



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

РАСЧЕТНО-ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

К НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

НА ТЕМУ:

«Методы решения задачи многокритериальной оптимизации»

Студент ИУ7-54Б
(Группа)

(Подпись, дата)

С. Д. Параскун
(И.О.Фамилия)

Руководитель

(Подпись, дата)

Л. Л. Волкова
(И.О.Фамилия)

2021 г.

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой ИУ-7

_____ И. В. Рудаков
« ____ » _____ 20 ____ г.

ЗАДАНИЕ
на выполнение научно-исследовательской работы

по теме _____ Методы решения задачи
_____ многокритериальной оптимизации

Студент группы _____ ИУ7-54Б _____

_____ Параскун София Дмитриевна
(Фамилия, имя, отчество)

Направленность НИР (учебная, исследовательская, практическая, производственная, др.)
_____ учебная _____

Источник тематики (кафедра, предприятие, НИР) _____ НИР _____

График выполнения НИР: 25% к 4 нед., 50% к 7 нед., 75% к 11 нед., 100% к 14 нед.

Техническое задание Необходимо изучить основные понятия теории принятия решений, рассмотреть этапы процесса принятия решений. Провести обзор имеющихся методов решения задачи многокритериального выбора, провести сравнительный анализ рассмотренных методов.

Оформление научно-исследовательской работы:

Расчетно-пояснительная записка на 15-25 листах формата А4.

Перечень графического (иллюстративного) материала (чертежи, плакаты, слайды и т.п.)

Презентация на 8-10 слайдах.

Дата выдачи задания « ____ » _____ 20__ г.

Руководитель НИР

_____ Л. Л. Волкова
(Подпись, дата) (И.О.Фамилия)

Студент

_____ С. Д. Параскун
(Подпись, дата) (И.О.Фамилия)

Примечание: Задание оформляется в двух экземплярах: один выдается студенту, второй хранится на кафедре.

Содержание

Введение	4
1 Аналитический раздел	5
1.1 Обзор предметной области	5
1.1.1 Основные понятия	5
1.1.2 Процесс принятия решения	6
1.2 Имеющиеся решения задачи выбора среди многокритериаль- ных альтернатив	8
Заключение	16
Список литературы	17

Введение

В современном мире необходимо выполнять множество действий. Из-за невозможности выполнения нескольких заданий одновременно приходится выбирать более приоритетные. Однако возникает вопрос — каким образом расставлять приоритеты и от чего отталкиваться в случае, если это решение не поддается элементарной ранжировке?

Данную проблему можно обозначить как сравнение нескольких альтернатив [1], которые можно охарактеризовать рядом критериев, по которым и будет осуществляться поиск оптимального решения. Все решается достаточно просто, если критерий всего один, но намного сложнее, когда их становится больше и они представляют собой разные категории оценки.

В таком случае необходимо воспользоваться методами, выделяющими лучшую комбинацию значений критериев из предоставленных. Определение наилучших значений может быть выполнено путем усреднения или же на основе личных предпочтений лица, осуществляющего процесс выбора.

Целью данной работы является изучение методов решения задачи многокритериальной оптимизации [2]. Для достижения поставленной цели необходимо выполнить следующие задачи:

- изучить основные понятия теории принятия решений;
- рассмотреть этапы процесса принятия решений;
- ознакомиться с имеющимися методами решения задачи многокритериального выбора;
- провести сравнительный анализ рассмотренных методов.

1. Аналитический раздел

В данном разделе будут представлены обзор предметной области, существующих методов решения задачи многокритериальной оптимизации, а также проведен сравнительный анализ этих методов.

1.1 Обзор предметной области

1.1.1 Основные понятия

Проблема выбора является неотъемлемой частью нашей жизни. Она решается посредством «принятия решения». Под этим понятием подразумевают выбор среди нескольких предложенных вариантов действия (далее — альтернатив [1]), относящихся к какому-либо событию. Если не представлена ни одна из альтернатив, то проблема выбора отсутствует.

