PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE MINAS GERAIS
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E INFORMÁTICA
TEORIA DOS GRAFOS E COMPUTABILIDADE – PROF. SILVIO JAMIL F. GUIMARÃES
2024/2 (EXERCÍCIO)

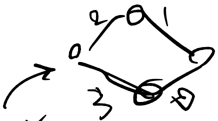
Não vale ponto

+1/1/60+

QUESTÃO 1

Seja $G = (V, E)$ um grafo não direcionado, e (G, W) um grafo ponderado nas arestas. Considere que os pesos das arestas são inteiros positivos e todos os valores são distintos. Analise as assertivas a seguir.

1. A árvore geradora mínima é única.
2. O menor caminho entre quaisquer dois vértices é único pois todos os pesos das arestas são distintos.



A Os dois itens estão corretos.

B Nenhum dos itens está correto.

C Somente o item (1) está correto.

D Somente o item (2) está correto.

QUESTÃO 2

Seja $G = (V, E)$ um grafo direcionado em que V é o conjunto de vértices e E é o conjunto de arestas.

grafo transposto (muda a direção das arestas)

- (F) Se $G' = (V, E')$ em que $E' = \{(u, v) \mid (u, v) \notin E\}$ então G e G' possuem os mesmos componentes conexos.
- (F) Se $G' = (V, E')$ em que $E' = \{(u, v) \mid (v, u) \in E\}$ então G e G' possuem os mesmos componentes conexos.
- (V) Se $G' = (V, E')$ em que $E' = \{(u, v) \mid$ existe um caminho de tamanho menor ou igual a 2 de u para v em $E\}$ então G e G' possuem os mesmos componentes conexos.
- (F) Se $G' = (V', E)$ em que V' é o conjunto de vértices em G que não são isolados então G e G' possuem os mesmos componentes conexos.

A Todas as afirmativas estão corretas.

B Há somente uma afirmativa correta.

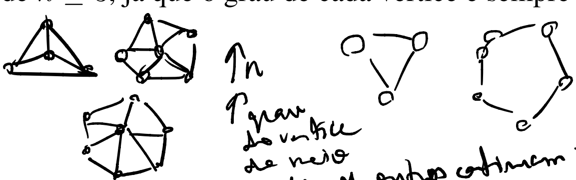
C Há três afirmativas corretas.

D Há duas afirmativas corretas.

QUESTÃO 3

Seja o grafo não-direcionado $G = (V, E)$. Analise as assertivas a seguir, assinalando V, se a assertiva for verdadeira, ou F, se a assertiva for falsa.

- (V) K_n (grafo completo) – O grafo completo K_n é regular para todos os valores de $n \geq 1$, já que o grau de cada vértice é $n - 1$.
- (V) C_n (grafo ciclo) – O grafo ciclo C_n é regular para todos os valores de $n \geq 3$, já que o grau de cada vértice é sempre 2.
- (V) W_n (grafo roda) – O grafo roda W_n é regular apenas para $n = 3$.
- (V) W_n (grafo roda) – W_3 é isomorfo ao K_4.



$\uparrow n$

$\uparrow$ grau do vértice do meio e todos os outros continuam = 3

A ordem correta, de cima para baixo, das respostas destas assertivas é:

A F – F – F – V

B V – V – V – V

C V – F – F – F

D F – F – V – F

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE MINAS GERAIS
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E INFORMÁTICA
TEORIA DOS GRAFOS E COMPUTABILIDADE – PROF. SILVIO JAMIL F. GUIMARÃES
2024/2 (EXERCÍCIO)

Não vale ponto

QUESTÃO 4

Seja um grafo não-direcionado e não-ponderado G. Seja uma busca em largura de G a partir de um vértice r. Sejam $d(r,u)$ e $d(r,v)$ os comprimentos dos caminhos mais curtos de r para u e v, respectivamente, em G. Se u for visitado antes de v durante a busca em largura, qual das seguintes afirmações está correta? $u = v$ ou $u < v$

[A] $d(r,u) \leq d(r,v)$ [B] $d(r,u) \geq d(r,v)$ [C] $d(r,u) > d(r,v)$ [D] $d(r,u) < d(r,v)$

QUESTÃO 5

Seja $G = (V,E)$ um grafo não-direcionado, e (G,W) um grafo ponderado nas arestas. Analise as assertivas a seguir.

