

# Електрика та магнетизм.

## Лабораторна робота №5

### Визначення магнітного поля Землі

Богомолів Данило, Лицар Данило, Березовська Анастасія

#### Мета:

Визначити магнітне поле Землі, його горизонтальну та вертикальну компоненту.

#### Теоретичне підґрунтя:

У роботі вимірювання побудовані на принципі імплікації постійного магнітного поля, величина і напрям якого відомі, на невідоме магнітне поле Землі. Горизонтальна компонента магнітного поля Землі  ${}^h B_{Earth} = {}^h B_E$  розраховується із напрямку результуючої магнітної індукції  ${}^h B_{Result} = {}^h B_R$

$$\vec{B}_R = \vec{B} + \vec{B}_E \quad (1)$$

Індикатором напрямку результуючих магнітної індукції слугує магнітна стрілка з лімбом. На початку експерименту стрілка встановлюється за напрямком горизонтальної компоненти  ${}^h B_E$  (напрямок "Північ-Південь") магнітного поля Землі. Припустимо, ми забезпечили додаткове однорідне горизонтальне поле  ${}^h B$ . Стрілка відхилиться на кут  $\alpha$  і показуватиме напрям горизонтальної компоненти результуючого поля  ${}^h B_R$ . На *Рис. 1* зображені горизонтальні компоненти поля в загальному випадку. Компоненти, які зображено штриховими лініями, мають місце у випадку зміни полярності додаткового поля (зміни напрямку струму).

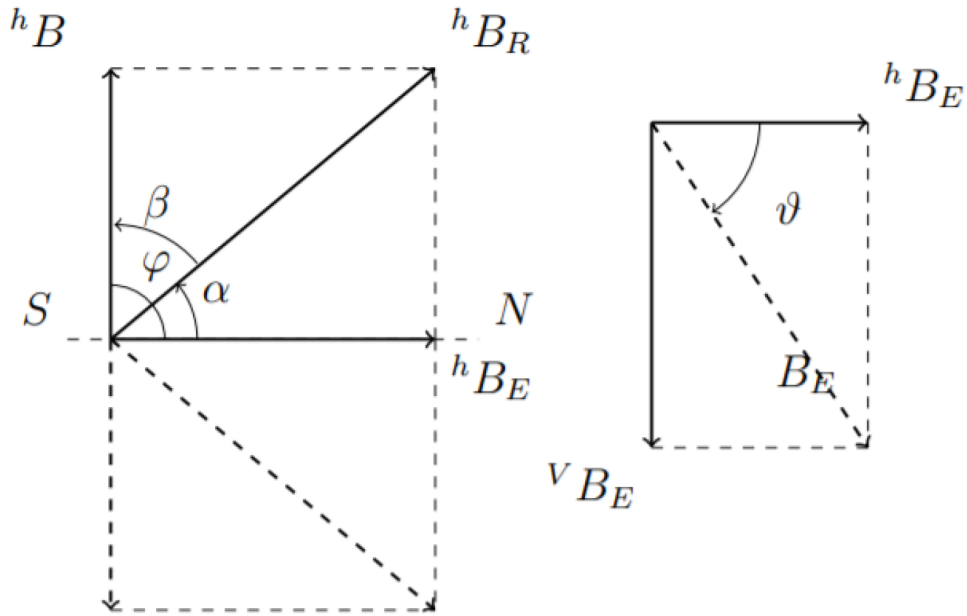


Рис. 1: Векторна діаграма складових векторного поля: зліва – горизонтальна площина; справа – вертикальна площина.

