ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА ВЕЛИКОГО»
Институт машиностроения, материалов и транспорта
Высшая школа автоматизации и робототехники

КУРСОВАЯ РАБОТА

Алгоритм «B – Дерево»
по дисциплине «Объектно-ориентированное программирование»

Выполнил
Студент
гр. 3331506/90401 _____ Копейко И.В.
(подпись)

Работу принял _____ Ананьевский М.С.
(подпись)

Санкт-Петербург
2022 г.

Введение

B-дерево (читается как Би-дерево) — это особый тип сбалансированного дерева поиска, в котором каждый узел может содержать более одного ключа и иметь более двух дочерних элементов. Из-за этого свойства B-дерево называют сильноветвящимся.

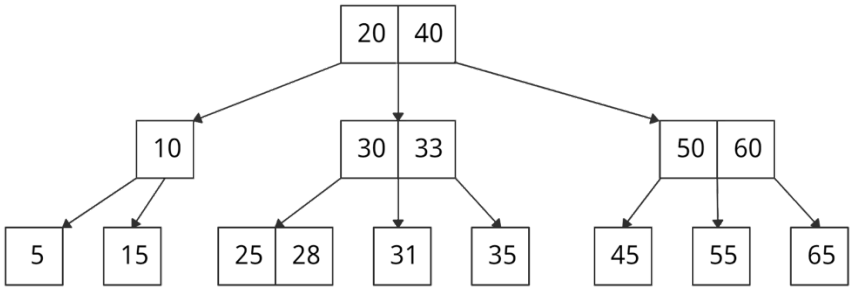


Рисунок 1 – Пример структуры B-дерева

Вторичные запоминающие устройства (жесткие диски, SSD) медленно работают с большим объемом данных. Людям захотелось сократить время доступа к физическим носителям информации, поэтому возникла потребность в таких структурах данных, которые способны это сделать. Помимо этого B-деревья используют:

- В базах данных и файловых системах.
- Для хранения блоков данных (вторичные носители).
- Для многоуровневой индексации.

Двоичное дерево поиска, АВЛ-дерево, красно-черное дерево и т. д. могут хранить только один ключ в одном узле. Если нужно хранить больше, высота деревьев резко начинает расти, из-за этого время доступа сильно увеличивается.

С B-деревом все не так. Оно позволяет хранить много ключей в одном узле и при этом может ссылаться на несколько дочерних узлов. Это значительно уменьшает высоту дерева и, соответственно, обеспечивает более быстрый доступ к диску.

Описание алгоритма

Дерево принимает только единственный параметр «t» или «T», который будет определять количество ключей и указателей в каждом узле. «t» определяет минимальное число указателей в узле. «T» является альтернативой, определяет максимальное число указателей. Иногда эти величины именуют «Б-фактор».

Имеются следующие правила:

1. В каждом узле содержатся минимум (t – 1) ключей и минимум (t) указателей. Все ключи и указатели расположен по возрастанию и чередуются между собой. Максимум ключей (2t – 1), а указателей (2t). Указателей всегда на 1 больше чем ключей.
2. Корень может иметь как минимум один ключ и два указателя, предел такой же как и у других узлов.
3. Потомок, на которого имеется указатель содержит ключи больше чем ключ слева от указателя и меньше чем ключ справа от указателя.
4. Листья потомков (указателей) не имеют.
5. Глубина (число уровней) всех ветвей всегда одинакова.
6. Новый ключ добавляется в самый нижний узел

Основные операция производимые с B-Деревом:

- Добавление ключа
- Поиск ключа
- Удаление ключа

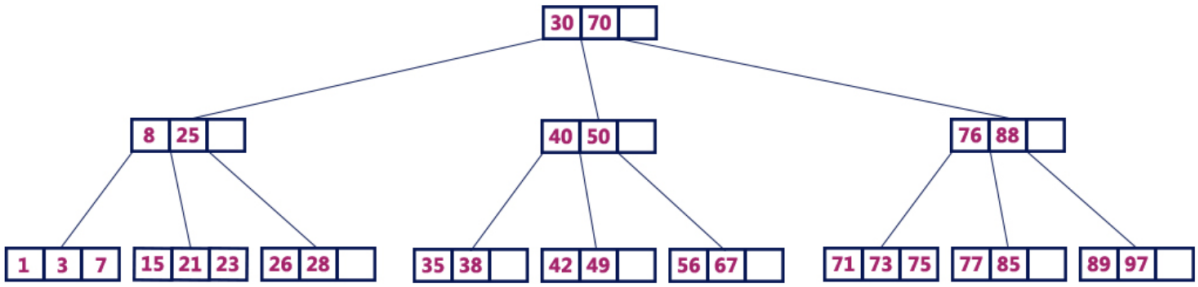
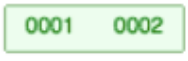


Рисунок 2 – B-Дерево с T = 4

Визуальная демонстрация алгоритма добавления

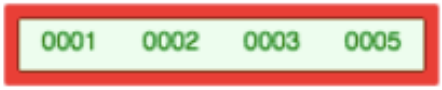
Пример сценария 1(обычное добавление):



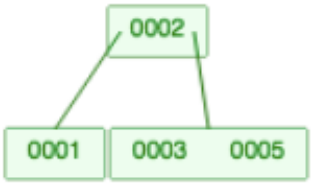
Добавляем 3

Пример сценария 2 (деление коренного узла):

Добавляем 5



Узел переполнен, он делится



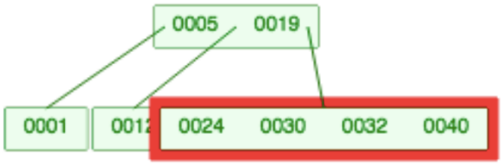
Пример сценария 3 (деление узла):

Имеется другое B-дерево с T = 4, решаем добавить ключ 25.

