Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Институт машиностроения, материалов и транспорта
Высшая школа автоматизации и робототехники

Курсовая работа
Дисциплина: Программирование на языках высокого уровня
Тема: АВЛ-дерево (добавление узла)

Студент группы 3331506/80401 А. В. Пестов
Преподаватель Е. М. Кузнецова
«__» _____ 2021 г.

Санкт-Петербург
2021 г

Оглавление

Введение

АВЛ-дерево — сбалансированное по высоте двоичное дерево поиска: для каждой его вершины высота её двух поддеревьев различается не более чем на 1.

Дерево АВЛ названо в честь двух его советских изобретателей, Георгия Адельсона-Вельского и Евгения Ландиса, которые опубликовали его в своей статье 1962 года «Алгоритм организации информации».

В дереве АВЛ высота двух дочерних поддеревьев любого узла отличается не более чем на единицу; если в любой момент они отличаются более чем на единицу, выполняется перебалансировка для восстановления этого свойства. Поиск, вставка и удаление занимают время O (log n) как в среднем, так и в худшем случаях, где n - количество узлов в дереве до операции. Вставки и удаления могут потребовать перебалансировки дерева путем одного или нескольких вращений дерева.

Деревья АВЛ часто сравнивают с красно-черными деревьями, потому что оба поддерживают один и тот же набор операций и занимают O(log n) в для основных операций. Для приложений с интенсивным поиском деревья АВЛ быстрее, чем красно-черные деревья, потому что они более строго сбалансированы. Подобно красно-черным деревьям, деревья АВЛ сбалансированы по высоте.

В рамках данной курсовой работы будет рассмотрена реализация АВЛ дерева и алгоритм добавления узла на языке программирования *C++* с использованием методов объектно-ориентированного программирования.

Принцип работы

Алгоритм был реализован при помощи языка программирования C++. Узел дерева представлен структурой node, полями которой являются значение ключа в узле, высота дерева, указатель на структуру node для левой и правой ветви.

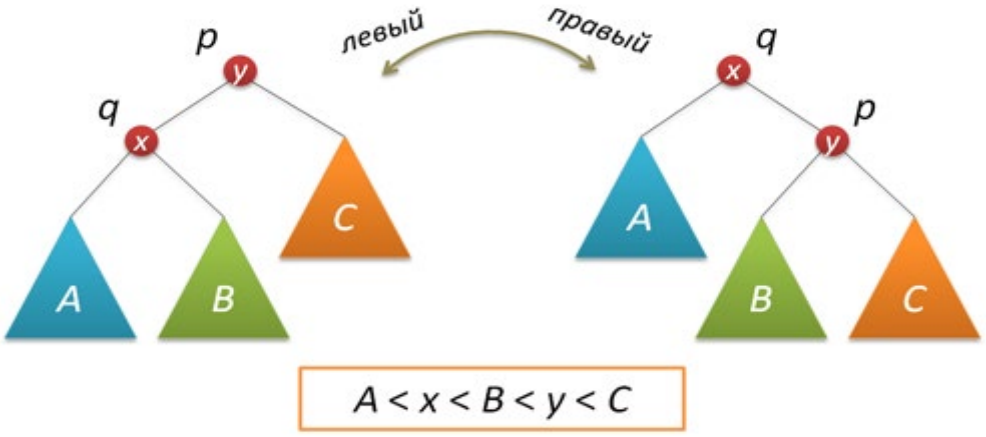
Отсутствие узлов слева или справа будем обнаруживать при помощи нулевого указателя в поле left и right соответственно. Для правильной работы программы необходимо реализовать следующую функцию:

Если на вход подан отсутствующий узел, то она возвращает 0, иначе в поле height узла записывает высоту дерева с корнем в узле.

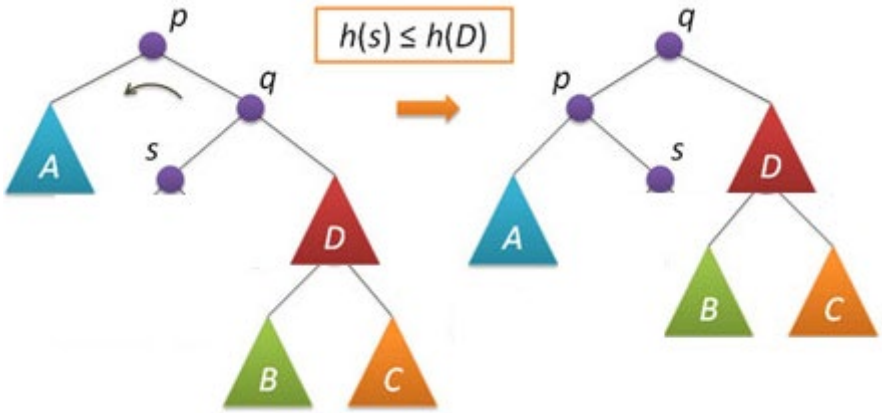
Функция bfactor возвращает разницу между высотой правой и левой ветви. По свойству AVL дерева он может принимать значения -1, 0, 1. При добавлении и удалении узлов может возникать ситуация, когда это условие нарушится. Для этого в программе предусмотрена функция балансировки дерева.

В качестве вспомогательной функции также выступает функция realheight, которая возвращает наибольшее значение высоты правой и левой ветви узла.