З теореми синусів маємо:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin (\varphi - \alpha)} = \frac{{}^h B}{{}^h B_E} \quad (2)$$

В нашому випадку  $\varphi = 90^\circ$ , тоді вираз можна переписати.

$${}^h B = {}^h B_E \operatorname{tg} \alpha \quad (3)$$

Поле  $B$  пропорційно силі струму  $I$ , яка вимірюється безпосередньо. Коефіцієнт пропорційності залежить від конфігурації котушки, що створює поле, і називається калібровочним коефіцієнтом.

$${}^h B = IK \quad (4)$$

Тоді з (3) ми отримуємо:

$$IK = {}^h B_E \operatorname{tg} \alpha \quad (5)$$

Якщо компас встановити в вертикальній площині, можна безпосередньо заміряти кут  $\theta$ , з якого розрахувати вертикальну компоненту магнітного поля Землі та сумарну індукцію:

$$\text{vertical } B = {}^v B = {}^h B_E \tan \theta \quad (6)$$

$$B_E = \sqrt{{}^h B_E^2 + {}^v B_E^2} \quad (7)$$

**Експериментальне обладнання:**

Схема експериментальної установки зображена на *Рис. 2*. Котушки Гельмгольца з'єднанні послідовно (для цього треба з'єднати клеми з однаковими позначеннями) і підключені до джерела постійного струму через реостат і амперметр.

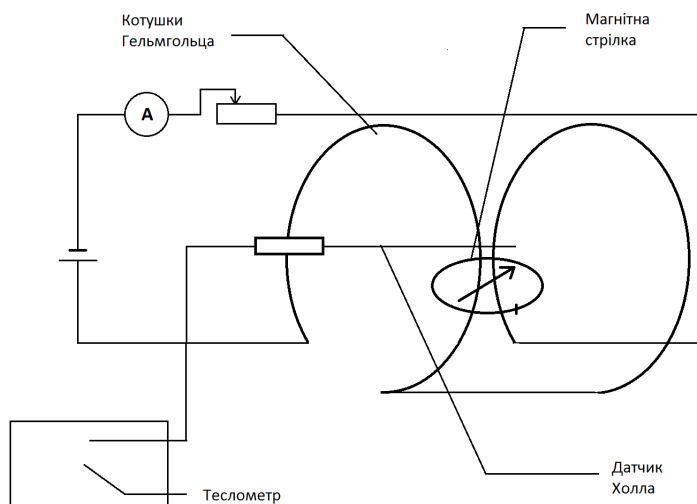


Рис. 2: Схема експериментальної установки

Магнітне поле вимірюється теслометром з датчиком Холла, який фіксує компоненту магнітної індукції, що паралельна осі датчика. Тому важливо, щоб його напрям співпадав з напрямом осей котушок. Щуп датчика встановлюється точно всередині пристрою Гельмгольца.

## Хід експерименту:

1. Встановити Датчик Холла точно всередині пристрою Гельмгольца. Зняти залежність горизонтальної компоненти магнітної індукції  $^hB$  від струму  $I$  котушок. Діапазон зміни струму - від 0 до 2 А.
2. Замість датчика Холла за допомогою штативу встановити магнітометр з магнітною стрілкою так, щоби центр лімба знаходився точно всередині пристрою Гельмгольца, а сам лімб було розташовано точно в горизонтальній площині.
3. Визначити напрям "Північ-Південь" (у подальшому - "напрямок") на кільці з поділами з відсутнім струмом у котушках. Для більш докладного визначення напрямку за магнітною стрілкою, стрілку треба легко відхилити від положення рівноваги кілька разів. Можлива сила тертя може бути зменшена легким постукуванням по штативу.
4. Провести вимірювання куту відхилення магнітної стрілки від положення рівноваги цієї стрілки, як ф-ції малих струмів у котушці. Повторити серію вимірювань після зміни напрямку струму в котушці на протилежний.
5. Визначити кут  $\phi$  між напрямом та віссю пари котушок за максимальним відхиленням стрілки, коли резистор замкнено на коротко, амперметр відключено, струм у котушках приблизно дорівнює 4 А.
6. У відсутності струму котушок лімб магнітометра повернути у вертикальну площину так, щоб магнітна стрілка вказувала кут нахилу. Переконайтеся, що вісь обертання співпадає з напрямом. З метою перевірки магнітометра треба змінити кут на  $180^\circ$  і повторити вимір.

