

# 小波包变换在电机性能测试中的应用

陈 瞰,黄 进,马 健,李 虎,马 玥

(浙江大学 电气工程学院, 浙江 杭州 310027)

**摘要:**基于小波变换和小波包变换的基本原理,利用其在非平稳信号时频分析中独特的优越性,对直流电动机启动过程中的电枢电流信号进行分析,得到直流电机的转矩-转速特性,从而实现了一种无需转矩转速传感器的直流电机转矩-转速特性曲线的快速测试方法.类似的方法和原理,也可推广到交流电机的性能测试中.

**关键词:**小波包变换;时频分析;电机性能测试;转矩-转速特性曲线

中图分类号: TM306

文献标识码: A

文章编号: 1008-973X(2003)02-0235-04

## Application of wavelet packet transform in motor performance test

CHEN Tun, HUANG Jin, MA Jian, LI Hu, MA Yue

(College of Electrical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

**Abstract:** Starting from essential theory of wavelet and wavelet packet transform, this paper presents an analysis of the starting current of a DC motor, a typical non-stationary signal. The results showed that due to the distinct superiority of WT and WPT in time-frequency analysis of non-stationary signals, T-n characteristic, was obtained with satisfactory precision. And consequently a fast T-n characteristic test with neither torque nor speed sensor was implemented. Similar method can be generalized to AC motor performance test after proper adaption.

**Key words:** wavelet packet transform; T-F analysis; motor performance test; T-n characteristic

在动态测试信号处理中,常常借助于简单有效的信号变换方法,使得信号所包含的重要特征能显示出来,并用尽可能少的数据反映信号尽可能多的信息.对于普通的平稳信号,在时间域内难以观察的现象和规律,通过傅立叶变换,在频域内往往能清楚地显示出来.这种经典的信号处理方法在传统的电机性能测试中已经得到了广泛的应用,并起着非常重要的作用.但是,如遇到非平稳信号,这种方法的作用就非常有限了,这时只能求助于联合时频域的分析方法,小波变换和小波包变换就是一个很好的选择.

小波变换(wavelet transform, WT)和小波包变换(wavelet packet transform, WPT)是 20 世纪 80

年代后期发展起来的应用数学分支.虽然在此之前已有一些学者进行过一些研究,但是理论上构成较系统地构架则主要是 Y. Meyer、J. Morlet、A. Grossman 等人的贡献.然而,正是法国学者 I. Daubechies 和 S. Mallat 的努力,把这一理论引入工程应用,特别是信号处理领域,使其成为联合时频域分析、信号去噪和压缩、信号检测、特征提取、故障诊断与定位等方面一种新的强有力的工具.

本论文正是利用这种方法分析直流电机启动过程中电枢电流信号(非平稳信号),从中提取出转矩-转速特性曲线,从而实现一种无需转矩转速传感器的直流电机转矩-转速特性曲线的快速测试方法.这种方法也可以推广到交流电机测试中.

# 1 小波包变换与时频分析

从时频域分析的角度来看,小波变换就是用矩形窗口对时频平面进行划分,矩形的高、宽分别表示频域的等效窗宽和时域的等效窗宽,而矩形的明暗程度则可表示信号在此窗口中能量的大小<sup>[1,2]</sup>.小波变换的频率分辨率在时频平面上不是固定不变而是随频率的升高而降低的,虽然由于频率的增高而容许有较大的分辨误差使得相对误差仍然保持不变,但是在一些要求频率分辨率较高的场合就不适用了.正交小波包就是为了进一步提高频率分辨率,克服小波变换在中高频段频率局部性差的缺陷,以满足对不同特性的信号进行时频局部细致分析的需要而产生的一种更灵活的强有力的信号分析方法<sup>[4]</sup>.

定义 由公式

$$\left. \begin{aligned} u_{2n}(t) &= \sqrt{2} \sum_{k \in Z} h_k u_n(2t - k), \\ u_{2n+1}(t) &= \sqrt{2} \sum_{k \in Z} g_k u_n(2t - k). \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

定义的函数集合  $\{u_n(t)\} | n \in Z$  为由  $u_0 = \phi$  所确定的小波包. 每一个形如  $2^{j/2} u_n(2^j t - k)$ ,  $j, k \in Z, n \in \mathbb{N}$  ( $\mathbb{N}$  为非负整数集合) 的函数称为一个小波包函数, 其整体称为一个小波包库. 其中  $j$  是尺度参数,  $k$  是时间或位置参数,  $n$  是振荡参数.  $u_0(x)$  便是所谓的尺度函数, 而  $u_1(x)$  是相应的小波函数.

