

• Лекция 57. Опред. интеграл. Несобственные интегралы 27.04

Устранимый разрыв - есть возможность определить ф.ю.

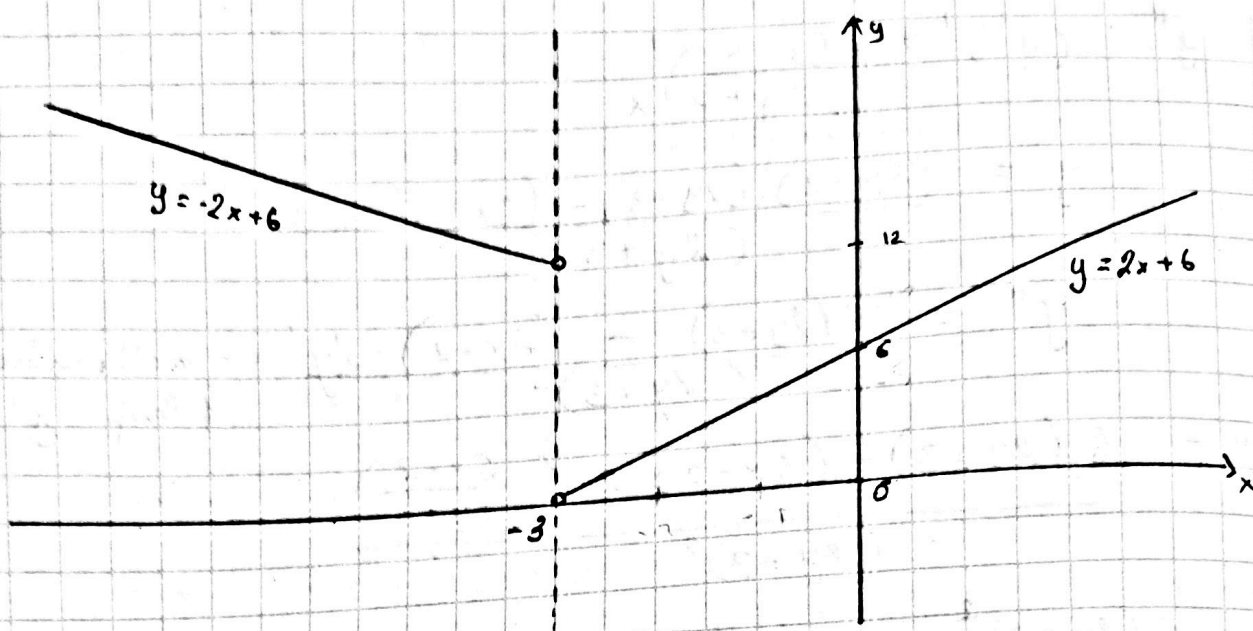
Задачи (продолжение)

$$y = 2 \cdot \frac{|x+3|}{x+3} x + 6. \quad \rightarrow (f): x \neq -3$$

$$\lim_{x \rightarrow -3+0} \left(2 \cdot \frac{|x+3|}{x+3} x + 6 \right) = \lim_{x \rightarrow -3+0} \left(2 \cdot \frac{(x+3)x}{x+3} + 6 \right) = \lim_{x \rightarrow -3+0} (2x + 6) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -3-0} \left(2 \cdot \frac{|x+3|}{x+3} x + 6 \right) = \lim_{x \rightarrow -3-0} \left(-2 \cdot \frac{(x+3)x}{x+3} + 6 \right) = -2(-3) + 6 = 12.$$

$$\lim_{x \rightarrow -3+0} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow -3-0} f(x) \Rightarrow \text{неустраняемый разрыв в точке } -3 \text{ граф.}$$



Задача 12. Точки разрыва -? Скачок ф-ции в точке разрыва.

