

Лабораторна робота №6, 7

# Конденсатор та індуктивність в колі змінного струму

**Виконали:**

Познанський Тимур

Яковець Арина

Журавльова Софія

Щербина Софія

# Мета роботи

Вивчення залежності імпедансу конденсатора та котушки від частоти. Дослідження зсуву фаз між силою струму та напругою RC та RL кіл.

## 1 Короткі теоретичні відомості

### Коло із конденсатором

Імпеданс конденсатора визначається за формулою:

$$Z_C = \frac{1}{i\omega C} \quad (1)$$

Струм в колі:

$$I = \frac{\varphi}{Z_C} \quad (2)$$

Потенціал на обкладинках конденсатора:

$$\varphi = \varphi_0(\cos(\omega t + \psi_0) + i \sin(\omega t + \psi_0)) \quad (3)$$

Тангенс зсуву фаз:

$$\tan \phi = -\frac{1}{\omega RC} \quad (4)$$

### Коло із котушкою

Напруга в колі:

$$U = IR + L \frac{dI}{dt} = U_0 \cos \omega t \quad (5)$$

Сила струму в колі:

$$I = I_0 \cos(\omega t + \delta) \quad (6)$$

Тангенс зсуву фаз:

$$\tan \delta = \frac{L\omega}{R} \quad (7)$$

Напруга на резисторі та котушці описується рівняннями перехідних процесів:

$$U_R = U_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$I(t) = \frac{U_0}{R}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

де  $\tau = \frac{L}{R}$ .

## 2 Дослід із конденсатором

Для дослідження залежності імпедансу конденсатора від частоти отримали такі дані:

R, Ом	C, мкФ	f, Гц	$\omega$	$\ln(R)$	$\ln(C)$	$\ln(\omega)$
15	1,00E-06	10600	66601,76426	2,71E+00	-13,81551056	11,10648635
50	1,00E-06	3100	19477,87445	3,91E+00	-13,81551056	9,877034457
27	1,00E-06	5600	35185,83772	3,30E+00	-13,81551056	10,46839894
75	1,00E-06	2000	12566,37061	4,32E+00	-13,81551056	9,438779526
100	1,00E-06	31000	194778,7445	4,61E+00	-13,81551056	12,17961955
300	1,00E-06	13600	85451,32018	5,70E+00	-13,81551056	11,35570214
22	1,00E-06	6400	40212,38597	3,09E+00	-13,81551056	10,60193034
15	2,20E-06	5000	31415,92654	2,71E+00	-13,0270532	10,35507026
22	2,20E-06	2700	16964,60033	3,09E+00	-13,0270532	9,738884118
10	2,20E-06	7000	43982,29715	2,30E+00	-13,0270532	10,69154249
27	2,20E-06	2050	12880,52988	3,30E+00	-13,0270532	9,463472139
50	2,20E-06	1440	9047,786842	3,91E+00	-13,0270532	9,110275459
75	2,20E-06	900	5654,866776	4,32E+00	-13,0270532	8,64027183
82	2,20E-06	880	5529,20307	4,41E+00	-13,0270532	8,617798974
100	2,20E-06	740	4649,557127	4,61E+00	-13,0270532	8,444527253
160	2,20E-06	440	2764,601535	5,08E+00	-13,0270532	7,924651793
200	2,20E-06	370	2324,778564	5,30E+00	-13,0270532	7,751380072
300	2,20E-06	235	1476,548547	5,70E+00	-13,0270532	7,297462581
1000	2,20E-06	74	464,9557127	6,91E+00	-13,0270532	6,14194216
10	4,40E-06	3400	21362,83004	2,30E+00	-12,33390602	9,969407777
15	4,40E-06	2400	15079,64474	2,71E+00	-12,33390602	9,621101083
22	4,40E-06	1400	8796,45943	3,09E+00	-12,33390602	9,082104582
27	4,40E-06	1240	7791,149781	3,30E+00	-12,33390602	8,960743725
50	4,40E-06	700	4398,229715	3,91E+00	-12,33390602	8,388957401
75	4,40E-06	440	2764,601535	4,32E+00	-12,33390602	7,924651793
82	4,40E-06	420	2638,937829	4,41E+00	-12,33390602	7,878131778
100	4,40E-06	360	2261,946711	4,61E+00	-12,33390602	7,723981098
300	4,40E-06	112	703,7167544	5,70E+00	-12,33390602	6,556375938
1000	4,40E-06	37	232,4778564	6,91E+00	-12,33390602	5,448794979

Рис. 1: Дані для конденсатора

### Аналіз графіків

Побудуємо залежність  $R(\omega)$  в логарифмічних координатах.

