

Лабораторна робота №8

RLC-коло

Виконали:

Познанський Тимур
Яковець Арина
Журавльова Софія
Щербина Софія

Мета роботи

Дослідити залежність сили струму та напруги від частоти в послідовному та паралельному RLC-колах. Визначити резонансну частоту, добротність та ширину резонансної кривої для різних значень активного опору.

1 Короткі теоретичні відомості

Будь-яке коло змінного струму можна розглядати як сукупність активного опору R , індуктивності L та ємності C . Схему, що містить усі три елементи, називають **коливальним контуром**.

Імпеданси елементів

Комплексні опори елементів:

$$Z_R = R, \quad Z_L = i\omega L, \quad Z_C = \frac{1}{i\omega C}. \quad (1)$$

Для послідовного RLC-кола повний імпеданс:

$$Z = R + i\omega L - \frac{i}{\omega C}, \quad (2)$$

а його модуль

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}. \quad (3)$$

Струм у колі:

$$I = \frac{U}{Z}, \quad I_0 = \frac{U_0}{|Z|}. \quad (4)$$

Резонанс у послідовному RLC-колі

Резонансна кутова частота:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}. \quad (5)$$

Хвильовий опір контуру:

$$\rho_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (6)$$

Добротність ідеального послідовного контуру:

$$Q_{\text{теор}} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{\rho_0}{R}. \quad (7)$$

Експериментально добротність визначають через ширину резонансної кривої:

$$Q_{\text{практ}} = \frac{\omega_0}{2\Delta\omega} \approx \frac{f_0}{\Delta f}, \quad (8)$$

де $\Delta f = f_2 - f_1$ — ширина лінії на рівні амплітуди $U = U_{\max}/\sqrt{2}$.

Ефективний опір втрат (опір контуру при резонансі) будемо оцінювати як

$$R_v = \frac{\rho_0}{Q_{\text{практ}}}. \quad (9)$$

Для паралельного кола резонансна частота та хвильовий опір ті самі, але характер залежності струму й напруги від частоти відрізняється. Добротність так само обчислюємо за формулою $Q_{\text{практ}} = f_0/\Delta f$.

В роботі використовуються значення

$$C = 1 \mu\Phi, \quad L = 2 \text{ мГн},$$

тому

$$\rho_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \approx 44,7 \text{ Ом.}$$

2 Обробка результатів

2.1 Послідовне RLC-коло

Випадок $R = 50 \Omega$

Експериментальні дані (напруга на конденсаторі в резонансному колі):

Табл. 1: Залежність напруги від частоти при $R = 50 \Omega$

$f, \text{ Гц}$	$U, \text{ В}$
1379	0,67
1633	0,80
1888	0,93
2157	1,07
2474	1,20
3558	1,33
4304	1,15
4935	1,07
5628	0,93
6539	0,80
7759	0,67

Максимальна напруга:

$$U_{\max} = 1,33 \text{ В} \quad \text{при} \quad f_0 = 3558 \text{ Гц.}$$

Рівень $U_{\max}/\sqrt{2}$:

$$U_{\max}/\sqrt{2} = \frac{1,33}{\sqrt{2}} \approx 0,94 \text{ В.}$$

За графіком $U(f)$ приблизно

$$f_1 \approx 1888 \text{ Гц}, \quad f_2 \approx 5628 \text{ Гц.}$$

Тоді ширина резонансної лінії:

$$\Delta f = f_2 - f_1 = 5628 - 1888 = 3740 \text{ Гц.}$$

Добротність:

$$Q_{\text{практ}} = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{3558}{3740} \approx 0,95.$$

Теоретично:

$$Q_{\text{теор}} = \frac{\rho_0}{R} = \frac{44,7}{50} \approx 0,89.$$

Ефективний опір втрат:

$$R_v = \frac{\rho_0}{Q_{\text{практ}}} \approx \frac{44,7}{0,95} \approx 47,0 \Omega.$$

Графік залежності $U(f)$ (за експериментальними точками):