① $y = 2x - \frac{x-2}{|x-2|}$, $D(f): x \neq 2$

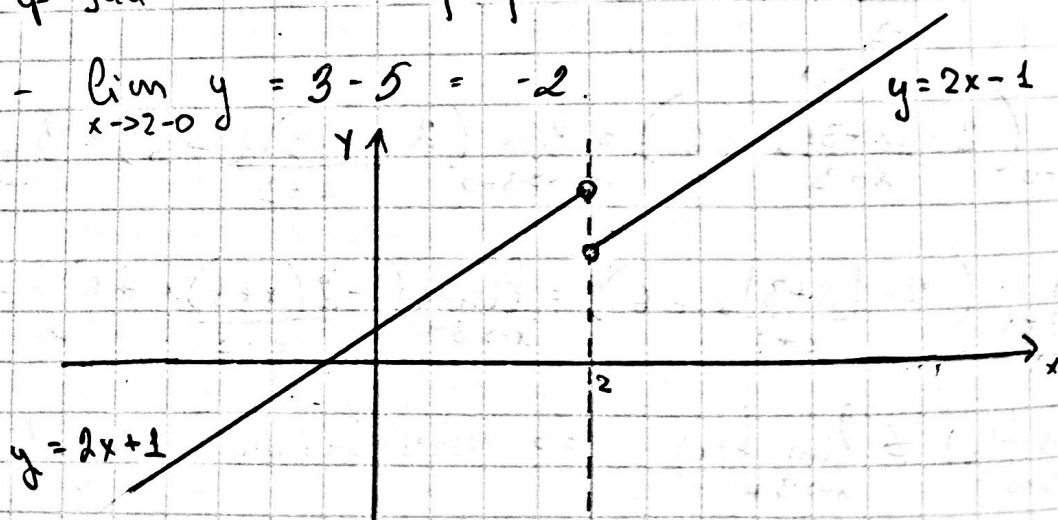
$$\lim_{x \rightarrow 2+0} \left(2x - \frac{x-2}{|x-2|} \right) = \lim_{x \rightarrow 2+0} \left(2x - \frac{x-2}{x-2} \right) = \lim_{x \rightarrow 2+0} (2x - 1) = 3 \text{ (кон.)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2-0} \left(2x + \frac{x-2}{|x-2|} \right) = \lim_{x \rightarrow 2-0} (2x + 1) = 5 \text{ (конст.)}$$

$$y(2) = 2 \cdot 2 - \frac{2-2}{|2-2|} = 4 - \frac{0}{0} \text{ — не определенное выражение}$$

Скачок ф-ции в точке разрыва $x=2$:

$$\lim_{x \rightarrow 2+0} y - \lim_{x \rightarrow 2-0} y = 3 - 5 = -2$$



$$y = \begin{cases} \sqrt[3]{x+2} & , 0 \leq x < 2 \\ 12-3x & , 2 \leq x \leq 5 \\ 7x-6 & , 5 < x < \infty \end{cases}, \quad \text{область: } x \in [0; +\infty]$$

$$x=2: \lim_{x \rightarrow 2+0} (12-3x) = 6; \quad \lim_{x \rightarrow 2-0} (\sqrt[3]{x+2}) = 6$$

$$\lim_{x \rightarrow 2+0} y = \lim_{x \rightarrow 2-0} y = 6 \quad (\text{const}) = y(2) = \sqrt[3]{2+2} = 6.$$

$x=2 \Rightarrow$ функция является непрерывной!

$$x=5: \lim_{x \rightarrow 5+0} (7x-6) = 29; \quad \lim_{x \rightarrow 5-0} (12-3x) = -3$$