1. Supondo que todos os pesos das arestas são diferentes, a árvore geradora mínima de G e o a árvore geradora com *bottleneck* mínimo são iguais.
2. Achar uma árvore geradora mínima em G pode ser revolvido por meio da solução de um problema de árvore de Steiner quando o critério de otimização é a minimização da soma dos pesos das arestas e os terminais são iguais a V.
3. Seja $T \subseteq G$ uma árvore geradora mínima de G. Sejam dois vértices u e v. Achar o menor caminho entre u e v em G é equivalente a encontrar o menor caminho entre u e v em T.

caminho ≠ gargalo mínimo

todos os terminais são iguais aos vértices

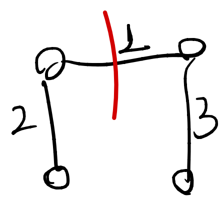
[A] Somente o item (3) está correto.
[B] Somente o item (2) está correto.
[C] Há somente dois itens corretos.
[D] Nenhum dos itens está correto.

QUESTÃO 6

Seja $G = (V,E)$ um grafo não-direcionado e (G,W) um grafo ponderado nas arestas. Analise as assertivas a seguir.

1. G tem uma única árvore geradora mínima se não houver duas arestas em G com o mesmo peso.
2. G tem uma única árvore geradora mínima se, para cada corte de G, existe uma aresta de peso-mínimo cruzando o corte.

[A] Somente o item (1) está correto.
[B] Nenhum dos itens está correto.
[C] Os dois itens estão corretos.
[D] Somente o item (2) está correto.



Não vale ponto

+1/3/58+

QUESTÃO 7

Considere um grafo não-direcionado G com vértices $\{a, b, c, d, e, f, g\}$. Analise as assertivas a seguir, assinalando V, se a assertiva for verdadeira, ou F, se a assertiva for falsa.

- (F) O algoritmo para encontrar um conjunto independente máximo é baseado na escolha dos vértices de menor grau. X
- (F) Seja o algoritmo para encontrar um conjunto independente máximo baseado na escolha dos vértices de menor grau. Pode-se afirmar que este algoritmo sempre terá a resposta ótima quando todos os graus forem diferentes. X
- (F) Considere que G seja um grafo bipartido em que há 2 vértices em um conjunto e 4 vértices no outro conjunto. Podemos afirmar que o conjunto independente máximo de G será igual a 4. X

6 6

A ordem correta, de cima para baixo, das respostas destas assertivas é:

[A] Todas as assertativas são verdadeiras.

[B] Há somente duas assertativas verdadeiras.

[X] Todas as assertativas são falsas.

[D] Há somente uma assertativa verdadeira.

QUESTÃO 8

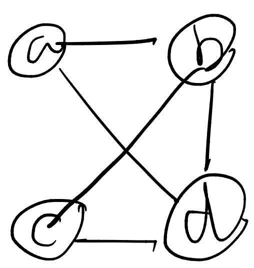
Seja $G = (V, E)$ em que $V = \{a, b, c, d\}$ e $E = \{\{a, b\}, \{a, d\}, \{b, c\}, \{c, d\}, \{b, d\}\}$. Quantas árvores geradoras mínimas existem no grafo G?

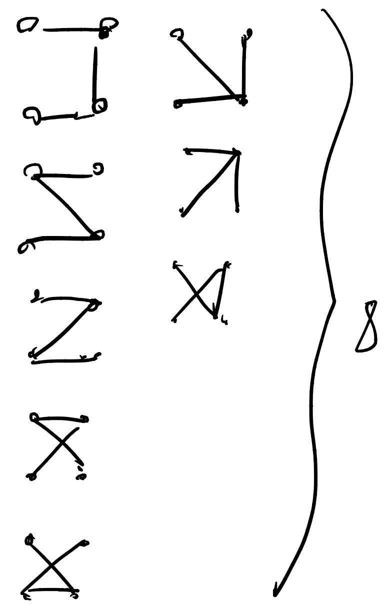
[A] 7

[B] 16

[C] 3

[X] 8





4-1 = 3 arestas terá

(mínimo de arestas p/ o grafo ser conexo)

QUESTÃO 9

Analise as assertivas a seguir, assinalando V, se a assertiva for verdadeira, ou F, se a assertiva for falsa.

