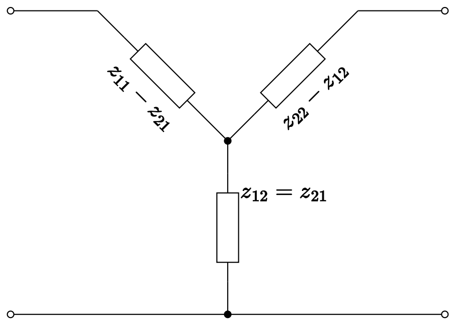
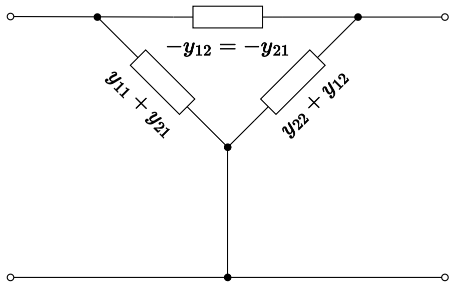
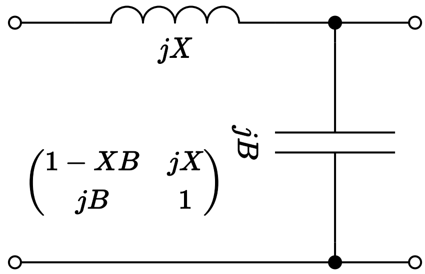
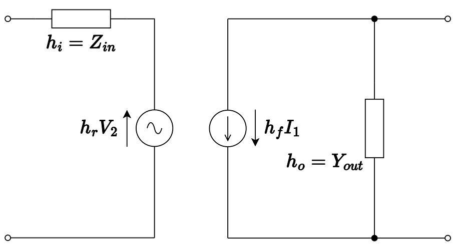
回路理論 II

分圧と分流

- 直列接続では I が等しいため $V_i = Z_i I$ より各抵抗のインピーダンス Z_i 比で電圧が分圧される。
- 並列接続では V が等しいため $I_i = Y_i V$ より各抵抗のアドミタンス Y_i 比で電流が分流される。

行列

行列	定義	Z 行列との変換	相反条件	等価回路
Z	$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = Z \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix}$		$z_{12} = z_{21}$	
Y	$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = Y \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$	$\|Z\|^{-1} \begin{pmatrix} z_{22} & -z_{12} \\ -z_{21} & z_{11} \end{pmatrix}$	$y_{12} = y_{21}$	
K	$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = K \begin{pmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{pmatrix}$	$z_{21}^{-1} \begin{pmatrix} z_{11} & \|Z\| \\ 1 & z_{22} \end{pmatrix}$	$\|K\| = 1$	
H	$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = H \begin{pmatrix} I_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$	$z_{22}^{-1} \begin{pmatrix} \|Z\| & z_{12} \\ -z_{21} & 1 \end{pmatrix}$	$h_{12} = -h_{21}$	

各成分の名称一覧

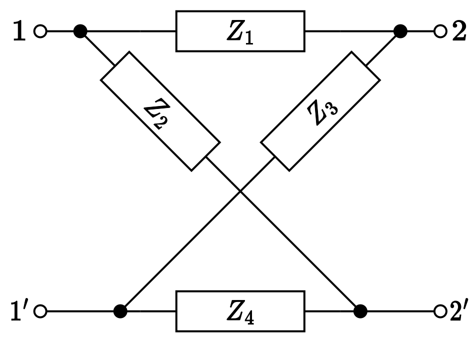
Z	**出力端開放** $I_1(I_2=0)$	**入力端開放** $I_2(I_1=0)$
V_1	駆動点インピーダンス $z_{11}=\left.\frac{V_1}{I_1}\right\rvert_{I_2=0}$	伝達インピーダンス $z_{12}=\left.\frac{V_1}{I_2}\right\rvert_{I_1=0}$
V_2	伝達インピーダンス $z_{21}=\left.\frac{V_2}{I_1}\right\rvert_{I_2=0}$	駆動点インピーダンス $z_{22}=\left.\frac{V_2}{I_2}\right\rvert_{I_1=0}$

Y	**出力端短絡** $V_1(V_2=0)$	**入力端短絡** $V_2(V_1=0)$
I_1	駆動点アドミタンス $y_{11}=\left.\frac{I_1}{V_1}\right\rvert_{V_2=0}$	伝達アドミタンス $y_{12}=\left.\frac{I_1}{V_2}\right\rvert_{V_1=0}$
I_2	伝達アドミタンス $y_{21}=\left.\frac{I_2}{V_1}\right\rvert_{V_2=0}$	駆動点アドミタンス $y_{22}=\left.\frac{I_2}{V_2}\right\rvert_{V_1=0}$