## Завдання:

1. Отримати та побудувати калібровочний графік, визначити калібровочний коефіцієнт котушок Гельмгольца.
2. Визначити напрям в точці проведення експерименту та в інших точках лабораторії. Оцінити похибку, проаналізувати джерела збурень.
3. Отримати залежність кута  $\alpha$  від струму  $I$  через котушки в обох напрямках протікання струму. Побудувати графік.
4. Визначити кут  $\varphi$ . Побудувати графік  $\frac{\sin \alpha}{\cos \beta}$  як функції  $I$  ( $\beta = \phi - \alpha$ ). Визначити за допомогою графіка  $^hB_E$ . Проаналізувати, в якому діапазоні струмів через котушку вимірювання мають найменшу похибку.

5. Визначити вертикальну компоненту магнітного поля Землі  ${}^vB_E$  та повну індукцію магнітного поля Землі  $B_E$ .

### Отримані дані:

$I, A$	$\sigma I, A$	${}^hB, T$						$\langle {}^hB \rangle, T$	$\sigma \langle {}^hB \rangle, T$
0,25	0,02	0,0002	0,00021	0,0002	0,0002	0,00019	0,0002	0,0002	0,000012
0,5	0,02	0,00033	0,00032	0,00032	0,00032	0,00031	0,00032	0,00032	0,000012
0,75	0,02	0,00049	0,00048	0,00048	0,00049	0,00047	0,00048	0,000482	0,000013
1	0,02	0,00066	0,00065	0,00065	0,00064	0,00064	0,00064	0,000647	0,000013
1,25	0,02	0,00082	0,00082	0,00082	0,00081	0,0008	0,00081	0,000813	0,000013
1,5	0,02	0,00098	0,00099	0,00098	0,00099	0,00097	0,00098	0,000982	0,000013
1,75	0,02	0,00115	0,00114	0,00114	0,00114	0,00113	0,00114	0,00114	0,000012
2	0,02	0,0013	0,00132	0,00131	0,00132	0,00131	0,00131	0,001312	0,000013

Рис. 3: Таблиця для побудови калібровочного графіка

Повна абсолютна похибка  $\sigma {}^hB$  була розрахована за формулою  $\sqrt{\delta^2({}^hB) + \sqrt{D[{}^hB]}^2}$ , а для струму  $\sigma I = \delta I$ , де  $\delta$  перед величиною символізує її інструментальну похибку,  $D$  - незміщену оцінку дисперсії випадкової величини.  $\delta\alpha = 2,5^\circ$

$\alpha, ^\circ$	$I_{SmallRange}, A$		$I_{sr}, A$	$\sigma I_{sr}, A$	$I_{sr}, A$		$I_{sr}, A$	$\sigma I_{sr}, A$	$I_{sr}, A$		$I_{sr}, A$	$\sigma I_{sr}, A$
80	3,920	3,970	3,945	0,032	3,000	3,100	3,050	0,054	3,000	3,100	3,050	0,054
70	6,270	6,300	6,285	0,025	6,000	6,100	6,050	0,054	7,100	7,200	7,150	0,054
60	7,840	7,920	7,880	0,045	10,000	10,100	10,050	0,054	8,900	9,000	8,950	0,054
50	14,500	14,700	14,600	0,102	16,000	16,200	16,100	0,102	15,000	15,100	15,050	0,054
40	16,100	16,300	16,200	0,102	17,100	17,300	17,200	0,102	16,400	16,500	16,450	0,054
30	24,400	24,600	24,500	0,102	24,500	24,600	24,550	0,054	25,600	25,800	25,700	0,102
20	40,100	40,400	40,250	0,151	41,000	42,000	41,500	0,500	39,200	39,500	39,350	0,151
10	86,300	87,000	86,650	0,351	91,000	92,000	91,500	0,500	83,000	84,000	83,500	0,500
5	152,000	157,000	154,500	2,500	187,000	190,000	188,500	1,500	188,000	189,000	188,500	0,500
$\alpha, ^\circ$	$I_{sr}, A$		$I_{sr}, A$	$\sigma I_{sr}, A$	$I_{sr}, A$		$I_{sr}, A$	$\sigma I_{sr}, A$	$I_{sr}, A$		$I_{sr}, A$	$\sigma I_{sr}, A$
80	2,800	2,900	2,850	0,054	2,950	3,100	3,025	0,078	2,950	2,980	2,965	0,025
70	5,800	5,900	5,850	0,054	6,100	6,200	6,150	0,054	5,900	6,000	5,950	0,054
60	9,100	9,200	9,150	0,054	8,500	8,770	8,635	0,136	8,200	8,300	8,250	0,054
50	12,600	12,700	12,650	0,054	15,120	15,150	15,135	0,025	15,300	15,400	15,350	0,054
40	17,500	17,600	17,550	0,054	17,200	17,300	17,250	0,054	17,100	17,200	17,150	0,054
30	25,600	25,700	25,650	0,054	25,550	25,650	25,600	0,054	24,700	24,800	24,750	0,054
20	45,100	45,200	45,150	0,054	41,100	41,400	41,250	0,151	42,100	42,300	42,200	0,102
10	83,000	87,000	85,000	2,000	90,000	91,000	90,500	0,500	89,000	90,000	89,500	0,500
5	167,000	168,000	167,500	0,500	172,000	173,000	172,500	0,500				

