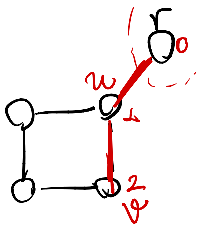
PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE MINAS GERAIS
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E INFORMÁTICA
TEORIA DOS GRAFOS E COMPUTABILIDADE – PROF. SILVIO JAMIL F. GUIMARÃES
2024/1 (PROVA 2)

Rafael Vilefort

correção em verde!

CORRIGIDO



INSTRUÇÕES

A prova terá duração de 100 minutos com uma pontuação de 100%.

Nenhum material auxiliar é permitido. O uso de equipamentos eletrônicos é proibido.

Todas as questões só possuem uma resposta correta, e valem o mesmo valor.

Na folha de respostas, preencha totalmente sem ultrapassar as linhas, usando CANETA, o quadrado referente à sua resposta.

QUESTÃO 1

pode no um nível antes ou do mesmo nível e ser visitado antes

Seja um grafo não-direcionado e não-ponderado G. Seja uma busca em largura de G a partir de um vértice r. Sejam $d(r, u)$ e $d(r, v)$ os comprimentos dos caminhos mais curtos de r para u e v, respectivamente, em G. Se u for visitado antes de v durante a busca em largura, qual das seguintes afirmações está correta?

e

$d(r, u) > d(r, v)$ $d(r, u) \leq d(r, v)$ $d(r, u) \geq d(r, v)$ $d(r, u) < d(r, v)$

QUESTÃO 2

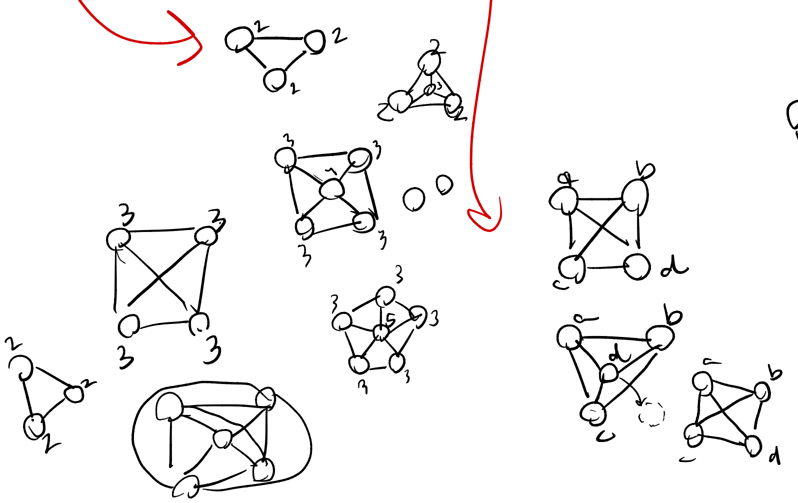
Seja o grafo não-direcionado $G = (V, E)$. Analise as assertivas a seguir, assinalando V, se a assertiva for verdadeira, ou F, se a assertiva for falsa.

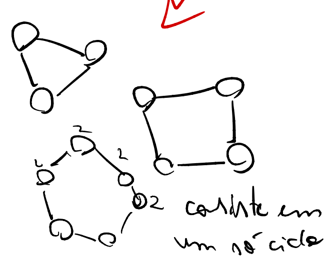
(V) K_n (grafo completo) – O grafo completo K_n é regular para todos os valores de $n \geq 1$, já que o grau de cada vértice é $n - 1$.
(V) C_n (grafo ciclo) – O grafo ciclo C_n é regular para todos os valores de $n \geq 3$, já que o grau de cada vértice é sempre 2.
(V) W_n (grafo roda) – O grafo roda W_n é regular apenas para $n = 3$.
(V) W_n (grafo roda) – W_3 é isomorfo ao K_4.

e

A ordem correta, de cima para baixo, das respostas destas assertivas é:

V – V – V – V V – F – F – F F – F – V – F F – F – F – V





PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE MINAS GERAIS
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E INFORMÁTICA
TEORIA DOS GRAFOS E COMPUTABILIDADE – PROF. SILVIO JAMIL F. GUIMARÃES
2024/1 (PROVA 2)

Rafael Vilefort

CORRIGIDO

QUESTÃO 3

Seja $G = (V, E)$ um grafo direcionado em que V é o conjunto de vértices e E é o conjunto de arestas.

- ( ) Se $G' = (V, E')$ em que $E' = \{(u, v) \mid (u, v) \notin E\}$ então G e G' possuem os mesmos componentes conexos.
- ( ) Se $G' = (V, E')$ em que $E' = \{(u, v) \mid (v, u) \in E\}$ então G e G' possuem os mesmos componentes conexos.
- ( ) Se $G' = (V, E')$ em que $E' = \{(u, v) \mid$ existe um caminho de tamanho menor ou igual a 2 de u para v em $E\}$ então G e G' possuem os mesmos componentes conexos.
- ( ) Se $G' = (V', E)$ em que V' é o conjunto de vértices em G que não são isolados então G e G' possuem os mesmos componentes conexos.

[redacted] Há duas afirmativas corretas.

[redacted] Todas as afirmativas estão corretas.