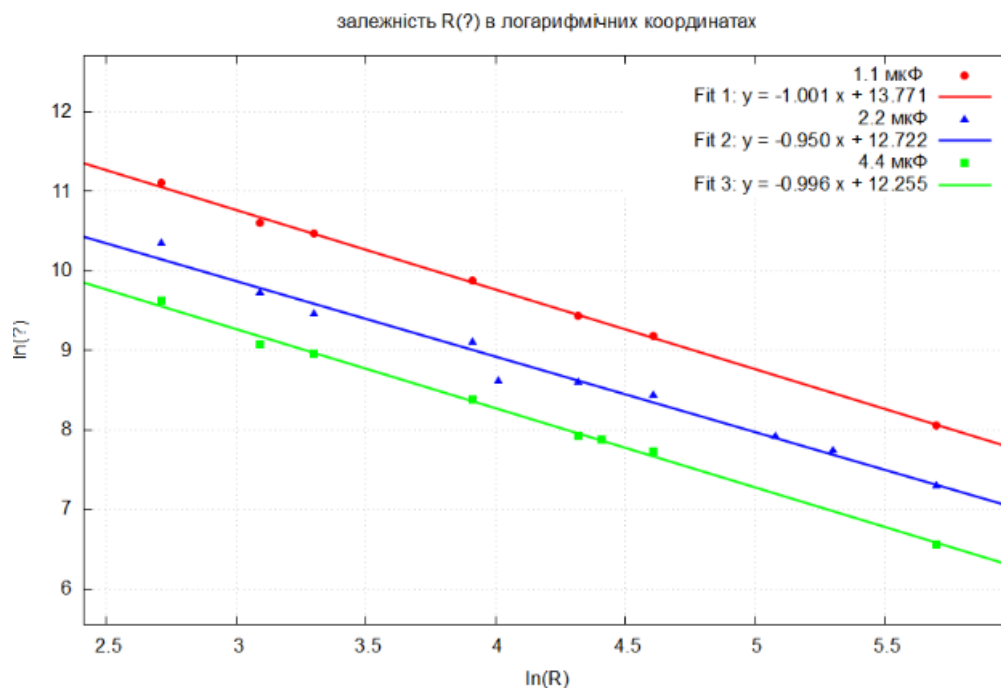


Рис. 2: Залежність  $\ln(R)$  від  $\ln(\omega)$  для різних ємностей.

Отримали такі коефіцієнти нахилу прямих:

- $C = 1 \text{ мкФ}$ :  $k = -1,001 \pm 0,017$
- $C = 2,2 \text{ мкФ}$ :  $k = -0,950 \pm 0,049$
- $C = 4,4 \text{ мкФ}$ :  $k = -0,996 \pm 0,022$

З формули (1) видно, що коефіцієнт нахилу прямої має дорівнювати  $k = -1$ . Бачимо, що отримані з експерименту коефіцієнти нахилу збігаються в межах похибки із теоретичним значенням. Можна також помітити, що коефіцієнт прямих  $b$  зростає при зменшенні ємності конденсатора.

Для перевірки теоретичної залежності опору конденсатора від частоти та визначення його ємності було побудовано графіки залежності імпедансу  $Z_C$  від величини, оберненої до циклічної частоти ( $1/\omega$ ). Модуль імпедансу конденсатора визначається формулою:

$$Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{C} \cdot \left(\frac{1}{\omega}\right)$$

Нижче наведено графіки експериментальних залежностей для трьох досліджуваних ємностей.

