

CẤU TRÚC DỮ LIỆU VÀ THUẬT TOÁN

SẮP XẾP

Nội dung

- Giới thiệu bài toán sắp xếp
- Thuật toán sắp xếp chèn
- Thuật toán sắp xếp lựa chọn
- Thuật toán sắp xếp nổi bọt
- Thuật toán sắp xếp trộn
- Thuật toán sắp xếp nhanh
- Thuật toán sắp xếp vun đống

Giới thiệu bài toán sắp xếp

- Sắp xếp là việc đưa các phần tử của một dãy theo đúng thứ tự (không giảm hoặc không tăng) dựa vào 1 giá trị khoá
- Thiết kế thuật toán sắp xếp hiệu quả là một việc đặc biệt quan trọng do việc sắp xếp xuất hiện trong rất nhiều tình huống tính toán
- Hai thao tác cơ bản trong một thuật toán sắp xếp
 - $\text{Compare}(a, b)$: so sánh khoá của 2 phần tử a và b
 - $\text{Swap}(a, b)$: đổi chỗ 2 phần tử a và b cho nhau
- Không giảm tổng quát, giả sử cần sắp xếp dãy a_1, a_2, \dots, a_n theo thứ tự không giảm của giá trị

Giới thiệu bài toán sắp xếp

- Phân loại thuật toán sắp xếp
 - Sắp xếp *tại chỗ*: sử dụng bộ nhớ trung gian là hằng số, không phụ thuộc độ dài dãy đầu vào
 - Sắp xếp *ổn định*: duy trì thứ tự tương đối giữa 2 phần tử có cùng giá trị khoá (vị trí tương đối giữa 2 phần tử có cùng khoá không đổi trước và sau khi sắp xếp)
 - Thuật toán sắp xếp dựa trên so sánh: sử dụng phép so sánh để quyết định thứ tự phần tử (counting sort không phải là thuật toán sắp xếp dựa trên so sánh)

Thuật toán sắp xếp chèn (insertion sort)

- Thuật toán diễn ra qua các bước lặp $k = 2, 3, \dots, n$
- Tại mỗi bước thứ k : chèn a_k vào đúng vị trí trong dãy đã được sắp a_1, a_2, \dots, a_{k-1} để thu được dãy được sắp đúng thứ tự
- Sau bước thứ k thì dãy a_1, a_2, \dots, a_k đã được sắp đúng thứ tự, dãy còn lại a_{k+1}, \dots, a_n giữ nguyên vị trí

```
void insertionSort(int A[], int N)
{
    // index từ 1 -> N
    for(int k = 2; k <= N; k++){
        int last = A[k];
        int j = k;
        while(j > 1 && A[j-1] >
            last){
            A[j] = A[j-1];
            j--;
        }
        A[j] = last;
    }
}
```

Thuật toán sắp xếp chèn (insertion sort)

- Ví dụ: 5, 7, 3, 8, 1, 2, 9, 4, 6

5	7	3	8	1	2	9	4	6
---	---	---	---	---	---	---	---	---

3	5	7	8	1	2	9	4	6
---	---	---	---	---	---	---	---	---

3	5	7	8	1	2	9	4	6
---	---	---	---	---	---	---	---	---

1	3	5	7	8	2	9	4	6
---	---	---	---	---	---	---	---	---

1	2	3	5	7	8	9	4	6
---	---	---	---	---	---	---	---	---

1	2	3	5	7	8	9	4	6
---	---	---	---	---	---	---	---	---

1	2	3	4	5	7	8	9	6
---	---	---	---	---	---	---	---	---

1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Thuật toán sắp xếp lựa chọn (selection sort)

- Chọn số nhỏ nhất xếp vào vị trí thứ 1
- Chọn số nhỏ thứ 2 xếp vào vị trí thứ 2
- Chọn số nhỏ thứ 3 xếp vào vị trí thứ 3
- ...

```
void selectionSort(int A[], int N) {  
    // index từ 1 -> N  
    for(int k = 1; k <= N; k++){  
        int min = k;  
        for(int j = k+1; j <= N; j++){  
            if(A[min] > A[j]) min = j;  
        }  
        int tmp = A[min];  
        A[min] = A[k];  
        A[k] = tmp;  
    }  
}
```

Thuật toán sắp xếp lựa chọn (selection sort)

- Ví dụ: 5, 7, 3, 8, 1, 2, 9, 4, 6

5	7	3	8	1	2	9	4	6
---	---	---	---	---	---	---	---	---

1	7	3	8	5	2	9	4	6
---	---	---	---	---	---	---	---	---

1	2	3	8	5	7	9	4	6
---	---	---	---	---	---	---	---	---

1	2	3	8	5	7	9	4	6
---	---	---	---	---	---	---	---	---

1	2	3	4	5	7	9	8	6
---	---	---	---	---	---	---	---	---

1	2	3	4	5	7	9	8	6
---	---	---	---	---	---	---	---	---

1	2	3	4	5	6	9	8	7
---	---	---	---	---	---	---	---	---

1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Thuật toán sắp xếp nổi bọt (bubble sort)

- Duyệt dãy từ trái qua phải (hoặc từ phải qua trái)
 - Tại mỗi bước, so sánh 2 phần tử đứng cạnh nhau và tiến hành đổi chỗ 2 phần tử đó nếu phần tử trước lớn hơn phần tử sau
- Lặp lại quá trình trên khi nào trong dãy vẫn còn 2 phần tử đứng cạnh nhau mà phần tử trước lớn hơn phần tử sau

```
void bubbleSort(int A[], int N) {  
    // index từ 1 đến N  
    int swapped;  
    do{  
        swapped = 0;  
        for(int i = 1; i < N; i++){  
            if(A[i] > A[i+1]){  
                int tmp = A[i];  
                A[i] = A[i+1];  
                A[i+1] = tmp;  
                swapped = 1;  
            }  
        }  
    }while(swapped == 1);  
}
```

Thuật toán sắp xếp nổi bọt (bubble sort)

- Ví dụ: 5, 7, 3, 8, 1, 2, 9, 4, 6

5	3	7	1	2	8	4	6	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

3	5	1	2	7	4	6	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

3	1	2	5	4	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Thuật toán sắp xếp trộn (merge sort)

- Dựa trên chia để trị
- Chia dãy a_1, \dots, a_n thành 2 dãy con có độ dài bằng nhau
- Sắp xếp 2 dãy con bằng thuật toán sắp xếp trộn
- Trộn 2 dãy con đã được sắp với nhau để thu được dãy ban đầu được sắp thứ tự

```
void mergeSort(int A[], int L, int R) {  
    if(L < R){  
        int M = (L+R)/2;  
        mergeSort(A,L,M);  
        mergeSort(A,M+1,R);  
        merge(A,L,M,R);  
    }  
}
```