Рис. 4: Таблиця кутів та діапазонів струму для прямого протікання

$\alpha, ^\circ$	$I_{SmallRange}, A$		$I_{sr}, A$	$\sigma I_{sr}, A$	$I_{sr}, A$		$I_{sr}, A$	$\sigma I_{sr}, A$	$I_{sr}, A$		$I_{sr}, A$	$\sigma I_{sr}, A$
80	2,120	2,270	2,195	0,078	3,000	3,100	3,050	0,054	2,500	2,510	2,505	0,021
70	3,570	3,900	3,735	0,166	4,700	4,800	4,750	0,054	5,100	5,200	5,150	0,054
60	8,500	8,700	8,600	0,102	8,840	8,920	8,880	0,045	7,800	7,900	7,850	0,054
50	11,200	11,300	11,250	0,054	11,900	12,000	11,950	0,054	10,500	11,100	10,800	0,301
40	15,400	15,700	15,550	0,151	16,900	17,100	17,000	0,102	18,400	18,500	18,450	0,054
30	25,000	25,200	25,100	0,102	27,200	27,400	27,300	0,102	25,200	25,400	25,300	0,102
20	34,900	35,000	34,950	0,054	37,100	37,400	37,250	0,151	37,200	37,500	37,350	0,151
10	70,300	69,900	70,100	0,201	70,000	70,100	70,050	0,054	76,000	77,000	76,500	0,500
5	122,000	127,000	124,500	2,500	127,000	130,000	128,500	1,500	128,000	129,000	128,500	0,500
$\alpha, ^\circ$	$I_{sr}, A$		$I_{sr}, A$	$\sigma I_{sr}, A$	$I_{sr}, A$		$I_{sr}, A$	$\sigma I_{sr}, A$	$I_{sr}, A$		$I_{sr}, A$	$\sigma I_{sr}, A$
80	1,800	1,900	1,850	0,054	1,750	1,800	1,775	0,032	1,900	2,100	2,000	0,102
70	4,800	4,900	4,850	0,054	5,100	5,200	5,150	0,054	4,500	4,800	4,650	0,151
60	7,500	7,600	7,550	0,054	8,000	8,200	8,100	0,102	9,500	9,770	9,635	0,136
50	12,100	12,200	12,150	0,054	11,820	11,950	11,885	0,068	12,100	12,200	12,150	0,054
40	14,900	15,600	15,250	0,351	14,500	14,600	14,550	0,054	15,000	15,100	15,050	0,054
30	25,100	25,200	25,150	0,054	22,750	22,950	22,850	0,102	21,000	22,000	21,500	0,500
20	31,900	32,200	32,050	0,151	37,100	37,300	37,200	0,102	31,000	33,000	32,000	1,000
10	69,000	70,000	69,500	0,500	68,000	69,000	68,500	0,500	70,000	71,000	70,500	0,500
5	127,000	128,000	127,500	0,500	122,000	123,000	122,500	0,500				

Рис. 5: Таблиця кутів та діапазонів струму для зворотнього протікання

Внутрішній радіус котушок Гельмгольца  $R_{in} = 760$  мм, зовнішній –  $R_{ex} = 825$  мм. При отриманні даних результатів вимірювання проводилося дуже приблизно, тож візьмемо інструментальну похибку хоча б в п'ять разів більшу за ціну поділки. Тобто  $\delta R_{in} = \delta R_{ex} = 5$  мм.

