

直流电机模型参数的直接辨识

周儒勋,张泽龙,齐迎川

(空军雷达学院电子对抗系,湖北 武汉 430019)

摘要:直流电机的数学模型计算是直流调速系统设计的重要环节,传统方法求解得的直流电机模型参数误差大,且不能获得在线参数辨识。为了求出精确的直流电机模型参数,该文给出了求解直流电机数学模型直接辨识算法,并以一个电机的实验为例,分别用传统方法和直接辨识算法求出了这个电机的模型参数,和阶跃响应曲线。通过对这两种方法所求得的结果进行仿真比较,证明直接辨识算法可行,模型的精确性有明显改善。

关键词:直接辨识;直流电机;传递函数

中图分类号:TM33 **文献标识码:**A

Direct Identification of DC Electromotor Model Parameter

ZHOU Ru - xun, ZHANG Ze - long, QI Ying - chuan

(Department of Electronic Warfare, Air Force Radar Academy, Wuhan Hubei 430019, China)

ABSTRACT: How to work out the mathematic model of DC electromotor is very important to design a DC adjusted velocity system. The parameter error of the DC electromotor model worked out by traditional method is big, and the in-line parameter identification can't be acquired by traditional method. In order to work out the model parameter of DC electromotor, this paper gives a direct identification arithmetic which is used to work out DC electromotor mathematic model. Taking an electromotor as example, the electromotor model parameter and its step response curve are worked out by traditional method and the direct identification arithmetic respectively. Through the comparison of the two simulation results, it is proved that the direct identification arithmetic is feasible and the accuracy of the model is improved clearly.

KEYWORDS: Direct identification; Direct current electromotor; Transfer function

1 引言

在高精度直流伺服系统和直流调速系统中,直流电机作为执行元件有着广泛的应用。系统的设计依赖于直流电机的模型参数的计算结果,直流电机的数学模型来自于它的2个方程,即它的电气方程和机械特性方程。在方程参数已知的情况下,可以得到电机的模型参数,传统方法是利用经验公式和实验法获得有关静态参数,模型误差大,且不能获得在线参数辨识。本文给出了直接辨识算法^[1-2],利用直接辨识算法和传统方法分别获得了直流电机的模型参数,并进行了仿真比较,通过比较可以证明直接辨识算法能够简单有效地在线或离线获得直流电机传递函数模型,并且所获得直流电机传递函数模型比传统方法精确。

2 直流电机模型直接辨识原理

直流电机的电气方程和机械方程分别为^[3]

$$L_a \frac{di_a}{dt} = u_a - i_a r_a - C_e \Omega(t) \quad (1)$$

$$J \frac{d\Omega(t)}{dt} = T - T_L \quad (2)$$

式中 $T = C_T i_a$, J 为折算到电动机轴上的总转动惯量, C_e 为电机电势系数。把式(1)、式(2)进行拉普拉斯变换,并进行计算整理得直流电机转速相对于输入电压的传递函数模型为

$$H(s) = \frac{\Omega(s)}{U_a(s)} = \frac{1/C_e}{T_m T_a s^2 + T_m s + 1} \quad (3)$$

式中机械时间常数 $T_m = JR_a/C_e C_T$, 电气时间常数 $T_a = L_a/R_a$ 。

获取过程传递函数模型最常用、最方便的方法是直接辨识法。利用直接辨识算法对传递函数参数进行估计,可以得到比较精确的结果。由式(3)可知,直流电机的传递函数是

一个二阶无滞后传递函数。

二阶无滞后传递函数模型为

$$G(s) = \frac{K}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)} = \frac{K}{T_1T_2s^2 + (T_1 + T_2)s + 1} \quad (4)$$

由式(4)和式(3)比较可知,二阶无滞后传递函数模型与直流电机传递函数模型形成对应关系,由于 $T_a \ll T_m$,所以近似认为 $T_m + T_a \approx T_m$, $K = 1/C_e$ 。因此可以通过对二阶无滞后传递函数模型进行直接辨识来辨识直流电机的传递函数模型。

对于式(4),阶跃输入幅度为 a 时,阶跃响应为

$$y(t) = aK \left(1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t}{T_1}} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t}{T_2}} \right) \quad t \geq 0 \quad (5)$$

令 $T_1 = \beta T_2$, 加入白噪声 $w(t)$, 则

$$y(t) = aK \left(1 - \frac{\beta}{\beta - 1} e^{-\frac{t}{\beta T_2}} + \frac{1}{\beta - 1} e^{-\frac{t}{T_2}} \right) + w(t) \quad t \geq 0 \quad (6)$$