信号  $f(t)$  可按下面的标准正交小波包基函数展开:

$$f(t) = \sum_{\substack{I_{k,n} \in P \\ j \in Z}} c_{n,j}^k \cdot 2^{k/2} \cdot u_n(2^k t - j). \quad (2)$$

式中:

$$c_{n,j}^k = 2^{k/2} \int_k f(t) u_n(2^k t - j) dt, \quad (3)$$

$$I_{k,n} = \{2^k n, 2^k n + 1, \dots, 2^k(n+1) - 1\}.$$

按  $I_{k,n}$  的形式可将非负整数集合  $\mathbb{N}$  分割成两两不相交的形式, 将任意这样的划分记做  $P$ , 则  $\{2^{k/2} u_n(2^k t - j) : (k, n) \in P, j \in Z\}$  构成了 Hilbert 空间的一个标准正交基, 系数  $c_{n,j}^k$  称为信号  $f(t)$  的小波包变换<sup>[5]</sup>.

式(3)给出了小波包变换的算法, 为了提高运算效率, 降低算法的复杂程度, 使用一种二叉树的算法来实现小波包变换, 如下定义两个算子  $F_0$  和  $F_1$ :

$$\left. \begin{aligned} F_0\{S_k\}(j) &= \sum_{k \in Z} S_k \cdot h_{k-2j}, \\ F_1\{S_k\}(j) &= \sum_{k \in Z} S_k \cdot g_{k-2j}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

则式(3)所示的小波包变换可以写为

$$\left. \begin{aligned} c_{2n,j}^{k+1} &= F_0(c_{n,j}^k), \\ c_{2n+1,j}^{k+1} &= F_1(c_{n,j}^k). \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

由式(5)可以看出, 小波包变换可以用一种自上而下的迭代算法实现, 从原始信号开始, 用算子  $F_0$ 、 $F_1$  进行作用, 得到两个系数包再分别用  $F_0$ 、 $F_1$  作用, 依此类推.

但是这样得到的小波包系数是按照 Parley 顺序或者说自然顺序排列的<sup>[5]</sup>, 而这里希望小波包系数按照频率大小依次排列. 为此, 需要对上面的树状算法稍作修改. 当要进行分解的系数包在该尺度上的序列号(从零开始排列)为奇数时, 将下一步进行分解得到的系数包交换位置, 即将  $F_1$  作用得到的系数包放在  $F_0$  作用得到的系数包前. 这样便得到按频率大小排序的小波包系数.

## 2 小波包变换在直流电机性能测试中的应用

### 2.1 直流电机起动过程中电枢电流信号

从直流电机的换向理论知道, 由于换向的原因, 直流电机的直流电枢电流上会叠加一个高频分量, 该分量的频率满足如下关系:

$$f_n = \frac{c \times k \times n \times p}{60}. \quad (6)$$

式中:  $k$  为换向片数;  $n$  为转速;  $p$  为极对数;  $c$  为由  $k$  的奇偶决定的系数,  $k$  为偶数时,  $c=1$ ;  $k$  为奇数时,  $c=2$ .

由式(6)可以看出, 直流电机的转速与电枢电流高频分量的频率成正比, 起动过程中, 电机转速不断变化, 所以该电枢电流信号为非平稳信号, 用前面所述的小波包变换的方法从中提取出脉动分量的频率, 那么电机的转速也就可以间接地测量出来.

电机转矩与转速满足机械平衡方程式:

$$T_{em} - T_L - T_0 = \frac{GD_a^2 dn}{375 dt}. \quad (7)$$

式中:  $T_{em}$  为电磁转矩;  $T_L$  为负载转矩;  $T_0$  为空载阻尼转矩;  $G$  为机组重量;  $D_a$  为旋转直径;  $n$  为电机转速.

在电机空载起动过程中, 负载转矩  $T_L=0$ , 如果空载阻尼转矩  $T_0$  忽略不计, 电机电磁转矩与转速一阶导数成正比( $GD_a^2$  可以通过实验的方法精确测得), 这样就可以从转速信号中提取出转矩信号. 进而得到转矩-转速特性曲线. 以下是对一台永磁直流电动机(空载转速约 3 000 r/min, 换向片片数为 12)进行测试的过程和分析结果. 测试过程分数据采集、平滑去噪、滤波与重构以及小波包分解(时频分析)

几个步骤.