Мы переходим в правый узел

Добрались до нужного узла

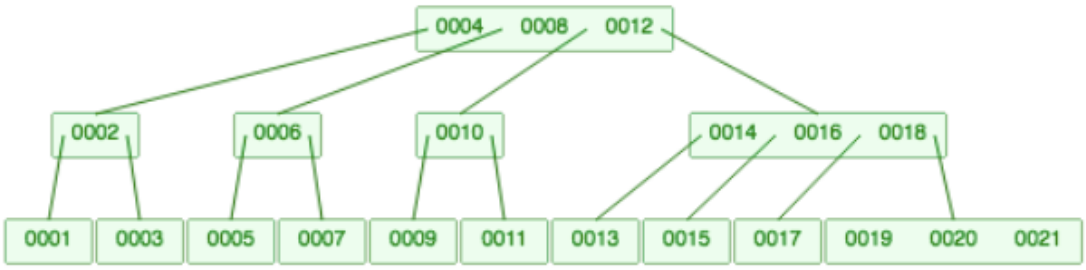
Узел переполнен, его разбивают



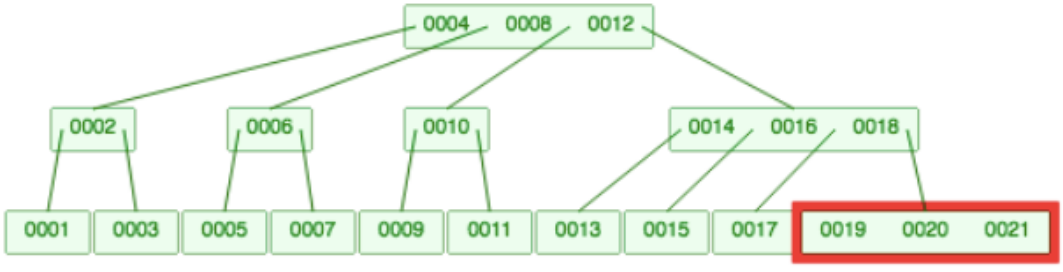
Итог операции добавления

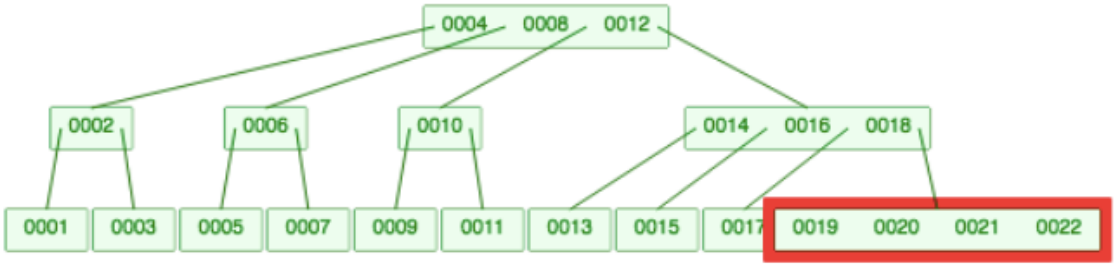
Пример сценария 4 (деление узла рекурсивно):

Имеется другое B-дерево с T = 4, решаем добавить ключ 22:

