

Roll No

BT-202 (GS)
B.Tech., I & II Semester
 Examination, November 2022
Grading System (GS)

Mathematics - II**Time : Three Hours****Maximum Marks : 70****Note:** i) Attempt any five questions.

किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिये।

ii) All questions carry equal marks.

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.

किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Solve $\cos x dy = y(\sin x - y)dx$ using Bernoulli's.
 बर्नॉली का उपयोग करके $\cos x dy = y(\sin x - y)dx$ को हल करें।

- b) Solve the Linear differential equation

$$\sin 2x \frac{dy}{dx} - y = \tan x,$$

ऐखिक अवकल समीकरण $\sin 2x \frac{dy}{dx} - y = \tan x$ को हल कीजिये।

2. a) Solve $(r + \sin \theta - \cos \theta)dr + r(\sin \theta + \cos \theta)d\theta = 0$.
 $(r + \sin \theta - \cos \theta)dr + r(\sin \theta + \cos \theta)d\theta = 0$ को हल कीजिये।

b) Solve the differential equation.

$$(D^3 - 7D^2 + 14D - 8)y = e^x \cos 2x$$

अवकल समीकरण $(D^3 - 7D^2 + 14D - 8)y = e^x \cos 2x$ को हल कीजिये।

- 3.) Solve $(D^2 + 4)y = \tan 2x$ by using method of variation of parameters.

पैरामीटर की भिन्नता की विधि का उपयोग करके $(D^2 + 4)y = \tan 2x$ को हल करें।

4. a) Show that $\frac{\vec{r}}{r^3}$ is solenoidal.

दिखाएँ कि $\frac{\vec{r}}{r^3}$ solenoidal है।

- b) Show that the vector

$$(x^2 - yz)\vec{i} + (y^2 - zx)\vec{j} + (z^2 - xy)\vec{k}$$

is Irrotational. Find its scalar potential.

दिखाएँ कि वेक्टर $(x^2 - yz)\vec{i} + (y^2 - zx)\vec{j} + (z^2 - xy)\vec{k}$ Irrotational है। यह अदिश क्षमता का पता लगाएँ।

5. Verify Green's theorem for $\int_C [3x^2 - 8y^2] dx + [4y - 6xy] dy$.

Where C is the region bounded by $x = 0, y = 0$ and $x + y = 1$.ग्रीन के प्रमेय को सत्यापित करें $\int_C [3x^2 - 8y^2] dx + [4y - 6xy] dy$ जहाँ C, $x = 0, y = 0$ और $x + y = 1$ से घिरा हुआ क्षेत्र है।

6. a) Show that $f(Z) = z\bar{z}$ is differentiable but not analytic at origin.

दिखाएँ कि $f(Z) = z\bar{z}$ अवकल है लेकिन मूल पर विश्लेषणात्मक नहीं है।

- ✓ b) Show that $u(x, y) = e^{-2x} \sin 2y$ is harmonic and determine it's Harmonic conjugate.

दिखाएँ कि $u(x, y) = e^{-2x} \sin 2y$ हार्मोनिक है और यह निर्धारित करें कि यह हार्मोनिक संयुग है।

7. a) By Residue theorem, Evaluate $\oint_C \frac{\tan z}{z^2 - 1} dz$, where $C:|Z|=2$.

अवशेष प्रमेय द्वारा, मूल्यांकन करें $\oint_C \frac{\tan z}{z^2 - 1} dz$ जहाँ $C:|Z|=2$

- b) Using Cauchy integral theorem, to evaluate the integral

$$\int_C \frac{e^{2z}}{(z-1)^2(z-3)} dz, \text{ where } C \text{ is the circle } |Z| = 2.$$

$\int_C \frac{e^{2z}}{(z-1)^2(z-3)} dz$ अभिन्न प्रमेय का उपयोग करते हुए, Cauchy

अभिन्न का मूल्यांकन करने के लिए C जहाँ वृत्त $|Z| = 2$ है।

8. a) Solve $x^2 p^2 + y^2 q^2 = z^2$.

$x^2 p^2 + y^2 q^2 = z^2$ को हल कीजिये।

- ✓ b) Solve $(D^2 - 4DD^1 + 4D^{1^2})Z = \cos(x - 2y)$

$(D^2 - 4DD^1 + 4D^{1^2})Z = \cos(x - 2y)$ को हल कीजिये।

Roll No

BT-202 (GS)**B.Tech., I & II Semester**

Examination, June 2023

Grading System (GS)**Mathematics - II****Time : Three Hours****Maximum Marks : 70****Note:** i) Attempt any five questions.

किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिये।

ii) All questions carry equal marks.

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.

किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Solve : $\frac{dy}{dx} = \cos(x+y) + \sin(x+y).$

 $\frac{dy}{dx} = \cos(x+y) + \sin(x+y)$ को हल कीजिये।

b) Solve: $(1+y^2)dx = (\tan^{-1}y - x)dy$
 $(1+y^2)dx = (\tan^{-1}y - x)dy$ को हल कीजिये।

2. a) Solve: $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} = (1+e^x)^{-1}$

 $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} = (1+e^x)^{-1}$ को हल कीजिये।

[2]

b) Solve : $\frac{dx}{dt} - y = e^t, \frac{dy}{dt} + x = \sin t ; x(0) = 1, y(0) = 0$

$\frac{dx}{dt} - y = e^t, \frac{dy}{dt} + x = \sin t ; x(0) = 1, y(0) = 0$

को हल कीजिये।

3. Solve the differential equation

$x(1-x)y'' + 2(1-2x)y' - 2y = 0$

using Frobenius method.

फ्रोबेनियस विधि द्वारा अवकल समीकरण

$x(1-x)y'' + 2(1-2x)y' - 2y = 0$

को हल कीजिये।

4. a) Prove that $J_{\frac{1}{2}}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin x$

सिद्ध करें $J_{\frac{1}{2}}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin x$

b) Solve by Charpit's method , the P.D.E $(p^2 + q^2)y = qz$.
चारपिट विधि से P.D.E $(p^2 + q^2)y = qz$ को हल कीजिये।

5. a) Solve : $(D^2 - 6DD' + 9D'^2)z = 12x^2 + 36xy.$

$(D^2 - 6DD' + 9D'^2)z = 12x^2 + 36xy$ को हल कीजिये।

b) Prove that an analytic function with constant modulus is constant.

सिद्ध कीजिए कि स्थिर मापांक वाला एक विश्लेषणात्मक फलन स्थिर होता है।

[3]

6. a) Use Cauchy Integral formula to solve

$$\oint_C \frac{\sin \pi z^2 + \cos \pi z^2}{(z-1)(z-2)} dz \text{ where } C \text{ is the circle } |z|=3.$$

कौशी इंटीग्रल सूत्र का प्रयोग करते हुए $\oint_C \frac{\sin \pi z^2 + \cos \pi z^2}{(z-1)(z-2)} dz$

को हल कीजिये। जहाँ C वृत्त $|z|=3$ है।

- b) Using complex integration method,

$$\text{solve: } \int_0^{2\pi} \frac{\cos 4\theta}{5+4\cos\theta} d\theta$$

जटिल समाकलन विधि का प्रयोग करते हुए $\int_0^{2\pi} \frac{\cos 4\theta}{5+4\cos\theta} d\theta$

को हल कीजिए।

7. a) Solve: $\int_0^{1+i} (x-y+ix^2) dz$ along the real axis from $z=0$

to $z=1$ and then along a line parallel to imaginary axis
from $z=1$ to $z=1+i$. <https://www.rgpvonline.com>

$\int_0^{1+i} (x-y+ix^2) dz$ को हल करें वास्तविक अक्ष के साथ $z=0$

से $z=1$ और फिर से काल्पनिक अक्ष के समानांतर एक रेखा के साथ
 $z=1$ से $z=1+i$

- b) Prove that: $\nabla^2 f(r) = f''(r) + \frac{2}{r} f'(r)$

सिद्ध कीजिए $\nabla^2 f(r) = f''(r) + \frac{2}{r} f'(r)$

[4]

8. a) Find the directional derivative of $f(x, y, z) = e^{2x} \cos yz$
at $(0, 0, 0)$ in the direction of the tangent to the curve

$$x = a \sin t, y = a \cos t, z = at \text{ at } t = \frac{\pi}{4}.$$

$f(x, y, z) = e^{2x} \cos yz$ का $(0, 0, 0)$ पर वक्र

$$x = a \sin t, y = a \cos t, z = at \text{ at } t = \frac{\pi}{4}$$

के स्पर्श रेखा की दिशा में दिशात्मक व्युत्पन्न खोजें।

- b) Using Green's theorem, find the area of the region in the

first quadrant bounded by the curve $y = x, y = \frac{1}{x}, y = \frac{x}{4}$.

