

- ① а.) произведение AB не определено, произведение BA не определено
 б.) произведение AB не определено, произведение BA определено (5×5)
 в.) произведение AB определено (8×8), произведение BA определено (3×3)
 г.) произведения AB и BA определены (4×4)

② $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$

$$A+B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4-0 & -1-10 \\ 12+0 & -3+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -11 \\ 12 & -3 \end{pmatrix}$$

$$B \cdot A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4-3 & -8+0 \\ 0+15 & 0+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -8 \\ 15 & 0 \end{pmatrix}$$

③ $A = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 3 & -6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

$$3 \cdot A - 2 \cdot B + 4 \cdot C = ?$$

$$3 \cdot A = \begin{pmatrix} 3 & 21 \\ 9 & -18 \end{pmatrix}$$

$$2 \cdot B = \begin{pmatrix} 0 & 10 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$$

$$4 \cdot C = \begin{pmatrix} 8 & -16 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$$

$$3A - 2B + 4C = \begin{pmatrix} 3 & 21 \\ 9 & -18 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 10 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 & -16 \\ 4 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3-0+8 & 21-10-16 \\ 9-4+4 & -18+2+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & -5 \\ 9 & -12 \end{pmatrix}$$

④ $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 5 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

$$A^T = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot A^T = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 5 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 5 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16+1 & 20-2 & 8+3 \\ 20-2 & 25+4 & 10-6 \\ 8+3 & 10-6 & 4+9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 & 18 & 11 \\ 18 & 29 & 4 \\ 11 & 4 & 13 \end{pmatrix}$$

$$A^T \cdot A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 5 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16+25+4 & 4-10+6 \\ 4-10+6 & 1+4+9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 45 & 0 \\ 0 & 14 \end{pmatrix}$$

$$\textcircled{1} \text{ a.) } \begin{vmatrix} \sin x & -\cos x \\ \cos x & \sin x \end{vmatrix} = \sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\text{б.) } \begin{vmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 9 \end{vmatrix} = 4 \cdot 5 \cdot 9 + 2 \cdot 1 \cdot 0 + 3 \cdot 0 \cdot 0 - 3 \cdot 5 \cdot 0 - 2 \cdot 0 \cdot 9 - 4 \cdot 1 \cdot 0 = 180$$

$$\text{в.) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \cdot 5 \cdot 9 + 3 \cdot 4 \cdot 8 + 2 \cdot 6 \cdot 7 - 3 \cdot 5 \cdot 7 - 2 \cdot 4 \cdot 9 - 1 \cdot 6 \cdot 8 = 0$$

$$\textcircled{2} \text{ a.) } \det(A^2) = \det(AA) = 4^2 = 16$$

$$\text{б.) } \det(A^T) = \det A = 4$$

$$\text{в.) } \det(2A) = 2^n \cdot \det(A) = 2^n \cdot 4 \text{ (для квадратной матрицы)}$$

$$\textcircled{3} A = \begin{pmatrix} -2 & 7 & -3 \\ 4 & -14 & 6 \\ -3 & 7 & 13 \end{pmatrix}$$

Матрица называется вырожденной, если её определитель равен нулю

$$\det(A) = (-2) \cdot (-14) \cdot 13 + 7 \cdot 6 \cdot (-3) + (-3) \cdot 4 \cdot 7 - (-3) \cdot (-14) \cdot (-3) -$$

$$- 7 \cdot 4 \cdot 13 - (-2) \cdot 6 \cdot 7 = 364 - 126 - 84 + 126 - 364 + 84 = 0$$

$$\textcircled{4} \text{ a.) } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{ранг равен } 2$$

$$\text{б.) } A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 5 & 6 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{ранг равен } 3$$