Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Институт машиностроения, материалов и транспорта

Курсовая работа

Дисциплина: Объектно-ориентированное программирование

Тема: Алгоритмы поиска в ширину (BFS) и в глубину (DFS)

Выполнил студент группы 3331506/90401: Ильясов А.Е.

Преподаватель: Ананьевский М.С.

«___»_____2022 г.

Санкт-Петербург

2022

1. Введение

Существует ряд задач, где нужно обойти некоторый граф в глубину или в ширину, так, чтобы посетить каждую вершину один раз. При этом посетить вершины дерева означает выполнить какую-то операцию. Обход графа — это поэтапное исследование всех вершин графа.

Для решения таких задач используются два основных алгоритма:

- Поиск в ширину (*breadth-first search* или *BFS*)
- Поиск в глубину (*depth-first search* или *DFS*)

2. Описание алгоритма поиска в ширину

Поиск в ширину подразумевает поуровневое исследование графа:

1. Вначале посещается корень – произвольно выбранный узел.
2. Затем – все потомки данного узла.
3. После этого посещаются потомки потомков и т.д. пока не будут исследованы все вершины.

Вершины просматриваются в порядке роста их расстояния от корня.

Алгоритм поиска в ширину работает как на ориентированных, так и на неориентированных графах.

Для реализации алгоритма удобно использовать очередь.

Рассмотрим работу алгоритма на примере графа на рисунке 1.

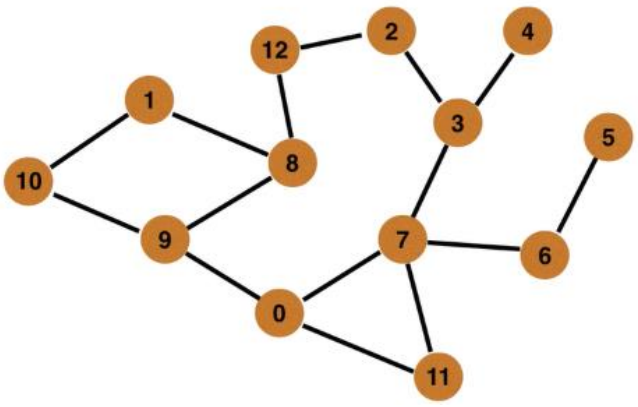


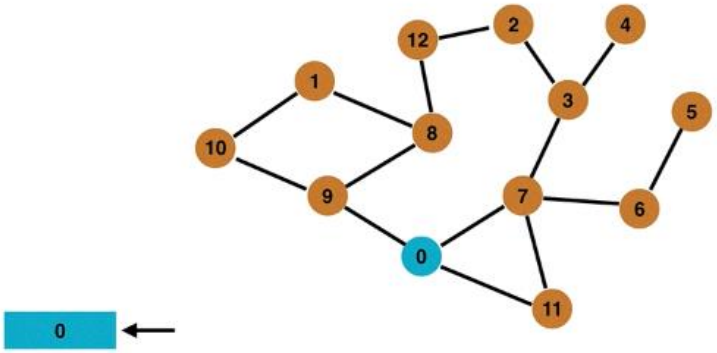
Рисунок 1. Граф для обхода

Каждая вершина может находиться в одном из 3 состояний:

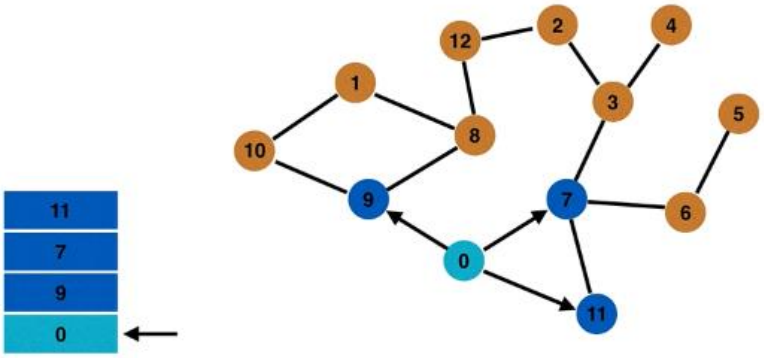
- 0 — коричневый – необнаруженная вершина;
- 1 — синий – обнаруженная, но не посещенная вершина;
- 2 — серый – обработанная вершина.

Голубой – рассматриваемая вершина.

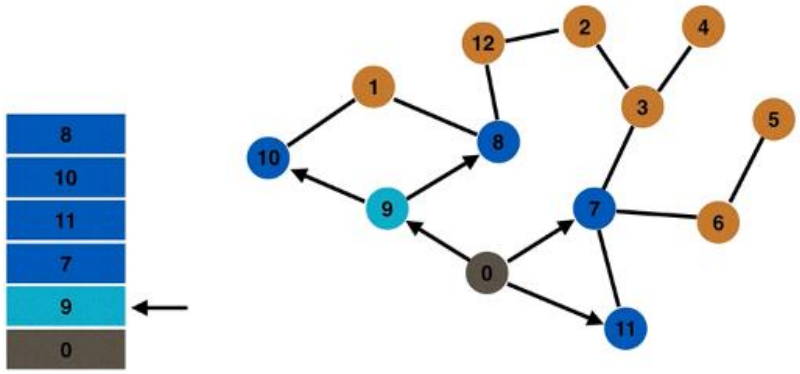
Шаг 1. Добавляем в очередь нулевую вершину.



