3. 動作減衰量

第七回~第九回の内容。

伝送量

電流の **伝送量** $heta_I$ を以下で定義する

$$heta_I = \ln rac{I_1}{-I_2}$$

電圧の 伝送量 $heta_V$ と 振幅減衰量 $ildelpha=\mathrm{Re}[heta_V]$ および 位相量 $ildeeta=\mathrm{Im}[heta_V]$ を以下で定義する

$$heta_V = \lnrac{V_1}{V_2} = \ln\!\left|rac{V_1}{V_2}
ight| + jrgrac{V_1}{V_2} = ilde{lpha} + j ilde{eta}$$

動作減衰量

振幅減衰量 ã は以下のようにデシベル表記できる

$$ilde{lpha}' = 20 \log_{10} \left| rac{V_1}{V_2}
ight| \quad [ext{dB}]$$

ただし底の変換公式より変換式は以下のようになる

$$\tilde{lpha}' = (20 \log_{10} e) \tilde{lpha} \approx 8.6859 \tilde{lpha} \quad [\mathrm{dB}]$$

ここで $V_1 \leq E/2^{\,[{
m ght}]}$ であるから、以下の lpha を **動作減衰量** という

$$lpha = 20 \log_{10} \left| rac{E/2}{V_2}
ight| \quad [ext{dB}]$$

また 電流比 は

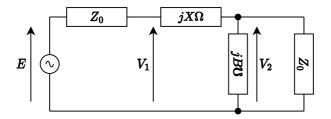
$$20\log_{10}\left|rac{I_1}{-I_2}
ight| \quad [ext{dB}]$$

電力の損失比 は

$$20\log_{10}\sqrt{rac{P_1}{P_2}} = 10\log_{10}rac{P_1}{P_2} \quad [ext{dB}]$$

K行列における動作減衰量

次の回路を考える。



テブナンの等価回路を用いると以下のように書ける。

$$V_2 = rac{Z_L V_{open}}{Z_L + Z_{out}} = rac{Z_L \cdot rac{E}{CZ_G + A}}{Z_L + rac{DZ_G + B}{CZ_G + A}} = rac{Z_L E}{(CZ_G + A)Z_L + (DZ_G + B)}$$

ここで

$$Z_G=Z_L=Z_0, \qquad K=egin{pmatrix} 1-XB & jX\ jB & 1 \end{pmatrix}$$

を代入して

$$rac{E}{2V_2} = rac{(jBZ_0 + 1 - XB)Z_0 + Z_0 + jX}{2Z_0} = \left(1 - rac{XB}{2}
ight) + jigg(rac{X}{2Z_0} + rac{BZ_0}{2}igg)$$

となるから

$$\left|rac{E}{2V_2}
ight| = \sqrt{\left(1-rac{XB}{2}
ight)^2\!+\!\left(rac{X}{2Z_0}+rac{BZ_0}{2}
ight)^2}$$

これより動作減衰量 $lpha_{X,B}$ は次のようになる。

$$lpha_{X,B} = 20\log_{10}\sqrt{\left(1-rac{XB}{2}
ight)^2\!+\!\left(rac{X}{2Z_0}+rac{BZ_0}{2}
ight)^2} [\mathrm{dB}]$$

とくに B=0 $oldsymbol{U}$ の回路 N_X における動作減衰量 $lpha_X$ は

$$lpha_X = 20\log_{10}\sqrt{1+\left(rac{X}{2Z_0}
ight)^2}[ext{dB}]$$

あるいは $X=0\Omega$ の回路 N_B における動作減衰量 $lpha_B$ は

$$lpha_B = 20\log_{10}\sqrt{1+\left(rac{BZ_0}{2}
ight)^2}[ext{dB}]$$

Filter

フィルター (Filter) とは、ある領域の角周波数を遮断するような、つまり 周波数により動作減衰量を調整する ような 2 ポート素子のことである。

ここで遮断角周波数 ω_c における動作減衰量 $lpha_c$ は以下の通りとなる。

$$lpha_c = 20 \log_{10} \sqrt{2} \mathrm{dB} = 10 \log_{10} 2 \mathrm{dB} pprox 3.0103 \mathrm{dB}$$