$\theta, ^\circ$									
79	70	81	77	71	78	71	73	76	

Рис. 6: Таблиця кутів нахилу у вертикальному положенні

## Обробка результатів:

**Завдання 1.** Побудуємо цей графік та визначимо калібровочний коефіцієнт  $K$  з формули (4) як кут нахилу прямої.

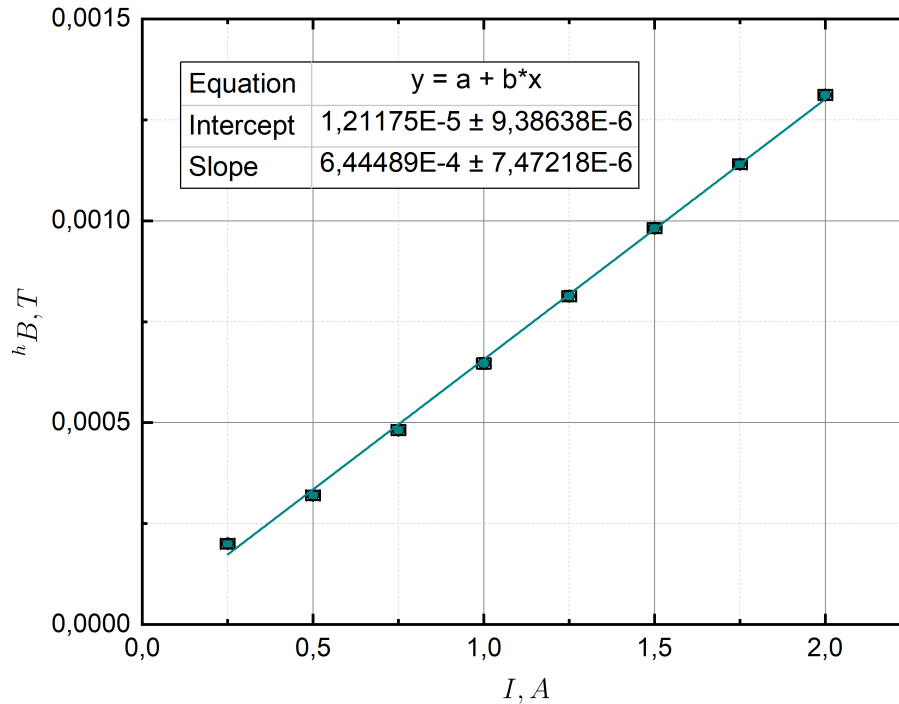


Рис. 7: Калібровочний графік для котушок Гельмгольца

Тож отримаємо  $K = (6,44489 \pm 0,075) \cdot 10^{-4} \text{ Т/А}$ .

**Завдання 1,5.** Оцінимо кількість витків одної з котушок. З формули для сумарного модулю магнітного поля  $B = \left(\frac{4}{5}\right)^{3/2} \frac{\mu_0 n I}{R}$ , де  $\mu_0 = 1,257 \cdot 10^{-7} \text{ Т} \cdot \text{м/А}$ ,  $I$  – струм через котушку, А;  $R$  – радіус котушки, м;  $n$  – к-сть витків котушки. Тобто маємо фізичний зміст калібровочного коефіцієнта:

$$\begin{aligned}
 K &= \left(\frac{4}{5}\right)^{3/2} \frac{\mu_0 n}{R} \Rightarrow n = \left(\frac{5}{4}\right)^{3/2} \frac{KR}{\mu_0} = \left(\frac{5}{4}\right)^{3/2} \frac{K \cdot 0,5(R_{in} + R_{ex})}{\mu_0} = \\
 &= \left(\frac{5}{4}\right)^{3/2} \frac{6,45 \cdot 10^{-4} \cdot 0,5(0,76 + 0,825)}{1,257 \cdot 10^{-7}} = 5683 \pm 71
 \end{aligned}$$

