

1. 考慮以下數列，並回答相關問題。

$$a_1 = 1$$

$$a_n = a_{n-1} + 3 \text{ (如果 } n \text{ 是偶數)}$$

$$a_n = 2 \times a_{n-1} - 5 \text{ (如果 } n \text{ 是奇數)}$$

e.g. 1, 4, 3, 6, 7, 10, 15, ...

則  $a_{30}$  為？

程式碼：

```
a = c()
a[1] = 1
for (i in 2:30) {
  if (i %% 2 == 0)
    a[i] = a[i-1] + 3
  else
    a[i] = 2 * a[i-1] - 5
}
a[30]
```

執行結果：

```
> a = c()
> a[1] = 1
> for (i in 2:30) {
+   if (i %% 2 == 0)
+     a[i] = a[i-1] + 3
+   else
+     a[i] = 2 * a[i-1] - 5
+ }
> a[30]
[1] 32770
```

2. 請跟隨以下步驟進行練習，以闡述“中央極限定理”。

- (1) 從  $\text{unif}(0,60)$  的分佈中隨機取出 75 個樣本計算其樣品均值，重複抽樣以及計算均值 1000 次。Uniform distribution 的平均值與變方公式列於下表中。

Mean	$\frac{1}{2}(a + b)$
Median	$\frac{1}{2}(a + b)$
Mode	any value in $(a, b)$
Variance	$\frac{1}{12}(b - a)^2$

程式碼：

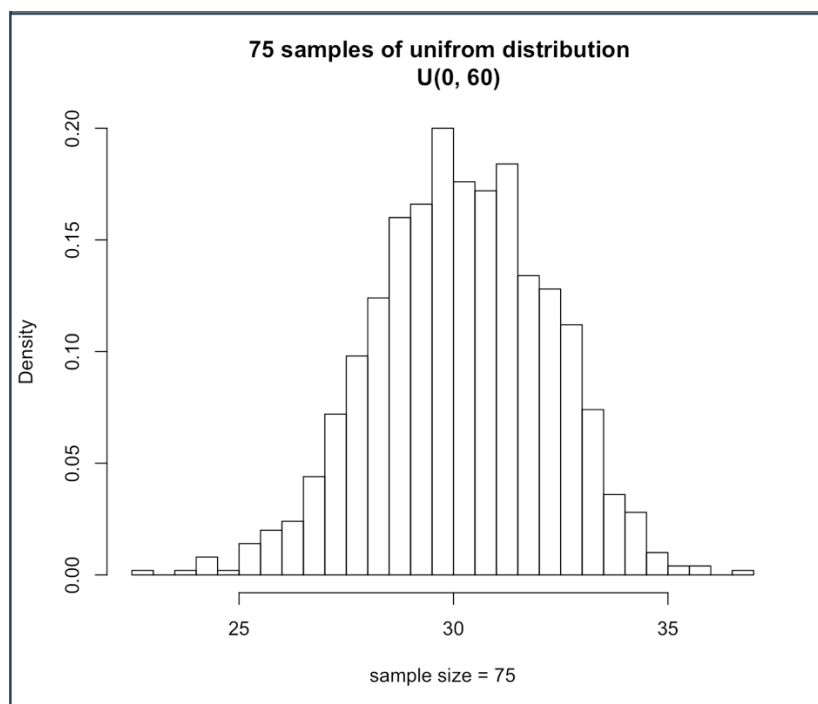
```
b = c()
for (i in 1:1000) {
  arr = runif(75, 0, 60)
  b[i] = mean(arr)
}
```

- (2) 利用前一題所得資料畫出一個 histogram，並且此 histogram 的 y 軸請以機率為單位，不要用次數。(提示：請複習 r 中 hist() 的參數)

程式碼：

```
hist(b, freq = F, main = "75 samples of unifrom distribution
  U(0, 60)", nclass = 30, xlab = "sample size = 75")
```

執行結果：



- (3) 根據中央極限定理，請在第二題的圖中加入一個符合你 histogram 的常態曲線。(提示：複習中央極限定理的概念，並為你常態分佈的曲線填入適當的參數)

程式碼：

```
curve(dnorm(x, 30, (300/75)^(0.5)), lwd = 2, add = T)
```

執行結果：

