第一題:簡單圖論題 (easyproblem)

問題描述

在圖論中, 有很多種特殊的圖, 其中四種如下:

- P[n]: 有 n 個點的鏈,一條鏈上的邊數量會恰好是點的數量 -1;
- C[n]: 有 n 個點的環,一個環上的邊數量會恰好跟點的數量相同;
- K[n]: 有 n 個點的完全圖, 完全圖是每個點對 (u,v) 之間都有連邊的圖, 總共的邊數量是 $\binom{n}{2}$;
- K[n][m]:兩邊分別有 n 跟 m 個點的完全二分圖,二分圖是可以把點集合分到兩邊 X 跟 Y 的圖,且兩個集合內互相沒有連邊,完全二分圖即是在每個 X 中的點跟所有在 Y 中的點都有連一條邊的二分圖,總共有 $n \times m$ 條邊。

現在喵喵給了你 T 個上面四種之一的輸入, 請輸出兩個整數:這張圖上的點數及邊數。

輸入格式

第一行包含一個正整數 T, 代表接下來有幾組輸入。

 T

 接下來有 T 組輸入,每一組輸入的格式為下列四種之一:

 P[n]

 C[n]

 K[n]

 K[n][m]

• 變數意義如題中所述。

輸出格式

輸出總共有 T 組,每一組輸入的輸出格式如下:

V E

• V、E 分別代表該圖上的點數及邊數。

測資限制

- $1 \le T \le 30\,000_{\circ}$
- $1 \le n, m \le 1\,000\,000\,000_{\circ}$
- P[n] 中的 $n \geq 2$ 。
- C[n] 中的 $n \geq 3$ 。
- 上面所有變數皆為整數。

範例測試

Sample Input	Sample Output	
10	2 1	
P[2]	3 3	
C[3]	1 0	
K[1]	2 1	
K[1][1]	1011 1010	
P[1011]	12345 12345	
C[12345]	32767 536821761	
K[32767]	1000000002 2000000000	
K[100000000][2]	1000000002 2000000000	
K[2][1000000000]	340694 8336209065	
K[314159][26535]		

評分說明

本題共有5組子任務,條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料,該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

分數	額外輸入限制
10	$2 \le n \le 9$,且只會出現 $P[n]$ 。
20	$1 \le n \le 9$,且不會出現 K[n][m]。
20	$1 \le n, m \le 9_{\circ}$
20	不會出現 $K[n][m]$ 。
30	無額外限制。
	10 20 20 20

第二題:類乘法 (atimesb)

問題描述

把乘法操作重定義為不會進位的乘法(加改成 xor),請計算

$$\sum_{1 \le i < j \le n} \left(a_i \times a_j \right)$$

舉例來說, 7×19的計算步驟如下:

- (1) 將十進位的 7 跟 19 分別轉換成二進位的 111 跟 10011。
- (2) 對這兩個二進位數字做正常的直式乘法, 見下方。
- (3) 把得到的答案們 xor 起來, 得到 1111001。
- (4) 將答案轉回十進位,得到121。

輸入格式

$$n$$
 $a_1 \ a_2 \ \cdots \ a_n$

- n 代表數字數量。
- a_1, a_2, \ldots, a_n 代表給定的序列。

輸出格式

ans

• ans 代表上述算式的計算結果。

測資限制

- $2 \le n \le 1000_{\circ}$
- $0 \le a_i \le 1048575 = 2^{20} 1 \ (1 \le i \le n)_\circ$
- 上面所有變數皆為整數。

範例測試

Sample Input	Sample Output	
2	121	
7 19		
4	96	
7 3 15 1		
6	9521	
24 51 19 0 38 62		
3	433035881740	
107374 737418 741823		

評分說明

本題共有3組子任務,條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料,該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	23	$n=2_{\circ}$
2	26	$n \le 100_{\circ}$
3	51	無額外限制。

第三題:影像壓縮 (compress)

問題描述

DF-expression (depth-first picture expression) 是一種壓縮黑白影像的方法。假設影像大小為 $2^k \times 2^k$, DF-expression 的遞迴定義如下:

如果每一格像素都是白色,我們用0來表示;如果每一格像素都是黑色,我們用1來表示;如 果並非每一格像素都同色,我們先將影像等分為左上、右上、左下、右下四塊後,然後表示如 下:先寫下2,之後依續接上左上、右上、左下、右下四塊的表示法。

影像經過壓縮之後,一些常見的演算法執行起來就會變得困難許多。在這個問題中,喵喵將給你一個壓縮過後的影像 X,你的任務是要找出這張影像原本總共有多少個黑色像素。由於答案可能很大,請將答案對 $(10^9 + 7)$ 取餘數後輸出。