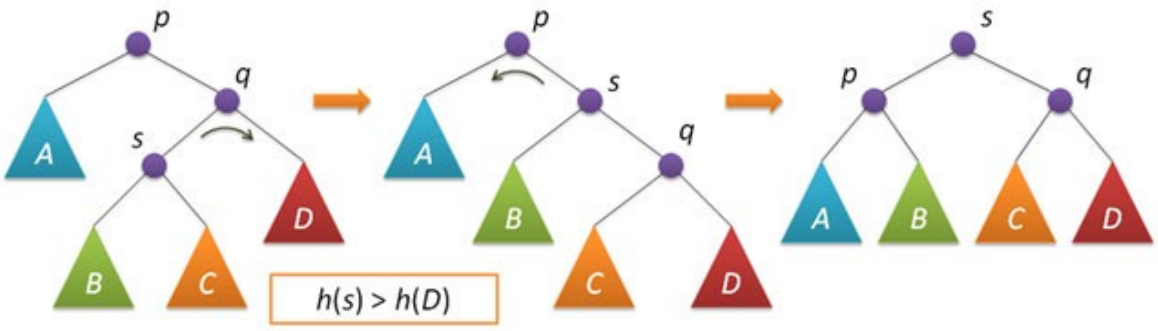
Балансировка узлов может быть осуществлена с помощью поворота вокруг узлов дерева. Правый поворот в программе реализован следующим образом: в функцию передаётся указатель на узел p, узлу q выбирается за левый от узла p. Затем левому узлу от p присваивается значение узла, правого от q. Затем объявляется, что узел p – это узел справа от q. Вычисляются новые высоты узлов p и q и возвращается узел q в качестве указателя на текущий узел. Левый поворот осуществлён аналогичным образом, что показано на рисунке ниже.



Непосредственно для исправления разбалансировки в узле p достаточно выполнить либо простой поворот влево вокруг p, либо большой поворот влево вокруг того же p. Простой поворот выполняется при условии, что высота левого поддерева узла q меньше или равна высоте его правого поддерева.



Большой поворот применяется при условии h(s)>h(D) и сводится в данном случае к двум простым — сначала правый поворот вокруг q и затем левый вокруг p.



Функция балансировки основана на проверке всех этих условий и возвращает тот же узел, который был подан на вход, но со сбалансированными ветвями.

Функция вставки ключа реализована с помощью прохода по дереву, сравнивая значение ключей в каждом из встретившихся узлов с тем, которое вставляется. В случае, если оно меньше, вызывается та же функция для левой ветви, иначе для правой. Если поданного узла не существует, то создаётся в куче новая структура, обозначающая узел, она связана с последним существующим узлом (указатель на неё хранится в поле right или left последнего узла перед тем, как она была создана. При возврате из рекурсии производится балансировка.

Оценка скорости и памяти

Высота h АВЛ-дерева с n ключами лежит в диапазоне от $\log_2(n + 1)$ до $1.44 \log_2(n + 2) - 0.328$. Основные операции над двоичными деревьями поиска (поиск, вставка и удаление узлов) линейно зависят от его высоты, что гарантирует логарифмическую зависимость времени работы этих алгоритмов от числа ключей, хранимых в дереве.

Расход памяти O(n).

Применение алгоритма

АВЛ-деревья могут быть применены для упорядоченного хранения элементов, вставки, поиска и удаления за время от $\log_2(n + 1)$ до $1.44 \log_2(n + 2) - 0.328$, что требуется, например, для баз данных.

Список литературы

1. Вирт Н. Алгоритмы и структуры данных. — М.: Мир, 1989. — С. 272—286.

2. Адельсон-Вельский Г. М., Ландис Е. М. Один алгоритм организации информации // Доклады АН СССР. — 1962. — Т. 146, № 2. — С. 263—266.
3. Ben Pfaff. GNU libavl

```
struct node // структура для представления узлов дерева
{
    int key; //текущий ключ
    unsigned short height; //высота поддерева с корнем в текущем узле
    node * left; //указатель на левое дерево
    node * right; //указатель на правое дерево

};
class tree {

    public:
    node * root;
    node * turnright(node * p);
    node * turnleft(node * q);
    node * insert(node * p, int k);
    node * balance(node * p);
    tree() {
        root = new node;
        root -> left = 0;
        root -> right = 0;
        root -> key = 0;
        root -> height = 1;
    };
    private:
    unsigned short height(node * p);
    int8_t bfactor(node * p);
    void realheight(node * p);
};

unsigned short tree::height(node * p) {
    return p ? p -> height : 0;
}

int8_t tree::bfactor(node * p) {
    return (int8_t)(height(p -> right) - height(p -> left));
}

void tree::realheight(node * p) {
    unsigned short hleft = height(p -> left);
    unsigned short hright = height(p -> right);
    p -> height = (hleft > hright ? hleft : hright) + 1;
}

node * tree::turnright(node * p) // правый поворот вокруг p
{
    node * q = p -> left;
    p -> left = q -> right;
    q -> right = p;
    realheight(p);
```

```
    realheight(q);
    return q;
}

node * tree::turnleft(node * q) // левый поворот вокруг q
{
    node * p = q -> right;
    q -> right = p -> left;
    p -> left = q;
    realheight(q);
    realheight(p);
    return p;
}

node * tree::balance(node * p) // балансировка узла p
{
    realheight(p);
    if (bfactor(p) == 2) {
        if (bfactor(p -> right) < 0)
            p -> right = turnright(p -> right);
        return turnleft(p);
    }
    if (bfactor(p) == -2) {
        if (bfactor(p -> left) > 0)
            p -> left = turnleft(p -> left);
        return turnright(p);
    }
    return p; // балансировка не нужна
}

node * tree::insert(node * p, int k) // вставка ключа k в дерево с корнем p
{
    if (!p) {
        node * A = new node;
        A -> height = 1;
        A -> key = k;
        A -> left = 0;
        A -> right = 0;
        return A;
    }
    if (k < p -> key)
        p -> left = insert(p -> left, k);
    else
        p -> right = insert(p -> right, k);
    return balance(p);
}
```