Альтернативы бывают независимыми и зависимыми. Независимыми можно считать те альтернативы, при выполнении действий над которыми (удаление из рассмотрения, выделение как единственной лучшей), качество других альтернатив остается неизменным. В случае зависимых оценки одних из них оказывают влияние на качество других. В свою очередь зависимые альтернативы могут иметь различные типы зависимости. Например, непосредственная групповая зависимость — в случае рассмотрения одной из групповых альтернатив, стоит обратить внимание и на остальные, принадлежащие этой группе.

За выбор какой-либо альтернативы (выделения ее из числа остальных) является ответственным лицо, принимающее решения (ЛПР) [1]. Наряду с ним можно также выделить владельца проблемы, активную группу и эксперта. В [1] рассматривается применимость в сфере электронно-вычислительных машин (ЭВМ), и ввиду этого указывается, что все роли можно свести к ЛПР. Далее будут рассмотрены математическое и программное обеспечение, имеющее назначением поддержку принятия решений.

Выбор всегда осуществляется на основе имеющейся информации по каждой из альтернатив. В качестве характеристики их привлекательности для ЛПР используется термин «критерии» [1]. Для большинства задач можно выделить немалое множество критериев, которые также могут быть независимыми и зависимыми. Зависимыми называются те критерии, при которых оценка альтернативы по одному из них определяет оценку по другому критерию. Зависимость критериев между собой приводит к целостному выделению групп альтернатив. Количество выделенных критериев также сказывается на сложности проблемы принятия решения.

1.1.2 Процесс принятия решения

В процессе принятия решения можно выделить 3 основных этапа:

- поиск информации;
- нахождение альтернатив и выделение их критериев;
- непосредственный выбор лучшей альтернативы.

На первом этапе происходит сбор всей информации, доступной на данном этапе. Второй этап включает в себя определение возможных действий в данной ситуации, формирование из них альтернатив и выявление факторов, способных повлиять на привлекательность или непривлекательность для каждой альтернативы. Данные действия являются трудоемкими и требуют тщательного подхода.

В ходе последнего этапа, являющегося фокусом данной работы, осуществляется оценка альтернатив по критериям. При этом выделяют следующие типы критериев [3]:

- номинальные (качественные) — определяется рядом состояний, каждый из критериев может находиться только в одном из состояний;
- порядковые — определяется упорядоченным набором состояний (порядок важен);

- численные (количественные) — представляют собой измеримые или исчислимые количества, в качестве частных случаев можно выделить дискретные и непрерывные.

Для оценки конкретных критериев используют шкалы оценок [1]. Имеются следующие группы:

- шкала порядка — упорядочивание оценок по возрастанию/убыванию качества критерия;
- шкала равных интервалов — для данной шкалы имеются равные расстояния по изменению качества между оценками, выбор начала и шага отсчета является произвольным;
- шкала пропорциональных оценок — данный тип схож с предыдущим, но имеет особенность — начало отсчета является не произвольным, а с экспериментально установленного нулевого пункта.

Также в ходе принятия решения предварительной задачей является выделение множества Парето (или Эджворта-Парето) [4].

Пусть существуют два альтернативных решения: А и Б; А не хуже, чем Б; оценка А по одному критерию лучше Б, тогда А называется доминирующим решением, а Б доминируемым. Альтернативы, не находящиеся в отношении доминирования, называются несравнимыми [1].

Множество Парето содержит в себе множество всех несравнимых альтернатив. Данному множеству соответствует Парето-фронт [5] — образ Парето-множества в пространстве целевых функций. В свою очередь целевая функция является количественной мерой оптимальности решения.

Если имеет место задача поиска лучшей альтернативы, ее решение всегда оказывается внутри множества Парето. Поэтому для многих методов выделение данного множества является немаловажным этапом.

