$$

$$\text{Относительная погрешность измерения: } \varepsilon_t = \frac{\Delta t}{\langle t \rangle} \cdot 100\% = 4,036\%$$

11. Графики (перечень графиков, которые составляют Приложение 2).

График 1 – Гистограмма и функция Гаусса



12. Окончательные результаты.

Среднеквадратичное отклонение среднего значения $\sigma_{\langle t \rangle} = 0,0165$ с

Табличное значение коэффициента Стьюдента $t_{\alpha, N}$ для доверительной вероятности $\alpha = 0,95$: $t_{\alpha, N} = 2,01$

Доверительный интервал $\Delta t = 0,033165$ с

Среднее арифметическое всех результатов измерений $\langle t \rangle_N = 5,0174$ с

Выборочное среднеквадратичное отклонение: $\sigma_N = 0,1165$ с

Максимальное значение плотности распределения $\rho_{max} = 3,4236$ с⁻¹

13. Выводы и анализ результатов работы.

В результате лабораторной работы было изучено распределение случайной величины на основе 50 измерений временных интервалов. Сравнение гистограммы, полученной экспериментально, с теоретической функцией Гаусса показало их схожесть. Это дало возможность подтвердить соответствие данных закону распределения и глубже понять его особенности.

14. Дополнительные задания.

-

15. Выполнение дополнительных заданий.

-

16. Замечания преподавателя (*исправления, вызванные замечаниями преподавателя, также помещают в этот пункт*).