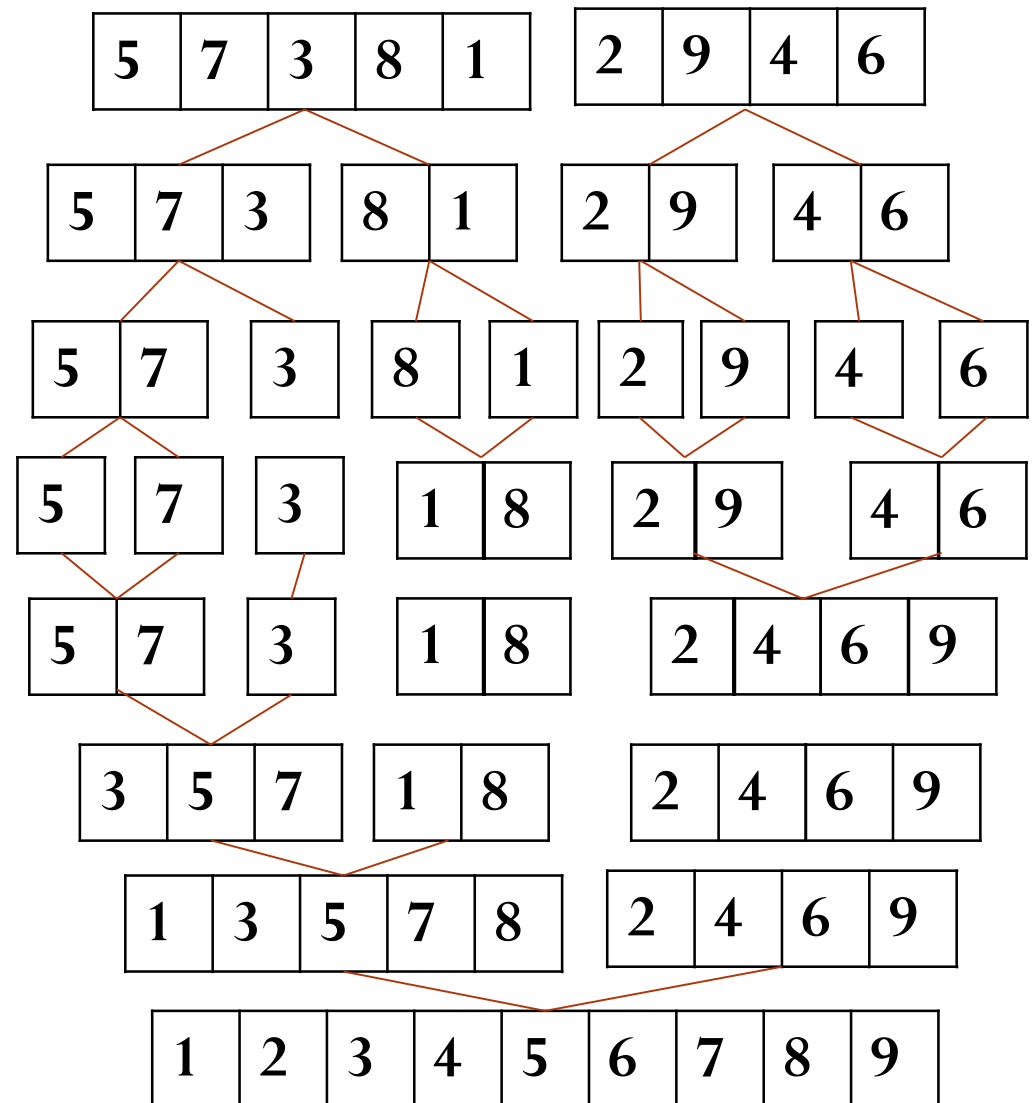
Thuật toán sắp xếp trộn (merge sort)

- Sử dụng mảng trung gian để lưu trữ tạm thời trong quá trình trộn

```
void merge(int A[], int L, int M, int R) {  
    // trộn 2 dãy đã sắp A[L..M] và A[M+1..R]  
    int i = L; int j = M+1;  
    for(int k = L; k <= R; k++){  
        if(i > M){ TA[k] = A[j]; j++;}  
        else if(j > R){TA[k] = A[i]; i++;}  
        else{  
            if(A[i] < A[j]){  
                TA[k] = A[i]; i++;  
            }  
            else {  
                TA[k] = A[j]; j++;  
            }  
        }  
    }  
    for(int k = L; k <= R; k++) A[k] = TA[k];  
}
```

Thuật toán sắp xếp trộn (merge sort)

- Ví dụ: 5, 7, 3, 8, 1, 2, 9, 4, 6



Thuật toán sắp xếp nhanh (quick sort)

- Chọn một phần tử bất kỳ dùng làm phần tử trụ (pivot)
- Sắp xếp lại dãy sao cho
 - Các phần tử đứng trước phần tử trụ sẽ không lớn hơn phần tử trụ
 - Các phần tử đứng sau phần tử trụ không nhỏ hơn phần tử trụ
- Khi đó phần tử trụ (có thể bị thay đổi vị trí) đã đứng đúng vị trí trong dãy khi được sắp thứ tự
- Tiến hành sắp xếp dãy con đứng trước và sau phần tử trụ bằng sắp xếp nhanh

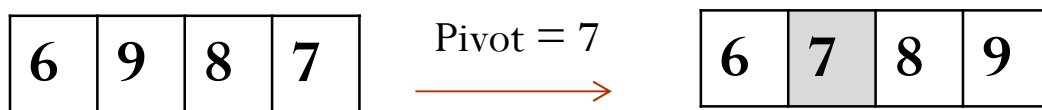
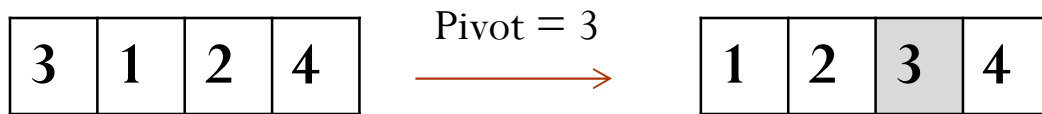
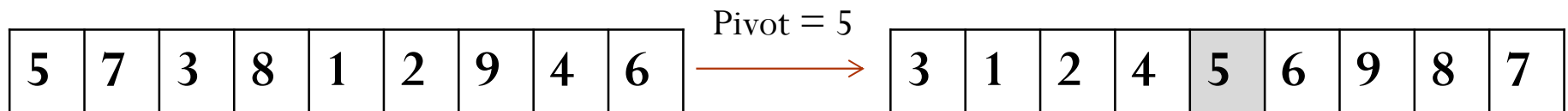
Thuật toán sắp xếp nhanh (quick sort)

```
void quickSort(int A[], int L, int R) {  
    if(L < R){  
        int index = (L + R)/2;  
        index = partition(A, L, R, index);  
        if(L < index)  
            quickSort(A, L, index-1);  
        if(index < R)  
            quickSort(A, index+1, R);  
    }  
}
```

```
int partition(int A[], int L, int R, int  
              indexPivot) {  
    int pivot = A[indexPivot];  
    swap(A[indexPivot], A[R]);  
    int storeIndex = L;  
    for(int i = L; i <= R-1; i++){  
        if(A[i] < pivot){  
            swap(A[storeIndex], A[i]);  
            storeIndex++;  
        }  
    }  
    swap(A[storeIndex], A[R]);  
    return storeIndex;  
}
```

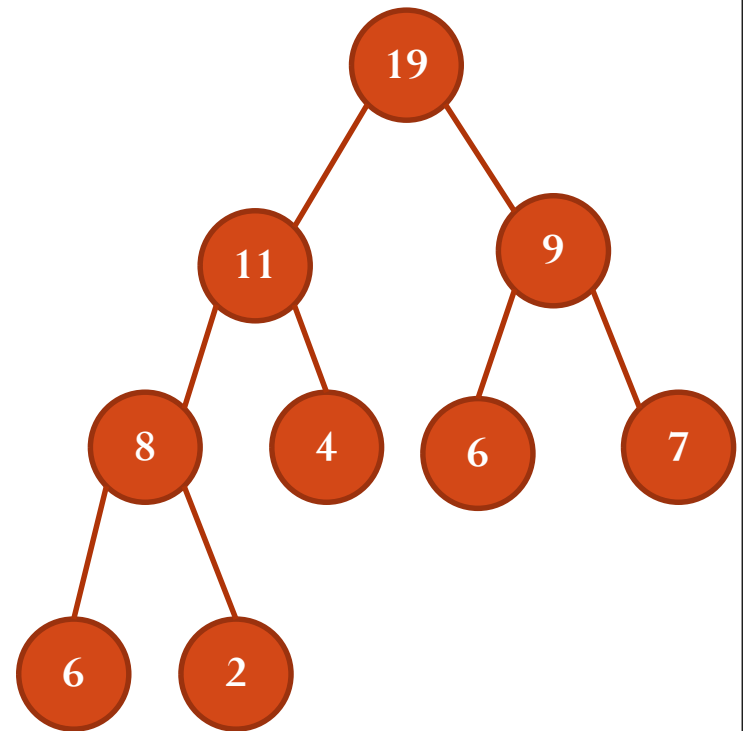
Thuật toán sắp xếp nhanh (quick sort)