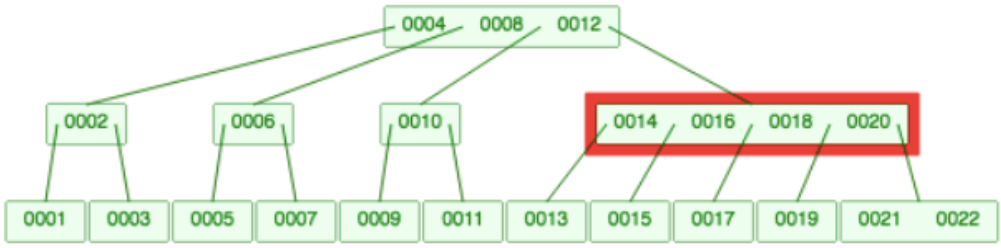


Добавляем 22 в нижний узел

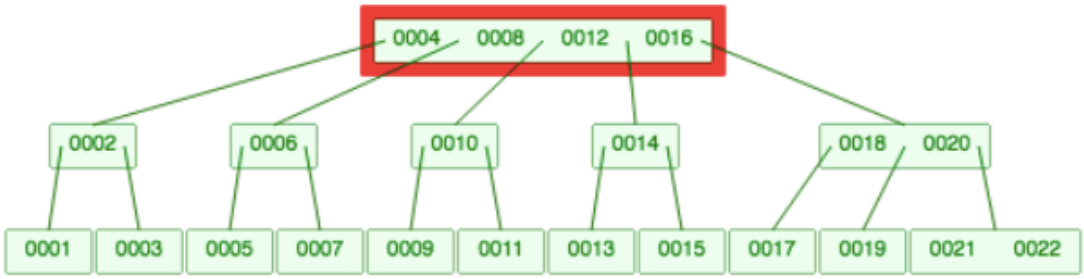




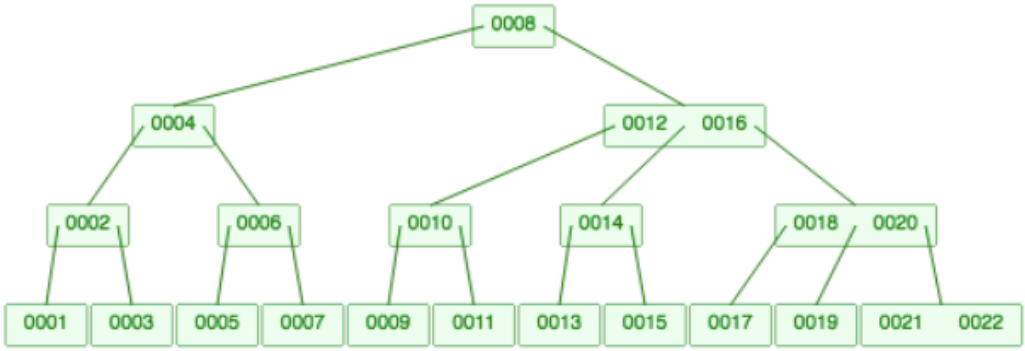
Узел переполнен, он делится



Один ключ отдали в узел уровнем выше, теперь он тоже переполнен и делится



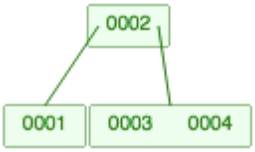
То же самое, делится коренной узел



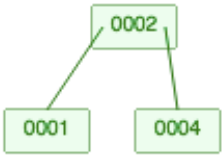
Дерево всегда растет вверх!

Визуальная демонстрация алгоритма удаления

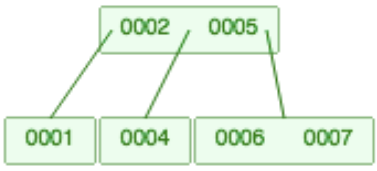
Пример сценария 1 (простое удаление):



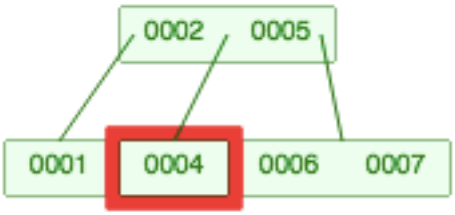
Удалим ключ 3



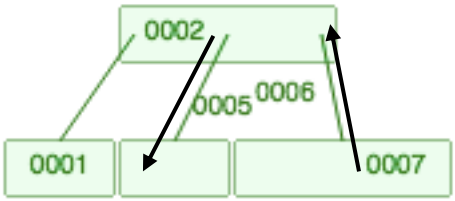
Пример сценария 2 (взятие ключа у брата):



Удаляем ключ 4

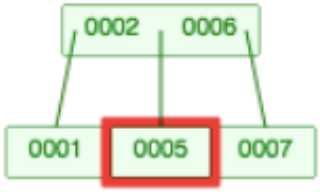


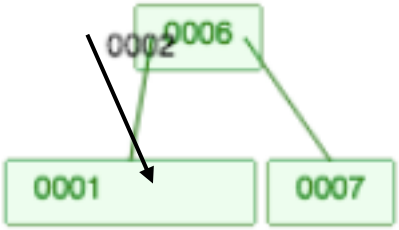
Он единственный в своем узле

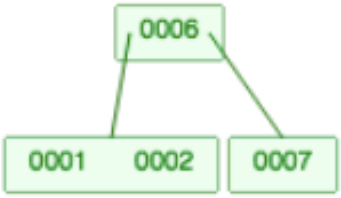


Пример сценария 3 (объединяем узлы):

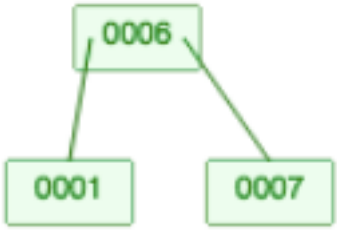
Удаляем ключ 5



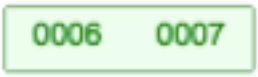




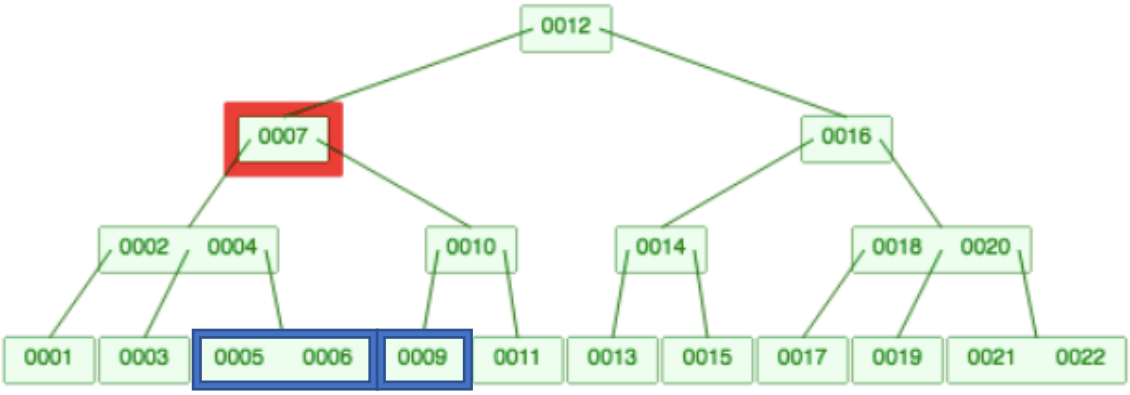
Пример сценария 4 (объединяем коренной узел):



