11. Материальная точка движется по окружности, радиус которой равен 1 м. Зависимость угла поворота от времени имеет вид $\varphi = At^4$, где $A=1$ рад/с^4. Определить линейное ускорение материальной точки через секунду после начала движения, а также угол между линейным ускорением и радиусом окружности в этот момент времени.

РЕШЕНИЕ:

В данном случае, изменяется угол поворота "φ" материальной точки. Просят найти линейное ускорение точки в момент времени t = 1с. (Так как t_нач = 0)
Под линейной скоростью будет подразумеваться полное ускорение точки

Полное ускорение точки состоит из тангенциального и нормального ускорения:

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}, \text{ где: } \quad a_\tau = R\varepsilon, \quad a_n = R\omega^2,$$

$a_\tau = R\varepsilon$ — Радиус на угловое ускорение

$a_n = R\omega^2$ — Радиус на условую скорость в квадрате

Так как нам дан закон изменения угла поворота, вычислим мгновенные угловое ускорение и угловую скорость которые находятся как производная закона изменения угла поворота и производная мгновенной скорости соответственно.

Вычислим ω и ε в момент времени t = 1c :

$$\omega(t) = \frac{d\varphi(t)}{dt} = (At^4)' = 4At^3 = 4 \cdot 1 \cdot 1^3 = 4 \ \frac{рад}{с}$$

$$\varepsilon(t) = \frac{d\omega(t)}{dt} = (4At^3)' = 12At^2 = 12 \cdot 1 \cdot 1^2 = 12 \ \frac{рад}{с^2}$$

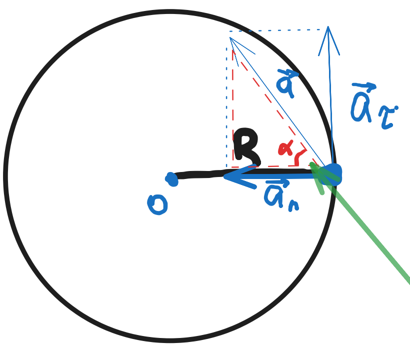
Тогда в момент времени t = 1c :

$$a_\tau = \varepsilon(t) \cdot R = 12 \cdot 1 = 12 \ \frac{м}{с^2}$$

$$a_n = \omega^2(t) \cdot R = 4^2 \cdot 1 = 16 \ \frac{м}{с^2}$$

$$\boxed{a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20 \ \frac{м}{с^2}}$$

Пометим все на рисунке:



Складывая векторы по правилу параллелограмма получаем вектор "a"

Остается найти угол между "a"и радиусом. Находим через прямоугольный прямоугольник помеченный красным цветом.

Находим угол через тангенс.

$$tg\,\alpha = \frac{\text{Противолежащий катет}}{\text{Прилежащий катет}} = \frac{|\vec{a}_\tau|}{|\vec{a}_n|} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

$$\boxed{\alpha = arctg\left(\frac{3}{4}\right) \approx 36{,}87^\circ}$$