[redacted] Há três afirmativas corretas.

[redacted] Há somente uma afirmativa correta.

QUESTÃO 4

Seja $G = (V, E)$ um grafo não direcionado, e (G, W) um grafo ponderado nas arestas. Considere que os pesos das arestas são inteiros positivos e todos os valores são distintos. Analise as assertivas a seguir.

1. A árvore geradora mínima é única. ✓
2. O menor caminho entre quaisquer dois vértices é único pois todos os pesos das arestas são distintos. X

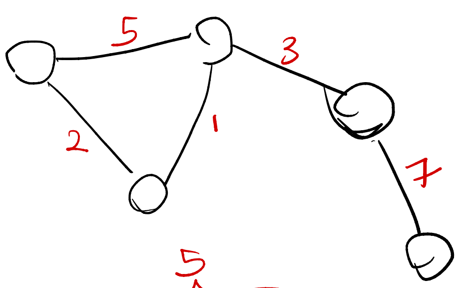
[redacted] Somente o item (1) está correto.

[redacted] Nenhum dos itens está correto.

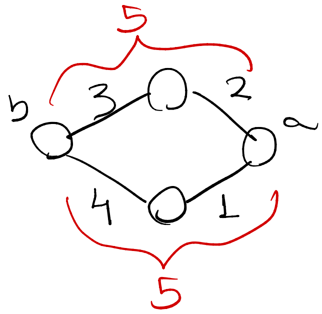
[redacted] Somente o item (2) está correto.

[redacted] Os dois itens estão corretos.

e



1- Sim, pois se todos os pesos são diferentes, nunca haverá mais de 1 opção de arestas visitadas p/ não visitadas (Propriedade de Corte)



PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE MINAS GERAIS
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E INFORMÁTICA
TEORIA DOS GRAFOS E COMPUTABILIDADE – PROF. SILVIO JAMIL F. GUIMARÃES
2024/1 (PROVA 2)

Rafael Vilefort

CORRIGIDO

QUESTÃO 5

Seja o grafo não-direcionado $G = (V, E)$. Analise as assertivas a seguir, assinalando V, se a assertiva for verdadeira, ou F, se a assertiva for falsa.

- (F) Um grafo direcionado é fortemente conexo se há um caminho de um vértice u para outro vértice v ou de v para u .
- (V) Um grafo não direcionado é conexo se houver caminho entre quaisquer par de vértices.
- ( ) Em um grafo completo com 10 vértices (nomeado de A a J), o número total de circuitos hamiltonianos que iniciam em **A** é 10!.
- ( ) Se um grafo possui um caminho (aberto) hamiltoniano então é possui um caminho (aberto) euleriano.
- ( ) Se um grafo possui um caminho (aberto) euleriano então ele possui um caminho (aberto) hamiltoniano.
- (V) Existe um algoritmo para identificar se um grafo possui um ciclo hamiltoniano.
- (V) Existe um algoritmo para identificar se um grafo possui um ciclo euleriano.

A ordem correta, de cima para baixo, das respostas destas assertivas é:

[redacted] F – V – F – F – F – F – V
[redacted] F – V – F – F – F – V – V
[redacted] V – F – V – V – V – F – F
V – F – V – V – V – F – F

QUESTÃO 6

Considere um grafo não direcionado G com vértices $\{a, b, c, d, e\}$. No grafo G, cada aresta tem peso distinto. A aresta $\{c, d\}$ é a aresta com peso mínimo e a aresta $\{a, b\}$ é a aresta com peso máximo. Então, qual das afirmações a seguir é falsa?

[redacted] Toda árvore geradora mínima de G deve conter $\{c, d\}$.
Nenhuma árvore geradora mínima contém $\{a, b\}$.
G tem uma árvore geradora mínima única.
Se $\{a, b\}$ estiver em uma árvore geradora mínima, então sua remoção deve desconectar G

Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais
Instituto de Ciências Exatas e Informática
Teoria dos Grafos e Computabilidade – Prof. Silvio Jamil F. Guimarães
2024/1 (Prova 2)

Rafael Vilefort

Corrigido

Questão 7

Considere as seguintes afirmações.

(V) Não existe grafo simples, conexo e não direcionados com 80 vértices e 77 arestas.

(V) Todos os vértices de um grafo de Euler (possui ciclo euleriano) possuem grau par.

ex: conjuntos vértices que passam por todos os vértices

(V) Todo grafo simples, acíclico, conexo e não direcionado com 50 vértices tem, no mínimo, dois vértices de grau 1.

(V) Existe um grafo bipartido com mais que 10 vértices com conjunto independente de tamanho máximo igual a 2.

[redacted] Há três afirmativas corretas.

[redacted] Há somente uma afirmativa correta.

[redacted] Há duas afirmativas corretas.

[redacted] Todas as afirmativas estão corretas.

Questão 8

Seja $G = (V, E)$ um grafo não-direcionado, e (G, W) um grafo ponderado nas arestas. Analise as assertivas a seguir.