- Ví dụ: 5, 7, 3, 8, 1, 2, 9, 4, 6



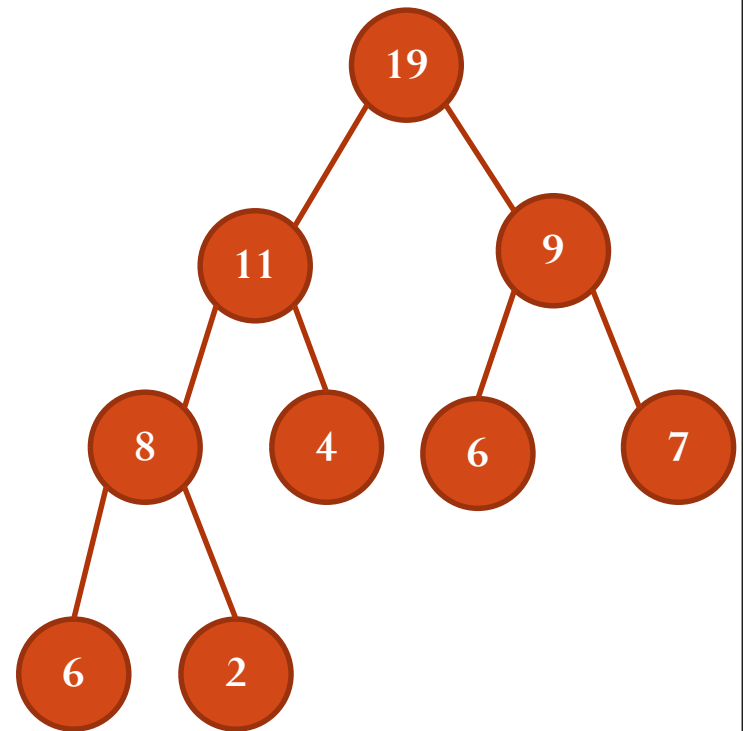
Thuật toán sắp xếp vun đống (heap sort)

- Cấu trúc đống (max-heap)
 - Cây nhị phân đầy đủ (complete tree)
 - Khoá của mỗi nút lớn hơn hoặc bằng khoá của 2 nút con (tính chất của max-heap)
- Ánh xạ từ dãy $A[1 \dots N]$ sang cây nhị phân đầy đủ
 - Gốc là $A[1]$
 - $A[2i]$ và $A[2i+1]$ là con trái và con phải của $A[i]$
 - Chiều cao của cây là $\log N + 1$



Thuật toán sắp xếp vun đống (Heap Sort)

- Vun lại đống (heapify)
 - Tình trạng:
 - Tính chất max-heap ở $A[i]$ bị phá vỡ
 - Tính chất max-heap ở các cây con của $A[i]$ đã được thoả mãn
 - Vun lại đống để khôi phục lại tính chất max-heap trên cây gốc $A[i]$



Thuật toán sắp xếp vun đống (Heap Sort)

- Vun lại đống (heapify)
 - Chọn nút con lớn nhất
 - Đổi chỗ nút con và $A[i]$ cho nhau nếu nút con này lớn hơn $A[i]$ và vun lại đống bắt đầu từ nút con này

```
void heapify(int A[], int i, int N)
{
    int L = 2*i;
    int R = 2*i+1;
    int max = i;
    if(L <= N && A[L] > A[i])
        max = L;
    if(R <= N && A[R] > A[max])
        max = R;
    if(max != i){
        swap(A[i], A[max]);
        heapify(A,max,N);
    }
}
```

Thuật toán sắp xếp vun đống (Heap Sort)

- Sắp xếp vun đống
 - Xây dựng max-heap (thủ tục buildHeap)
 - Đổi chỗ $A[1]$ và $A[N]$ cho nhau
 - Vun lại đống bắt đầu từ $A[1]$ cho $A[1..N-1]$
 - Đổi chỗ $A[1]$ và $A[N-1]$ cho nhau
 - Vun lại đống bắt đầu từ $A[1]$ cho $A[1..N-2]$
 - ...

```
void buildHeap(int A[], int N) {
    for(int i = N/2; i >= 1; i--)
        heapify(A,i,N);
}

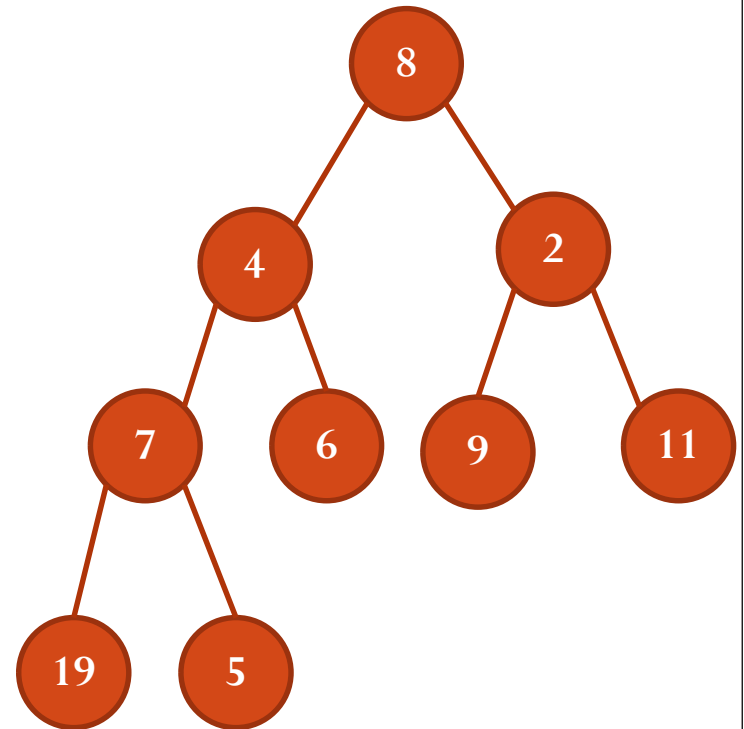
void heapSort(int A[], int N) {
    // index từ 1 -> N
    buildHeap(A,N);
    for(int i = N; i > 1; i--) {
        swap(A[1], A[i]);
        heapify(A, 1, i-1);
    }
}
```

Thuật toán sắp xếp vun đống (Heap Sort)