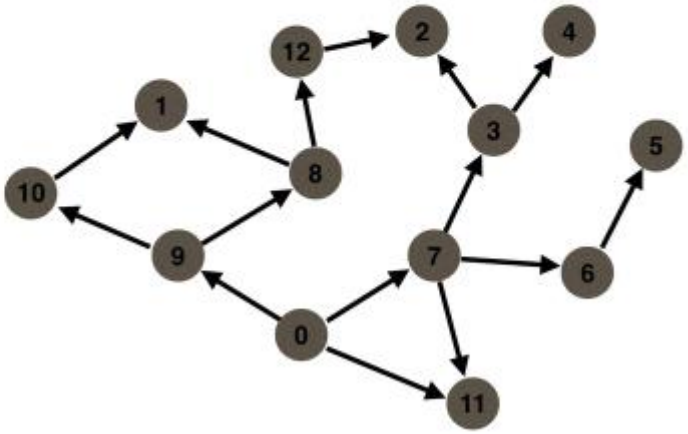
Шаг 2. Добавляем в очередь все вершины, смежные с нулевой вершиной.



Шаг 3. Добавляем в очередь все вершины, смежные с вершиной, находящейся следующей в очереди.



Шаг 4 и далее. Повторить шаг 3 до тех пор, пока в очереди есть непосещенные вершины.



В результате работы алгоритма получаем просмотр каждой вершины графа один раз.

Применения алгоритма поиска в ширину

- Поиск кратчайшего пути в невзвешенном графе (ориентированном или неориентированном).
- Поиск компонент связности.
- Нахождения решения какой-либо задачи (игры) с наименьшим числом ходов.
- Найти все рёбра, лежащие на каком-либо кратчайшем пути между заданной парой вершин.
- Найти все вершины, лежащие на каком-либо кратчайшем пути между заданной парой вершин.

Псевдокод алгоритма поиска в ширину:

```
BFS(start_node) {
 for(all nodes i) visited[i] = false; // изначально список посещённых узлов
                                         пуст
 queue.push(start_node);              // начиная с узла-источника
 visited[start_node] = true;
 while(! queue.empty() ) {            // пока очередь не пуста
  node = queue.pop();                 // извлечь первый элемент в очереди
  foreach(child in expand(node)) {    // все преемники текущего узла
   if(visited[child] == false) {      // ... которые ещё не были посещены
    queue.push(child);                // ... добавить в конец очереди...
    visited[child] = true;            // ... и пометить как посещённые
   }
  }
 }
}
```

3. Описание алгоритма поиска в глубину

Стратегия поиска в глубину, как и следует из названия, состоит в том, чтобы идти «вглубь» графа, насколько это возможно.

1. Двигаемся из начальной вершины.
2. Движемся в произвольную смежную вершину.
3. Из этой вершины обходим все возможные пути до смежных вершин.
4. Если таких путей нет или мы не достигли конечной вершины, то возвращаемся назад к вершине с несколькими исходящими ребрами и идем по другому пути.
5. Алгоритм повторяется пока есть, куда идти.

Алгоритм поиска в глубину работает как на ориентированных, так и на неориентированных графах.

Для реализации алгоритма удобно использовать стек или рекурсию.

Рассмотрим работу алгоритма на примере графа на рисунке 2.

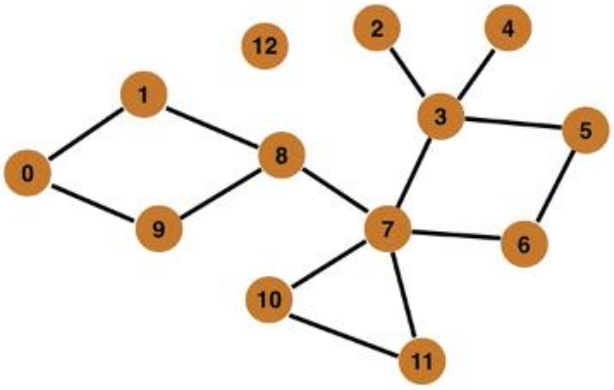


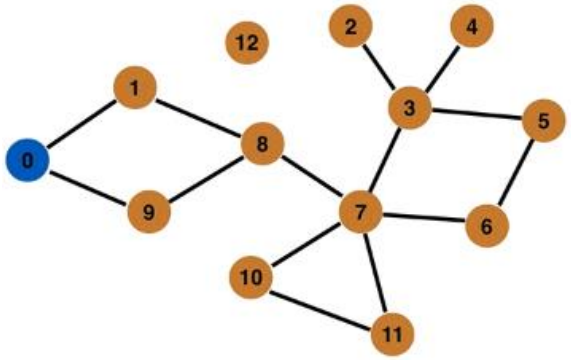
Рисунок 2. Граф для обхода

Каждая вершина может находиться в одном из 3 состояний:

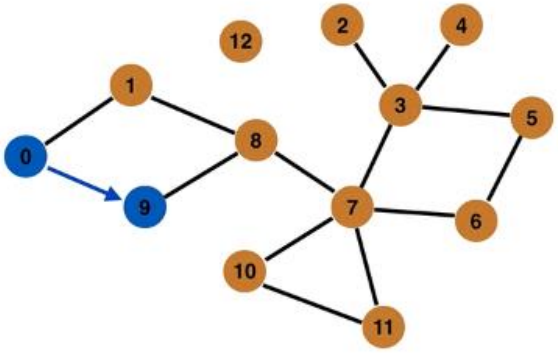
- 0 — коричневый – необнаруженная вершина;
- 1 — синий – обнаруженная, но не посещенная вершина;
- 2 — серый – обработанная вершина.

Голубой – рассматриваемая вершина.

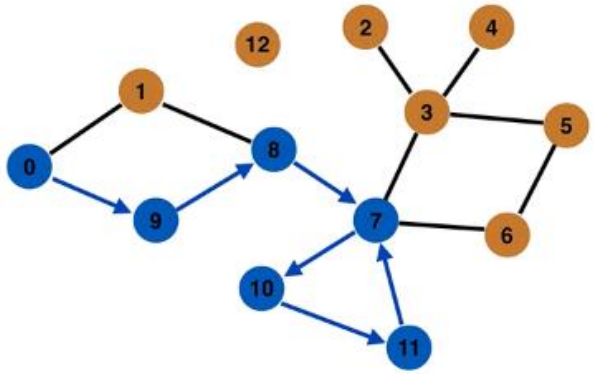
Шаг 1. Начинаем поиск с произвольной (нулевой) вершины.



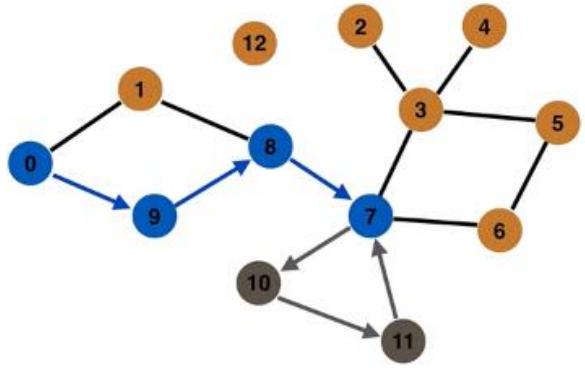
Шаг 2. Переходим к смежной ближайшей вершине.



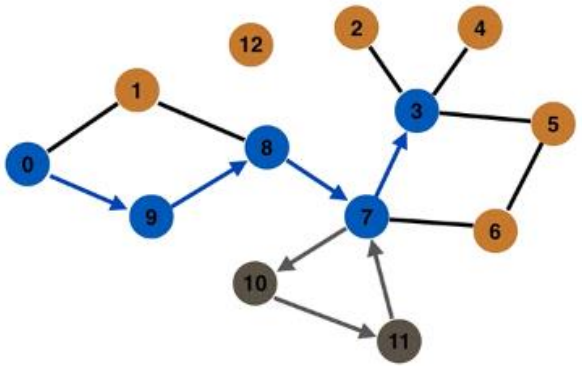
Шаг 3 – Шаг 6. Повторяем шаг 2 до тех пор, пока есть куда двигаться



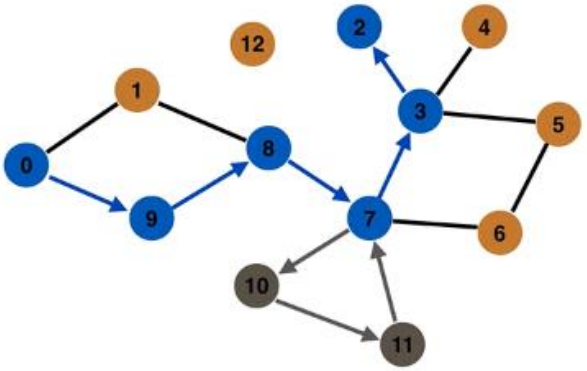
Шаг 7. Возвращаемся в ближайшую вершину с разветвлениями.



