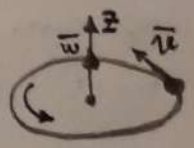
9. Вращение колеса задаётся уравнением $\varphi(t) = A + Bt + Ct^3$, где $A = 3$ рад, $B = 2 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$, $C = 1 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$. Радиус колеса равен 1 м. Для точки, лежащей на ободе колеса, найти угловую и линейную скорости, а также угловое, тангенциальное и нормальное ускорения через $t = 3$ с после начала вращения.

РЕШЕНИЕ

Найдём угловую скорость:

$$\omega_z = \frac{d\varphi}{dt} = (A + Bt + Ct^3)' = B + 3Ct^2 = \underline{2 + 3t^2}$$



Линейную скорость можно найти через нормальное ускорение:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R \Rightarrow \underline{v = \omega R = 2 + 3t^2}$$

Формула углового ускорения:

$$\varepsilon_z = \frac{d\omega_z}{dt} = (2 + 3t^2)' = 6t$$

Угловое ускорение через 3 с:

$$\underline{\varepsilon_z(t) = \varepsilon_z(3) = 18 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}}$$

Формула тангенциального ускорения:

$$\underline{a_\tau = \varepsilon R = 18 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}}$$

Формула нормального ускорения:

$$\underline{a_n = \frac{v^2}{R} = v(t)^2 = (2 + 3 \cdot 3^2)^2 = 841 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}}$$

10. Материальная точка движется по окружности, радиус которой равен 2 м. Уравнение движения имеет вид $\xi(t) = At + Bt^3$, где $A = 0{,}5\ \frac{м}{с}$, $B = 0{,}1\ \frac{м}{с^3}$, а ξ — криволинейная координата, отсчитываемая вдоль окружности. Найти угловые скорость и ускорение, а также линейное ускорение материальной точки в момент времени $t = 2$ с.

РЕШЕНИЕ

Найдём линейную скорость материальной точки в виде формулы:

$$v = \left|\frac{d\xi}{dt}\right| = |(At + Bt^3)'| = |A + 3Bt^2| = A + 3 \cdot 0{,}1 \cdot t^2 = A + 0{,}3t^2 = 0{,}5 + 0{,}3t^2$$

Найдем формулу для линейного ускорения материальной точки:

$$a_\tau = \frac{dv}{dt} = (A + 0{,}3t^2)' = 0{,}6t$$

Найдём значение линейной скорости мат. точки в момент времени $t = 2$ с:

$$a(t) = 0{,}6 \cdot 2 = 1{,}2\ \frac{м}{с^2}$$

Найдем формулу нормального ускорения:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R \Rightarrow \omega = \frac{v}{R}$$

Найдём угловую скорость мат. точки в момент времени $t = 2$ с:

$$\omega(t) = \frac{v(t)}{R} = \frac{0{,}5 + 0{,}3 \cdot 2^2}{2} = 0{,}85\ \frac{рад}{с}$$

Найдем формулу тангенциального ускорения:

$$a_\tau = \left|\frac{dv}{dt}\right| = a$$

Найдём угловое ускорение через формулу тангенциального ускорения:

$$a_\tau = \varepsilon R \Rightarrow \varepsilon = \frac{a_\tau}{R}$$

Найдём угловое ускорение мат. точки в момент времени $t = 2$ с:

$$\varepsilon(t) = \frac{a_\tau(t)}{R} = \frac{1{,}2}{2} = 0{,}6\ \frac{рад}{с^2}$$