为构建线性方程,则令

$$A(\tau) = \int_0^\tau y(t) dt, \quad B(\tau) = \int_0^\tau y(t) t dt$$

于是得

$$A(\tau) = \int_0^\tau y(t) dt = aK\tau + \frac{aKT_2\tau}{\beta - 1} (\beta^2 e^{-\frac{\tau}{\beta T_2}} - e^{-\frac{\tau}{T_2}} - \beta^2 + 1) + \int_0^\tau w(t) dt \quad (7)$$

$$B(\tau) = \int_0^\tau y(t) t dt = \frac{1}{2} aK\tau^2 + \frac{aKT_2\tau}{\beta - 1} (\beta^2 e^{-\frac{\tau}{\beta T_2}} - e^{-\frac{\tau}{T_2}}) + \frac{aKT_2^2}{\beta - 1} (\beta^3 e^{-\frac{\tau}{\beta T_2}} - e^{-\frac{\tau}{T_2}}) - aK(\beta^2 + \beta + 1)T_2^2 + \int_0^\tau tw(t) dt$$

$$= \frac{1}{2} aK\tau^2 + \tau \left[\int_0^\tau y(t) dt - aK\tau + aKT_2(\beta + 1) - \int_0^\tau tw(t) dt \right] + T_2(\beta + 1) \left[\int_0^\tau y(t) dt - aK\tau + aKT_2(\beta + 1) - \int_0^\tau w(t) dt \right] + T_2^2\beta[y(\tau) - aK - w(\tau)] - aK(\beta^2 + \beta + 1)T_2^2 + \int_0^\tau tw(t) dt \quad (8)$$

令

$$\Omega(\tau) = \int_0^\tau tw(t) dt - \tau \int_0^\tau w(t) dt - (T_1 + T_2) \int_0^\tau w(t) dt - T_1T_2w(\tau)$$

则由式(8)可得

$$B(\tau) - \tau A(\tau) - \Omega(\tau) = \begin{bmatrix} y(\tau) & A(\tau) & -\frac{a\tau^2}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_2^2\beta \\ T_2(\beta + 1) \\ K \end{bmatrix} \quad (9)$$

据上式可对模型参数进行最小二乘运算。对采样点 $\tau = T_1, 2T_1, 3T_1, \dots, NT_1, T_1$ 为采样间隔, N 为采样的点数,可构成线性方程组

$$\Psi\Theta = \Gamma + \Delta \quad (10)$$

式中 $\Theta = [T_2^2\beta \quad T_2(\beta + 1) \quad K] = [T_1T_2 \quad T_1 + T_2 \quad K]$

$$\Psi = \begin{bmatrix} y(T_1) & A(T_1) & -\frac{1}{2}a(T_1)^2 \\ y(2T_1) & A(2T_1) & -\frac{1}{2}a(2T_1)^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ y(NT_1) & A(NT_1) & -\frac{1}{2}a(NT_1)^2 \end{bmatrix}$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} B(T_1) - T_1A(T_1) \\ B(2T_1) - 2T_1A(2T_1) \\ \vdots \\ B(NT_1) - NT_1A(NT_1) \end{bmatrix}, \Delta = \begin{bmatrix} \Omega(T_1) \\ \Omega(2T_1) \\ \vdots \\ \Omega(NT_1) \end{bmatrix}$$

可得参数 Θ 的最小二乘估计为

$$\hat{\Theta} = (\Psi^T\Psi)^{-1}\Psi^T\Gamma \quad (11)$$

3 仿真与分析

选取一直流电动机为例,其铭牌参数为:额定电压 $U_e = 230V$,额定电流 $I_e = 10.4A$,额定转速 $n_e = 377\text{rad/s}$,额定输出功率 $P_e = 2.0KW$,电动机轴上的转动惯量 $J = 0.027J \cdot s^2$ 。给此直流电动机加一阶跃电压 $a = 230V$ 利用测速发电机测出该电动机的转速,并用存储示波器记录该电动机转速的变化,然后以 100Hz 的采样频率对其 $0 \sim 2s$ 内的转速进行采样,共采得 200 个点。本文利用传统方法和直接辨识分别仿真出该电机的阶跃响应曲线,并与采样曲线进行了比较。

3.1 利用传统方法求直流电机模型参数

利用该电机的铭牌参数,并由经验公式得^[4]

电机电枢内阻

$$R_a \approx \frac{U_e I_e - P_e}{2I_e^2} = 1.812 \Omega$$

电机电势系数

$$C_e = \frac{30(U_e - I_e R_a)}{\pi n_e} = 0.56 \text{ V} \cdot \text{s/rad}$$

电枢电感 $L_a \approx \frac{3.82U_e}{\pi n_e I_e} \text{ H}$

其中 p 为极对数,在此电机中 $p = 1$,因此

$$L_a = \frac{3.82U_e}{n_e I_e} = 0.235 \text{ H}$$

电机输出额定转矩 $M_e = \frac{9.55P_e}{n_e} = 5.3 \text{ N} \cdot \text{m}$

转矩系数 $C_T = \frac{M_e}{I_e} = 0.51 \text{ N} \cdot \text{m/A}$

电气时间常数 $T_a = \frac{L_a}{R_a} = 0.0129 \text{ s}$

$$\text{机械时间常数 } T_m = \frac{J R_a}{C_e C_r} = 0.13 \text{ s}$$

因此把 T_m 、 T_a 、 C_e 代入式(3) 得直流电机转速相对于输入电压的传递函数模型为

$$H(s) = \frac{\Omega(s)}{U_a(s)} = \frac{1/C_e}{T_m T_a s^2 + T_m s + 1} = \frac{1.786}{0.0022s^2 + 0.17s + 1}$$