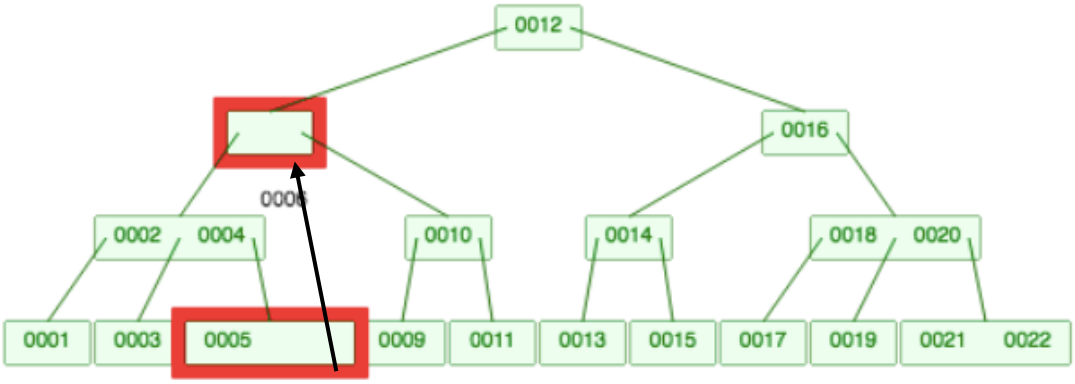
Удаляем ключ 1



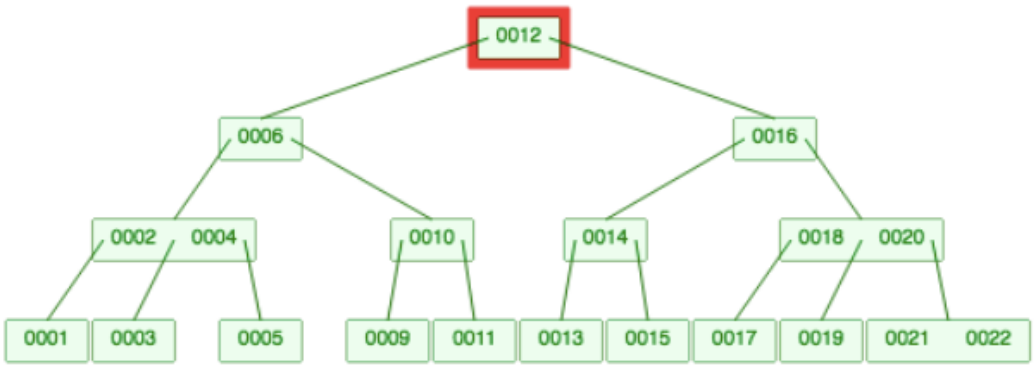
Пример сценария 5 (берем ключ из нижнего узла):



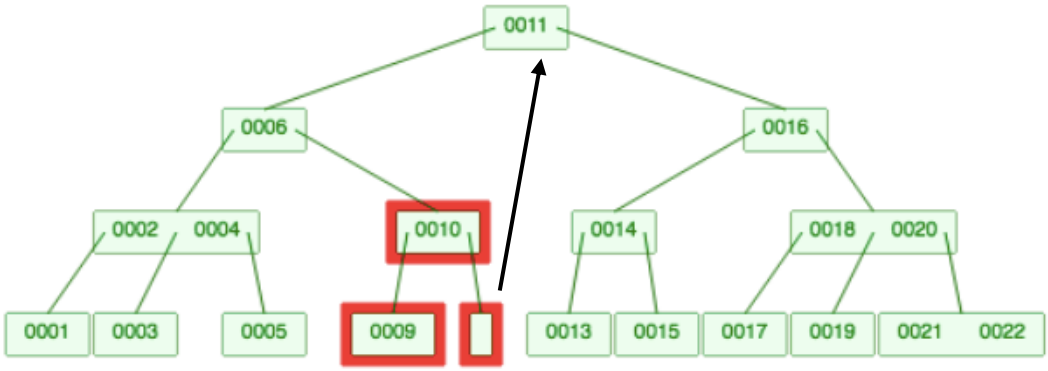
Удаляем ключ 7



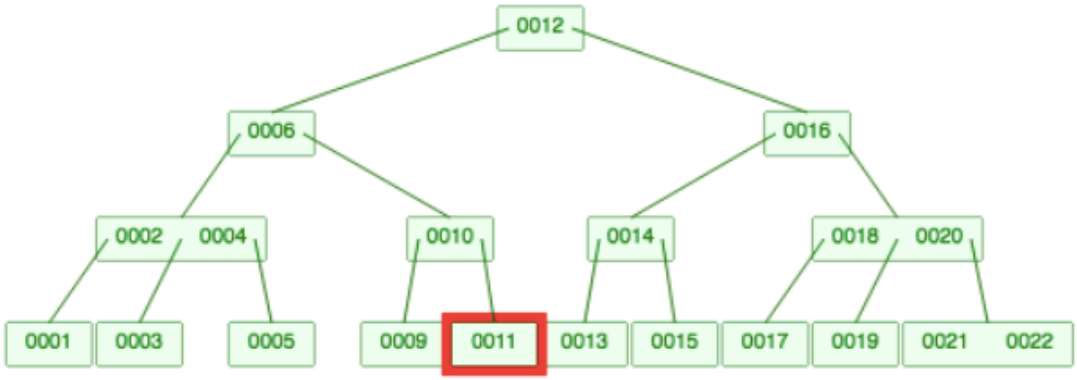
Пример сценария 6 (забираем ключи из нижнего узла):