ग्रीन प्रमेय का उपयोग करते हुए, वक्र $y = x, y = \frac{1}{x}, y = \frac{x}{4}$ से घिरे
पहले चतुर्थांश में क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

Roll No

BT-202 (GS)**B.Tech., I & II Semester**

Examination, June 2022

Grading System (GS)**Mathematics - II****Time : Three Hours****Maximum Marks : 70****Note:** i) Attempt any five questions.

किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिये।

ii) All questions carry equal marks.

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.

किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Solve $\left(1+e^y\right)dx + e^y\left(1-\frac{x}{y}\right)dy = 0$.

 $\left(1+e^y\right)dx + e^y\left(1-\frac{x}{y}\right)dy = 0$ को हल कीजिये।

b) Solve the Linear differential equation

$$\left(1+y^2\right) + \left(x - e^{\tan^{-1} y}\right) \frac{dy}{dx} = 0$$

रैखिक अवकल समीकरण $\left(1+y^2\right) + \left(x - e^{\tan^{-1} y}\right) \frac{dy}{dx} = 0$ को हल कीजिये।

2. a) Solve $\frac{dy}{dx} + y \tan x = y^2 \sec x$ using Bernoulli's.

बनौली का उपयोग करके $\frac{dy}{dx} + y \tan x = y^2 \sec x$ को हल करें।

b) Solve the differential equation

$$(D^2 - 2D - 3)y = x^3 e^{-3x}$$

अवकल समीकरण $(D^2 - 2D - 3)y = x^3 e^{-3x}$ को हल कीजिये।

3. Solve $(D^2 + a^2)y = \tan ax$ by using method of variation of parameters.

पैरामीटर की भिन्नता की विधि का उपयोग करके $(D^2 + a^2)y = \tan ax$ को हल करें।

4. a) Find the angle between the surfaces $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ and $Z = x^2 + y^2 - 3$ at the point $(2, -1, 2)$.

बिंदु $(2, -1, 2)$ पर $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ और $Z = x^2 + y^2 - 3$ सतहों के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।b) Prove that $r^n \vec{r}$ is Solenoidal if $n = -3$.सिद्ध कीजिये कि $r^n \vec{r}$ सोलेनोइडल है यदि $n = -3$ है।

5. Verify Gauss divergence theorem for $\vec{F} = x^2 \vec{i} + y^2 \vec{j} + z^2 \vec{k}$ over the cube formed by the planes $x = 0, x = a, y = 0, y = b, z = 0, z = c$.

सत्यापित करें कि F के लिए गॉस विचलन प्रमेय $\vec{F} = x^2 \vec{i} + y^2 \vec{j} + z^2 \vec{k}$ विमानों द्वारा बनाए गए घन पर $x = 0, x = a, y = 0, y = b, z = 0, z = c$.

[3]

[4]

6. a) Prove that $\left[\frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2} \right] |f(z)|^2 = 4|f'(z)|^2$.

साबित करें कि $\left[\frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2} \right] |f(z)|^2 = 4|f'(z)|^2$.

- b) Construct the analytic function $f(z)$, whose real part is $e^x \cos y$.

विश्लेषणात्मक फंक्शन $f(z)$ का निर्माण करें। जिसका वास्तविक भाग $e^x \cos y$ है।

7. a) Using Cauchy's integral formula, find $\int \frac{e^{2z}}{c(z+1)^3} dz$ where
 C is the curve $|z|=2$.

कौची के अभिन्न सूत्र का उपयोग करते हुए, पता लगाएँ $\int \frac{e^{2z}}{c(z+1)^3} dz$

कि C वक्र कहां है $|z|=2$ है।

b) Evaluate $\int \frac{1}{c(z+4)z^8} dz$ where C is the circle $|z|=2$.

मूल्यांकन करें, $\int \frac{1}{c(z+4)z^8} dz$ जहां C वृत्त है $|z|=2$ है।

8. a) Form the partial differential equation by eliminating arbitrary function from $Z=f(y/x)$.