- Ví dụ: sắp xếp dãy sau theo thứ tự không giảm của khoá

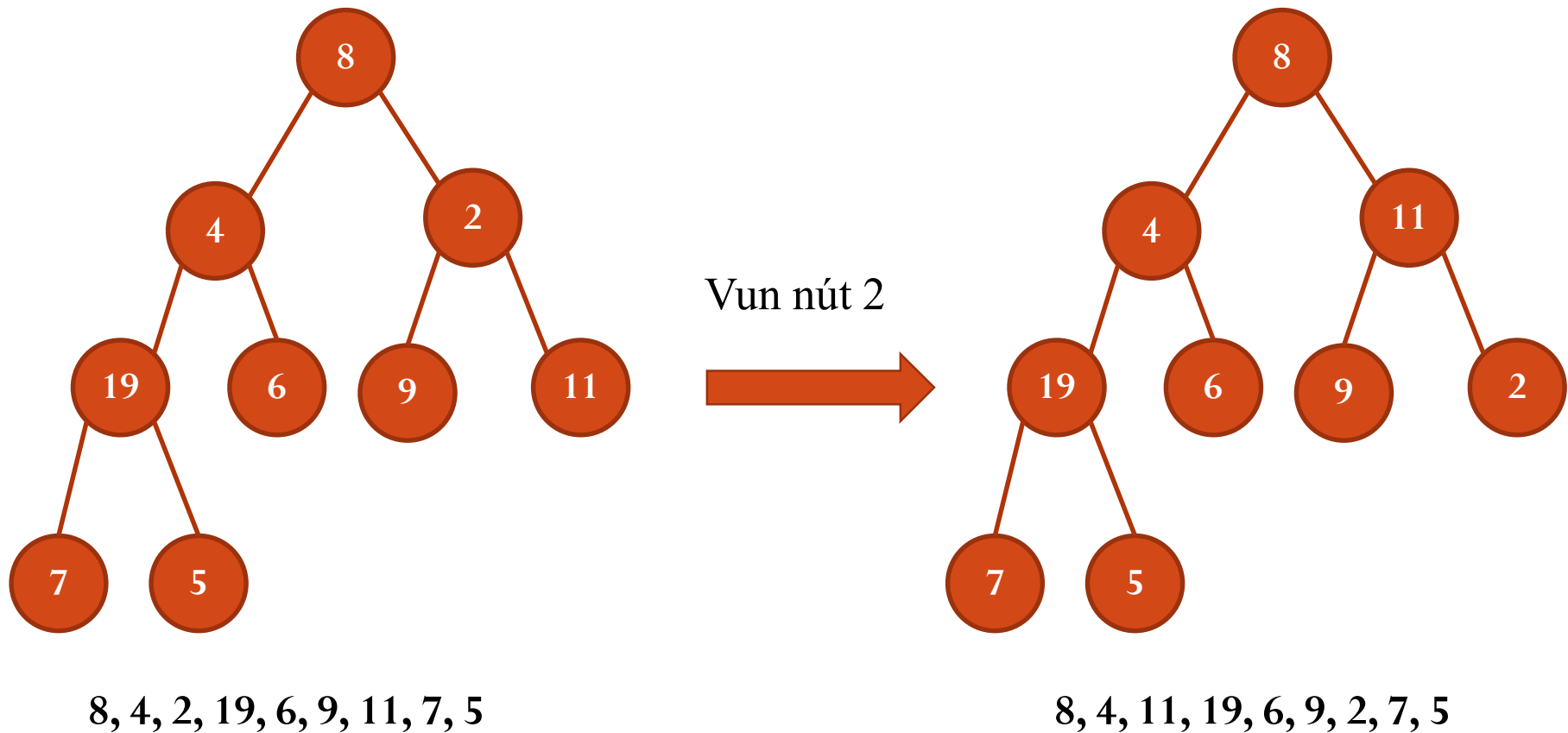
8, 4, 2, 7, 6, 9, 11, 19, 5

Cây nhị phân đầy đủ

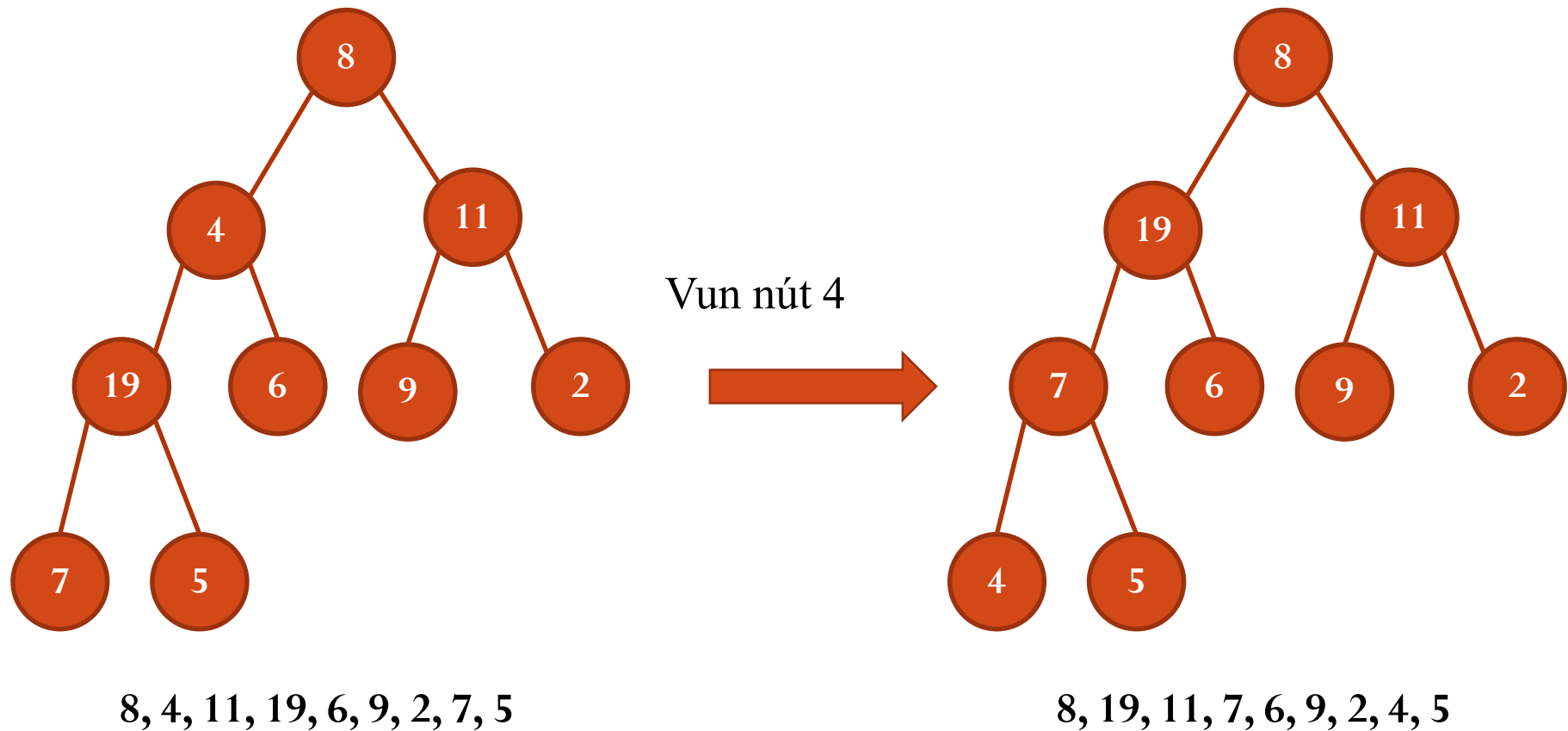