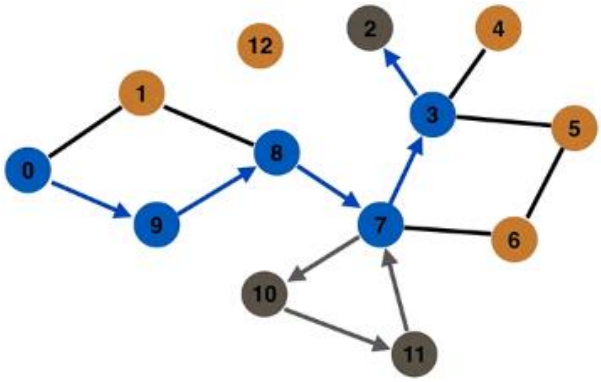
Шаг 8. Переходим к смежной ближайшей вершине (по другому пути).



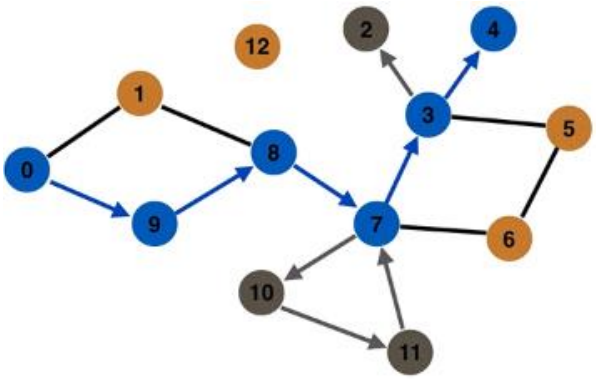
Шаг 9. Повторяем шаг 8 до тех пор, пока есть куда двигаться



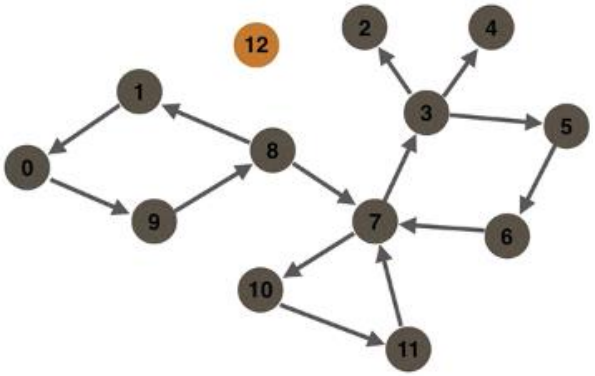
Шаг 10. Возвращаемся в ближайшую вершину с разветвлениями.



Шаг 11. Переходим к смежной ближайшей вершине (по другому пути).



Шаг 11. Повторяем алгоритм до тех пор, пока есть непосещенные вершины.



В результате работы алгоритма получаем просмотр каждой вершины графа один раз.

Применения алгоритма поиска в глубину:

- Поиск любого пути в графе.
- Поиск лексикографически первого пути в графе.
- Проверка, является ли одна вершина дерева предком другой.
- Поиск наименьшего общего предка.

- Топологическая сортировка.
- Поиск компонент связности.

Псевдокод алгоритма поиска в глубину:

```
function doDfs(G[n]: Graph): // функция принимает граф G с количеством вершин n и выполняет обход в глубину во всем графе
   visited = array[n, false]  // создаём массив посещённых вершины длины n, заполненный false изначально

   function dfs(u: int):
      visited[u] = true
      for v: (u, v) in G
         if not visited[v]
            dfs(v)

   for i = 1 to n
      if not visited[i]
         dfs(i)
```

4. Исследование алгоритмов поиска в ширину и в глубину

Выполним оценку производительности алгоритмов BFS и DFS в зависимости от структур хранения данных и подключения оптимизации /O2.

В качестве структур данных будем рассматривать

1. Непрерывный динамический массив
2. Разрывный динамический массив
3. Вектор векторов

Оценим время работы обхода в ширину (BFS).

Теоретическое время выполнения алгоритма: O(V+E), пространственная сложность: O(V), где V — общее количество вершин. E — общее количество граней (ребер).

Оценим время работы обхода в глубину (DFS).

Процедура dfs вызывается от каждой вершины не более одного раза, а внутри процедуры рассматриваются все ребра. Всего таких ребер для всех вершин в графе O(E), следовательно, время работы алгоритма оценивается как O(V+E).

На рисунке 3 представлена зависимость алгоритмов BFS и DFS для упорядоченного динамического массива при отключенной оптимизации O2.