有 T 組輸入。

輸入格式

第一行包含一個正整數 T, 代表接下來有幾組輸入。

T

接下來有 T 組輸入,每一組輸入的格式如下:

k X

- k 代表原始黑白影像的大小是 $2^k \times 2^k$ 。
- X 代表該黑白影像經過壓縮後的字串。

輸出格式

輸出總共有 T 組、每一組輸入的輸出格式如下:

ans

• ans 代表原始影像中黑色像素的數量, 對 $(10^9 + 7)$ 取餘數。

測資限制

- $1 \le T \le 6000_{\circ}$
- $0 \le k \le 10000000000$
- $|X| \le 100\,000_{\circ}$
- $\sum |X| \le 5000000_{\circ}$
- $X_i \in \{0, 1, 2\} \ (1 \le i \le |X|)_{\circ}$
- 保證 X 是一個合法的 DF-expression 字串。
- 上面所有變數除了 X 外皆為整數。

範例測試

Sample Input	Sample Output
7	1
0 1	32
3 21001	567
5 222220111010111000101	27
3 22020011012021100200112001001	268198252
30 221010210102101021010	0
987654321 0	767822271
1000000000 1	

評分說明

本題共有5組子任務,條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料,該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	4	$X = "1"_{\circ}$
2	12	$k \le 2_{\circ}$
3	13	$k \le 6_{\circ}$
4	14	$k \le 30_{\circ}$
5	57	無額外限制。

第四題:旅行促銷活動 (travel2)

問題描述

踢歐埃國有 n 座城市,城市 i 位在 (x_i, y_i) 處。因為現在疫情趨緩,政府準備推廣旅遊業,於是為每個城市訂了一個旅遊折扣參數 d_i ,代表可以將由城市 i 出發的旅行花費除以 d_i 。

在任兩個城市 u、v 之間**原本的花費**就是他們的歐基里得距離 $\sqrt{(x_u-x_v)^2+(y_u-y_v)^2}$ 。

喵喵跟拉菲住在 s 號城市,而喵喵想要趁著優惠期間帶著拉菲去某個城市旅遊,所以他想請你幫他 對每個點 $t = 1, 2, \ldots, n$ 分別計算出從 s 號點出發到 t 號點再回到 s 的最小花費是多少。

你的絕對或相對誤差要在 10-6 以內才會被視為正確答案。

輸入格式

```
\begin{array}{cccc}
n & s \\
d_1 & d_2 & \cdots & d_n \\
x_1 & y_1 \\
x_2 & y_2 \\
\vdots \\
x_n & y_n
\end{array}
```

- n 代表踢歐埃國的城市數量。
- s 代表喵喵現在所在的起點城市。
- d_i 代表城市 i 的旅遊折扣參數 $(1 \le i \le n)$ 。
- x_i 、 y_i 代表城市 i 的座標 $(1 \le i \le n)$ 。

輸出格式

```
c_1 \ c_2 \ \cdots \ c_n
```

• c_i 代表從 s 到 i 再回到 s 的最小花費 $(1 \le i \le n)$ 。

測資限制

- $2 \le n \le 4000_{\circ}$
- $1 \le s \le n_{\circ}$
- $1 \le d_i \le 1000 \ (1 \le i \le n)_{\circ}$
- $|x_i|, |y_i| \le 1\,000\,000\,000 \ (1 \le i \le n)_\circ$
- $(x_i, y_i) \neq (x_j, y_j) \ (1 \le i < j \le n)_{\circ}$
- 上面所有變數皆為整數。

範例測試

Sample Input	Sample Output
2 1	0.00000000000 2.828427124746
1 1	
0 0	
1 1	
3 1	0.00000000000 2.121320343560
1 2 3	84.250072083822
0 0	
1 1	
100 0	
8 4	18063400.423909154933
9 17 40 77 18 26 17 1	80415987.297165574782
-545503841 650272948	35925401.362594802995
-255040381 -570041666	0.00000000000
322125606 3184183	64896291.301743675569
-463082880 530299025	68223681.377553791550
304595887 -448280951	71298647.177268825064
675292039 -524594564	562691898.585915410134
717848118 381333711	
-380472374 -97825093	

Sample Input	Sample Output
10 1	0.00000000000
31 3 11 64 22 26 24 9 7 49	184907786.385165338637
-19658334 612965266	136020405.681829523077
-444972944 -540736708	52343784.349551006555
-444998917 -406195122	68270771.996172215018
792671836 -118550589	35788283.764209734691
383829070 -271252171	20314439.090231784805
402067277 892684963	45042464.334810735829
125229171 846464898	144458845.618846292724
374421709 791842903	74415541.389104490736
-500022917 -399019341	
848599326 -728532127	