$Z=f(y/x)$ से मनमाने दंग से फंक्शन को समाप्त करके आंशिक विभेदक समीकरण बनाएं।

- b) Solve the $(D^3 - 3D^2 D^1 + 4D^1)^3 z = e^{x+2y}$.

$(D^3 - 3D^2 D^1 + 4D^1)^3 z = e^{x+2y}$ को हल कीजिये।

Total No. of Questions : 8]

[Total No. of Printed Pages : 4

Roll No

BT-202-CBGS

B.Tech., I & II Semester

Examination, June 2020

Choice Based Grading System (CBGS)

Mathematics - II

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

Note: i) Attempt any five questions.

किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिये।

ii) All questions carry equal marks.

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.

किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Solve the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + 3y = 0$

समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + 3y = 0$ को हल कीजिये

- b) Solve the differential equation $(D+2)(D-1)^3 y = e^x$.

समीकरण $(D+2)(D-1)^3 y = e^x$ को हल कीजिये।

[2]

2. a) Solve $(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2} + 2x\frac{dy}{dx} + y = 0$ in series solution.

समीकरण $(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2} + 2x\frac{dy}{dx} + y = 0$ का श्रेणी हल ज्ञात कीजिए।

- b) Show that $J_n(-x) = (-1)^n J_n(x)$ when n is a +ve or -ve integer.

यदि n एक धनात्मक या ऋणात्मक पूर्णांक हो तो दिखाइए कि

$$J_n(-x) = (-1)^n J_n(x)$$

3. a) Solve by Charpit's method the p.d.e. $q=3p^2$.
चारपिट की विधि से $q=3p^2$ को हल कीजिए।

- b) Solve the partial differentail equation

$$(D^2 - DD^1 - 6D^{12})z = xy$$

आंशिक अवकल समीकरण $(D^2 - DD^1 - 6D^{12})z = xy$ को हल कीजिए।

4. a) Solve the following differential equation
निम्न अवकल समीकरण को हल कीजिए।

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} + y = \cos 2x$$

- b) Test for exactness the differential equation

$$(e^y + 1)\cos x \, dx + e^y \sin x \, dy = 0$$

निम्न समीकरण की यथातथ्य अवकल समीकरण होने का परीक्षण कीजिए।

$$(e^y + 1)\cos x \, dx + e^y \sin x \, dy = 0$$

[3]

5. a) Solve the following differential equation

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2 \tan x \frac{dy}{dx} + 5y = \sec x \cdot e^x$$

by changing it in normal form.

निम्न समीकरण को प्रसामान्य रूप में परिवर्तित कर हल कीजिए।

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2 \tan x \frac{dy}{dx} + 5y = \sec x \cdot e^x$$

- b) Solve $\frac{dy}{dx^2} - y = 0$ in series

अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx^2} - y = 0$ का श्रेणी हल ज्ञात कीजिए।

6. a) Show that the function $f(z) = e^z$ is analytic everywhere.

दिखाइए कि फलन $f(z) = e^z$ एक सम्पूर्ण विश्लेषणात्मक फलन है।

- b) Evaluate $\oint_C \frac{z}{z^2 + 9} dz$, where C is the circle $|z - 2i| = 4$.

$\oint_C \frac{z}{z^2 + 9} dz$ का मान ज्ञात कीजिए जहाँ एक वृत्त है जिसका समीकरण $|z - 2i| = 4$ है।

7. a) Determine whether $\frac{1}{2}$ is analytic or not.

बताइए कि $\frac{1}{2}$ एनालिटिक है या नहीं

- b) Show that the function $u = e^{-2ny} \sin(x^2 - y^2)$ harmonic.

बताइए कि फलन $u = e^{-2ny} \sin(x^2 - y^2)$ हारमोनिक है।

[4]

8. a) Find $\operatorname{dir} (\operatorname{curl} \vec{F})$ where $\vec{F} = x^2 y\hat{i} + nz\hat{j} + 2yz\hat{n}$
 $\operatorname{dir} (\operatorname{curl} \vec{F})$ का मान ज्ञात कीजिए जहाँ $\vec{F} = x^2 y\hat{i} + nz\hat{j} + 2yz\hat{n}$

- b) Solve the following linear differential equation.

$$\frac{dy}{dx} + 2\frac{y}{x} = \sin x$$

भिन्न रैखिक समीकरण को हल कीजिये।

$$\frac{dy}{dx} + 2\frac{y}{x} = \sin x$$

Roll No

BT-202 (GS)**B.Tech., I & II Semester**

Examination, December 2024

Grading System (GS)**Mathematics - II****Time : Three Hours****Maximum Marks : 70****Note:** i) Attempt any five questions.

किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिये।

ii) All questions carry equal marks.

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.

किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Solve $(1+y^2)dx = (\tan^{-1}y - x)dy$. 7 $(1+y^2)dx = (\tan^{-1}y - x)dy$ को हल करें।b) Solve $(D^2 + 3D + 2)y = \sin 3x$. 7 $(D^2 + 3D + 2)y = \sin 3x$ को हल करें।2. a) Solve the simultaneous equations $\frac{dx}{dt} - 7x + y = 0$ and

$$\frac{dy}{dt} - 2x - 5y = 0.$$

7

युगपत समीकरण $\frac{dx}{dt} - 7x + y = 0$ और $\frac{dy}{dt} - 2x - 5y = 0$ को हल करें।b) Solve by the method of variation of parameter $(D^2 + 1)y = x$.

7

पैरामीटर $(D^2 + 1)y = x$ के परिवर्तन की विधि द्वारा हल करें।3. a) Solve $(1+x)^2 \frac{d^2y}{dx^2} + (1+x) \frac{dy}{dx} + y = \cos \log(1+x)$. 7 $(1+x)^2 \frac{d^2y}{dx^2} + (1+x) \frac{dy}{dx} + y = \cos \log(1+x)$ को हल करें।b) Show that $J_n(-x) = (-1)^n J_n(x)$ when n is positive or negative integer. 7दर्शाइए कि $J_n(-x) = (-1)^n J_n(x)$ जब n धनात्मक या ऋणात्मक पूर्णांक है।4. a) Solve by Charpit's method $px + qy = pq$. 7चार्पिट विधि $px + qy = pq$ से हल करें।

b) Solve the Partial differential equation

$$(D^3 - 4D^2 D^1 + 4DD^1)^2 Z = \cos(2x + y). 7$$

आंशिक अंतर समीकरण $(D^3 - 4D^2 D^1 + 4DD^1)^2 Z = \cos(2x + y)$ को हल करें।

[3]

5. a) Construct a partial differential equation from the relation
7

$$f(x^2 + y^2 + z^2, z^2 - 2xy) = 0$$

संबंध $f(x^2 + y^2 + z^2, z^2 - 2xy) = 0$ से आंशिक अंतर समीकरण की रचना कीजिए।

- b) Show that $u = e^{-x}(x \sin y - y \cos y)$ is Harmonic. 7
दर्शाइए कि $u = e^{-x}(x \sin y - y \cos y)$ हार्मोनिक है।

6. a) Determine P such that the function

$$f(z) = \frac{1}{2} \log(x^2 + y^2) + i \tan^{-1}\left(\frac{px}{y}\right) \text{ be an analytic function.}$$

P का निर्धारण इस प्रकार करें कि फंक्शन

$$f(z) = \frac{1}{2} \log(x^2 + y^2) + i \tan^{-1}\left(\frac{px}{y}\right) \text{ एक विश्लेषणात्मक फंक्शन हो। } \quad \text{https://www.rgpvonline.com}$$

- b) Evaluate using Cauchy's theorem $\int_c \frac{z^3 e^{-z}}{(z-1)^3} dz$ where c is

$$|z-1| = \frac{1}{2}.$$

7

कॉची के प्रमेय का उपयोग करके $\int_c \frac{z^3 e^{-z}}{(z-1)^3} dz$ मूल्यांकन करें जहाँ

$$c : |z-1| = \frac{1}{2} \text{ है।}$$

[4]

7. a) Find the poles and residues at each pole of $\frac{e^{iz}}{z^2 + 1}$. 7

$\frac{e^{iz}}{z^2 + 1}$ के प्रत्येक ध्रुव पर ध्रुव और अवशेष ज्ञात कीजिए।

- b) Find the directional derivative of $\varnothing = x^2yz + 4xz^2$ at $(1, -2, -1)$ in the direction of $2\bar{i} - \bar{j} - 2\bar{k}$. 7

