12. Материальная точка движется по окружности, радиус которой $R = 2$ м. Закон ее движения описывается уравнением $\xi(t) = At^2 + Bt^3$, где $A = 3$ м/с², $B = 1$ м/с³, а криволинейная координата ξ отсчитывается вдоль окружности. Найти момент времени, когда тангенциальное ускорение материальной точки равно 18 м/с², а также ее нормальное и угловое ускорения в этот момент времени.

Дано	Решение
$\xi(t) = At^2 + Bt^3$	$(\xi(t))' = V(t);$
$R = 2$м	$V = \omega R;\quad a_\tau = \varepsilon R;\quad a_n = \omega^2 R.$
$A = 3\,\frac{м}{с^2}$	
$B = 1\,\frac{м}{с^3}$	
t - ? при $a_\tau = 18\,\frac{м}{с^2}$	
$a_n(t)$ - ?	
$\varepsilon(t)$ - ?	

Чтобы понять в какой момент времени тангенциальное ускорение равно определенному значению, нужно найти угловое ускорение от времени, которое ищется через дифференциал мгновенной угловой скорости, при этом угловая скорость это: $\omega = \frac{V}{R}$; т.к. $V = \omega \cdot R$ Отсюда:

$$a_\tau = \varepsilon R = \frac{d\omega}{dt} \cdot R = \frac{d\left(\frac{V}{\cancel{R}}\right)}{dt} \cdot \cancel{R} = \frac{dV}{dt}$$

$$V(t) = (At^2 + Bt^3)' = 2At + 3Bt^2 = 6t + 3t^2;$$

Проверяем:

$$a_\tau = \frac{v(t)}{dt} = (6t + 3t^2)' = 6 + 6t$$

$$6t + 6 = 18 \;\Big|\Rightarrow \boxed{t = \frac{12}{6} = 2с} \left(V(2) = 6 \cdot 2 + 3 \cdot 2^2 = 12 + 12 = 24\,\frac{м}{с}\right)$$

$$\boxed{a_n = \omega^2 R = \frac{V^2}{R^2} \cdot R = \frac{V^2}{R} = \frac{24^2}{2} = 288\,\frac{м}{с^2}}$$

Выразим угловое ускорение через танценциальное:

$$a_\tau = \varepsilon \cdot R \Big| \Rightarrow \boxed{\varepsilon = \frac{a_\tau}{R} = \frac{6 + 6t}{2} = \frac{6 + 6 \cdot 2}{2} = \frac{18}{2} = 9\,\frac{рад}{с^2}}$$