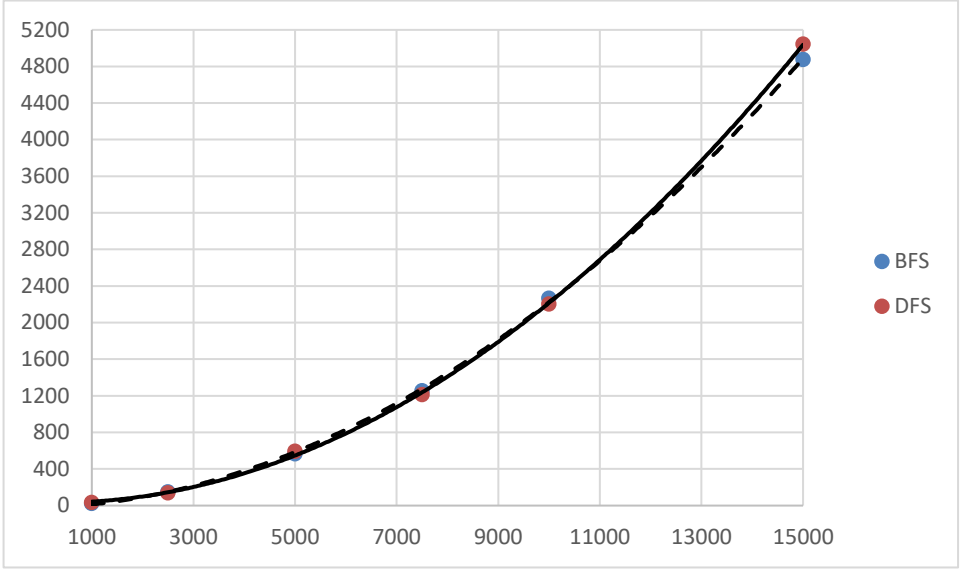


Рисунок 3. Непрерывный динамический массив без оптимизации

Как видно, алгоритмы BFS и DFS имеют приблизительно схожую производительность.

На рисунке 4 представлена зависимость алгоритмов BFS и DFS для разрывного динамического массива при отключенной оптимизации O2.

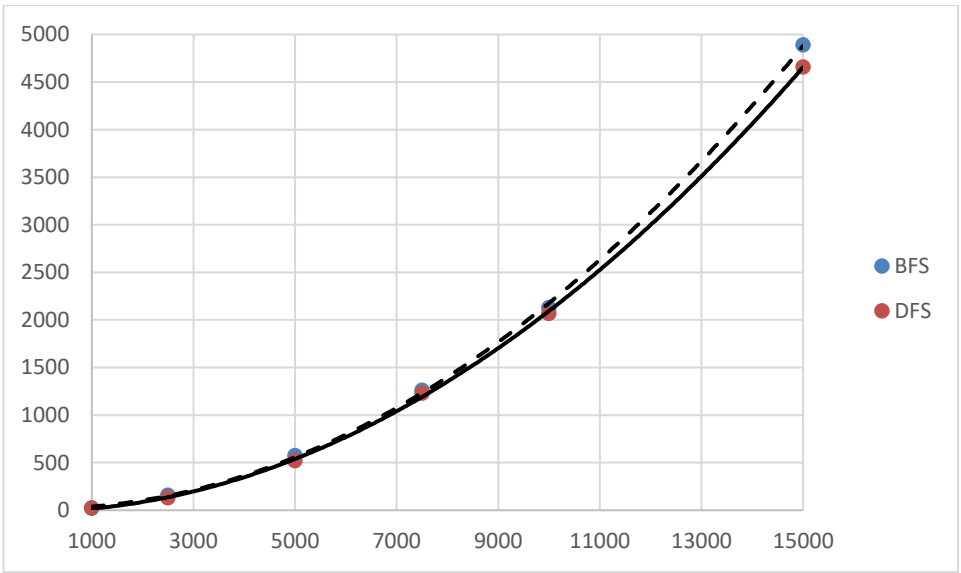


Рисунок 4. Разрывный динамический массив без оптимизации

В теории обработка разрывного динамического массива должно быть менее производительно, однако как видно из графика, мы имеем примерно ту же производительность.

Наконец, на рисунке 5 представлена зависимость алгоритмов BFS и DFS для вектора векторов при отключенной оптимизации O2.