1.2 Имеющиеся решения задачи выбора среди многокритериальных альтернатив

Существующие методы можно разделить на несколько групп:

- не учитывающие предпочтения ЛПР — задача состоит в поиске некоторого компромиссного решения;
- апостериорные — предполагает внесение ЛПР информации о его предпочтениях после получения некоторого множества недоминируемых решений;
- априорные — в отличие от предыдущей группы ЛПР вносит информацию о предпочтениях до начала решения задачи;
- интерактивные (адаптивные) — методы данной группы состоят из совокупности итераций, каждая из которых включает в себя этап анализа, выполняемый ЛПР, и этап расчета, осуществляемый системой.

В таблицах 1.1 - 1.6 представлены методы рассмотренных групп и их описание.

Таблица 1.1 – Методы сравнения многокритериальных альтернатив

Группа методов	Метод	Описание метода
Не учитывающие предпочтения ЛПР	Метод глобального критерия	Суть данного метода состоит в том, что сначала определяется главный критерий, все остальные критерии формируются в ограничения выбранной целевой функции: каждому «не главному» критерию задается ограничение. Само ограничение должно удовлетворять требованиям, поставленным ЛПР, устанавливаются показатели или нижняя граница критериев. В итоге, задача сводится к решению задачи с одним критерием.
	Метод справедливого компромисса	Справедливым [6] считается такой компромисс, при котором относительный уровень снижения качества по одному или нескольким частным критериям не превосходит относительного уровня повышения качества по остальным частным критериям (меньше или равен). Для формализации данного метода вводится понятие превосходства альтернатив [6]. Поиск такой альтернативы ведется до тех пор, пока она не станет единственной превосходящей или не достигнуто определенное число итераций.
Апостериорные	Метод уступок	<p>Поиск и принятие решения при использовании данного метода осуществляется по следующему алгоритму.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Предварительное ранжирование всех локальных критериев по важности; 2. Определение самого важного критерия и поиск наиболее оптимального решения по нему; 3. Выбор следующего критерия по важности. Как и в п. 2 определяется оптимальное решение, но с тем отличием, что допускается потеря важности предыдущего критерия на какую-то величину (уступку);

Таблица 1.2 – Методы сравнения многокритериальных альтернатив (продолжение)

Группа методов	Метод	Описание метода
Апостериорные	Метод уступок	Процесс оптимизации решения по каждому критерию будет идти до тех пор, пока последний по важности критерий не будет рассмотрен.
	Метод Парето-силы	<p>Отличием от предыдущего метода является этап ранжирования, в ходе которого осуществляется аппроксимация множества Парето по силе [5] каждого из решений — количеству доминируемых альтернатив. Данное выделение альтернатив обладает рядом недостатков, которые решаются использованием альтернативного понятия слабости — количество доминирующих альтернатив. Точнее говоря используют вариант слабости, называемый хилостью — суммарная сила альтернатив, доминирующих над конкретной. Тогда целевая функция для конкретной альтернативы имеет вид:</p> $f(X_i) = \frac{1}{1 + w_i}, \quad (1.1)$ <p>где w_i — хилость альтернативы.</p>
Априорные	Метод скалярной свертки	<p>Данный метод заключается в том, что при комбинировании частных критериев, получается один скалярный критерий, и все сводится к решению однокритериальной задачи. Для начала необходимо определить весовые коэффициенты для каждого критерия, такие что сумма всех критериев равнялась 1. Если критерий f_i имеет приоритет над f_j, то веса соответствуют правилу $\alpha_i \geq \alpha_j$. Необходимо построить новую целевую функцию [7].</p>

Таблица 1.3 – Методы сравнения многокритериальных альтернатив (продолжение 2)

