

자료구조 hw1

하노이 타워 만들기

20231604 정유연

1. Write a recursive function in C.

1) c code

```
void hanoi(int n, char first, char second, char third, int* cnt) {
    if (n == 1) {
        printf("no.1 disk moves from %c to %c.\n", first, third);
        (*cnt)++;
    }
    else {
        hanoi(n - 1, first, third, second, cnt);
        printf("no.%d disk moves from %c to %c.\n", n, first, third);
        (*cnt)++;
        hanoi(n - 1, second, first, third, cnt);
    }
}

int main() {
    int n, cnt = 0;
    clock_t start, end;
    double cpu_time;

    printf("Put the number of disks:");
    scanf("%d", &n);
    hanoi(n, 'A', 'B', 'C', &cnt);

    printf("The number of moves needed is %d\n", cnt);

    return 0;
}
```

2) prompt

```
Put the number of disks:3
no.1 disk moves from A to C.
no.2 disk moves from A to B.
no.1 disk moves from C to B.
no.3 disk moves from A to C.
no.1 disk moves from B to A.
no.2 disk moves from B to C.
no.1 disk moves from A to C.
The number of moves needed is 7
```

2. Determine the space complexity.

공간 복잡도는 프로그램을 실행시키는데 필요한 메모리의 양이므로 재귀함수를 몇 번이나 호출하는지가 공간 복잡도에 영향을 미친다. 위 코드에서 우리는 입력 받은 n 만큼 재귀함수를 호출하므로 스택에는 hanoi 함수가 n 부터 1까지 n 개가 쌓인다. 이때 하노이 함수의 매개변수는 총 5개 (constant)이고 동적할당을 하지 않으므로 function call만 공간 복잡도에 영향을 준다.

따라서 하노이타워의 공간 복잡도는 $S(n)$ 이다.

3. Determine the value of count when the function ends, and show the time complexity using O .

1의 코드에서 봤듯이 the number of execution을 세기 위해 disk를 옮길 때마다 cnt를 1씩 추가했다. 예를 들어 n 이 4일 때 function은 3,1,3를 호출하고 3에서 2,1,2를, 2에서 1,1,1을 호출한다. 따라서 hanoi(n)는 $2 \cdot \text{hanoi}(n-1) + 1$ 를 재귀적으로 호출하므로 hanoi(n)의 number of execution은 $2^n - 1$ 이다.

즉 하노이타워의 시간 복잡도는 $O(2^n)$ 이다.

4. Measure the performance with $n=3, 10, 15, 20$, and summarize your findings.

1) c code

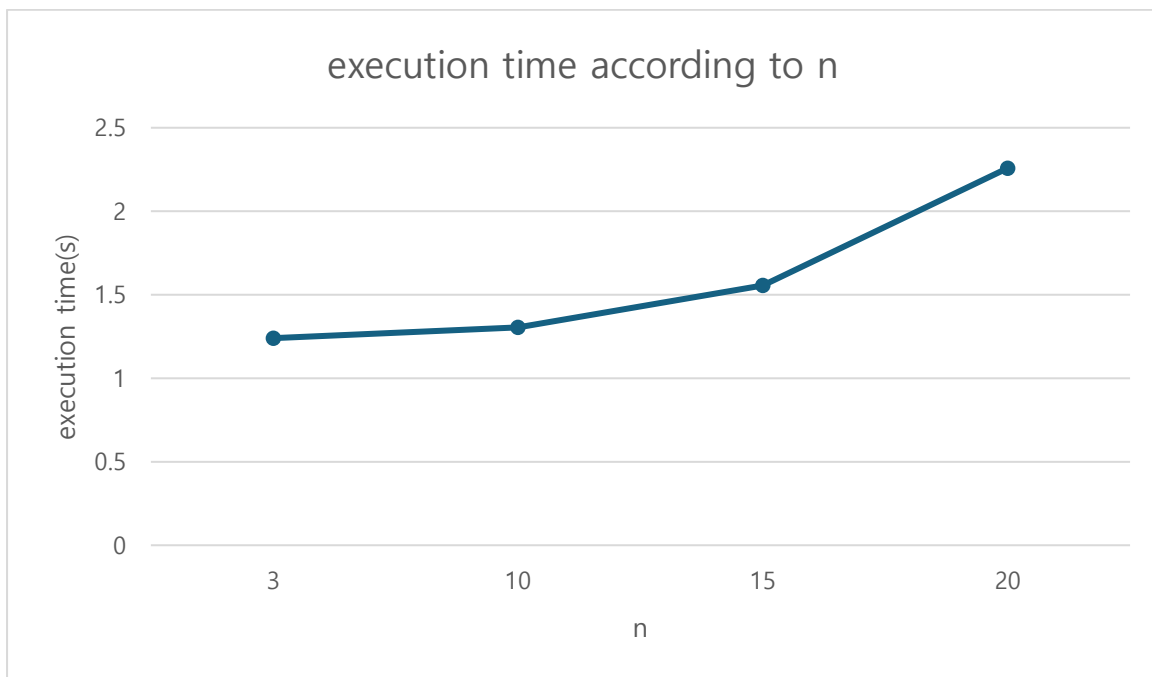
```
int main() {
    clock_t start=clock(), end;
    int n, cnt = 0;
    double cpu_time;
    cnt = 0;
    printf("Put the number of disks:");
    scanf("%d", &n);

    hanoi(n, 'A', 'B', 'C', &cnt);
    end = clock();
    //printf("The number of moves needed is %d\n", cnt);
    cpu_time = ((double)(end - start)) / CLOCKS_PER_SEC;

    printf("For n = %d, Execution time: %.10f seconds, Number of executions: %d\n", n, cpu_time, cnt);
    return 0;
}
```

2) result

n	execution time
3	1.240000
10	1.305000
15	1.556000
20	2.258000



n이 커질수록 execution time이 기하급수적으로 커지는 것을 관찰하였다.

위 코드로 n에 따른 number of execution이 3에서 찾은 $2^n - 1$ 와 일치함을 확인했다.