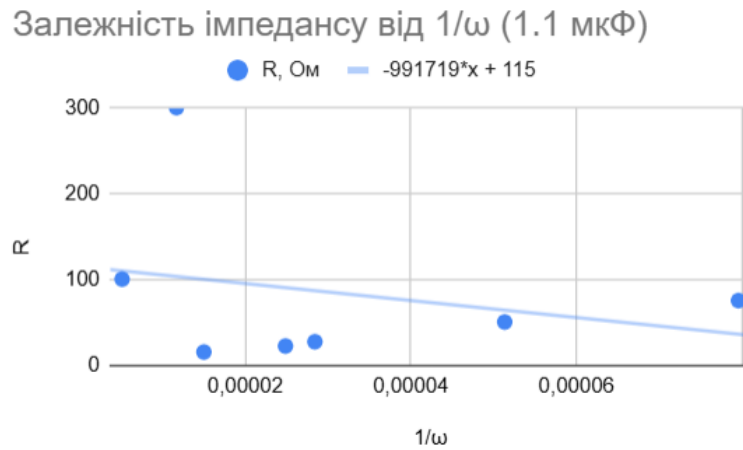


Рис. 3: Рис. 2. Залежність імпедансу від  $1/\omega$  для конденсатора номіналом  $C = 1$  мкФ.

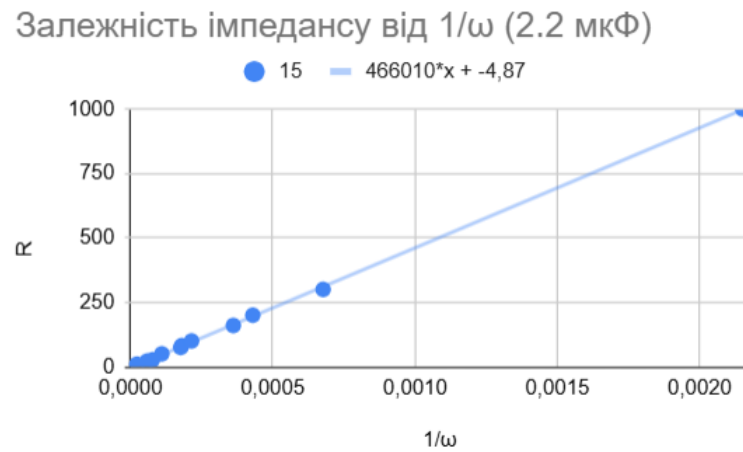
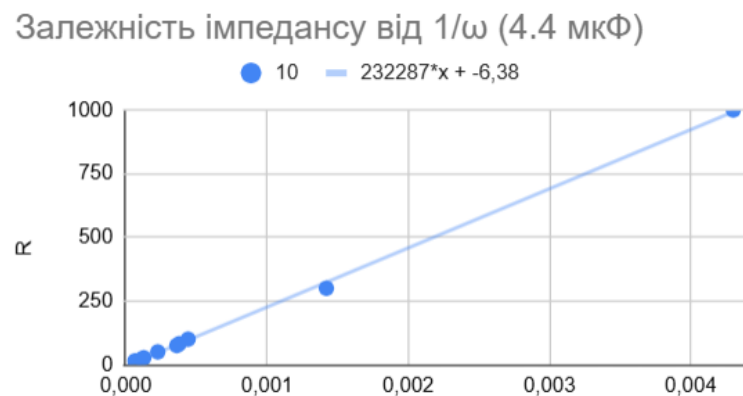


Рис. 4: Рис. 2. Залежність імпедансу від  $1/\omega$  для конденсатора номіналом  $C = 2.2$  мкФ.



Для конденсатора  $C = 2.2 \text{ мкФ}$ :  $R = 466010x - 4,87$

$$C = \frac{1}{466010x} = 2.1459 \cdot 10^{-6} \text{ Ф} = 2.1459 \text{ мкФ}$$

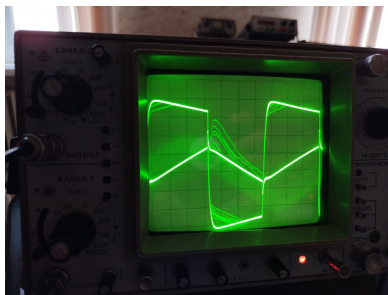
Для конденсатора  $C = 4.4 \text{ мкФ}$ :  $R = 232287x - 6.38$

$$C = \frac{1}{232287x} = 4.3 \cdot 10^{-6} \text{ Ф} = 4.3 \text{ мкФ}$$

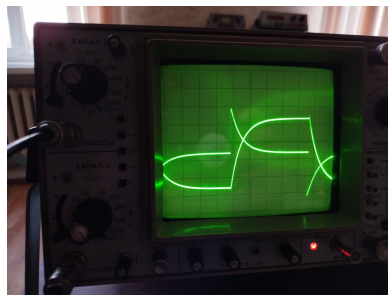
Як видно з графіків, експериментальні точки з високою точністю лягають на прямі лінії. Це підтверджує обернено пропорційну залежність опору конденсатора від частоти.