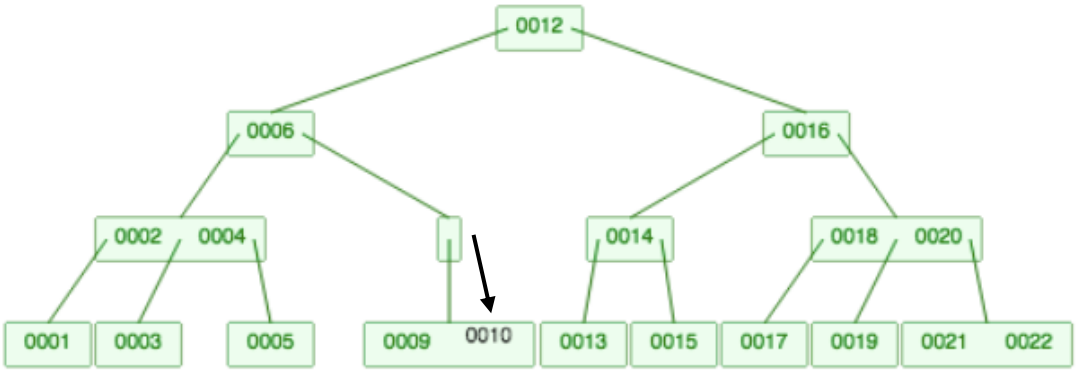
Удаляем ключ 12

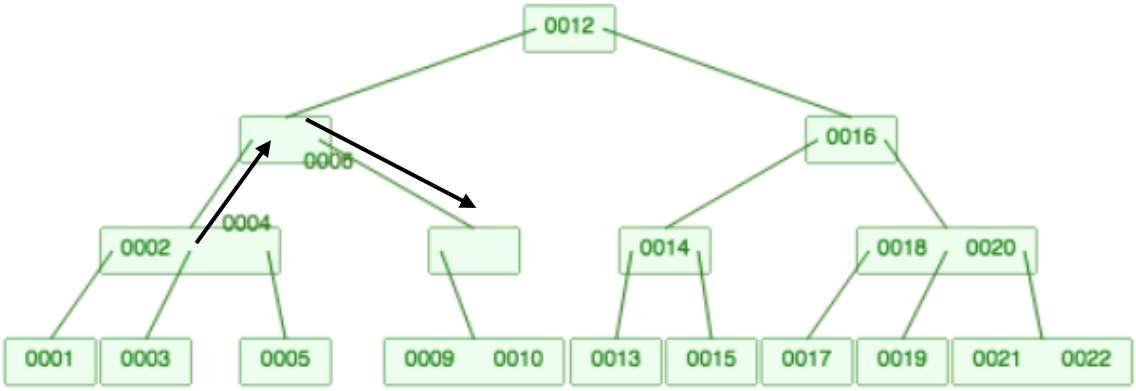


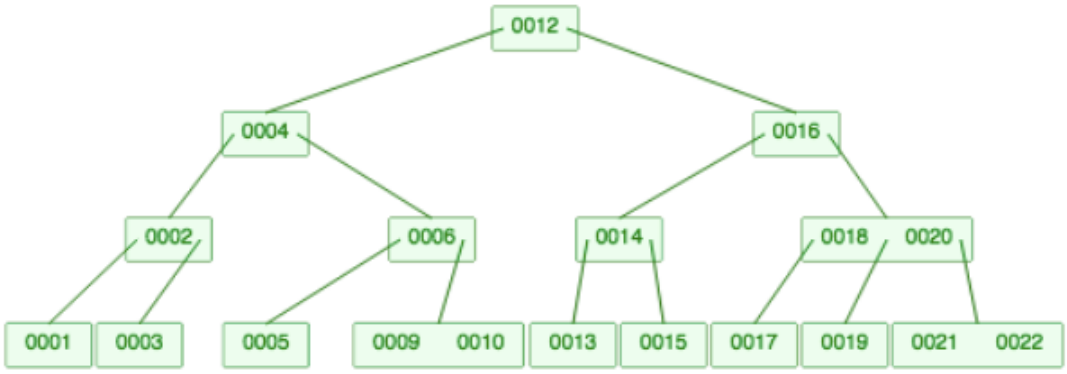
Пример сценария 7 (рекурсивно забираем ключи):