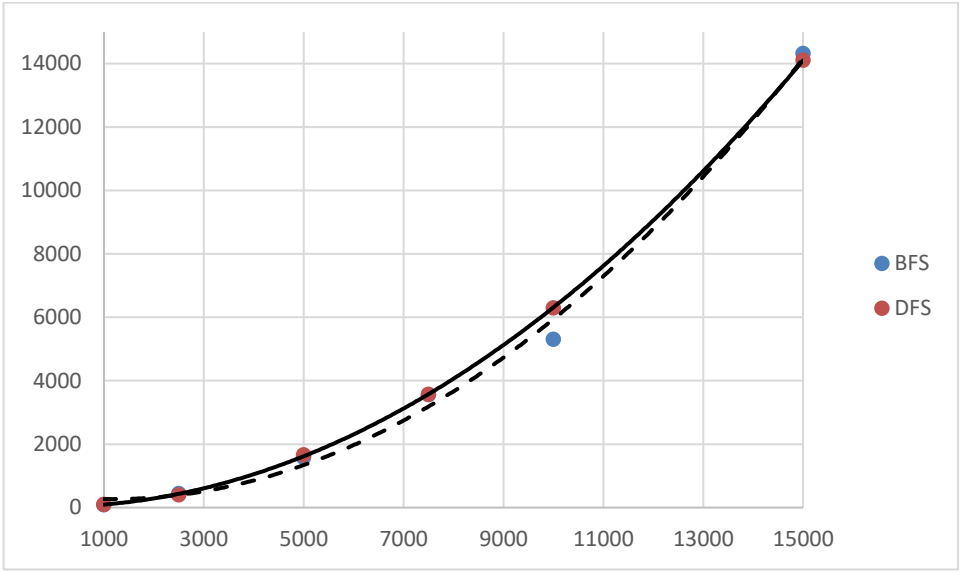
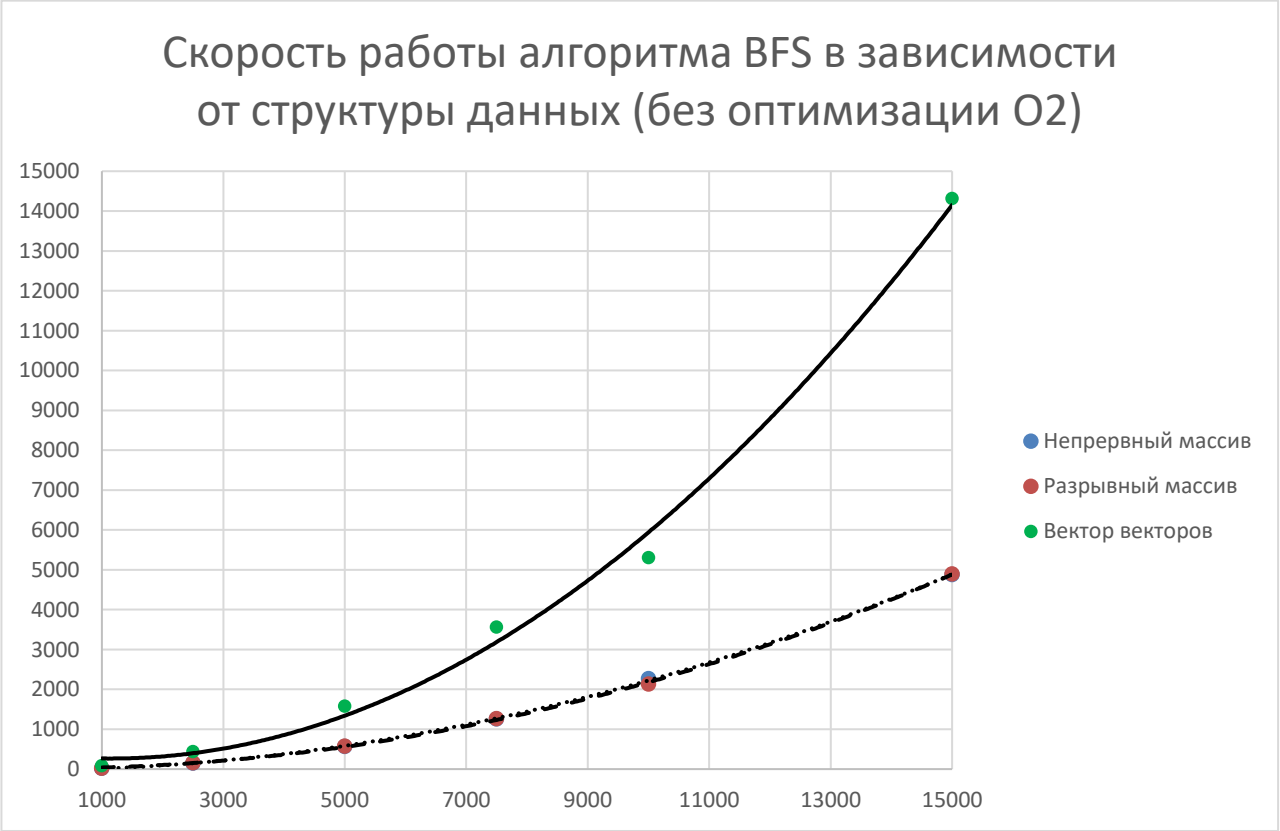


Рисунок 5. Вектор векторов без оптимизации

Как видно, алгоритмы BFS и DFS наименее производительны для вектора векторов.

Поскольку алгоритмы BFS и DFS имеют схожую производительность, наложим графики и исследуем производительность алгоритмов в зависимости от структуры данных при выключенной оптимизации.



Рассмотрим работу алгоритмов при включенной оптимизации O2.

На рисунке 6 представлена зависимость алгоритмов BFS и DFS для разрывного динамического массива при включенной оптимизации O2.