2.2 数据采集

本系统采用 PCL-818 数据采集卡,图 1 为利用该采集卡系统对该永磁直流电动机起动过程中的电枢电流的采集结果.由图可见,在直流分量上叠加了一个高频分量,这个高频分量正是由换向引起的与电机转速成正比的分量.

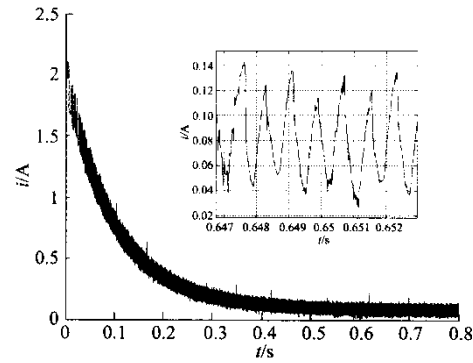


图 1 永磁直流电机起动电枢电流波形

Fig.1 Starting current of DC motor

2.3 平滑去噪环节

常规有刷直流电机采用电刷换向,换向时会产生火花等,因而在采集到的电流信号中不可避免地带高频噪声,这里采用的小波滤波器滤除该噪声分量,采用 db20 小波,这是因为其有较好的分频效果.结果如图 2.

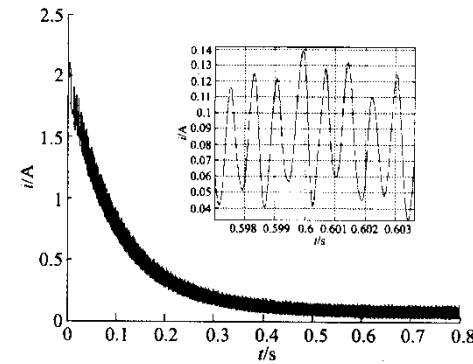


图 2 去掉噪声后的电枢电流波形

Fig.2 Starting current after de-noising

2.4 滤波与重构环节

用小波半带低通滤波器(db20 小波,这里同样为了获得较好的分频效果)继续对去噪以后的信号进行  $N$  次分解,分解次数  $N$  一般为 7~10 次,最后得到的概貌信号可以看作滤除高频分量以后电流的近似平均分量,图 3 即为对图 2 中信号进行分解的结果.

对  $N$  次分解得到的各层小波系数重构,即得

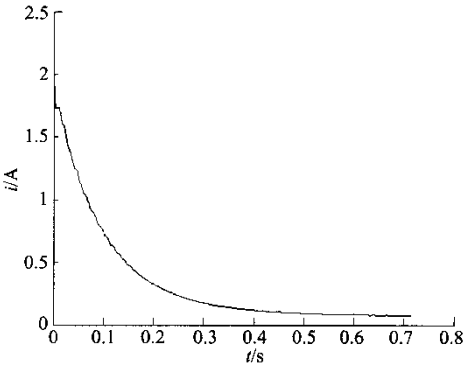


图 3 电枢电流低频分量

Fig.3 Low-frequency component of the signal

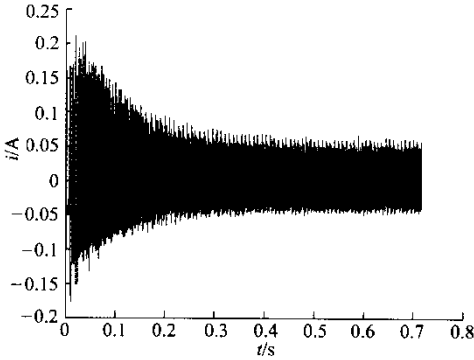


图 4 电枢电流高频分量

Fig.4 High-frequency component of signal

到电枢电流中的脉动分量,如图 4.

2.5 小波包分解程序

使用小波包分解的方法,提取图 4 中高频分量的频率信号.用小波包进行  $N$  层分解,得到  $2^N$  个系数包,每个系数包对应一个频带,而系数包里面的系数则按时间顺序排列,每个系数代表一个时频原子.但是,小波包分解出来后的系数包是按所谓“自然顺序”排列的,所以必须对其重新排序,使其按频率递增顺序排列.

得到按频率排序的系数包后,找出每个系数包的最大系数,该最大值出现的时间就是该中心频率分量表现最强烈的时域点,因此,对应  $2^N$  个系数包,在时域上可以找到  $2^N$  个对应的时域点.根据频域点与时域点的对应关系,可以作出信号时-频分布图.由于信号频率对应电机转速(正比关系),时-频分布图(除以一个系数以后)实质上就是转速-时间曲线.