令 $T_1 = T_m$, $T_2 = T_a$, $K = 1/C_e$ 代入式(5), 利用 MATLAB 仿真出该曲线, 并与采样曲线进行比较如图 1 所示。由图 1 可以看出, 利用传统的经验方法可以大概求得的直流电机的传递函数, 但所得结果不能够很好地近似逼近直流电机的动态过程, 误差比较大, 不能在线获得参数, 而且必须在所有铭牌参数都知道的情况下才能求直流电机的传递函数。因此传统方法已经不能满足要求。

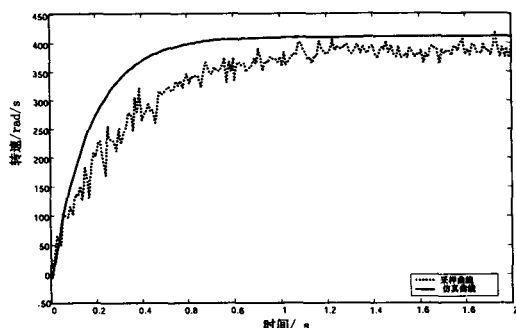


图 1 传统方法获得的阶跃响应仿真曲线与采样曲线对比图

3.2 利用直接辨识算法求直流电机模型参数

令采样得到 200 点数据为 $y(iT_s)$, $i = 1, 2, 3, \dots, N$, $N = 200$ 。根据积分的定义可近似求出 $A(iT_s)$, $B(iT_s)$, 进而可求出矩阵 Ψ , Γ 。把矩阵 Ψ 和 Γ 矩阵代入式(11) 求得对 Θ 的估计, 可估计出直流电机传递函数模型的参数 T_1 、 T_2 、 K , 把这 3 个参数代入式(4) 即可得出直流电机传递函数模型。通过 MATLAB 仿真计算得 $T_1 = 0.3023 \text{ s}$ 、 $T_2 = 0.0215 \text{ s}$ 、 $K = 1.6338$, 即机电时间常数 $T_m = 0.3023 \text{ s}$, 电气时间常数 $T_a = 0.0215 \text{ s}$, 反电势系数 $C_e = 1/K = 0.612$ 。把 T_1 、 T_2 、 K 代入式(5) 并利用 MATLAB 仿真得电机的速度-时间曲线, 如图 2 所示。仿真所得结果能够很好的近似逼近直流电机的动态过程, 因此所求得直流电机传递函数模型参数是比较精确的。

通过图 1 和图 2 的比较, 可以明显地看出利用直接辨识算法来求直流电机的传递函数模型参数比传统方法优越得多, 克服了传统方法的困难, 提高了精度。仿真结果证明直接

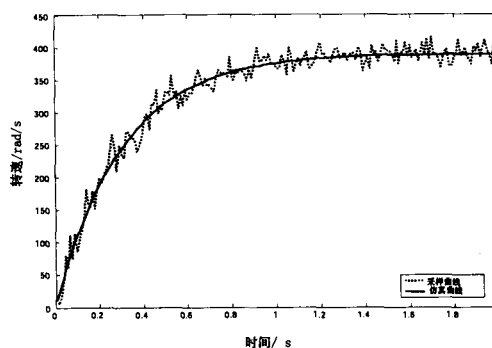


图 2 直接辨识算法获得的阶跃响应仿真曲线与采样曲线对比图

辨识法是切实可行的。

4 结论

仿真结果证明, 利用直接辨识算法可以求出直流电机的传递函数模型参数, 通过与传统方法的比较, 可以明显的看出, 利用直接辨识算法求得的直流电机传递函数模型更精确。实践证明直接辨识算法是一种很好的辨识算法, 能够解决很多以往难以克服的困难, 能够简单、方便地求出比较精确的直流电机数学模型参数, 因此直接辨识算法是一种值得推广的辨识算法。

参考文献:

- [1] 王修中, 等. 二阶加滞后连续模型的直接辨识[J]. 自动化学报, 2001, 27(5).
- [2] 高东杰, 等. 应用先进控制技术[M]. 北京: 国防工业出版社 2003.
- [3] 朱忠尼, 等. 现代伺服系统[M]. 成都: 四川科学技术出版社/乌鲁木齐: 新疆科技卫生出版社, 2001.
- [4] 胡祐德, 等. 伺服系统原理与设计[M]. 北京: 北京理工大学出版社 1993.

[作者简介]



周儒勋(1978 -), 男(汉族), 湖北孝感人, 在读硕士, 主要研究方向是电力电子系统控制技术。

张泽龙(1962 -), 男(汉族), 湖北武汉人, 讲师, 主要研究方向是电子测量及电源控制技术。

亓迎川(1965 -), 男(汉族), 山东莱芜人, 教授, 硕士生导师, 主要研究方向是电力电子系统控制技术及静止变频电源的并联运行。