$2\bar{i} - \bar{j} - 2\bar{k}$ की दिशा में $(1, -2, -1)$ पर $\varnothing = x^2yz + 4xz^2$ का दिशात्मक व्युत्पन्न ज्ञात कीजिए।

8. Verify Green's theorem for $\int_C [(xy + y^2)dx + x^2dy]$ where C is the boundary by $y=x$ and $y=x^2$. 14

$\int_C [(xy + y^2)dx + x^2dy]$ के लिए ग्रीन के प्रमेय को सत्यापित करें जहाँ $C, y=x$ और $y=x^2$ की सीमा है।

Roll No
BT-202 (GS)

B.Tech., I & II Semester

Examination, December 2023

Grading System (GS)

Mathematics - II

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

Note: i) Attempt any five questions.

किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिये।

ii) All questions carry equal marks.

सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.

किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Solve $(1+y^2)dx = (\tan^{-1}y - x)dy$ using Leibnitz linear method. 7

लीबनिट्ज रैखिक विधि का उपयोग करके

$(1+y^2)dx = (\tan^{-1}y - x)dy$ को हल करें।

b) Solve $(e^y + 1)\cos x dx + e^y \sin x dy = 0$. 7

$(e^y + 1)\cos x dx + e^y \sin x dy = 0$ को हल करें।

2. a) Solve $(D^2 - 4D + 3)y = \cos 2x$. 7

$(D^2 - 4D + 3)y = \cos 2x$ को हल करें।

b) Show that $J_{\frac{1}{2}}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin x$. 7

दिखाएँ कि $J_{\frac{1}{2}}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin x$

3. Solve $(D^2 + 9)y = \tan 3x$ by using method of variation of parameters. 14

मापदंडों की भिन्नता की विधि का उपयोग करके $(D^2 + 9)y = \tan 3x$ को हल करें।

4. a) Solve the partial differential equation

$$(x-y)p + (x+y)q = 2xz. \quad 7$$

आंशिक अवकल समीकरण $(x-y)p + (x+y)q = 2xz$ को हल करें।

b) Solve $(p^2 + q^2)y = qz$ by using Charpit's method. 7

चारपिट विधि का उपयोग करके $(p^2 + q^2)y = qz$ को हल करें।

5. a) Solve $(D^2 + 4DD^1 - 5D^2)Z = \sin(2x+3y)$. 7

$(D^2 + 4DD^1 - 5D^2)Z = \sin(2x+3y)$ को हल करें।

- b) Determine p so that the function

$$f(z) = \frac{1}{2} \log(x^2 + y^2) + i \tan^{-1}\left(\frac{px}{y}\right)$$

is analytic function.

7

p निर्धारित करें ताकि फंक्शन

$$f(z) = \frac{1}{2} \log(x^2 + y^2) + i \tan^{-1}\left(\frac{px}{y}\right)$$

विश्लेषणात्मक फंक्शन हो।

8. a) Prove that $\operatorname{curl}(r^n \vec{r}) = \vec{0}$

7

सिद्ध कीजिए कि $\operatorname{curl}(r^n \vec{r}) = \vec{0}$

- b) Write short note on:

7

i) Cauchy Riemann equations

ii) Stokes theorem

संक्षिप्त नोट लिखें।

i) कॉची रीमैन समीकरण

ii) स्टोक्स प्रमेय

6. a) Show that the function $u(x, y) = e^x \cos y$ is Harmonic.
Determine it's Harmonic conjugate.

7

दिखाएँ कि फंक्शन $u(x, y) = e^x \cos y$ हार्मोनिक है। इसका हार्मोनिक संयुग्म निर्धारित करें।

- b) Find the residue of $\frac{Ze^z}{(Z-1)^3}$ at its pole.

7

इसके ध्रुव पर $\frac{Ze^z}{(Z-1)^3}$ का अवशेष ज्ञात करें।

7. Verify Gauss divergence theorem for $\bar{F} = x^3 \bar{i} + y^3 \bar{j} + z^3 \bar{k}$
taken over the cube bounded by $x = 0, x = a, y = 0, y = a,$
 $z = 0, z = a.$

14

$\bar{F} = x^3 \bar{i} + y^3 \bar{j} + z^3 \bar{k}$ के लिए गॉस विचलन प्रमेय को सत्यापित करें,
जो $x = 0, x = a, y = 0, y = a, z = 0, z = a$ से घिरे घन पर लिया गया है।