- (F) Um grafo não direcionado e sem ciclos não possui vértices com grau de entrada zero.
- (V) Seja um grafo $G = (V, E)$, se $e = \{u, v\}$ é uma aresta pertencente à E, pode-se afirmar que: (i) u e v são vértices e pertencem à V; (ii) u e v são chamados de vértices adjacentes.
- (V) Seja um grafo $G = (V, E)$, se $e = \{u, v\}$ é uma aresta pertencente à E, pode-se afirmar que: (i) u e v são vértices e pertencem à V; (ii) u e v são chamados de vértices vizinhos.
- ( ) Seja um grafo $G = (V, E)$, se $e = (u, v)$ é uma aresta pertencente à E, pode-se afirmar que: (i) u é predecessor de v; e (ii) v é sucessor de u;.
- ( ) Seja um grafo $G = (V, E)$, se todo vértice $u \in V$ é vizinho a todo vértice $v \in V$, então G é chamado de grafo completo.
- (F) O número de arestas de uma árvore geradora mínima de 10 vértices é igual a 10.
- (V) Um grafo $G = (V, E)$ é chamado grafo nulo se $E = \emptyset$.

$n-1=9$

A ordem correta, de cima para baixo, das respostas destas assertivas é:

- A V – F – F – V – V – F – F
- B V – F – V – F – V – V – F
- ~~C~~ F – V – V – V – F – F – V
- D F – V – F – F – F – V – V

QUESTÃO 10

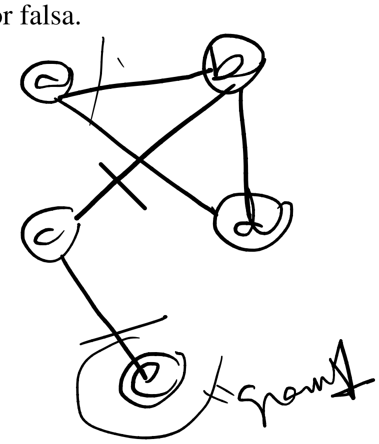
Seja o grafo não-direcionado $G = (V, E)$ em que $V = \{a, b, c, d, e\}$ e

$$E = \{\{a, b\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{a, d\}, \{c, e\}\}$$

.

Analise as assertivas a seguir, assinalando V, se a assertiva for verdadeira, ou F, se a assertiva for falsa.

- (V) O vértice “e” é um vértice pendente
- (F) O vértice “d” é um vértice pendente
- (F) O vértice “a” é um vértice de corte
- (V) O vértice “c” é um vértice de corte
- (V) Há um caminho entre os vértices “a” e “e”
- (F) G é um grafo regular



- A F – V – F – F – F – V
- B V – V – V – F – V – V
- C F – F – V – V – F – F
- ~~D~~ V – F – F – V – V – F

Não vale ponto

+1/5/56+

QUESTÃO 11

Considere um grafo não direcionado G com vértices $\{a, b, c, d, e\}$. No grafo G, cada aresta tem peso distinto. A aresta $\{c, d\}$ é a aresta com peso mínimo e a aresta $\{a, b\}$ é a aresta com peso máximo. Então, qual das afirmações a seguir é falsa?

- [A] Nenhuma árvore geradora mínima contém $\{a, b\}$. → pode ter ele por ponte
- [B] Se $\{a, b\}$ estiver em uma árvore geradora mínima, então sua remoção deve desconectar G
- [C] G tem uma árvore geradora mínima única.
- [D] Toda árvore geradora mínima de G deve conter $\{c, d\}$.

QUESTÃO 12

Seja G um grafo não-direcionado ponderado e e uma aresta com peso máximo em G. Suponha que haja uma árvore geradora de peso mínimo em G contendo a aresta e. Qual das seguintes afirmações é sempre VERDADEIRA?

tirar elas desconecta o grafo

- [A] Existe um cut-set em G com todas as arestas de peso máximo.
- [B] Existe um ciclo em G com todas as arestas de peso máximo.
- [C] A aresta e não pode estar contida em um ciclo. ← a aresta não
- [D] Todas as arestas em G têm o mesmo peso.

fala que todas as arestas tem pesos diferentes

80
79
1720
560
6320

QUESTÃO 13

Considere as seguintes afirmações.

mínimo = 80 - 1 = 79
máximo = $\frac{80(80-1)}{2}$ = 6320

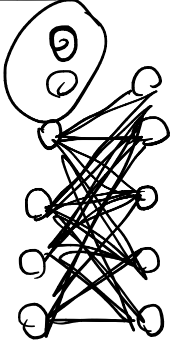
- Não existe grafo simples, conexo e não direcionados com 80 vértices e 77 arestas.
- Todos os vértices de um grafo de Euler (possui ciclo euleriano) possuem grau par.
- Todo grafo simples, acíclico, conexo e não direcionado com 50 vértices tem, no mínimo, dois vértices de grau 1.
- Existe um grafo bipartido com mais que 10 vértices com conjunto independente de tamanho máximo igual a 2.