Вважаю доцільним заключити, що на котушку було намотано 600 витків міді. Похибка розрахована за формулою

$$\begin{aligned}
\sigma n &= n \sqrt{\left(\frac{\sigma K}{K}\right)^2 + \left(\frac{0,5\sqrt{\sigma^2 R_{in} + \sigma^2 R_{ex}}}{0,5(R_{in} + R_{ex})}\right)^2} = n \sqrt{\left(\frac{\sigma K}{K}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{\delta^2 R_{in} + \delta^2 R_{ex}}}{(R_{in} + R_{ex})}\right)^2} = \\
&= n \sqrt{\left(\frac{\sigma K}{K}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2} \cdot \delta R_{in}}{(R_{in} + R_{ex})}\right)^2} = 5683 \cdot \sqrt{(0,011637)^2 + \left(\frac{0,007071}{1,585}\right)^2} = \\
&= 5683 \cdot \sqrt{(0,011637)^2 + (0,004461)^2} = 71
\end{aligned}$$

Можна помітити, що похибка коефіцієнта котушок Гельмгольца вносить суттєвіший вклад в загальну похибку, у порівнянні з похибкою радіуса котушок.

**Завдання 2.** виконати неможливо у зв'язку з відсутністю даних від викладача.

**Завдання 3.**

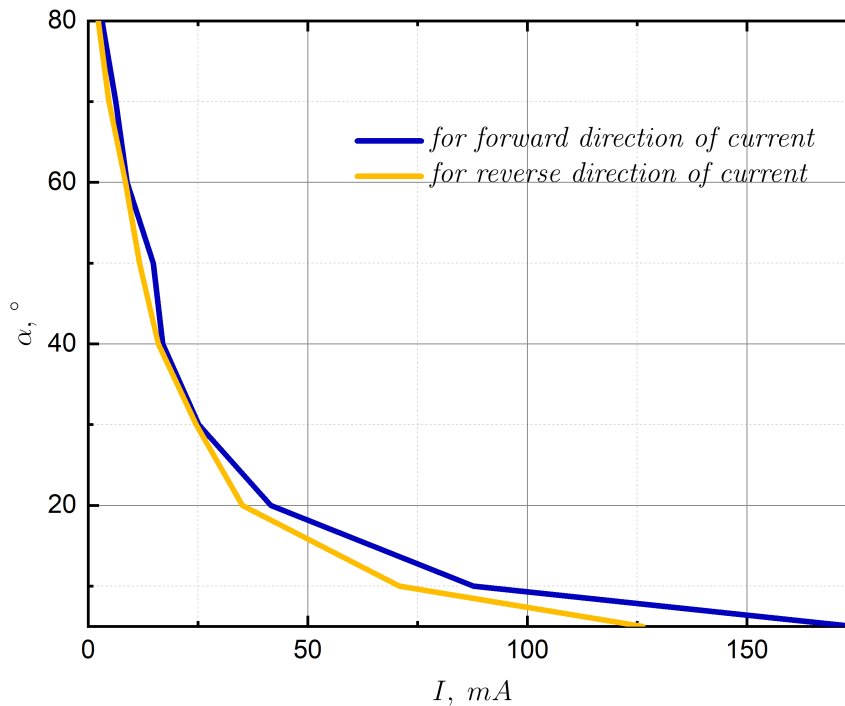


Рис. 8: Графік залежності кута  $\alpha$  від струму  $I$  через котушки в обох напрямках протікання струму.