1. Supondo que todos os pesos das arestas são diferentes, a árvore geradora mínima de G e o a árvore geradora com *bottleneck* mínimo são iguais.
2. Achar uma árvore geradora mínima em G pode ser revolvido por meio da solução de um problema de árvore de Steiner quando o critério de otimização é a minimização da soma dos pesos das arestas e os terminais são iguais a V.
3. Seja $T \subseteq G$ uma árvore geradora mínima de G. Sejam dois vértices u e v. Achar o menor caminho entre u e v em G é equivalente a encontrar o menor caminho entre u e v em T.

[redacted] Somente o item (2) está correto.

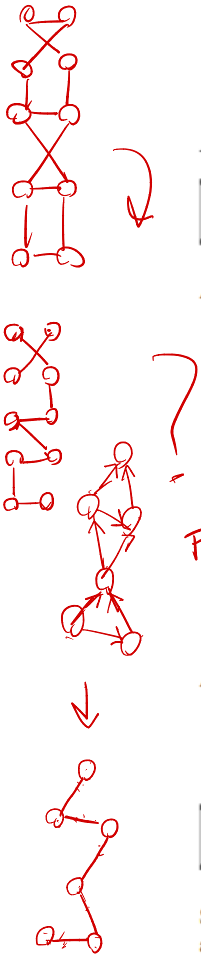
[redacted] Somente o item (3) está correto.

[redacted] Há somente dois itens corretos.

[redacted] Nenhum dos itens está correto.

Rafael Vilefort

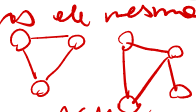
CORRIGIDO



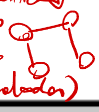
QUESTÃO 9

Analise as assertivas a seguir, assinalando V, se a assertiva for verdadeira, ou F, se a assertiva for falsa.

- (F) Um grafo não direcionado e sem ciclos não possui vértices com grau de entrada zero. X → pode ter v isolados
- ( ) Seja um grafo $G = (V, E)$, se $e = \{u, v\}$ é uma aresta pertencente à E, pode-se afirmar que: (i) u e v são vértices e pertencem à V; (ii) u e v são chamados de vértices adjacentes.
- ( ) Seja um grafo $G = (V, E)$, se $e = \{u, v\}$ é uma aresta pertencente à E, pode-se afirmar que: (i) u e v são vértices e pertencem à V; (ii) u e v são chamados de vértices vizinhos.
- ( ) Seja um grafo $G = (V, E)$, se $e = (u, v)$ é uma aresta pertencente à E, pode-se afirmar que: (i) u é predecessor de v; e (ii) v é sucessor de u;. ?
- F (X) Seja um grafo $G = (V, E)$, se todo vértice $u \in V$ é vizinho a todo vértice $v \in V$, então G é chamado de grafo completo.
  → menos ele mesmo!
- (F) O número de arestas de uma árvore geradora mínima de 10 vértices é igual a 10.
- (V) Um grafo $G = (V, E)$ é chamado grafo nulo se $E = \emptyset$. ✓



p/ ser AGM o grafo precisa ser conexo (não pode ter v. isolados)



A ordem correta, de cima para baixo, das respostas destas assertivas é:

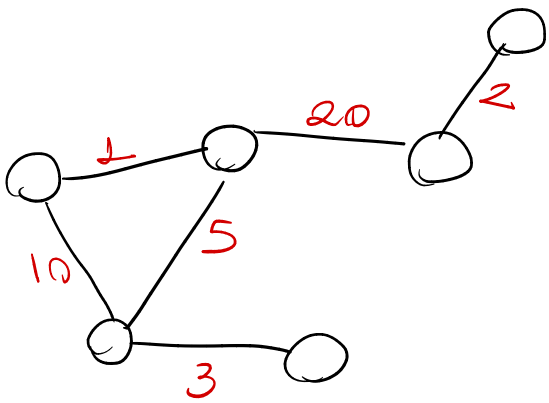
[redacted] V – F – V – F – V – V – F
[redacted] F – V – F – F – F – V – V
[redacted] V – F – F – V – V – F – F
[redacted] X F – V – V – V – F – F – V

e

QUESTÃO 10

Seja G um grafo não-direcionado ponderado e e uma aresta com peso máximo em G. Suponha que haja uma árvore geradora de peso mínimo em G contendo a aresta e. Qual das seguintes afirmações é sempre VERDADEIRA?

[redacted] X A aresta e não pode estar contida em um ciclo. ✓ → sempre tiramos a maior aresta em um ciclo
Existe um ciclo em G com todas as arestas de peso máximo. X
Existe um cut-set em G com todas as arestas de peso máximo. X } não necessariamente
Todas as arestas em G têm o mesmo peso. X



cut-set = conjunto de arestas cuja remoção desconecta o grafo (pontes!)
(Propriedade de corte)

Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais
Instituto de Ciências Exatas e Informática
Teoria dos Grafos e Computabilidade – Prof. Silvio Jamil F. Guimarães
2024/1 (Prova 2)

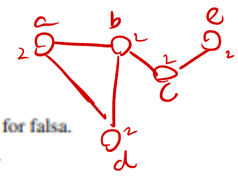
Rafael Vilefort

Corrigido

Questão 11

Seja o grafo não-direcionado $G = (V, E)$ em que $V = \{a, b, c, d, e\}$ e

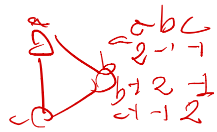
$$E = \{\{a, b\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{a, d\}, \{c, e\}\}$$



Nem, ele é o V de uma aresta ponte

Analise as assertivas a seguir, assinalando V, se a assertiva for verdadeira, ou F, se a assertiva for falsa.