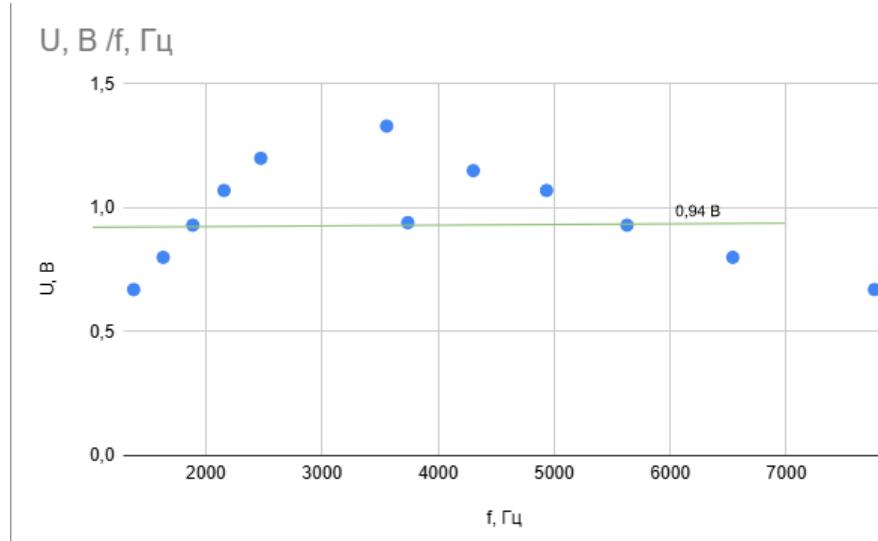


Рис. 1: Резонансна крива напруги для послідовного RLC-кола, $R = 50 \Omega$

Випадок $R = 200 \Omega$

Експериментальні дані:

Табл. 2: Залежність напруги від частоти при $R = 200 \Omega$

$f, \text{Гц}$	$U, \text{В}$
429	0,692
553	0,831
710	0,969
933	1,108
1305	1,246
3558	1,385
7868	1,246
11179	1,108
14874	0,969
19394	0,831
25294	0,692

Максимальна напруга:

$$U_{\max} = 1,385 \text{ В} \quad \text{при} \quad f_0 = 3558 \text{ Гц.}$$

Рівень $U_{\max}/\sqrt{2}$:

$$U_{\max}/\sqrt{2} = \frac{1,385}{\sqrt{2}} \approx 0,98 \text{ В.}$$

З графіка $U(f)$:

$$f_1 \approx 710 \text{ Гц}, \quad f_2 \approx 14874 \text{ Гц},$$

тому

$$\Delta f = f_2 - f_1 \approx 14874 - 710 = 14164 \text{ Гц}.$$

Добротність:

$$Q_{\text{практ}} = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{3558}{14164} \approx 0,25.$$

Теоретично:

$$Q_{\text{теор}} = \frac{\rho_0}{R} = \frac{44,7}{200} \approx 0,22.$$

Ефективний опір втрат:

$$R_v = \frac{\rho_0}{Q_{\text{практ}}} \approx \frac{44,7}{0,25} \approx 178 \Omega.$$

Графік:

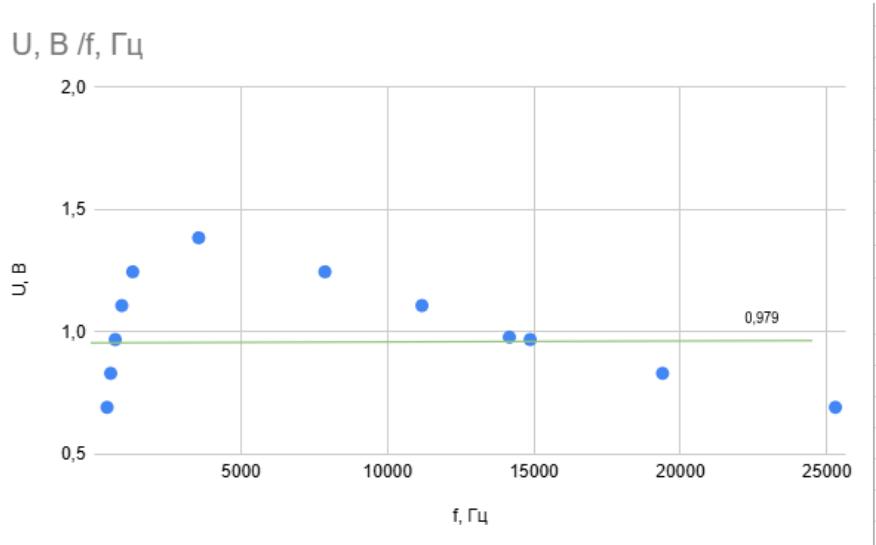


Рис. 2: Резонансна крива напруги для послідовного RLC-кола, $R = 200 \Omega$

2.2 Паралельне RLC-коло

Розглядаємо випадок активного опору

$$R = 200 \Omega.$$

Експериментальні дані (напруга на контурі):