Группа методов	Метод	Описание метода
Априорные	Метод скалярной свертки	<p>Есть несколько видов свертки: мультипликативный и аддитивный. Для аддитивного метода целевая функция имеет вид:</p> $f(X) = \sum_{k=1}^K \alpha_k f_k(X), \quad (1.2)$ <p>В случае мультипликативного метода:</p> $f(X) = \prod_{k=1}^K f_k^{\alpha_k}(X), \quad (1.3)$
	Метод ε -ограничений	В данном методе в качестве скалярного критерия оптимальности используется самый важный из частных критериев, а остальные частные критерии учитываются с помощью ограничений. Дополнительной является информация о номере самого важного из частных критериев и о максимально допустимых значениях критериев.
	Метод целевого программирования	Основан на ранжировании критериев по важности для ЛПР. Основная задача поиска решений включает в себя несколько последовательных подзадач по оптимизации каждого из критериев. При этом такая оптимизация осуществляется согласно целевой функции, и улучшение значения по одному критерию не может достигаться за счет ухудшения значения по более важному критерию. Таким образом, итоговым результатом будет обнаружение наилучшего решения поставленной задачи.

Таблица 1.4 – Методы сравнения многокритериальных альтернатив (продолжение 3)

Группа методов	Метод	Описание метода
Интерактивные	Метод анализа иерархий	<p>Метод анализа иерархий - математический инструмент системного подхода к задачам принятия решений, при помощи которого проблема структурируется в виде иерархии [8]. Анализ и принятие решения осуществляется в несколько этапов.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Построение иерархической структуры, которая в самом простом и базовом варианте содержит три элемента: цель, критерии и альтернативы; 2. Определение приоритетов, имеющих относительную важность, путем осуществления процедуры парных сравнений; 3. Вычисление альтернативного решения с максимальным значением приоритета. Данные вычисления проводятся на основе синтеза приоритетов составленной ранее иерархической структуры.
	Метод FFANN (с использованием нейронной сети прямого распространения)	<p>В методе ЛПР оценивает предоставленные ему решения, задавая конкретные значения своей функции предпочтений по каждому отдельному решению. Входами нейронной сети являются компоненты нормализованного вектора частных критериев оптимальности, выходом — значение функции предпочтений.</p>

Таблица 1.5 – Методы сравнения многокритериальных альтернатив (продолжение 4)

Группа методов	Метод	Описание метода
Интерактивные	Метод FFANN (с использованием нейронной сети прямого распространения)	<p>Можно выделить следующие этапы.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Генерация недоминируемых векторов на множестве допустимых значений, вычисление соответствующего векторного критерия оптимальности; 2. Предоставление значений ЛПР. Если его удовлетворяет текущее лучшее решение — завершение вычислений; 3. Нормализация компонентов критериальных векторов; 4. Назначение ЛПР каждому решению значения своей функции предпочтений; 5. Обучение нейронной сети и вычисление значения целевой функции. Если значение является уникальным, то переход к п. 1, иначе — переход к п. 2.
	Метод ИЕМ (Интерактивный эволюционный метод)	<p>В данном методе предполагается, что ЛПР вносит свои предпочтения в систему в виде попарного сравнения отдельных альтернатив [4]. В основе данного метода лежит скалярная свертка частных критериев оптимальности вида:</p> $\psi(X) = - \sum_{k=1}^K (\lambda_k \phi_k^* - \phi_k(X))^t, \quad (1.4)$ <p>где t — параметр, который определяет функцию предпочтений; λ_k — компонент вектора весовых множителей; ϕ_k^* — компонент идеального вектора частных критериев оптимальности.</p>

Таблица 1.6 – Методы сравнения многокритериальных альтернатив (продолжение 5)

Группа методов	Метод	Описание метода
Интерактивные	Метод ИЕМ (Интерактивный эволюционный метод)	<p>Выделяются следующие этапы.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Генерация начальной популяции решений; 2. Формирование множества решений путем приближенного построения множества Парето; 3. Выбор из множества решений некоторого количества для оценки ЛПР; 4. Построение функции аппроксимации предпочтений на основе полученной информации; 5. Формирование нового множества решений путем приближенного построения множества Парето, но уже с использованием «функции приспособленности» отдельных решений; 6. При достижении условия останова — завершение вычислений, иначе — переход на п. 2.