## Осцилограми (RC-коло)

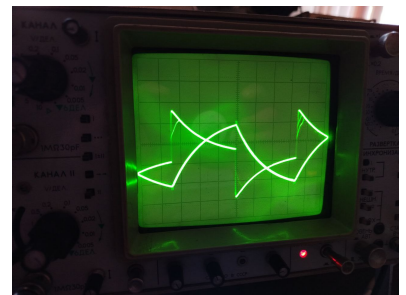
Для конденсатора ємністю  $2,2 \text{ мкФ}$  і резистора з опором  $R = 70 \text{ Ом}$  отримали малюнки синхронізованих розгортки сигналів.



(а)  $\frac{1}{\omega} \ll RC$



(б)  $\frac{1}{\omega} \gg RC$



(в)  $\frac{1}{\omega} = RC$

Рис. 6: Осцилограми для RC-кола

**Аналіз осцилограм:** На рис. (с) неперервний графік — це напруга на конденсаторі. Розривний — це опір. Коли лінія підіймається вгору, відбувається зарядка конденсатора.

- Випадок (а). Період сигналу набагато менший за час зарядки конденсатора. Конденсатор не встигає зарядитися повністю за час короткого імпульсу. Він встигає лише почати лінійно накопичувати заряд. Ми бачимо трикутні хвилі. Прямокутний вхідний сигнал перетворився на майже лінійний «трикутник». Це режим інтегрування.
- У випадку (б). Період сигналу набагато більший за час зарядки конденсатора ( $RC$  мале). Конденсатор встигає повністю зарядитися і розрядитися протягом дії одного імпульсу. Напруга на ньому швидко зростає по експоненті, досягає максимуму і тримається на цьому рівні («поличка»), доки вхідний сигнал не зміниться. Ми бачимо спотворений прямокутник із заокругленими кутами (експоненційне зростання/спад). Форма сигналу наближається до вхідного прямокутного імпульсу.
- У випадку (в) Період сигналу співрозмірний із часом зарядки. Конденсатор заряджається і розряджається значно, але не встигає вийти на «поличку» повного заряду, як у випадку (б), і не є настільки лінійним, як у випадку (а).

## 3 Дослід із котушкою

Для дослідження залежності імпедансу котушки від частоти отримали такі дані:

	L індуктивність				
	2	9	1	(1+1) паралель.	(2+9) паралель.
R, Ом	f				
10	700	160	1800	1100000	1120000
15	1100	450	3500	1100000	1120000
22	1700	420	4400	1100000	1120000
27	1900	600	5100	1100000	1120000
50	3500	800	9000	1080000	1080000
75	5500	1300	14000	1060000	1060000
100	7200	1500	19000	1040000	1040000
150	11000	2500	28000	1000000	950000
200	14000	3400	38000	1000000	950000
300	22000	5000	58000	900000	800000
1000	70000	16000	160000	850000	550000

Рис. 7: Данні вимірювань для котушки

ln(R)	ln(f)	ln(f)	ln(f)	ln(f)	ln(f)
2,302585093	8,388957401	6,913050882	8,64027183	15,7486978	15,76671631
2,708050201	8,840942525	7,947124649	9,305248133	15,7486978	15,76671631
3,091042453	9,276260596	7,878131778	9,534089706	15,7486978	15,76671631
3,295836866	9,387486232	8,234806722	9,681725705	15,7486978	15,76671631
3,912023005	9,998395314	8,522488794	10,24970974	15,73034867	15,73034867
4,317488114	10,45038044	9,00799661	10,69154249	15,71165653	15,71165653
4,605170186	10,71971337	9,151097453	10,99692414	15,69260834	15,69260834
5,010635294	11,14352762	9,661923077	11,38468968	15,65338762	15,60209433
5,298317367	11,38468968	9,969407777	11,69007132	15,65338762	15,60209433
5,703782475	11,8366748	10,35507026	12,11292818	15,54802711	15,43024407
6,907755279	12,99412759	11,51822107	13,12765898	15,49086869	15,05555062

Рис. 8: Данні для побудови графіка залежності  $\ln(R)$  від  $\ln(\omega)$  для різних індуктивностей.