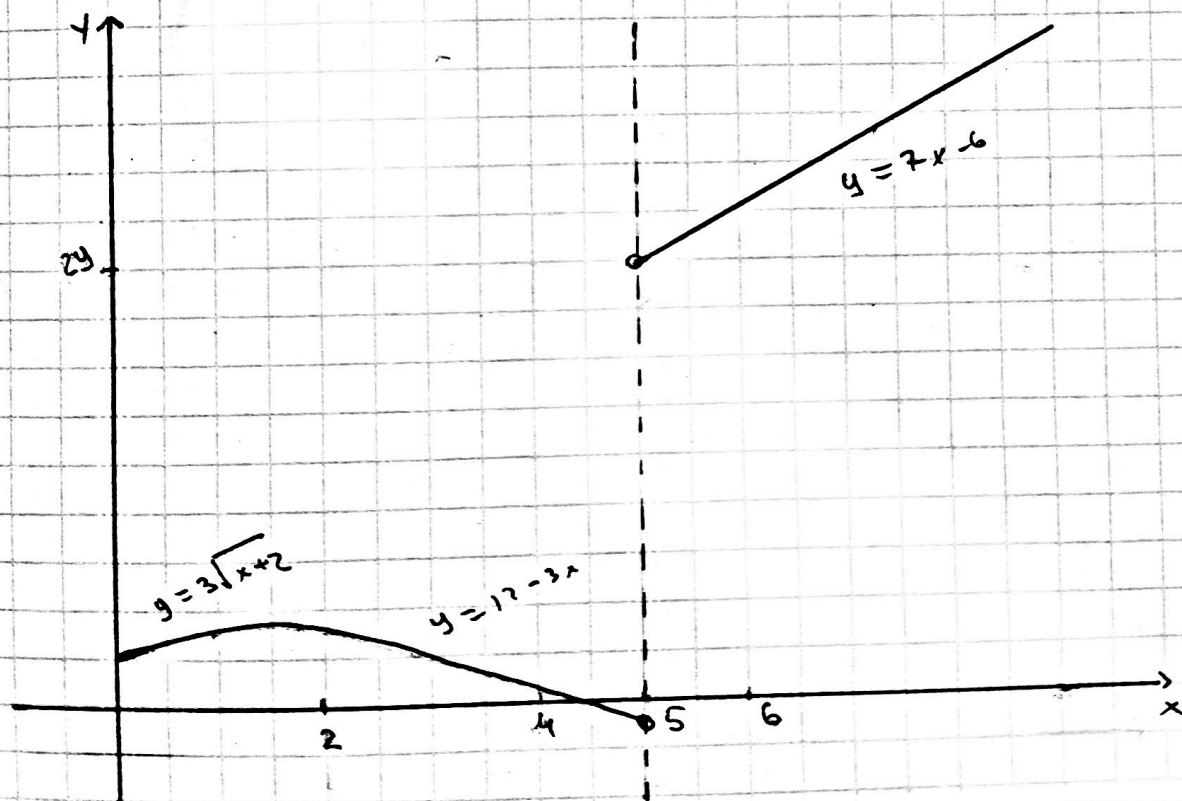
$$\lim_{x \rightarrow 5+0} y \neq \lim_{x \rightarrow 5-0} y, \quad y(5) = 12-3 \cdot 5 = -3$$

$x=5 \Rightarrow$ точка разрыва 1 рода неустраняемая.

Сначок в точке $x=2$ (проверим на непрерыв.).

$$\lim_{x \rightarrow 2+0} y - \lim_{x \rightarrow 2-0} y = 0$$

$$\text{Сначок в точке } x=5: \lim_{x \rightarrow 5+0} y - \lim_{x \rightarrow 5-0} y = 32$$



• Интегралы с бесконечными пределами (I рода)

✓ $y = f(x)$ - непрерывна на $[a; b]$

$$\int_a^{+\infty} f(x) dx = \lim_{b \rightarrow +\infty} \int_a^b f(x) dx$$

$$\int_{-\infty}^b f(x) dx = \lim_{a \rightarrow -\infty} \int_a^b f(x) dx$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = \lim_{a \rightarrow -\infty} \int_a^c f(x) dx + \lim_{b \rightarrow +\infty} \int_c^b f(x) dx, \text{ где } c - \text{люб.}$$