Solución

Lema 1. Al aplicar un desliz a un entero n da algo menor que n, exceptuando cuando $n = 4$, o n es primo.

Prueba. Si $n = 4$, tenemos que $p = 2$ y el desliz termina en $\frac{4+4}{2} = 4$.
Si $n = p$ entonces $\frac{p+p^2}{p} = p + 1$.

Si n no es primo, tenemos que $\frac{n}{p} > 1 = \frac{1-p}{1-p}$, como p es primo $1 - p \neq 0$.
Entonces la desigualdad la multiplicamos por $1 - p$ y como $p \geq 2$ se tiene que $1 - p$ es negativo.

$$(\frac{n}{p})(1-p) < (1-p) \longrightarrow \frac{n}{p} - n < 1 - p \longrightarrow \frac{n}{p} < n + 1 - p$$

Entonces $\frac{n+p^2}{p} < n + 1$. Ahora como el desliz pasa a otro entero porque tanto n como p^2 son multiplos de p, entonces si el desliz no es n para $n \neq 4$ habremos comprobado el Lema.
Si tenemos que $n + p^2 = np \longrightarrow n = p(n - p)$ sustituyendo que $n = pk$ para algun k entonces

$$pk = p(pk - p) \longrightarrow k = pk - p \longrightarrow p + k = pk \longrightarrow k = p(k-1) \longrightarrow p = \frac{k}{k-1}$$

Pero como $k, k-1$ son coprimos y p es entero, entonces $k - 1 = 1$ y $k = p = 2$, pero en ese caso $n = 4$ y entonces queda demostrado el Lema.
Lema 2. Nunca podemos llegar a que el resultado de un desliz sea $2, 3, 4$.
Prueba.

- Para que llegue a 2, se tiene que $n + p^2 = 2p \longrightarrow n = p(2 - p)$ y como n es positivo y $p \geq 2$ entonces $2 - p$ no es positivo y eso es una contradicción.
- Para que llegue a 3 se tiene que $n + p^2 = 3p \longrightarrow n = p(3 - p)$ y como n es positivo queremos que $3 - p$ sea positivo, porque p es positivo, entonces $p = 2, n = 2$ pero como nunca podemos llegar a 2, entonces nunca podemos llegar a 3.
- Para que llegue a 4 se tiene que $n + p^2 = 4p \Rightarrow n = p(4 - p)$ y como n es positvo queremos que $4 - p$ sea positivo, porque p es positivo, entonces $p = 2, n = 4$ o $p = 3, n = 3$, y como nunca podemos llegar a 3 entonces nunca podemos llegar a 4.

Lema 3. Nunca hay un ciclo antes de que el desliz llegue a 5.
Prueba. Si estamos en un número compuesto llegamos a un número menor, entonces mientras sean puros numeros compuestos los resultados de los deslices siempre vamos a descender y no va a haber un ciclo.
Ahora cuando lleguemos a un número primo p el resultado del deslice va a ser $p + 1$ y como va a ser compuesto podemos seguir descendiendo y no hay ciclos, pero el unico caso donde puede haber ciclo es cuando el deslice de $p + 1$ da p, que es cuando se tiene

$$p + 1 + q^2 = pq \longrightarrow q^2 + 1 = p(q-1) \longrightarrow \frac{q^2+1}{q-1} = p \longrightarrow q + 1 + \frac{2}{q-1} = p$$

Y como p es entero $\frac{2}{q-1}$ en entero, entonces $q - 1 = 1, q = 2, p = 5$ o $q - 1 = 2, q = 3, p = 5$, en ambos casos el primo donde podria a empezar el ciclo seria 5 y entonces se cumple el lema.

Y entonces como desde cualquier numero podemos ir descendiendo hasta 5 y no podemos llegar a un número menor que 5 queda demostrado el problema.