

5. グラフ理論

第十一回～第十二回の内容。

キルヒホッフ則

KCL - 第一法則

任意の節点に対する流入電流の並列積算は 0 である。

$$\sum_i I_i = 0$$

KVL - 第二法則

任意の閉路に沿った電圧の直列積算は 0 である。

$$\sum_i V_i = 0$$

回路の記述

- 補木枝 c_1, \dots, c_m
- 木枝 t_1, \dots, t_n
- 電流ベクトル $I = (I_{c_1} \ \dots \ I_{c_m} \ I_{t_1} \ \dots \ I_{t_n})^T$
- 閉路電流 $I_{\mathcal{L}} = (I_{\mathcal{L}_1} \ \dots \ I_{\mathcal{L}_m})^T = (I_{c_1} \ \dots \ I_{c_m})^T$
- 電圧ベクトル $V = (V_{c_1} \ \dots \ V_{c_m} \ V_{t_1} \ \dots \ V_{t_n})^T$
- 木枝電圧 $V_{\mathcal{C}} = (V_{\mathcal{C}_1} \ \dots \ V_{\mathcal{C}_n})^T = (V_{t_1} \ \dots \ V_{t_n})^T$
- 基本タイセット $\mathcal{L}_1, \dots, \mathcal{L}_m$
- 基本カットセット $\mathcal{C}_1, \dots, \mathcal{C}_n$
- 基本タイセット行列 $B_f: I = B_f^T I_{\mathcal{L}}$ を満たす行列
- 基本カットセット行列 $C_f: V = C_f^T V_{\mathcal{C}}$ を満たす行列

$$B_f = (I_m \mid B_p) = \left(\begin{array}{c|ccc|ccc} & c_1 & \dots & c_m & t_1 & \dots & t_n \\ \hline \mathcal{L}_1 & 1 & & 0 & b_{11} & \dots & b_{1n} \\ \vdots & & \ddots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathcal{L}_m & 0 & & 1 & b_{m1} & \dots & b_{mn} \end{array} \right)$$

$$C_f = (C_p \mid I_n) = \left(\begin{array}{c|ccc|ccc} & c_1 & \dots & c_m & t_1 & \dots & t_n \\ \hline \mathcal{C}_1 & c_{11} & \dots & c_{1m} & 1 & & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \ddots & \\ \mathcal{C}_n & c_{n1} & \dots & c_{nm} & 0 & & 1 \end{array} \right)$$

KCL と KVL の行列表現

KCL

$$\begin{pmatrix} \sum_i c_{1i} I_i \\ \vdots \\ \sum_i c_{ni} I_i \end{pmatrix} = \mathbf{0} \implies C_f I = \mathbf{0}$$

KVL

$$\begin{pmatrix} \sum_i b_{1i} V_i \\ \vdots \\ \sum_i b_{mi} V_i \end{pmatrix} = \mathbf{0} \implies B_f V = \mathbf{0}$$

回路方程式の解法

$$A\mathbf{x} = \mathbf{0} \implies \det A = 0$$

閉路電流法

1. 枝電流を基本タイセットによる閉路電流で表現する、つまり基本タイセット行列 B_f を求める
2. 電流 I_L により電圧 $V = ZI - E = Z(B_f^T I_L) - E$ を表現する
3. KVL: $B_f V = \mathbf{0}$ を適用して I_L を求める

節点電位法

節点電位とは名ばかりで実際には木枝電圧を使うことで自由度を 1 削減することが多い。

1. 枝電圧を基本カットセットによる木枝電圧で表現する、つまり基本カットセット行列 C_f を求める
2. 電圧 V_C により電流 $I = YV + J = Y(C_f^T V_C) + J$ を表現する
3. KCL: $C_f I = \mathbf{0}$ を適用して V_C を求める

枝電流法

1. 基本セット行列 b_f および C_f を求める
2. 電流 I により電圧 $V = ZI - E$ を表現する
3. KCL: $B_f V = B_f(ZI - E) = \mathbf{0}$ および KVL: $C_f I = \mathbf{0}$ を適用して I を求める