## Аналіз графіків

Побудуємо залежність  $R(\omega)$  в логарифмічних координатах.

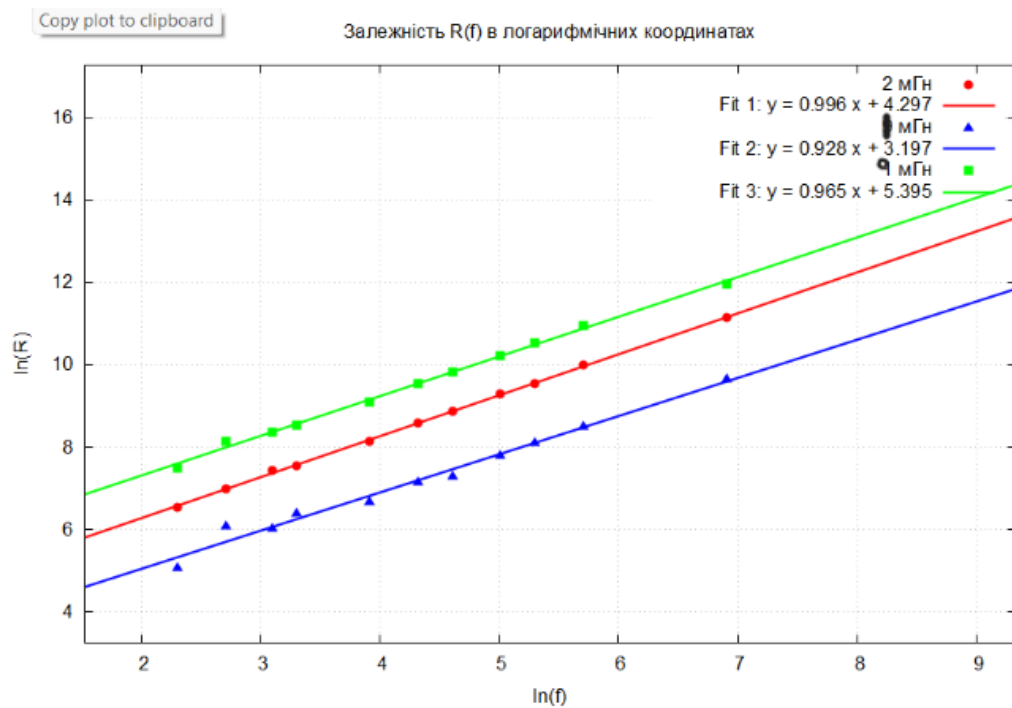


Рис. 9: Залежність  $\ln(R)$  від  $\ln(\omega)$  для різних індуктивностей.

Отримали такі коефіцієнти нахилу прямих:

- $L = 1$  мГн:  $k = 0,965 \pm 0,018$
- $L = 2$  мГн:  $k = 0,996 \pm 0,007$
- $L = 9$  мГн:  $k = 0,965 \pm 0,041$

