Линал - 1.1.

1. $f_1(x) = e^x$, $f_2(x) = 1$, $f_3(x) = x+1$, $f_4(x) = x - e^x$

$a_1 e^x + a_2 + a_3(x+1) + a_4(x - e^x) = 0$

$e^x(a_1 - a_4) + x(a_3 + a_4) + (a_2 + a_3) = 0$

$$\begin{cases} a_1 - a_4 = 0 \\ a_3 + a_4 = 0 \\ a_2 + a_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = a_4 \\ a_3 = -a_4 = 0 \\ a_2 = a_4 = 0 \end{cases}$$

Пусть $a_4 = 1$, тогда $a_1 = a_2 = 1$, $a_3 = -1$

$f_1(x) + f_2(x) - f_3(x) + f_4(x) = 0 \Rightarrow$ векторы линейно зависимы

---

2. $f_1(x) = 2$, $f_2(x) = x$, $f_3(x) = x^2$, $f_4(x) = (x+1)^2$

$2a_1 + a_2 x + a_3 x^2 + a_4(x+1)^2 = 0$

$2a_1 + a_2 x + a_3 x^2 + a_4 x^2 + 2a_4 x + a_4 = 0$

$(2a_1 + a_4) + x(a_2 + 2a_4) + x^2(a_3 + a_4) = 0$

$$\begin{cases} 2a_1 + a_4 = 0 \\ a_2 + 2a_4 = 0 \\ a_3 + a_4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_4 = 2a_1 \\ a_3 = -2a_1 = 0 \\ a_2 = -4a_1 = 0 \end{cases}$$

Пусть $a_1 = 1$, тогда $a_2 = -4$, $a_3 = -2$, $a_4 = 2$

$f_1(x) - 4f_2(x) - 2f_3(x) + 2f_4(x) = 0 \Rightarrow$ векторы линейно зависимы

---

3. $x = (2, 3, 5) \in \mathbb{R}^3$

$b_1 = (0, 0, 10)$ $\quad b_3 = (0, 1, 0)$

$b_2 = (2, 0, 0)$

$x = (2, 3, 5) = 2\frac{b_2}{2} + 3b_3 + 5\frac{b_1}{10} = b_2 + 3b_3 + \frac{1}{2}b_1$