(V) O vértice "e" é um vértice pendente → vértices que estão conectados a somente 1 outro v (vértices que possuem grau 1).
(F) O vértice "d" é um vértice pendente
(F) O vértice "a" é um vértice de corte → v cuja remoção aumenta o nº de componentes conectados do grafo
(V) O vértice "c" é um vértice de corte
(V) Há um caminho entre os vértices "a" e "e"
(F) G é um grafo regular



	a	b	c
a	2	-1	-1
b	-1	2	-1
c	-1	-1	2

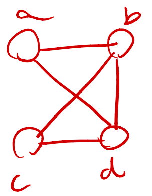
[redacted] F – F – V – V – F – F
[redacted] V – V – V – F – V – V

é o V conectado pela aresta ponte

[redacted] F – V – F – F – F – V
[redacted] V – F – F – V – V – F

e

Questão 12

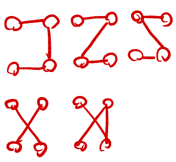


matriz Laplaciana

	a	b	c	d
a	~~2~~	~~-1~~	~~0~~	~~-1~~
b	-1	3	-1	-1
c	0	-1	2	-1
d	-1	-1	-1	3

Seja $G = (V, E)$ em que $V = \{a, b, c, d\}$ e $E = \{\{a, b\}, \{a, d\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{b, d\}\}$. Quantas árvores geradoras mínimas existem no grafo G?

[redacted] 3 ?
[redacted] 16
[redacted] 7
[redacted] 8



Questão 13

Seja $G = (V, E)$ um grafo não-direcionado e (G, W) um grafo ponderado nas arestas. Analise as assertivas a seguir.

1. G tem uma única árvore geradora mínima se não houver duas arestas em G com o mesmo peso. ✗ → e se tiver 3 iguais?
2. G tem uma única árvore geradora mínima se, para cada corte de G, existe uma aresta de peso-mínimo cruzando o corte. 2. ✗

[redacted] Somente o item (2) está correto.
[redacted] Os dois itens estão corretos.
[redacted] Somente o item (1) está correto.
[redacted] Nenhum dos itens está correto.

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE MINAS GERAIS
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E INFORMÁTICA
TEORIA DOS GRAFOS E COMPUTABILIDADE – PROF. SILVIO JAMIL F. GUIMARÃES
2024/1 (PROVA 2)

Rafael Vilefort

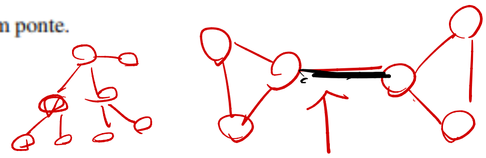
CORRIGIDO

QUESTÃO 14

Em um grafo não-direcionado e conexo, uma ponte é uma aresta cuja remoção desconecta grafo. Qual afirmação é verdadeira?

?

- [redacted] Toda aresta de um clique de tamanho maior ou igual a 3 é um ponte.
- [redacted] Uma árvore não tem pontes. X → só tem pontes
- [redacted] Um grafo com pontes não pode ter um ciclo. X
- [redacted] Uma ponte não pode ser parte de um ciclo simples. ✓



QUESTÃO 15

Seja $G = (V, E)$ um grafo direcionado e (G, W) um grafo ponderado sendo $W : V \mapsto \mathbb{Z}^+$. Como alterar o algoritmo de Dijkstra para encontrar o menor caminho de um vértice s para todos os vértices do grafo? As menores distâncias serão armazenadas em um vetor d.

Analise as assertivas a seguir, assinalando V, se a assertiva for verdadeira, ou F, se a assertiva for falsa.

( ) Alterar a função de atualização da distância em um vértice dado v, quando há uma aresta de u para v, para $d[v] = \min\{d[v], d[u] + w(v)\}$.

(F) Não alterar a distância inicial atribuída para s. → altera para 0

(F) Alterar a função de atualização da distância em um vértice dado v, quando há uma aresta de u para v, para $d[v] = \min\{d[v], d[v] + w(u)\}$.

(V) Os valores iniciais das distâncias para todos os vértices, exceto o primeiro, será igual à ∞.

A ordem correta, de cima para baixo, das respostas destas assertivas é:

[redacted] F – V – V – V   [redacted] V – F – F – V   [redacted] V – V – F – F   [redacted] F – F – V – F

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE MINAS GERAIS
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E INFORMÁTICA
TEORIA DOS GRAFOS E COMPUTABILIDADE – PROF. SILVIO JAMIL F. GUIMARÃES
2024/1 (PROVA 2)

Rafael Vilefort

CORRIGIDO

QUESTÃO 16

Considere um grafo não direcionado G com vértices $\{a, b, c, d, e, f, g\}$. Analise as assertivas a seguir, assinalando V, se a assertiva for verdadeira, ou F, se a assertiva for falsa.

( ) Caso o conjunto de vértices $C = \{a, c, d\}$ for um conjunto independente máximo, então o subgrafo de G induzido pelos vértices $\{b, e, f, g\}$ é completo.