8, 4, 2, 7, 6, 9, 11, 19, 5

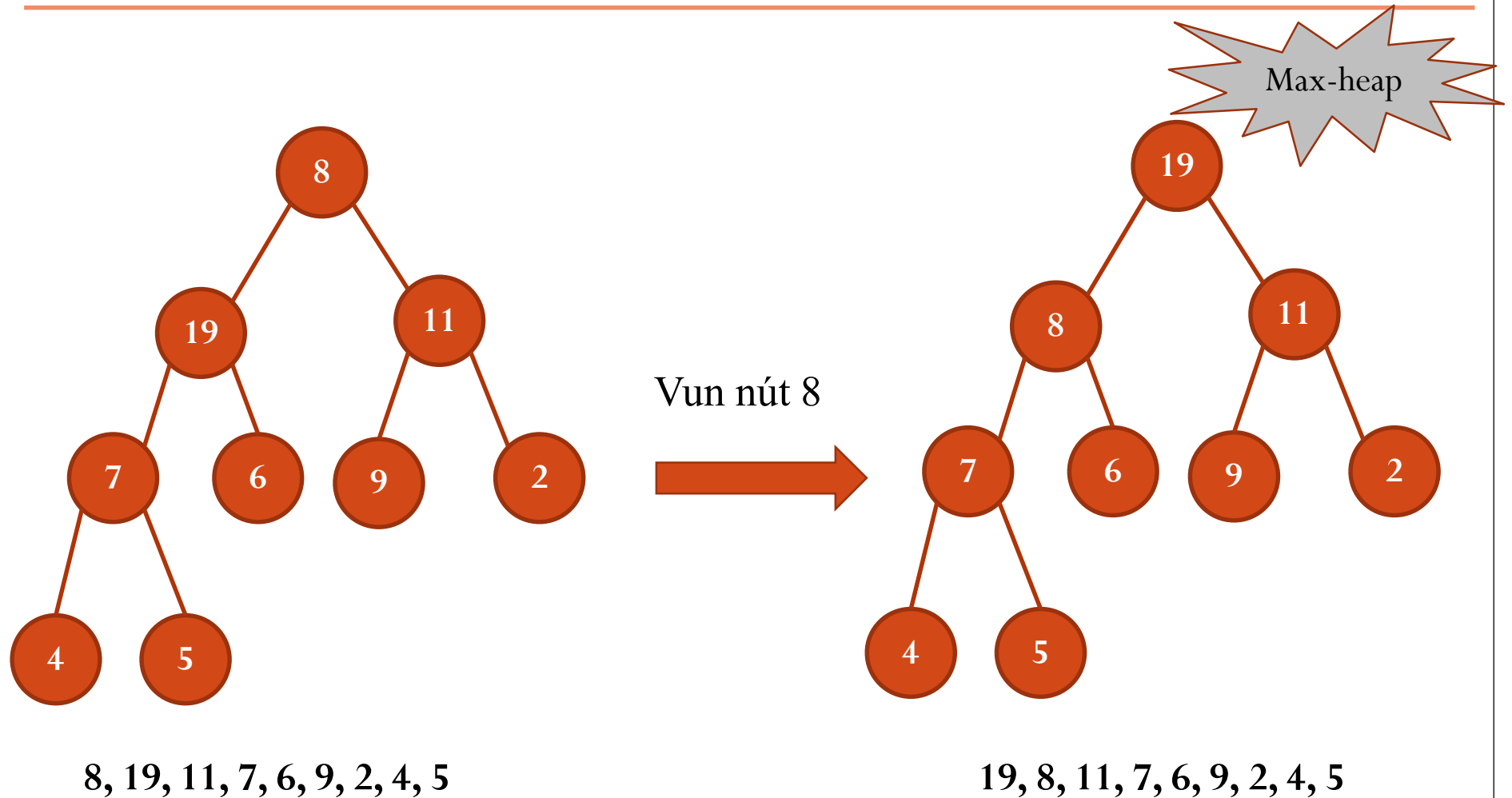
Thuật toán sắp xếp vun đống (Heap Sort)



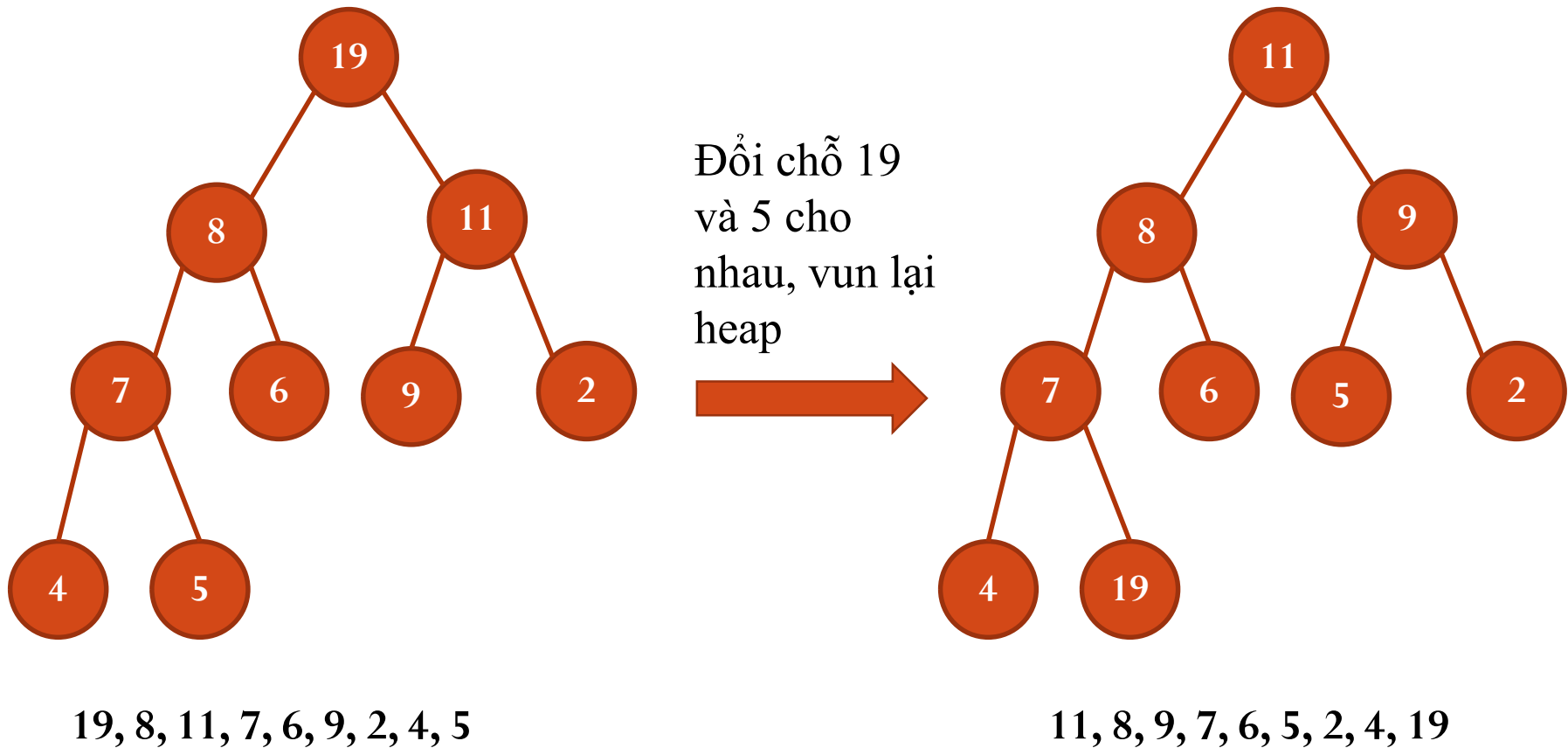
Thuật toán sắp xếp vun đống (Heap Sort)



