

Вот набор формул, которые нужны для решения задачи «твердое тело вращается по закону $\varphi = A + Bt + Ct^2$ » для точки на расстоянии R :

1. Угловое перемещение

$$\varphi(t) = A + Bt + Ct^2$$

2. Угловая скорость

$$\omega(t) = \frac{d\varphi}{dt} = B + 2Ct$$

3. Угловое ускорение

$$\alpha(t) = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = 2C$$

4. Линейная (касательная) скорость точки

$$v(t) = \omega(t) R$$

5. Тангенциальное (касательное) ускорение

$$a_{\tau}(t) = \alpha(t) R$$

6. Нормальное (центростремительное) ускорение

$$a_n(t) = \frac{v^2}{R} = \omega^2(t) R$$

7. Полная линейная ускорение

$$a(t) = \sqrt{a_{\tau}^2(t) + a_n^2(t)}$$

8. Направления ускорений

- a_{τ} — вдоль касательной к траектории (знак зависит от α).
- a_n — по радиусу к оси вращения.

Вот пояснение к каждой букве в формулах:

- A — начальное угловое положение (в радианах); значение φ в момент $t = 0$.
- B — начальная угловая скорость (в рад/с); значение ω в момент $t = 0$.
- C — коэффициент квадратичной компоненты закона движения (в рад/с²); половина постоянного углового ускорения, так как $\alpha = 2C$.
- t — время (в секундах), отсчет от начала наблюдения.
- $\varphi(t)$ — угловое положение точки в момент t (радианы).
- $\omega(t)$ — мгновенная угловая скорость в момент t (рад/с).
- $\alpha(t)$ — мгновенное угловое ускорение (рад/с²), постоянная величина $2C$.
- R — радиус окружности, по которой движется точка (в метрах).
- $v(t)$ — линейная (касательная) скорость точки в метрах в секунду: $v = \omega R$.
- $a_{\tau}(t)$ — тангенциальное ускорение (м/с²); изменение модуля скорости, $a_{\tau} = \alpha R$.
- $a_n(t)$ — нормальное (центростремительное) ускорение (м/с²): $a_n = \omega^2 R$.
- $a(t)$ — полная величина линейного ускорения: $a = \sqrt{a_{\tau}^2 + a_n^2}$.

Твердое тело вращается вокруг неподвижной оси по закону $\varphi = A + Bt + Ct^2$, где $A = 10$ рад, $B = 2$ рад/с, $C = -2$ рад/с². Найти линейное ускорение точки тела, находящейся на расстоянии $R = 0,1$ м от оси вращения, в момент времени $t = 4$ с

Полная величина линейного ускорения:

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_{\tau}^2}$$

$$\varphi = A + Bt + Ct^2 \quad A = 10 \text{ рад}; B = 2 \frac{\text{рад}}{\text{с}}; C = -2 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$$

$\omega(t)$ — угловая скорость — это производная закона перемещения

$$\omega(t) = (\varphi)' = B + 2Ct$$

$$\omega(4) = 2 + 2 \cdot (-2) \cdot 4 = -4 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

угловое ускорение — это производная угловой скор. по t

$$\varepsilon = (\omega)' = 2 \cdot C = -4 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$$

$$a_{\tau} = R \cdot \varepsilon = 0,1 \cdot (-4) = -0,4 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

↑ направлено против движения, т.е. замедляется

$$a_n = R \cdot \omega^2 = 0,1 \cdot 4^2 = 1,6 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

⇓

$$a = \sqrt{1,6^2 + (0,4)^2} = 1,65 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Таким образом, в момент $t = 4$ с точка имеет центростремительное / нормальное ускорение $1,6 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ касательное $0,4 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ и полное $1,65 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$