( ) Caso o conjunto de vértices $C = \{a, c, d\}$ for uma cobertura de vértices mínima, então o subgrafo de G induzido pelos vértices $\{b, e, f, g\}$ é completo.

( ) Caso o conjunto de vértices $C = \{a, c, d\}$ for uma cobertura de vértices, então o subgrafo de G induzido pelos vértices $\{b, e, f, g\}$ é nulo.

A ordem correta, de cima para baixo, das respostas destas assertivas é:

[redacted] V – V – V

[redacted] V – F – V

[redacted] F – F – V

[redacted] F – V – F

QUESTÃO 17

Considere um grafo não-direcionado G com vértices $\{a, b, c, d, e, f, g\}$. Analise as assertivas a seguir, assinalando V, se a assertiva for verdadeira, ou F, se a assertiva for falsa.

(F) O algoritmo para encontrar um conjunto independente máximo é baseado na escolha dos vértices de menor grau.

(F) Seja o algoritmo para encontrar um conjunto independente máximo baseado na escolha dos vértices de menor grau. Pode-se afirmar que este algoritmo sempre terá a resposta ótima quando todos os graus forem diferentes.

(F) Considere que G seja um grafo bipartido em que há 2 vértices em um conjunto e 4 vértices no outro conjunto. Podemos afirmar que o conjunto independente máximo de G será igual a 4.

A ordem correta, de cima para baixo, das respostas destas assertivas é:

[redacted] Todas as assertivas são falsas.

[redacted] Há somente duas assertivas verdadeiras.

[redacted] Há somente uma assertiva verdadeira.

[redacted] Todas as assertivas são verdadeiras.

Questão 1 (20 %)

Seja $G = (V, E)$ um grafo direcionado e não ponderado.

8 a) (10 %) Discorra sobre conectividade em grafos direcionados. Apresente todos os tipos de grafos além de indica sobre identificá-los.

0 b) (10 %) Caso G não seja desconexo, projete um algoritmo para identificar os componentes fortemente conexos de

Questão 2 (30 %)

Seja um grafo G com o seguinte conjunto de vértices $\{A, B, C, D, E, F\}$ e com a seguinte ponderação nas arestas.

	A	B	C	D	E	F
A	0	~~6~~	~~9~~	~~11~~	15	~~9~~
B	6	0	~~13~~	~~3~~	~~1~~	~~2~~
C	9	13	0	~~10~~	~~4~~	~~4~~
D	11	3	10	0	~~5~~	6
E	15	~~1~~	4	~~5~~	0	~~2~~
F	9	~~2~~	4	~~6~~	~~2~~	0

10 a) (10 %) Discorra sobre o algoritmo de Kruskal, além disto, encontre a árvore geradora mínima de G usando algoritmo de Kruskal (mostre o passo-a-passo de sua solução)

10 b) (10 %) Discorra sobre o algoritmo de Prim, além disto, encontre a árvore geradora mínima de G usando o algoritm de Prim iniciando em F (mostre o passo-a-passo de sua solução)

5 c) (10 %) Discorra sobre o algoritmo de Dijkstra, além disto, encontre o menor caminho de F para todos os vértice em G usando o algoritmo de Dijkstra.

Questão 3 (25 %)

25 Explique, em detalhes, como calcular o fluxo máximo de uma rede. Apresente um exemplo que ilustre cada uma da etapas do algoritmo descrito.

Questão 4 (30 %)

5 A capacidade mínima de um caminho em um grafo ponderado é definida como o peso da aresta de menor peso do caminh Sejam dois vértices quaisquer do grafo, projete uma solução para resolver o problema de caminho de capacidade máxim entre estes vértices. Apresente uma instância do problema com uma solução.

1-a) Um grafo direcionado e não ponderado pode conter 3 tipos de conectividade:

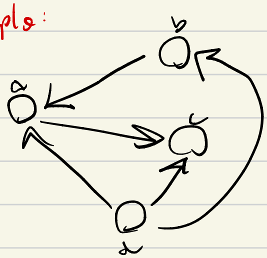
▷ **Fracamente conexo:** Quando existe um caminho entre quaisquer dois vértices ao ignorar a direção das arestas. Para identificar esse tipo de grafo, podemos:

1- criar o grafo S subjacente de G (em que todas as arestas de G estão presentes e tratadas como não-direcionadas)
2- realizar uma busca em profundidade a partir de um vértice qualquer
3- se todos os vértices forem visitados, o grafo é Fracamente Conexo.

▷ **Semi-Fortemente conexo:** Quando, para qualquer par de vértices (u, v) existe um caminho unidirecional (de u p/ v ou de v p/ u). Podemos identificá-lo com os passos:

1- aplicamos uma busca ~~a partir~~ de um vértice. Se todos os vértices forem alcançáveis, ~~o grafo~~ é semi-fortemente conexo

✱ um exemplo:



existe:
a → c
b → a
d → c
d → a
d → b

ab
ac
ad
db
dc
cb X

não é semi. fort. conexo.