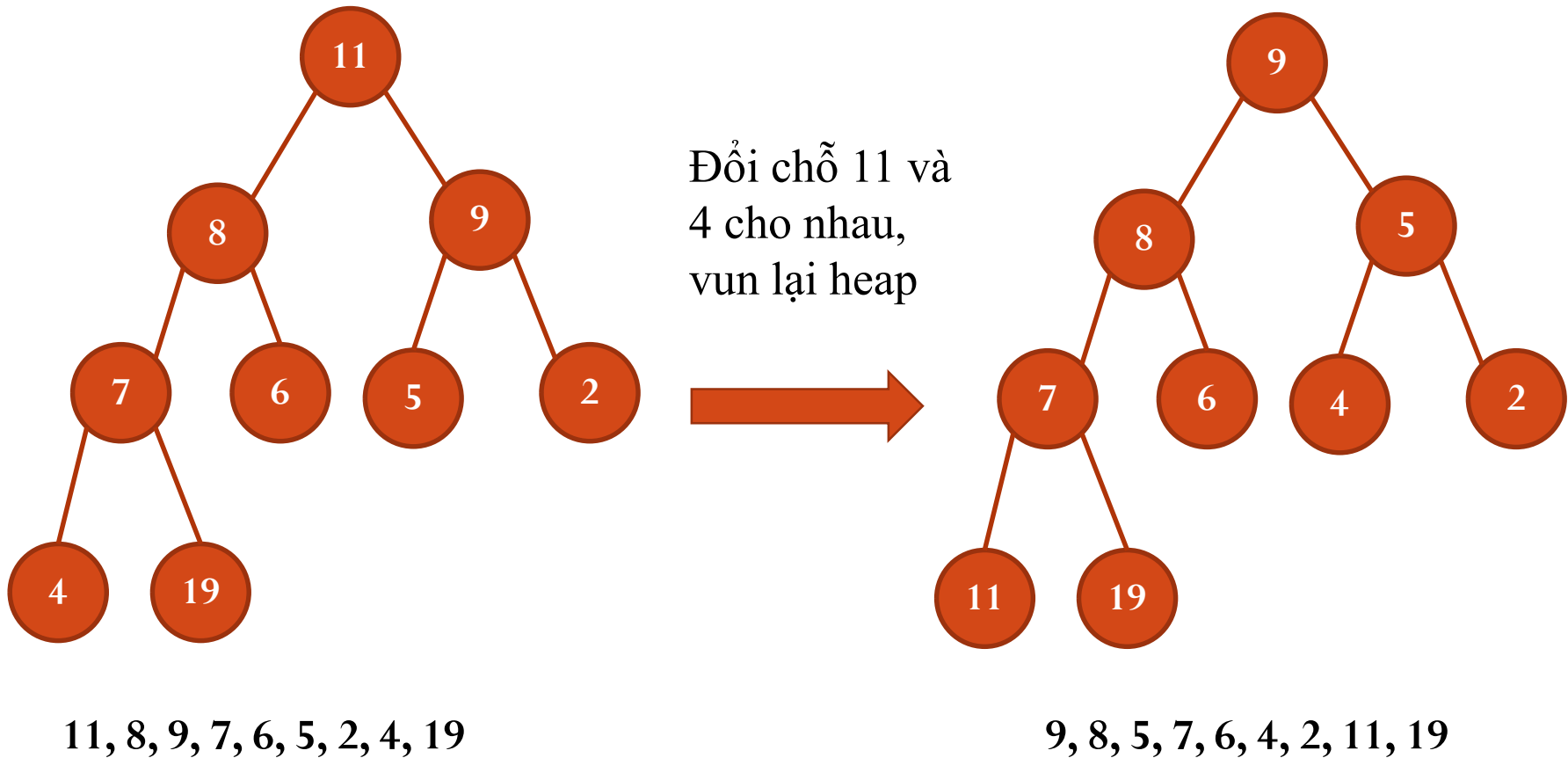
Thuật toán sắp xếp vun đống (Heap Sort)



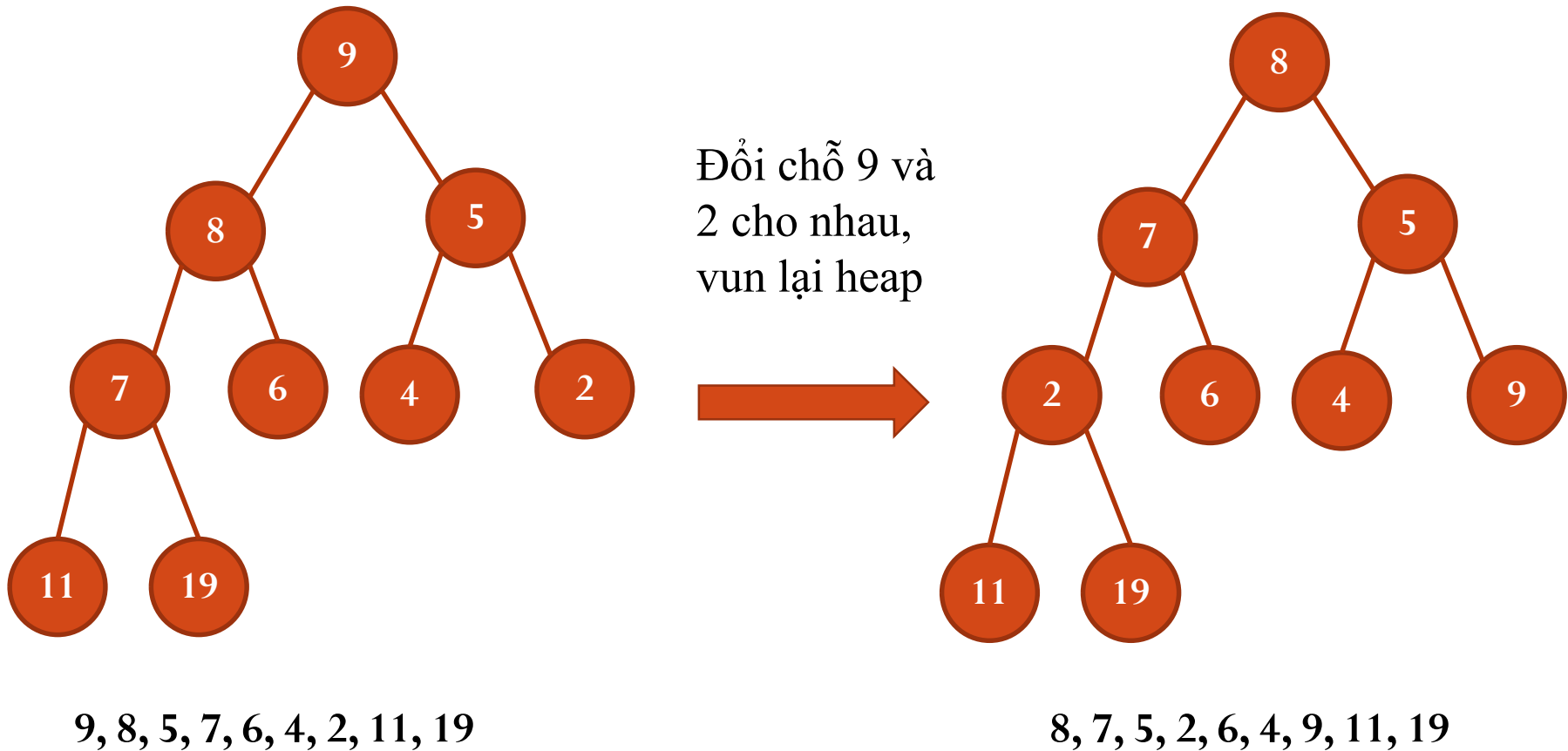
Thuật toán sắp xếp vun đống (Heap Sort)