Low Pass Filter (LPF)

低周域 $[0,\omega_c]$ の動作減衰量を小さくする。

$$0 \le \omega \le \omega_c$$
 $\omega_c < \omega$ 動作減衰量 $lpha_l$ $lpha_l \le lpha_c$ $lpha_l > lpha_c$ 領域 通過域 減衰域

$$lpha_l = 20 \log_{10} \sqrt{1 + \left(rac{\omega}{\omega_c}
ight)^2} \quad ext{[dB]}$$

LPF の N_X による実装

 $lpha_X$ と比較すれば $\dfrac{X}{2Z_0}=\pm\dfrac{\omega}{\omega_c}$ となるため、仮に $jX\equiv j\omega L$ とすれば、遮断角周波数は

$$\omega_c = 2 \cdot rac{Z_0}{L}$$

LPF の N_B による実装

 $lpha_B$ と比較すれば $rac{BZ_0}{2}=\pmrac{\omega}{\omega_c}$ となるため、仮に $jB\equiv j\omega C$ とすれば、遮断角周波数は

$$\omega_c = 2 \cdot rac{1}{CZ_0}$$

High Pass Filter (HPF)

高周域 $[\omega_c,\infty)$ の動作減衰量を小さくする。

$$0 \le \omega < \omega_c$$
 $\omega_c \le \omega$ 動作減衰量 $lpha_h$ $lpha_h > lpha_c$ $lpha_h \le lpha_c$ 領域 通過域

$$lpha_h = 20 \log_{10} \sqrt{1 + \left(rac{\omega_c}{\omega}
ight)^2} \quad [ext{dB}]$$

HPF の N_X による実装

 $lpha_X$ と比較すれば $rac{X}{2Z_0}=\pmrac{\omega_c}{\omega}$ となるため、仮に $jX\equiv(j\omega C)^{-1}$ とすれば、遮断角周波数は

$$\omega_h = rac{1}{2} \cdot rac{1}{CZ_0}$$

HPFの N_B による実装

 $lpha_B$ と比較すれば $rac{BZ_0}{2}=\pmrac{\omega_c}{\omega}$ となるため、仮に $jB\equiv(j\omega L)^{-1}$ とすれば、遮断角周波数は

$$\omega_h = rac{1}{2} \cdot rac{Z_0}{L}$$

LPF to HPF

 $lpha_l$ と $lpha_h$ を比較すれば $\dfrac{\omega}{\omega_c}=\pm\dfrac{\omega_c'}{\omega'}$ となるため、負号を採用して両辺に $j\omega_c$ をかけて

$$j\omega \stackrel{ ext{LPF} o ext{HPF}}{\longrightarrow} rac{\omega_c \omega_c'}{j\omega}$$

Band Pass Filter (BPF)

通過帯域 $[\omega_1,\omega_2]$ の動作減衰量を小さくする。

	$0 \leq \omega < \omega_1$	$\omega_1 \leq \omega \leq \omega_2$	$\omega_2 < \omega$
動作減衰量 $lpha_b$	$lpha_b > lpha_c$	$lpha_b \leq lpha_c$	$lpha_h > lpha_c$
領域	減衰域	通過帯域	減衰域

中心周波数 $\omega_0 \equiv \sqrt{\omega_1 \omega_2}$ と比帯域 $w \equiv \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0}$ を用いて

$$lpha_b = 20 \log_{10} \sqrt{1 + rac{1}{w^2} igg(rac{\omega}{\omega_0} - rac{\omega_0}{\omega} igg)^2} \quad ext{[dB]}$$