▷ **Fortemente conexo:** Quando existe um caminho em ambos os direções para qualquer par de vértices. Identificamos esse grafo por meio do algoritmo Kosaraju com algumas adições, da seguinte forma:

1- realizamos uma DFS no grafo marcando os tempos de início e fim da visitação.
2- geramos o grafo transposto T de G.

3- aplicamos uma nova DFS a partir de T na ordem não-crescente dos tempos de término.

4- se todo o grafo for visitado nessa única DFS em T, o grafo é fortemente conexo.

b) Para isso, podemos aplicar o algoritmo de Kosaraju com alteração, da seguinte forma:

1- realizamos uma DFS no grafo marcando os tempos de início e fim da visitação.

2- geramos o grafo transposto T de G.

3- aplicamos uma nova DFS a partir de T na ordem não-crescente dos tempos de término.

4- para cada conjunto de vértices visitados por uma DFS em T, o marcamos como um componente fortemente conexo em G.

Questão 2 (30 %)

Seja um grafo G com o seguinte conjunto de vértices $\{A, B, C, D, E, F\}$ e com a seguinte ponderação nas arestas.

	A	B	C	D	E	F
A	0	6	9	11	15	9
B	6	0	13	3	1	2
C	9	13	0	10	4	4
D	11	3	10	0	5	6
E	15	1	4	5	0	2
F	9	2	4	6	2	0

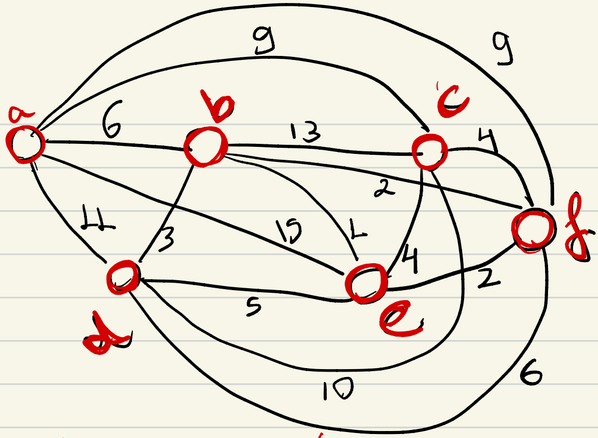
10 a) (10 %) Discorra sobre o algoritmo de Kruskal, além disto, encontre a árvore geradora mínima de G usando o algoritmo de Kruskal (mostre o passo-a-passo de sua solução)

10 b) (10 %) Discorra sobre o algoritmo de Prim, além disto, encontre a árvore geradora mínima de G usando o algoritmo de Prim iniciando em F (mostre o passo-a-passo de sua solução)

5 c) (10 %) Discorra sobre o algoritmo de Dijkstra, além disto, encontre o menor caminho de F para todos os vértices em G usando o algoritmo de Dijkstra.

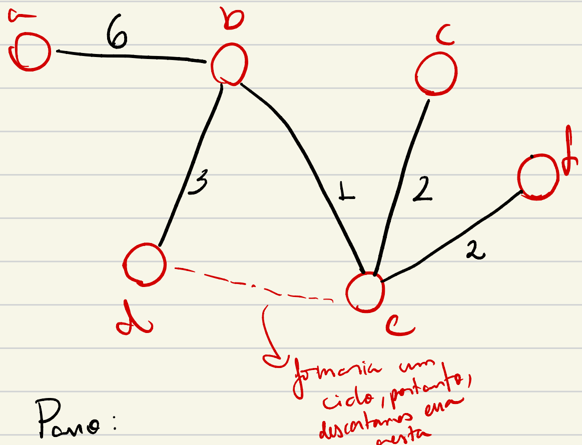
2-

a)



Ordem: 1, 2, 2, 3, ~~4~~, ~~4~~, ~~5~~, 6, ~~6, 9, 9, 10, 11, 13, 15~~

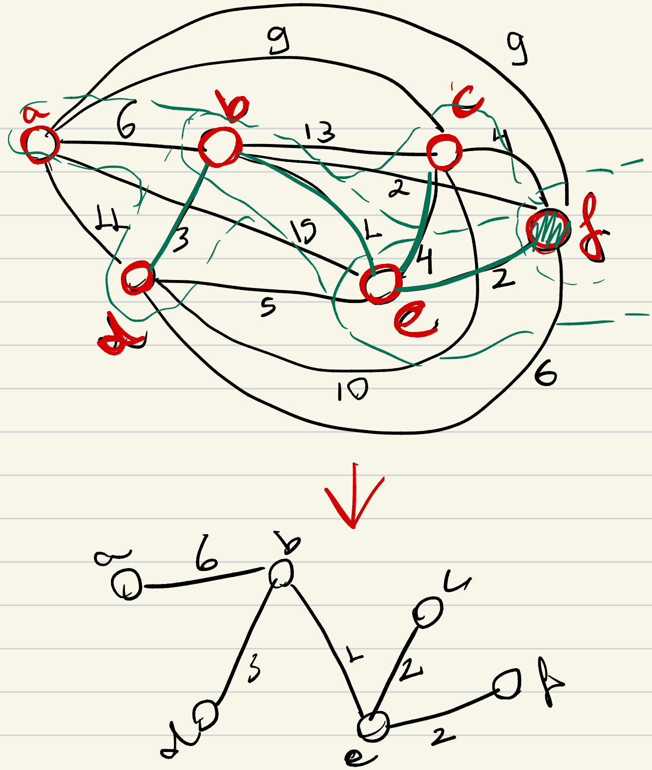
→ já chegamos em |V|-1 arestas



★ Passo a Passo:

- ordenamos todas as arestas por peso em ordem crescente
- criamos um grafo nulo T com todos os vértices de G
- adicionamos as arestas de G em T na ordem citada somente se, com sua adição, o grafo continuar acíclico. Se ele se tornar cíclico, descartamos essa aresta.
- o algoritmo termina quando o nº de arestas em T for |V|-1.

b)



★ Passo a Passo:

- começamos criando um conjunto S de vértices que inicialmente contém um vértice que pertence a V (nesse caso, F).
- verificamos as arestas que saem de S e chegam a V\S, ou seja, para uma aresta {u, v}, u deve pertencer a S e v a V\S. Escolhemos a de menor peso e adicionamos {u, v} ao conjunto solução e u a S.
- o algoritmo se encerra quando $|V| = |S|$

c) O algoritmo de Dijkstra é utilizado para encontrar o caminho mínimo de 1 vértice p/ todos os outros em um grafo direcionado, conexo, ponderado e não-negativo.

Ele é um algoritmo de busca gulosa, pois realiza decisões locais e irreversíveis repetidamente em busca de uma solução ótima.

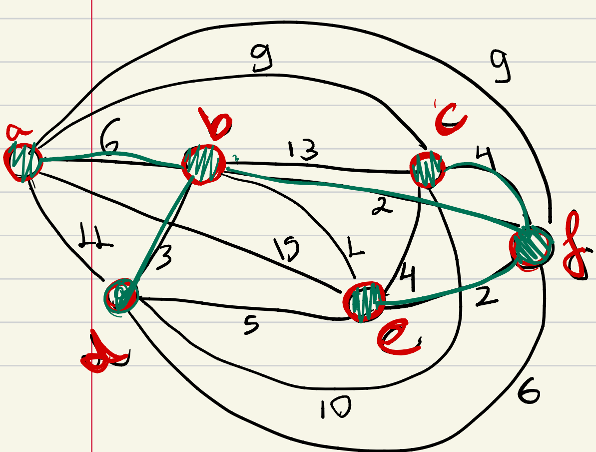
Passo a Passo:

1- inicializamos todas as distâncias como ∞ e a do vértice de inicialização como 0 (a dist. dele p/ ele mesmo é 0). Crie um conjunto de nós visitados vazio.

2- entre todos os nós não visitados, escolhemos o de menor distância acumulada e o atribuímos a v^*. Adicionamos v^* aos visitados e a distância ao conjunto Solução/Resposta.

3- para cada vizinho de v^*, calculamos a nova distância potencial passando por v^*. Se essa distância for menor que a registrada anteriormente p/ o vizinho, atualize a distância p/ o vizinho.

4- repita o passo 2 até não existirem mais nós não visitados (visitados = V)

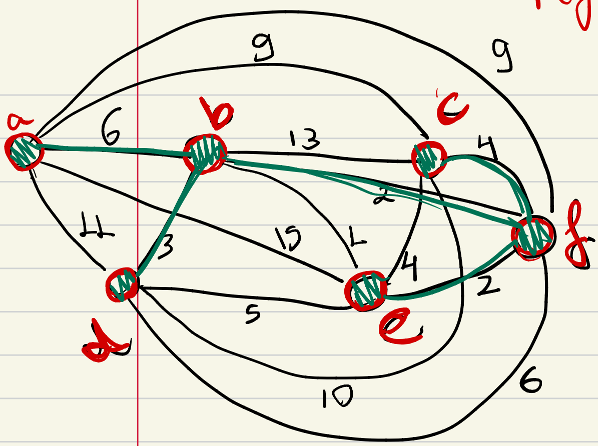


*visitados: F, B, E, C, D, A

*distâncias:

	A	B	C	D	E	F
dF	9	2	4	6	2	0
dB	8	∅	4	5	2	∅
dE	8	∅	4	5	∅	∅
dC	8	∅	∅	5	∅	∅
dD	8	∅	∅	∅	∅	∅

já foi visitado



refazendo o Dijkstra p/ treinar

★visitados: F, E, B, C, D, A

★distâncias:

	A	B	C	D	E	F
	∞	∞	∞	∞	∞	0
d_f	9	2	4	6	2	0
d_e	9	2	4	6	∅	0
d_b	8	0	4	5	∅	∅
d	8	∅	∅	5	∅	0
d	8	∅	∅	∅	∅	0

Questão 3

(25 %)

25 Explique, em detalhes, como calcular o fluxo máximo de uma rede. Apresente um exemplo que ilustre cada uma da etapas do algoritmo descrito.

Questão 4

(30 %)

A capacidade mínima de um caminho em um grafo ponderado é definida como o peso da aresta de menor peso do caminh Sejam dois vértices quaisquer do grafo, projete uma solução para resolver o problema de caminho de capacidade máxim entre estes vértices. Apresente uma instância do problema com uma solução.

3- Silvio ainda não passou
(mas talvez seja Maximin).