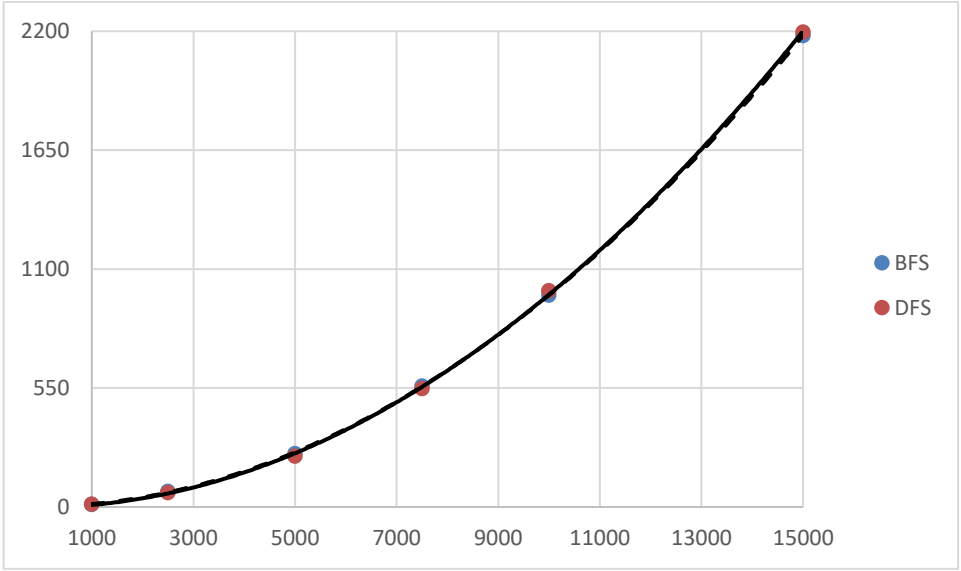


Рисунок 6. Непрерывный динамический массив с оптимизацией

На рисунке 7 представлена зависимость алгоритмов BFS и DFS для разрывного динамического массива при включенной оптимизации O2.

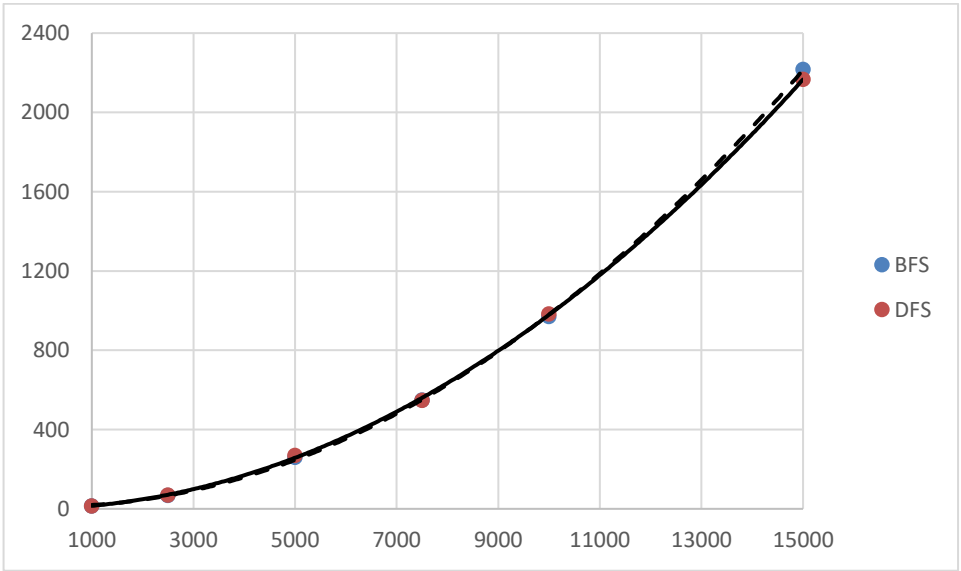


Рисунок 7. Разрывный динамический массив с оптимизацией

На рисунке 5 представлена зависимость алгоритмов BFS и DFS для вектора векторов при включенной оптимизации O2.