Табл. 3: Залежність напруги від частоти для паралельного RLC-кола, $R = 200 \Omega$

$f, \text{ Гц}$	$U, \text{ В}$
1379	0,55
1633	0,60
1888	0,65
2157	0,70
2474	0,75
3558	0,85
4304	0,74
4935	0,70
5628	0,65
6539	0,58
7759	0,50

Максимальна напруга:

$$U_{\max} = 0,85 \text{ В} \quad \text{при} \quad f_0 = 3558 \text{ Гц.}$$

Рівень

$$U_{\max}/\sqrt{2} = \frac{0,85}{\sqrt{2}} \approx 0,60 \text{ В.}$$

Із графіка:

$$f_1 \approx 1888 \text{ Гц}, \quad f_2 \approx 6794 \text{ Гц},$$

що дає

$$\Delta f = f_2 - f_1 \approx 4906 \text{ Гц.}$$

Добротність:

$$Q_{\text{практ}} = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{3558}{4906} \approx 0,73.$$

Теоретичне значення (за параметрами елементів) для даної конфігурації:

$$Q_{\text{теор}} \approx 0,22.$$

Для паралельного контуру ефективний опір втрат за результатами обробки:

$$R_v \approx 145 \Omega.$$

Графік резонансної кривої:

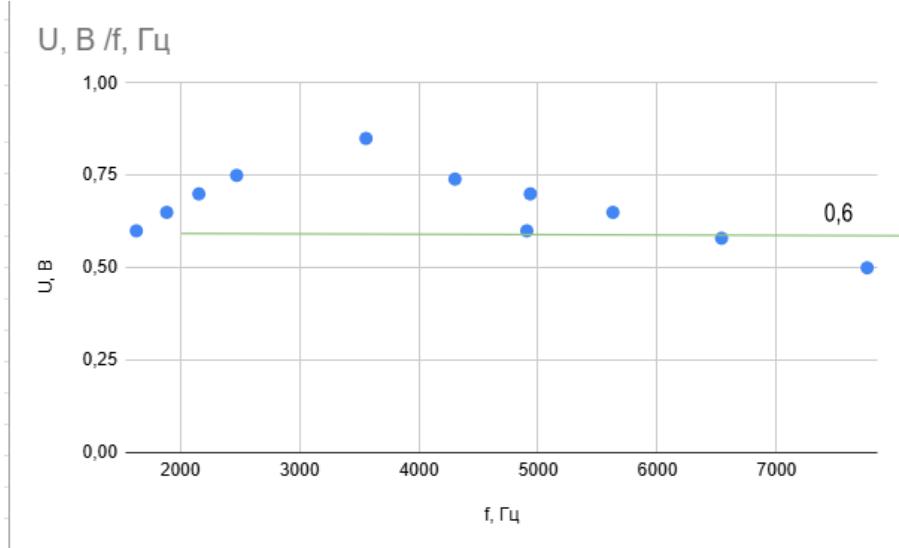


Рис. 3: Резонансна крива напруги для паралельного RLC-кола, $R = 200 \Omega$

Висновок

У роботі отримано резонансні криві для послідовного та паралельного RLC-кіл, експериментально визначено резонансні частоти, добротності та ефективні опори втрат для різних значень активного опору. Експериментальні значення добротності для послідовного кола ($Q_{\text{практ}} \approx 0,95$ при $R = 50 \Omega$ та $Q_{\text{практ}} \approx 0,25$ при $R = 200 \Omega$) узгоджуються за порядком з теоретичними оцінками, отриманими з параметрів елементів ($Q_{\text{теор}} \approx 0,89$ та 0,22 відповідно). Для паралельного кола спостерігається ширша резонансна крива і менша добротність ($Q_{\text{практ}} \approx 0,73$), що пов'язано з додатковими втратами в елементах та обмеженою точністю налаштування частоти генератора. Загалом результати експерименту якісно підтверджують теоретичні уявлення про резонанс у RLC-колах.