图 5 就是用小波包分析测量并进行拟合后得到的结果.从图 5 可以读出电机稳态空载转速约为 2 900 r/min,而用闪光测速法实测得的该电机空载稳态转速为 2 915 r/min,所以本方法具有相当的精

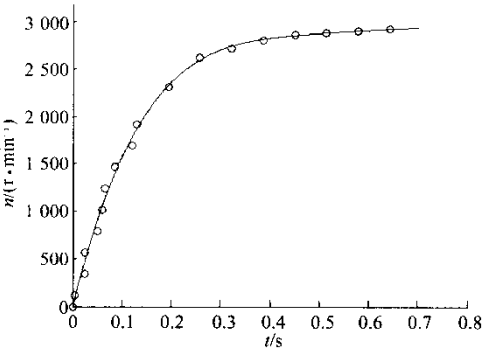


图 5 转速-时间曲线  
Fig. 5 Speed-time curve

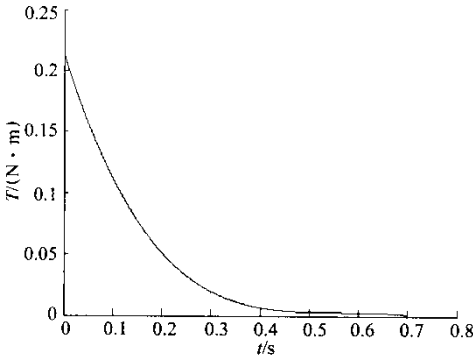


图 6 转矩-时间曲线  
Fig. 6 Torque-time curve

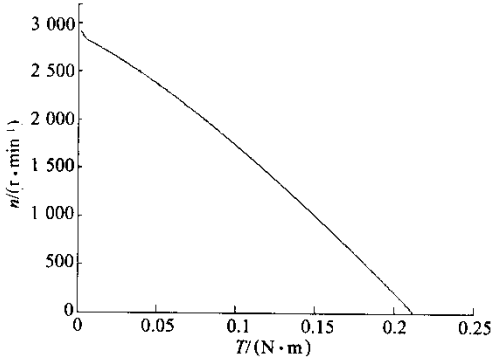


图 7 转矩-转速特性曲线  
Fig. 7 T-n curve torque-speed curve

度. 由于采用多项式拟合,在速度曲线和转矩曲线的

尾端不是很平滑,但是对最后 T-n 曲线的获得影响不大.

图 6 为由转速曲线求导后得到的转矩曲线,图 7 为转矩-转速特性曲线.

3 结 语

以上介绍的用小波包分析进行电机性能测试的方法不仅适用于直流电机,同样可以推广到交流电机的测试中,由于齿槽的存在,可以通过分析其齿谐波来获取转速信号. 该方法具有测试周期短,系统结构简单,无需转矩-转速传感器等优点,尤其适合于传感器安装不方便,要求进行快速测试的场合.

本方法适应高速或超高速直流电机转速的测量,因为电机转速越高,在相同的起动时间里,各频率分量的“周期”数越多,小波包系数的比较范围越广,有效系数包越多,分析精度也越高. 而且在电机转速很高的情况下,常规测速传感器的响应速度不一定能够跟随转速的变化,后续的硬件处理的速度要求也比较高,对电机稳定运行的每一点的转速进行测量,往往牵涉到负载的动态调节,这种情况下的 高速测量用传统的方法往往不太容易实现.

参考文献(References):

[1] DAUBECHIES I. The wavelet transform, time-frequency localization and signal analysis [J]. *IEEE Trans IT*, 1990, 36(5): 961—1005.

[2] MALLAT S G. A theory for multiresolution signal decomposition: The wavelet representation [J]. *IEEE Trans PAMI*, 1989, 11(7):674—693.

[3] COIFMAN R, WICKERHAUSER M V. Entropy based algorithm for best basis selection [J]. *IEEE Trans IT*,1993, 2(2): 60—173.

[4] NIELSEN N H, WICKERHAUSER M V. Wavelets and time-frequency analysis [J]. *Proceedings of the IEEE*, 1996,84(4):523—540.

[5] VETTERLI M, HERLEY C. Wavelets and filter banks: Theory and design [J]. *IEEE Trans Signal Processing*, 1992,40(9):2207—2232.