В таблице 1.7 приведен сравнительный анализ групп методов сравнения многокритериальных альтернатив.

Таблица 1.7 – Анализ методов сравнения многокритериальных альтернатив

Группа методов	Достоинства	Недостатки
Не учитывающие предпочтения ЛПР	Простота с вычислительной точки зрения.	Не гарантируют выбор лучшей альтернативы.
Апостериорные	Предоставляют высокую точность.	Равномерная аппроксимация требует больших вычислительных затрат. Более того с повышением точности аппроксимации задача выбора становится более затруднительной для ЛПР.
Априорные	В отличие от апостериорных, пропадает необходимость построения всего множества достижения в связи с предоставлением информации о предпочтениях ЛПР до решения задачи.	Редко используются в связи с тем, что зачастую ЛПР затруднительно сформулировать предпочтения до решения задачи.
Интерактивные	ЛПР может влиять на ход поиска оптимального решения.	Значительное замедление процесса из-за неопределенного количества итераций.

Заключение

В ходе выполнения данной лабораторной работы были выполнены следующие задачи:

- изучены основные понятия теории принятия решений;
- рассмотрены этапы процесса принятия решений;
- проведено ознакомление с имеющимися методами решения задачи многокритериального выбора;
- проведен сравнительный анализ рассмотренных методов.

Для решения проблемы принятия выбора свойственно выделение альтернатив и их критериев, на основе которых производится дальнейшее рассмотрение. Также одним из важнейших этапов для многих методов выбора лучшей альтернативы является выделение множества Парето и его последующая аппроксимация.

Методы сравнения многокритериальных альтернатив могут не учитывать предпочтения ЛПР (методы глобального критерия и справедливого компромисса), получать информацию о них до формирования множества решений (методы скалярной свертки, ε -ограничений и целевого программирования), после выделения какой-то группы решений (методы уступок и Парето-силы) или же контролироваться ЛПР на определенных этапах до достижения желаемого результата (методы анализа иерархий, FFANN и ИЕМ).

Для выбора конкретной группы методов необходимо предварительно определить, какая из целей является решающей — простота вычислений, высокая точность или степень влияния ЛПР на ход решения.

Список литературы

- [1] Ларичев О. И. Теория и методы принятия решений, а также Хроника событий в Волшебных Странах: Учебник. – М.: Логос, 2000. – 296 с.
- [2] Зобнина О. В. Многокритериальная оптимизация // StudNet. 2021. № 1. С. 28–43.
- [3] Волкова Л. Л. Строганов Ю. В. Об ассоциативных бинарных мерах близости документов: классификация и приложение кластеризации // Новые информационные технологии в автоматизированных системах. 2014. С. 421–432.
- [4] К. Кривулин Н. О решении многокритериальных задач принятия решений на основе парных сравнений // Компьютерные инструменты в образовании. 2020. № 2. С. 27–59.
- [5] Д. Ногин В. Множество и принцип Парето: Учебное пособие. – СПб.: Издательско-полиграфическая ассоциация высших учебных заведений, 2020. – 100 с.
- [6] Метод справедливого компромисса для решения зада многокритериальной оптимизации [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://bigor.bmstu.ru/?cnt/?doc=M0/ch1104.mod/?cou=M0/base.cou> (дата обращения: 23.01.2022).
- [7] В. Кравченко С. Ситуационный анализ и моделирование управленческих решений: Учебное пособие. – Г.: Белорусский торгово-экономический университет потребительской кооперации, 2018. – 98 с.
- [8] Богданова П. А. Сахаров Д. М. Васильева Т. В. Обзор методов многокритериальной оптимизации в задачах принятия решений // Инновационные аспекты развития науки и техники. 2021. № 6. С. 31–36.