Удаляем ключ 11

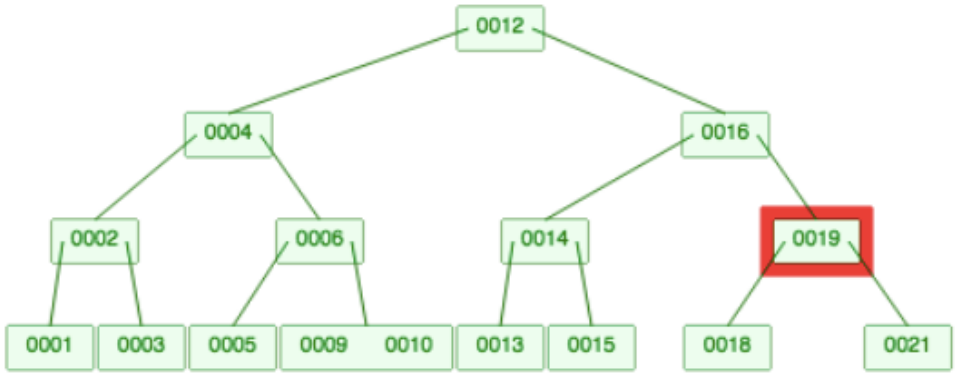




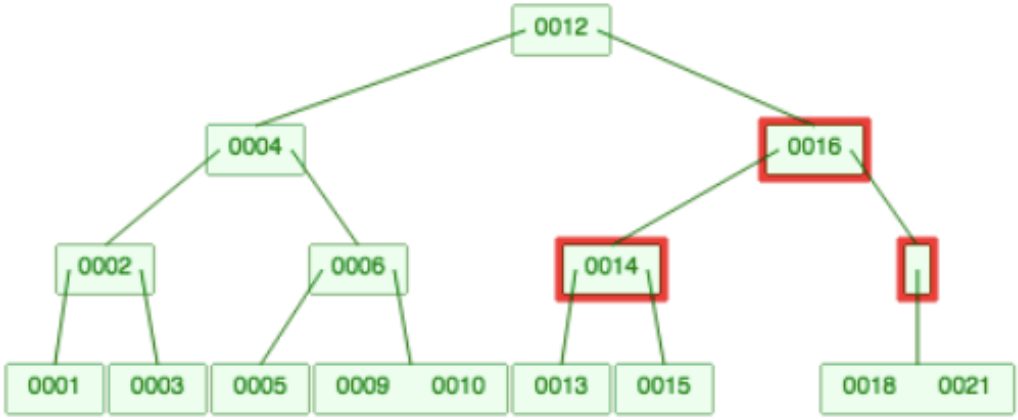


Вместе с ключом был передан еще и указатель

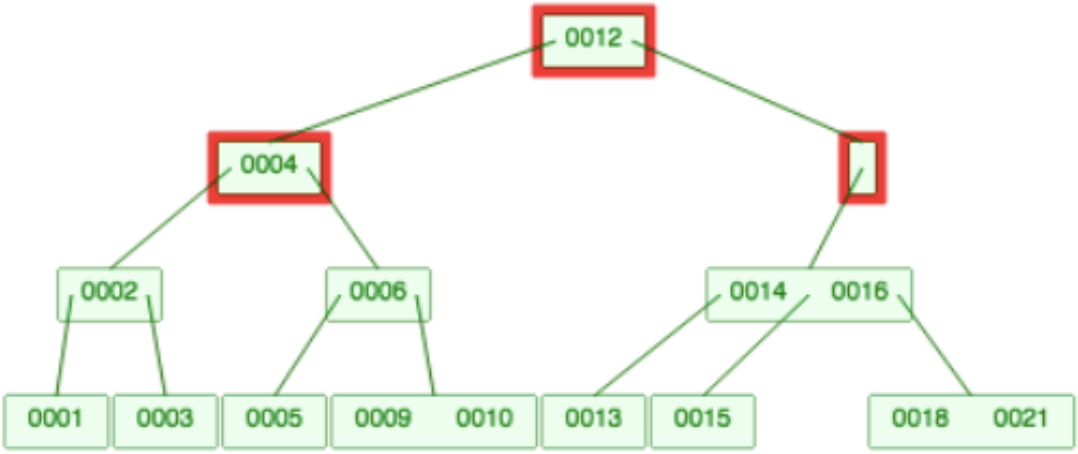
Пример сценария 8 (рекурсивно забираем ключи):



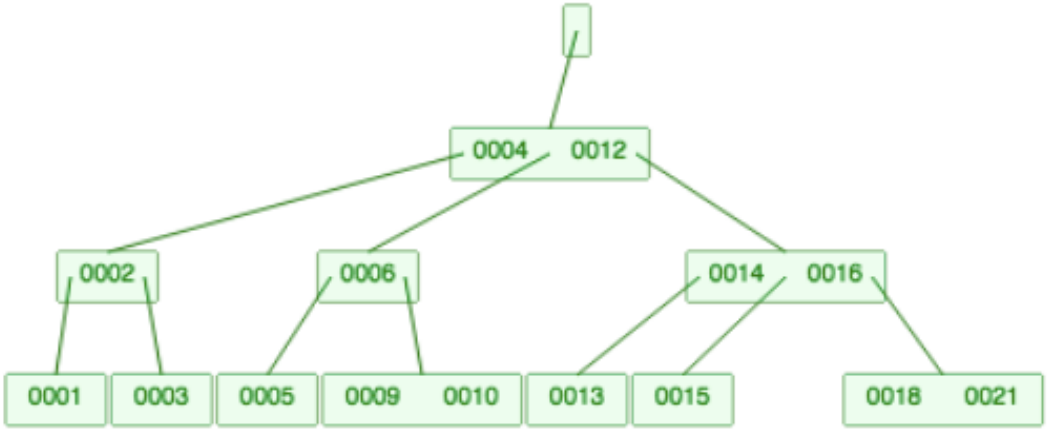
Удаляем ключ 19



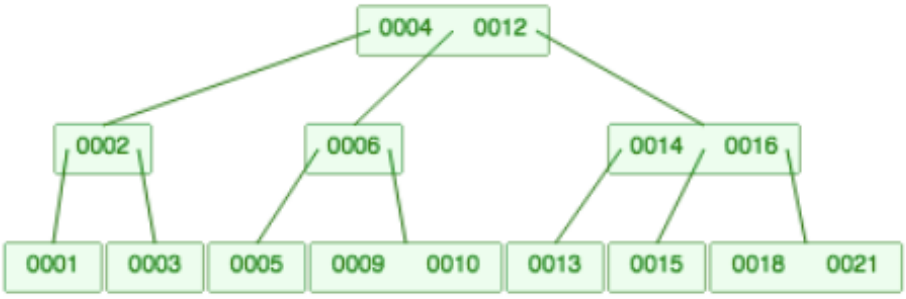
Нижние узлы под ключом 19 объединились, теперь будет происходить объединение с братом