BPF の N_X による実装

 $lpha_X$ と比較すれば $rac{X}{2Z_0}=\pmrac{1}{w}igg(rac{\omega}{\omega_0}-rac{\omega_0}{\omega}igg)$ となるため、仮に $jX\equiv j\omega L+(j\omega C)^{-1}$ とすれば $rac{L}{2}=rac{1}{2}=rac{1}{2}=rac{\omega_0}{2}$

$$rac{L}{2Z_0}=rac{1}{w\omega_0}, \qquad rac{1}{2CZ_0}=rac{\omega_0}{w}$$

であるから、中心周波数と比帯域は

$$\omega_0 = rac{1}{\sqrt{LC}}, \qquad w = 2Z_0 \sqrt{rac{C}{L}}$$

BPF の N_B による実装

 $lpha_B$ と比較すれば $rac{BZ_0}{2}=\pmrac{1}{w}igg(rac{\omega}{\omega_0}-rac{\omega_0}{\omega}igg)$ となるため、仮に $jB\equiv(j\omega L)^{-1}+j\omega C$ とすれば $rac{CZ_0}{2}=rac{1}{w\omega_0}, \qquad rac{Z_0}{2L}=rac{\omega_0}{w}$

であるから、中心周波数と比帯域は

$$\omega_0 = rac{1}{\sqrt{LC}}, \qquad w = rac{2}{Z_0} \sqrt{rac{L}{C}}$$

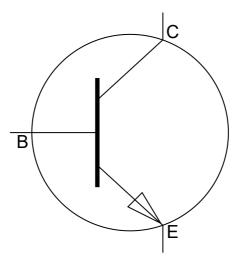
LPF to BPF

 $lpha_l$ と $lpha_b$ を比較すれば $\dfrac{\omega}{\omega_c}=\pm\dfrac{1}{w}igg(\dfrac{\omega}{\omega_0}-\dfrac{\omega_0}{\omega}igg)$ となるため、正号を採用して両辺に $j\omega_c$ をかけて

$$j\omega \stackrel{ ext{LPF} o ext{BPF}}{\longrightarrow} rac{\omega_c}{w} igg(rac{j\omega}{\omega_0} + rac{\omega_0}{j\omega}igg)$$

能動ポート

Bipolar Junction Transistor (BJT)



Base、Emitter、Collector の三端子素子であり、それぞれに相当する抵抗 r_B, r_E, r_C 等価回路を設計できる。

BJT の継続行列はエミッタ効率 $lpha\lesssim 1$ および電流増幅率 $eta=rac{lpha}{1-lpha}\gg 1$ により以下で表せる。

$$H = egin{pmatrix} r_B + rac{r_E r_C (1-lpha)}{r_E + r_C (1-lpha)} (1+eta) & rac{r_E}{r_C (1-lpha) + r_E} \ rac{lpha r_C - r_E}{r_C (1-lpha) + r_E} & rac{1}{r_C (1-lpha) + r_E} \end{pmatrix}$$

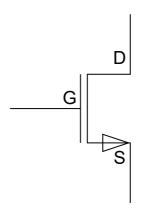
この BJT は以下を満たす。

- 非相反条件 $h_r+h_f
 eq 0$
- 高利得性 $h_f\gg 1$
- 単方向性 $h_r=0$

とくに $r_C(1-lpha)\gg r_E,r_B$ 条件下では

$$H = egin{pmatrix} h_{ie} & h_{re} \ h_{fe} & h_{oe} \end{pmatrix} = egin{pmatrix} r_B + r_E (1+eta) & 0 \ eta & 0 \end{pmatrix}$$

Field Effective Transistor (FET)



Gate、Source、Drain の三端子素子であり、Gate C_1 Drain-Source C_2 Gate-Drain C_3 の各容量と、相互インダクタンス g_m および出力抵抗 R によりそのアドミタンス行列は以下で示される。

$$Y = egin{pmatrix} j\omega(C_1+C_3) & -j\omega C_3 \ g_m-j\omega C_3 & rac{1}{R}+j\omega(C_2+C_3) \end{pmatrix} .$$

単方向性 $C_3=0$ を考慮すれば

$$Y=egin{pmatrix} j\omega C_1 & 0 \ g_m & rac{1}{R}+j\omega C_2 \end{pmatrix}, \qquad H=egin{pmatrix} (j\omega C_1)^{-1} & 0 \ g_m(j\omega C_1)^{-1} & rac{1}{R}+j\omega C_2 \end{pmatrix}$$