K	**出力端開放** $V_2(I_2=0)$	**出力端短絡** $-I_2(V_2=0)$
V_1	電圧帰還率 $A=\left.\frac{V_1}{V_2}\right\rvert_{I_2=0}$	伝達インピーダンス $B=\left.\frac{V_1}{-I_2}\right\rvert_{V_2=0}$
I_1	伝達アドミタンス $C=\left.\frac{I_1}{V_2}\right\rvert_{I_2=0}$	電流帰還率 $D=\left.\frac{I_1}{-I_2}\right\rvert_{V_2=0}$

H	**出力端短絡** $I_1(V_2=0)$	**入力端開放** $V_2(I_1=0)$
V_1	駆動点インピーダンス $h_i=\left.\frac{V_1}{I_1}\right\rvert_{V_2=0}$	電圧帰還率 $h_r=\left.\frac{V_1}{V_2}\right\rvert_{I_1=0}$
I_2	電流増幅率 $h_f=\left.\frac{I_2}{I_1}\right\rvert_{V_2=0}$	駆動点アドミタンス $h_o=\left.\frac{I_2}{V_2}\right\rvert_{I_1=0}$

格子回路



$$Z=\frac{1}{\sum Z}\begin{pmatrix}(Z_1+Z_3)(Z_2+Z_4) & Z_2Z_3-Z_1Z_4\\ Z_2Z_3-Z_1Z_4 & (Z_1+Z_2)(Z_3+Z_4)\end{pmatrix}$$

$$Y=\frac{1}{\sum Y}\begin{pmatrix}(Y_1+Y_2)(Y_3+Y_4) & Y_2Y_3-Y_1Y_4\\ Y_2Y_3-Y_1Y_4 & (Y_1+Y_3)(Y_2+Y_4)\end{pmatrix}$$

理想変成器

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{I_1}{-I_2} = n = \frac{n_2}{n_1} \cdot \mathrm{sgn} M$$

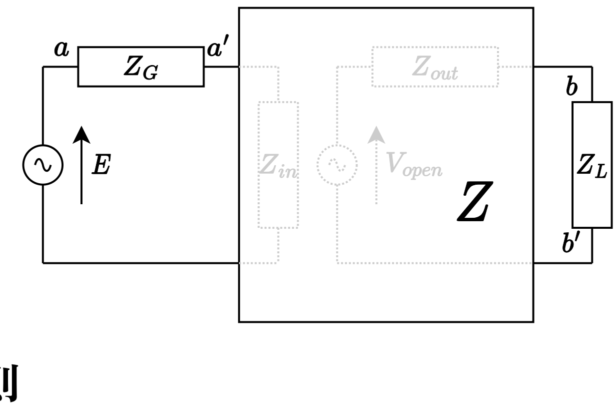
$Y-\Delta$ 変換表

	$Y \to \Delta$	$\Delta \to Y$
$Z \to Z$	$Z_{ij} = \dfrac{Z_iZ_j + Z_jZ_k + Z_kZ_i}{Z_k}$	$Z_k = \dfrac{Z_iZ_j}{Z_{ij} + Z_{jk} + Z_{ki}}$
$Z \to Y$	$Y_{ij} = \dfrac{Z_k}{Z_iZ_j + Z_jZ_k + Z_kZ_i}$	$Y_k = \dfrac{Z_{ij} + Z_{jk} + Z_{ki}}{Z_iZ_j}$
$Y \to Z$	$Z_{ij} = \dfrac{Y_i + Y_j + Y_k}{Y_iY_j}$	$Z_k = \dfrac{Y_{ij}}{Y_{ij}Y_{jk} + Y_{jk}Y_{ki} + Y_{ki}Y_{ij}}$
$Y \to Y$	$Y_{ij} = \dfrac{Y_iY_j}{Y_i + Y_j + Y_k}$	$Y_k = \dfrac{Y_{ij}Y_{jk} + Y_{jk}Y_{ki} + Y_{ki}Y_{ij}}{Y_{ij}}$

テブナンの定理

- $Z_{in} = Z'_{out} = \langle Z + Z_L \rangle = z_{11} - \dfrac{z_{12}z_{21}}{z_{22} + Z_L} = \dfrac{AZ_L + B}{CZ_L + D}$
- $Z_{out} = \langle Z + Z_G \rangle = z_{22} - \dfrac{z_{12}z_{21}}{z_{11} + Z_G} = \dfrac{DZ_G + B}{CZ_G + A}$
- $V_{open} = \dfrac{z_{21}}{z_{11} + Z_G} E = \dfrac{1}{CZ_G + A} E$

これより等価回路は次のように書ける。

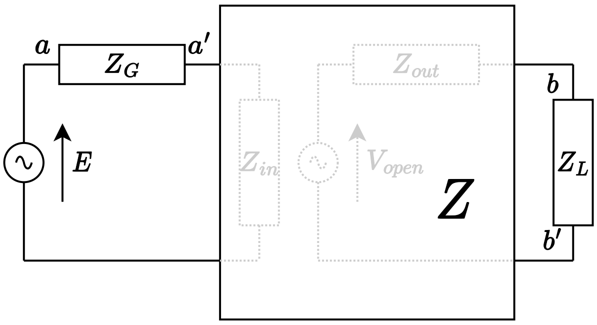


供給電力最大の法則

$$P = \frac{R|E|^2}{(R+R_0)^2 + (X+X_0)^2} \overset{Z=Z_0^*}{\leq} \frac{|E|^2}{4R_0}$$