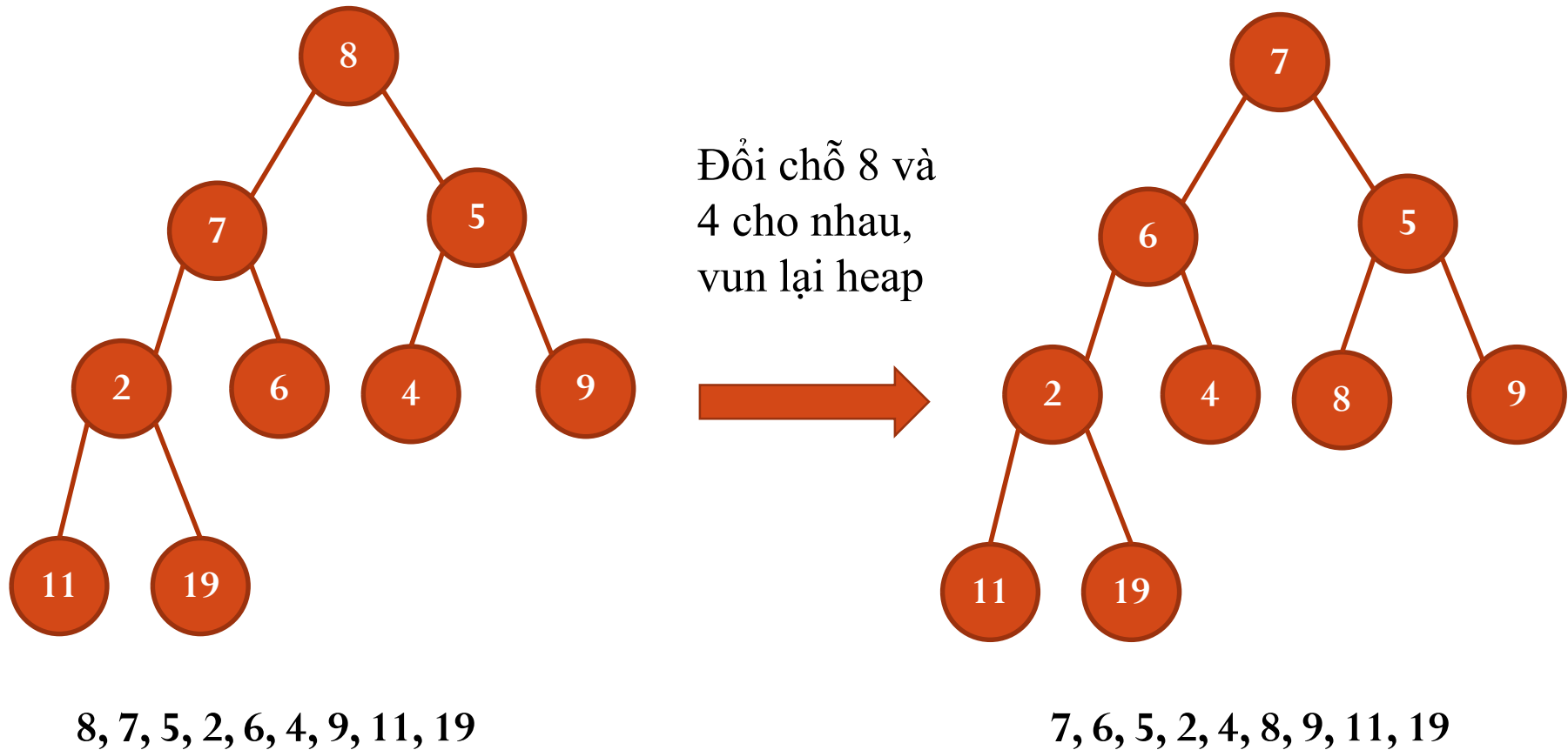
Thuật toán sắp xếp vun đống (Heap Sort)



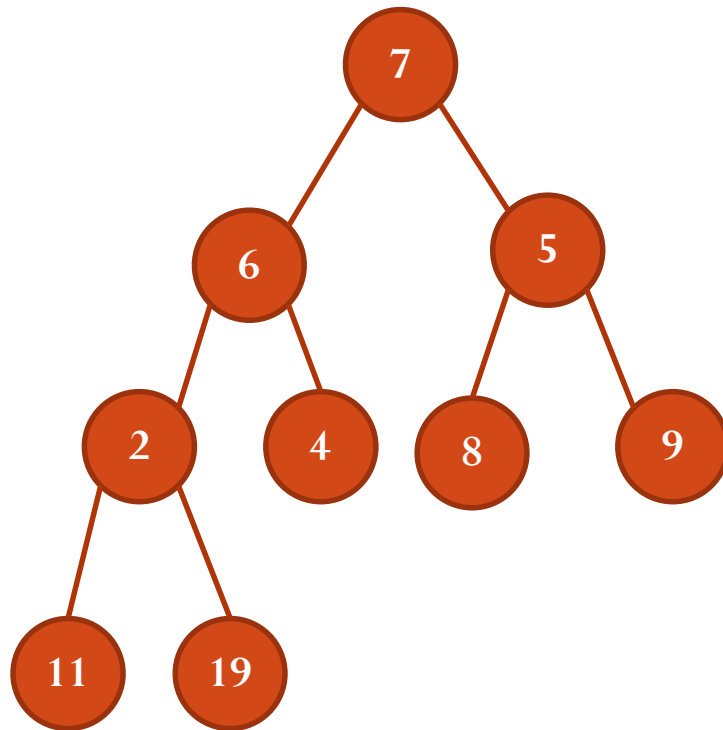
Thuật toán sắp xếp vun đống (Heap Sort)



Thuật toán sắp xếp vun đống (Heap Sort)

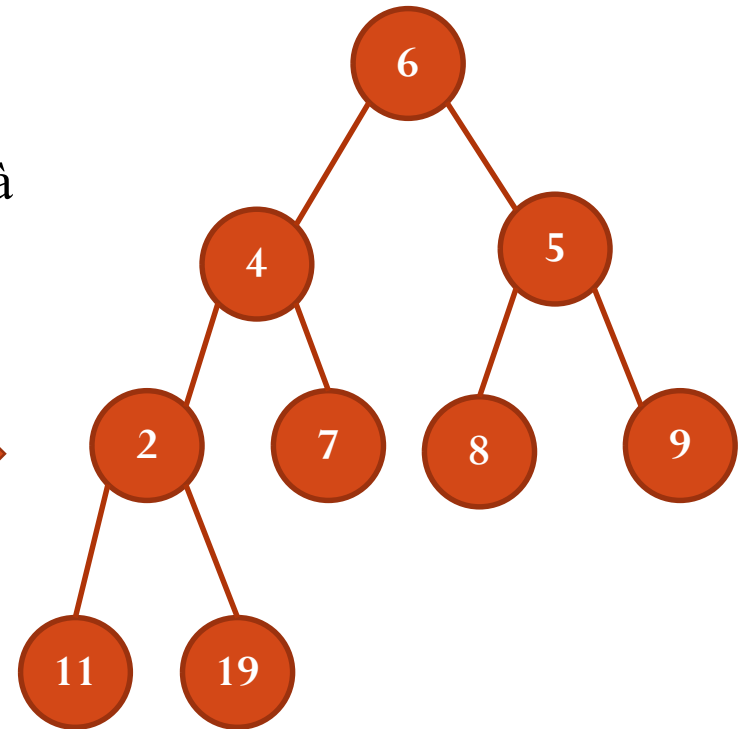


Thuật toán sắp xếp vun đống (Heap Sort)