- [A] Todas as afirmativas estão corretas.
- [B] Há somente uma afirmativa correta.
- [C] Há duas afirmativas corretas.
- [D] Há três afirmativas corretas.

árvore (pelo menos 2 vértices de grau 1)

1 na raiz e 1 na folha

2 na folha



QUESTÃO 14

Seja o grafo não-direcionado $G = (V, E)$. Analise as assertivas a seguir, assinalando V, se a assertiva for verdadeira, ou F, se a assertiva for falsa.

(F) Um grafo direcionado é fortemente conexo se há um caminho de um vértice u para outro vértice v ou de v para u.
(V) Um grafo não direcionado é conexo se houver caminho entre quaisquer par de vértices.
(F) Em um grafo completo com 10 vértices (nomeado de A a J), o número total de circuitos hamiltonianos que iniciam em **A** é 10!. $(10-1)! = 9!$
(F) Se um grafo possui um caminho (aberto) hamiltoniano então é possui um caminho (aberto) euleriano.
(F) Se um grafo possui um caminho (aberto) euleriano então ele possui um caminho (aberto) hamiltoniano. não se relacionam
(V) Existe um algoritmo para identificar se um grafo possui um ciclo hamiltoniano. → existe, só é NP-difícil
(V) Existe um algoritmo para identificar se um grafo possui um ciclo euleriano.

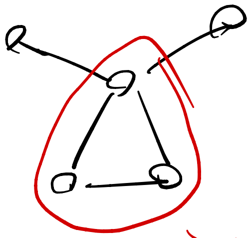
A ordem correta, de cima para baixo, das respostas destas assertivas é:

[X] A F – V – F – F – F – V – V
[B] F – V – F – F – F – F – V
[C] V – F – V – V – V – F – F
[D] V – F – V – V – V – F – F

QUESTÃO 15

Em um grafo não-direcionado e conexo, uma ponte é uma aresta cuja remoção desconecta grafo. Qual afirmação é verdadeira?

[A] Um grafo com pontes não pode ter um ciclo.
[X] B Uma ponte não pode ser parte de um ciclo simples.
[C] Uma árvore não tem pontes. → só tem pontes
[D] Toda aresta de um clique de tamanho maior ou igual a 3 é um ponte.



→ não não parte necessariamente

Não vale ponto

Se é Clique em G → é CI no complemento
Se o subgrafo é CI → o resto é CV
só é

+1/7/54+

QUESTÃO 16

Considere um grafo não direcionado G com vértices $\{a,b,c,d,e,f,g\}$. Analise as assertivas a seguir, assinalando V, se a assertiva for verdadeira, ou F, se a assertiva for falsa.

(F) Caso o conjunto de vértices $C = \{a,c,d\}$ for um conjunto independente máximo, então o subgrafo de G induzido pelos vértices $\{b,e,f,g\}$ é completo. X → não necessariamente
(F) Caso o conjunto de vértices $C = \{a,c,d\}$ for uma cobertura de vértices mínima, então o subgrafo de G induzido pelos vértices $\{b,e,f,g\}$ é completo. X
(V) Caso o conjunto de vértices $C = \{a,c,d\}$ for uma cobertura de vértices, então o subgrafo de G induzido pelos vértices $\{b,e,f,g\}$ é nulo.

A ordem correta, de cima para baixo, das respostas destas assertivas é:

A V – V – V B V – F – V C F – V – F ~~D~~ F – F – V

QUESTÃO 17

Seja $G = (V,E)$ um grafo direcionado e (G,W) um grafo ponderado sendo $W : V \mapsto \mathbb{Z}^+$. Como alterar o algoritmo de Dijkstra para encontrar o menor caminho de um vértice s para todos os vértices do grafo? As menores distâncias serão armazenadas em um vetor d.
Analise as assertivas a seguir, assinalando V, se a assertiva for verdadeira, ou F, se a assertiva for falsa.

(V) Alterar a função de atualização da distância em um vértice dado v, quando há uma aresta de u para v, para $d[v] = \min\{d[v], d[u] + w(v)\}$.
(F) Não alterar a distância inicial atribuída para s.
(F) Alterar a função de atualização da distância em um vértice dado v, quando há uma aresta de u para v, para $d[v] = \min\{d[v], d[v] + w(u)\}$.
(V) Os valores iniciais das distâncias para todos os vértices, exceto o primeiro, será igual à ∞.

A ordem correta, de cima para baixo, das respostas destas assertivas é:

A V – V – F – F X ~~B~~ V – F – F – V C F – V – V – V D F – F – V – F