$Z = \overline{Z_0}$ のときに P は最大値 $\dfrac{|E|^2}{4\mathrm{Re}[Z]}$ をとる。

電力利得



$Z_{in} \neq \overline{Z_G}, Z_L \neq \overline{Z_{out}}$ であるときの消費電力を「**動作電力利得**」という。

$$G_p = \frac{P_L}{P_{in}} = \frac{\mathrm{Re}[Z_L]}{\mathrm{Re}[Z_{in}]} \frac{|Z_{in} + Z_G|^2}{|Z_L + Z_{out}|^2} \frac{|V_{open}|^2}{|E|^2}$$

$Z_{in} = \overline{Z_G}, Z_L \neq \overline{Z_{out}}$ であるときの消費電力を「**変換電力利得**」という。

$$G_t = \frac{P_L}{\mathrm{Max}[P_{in}]} = \frac{4\mathrm{Re}[Z_L]\mathrm{Re}[Z_G]}{|Z_L + Z_{out}|^2} \frac{|V_{open}|^2}{|E|^2}$$

$Z_{in} = \overline{Z_G}, Z_L = \overline{Z_{out}}$ であるときの消費電力を「**有能電力利得**」という。

$$G_a = \frac{\mathrm{Max}[P_L]}{\mathrm{Max}[P_{in}]} = \frac{\mathrm{Re}[Z_G]}{\mathrm{Re}[Z_L]} \frac{|V_{open}|^2}{|E|^2}$$

分布定数回路

伝搬定数 γ と **特性インピーダンス** Z_0

$$\gamma = \sqrt{ZY} = \sqrt{R + j\omega L}\sqrt{G + j\omega C}, \quad Z_0 = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \frac{\sqrt{R + j\omega L}}{\sqrt{G + j\omega C}}$$

入射波と反射波の関係

$$\begin{cases} V(x) = A\exp(-\gamma x) + B\exp(\gamma x) = V_i(x) + V_r(x) \\ Z_0 I(x) = A\exp(-\gamma x) - B\exp(\gamma x) = Z_0 I_i(x) - Z_0 I_r(x) \end{cases}$$

$$\begin{cases} a(x) \triangleq \sqrt{V_i(x) I_i(x)} = Z_0^{-1/2} A\exp(-\gamma x) = \dfrac{Z_0^{-1/2} V(x) + Z_0^{1/2} I(x)}{2} \\ b(x) \triangleq \sqrt{V_r(x) I_r(x)} = Z_0^{-1/2} B\exp(\gamma x) = \dfrac{Z_0^{-1/2} V(x) - Z_0^{1/2} I(x)}{2} \end{cases}$$

K 行列

$$\begin{pmatrix} V(0) \\ I(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh(\gamma l) & Z_0 \sinh(\gamma l) \\ Z_0^{-1} \sinh(\gamma l) & \cosh(\gamma l) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V(l) \\ I(l) \end{pmatrix}$$

キルヒホッフ則

KCL - 第一法則

任意の節点に対する流入電流の並列積算は 0 である。

$$\sum_i I_i = 0$$

KVL - 第二法則

任意の閉路に沿った電圧の直列積算は 0 である。

$$\sum_i V_i = 0$$

基本タイセット/カットセット行列

補木枝 $c_1, \cdots, c_m$ と **木枝** $t_1, \cdots, t_n$

$$B_f = (I_m \mid B_p) = \begin{array}{c} \\ \mathcal{L}_1 \\ \vdots \\ \mathcal{L}_m \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} c_1 & \cdots & c_m & t_1 & \cdots & t_n \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & & 0 & b_{11} & \cdots & b_{1n} \\ & \ddots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & & 1 & b_{m1} & \dots & b_{mn} \end{array}\right) \end{array}$$

$$C_f = (C_p \mid I_n) = \begin{array}{c} \\ \mathcal{C}_1 \\ \vdots \\ \mathcal{C}_n \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} c_1 & \cdots & c_m & t_1 & \cdots & t_n \end{array} \\ \left(\begin{array}{ccc|ccc} c_{11} & \cdots & c_{1m} & 1 & & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \ddots & \\ c_{n1} & \dots & c_{nm} & 0 & & 1 \end{array}\right) \end{array}$$

閉路電流法

1. 枝電流を基本タイセットによる閉路電流で表現する、つまり基本タイセット行列 B_f を求める
2. 電流 $I_\mathcal{L}$ により電圧 $V = ZI - E = Z(B_f^\mathrm{T} I_\mathcal{L}) - E$ を表現する
3. KVL : $B_f V = \mathbf{0}$ を適用して $I_\mathcal{L}$ を求める