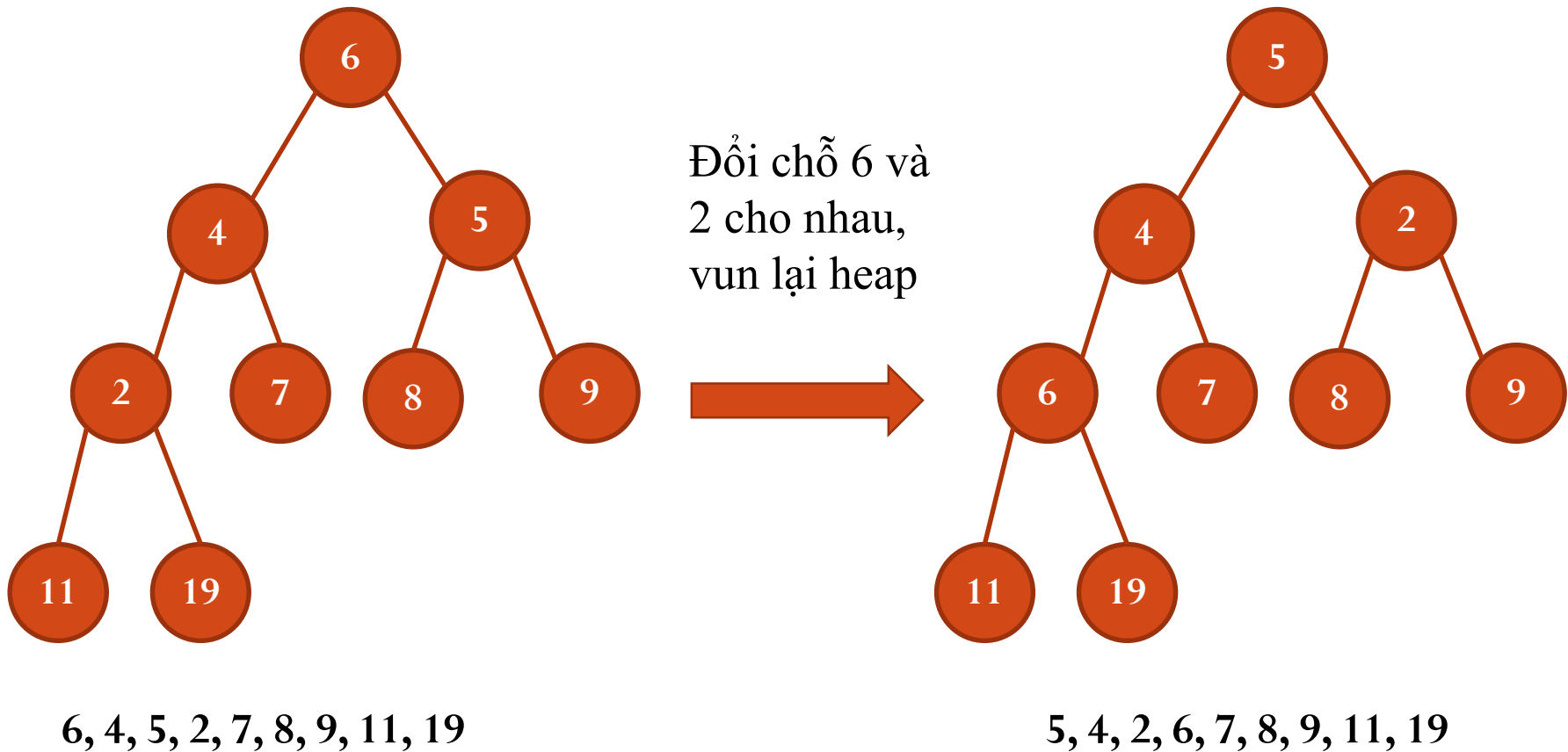
7, 6, 5, 2, 4, 8, 9, 11, 19

Đổi chỗ 7 và
4 cho nhau,
vun lại heap

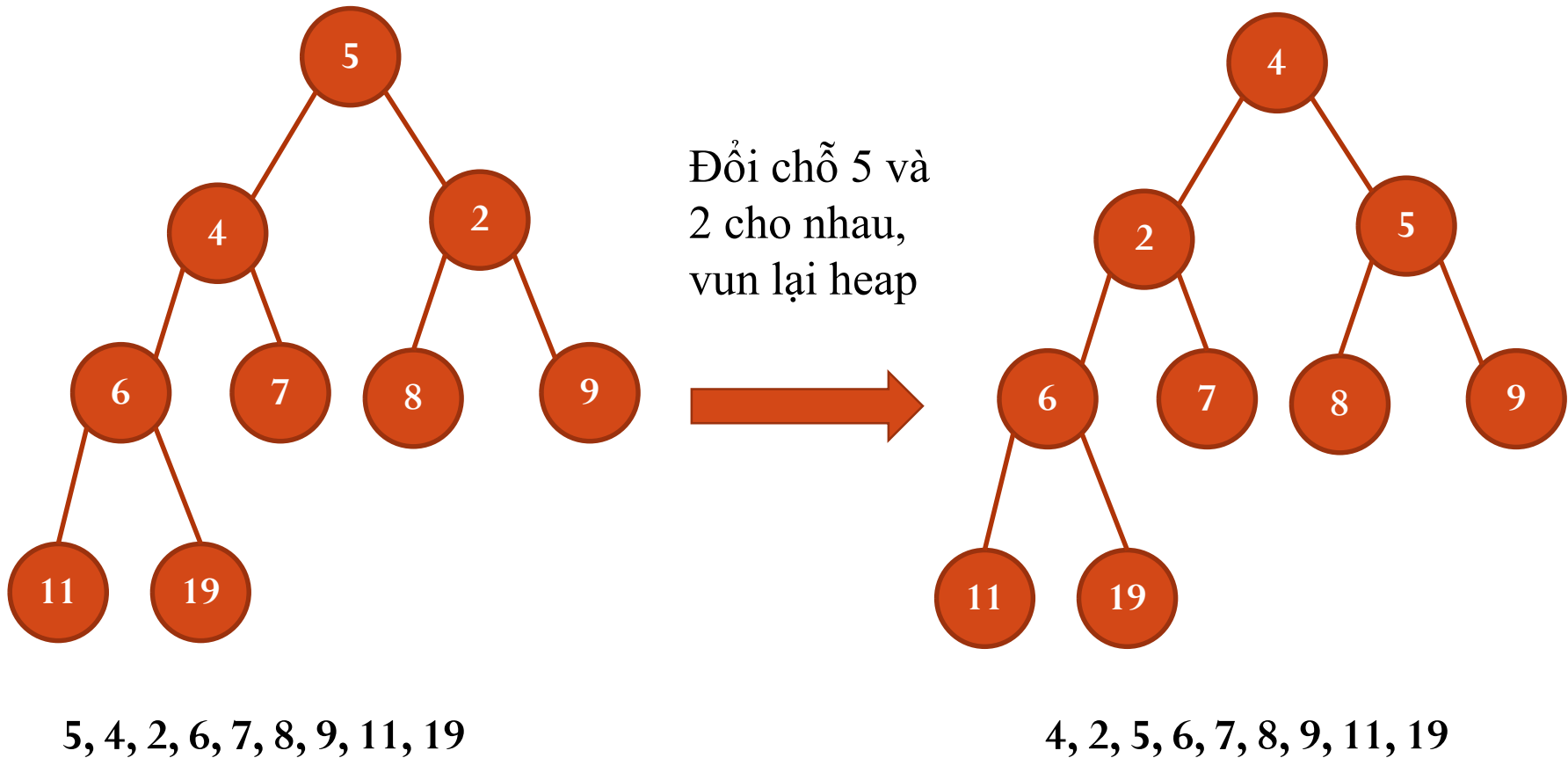


6, 4, 5, 2, 7, 8, 9, 11, 19

Thuật toán sắp xếp vun đống (Heap Sort)



Thuật toán sắp xếp vun đống (Heap Sort)



Thuật toán sắp xếp vun đống (Heap Sort)