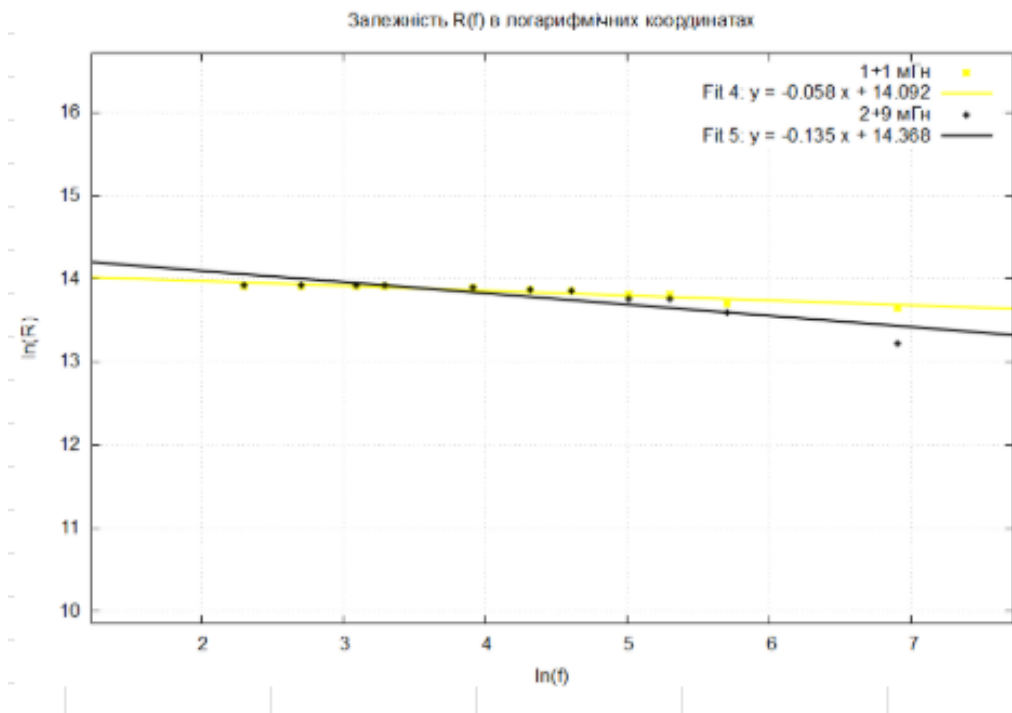


Рис. 10: Залежність  $\ln(R)$  від  $\ln(\omega)$  для різних індуктивностей.

Отримали такі коефіцієнти нахилу прямих



- $L = 1 + 1 \text{ мГн}$ :  $k = -0,058 \pm 0,007$
- $L = 2 + 9 \text{ мГн}$ :  $k = -0,135 \pm 0,025$

Коефіцієнт нахилу для прямої має дорівнювати  $k = 1$ . Отримані значення, на рис.6 не збігаються з теоретичними.

Побудуємо в логарифмічних координатах залежність  $\text{tg}(\phi)$  від частоти  $f$ .

Для 1500м.9:										
R, Ом	f	Період, кл	Зміщення, кл	tg(φ)	φ	ln tg(φ)	ln(f)	f/R	ln(f/R)	ln tg(φ)
10	2500	5	1,2		86,4		7,824046011	250	5,521460918	
15	2200	5,8	1,3	0,099730153	80,68965517	1,808244533	7,696212639	146,6666667	4,988162438	1,808244533
22	1900	6,2	1,4	0,527655234	81,29032258	1,876047803	7,549609165	86,36363636	4,458566712	1,876047803
27	1600	8,6	1,7	2,931239429	71,1627907	1,075425347	7,377758908	59,25925926	4,081922042	1,075425347
50	1300	7,2	1,12	1,482560969	56	0,3937709765	7,170119543	26	3,258096538	0,3937709765
75	1000	6,4	0,7	0,8206787908	39,375	-0,1976234875	6,907755279	13,33333333	2,590267165	-0,1976234875
100	3700	8,9	1,6	2,117343022	64,71910112	0,7501620112	8,216088099	37	3,610917913	0,7501620112
150	4000	5,9	0,9	1,423661621	54,91525424	0,3532321587	8,29404964	26,66666667	3,283414346	0,3532321587
200	5000	8	1,2	1,37638192	54	0,3194582595	8,517193191	25	3,218875825	0,3194582595
300	6000	6,1	0,8	1,08039772	47,21311475	0,07732923237	8,699514748	20	2,995732274	0,07732923237
1000	7000	5,2	0,3	0,3792499754	20,76923077	-0,9695597256	8,853665428	7	1,945910149	-0,9695597256