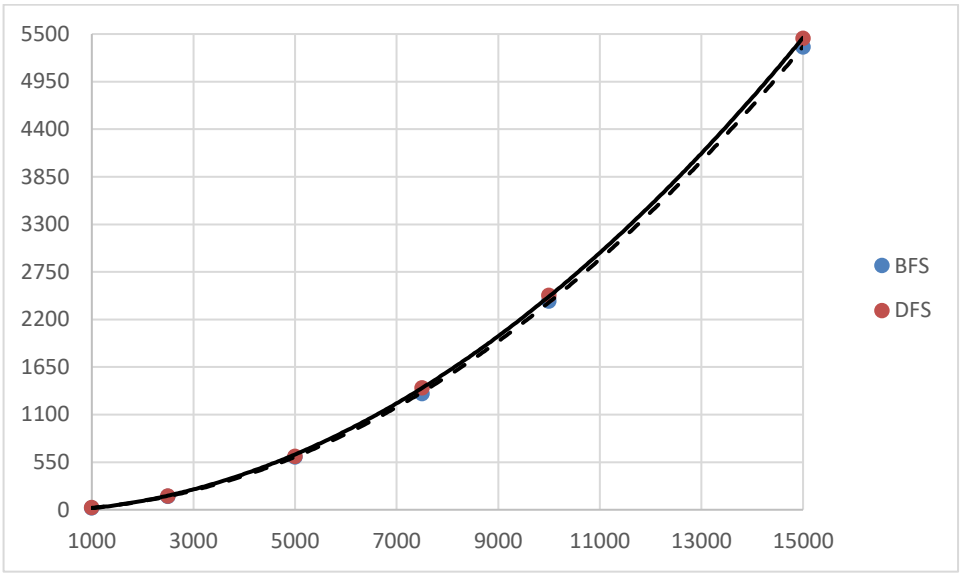
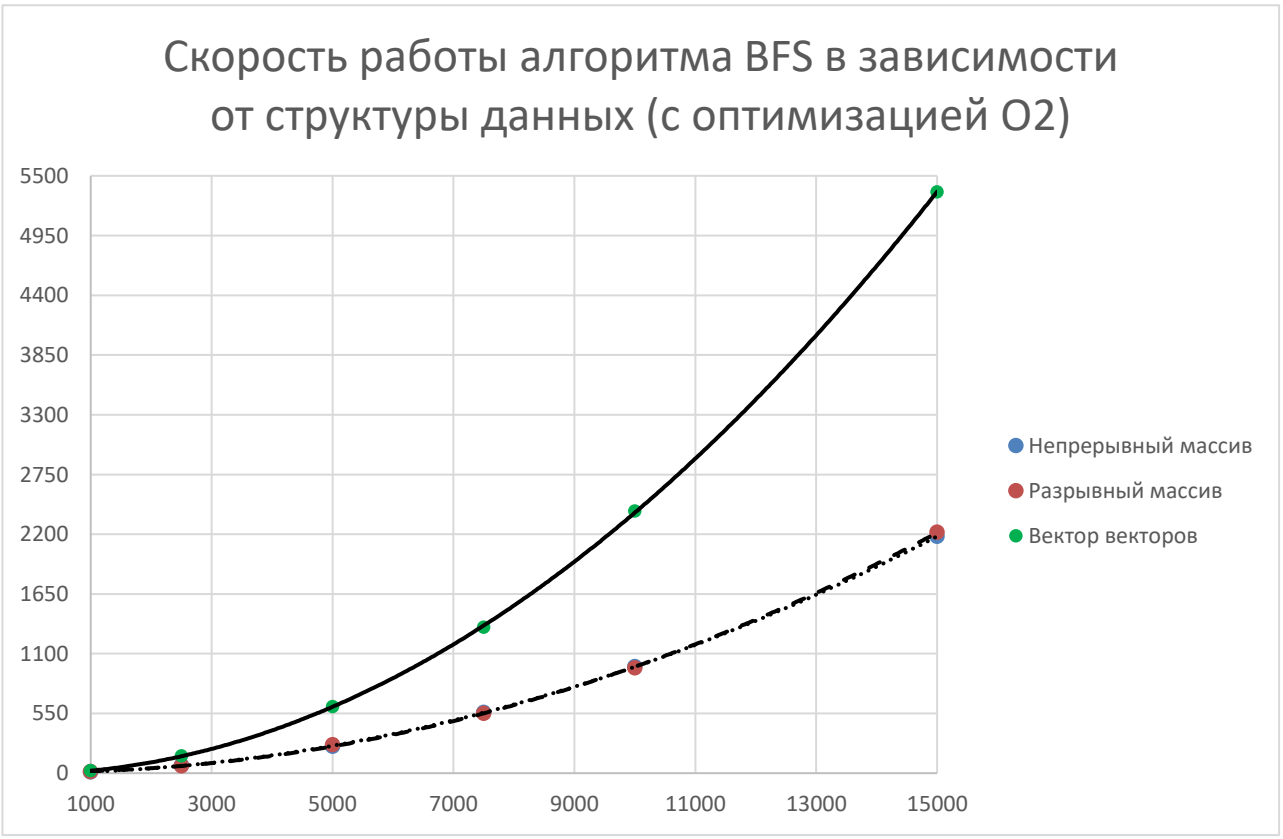


Рисунок 5. Вектор векторов с оптимизацией

Как видно из графиков, оптимизация O2 дает средний прирост производительности примерно в 2,5 раза.

Наложим графики и исследуем производительность алгоритмов в зависимости от структуры данных при включенной оптимизации.



Как видно из графиков, выполняются те же соотношения производительности, как и в случае с выключенной оптимизацией.

5. Заключение

В ходе выполнения работы были разобраны 2 алгоритма обхода графа: поиск в ширину (BFS) и поиск в глубину (DFS). Для обоих алгоритмов был написан код реализации. Также было произведено сравнение скорости выполнения этих алгоритмов (реализованных в данной работе) для графов различных размеров и разных структур данных.

Список литературы

1. Хайнеман, Д. Алгоритмы. Справочник. С примерами на C, C++, Java иPython /Д. Хайнеман, Г. Поллис, С. Селков. – Вильямс, 2017.
2. Седжвик Роберт. Фундаментальные алгоритмы на C++. Анализ/Структуры данных/Сортировка/Поиск: Пер. с англ./Роберт Седжвик.- Издательство «ДиаСофт», 2001.
3. https://prog-cpp.ru/data-graph/