**Завдання 4.**  $\varphi$  за умовою рівний  $90^\circ$ . Тоді залежність буде мати вигляд (4).

Знайдемо  ${}^h B = IK$ ;  $\sigma {}^h B = {}^h B \sqrt{\left(\frac{\sigma I}{I}\right)^2 + \left(\frac{\sigma K}{K}\right)^2}$ . Також необхідно знайти  $\cot \alpha$ ;



$$\sigma \cot \alpha = \cot \alpha \frac{\sigma \alpha}{\alpha} = \cot \alpha \frac{\delta \alpha}{\alpha}. \text{ Тоді отримаємо:}$$

Прямий потік струму				Зворотній потік струму			
$^hB, T$	$\sigma ^hB, T$	$\cot \alpha$	$\sigma \cot \alpha$	$^hB, T$	$\sigma ^hB, T$	$\cot \alpha$	$\sigma \cot \alpha$
2,0285E-06	2,7241E-08	1,7633E-01	5,5102E-03	1,4367E-06	2,3465E-08	1,7633E-01	5,5102E-03
4,0211E-06	4,8456E-08	3,6397E-01	1,2999E-02	3,0382E-06	4,4245E-08	3,6397E-01	1,2999E-02
5,6839E-06	6,8662E-08	5,7735E-01	2,4056E-02	5,4368E-06	6,7217E-08	5,7735E-01	2,4056E-02
9,5476E-06	1,1225E-07	8,3910E-01	4,1955E-02	7,5389E-06	9,4181E-08	8,3910E-01	4,1955E-02
1,0935E-05	1,2824E-07	1,1918E+00	7,4485E-02	1,0296E-05	1,2709E-07	1,1918E+00	7,4485E-02
1,6193E-05	1,8873E-07	1,7321E+00	1,4434E-01	1,5811E-05	1,9237E-07	1,7321E+00	1,4434E-01
2,6821E-05	3,1707E-07	2,7475E+00	3,4343E-01	2,2643E-05	2,8532E-07	2,7475E+00	3,4343E-01
5,6570E-05	6,9950E-07	5,6713E+00	1,4178E+00	4,5667E-05	5,4073E-07	5,6713E+00	1,4178E+00
1,1233E-04	1,3601E-06	1,1430E+01	5,7150E+00	8,1399E-05	1,0219E-06	1,1430E+01	5,7150E+00

З цих даних можна вже побудувати графік, виходячи з якого визначити горизонтальну компоненту індукції магнітного поля Землі:

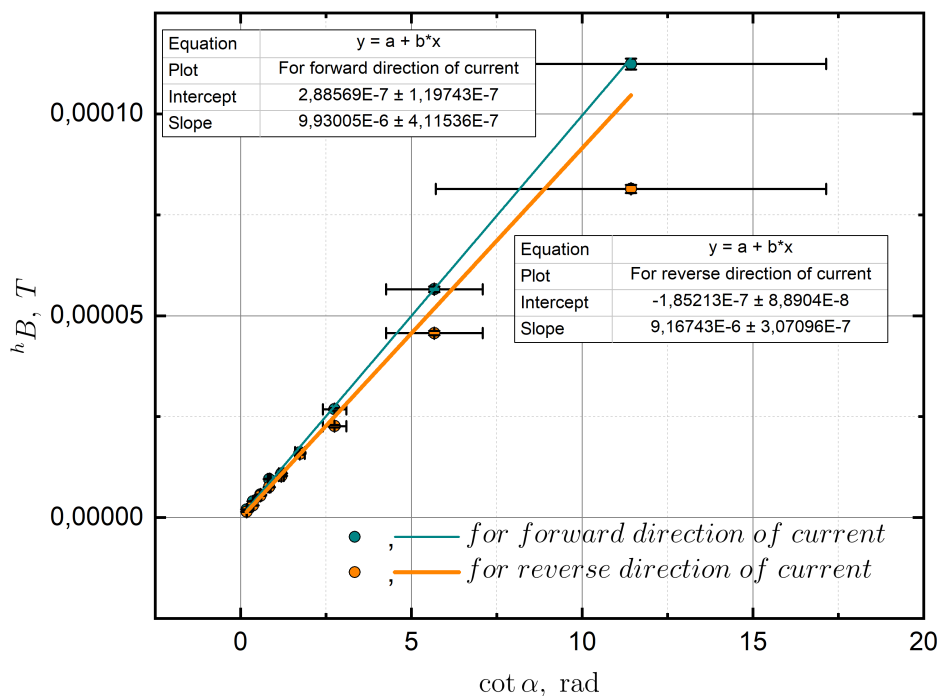


Рис. 9: Графік залежності горизонтальної компоненти індукції створеного магнітного поля  $^hB$  від котангенса горизонтального кута відхилення  $\cot \alpha$  в обох напрямках протікання струму.