上述範例輸出實際上都是在同一行,只是因為排版關係才被擠成很多行。

評分說明

本題共有4組子任務,條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料,該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	17	$n \le 10_{\circ}$
2	41	$n \le 300_{\circ}$
3	20	$n \le 1000_{\circ}$
4	22	無額外限制。

第五題:表格整理 (sheet)

問題描述

喵喵有一張包含了 n 個學生成績的表格,每個學生會有 m+1 個資訊,分別是名字 $name_i$ (不含 空格) 以及 m 個正整數 $a_{i1}, a_{i2}, \ldots, a_{im}$ 代表學生在 m 個科目的成績。

現在喵喵把這個表格匯入到了 Excel 當中,並且加上了排序功能:

- 對一個「未指定」的欄位按下排序鍵,則該欄位會變成「小至大」且其他所有欄位皆會變成「未 指定」。整個表格會依這個欄位由小至大排序,該欄數字相同則會以名字字典序由小至大排序。
- 對一個「小至大」的欄位按下排序鍵,則該欄位會變成「大至小」。整個表格會依這個欄位由大至小排序,該欄數字相同則會以名字字典序由小至大排序。
- 對一個「大至小」的欄位按下排序鍵,則該欄位會變成「小至大」。整個表格會依這個欄位由小至大排序,該欄數字相同則會以名字字典序由小至大排序。
- 一開始所有欄位皆為「未指定」。接著,拉菲會對這個表格做 q 次操作,操作種類如下:
 - 1 c:對第 c 欄按下排序鍵,排序鍵的效果如上所述。
 - 2 *r*:對第 *r* 行按下書籤鍵,將該名學生加入書籤列表。如果該名學生已經在書籤列表裡,則 會會將其從書籤列表中移除。

現在,請你幫忙整理最後究竟有哪些學生被加入了書籤列表,並請依照最後一次被按下書籤鍵的順序輸出他們的名字。

輸入格式

- n 代表學生的人數。
- m 代表考試的科目數量。
- q 代表拉菲對這個表格的操作次數。
- name_i 代表第 i 位學生的名字 $(1 \le i \le n)$ 。
- $a_{i,j}$ 代表第 i 位學生在第 j 項考試的成績 $(1 \le i \le n, 1 \le j \le m)$ 。
- QUERY; 代表一個操作, 操作種類如題中所述。

輸出格式

```
egin{array}{c} k \ S_1 \ S_2 \ dots \ S_k \ \end{array}
```

- k 代表最後被加入書籤列表的名字數量。
- S_1, S_2, \ldots, S_k 是所有被加入書籤列表的名字,依照最後一次被按下書籤鍵的順序排序過的結果。

測資限制

- $1 \le n \le 100\,000_{\circ}$
- $0 \le m \le 100\,000_{\circ}$
- $n \cdot m \le 1\,000\,000_{\circ}$
- $1 \le q \le 500\,000_{\circ}$
- $1 \le |\mathsf{name}_i| \le 20 \ (1 \le i \le n)_{\circ}$
- name $_i$ 只包含大小寫英文字母。
- name_i \neq name_j $(1 \leq i < j \leq n)_{\circ}$
- $1 \le a_{i,j} \le 1\,000\,000\,000$ $(1 \le i \le n, 1 \le j \le m)_{\circ}$
- 對每個 QUERY, $1 \le c \le m$ 。
- 對每個 QUERY, $1 \le r \le n_{\circ}$
- · 上面所有變數除了 name 外皆為整數。

範例測試

Sample Input	Sample Output
5 0 6	2
ANIMALS	cat
bear	elephant
cat	
dinosaur	
elephant	
2 3	
2 5	
2 1	
2 5	
2 1	
2 5	
6 3 11	2
A 1 2 6	С
B 5 3 6	Е
C 1 4 2	
D 6 5 2	
E 3 4 3	
F 4 1 5	
2 1	
1 3	
2 6	
1 2	
2 3	
2 4	
1 1	
2 3	
1 3	
1 2	
2 2	

6 3 11	2
A 1 2 6	A
B 3 6 5	С
C 2 1 4	
D 6 5 2	
E 4 3 3	
F 5 4 1	
2 3	
1 2	
1 2	
2 6	
1 1	
2 1	
2 2	
1 3	
2 4	
1 3	
2 3	

評分說明

本題共有4組子任務,條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料,該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

子任務	分數	額外輸入限制
1	16	沒有操作一。
2	30	$n, m \leq 300_{\circ}$
3	48	對於每個科目 $j=1,2,\ldots,m,\ a_{1,j},a_{2,j},\ldots,a_{n,j}$ 是 $1,2,\ldots,n$ 的排列。
4	6	無額外限制。