Родителя больше не ключей, он тоже будет объединяться с братом



Так уменьшилась высота всего дерева



Исследование алгоритма

Исходя из интернет-источников временная сложность алгоритма для каждой из операций (вставка, поиск, удаление) равно O(log(n))

Временная сложность в O-символике		
	В среднем	В худшем случае
Расход памяти	O(n)	O(n)
Поиск	O(log n)	O(log n)
Вставка	O(log n)	O(log n)
Удаление	O(log n)	O(log n)

Рисунок 3 – Временная сложность алгоритма

Итак, исследуем временную сложность *алгоритма при добавлении*:

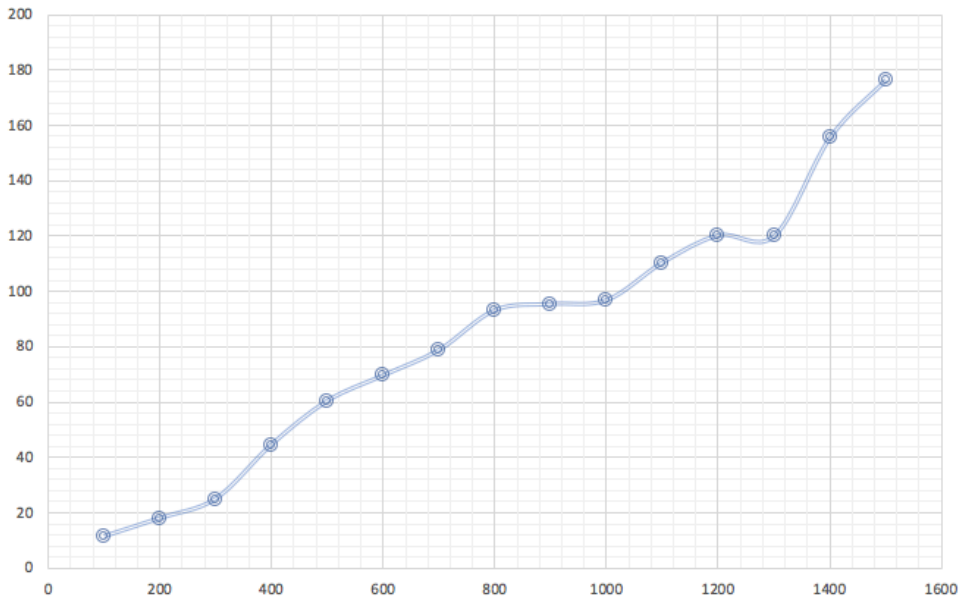


Рисунок 4 – Временная сложность алгоритма при добавлении на малом промежутке

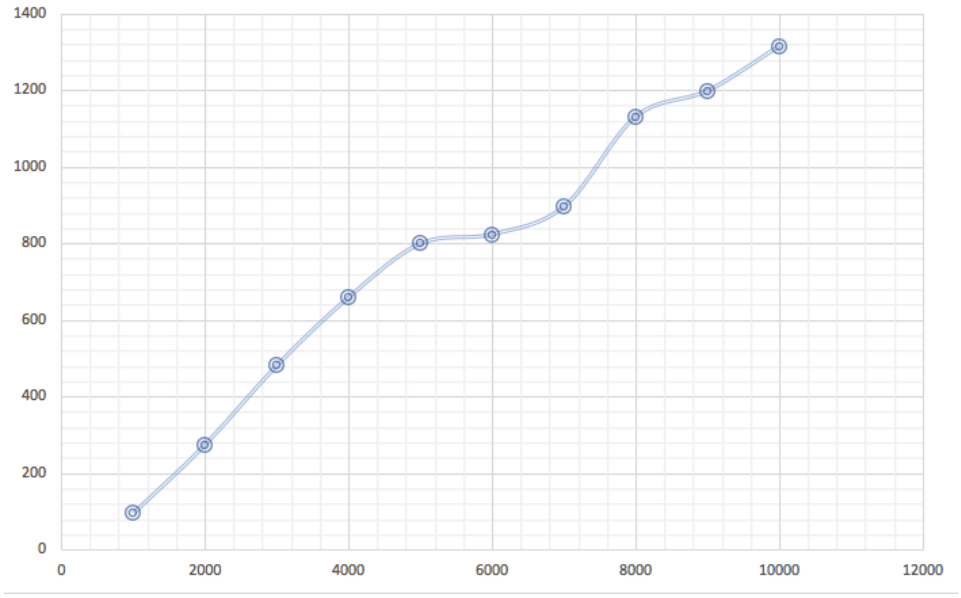


Рисунок 5 – Временная сложность алгоритма при добавлении на большом промежутке

На заявленный изначально график полученные результаты не похожи, скорее изменение происходит по линейному закону.