Тоді усереднюючи, отримаємо  $^hB_E = 0,5(9,93 \cdot 10^{-6} + 9,16743 \cdot 10^{-6}) = (9,54874 \pm 0,256744) \cdot 10^{-6} T$ ,

де  $\sigma ^hB_E$  була розрахована за ф-лою  $\sigma ^hB_E = 0,5\sqrt{(\sigma(^hB_E^{\text{forward}}))^2 + (\sigma(^hB_E^{\text{reverse}}))^2} =$

$$= 0,256744 \cdot 10^{-6} \text{ Т.}$$

**Завдання 5.** За формулою (3), ми можемо знайти вертикальну компоненту.

$\theta, ^\circ$	$\tan \theta$	$\sigma \tan \theta$	$\sigma {}^v B_E, \text{Т}$	${}^v B_E, \text{Т}$
79	5,144554016	0,162802342	2,03991E-06	4,9124E-05
70	2,747477419	0,098124194	1,17281E-06	2,62349E-05
81	6,313751515	0,194868874	2,46781E-06	6,02884E-05
77	4,331475874	0,140632334	1,74356E-06	4,13601E-05
71	2,904210878	0,102260946	1,2286E-06	2,77316E-05
78	4,704630109	0,150789427	1,8794E-06	4,49233E-05
71	2,904210878	0,102260946	1,2286E-06	2,77316E-05
73	3,270852618	0,112015501	1,35988E-06	3,12325E-05
76	4,010780934	0,131933583	1,6271E-06	3,82979E-05

Абсолютна похибка рахувалася як добуток самої величини на її відносну похибку, яка, в свою чергу, дорівнює кореню з суми квадратів відносних похибок тангенсу кута вертикального відхилення (яка рахувалася аналогічно до котангенса у *Завданні 4.*) та горизонтальної компоненти індукції магнітного поля Землі (яка була отримана шляхом поділу абсолютної похибки на значення величини).

$$\text{Тоді, усереднюючи, маємо } {}^v B_E = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n {}^v B_{E_i} = (3,85471 \pm 0,06) \cdot 10^{-5} \text{ Т.}$$

$$\text{Похибка розрахована за формулою } \sigma {}^v B_E = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma {}^v B_{E_i}} = 5,6344 \cdot 10^{-7} \text{ Т.}$$

$$\text{Тож } B_E = \sqrt{({}^h B_E)^2 + ({}^v B_E)^2} = \sqrt{(9,55 \cdot 10^{-6})^2 + (3,855 \cdot 10^{-5})^2} = 39,71 \pm 0,55 \text{ мкТ. Похибка:}$$

$$\begin{aligned} \sigma B_E &= \sqrt{\left(\sigma {}^h B_E \frac{\partial B_E}{\partial {}^h B_E}\right)^2 + \left(\sigma {}^v B_E \frac{\partial B_E}{\partial {}^v B_E}\right)^2} = \\ &= \sqrt{\left(\sigma {}^h B_E \frac{{}^h B_E}{\sqrt{{}^h B_E^2 + {}^v B_E^2}}\right)^2 + \left(\sigma {}^v B_E \frac{{}^v B_E}{\sqrt{{}^h B_E^2 + {}^v B_E^2}}\right)^2} = 5,5 \cdot 10^{-7} \text{ Т} \end{aligned}$$

## Висновок:

У цій роботі був експериментально визначений модуль вектора індукції магнітного поля Землі. З табличних даних, він лежить у межах від 25 до 65 мкТ. Причиною цього є залежність від географічного положення. Тим не менш, отримані дані належать цьому діапазону. Відносна похибка становить приблизно 1,4%, що досить мало. Це свідчить про те, що фактори, які могли вплинути або вплинули на експеримент є незначущими.