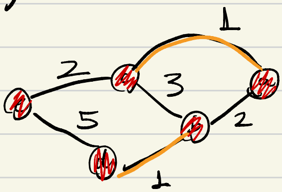
4- O problema poderia ser solucionado a partir da modificação do algoritmo dikstra, em que:

1- inicializamos todas as distâncias como ∞ e a do vértice de inicialização como 0 (a dist. dele p/ ele mesmo é 0). Crie um conjunto de nós visitados vazio. e um conjunto de caminho p/ cada v^*.

2- entre todos os nós não visitados, escolhemos o de menor peso e o atribuimos a v^*. Adicionamos v^* aos visitados e a distância ao peso de v^*.

3- para cada vizinho de v^*, verificamos os pesos dos vizinhos de v^*. Se seu peso for menor que o peso registrado p/ v^*, atualize a distância p/ o vizinho com este peso.

4- repita o passo 2 até não existirem mais nós não visitados (visitados = V)



	a	b	c	d	e
inicio:	0	∞	∞	∞	∞
de a:	/	2	1	∞	∞
de c:	/	1	/	∞	1
de b:	/	/	/	1	1
de d:	/	/	/	/	1

A, C, B, D, E

5- a resposta do algoritmo será o peso de todos os v.

☆ O de capacidade máxima seria o contrário disso

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE MINAS GERAIS
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E INFORMÁTICA
DPTO DE CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO – CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO
TEORIA DOS GRAFOS E COMPUTABILIDADE – PROF. SILVIO JAMIL F. GUIMARÃES
2021/2 (PROVA 2)

Aluno: Total da Prova: _____/ 100 %

QUESTÃO 1 (20 %)

Seja $G = (V, E)$ um grafo e N seu nome. Considere que os vértices do grafo sejam as letras do seu nome (caso haja letras iguais, mantenha a primeira ocorrência da letra e substitua as restantes pela letra seguida de um número). Por exemplo, $V = \{\{s\}, \{i\}, \{l\}, \{v\}, \{i1\}, \{o\}\}$

a) (10 %) Defina grafo completo, e mostre como ficaria o conjunto de arestas de G caso ele seja completo. Qual seria o número de arestas de um grafo completo de n vértices (apresente a fórmula)?

b) (10 %) Se G um grafo não-direcionado e completo. Defina grafo complementar, e mostre como ficaria o conjunto de arestas do grafo complementar de G. Qual seria o número de arestas de um grafo complementar G contendo n vértices?

↳ é o grafo completo de G as arestas que têm em G.

QUESTÃO 2 (30 %)

Seja $G = (V, E)$ um grafo direcionado e não ponderado.

a) (15 %) Discorre sobre conectividade em grafos direcionados. Apresente todos os tipos de grafos além de indicar sobre identificá-los.

b) (15 %) Caso G não seja desconexo, projete um algoritmo para identificar os componentes fortemente conexos de G

QUESTÃO 3 (30 %)

Seja um grafo G com o seguinte conjunto de vértices $\{A, B, C, D, E, F\}$ e com a seguinte ponderação nas arestas.

	A	B	C	D	E	F
A	0	6	9	11	15	9
B	6	0	13	3	1	2
C	9	13	0	10	4	4
D	11	3	10	0	5	6
E	15	1	4	5	0	2
F	9	2	4	6	2	0

a) (10 %) Discorra sobre o algoritmo de Kruskal, além disto, encontre a árvore geradora mínima de G usando o algoritmo de Kruskal (mostre o passo-a-passo de sua solução)

b) (10 %) Discorra sobre o algoritmo de Prim, além disto, encontre a árvore geradora mínima de G usando o algoritmo de Prim iniciando em F (mostre o passo-a-passo de sua solução)

c) (10 %) Discorra sobre o algoritmo de Dijkstra, além disto, encontre o menor caminho de F para todos os vértices em G usando o algoritmo de Dijkstra.

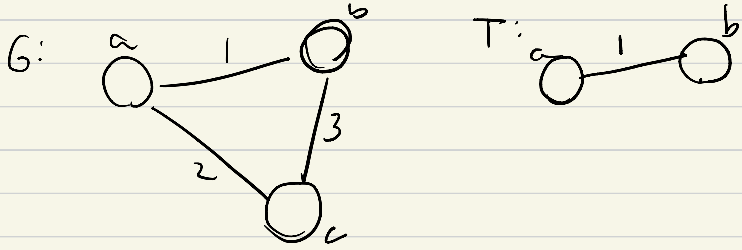
QUESTÃO 4 (20 %)

Discorra sobre subgrafo e subgrafo induzido. Apresente exemplos de ambos os conceitos.

4-

(4.34) *A subgraph T = (V, F) of G is an arborescence with respect to root r if and only if T has no cycles, and for each node v ≠ r, there is exactly one edge in F that enters v.*

Um subgrafo T de um grafo G consiste em um conjunto de nós e arestas que são subconjuntos do conjunto original de G. (que estão no conjunto original) → $V' \subseteq V$ e $E' \subseteq E$



Um subgrafo induzido é um caso especial de subgrafo, em que este contém todos as arestas presentes entre os vertices que compõem T e estão em G.