Исследуем временную сложность *алгоритма при удалении:*

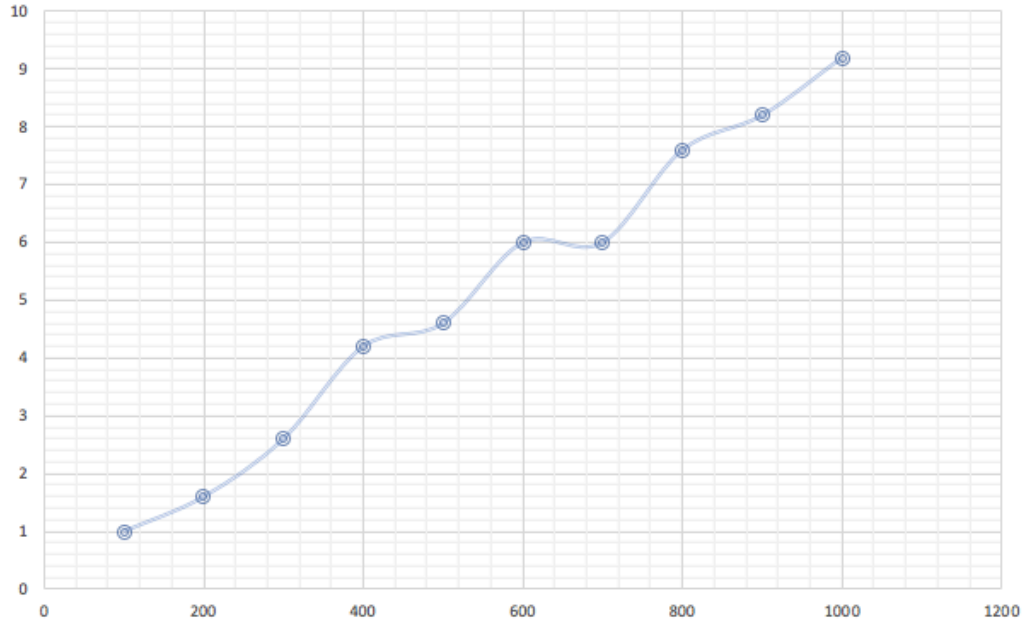


Рисунок 6 – Временная сложность алгоритма при удалении

Исследуем временную сложность *алгоритма при поиске:*

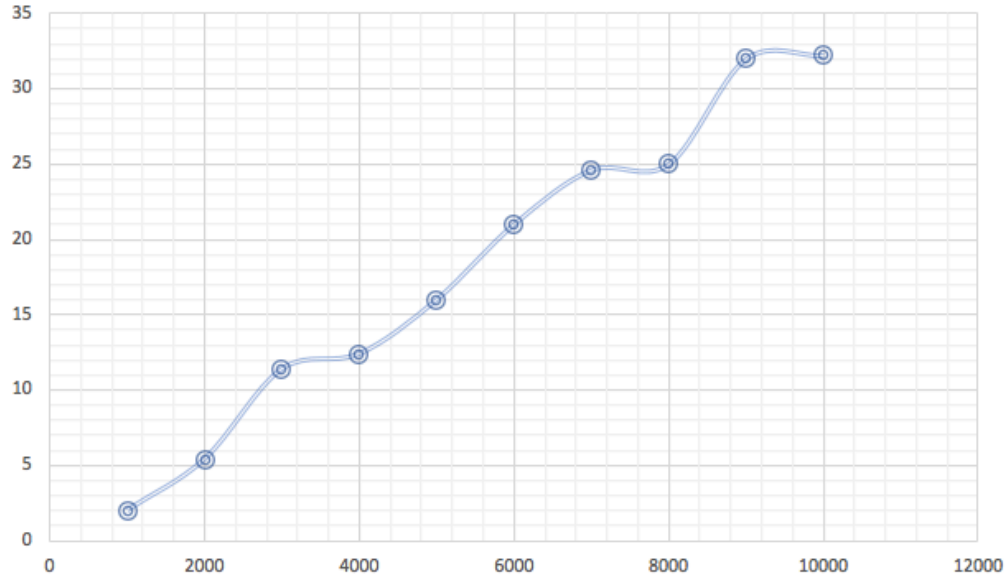


Рисунок 7 – Временная сложность алгоритма при поиске

Как видим все алгоритмы имеют линейную скачкообразную вертикальную функцию. Вероятно, идеальный график достигается на каком-то конкретном промежутке, или же алгоритм построения B-дерева в данной работе несколько отличается от эталона. Тем не менее, алгоритм поиска достаточно простой и должен быть схож с эталоном.

Все выполненные измерения проводились путем использования функции clock() из <ctime>.

Заключение

Алгоритм B – Дерево является довольно простым по своей сути, но имеет трудности на пути его реализации. Это касается того факта, что существуют разные сценарии поведения дерева при добавлении и удалении узла, которые необходимо прописать в коде, по этим причинам код становится довольно большим. На мой взгляд, должны существовать более простые алгоритмы для хранения данных.

Список источников

1. https://youtu.be/WXXetwePSRk
2. https://youtu.be/GKa_t7fF8o0
3. https://www.cs.usfca.edu/~galles/visualization/BTree.html
4. https://codechick.io/tutorials/dsa/dsa-b-tree
5. https://habr.com/ru/post/114154/
6. http://cppstudio.com/post/468/