Рис. 11: Виміряні дані для зсуву фаз

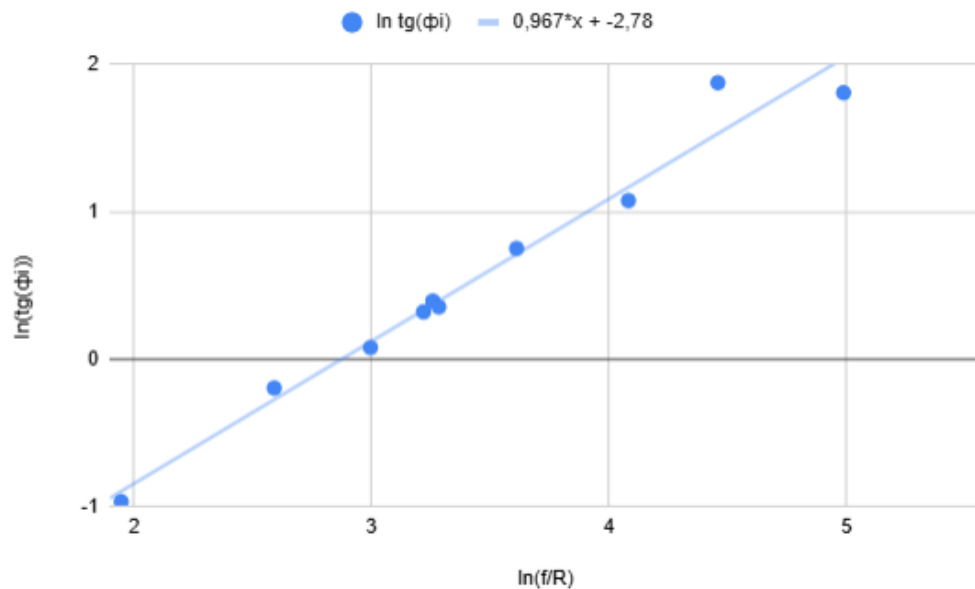


Рис. 12: Залежність логарифма тангенса зсуву фаз  $\ln(\text{tg } \phi)$  від логарифма частоти  $\ln(f)$  для RL-кола.

$$\text{tg } \phi = \frac{\omega L}{R} = \frac{2\pi f L}{R}$$

Прологарифмувавши цей вираз, отримуємо рівняння прямої:

$$\ln(\text{tg } \phi) = \ln\left(\frac{f}{R}\right) + \ln(2\pi L)$$

Отже

$$\ln(\text{tg } \phi) = 0,967 * x - 2,78$$

Отримане значення  $k \approx 0,967$  є дуже близьким до теоретичної одиниці (1). Це підтверджує лінійну залежність тангенса зсуву фаз від частоти та обернену залежність від

опору. Значення  $b = -2,78$  дозволяє обчислити індуктивність котушки  $L$ . Виразимо  $L$  з рівняння для вільного члена:

$$\begin{aligned}\ln(2\pi L) &= -2,76 \\ 2\pi L &= e^{-2,76} \\ L &= \frac{e^{-2,76}}{2\pi} \approx \frac{0,0633}{6,283} \approx 0,010 \text{ Гн}\end{aligned}$$

## Висновок

У лабораторній роботі досліджено частотні залежності імпедансу та зсуву фаз у колах змінного струму з реактивними елементами. Побудова характеристик у логарифмічному масштабі експериментально підтвердила теорію: індуктивний опір лінійно зростає з частотою (кутовий коефіцієнт  $k \approx 1$ ). Встановлено, що вільний член рівняння  $b$  корелює з фізичними параметрами котушок та конденсаторів: зі зростанням індуктивності збільшується й активний опір обмоток,  $b$  зростає при зменшенні ємності конденсатора. Аналіз синхронізованих осцилограм продемонстрував вплив співвідношення частоти та сталої часу  $RC$  на форму сигналу, зокрема перехід  $RC$ -кола в режим інтегрування при високих частотах, а також у режим диференціювання при низьких частотах. Крім того, застосування методу лінійної апроксимації до графіків залежності імпедансу від величини  $1/\omega$  дозволило визначити ємності конденсаторів з високою точністю: розраховані значення (2,15 мкФ та 4,31 мкФ). Дослідження фазових співвідношень у  $RL$ -колі підтвердило теоретичну модель зсуву фаз. За результатами аналізу логарифмічної залежності тангенса кута зсуву фаз було обчислено індуктивність котушки  $L \approx 10$  мГн, що узгоджується з номінальним значенням у межах похибки вимірювань.